

50639

5063

MATEMATIKAI  
ÉS  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI  
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI FRÖHLICH IZIDOR OSZTÁLYTITKÁR.

XLIII. KÖTET.

KÉT TÁBLÁVAL



MATHEMATISCHER  
UND  
NATURWISSENSCHAFTLICHER  
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON I. FRÖHLICH KLASSESEKRETÄR.

BAND XLIII.

MIT ZWEI TAFELN

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1926







## TARTALOMJEGYZÉK.

## INHALTSVERZEICHNISS.

	<i>Lap</i> <i>Seite</i>
ÁBRAHÁM AMBRUS: A gyfkok bőrének idegvégződése. Nyolc rajzzal két táblán ... ..	436—455
— Nervenendigungen der Eidechsenhaut. Mit acht Figuren auf zwei Tafeln ... ..	456
ANDERLIK ELŐD: A légnyomás eloszlása léghajókon ... ..	521—529
Die Verteilung des Luftdruckes auf Luftschiffen ... ..	530
BÁRÓ ANDREÁNSZKY GÁBOR: Adatok Korzika flórájának ismertetéséhez	597—613
— Additions à la connaissance de la flore Corse. ... ..	614—615
VITÉZ BOKOR REZSŐ: Vizsgálatok az erdőtalaj mikroflórájáról ...	561—567
Untersuchungen über die Mikroflora der Waldböden ... ..	568—572
BOKOR REZSŐ és FEHÉR DÁNIEL: Vizsgálatok a Papilionaceák családjába tartozó egyes fajok gyökérsymbiosisáról. A szöveg közötti öt ábrával ... ..	573—582
— Untersuchungen über die Wurzelsymbiose einiger Leguminosenhölzer, mit fünf Abbildungen im Texte ... ..	583—584.
DARÁNYI GYULA: Vizsgálatok a genykeltő Staphylococcusok előfordulásáról és biológiai tulajdonságairól ... ..	424—433
— Investigations concerning the dissemination and the biological characteristics of the staphylococcus pyogenes ... ..	434—435
FARKAS GYULA: Alapvetés az egyszerű egyenlőtlenségek vektorelméletéhez ... ..	1—3
— Grundlegung zu einer Vektorentheorie der einfachen Ungleichungen ... ..	4
FEHÉR DÁNIEL és BOKOR REZSŐ: Vizsgálatok a Papilionaceák családjába tartozó egyes fajok gyökérsymbiosisáról. A szöveg közötti öt ábrával ... ..	573—582
— Untersuchungen über die Wurzelsymbiose einiger Leguminosenhölzer. Mit fünf Abbildungen im Texte ... ..	583—584

	<i>Lap Seite</i>
FILÁRSZKY NÁNDOR: Branchipuson élő Characiumokról.....	396—401
— Über Characien, die auf Branchipus leben.....	402—404
FEHÉR DÁNIEL és VÁGI ISTVÁN: Vizsgálatok az erdőtalaj életét befolyásoló élettani tényezők biokémiai, biofizikai és bakterio- logiai kölcsönhatásáról .....	539—551
— Biochemische und physikalische Untersuchungen über die Einwirkung einiger wichtigen biologischen Faktoren des Wal- des auf Leben und Wachstum der Waldbäume .....	552—560
GREGUSS PÁL: A kenderterméskék nagysága és a nemi jelleg.....	415—420
— Die Grösse der Hanfsamen und ihr Geschlechtscharakter .....	421—423
GYÖRFFY ISTVÁN: Fás növények megtámasztási módja sziklafala- kon. Három eredeti rajzzal .....	182—185
— Wie die Bäume auf glatten Felsen fussen? Mit drei Original- Abbildungen .....	186—187
KLUG LIPÓT: Többfélekép involúciós pontcsoportokról. A szöveg közötti három ábrával .....	126—137
— Über mehrfach involutorische Punktgruppen. Mit drei Figu- ren im Texte .....	138
MANNINGER REZSŐ: Vizsgálatok az úgynevezett spontán bakterio- phag keletkezéséről. Szöveggközötti nyolc ábrával.....	307—318
— Untersuchungen über das Entstehen der sogenannten spon- tanen Bakteriophagen. Mit acht Figuren im Texte .....	319
MAREK JÓZSEF: A Magyar Tudományos Akadémia befolyása az orvosi tudományok fejlődésére az utolsó száz év alatt .....	16—26
— Der Einfluss der Ungarischen Akademie der Wissenschaften auf die Entwicklung der medicinischen Wissenschaften in den letzten hundert Jahren in Ungarn .....	27—29
MAUTHNER NÁNDOR: Az O. Acetoveratrol egy új szintézise .....	354—356
— Über eine neue Synthese des O. Acetoveratrols .....	357
MAUTHNER NÁNDOR: Az O. Vanillin és az O. Veratrumaldehyd egy új szintézise .....	358—363
— Über eine neue Synthese des O. Vanillins und des O. Veratrum- aldehydes. ....	364—365
MAUTHNER NÁNDOR: Az Oxidivarin szintézise .....	366—370
— Die Synthese des Oxydivarins .....	371—372
MAUTHNER NÁNDOR: Az Iridinsav szintézise .....	373—379

	<i>Lap Seite</i>
MAUTHNER N.: Die Synthese der Iridinsäure .....	380—381
MÓDLINGER GUSZTÁV: Adatok a Magas-Tátra és Környéke planária- faunájához. Szövegközötti hat ábrával .....	585—595
— Beiträge zur Planarienfauna der Hohen Tátra und deren Um- gebung. Mit sechs Abbildungen im Texte .....	596
Sz. NAGY GYULA: Végesbe nem projiciálható síkgörbékről. A szö- veg közötti kilenc rajzzal.....	265—277
— Über ebene Kurven, die sich ins Endliche nicht projizieren lassen. Mit neun Zeichnungen im Texte .....	278—279
Sz. NAGY GYULA: Gömbi görbékről .....	280—288
— Über sphärische Kurven .....	289
Sz. NAGY GYULA: Maximális osztályindexű síkgörbék jellemző számairól .....	290—304
— Über die charakteristischen Zahlen einer ebenen Kurve von Maximalklassenindex .....	305—306
PÁLFY MÓRIC: A kössen-i rétegek facieskifejlődései és sztratigra- fiai helyzete a Bihar- és Béli hegységben .....	469—484
— Die Faziesentwicklung und die stratigraphische Position der Kössenerschichten des Bihar- und des Béler Gebirges .....	485—487
PATAI LÁSZLÓ: A végtelen kardinális számok sorozatáról .....	5—13
— Über die Reihe der unendlichen Kardinalzahlen .....	14
POGÁNY BÉLA: A <i>Harress-Sagnac</i> -féle kísérlet megismétléséről. A szöveg közötti kilenc ábrával .....	155—175
— Die Wiederholung des <i>Harress-Sagnac</i> '-schen Versuches. Mit neun Figuren in Texte .....	176
PREISZ HUGÓ: A pestis bacillusának két különös változata. A szö- veg közötti kilenc ábrával.....	188—202
— Zwei eigenartige Varianten des Pestbazillus. Mit neun Figuren im Texte .....	203—204
REJTŐ SÁNDOR: A fa szilárdságának változása, nedvességének függvényében. A szöveg közötti három ábrával .....	405—411
— Der Einfluss der Feuchtigkeit auf die mechanischen Eigen- schaften der Hölzer. Mit drei Figuren im Texte .....	412—414
Szász OTTÓ: Korlátos hatványsorok együtthatóiról .....	489—502
— Über die Koeffizienten beschränkter Potenzreihen .....	503
Szász OTTÓ: Korlátos hatványsorokról .....	504—519



	<i>Lap Seite</i>
SZÁSZ O.: Über beschränkte Potenzreihen	520
SCHAFFER KÁROLY: Az öröklődő idegbajok anatómiai lényegéről és az átöröklődés jelentőségéről	205—213
— Über das anatomische Wesen der hereditären Nervenkrankheiten und über die Bedeutung der Vererbung	214
SCIPIADES ELEMÉR: A kismedencebéli szervek rendes egyensúlyi helyzete, különös tekintettel a méhelőesések keletkezése módjára	81—97
— Die normale Gleichgewichtslage der Kleinbeckenorgane, mit besonderer Rücksicht auf die Entstehungsweise der Gebärmuttervorfälle	98—100
'SIGMOND ELEK: Tanulmány a talaj humusz-zeolit komplexumáról és a talajreakciókról	51—78
— Studien über den Humus-Zeolithkomplex im Boden, und über die Bodenreaktionen	79—80
SOÓ REZSŐ: A saison-polymorphismus lényege, jelentősége és kritikája	320—328
— Über Wesen, Bedeutung und Kritik des Saisonpolymorphismus	329—331
STRAUSZ LÁSZLÓ: A Mecsekhegység mediterrán rétegei	177—180
— Über die mediterranen Ablagerungen des Mecsek-Gebirges (Komitat Baranya)	181
SZÉLL KÁLMÁN: A két- és többatomú gázok rotációs entropiája	30—49
— Über die Rotationsentropie der zwei- und mehratomigen Gase	50
SZMODICS HILDEGARDUS: A teljes $n$ -oldal poláregyenesének szerkesztése	139—153
— Über die Polaren von $n-1$ Punkten in Bezug auf ein $n$ -Seit	154
TANGL KÁROLY: Vizsgálatok a gravitációról folyadékba merülő csavarási ingával. A szöveg közötti két ábrával	342—350
— Versuche über Gravitation mit einer Drehwage, deren Gehänge in Wasser taucht. Mit zwei Figuren im Texte	351—352
TOKOBY LÁSZLÓ: A magyarországi cerussitek kristálytani monografiája	382—394
— Kristallographische Monographie der Ungarischen Cerussite	395—396
VÁGI ISTVÁN és FEHÉR DÁNIEL: Vizsgálatok az erdőtalaj életét befolyásoló élettani tényezők biokémiai, biofizikai és bakteriologiai kölcsönhatásáról	539—551

	<i>Lap</i> <i>Seite</i>
VÁGT I.: Biochemische und physikalische Untersuchungen über die Einwirkung einiger wichtigen biologischen Faktoren des Wal- des auf Leben und Wachstum der Waldbäume... ..	552—560
VENDL ALADÁR: Alkálközözetek Anina és Stájerlak környékén. . .	244—253
— Alkaligesteine in der Umgebung von Anina und Stájerlak (Banat) .....	254
VENDL MÁRIA: Kristálytani vizsgálatok magyarországi kálcitokon. (Kivonat.) A szövegközötti egy ábrával .....	255—263
— Kristallographische Untersuchungen an ungarischen Kalciten. Mit einer Abbildung im Texte .....	264—265
VENDL MIKLÓS: Telérközözetek a ditrói nefelin-szienitmasszivum- ról. A szöveg közötti két ábrával.....	215—242
— Ganggesteine aus dem Nephelinsyenitstock von Ditró. Mit zwei Figuren im Texte .....	243
ZECHMEISTER LÁSZLÓ: Adatok az ajkait, egy hazai fosszilis gyanta ismeretéhez .....	332—340
— Zur Kenntnis des Ajkaits, eines fossilen Harzes aus Ungarn	341
ZEMPLÉN GÉZA: Methylezett cukrok redukáló képessége... ..	101—109
— Redukziionsvermögen der methylierten Zucker .....	110
ZEMPLÉN GÉZA: Redukáló diszaccharidok lebontása és a diszac- charidok szerkezetének közvetlen bizonyítása .....	111—124
— Abbau der reduzierenden Bosen. Direkte Konstitutionsermit- telung der Disacchariden .....	125
ZIMMERMANN ÁGOSTON: Adatok a combforgató izmok összehason- lító anatómiájához .....	457—466
— Zur vergleichenden Anatomie der Oberschenkeldreher... ..	467—468
ZIMMERMANN ÁGOSTON: A Skene-féle járatokról .....	531—536
— Über die Skene'schen Gänge .....	537—538





# ALAPVETÉS AZ EGYSZERŰ EGYENLŐTLENSÉGEK VEKTORELMELETÉHEZ.

FARKAS GYULA r. tagtól.

1. Tekintsük ezt a poláris összetételt:

$$\mathfrak{r} \equiv x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_\mu a_\mu, \quad (\mu \geq n, x_i \geq 0) \quad (1)$$

ahol  $a_i$  konstans  $n$ -komponensű poláris vektorok, amelyek  $n$ -méretű siktérben az origóból egy  $(n-1)$ -méretű siktérbe nyúlnak; az  $x_i$  nemnegatív, különben teljesen szabad skalárisok. Az  $\mathfrak{r}$  vektor eleje is az origóban gondolandó. Nem csorbul az általánosság, ha az  $a$  vektorokra azt is kirójjuk, hogy polárisan függetlenek legyenek, azaz, hogy egyiküket se lehessen a többiek nemnegatív szorzós összetételeként (nemnegatív együtthatós homogén és lineáris függvényeként) kifejezni; e mellett, mihelyt  $n > 2$ , már  $\mu$  bármekkora lehet. (Egy konvex kúp csücsából a felületére nyúló vektorok például, polárisan mind függetlenek.) Az  $a_i$  vektorok rangját  $n$ -ben jelöljük meg.

Az  $\mathfrak{r}$  vektor vége egy  $n$ -méretű végtelen konvex gúlát határoz meg, amelynek a csücsa az origóban van, élei az  $a_i$  vektorú sugarak, az alapja a végtelen távoli  $(n-1)$ -méretű síkhoz támaszkodik.

Tekintsük ugyancsak az

$$\mathfrak{v} \equiv y_1 b_1 + y_2 b_2 + \dots + y_\nu b_\nu, \quad (\nu \geq n, y_j \geq 0) \quad (2)$$

poláris összetételt is teljesen hasonló általános feltételekkel; azonban a  $b_j$  origói vektorok az  $\mathfrak{r}$  gúla  $(n-1)$ -méretű oldalainak befelé mutató poláris normálisai legyenek. Az  $\mathfrak{v}$  is végtelen gúlát szolgáltat ugyanoly értelmezésekkel, mint az  $\mathfrak{r}$ .

2. Egy  $(n-1)$ -méretű síktér két oldalú sík az  $n$ -méretű síkterben s egy pontjából valamelyik oldala felé kibocsátott vektorok, a síknak ugyanazon oldala felé irányult poláris normálisával mindannyian nemtomp szöveget képeznek. Ebből folyólag az  $\mathfrak{r}$  vektorértékek valamennyien minden egyes  $b_i$  vektorhoz nemtomp szögön hajlanak, úgy hogy a  $b_i \mathfrak{r}$  skaláris szorzatok mind nemnegatívak:

$$b_1 \mathfrak{r} \geq 0, b_2 \mathfrak{r} \geq 0, \dots, b_n \mathfrak{r} \geq 0. \quad (3)$$

De nemcsak kielégíti minden  $\mathfrak{r}$  ezeket, hanem másféle vektor nem is elégíti ki valamennyit, mert az origóból bocsátva ki egy nem (1)-be illő vektort, ez már az  $\mathfrak{r}$  gúlán kívüli térbe mutat, tehát legalább egy  $b_i$ -hez tompaszögön hajlik: az  $\mathfrak{r}$  vektor általános megoldása a (3) alatti egyenlőtlenségeknek.

3. Az (1) és (2) folyományaként

$$\begin{aligned} \mathfrak{r} \mathfrak{y} &\equiv x_1 a_1 \mathfrak{y} + x_2 a_2 \mathfrak{y} + \dots + x_\mu a_\mu \mathfrak{y} \\ &\equiv y_1 b_1 \mathfrak{r} + y_2 b_2 \mathfrak{r} + \dots + y_n b_n \mathfrak{r} \quad (x_i \geq 0, y_j \geq 0) \end{aligned}$$

Az itteni második sor a (3) szerint  $\geq 0$ , tehát a fölötte álló is  $\geq 0$ . Ha ebben egyszer  $x_1=1$  és a többi  $x_i$ -t  $=0$  írjuk, látjuk, hogy  $a_1 \mathfrak{y} \geq 0$ . Éppúgy következik akármely  $i$ -hez, hogy  $a_i \mathfrak{y} \geq 0$ , tehát

$$a_1 \mathfrak{y} \geq 0, a_2 \mathfrak{y} \geq 0, \dots, a_\mu \mathfrak{y} \geq 0 \quad (4)$$

az  $\mathfrak{y}$ -nak minden vektorértékével a (2) alól, mihez képest az  $a$  vektorok oly  $(n-1)$ -méretű síkoknak az  $\mathfrak{y}$  gúlába mutató normálisai, amelyek az  $\mathfrak{y}$  gúlát fogják körül és látják el  $(n-1)$ -méretű oldalakkal.

4. Most pedig megmutatom, hogy, ha  $a'$  olyan origói vektor, hogy az

$$a' \mathfrak{y} \geq 0 \quad (5)$$

következményese a (4)-nek, azaz (4) minden  $\mathfrak{y}$  megoldásával teljesül, akkor szükségképpen áll, hogy  $a'$  poláris összetétele az  $a_i$ -knak, vagyis léteznek oly nemnegatív  $x'_i$  skalárisok, hogy

$$a' \equiv x'_1 a_1 + x'_2 a_2 + \dots + x'_\mu a_\mu, \quad (x'_i \geq 0). \quad (5')$$

Beírva ugyanis (5)-be  $\eta$ -nak (2) alatti kifejezését:

$$y_1 b_1 a' + y_2 b_2 a' + \dots + y_r b_r a' \geq 0, \quad (y_j \geq 0)$$

amiből (egy előbbi kis okfejtés módjára)

$$b_1 a' \geq 0, \quad b_2 a' \geq 0, \dots, \quad b_r a' \geq 0.$$

Ámde a (3)-ról megállapítottak szerint az  $\mathfrak{r}$  a (3) általános megoldása, következésképp  $a'$ -nak az  $\mathfrak{r}$  vektorértékei közt kell foglaltatnia, tehát valóban érvényes az (5').

5. Analóg eljárással deríthető ki (3)-ról (4) révén, hogy, ha  $b'$  olyan vektor, hogy

$$b' \mathfrak{r} \geq 0 \quad (6)$$

minden (1) alatti vektorértékével az  $\mathfrak{r}$ -nek, akkor vannak oly nemnegatív  $y'_j$  skalárisok, hogy

$$b' \equiv y'_1 b_1 + y'_2 b_2 + \dots + y'_r b_r \quad (y'_j \geq 0).$$

6. A (4) és (5) artikulusz tartalmazza, az egyik (4)-ré, a másik (3)-ra vonatkozóan, az egyszerű egyenlőtlenségek alaptételét, míg (2), illetőleg (1) ez egyenlőtlenségek paraméteres megoldása. Tudnivaló, hogy az  $a_i$  és a  $b_j$  vektorrendszer egyikét szabadon választhatjuk mint polárisan egymástól független vektorok rendszerét.

A reciprok determinánsok, illetőleg minorjaik tulajdonságaival függ össze az a szembeszökő kölcsönösség, amely az (1), (3), (5), (5') és a (2), (4), (6), (6') csoportot viszonyítja egymáshoz.



# GRUNDLEGUNG ZU EINER VEKTORENTHEORIE DER EINFACHEN UNGLEICHUNGEN.

Von JULIUS FARKAS ord. Mitglied der Akademie.

## *Erklärungen.*

Es seien:

$$\begin{aligned} \mathfrak{r} &\equiv x_1 a_1 + x_2 a_2 + \cdots + x_\mu a_\mu \\ \mathfrak{y} &\equiv y_1 b_1 + y_2 b_2 + \cdots + y_\nu b_\nu \end{aligned} \quad (\mu, \nu \geq n)$$

$a$ ,  $b$  konstante  $n$ -komponentige Vektoren in einem  $n$ -dimensionalen ebenen Raume, die sich aus dem Anfangspunkte der Koordinaten nach einem  $n-1$  dimensional ebenen Raume erstrecken; die Anfangspunkte von  $\mathfrak{r}$  und  $\mathfrak{y}$  sollen sich ebenfalls im Anfangspunkte der Koordinaten befinden;  $x$  und  $y$  bedeuten nichtnegative, sonst ganz freie skalare Variablen; Rang der Vektoren  $a$  und der Vektoren  $b$  gleich  $n$ .

*Hilfsatz:* Die Endpunkte von  $\mathfrak{r}$  und  $\mathfrak{y}$  geben die Punkte zweier unendlichen,  $n$ -dimensionalen, konvexen Pyramiden an, deren Spitzen sich im Koordinaten-Anfangspunkte befinden.

*Postulat:* Die Vektoren  $b$  sollen zugleich die nach Innen gerichteten Normalen der  $n-1$  dimensional Seitenflächen der Pyramide  $\mathfrak{y}$  darstellen.

*Folgerungen:* I. Die  $\mathfrak{r}$  und  $\mathfrak{y}$  sind allgemeine Lösungen der Ungleichungen:

$$b_1 x \geq 0, b_2 x \geq 0, \dots, b_\nu x \geq 0;$$

bezüglicherweise:

$$a_1 y \geq 0, a_2 y \geq 0, \dots, a_\mu y \geq 0.$$

II. Sind  $a'x \geq 0$ ,  $b'y \geq 0$ , so gibt es nichtnegative Skalare  $x'$ ,  $y'$ , so dass

$$\begin{aligned} a' &= x'_1 a_1 + x'_2 a_2 + \cdots + x'_\mu a_\mu \\ b' &= y'_1 b_1 + y'_2 b_2 + \cdots + y'_\nu b_\nu. \end{aligned}$$

---

(Aus der Sitzung vom 26. Oktober 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften).

## A VÉGTELEN KARDINÁLIS SZÁMOK SOROZATÁRÓL.<sup>1</sup>

PATAI LÁSZLÓ-tól.

KÖNIG GYULA egy tétele szerint<sup>2</sup> minden  $\omega$ -val konfinál indexü alefre nézve érvényes a következő egyenlőtlenség:

$$\aleph_{\mu}^{\aleph_0} > \aleph_{\mu}. \quad (1)$$

Önként adódik az a kérdés, hogy vajjon ez az egyenlőtlenség minden oly alefre érvényes-e, melynek indexe limesz-szám. E kérdés eldöntésére vonatkozó ismételt kísérleteim meddők maradtak, míg végre a jól rendezhetőség tétele (Wohlordnungsatz) alapján sikerült oly limeszindex létezését kimutatni, melyre az (1) egyenlőtlenség nem érvényes. Ez az eredmény, egybevetve KÖNIG Gy. fenti tételével, az első pillanatra meglepő, ha azonban mélyebben utánagondolunk, akkor e tény alapján az alefek sorozatának oly tulajdonságai kerülnek napvilágra, melyek CANTOR sejtését és annak megfelelő általánosítását nagyon valószínűvé teszik.

Vizsgálataimban fontos szerepe van egy lemmának, melyet egy BERNSTEIN-féle módszer módosításával az 1. §-ban bizonyítottam be. Megemlítem még, a nélkül, hogy erre kitérnék, hogy e

---

<sup>1</sup> Jelen dolgozat 1925 dec. 14.-én jelentetett be a M. T. Akadémia III. osztályának. Több mint négy héttel később vettem kézhez A. TARSKI: «Quelques théorèmes sur les alephs» c. új dolgozatát, mint különlenyomatot a «Fundamenta Mathematicæ» VII. kötetéből, (mely dolgozaton semmi féle dátum nem található). Ily módon TARSKI úr dolgozatáról, melynek több eredménye az enyémmel megegyezik, csupán jelen dolgozatom teljes befejezése után szereztem tudomást.

<sup>2</sup> KÖNIG GYULA: Zum Continuumproblem. Math. Ann. 60. k. 177. l.

módszer alkalmazásával többek között az  $\aleph_x^2 = \aleph_x$  tétel egyszerű bizonyítását is nyerjük.

Köszönetemet fejezem ki KÖNIG DÉNES úrnak, aki munkámban számos értékes tanáccsal támogatott és akinek többek között a (2) lemma bizonyításának egyszerűsítését és lényeges helyesbítését is köszönöm.

1. §. Az említett lemma a következő:

$\mathcal{Q}_1$ -gyel jelölve a szokásos módon a harmadik számosztály kezdőszámát

$$\aleph_{\mathcal{Q}_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \mathcal{Q}_1} \aleph_x^{\aleph_0}. \quad (2)$$

Tekintsük ugyanis az  $\omega$ -típusú

$$\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_k, \dots)$$

sorozatok halmazát,  $M$ -et, ahol minden  $\mu_k$  tetszőszerinti  $\mathcal{Q}_{\mathcal{Q}_1}$ -nél kisebb rendszámot jelent (azaz  $\bar{\mu}_k < \aleph_{\mathcal{Q}_1}$ ). Ez  $M$  halmaz számszága, mint közvetlenül látható,  $\aleph_{\mathcal{Q}_1}^{\aleph_0}$ .

Az  $M$  minden eleméhez tartozik egy  $\beta_\mu$  szám, mint a legkisebb oly szám, mely  $\mu$  minden eleménél nagyobb. Világos, hogy  $\beta_\mu < \mathcal{Q}_{\mathcal{Q}_1}$ , mert különben  $\mathcal{Q}_{\mathcal{Q}_1}$  konfinál volna  $\omega$ -val, továbbá, hogy  $\beta_\mu$  vagy nem-limesz ( $\beta_\mu = \xi + 1$ ), vagy  $\omega$ -limesz. Mindkét esetre kimutatjuk a következő tételt:

*Ha a  $\beta_\mu$  rendszám számszága  $\beta_\mu = \aleph_x$  (hol  $x < \mathcal{Q}_1$ ), akkor a hozzátartozó  $M$ -elemek egy  $\aleph_x^{\aleph_0}$  számszágu  $M_{\beta_\mu}$  halmazt képeznek.*

*Első eset:  $\beta_\mu = \xi + 1$ . Ekkor  $M_{\beta_\mu}$ -t azok a*

$$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k, \dots)$$

sorozatok képezik, ahol  $\mu_k \leq \xi$  és létezik legalább egy oly  $\mu_k$ , amely  $= \xi$ .

Világos, hogy  $M_{\beta_\mu}$  része mindazon

$$u = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k, \dots)$$

elemek halmazának, ahol  $\mu_k \leq \xi$ , vagyis  $M_{\beta_\mu}$  számszága

$$m_{\beta_\mu} \leq \xi^{\aleph_0} = \aleph_x^{\aleph_0}.$$



Másfelől a

$$\mu = (\xi, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k, \dots) \quad (\mu_k \leq \xi)$$

elemek az  $M_{\beta_\mu}$  egy részhalmazát képezik, tehát

$$m_{\beta_\mu} \geq \aleph_x^{\aleph_0}$$

és így az æquivalencia tételénél fogva

$$m_{\beta_\mu} = \aleph_x^{\aleph_0}.$$

Második eset:  $\beta_\mu (= \lim \mu'_k)$  egy  $\omega$ -limeszt jelent.

Ekkor  $M_{\beta_\mu}$  része mindazon

$$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k, \dots)$$

elemek halmazának, ahol  $\mu_k \leq \beta_\mu$ , tehát

$$m_{\beta_\mu} \leq \bar{\beta}_\mu^{\aleph_0} \leq \aleph_x^{\aleph_0}.$$

Másfelől a

$$\mu = (\mu_1, \mu'_1, \mu_2, \mu'_2, \dots, \mu_k, \mu'_k, \dots)$$

elemek halmaza, ahol  $\mu_k < \beta_\mu$  és  $\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_k, \dots$  a fenti állandók, az  $M_{\beta_\mu}$  halmaz része, tehát

$$m_{\beta_\mu} \leq \aleph_x^{\aleph_0}$$

és így ebben az esetben is

$$m_{\beta_\mu} = \aleph_x^{\aleph_0}.$$

Ezzel tehát bebizonyítottuk, hogy valamely  $\aleph_x$  számosságú  $\beta_\mu$ -hez tartozó  $\mu$  elemek  $M_{\beta_\mu}$  halmazának számossága  $\bar{\beta}_\mu^{\aleph_0} = \aleph_x^{\aleph_0}$ , hacsak van ily  $\mu$  elem, azaz, ha  $\beta_\mu$  vagy nem limesz, vagy  $\omega$ -limesz.

Az összes  $\aleph_x$  számosságú rendszámokhoz tartozó  $\mu$  elemek tehát egy  $\Sigma \bar{\beta}_\mu^{\aleph_0}$  számosságú halmazt képeznek, hol az összegezés mindazokra a  $\beta_\mu$ -kre kiterjesztendő, melyekre  $\beta_\mu = \aleph_x$  s amelyek vagy nem-limeszek, vagy  $\omega$ -limeszek. Az utóbbi megszorítás az  $\aleph_x \leq \beta_\mu < \aleph_{x+1}$  (azaz  $\beta_\mu = \aleph_x$ ) feltételnek megfelelő  $\beta_\mu$ -k halmazának számosságán nem változtat<sup>1</sup> s így az utóbbi számosság  $\Sigma \bar{\beta}_\mu^{\aleph_0} = \aleph_{x+1} \cdot \aleph_x^{\aleph_0}$ . Tehát az  $M$  halmaz számossága

$$\aleph_{\aleph_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \aleph_1} \aleph_x^{\aleph_0} \cdot \aleph_{x+1}.$$

<sup>1</sup> Ha t. i. az  $\aleph_x$ -számosságú  $\beta$  rendszámok halmazából elhagyjuk azokat a limesz-számokat, melyek nem  $\omega$ -limeszek (sőt akár az összes limesz-számokat), a halmaz számossága megmarad  $\aleph_{x-1}$ .

Itt az összegezés valóban minden  $\Omega_1$ -nél kisebb  $x$ -re kiterjesztendő, mert minden  $x$ -re van  $\aleph_x$ -számosságú nem-limesz-szám. Innen továbbá

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0} \cdot \aleph_{x+1} \leq \sum_{x+1 < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0} \leq \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0}.$$

Másfelől

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0} \cdot \aleph_{x+1} \geq \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0},$$

tehát az æquivalencia tétele szerint csakugyan

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0}.$$

2. §. Az előző §-ban alkalmazott módszer segítségével könnyen bebizonyítható F. BERNSTEIN következő tétele: <sup>1</sup> *Ha  $\mu$  és  $\nu$  véges indexek, akkor*

$$\aleph_{\mu}^{\aleph_{\nu}} = \aleph_0^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{\mu}. \quad (3)$$

Ez a tétel triviális, ha  $\mu \leq \nu$  és ebben az esetben általános (nemcsak véges indexekre) érvényes. Ha pedig  $\mu > \nu$ , akkor a fenti megfontolások szerint (majd az összeget legnagyobb tagjával pótolva)

$$\aleph_{\mu}^{\aleph_{\nu}} = \sum_{x=0}^{\mu-1} \aleph_x^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{x+1} = \aleph_{\mu-1}^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{\mu},$$

s ha ezt a képletet rendre alkalmazzuk,  $\mu$  helyébe  $\mu - 1$ ,  $\mu - 2$ -t stb. téve, akkor folytatólag

$$\begin{aligned} \aleph_{\mu}^{\aleph_{\nu}} &= \aleph_{\mu-1}^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{\mu} = \aleph_{\mu-2}^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{\mu-1} \cdot \aleph_{\mu} = \dots = \\ &= \aleph_0^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_1 \cdot \aleph_2 \cdot \dots \cdot \aleph_{\mu} = \aleph_0^{\aleph_{\nu}} \cdot \aleph_{\mu}^1. \end{aligned}$$

Hasonló megfontolás vezet a BERNSTEIN-tétel következő F. HAUSDORFF-tól <sup>3</sup> származó általánosításához:

<sup>1</sup> F. BERNSTEIN: Untersuchungen aus der Mengenlehre. Math. Ann., 61. k., 150. l.

<sup>2</sup> Világosan látni, hogy miért nem lehet a BERNSTEIN-féle tételt egész általánosságban kimondani. Pl. nem állíthatjuk, hogy  $\aleph_{\omega}^{\aleph_0} = \sum_{x < \omega} \aleph_x^{\aleph_0}$ , mert az  $\Omega_{\omega}$  rendszámhoz, mint  $\beta_{\mu}$ -höz is tartoznak elemek, sőt ezek az elemek egy  $\aleph_{\omega}^{\aleph_0}$  számosságú halmazt képeznek és így a módszer alkalmazása ahhoz a semmitmondó eredményhez vezet, hogy  $\aleph_{\omega}^{\aleph_0} = \aleph_{\omega}^{\aleph_0} + \sum_{x < \omega} \aleph_x^{\aleph_0}$ .

<sup>3</sup> F. HAUSDORFF: Jahreshb. der deutschen Math.-Ver., 13. k., 570. lap

Ha  $\mu$  és  $\nu$  tetszésszerű véges vagy transzfinit rendszámok, akkor

$$\aleph_{\mu+1}^{\aleph_\nu} = \aleph_\mu^{\aleph_\nu} \cdot \aleph_{\mu+1}. \quad (4)$$

3. §. A jólrendezhetőség tételét feltételezve a (2) lemmából érdekes következtetéseket vonhatunk.

Kimutatjuk, hogy ha az

$$\aleph_0^{\aleph_0}, \aleph_1^{\aleph_0}, \aleph_2^{\aleph_0}, \dots, \aleph_\omega^{\aleph_0}, \aleph_{\omega+1}^{\aleph_0}, \dots, \aleph_\xi^{\aleph_0}, \dots \quad (\xi < \Omega_1)$$

sorozatnak nincs legnagyobb eleme, vagyis ha bármely  $\aleph_\xi^{\aleph_0}$  számossághoz lehet találni e sorozatban egy nagyobbát,<sup>1</sup> akkor

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \aleph_{\Omega_1}. \quad (5)$$

A feltétel szerint ugyanis ekkor bármely  $\xi < \Omega_1$ -nél

$$\aleph_\xi^{\aleph_0} < \aleph_{\Omega_1}, \quad (6)$$

mert az ellenkező esetben léteznék oly  $\xi$ , melyre nézve

$$\aleph_\xi^{\aleph_0} \geq \aleph_{\Omega_1}$$

és innen

$$\aleph_\xi^{\aleph_0} \geq \aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0},$$

vagyis

$$\aleph_\xi^{\aleph_0} = \aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0}$$

és újból alkalmazva az æquivalencia-tételt,

$$\aleph_\xi^{\aleph_0} = \aleph_{\xi+1}^{\aleph_0} = \dots = \aleph_\mu^{\aleph_0} = \dots \quad (\xi \leq \mu \leq \Omega_1)$$

következnék, ellentétben azzal a feltevessel, hogy sorozatunk növekvő.

Ha az

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{\xi < \Omega_1} \aleph_\xi^{\aleph_0}$$

egyenlőségben minden  $\aleph_\xi^{\aleph_0}$  helyébe a nála nagyobbak bizonyult  $\aleph_{\Omega_1}$ -t tesszük, akkor ez adódik:

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{\xi < \Omega_1} \aleph_\xi^{\aleph_0} \leq \sum_{\xi < \Omega_1} \aleph_{\Omega_1} = \aleph_1 \cdot \aleph_{\Omega_1} = \aleph_{\Omega_1}.$$

<sup>1</sup> Ez a feltevés kevesebbet követel, mint az  $\aleph_x^{\aleph_x} = \aleph_{x+1}$  feltétel, amely az  $\aleph_0^{\aleph_0} = \aleph_1$  CANTOR-féle sejtésnek általánosítása.

Másfelől

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} \geq \mathfrak{N}_{\Omega_1},$$

tehát az æquivalencia tételénél fogva

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\Omega_1}.$$

Az eredményt még úgy is kifejezhetjük, hogy létezik oly  $\xi < \Omega_1$  rendszám, melyre nézve

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1}.$$

Valóban, ha sorozatunk növekvő, akkor bármely  $\xi < \Omega_1$ -nél, mivel (6) szerint  $\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} < \mathfrak{N}_{\Omega_1}$

$$\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1} = \mathfrak{N}_{\Omega_1} = \mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0};$$

ha pedig a sorozat tagjai egy bizonyos  $\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0}$ -tól kezdve állandók, azaz ha

$$\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\xi+1}^{\mathfrak{N}_0} = \dots = \mathfrak{N}_{\mu}^{\mathfrak{N}_0} = \dots, \quad (\xi \leq \mu < \Omega_1)$$

akkor,  $\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0}$ -t  $\mathfrak{N}_x$ -szel jelölve ( $x \geq \xi$ ),  $\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} < \mathfrak{N}_{x+1} \leq \mathfrak{N}_{x+1}^{\mathfrak{N}_0}$  s így  $x$  nem lehet  $\Omega_1$ -nél kisebb, azaz

$$\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} \geq \mathfrak{N}_{\Omega_1},$$

ahonnan

$$\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0}$$

és végül

$$\mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1} = \mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0}.$$

Állításunk ezzel be van bizonyítva.

Az a legkisebb  $\xi$  rendszám, mely az

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\xi}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1}$$

egyenletet kielégíti, vagy 0, vagy limesz-szám.

Az ellenkező esetben ugyanis  $\xi$  helyett  $\mu+1$ -et írva

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} = \mathfrak{N}_{\mu+1}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1}$$

volna és,  $\mu+1$  a legkisebb ily rendszám lévén,

$$\mathfrak{N}_{\Omega_1}^{\mathfrak{N}_0} > \mathfrak{N}_{\mu}^{\mathfrak{N}_0} \cdot \mathfrak{N}_{\Omega_1}.$$

Ebből következik, hogy

$$\aleph_{\mu}^{\aleph_0} < \aleph_{\mu+1}^{\aleph_0},$$

tehát, mivel  $\aleph_{\mu}^{\aleph_0} > \aleph_{\mu}$ -ből  $\aleph_{\mu}^{\aleph_0} \geq \aleph_{\mu+1}$  és ( $\aleph_0$ -val való hatványozással)  $\aleph_{\mu}^{\aleph_0} \geq \aleph_{\mu+1}^{\aleph_0}$  következnek,

$$\aleph_{\mu}^{\aleph_0} = \aleph_{\mu}$$

és így a BERNSTEIN-HAUSDORFF-tételnél fogva

$$\aleph_{\mu+1}^{\aleph_0} = \aleph_{\mu}^{\aleph_0} \cdot \aleph_{\mu+1} = \aleph_{\mu} \cdot \aleph_{\mu+1} = \aleph_{\mu+1},$$

vagyis

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \aleph_{\mu+1}^{\aleph_0} \cdot \aleph_{\Omega_1} = \aleph_{\mu+1} \cdot \aleph_{\Omega_1} = \aleph_{\Omega_1},$$

úgy hogy, miután  $\aleph_0^{\aleph_0} \cdot \aleph_{\Omega_1} \leq \aleph_{\mu+1}^{\aleph_0} \cdot \aleph_{\Omega_1} = \aleph_{\mu+1} \cdot \aleph_{\Omega_1} = \aleph_{\Omega_1}$ , az æquivalencia-tétel szerint és a feltevéssel ellentétben az egyenletet már  $\xi = 0$  is kielégíti.

4. §. A (2) lemma fentebb adott bizonyításának analógiájára könnyen bizonyítható a következő tétel:

*Ha  $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_w < \dots < x_{\mu} < \dots$  növekvő rendszámok  $\Omega_1$ -típusú sorozata, melynek limesze  $\lim x_{\mu} = \beta$ , akkor*

$$\aleph_{\beta}^{\aleph_0} = \bigvee_{\mu < \Omega_1} \aleph_{x_{\mu}}^{\aleph_0}. \quad (8)$$

Ez a tétel könnyen kiterjeszthető  $\aleph_0$ -ról a magasabb alefekre is, úgy hogy kimondhatjuk a következő általános tételt:

*Ha  $x_1 < x_2 < \dots < x_w < \dots < x_{\mu} < \dots$  növekvő rendszámok  $\Omega_{\gamma}$ -típusú sorozata, melynek limesze  $\lim x_{\mu} = \beta$ , továbbá  $\Omega_{\xi}$  az a legkisebb kezdőszám, mely  $\Omega_{\gamma}$ -val konfinal, akkor minden  $\alpha < \xi$ -re nézve*

$$\aleph_{\beta}^{\aleph_{\alpha}} = \bigvee_{\mu < \Omega_{\gamma}} \aleph_{x_{\mu}}^{\aleph_{\alpha}}. \quad (9)$$

A (8) formula alapján most már tudunk oly limesindexű  $\aleph_{\beta}$  alefet szerkeszteni, melyre az (1) egyenlőség nem érvényes.

Definiáljuk ugyanis az  $x_1, x_2, \dots, x_{\mu}, \dots$  ( $\mu < \Omega_1$ ) rendszám-sorozatot, illetve az  $\aleph_{x_1}, \aleph_{x_2}, \dots, \aleph_{x_w}, \dots, \aleph_{x_{\mu}}, \dots, \aleph_{x_{\Omega_1}}$  típusú alef-sorozatot a következőképen<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Eredetileg  $\aleph_{\beta}$ -t az  $\aleph_{x_1} = \aleph_w^{\aleph_0}$ ;  $\aleph_{x_2} = \aleph_{x_1+w}^{\aleph_0}$ ;  $\aleph_{x_3} = \aleph_{x_2+w}^{\aleph_0}$ ;  $\dots$   $\aleph_{x_w} = (\sum_{\mu < w} \aleph_{x_{\mu}})^{\aleph_0}$ ;  $\aleph_{x_{w+1}} = \aleph_{x_w+w}^{\aleph_0}$   $\dots$  sorozattal definiáltam. Fenti egyszerűsítést KÖNIG DÉNES úrnak köszönöm. Megjegyzendő, hogy mindkét eljárás ugyanazt az  $\aleph_{\beta}$ -t eredményezi.

$$\aleph_{x_1} = \aleph_0^{\aleph_0}; \aleph_{x_2} = \aleph_{x_1+1}^{\aleph_0}; \aleph_{x_3} = \aleph_{x_2+1}^{\aleph_0}; \dots$$

$$\aleph_{x_\omega} = \left( \sum_{\mu < \omega} \aleph_{x_\mu} \right)^{\aleph_0}; \aleph_{x_{\omega+1}} = \aleph_{x_\omega+1}^{\aleph_0}; \aleph_{x_{\omega+2}} = \aleph_{x_{\omega+1}+1}^{\aleph_0}; \dots$$

$$\aleph_{x_{2\omega}} = \left( \sum_{\mu < 2\omega} \aleph_{x_\mu} \right)^{\aleph_0}; \dots$$

Általában a transzfinit indukcióval e sorozatot így definiáljuk:

$$\aleph_{x_\mu} = \aleph_{x_{\mu-1}+1}^{\aleph_0}, \text{ ha } \mu \text{ nem limesz-szám}$$

és

$$\aleph_{x_\mu} = \left( \sum_{\nu < \mu} \aleph_{x_\nu} \right)^{\aleph_0}, \text{ ha } \mu \text{ limesz-szám.}$$

Jelöljük az így definiált  $\{x_\mu\}$  sorozat limeszét  $\beta$ -val. E sorozat minden  $\aleph_\mu$  tagjára  $\aleph_\mu^{\aleph_0} = \aleph_\mu$ , tehát a fentiek alapján

$$\aleph_\beta^{\aleph_0} = \sum_{\mu < \Omega_1} \aleph_\mu^{\aleph_0} = \sum_{\mu < \Omega_1} \aleph_\mu = \aleph_\beta, \text{ q. e. d.}$$

5. §. Tekintsük az összes alefek  $\aleph_0$ -adik hatványainak sorozatát:

$$\aleph_0^{\aleph_0}, \aleph_1^{\aleph_0}, \aleph_2^{\aleph_0}, \dots, \aleph_\omega^{\aleph_0}, \dots, \aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0}, \dots, \aleph_{\Omega_\mu}^{\aleph_0}, \dots \quad (\text{I})$$

Ez a sorozat tartalmazza az összes alefekeket, melyekre nézve

$$\aleph_x^{\aleph_0} = \aleph_x.$$

$\aleph_0^{\aleph_0}$  tehát az a legkisebb alef, melyre ez az egyenlőség érvényes.<sup>1</sup>

Az (I) minden elemét *egyszer* írva fel, a keletkező sorozat legyen

$$\aleph_{a_1}, \aleph_{a_2}, \aleph_{a_3}, \dots, \aleph_{a_\mu}, \dots, \quad (\text{II})$$

ahol  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_\mu < \dots$

A (II) sorozat tagjai «majdnem» hézag nélkül következnek egymásután. Ez úgy értendő, hogy a (II) sorozat valamely tetszőszerinti  $\aleph_{\xi}$  tagja után  $\aleph_{\xi+1}$  következik, mert ha  $\aleph_\xi^{\aleph_0} = \aleph_\xi$ , akkor a BERNSTEIN-HAUSDORFF-tétel szerint  $\aleph_{\xi+1}^{\aleph_0} = \aleph_{\xi+1}$ . Ugrás tehát csak oly tag előtt lehetséges, melynek nincs megelőzője. Ilyen ugrások okvetlenül vannak, mert hiszen KÖNIG GYULA tétele éppen

<sup>1</sup> Ez a megjegyzés megegyezik W. SIERPIŃSKI észrevételével, mely szerint, hogy  $\aleph_\alpha = 2^{\aleph_\alpha}$  legyen, szükséges és elegendő, hogy  $\alpha$  legyen az a legkisebb rendszám, mely eleget tesz az  $\aleph_\alpha^{\aleph_0} = \aleph_\alpha$  egyenlőségnek. W. SIERPIŃSKI: «Sur l'hypothèse du continu». Fund. Math. 5. k. 182. l.

azt mondja, hogy az  $\omega$ -val konfinál indexű alefek a (II) sorozatnak nem tagjai.<sup>1</sup> A 4. § alapján ellenben igenis kimondhatjuk, hogy az  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_\mu, \dots$  sorozatnak megvan az a tulajdonsága, hogy, ha  $\xi$  limesze e sorozat egy nem  $\omega$  típusú részének, akkor  $\xi$  e sorozatban előfordul.

Például vegyük az  $\alpha_\mu$ -ket, ahol  $\mu < \Omega_1$ . Legyen ezek limese  $\xi$ . Akkor  $\aleph_\xi = \sum_{\mu < \Omega_1} \aleph_{\alpha_\mu} = \sum_{\mu < \Omega_1} \aleph_{\alpha_\mu}^{\aleph_0}$  és továbbá (8) szerint  $= \aleph_\xi^{\aleph_0}$  s így valóban  $\aleph_\xi$  benne van a (II) sorozatban.<sup>2</sup> (8) helyett (9)-et használva fel, hasonlóan bizonyítható be az általános tétel.

Az alefek sorozatában tehát, akármilyen messzire is megyünk, mindig találunk oly  $\Omega_1$ -gyel (sőt akár  $\Omega_\gamma$ -val) konfinál  $\mu$  indexet, melynél

$$\aleph_\mu^{\aleph_0} = \aleph_\mu.$$

Ezt még úgy is kifejezhetjük, hogy a transzfinit rendszámok sorozatában bármely tetszőszerinti  $\xi$ -hez lehet találni oly  $\mu (> \xi)$   $\Omega_1$ -gyel konfinál kezdőszámot, melyre nézve

$$\mu^{\aleph_0} = \mu. \quad (10)$$

Másrészről KÖNIG GYULA tétele szerint valamennyi  $\omega$ -val konfinál  $\mu$  kezdőszámra nézve

$$\mu^{\aleph_0} > \bar{\mu}. \quad (11)$$

Ha valamely  $\mu$  kezdőszám számossága  $\bar{\mu}$ , akkor az, hogy vajjon  $\mu^{\aleph_0}$  nagyobb vagy egyenlő  $\bar{\mu}$ -vel, úgy látszik, nem függ a  $\mu$  nagyságától, hanem csupán attól, hogy  $\mu$  milyen kezdőszámmal konfinál. A (10) egyenlőség, valamint a (11) egyenlőtlenség legalább erre enged következtetni. A legnagyobb valószínűség szerint tehát a (10) egyenlőség valamennyi  $\Omega_1$ -gyel konfinál  $\mu$  kezdőszámra, tehát magára  $\Omega_1$ -re is érvényes és ez esetben

$$\bar{\Omega}_1^{\aleph_0} = \aleph_1^{\aleph_0} = \bar{\Omega}_1 = \aleph_1.$$

Ez a CANTOR-féle sejtés, minthogy  $\aleph_1^{\aleph_0} = \aleph_0^{\aleph_0}$ .

A 4. § általános tétele alapján hasonlóképpen következtethetünk az  $\aleph_x^{\aleph_x} = \aleph_{x+1}$  sejtés valószínűségére.

<sup>1</sup>  $\sum_{\mu < \omega} \aleph_{\alpha_\mu} = \aleph_{\alpha_1 + \omega} \neq \aleph_{\alpha_\omega}$  pl. nem tagja a sorozatnak.

<sup>2</sup> Könnyen belátható, hogy  $\xi = \alpha_{\Omega_1}$ .

# ÜBER DIE REIHE DER UNENDLICHEN KARDINALZAHLEN.

Von LADISLAUS PATAI.

Durch Modificierung einer BERNSTEINSCHEN Methode lässt sich das folgende Lemma beweisen:

$$\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \sum_{x < \Omega_1} \aleph_x^{\aleph_0}. \quad (1)$$

Unter der Voraussetzung des Wohlordnungssatzes können wir aus diesem Lemma die Folgerung ziehen, dass, wenn in der Reihe

$$\aleph_0^{\aleph_0}, \aleph_1^{\aleph_0}, \aleph_2^{\aleph_0}, \dots, \aleph_{\omega}^{\aleph_0}, \dots, \aleph_{\xi}^{\aleph_0}, \dots \quad (\xi < \Omega_1)$$

zu jeder Mächtigkeit eine grössere gibt, so ist  $\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \aleph_{\Omega_1}$ . Dieses Ergebnis können wir auch so ausdrücken, dass eine Ordnungszahl  $\xi < \Omega_1$  existiert, für welche  $\aleph_{\Omega_1}^{\aleph_0} = \aleph_{\xi}^{\aleph_0} \cdot \aleph_{\Omega_1}$  ist.

Das Lemma (1) lässt sich leicht folgendermaassen verallgemeinern: Sei  $x_1 < x_2 < \dots < x_{\mu} < \dots$  eine Reihe wachsender Ordnungszahlen vom Typus  $\Omega_{\gamma}$ , die die Zahl  $\beta$  als Limes besitzen und es sei  $\Omega_{\xi}$  die kleinste Anfangszahl, die mit  $\Omega_{\gamma}$  konfinal ist; dann ist für jedes  $\alpha < \xi$ :

$$\aleph_{\beta}^{\aleph_{\alpha}} = \sum_{\mu < \Omega_{\gamma}} \aleph_{x_{\mu}}^{\aleph_{\alpha}}. \quad (2)$$

Auf Grund dieser Formel können wir ein Alef mit Limesindex  $\beta$  konstruieren, für welches  $\aleph_{\beta}^{\aleph_0} = \aleph_{\beta}$  ist.

Durch Betrachtung der Reihe der  $\aleph_x$ -ten Potenzen sämtlicher Alefs lässt sich auf Grund der Satzes (2) auf die Wahrscheinlichkeit der Vermutung  $\aleph_x^{\aleph_x} = \aleph_{x+1}$  schliessen.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Januar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)



## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA BEFOLYÁSA AZ ORVOSI TUDOMÁNYOK FEJLŐDÉSÉRE AZ UTOLSÓ SZÁZ ÉV ALATT.

MAREK JÓZSEF I. t. centenáris előadása.

Tekintetes Akadémia! A harmadik osztály megbízásából nekem jutott az a megtisztelő feladat, hogy az Akadémia centenáris jubileuma alkalmából megismertessem a magyar tudósok közreműködését és érdemeit az orvosi kutatás terén és különösen azt világítsam meg, hogy a tudományos kutatást mennyiben mozdította elő az Akadémia. A megbízásnak akképpen véltém a legjobban megfelelni, hogy az orvostan fejlődését az egyes orvosi szakmák szerint ismertetem, a mellett pedig az akadémiai tagoknak nemcsak azt a tudományos munkálkodását veszem figyelembe, melynek eredményeiről az Akadémiának valamely alakban beszámoltak, illetőleg amelyeket az Akadémia anyagi segítségével vagy jutalmazással támogatott, hanem tekintettel vagyok azokra a bűvárlati eredményekre is, melyeket a tagok bel- és külföldi szaklapokban, monographiákban, önálló nagyobb munkákban stb. közzétettek. Az orvosi kutatás természetében rejlik ugyanis, hogy a bűvárok kutatási eredményeiket többnyire a szaklapok útján hozzák a nyilvánosság elé, ha tehát csupán az Akadémiának bemutatott, aránylag csekély számú dolgozatra támaszkodnám, a szakirodalomban kiválónak elismert magyar orvosi bűvárok csak nagyon hiányos képét adhatnám.

Az elmondott irányelvek szerint összeállított terjedelmes dolgozatom összes részleteinek előadásával nem óhajtom próbára tenni a tekintetes Akadémia türelmét. A helyett csupán a különösen fontos, alapvető vagy a tudományos fölfogásokat módosító mozzanatokat emelem ki.

Az orvostan fejlődésének föllendülése hazánkban úgyszólván a M. T. Akadémia alapításának idejével esik egybe, mikor 1831-ben BUGÁT PÁL TOLDY FERENC-cel megalapította az első magyar orvosi folyóiratot, az «Orvosi Tár»-t, majd szintén BUGÁT kezdeményezésére BENE FERENC 1841-ben életre hívta a Magyar Orvosok és Természetvizsgálók Vándorgyűléseit; megalakult továbbá 1841-ben a Királyi Magyar Természettudományi Társulat és már korábban (1837-ben) a Budapesti Kir. Orvosegyesület, majd MARKUSOVSKY LAJOS 1857-ben megindította az Orvosi Hetilapot. Egészen modern irányú orvosi búvárkodás mindazonáltal csak az elmúlt század 50-es éveiben kezdődött hazánkban és emelkedett azután rohamosan magas fokra az általános nemzeti föllendüléssel karöltve.

Az orvostan általános fejlesztése terén kimagasló MARKUSOVSKY LAJOS tevékenysége, aki megteremtette az orvosi tudomány ápolásához szükséges alapokat, úgyhogy ezirányú közreműködése korszakalkotónak nevezhető. Az általa alapított Orvosi Hetilapban közölt cikkeivel, különösen azonban 25 évre terjedő működése közben, midőn mint az orvosi és később az összes egyetemi ügyek előadója működött a kultuszminiszteriumban, rendkívül sokat tett a magyar orvosi tudomány és közegészségügy reformjának megvalósítása érdekében, annyiban, hogy minden termékeny eszme vagy egyenesen tőle eredt, vagy legalább az ő bíráló elméjén keresztül jutott a nyilvánosság elé. Megvalósította nevezetesen az egyetemi intézetek és az egyetemi oktatás korszerű átalakítását és a meglevő intézeteknek magas színvonalra emelését. Az ő hivatalos működése közben a budapesti egyetem orvosi kara több modern intézettel gyarapodott, mint a fennállása óta lefolyt 97 év alatt. Ugyanakkor állíttatott fel a kolozsvári tudományegyetem, az egyetemi orvoskaron pedig a szigorlati rendszert a kor szelleméhez mérten megváltoztatták. Az ő kezdeményezésére alakította meg a kormány 1868-ban az Országos Közegészségügyi Tanácsot, 1886-ban pedig megalakult az Országos Közegészségügyi Egyesület.

MARKUSOVSKY-val egyidőben és vele együtt hasonló cél szolgálatában fáradozott BALOGH KÁLMÁN, aki e közben, helyes érzéssel, a nemzeti chauvinismus és a külföldi tudományos szellem egészséges egyesítését tartotta szem előtt.

MARKUSOVSZKY és BALOGH működésével párhuzamba hozható az állatorvostan fejlődésében HURÝRA FERENC tevékenysége, aki mint az állatorvosi főiskola igazgatója és később rektora, támogatva a főiskola tanári kara által, a főiskolát a külföldön is elismert elsőrendű tudományos és egyetemi jellegű intézménnyé fejlesztette. Azonkívül az ország állategészségügyének európai színvonalra emelésében is lényegesen közreműködött irodalmi közléseivel és a kormány által sűrűn igénybevett szaktanácsaival. Az ő véleménye volt irányadó az Országos Állategészségügyi Tanács megalakításában is.

Az állatorvostan magas színvonalra emelésének gondolata különben messze visszanyúlik a múltba. Nevezetesen HOFFNER JÓZSEF már 1831-ben sürgette az állatorvosnövendékek számára a nyolc középiskolai osztálynak megfelelő előképzettség és már 1827-ben az egész egyetemen a magyar nyelvű előadások kötelezővé tételét.

A *belorvostan* szakmájának kiépítésében már az Akadémia legelső tagjai közreműködtek, így BENE FERENC és SAUER IGNÁC. Legkimagaslóbb és világszerte elismert jelentőségű vívmány a fizikai-kémiai módszereknek és oldatok elméleteinek alkalmazása a physiologiai és a kóros folyamatok tanulmányozásában, ami KORÁNYI FRIGYES tanítványainak, főleg KORÁNYI SÁNDOR-nak nevéhez fűződik. Ezeknek a tanulmányoknak gyümölcse a kryoskopia vizsgálati módszerének bevezetése a klinikai diagnosztikába, a vérben az osmosis-nyomás állandóságának megállapítása, szintűgy annak a kimutatása, hogy a vese elégtelen működése a vér fagyáspontjának emelkedését vonja maga után. Ez az idővel szinte különálló tudományszakká fejlődött tan, kapcsolatban a vér viscositásának, mint a vér másik állandó tulajdonságának megállapításával, egészen új irányt adott a vese és a szív physiologiájának, pathologiájának s osztatlan elismerést szerzett a magyar tudományos kutatásnak.

KORÁNYI FRIGYES még egy további fontos vizsgálati módszerrel ismertette meg az orvosokat, a vesék és a gerincoszlop kopogtatása technikájának szabatos kidolgozásával. A lélekzési zörejek és a kopogtatási hangoknak helyes fizikai magyarázatát MAREK JÓZSEF-nek sikerült megadnia.

A *gégebetegségek* tanának kiépítésében fordulópontot jelentett a gégetükör föltalálása CZERMÁK JÁNOS, akkori pesti egyetemi tanár által. A gége anatómiájának, physiologiájának és pathologiájának legtermékenyebb bűvara volt ÓNODI ADOLF, aki ezirányú alapvető kutatásairól, nemkülönben az orr és melléküregeire vonatkozó tanulmányairól igen sok előadásban számolt be az Akadémiának és akinek az angol sebésztársaság múzeumába került készítménygyűjteménye maradandó jele a magyar tudományos bűvárkodás alaposságának.

A *rhachitisnek* még homályba burkolt tanában figyelemreméltó MAREK JÓZSEF kísérletes megállapítása, hogy a háziállatok rhachitise rendszerint a szervezetben előállott mész- vagy phosphorhiány következménye, ha egyidejűleg a fehérjebevitel kielégítő, hogy továbbá a rhachitis és az osteomalacia lényegükben egy betegség és csupán az életkor szülte különbségek fedezhetők fel köztük, hogy végül az emberi és az állati rhachitis között felismerhető különbségek csupán onnan erednek, hogy állatokban a gyorsabb testfejlődés folytán a rhachitis a csontfejlődésnek jóval későbbi szakában szokott fejlődni.

A *bélfodri verőerek elzárása* által végzett kísérletekkel MAREK JÓZSEF megdöntötte azt az általános felfogást, mintha valamely verőér elzáródása után a vérérben a vérnyomás 0-ra esnék és azután a megfelelő hajszálérterületbe vivőeres vér folynék vissza. Az ilyenkor fejlődő véres beszűrődés ellenkezőleg a collateralis verőerek felől csak hiányos mennyiségben és elégtelen nyomással beáramló vér kilépésének a következménye, míg ha a collateralis vérkeringés teljesen megakadt, a szövetek vértelensége áll elő.

A belső betegségek therapiája terén fontos a calomel és egyáltalán a kénesősók vizelethajtó hatásának megállapítása JENDRASSIK ERNŐ által, továbbá a benzol hatásának a kimutatása a vérképzésre KORÁNYI SÁNDOR által, mely utóbbi megállapítás lehetővé teszi a vérképzés bántalmainak gyógyítását oly helyeken is, ahol a hasonló hatású Röntgen-besugárzás nem vehető igénybe.

A *fertőző betegségek és a közegészségügy* terén FODOR JÓZSEF megindítója volt a modern serologiának a vér baktériumölő képességének kimutatásával, egyben pedig a bakteriológiát hathatósan

fejlesztette már abban az időben, midőn az új tan még csak a kezdet legelején volt. Hazánk közegészségügyének modern irányban fejlődése és a higiéné ismereteinek a különböző társadalmi rétegekbe bevitele szintén FODOR nevéhez fűződik. Ha nagy eszméi és tervei nem mind, vagy csak később valósultak meg, annak csupán az ország anyagi eszközeinek elégtelensége volt az oka.

KORÁNYI FRIGYES a tuberculosis ellen irányuló küzdelemnek megteremtője hazánkban, sőt első kezdeményezője az összes művelt országokban. 1894-től egészen haláláig fáradhatatlanul dolgozott, szervezett és adakozásra buzdította a társadalmat a védekezésnek minél szélesebb alapokra fektetése és sikere érdekében. Kezdeményezésének gyümölcse szanatoriumok, tüdőbajos gondozó intézetek létesítése.

A veszettség ellenes oltásra vonatkozó kutatások terén HÖGYES ENDRE szerzett dicsőséget a magyar orvosi tudománynak. Cél tudatos kísérleteivel megállapította ugyanis PASTEUR-rel szemben, hogy a házinyúl gerincvelejében a veszettség vírusa a szárítás közben nem gyöngül, hanem csupán kevesbedik és hogy ennél fogva a veszettség ellenes oltásnak egyszerű és gyakorlatias módja az általa a gyakorlatba bevezetett higitási módszer, amidőn a veszettséggel fertőzött házinyúl friss gerincveleijéből egyszerű higitással állítható elő a különböző erősségű oltóanyag. Lankadatlan fáradozásának gyümölcse azonkívül a magyar Pasteur-intézet felépítése és áldásos működése. Kutatásaival méltán reá szolgált a magyar Pasteur elnevezésre.

A fertőző betegségek oktanának és az immunitástannak tanulmányozása közben PREISZ HUGÓ állapította meg azt a tényt, hogy az anthrax-bacillus fertőző képességénél első sorban a bacillus burkának, illetőleg az anthracomucin-nak elnevezett burokanyagának jut fontos szerep, hogy továbbá az oltóanyagokban levő bacillusok szelidülésének lényege buroktermelésük megváltozásában áll. Fontos továbbá kutatásainak az az eredménye, amely megvilágította a bakteriumspórák szerkezetét és csirázásuk finomabb mechanizmusát, valamint a bakteriophagiának nevezett rendkívül érdekes és fontos jelenségnek lényegét. Az akkori általános felfogással szemben elsőnek választotta el a sertéspestist

a sertéssepticæmiától s megállapította a *Bacillus suispestifer* szerepét a kóros elváltozások előidézésében, a mellett kezdeményezője volt a sertéspestis ellenes serumoltásoknak.

A sertéspestis ellenes oltásokat hazánkban HUTYRA FERENC tanulmányozta KÖVES JÁNOS munkatársával teljes eredetiségre valló nagyarányú kísérletekkel úgy tudományos, mint gyakorlati nézőpontból, megállapította továbbá az oltás technikáját és lehetővé tette az oltás általános elterjedését annak a megállapításával, hogy az immunsavó hatása alatt álló sertések tartós aktív immunitásra tesznek szert, ha az oltás után továbbra is meghagyják a vírus behatásának a fertőzött helyen. HUTYRA már korábban kimutatta, hogy a gümőkör-ellenes oltásoknak nincsen gyakorlati jelentőségük az állatorvostanban. Nagyarányú és alapos kísérleteivel sok külföldi bűvárral szemben bebizonyította, hogy a malleusos fertőződés rendszerint a bél útján történik, annak ellenére, hogy legtöbbször az orr és a tüdő betegszik meg, ami ezeknek a szerveknek különös hajlamossága. HUTYRA nevéhez fűződik hazánkban az állatszavatosság kérdésének tudományos megvilágítása, tisztázása és szabályozása.

Az állati élőködők okozta betegségek kiválóan elismert magyar bűvára RÁTZ ISTVÁN volt.

Mint az életmentés eszméjének lelkes apostola működött ARÁNYI LAJOS, aki egyúttal megteremtője a budapesti mentőegyesületnek.

A magyar *balneologia* érdekében tudományos bűvárkodást fejtettek ki különösen TÖRÖK JÓZSEF, CHYZER KORNÉL és BÓKAY ÁRPÁD.

A *törvényszéki orvostan* kiépítéséhez KENYERES BALÁZS járult hozzá különösen annak kimutatásával, hogy a röntgenezés az életkor meghatározására előnyösen fölhasználható, hogy továbbá csontcsiszolatok segítségével emberi és állati csontok egymástól megkülönböztethetők.

A modern *szemészet* megalapítója hazánkban HIRSCHLER IGNÁC, aki különben az amblyopia lényegét világította meg alapos tanulmányával, reámutatott továbbá a belső szervek bizonyos betegségei és a szemben előálló bizonyos elváltozások között észlelhető összefüggésre.

SCHULEK VILMOS tanulmányozta az ibolyántúli sugarak hatását a szemre, továbbá a kettős pupilla szülte látásviszonyokat és a kérdést matematikai alapon minden részletében tisztázta. Azonkívül több önálló finom szemoperatiót dolgozott ki, különösen a sphincterolysis anterior-t, a sphincterotomia pupillaris-t és a szürkehályog eltávolításának új technikáját.

A *gyermekorvostan* megalapítója hazánkban SCHOEPF-MEREI ÁGOSTON, a szabadságharc után Angolországban megtelepedett hazánkfia, aki a pesti kisdud-kórház létesítésével megvetette a mostani Stefánia-gyermekkórház alapját, meghonosította továbbá a bőralatti ín- és izommetszés műtétét és elsőnek alkalmazta a légsömetszést torokgyík eseteiben.

A magyar gyermekorvostani iskola megteremtője viszont id. BÓKAY JÁNOS, aki egyben több, addig nem ismert gyermekbetegség lényegét és pathogenesisét derítette fel és akinek megkezdett munkáját folytatja s magas fokra tovább fejlesztette ifj. BÓKAY JÁNOS. Az utóbbinak az egész világon elismert kitűnő forrásmunkája az intubatióról írt monographia, melyben széles alapon és önálló észleletekre támaszkodva tárgyalja a gégemetszést helyettesítő intubatiós eljárást. Megvilágította továbbá a diphtheria serumos gyógyítását és a HEINE-MEDIN-féle betegségnek előfordulását hazánkban, évekre terjedő megfigyeléseire támaszkodva azonkívül kimutatta az övsömör bizonyos alakjainak és a bárányhimlőnek oktani kapcsolatát és az övsömörnek ezt az alakját a herpes zoster varicellosus neve alatt vezette be az orvosi irodalomba.

Az *ideg- és elmekórtan* fejlesztésére nagy befolyással volt a Magyar Tud. Akadémia tagjai útján. A *reflexekre* vonatkozó tant JENDRASSIK ERNŐ építette ki hatalmasan, kimutatván e közben, hogy a reflexek rendes pályája az agyvelőkérgen keresztül is halad, hogy továbbá a reflexek rendes kiváltásának feltétele az idegrendszer és az izomzat bizonyos tónusa, melynek biztosítására alkalmas az általánosan ismeretes «JENDRASSIK-féle fogás», vagy egyáltalán a figyelem elterelése.

Kimagasló jelentőségűek a *heredo-degenerációs betegségek* tanára vonatkozó nagyarányú kutatások, melyeket JENDRASSIK ERNŐ és SCHAFFER KÁROLY végeztek és amelyek alapján az ezelőtt

sokféle név alatt leírt átöröklődő kóralakokat egységesíteni sikerült. Közülük a TAY-SACHS-féle amaurosis idiota familiaris, szintúgy a családi merevgörcsös bénulás szövettani lényegét SCHAFFER KÁROLY derítette föl és kimutatta e közben, hogy a heredo-familiaris idegbántalmak alapja a sejtprotoplasma életképtelensége és ennek nyomában az idegrendszer elemeiben elsőleges elfajulás fejlődése.

SCHAFFER KÁROLY egyúttal egyik legalaposabb és legtermékenyebb kutatója a tabes és a paralysis progressiva kórszövettanának, szintúgy az agyvelő épszövettanának. Idevágó kutatásaival elérte azt, hogy intézetét a nemzetközi interakadémikus agyvelőkutató intézetek közé sorozták. Intézetében mutatta ki egyik tanítványa a Spirochæta pallida szabályszerű előfordulását a hátulsó idegyökerekben a tabes és a taboparalysis eseteiben sarjadzó szövetes góccokkal kapcsolatosan, mely lelettel megállapítást nyert az, hogy a tabes és a taboparalysis a spirochæták megindította szövetsarjadzáshoz és részben talán elektív toxinhatáshoz társuló másodlagos folyamat.

Az agy- és gerincvelői idegyökereknek és idegeknek főleg a csigolyaközi dúcok környékén súlyos gyulladással besűrűsödését és az idegrostok következményes elfajulását a trypanosomák hatása alatt MAREK JÓZSEF mutatta ki először a lovak tenyészbénasága eseteiben, bebizonyítván egyben ennek a betegségnek polyneuritises természetét. MAREK vezette be az állatorvostanba az itt a diagnosztikában addig ismeretlen elektrodiagnosztikát, megállapítván az egyes háziállatfajok motoros pontjait.

Az affectusokat pathophysiologiai nézőpontból SCHAFFER KÁROLY világította meg, a hysteriára és a hypnosisra vonatkozó ismeretkört pedig LAUFENAUER KÁROLY, SCHAFFER KÁROLY és MORAVCSIK ERNŐ tanulmányai tágitották jelentékenyen. MORAVCSIK ERNŐ kísérletes kutatásaira támaszkodva fölépítette továbbá a hallucinatio tanát.

A szellemi műveletek és egyáltalában a gondolkodás mechanizmusának tanulmányozása közben JENDRASSIK ERNŐ teljesen eredeti módon értelmezte az associatiók keletkezését, az emléképek kialakulását, továbbá a hallucinatiók és a téves képzetek létrejöttét. A gondolkodás szerinte lényegében reflexfolyamat,



amelyben lényeges szerep jut a kábelszerűen vezető idegpamatoknak és az idegsejtekben ezek útján előálló indukálásnak. LECHNER KÁROLY, aki teljesen önálló psychológiát és psychopathológiát állított fel, szintén egyszerű sejtreflexekre, sejtláncolatossá és szervkapcsolatos reflexekre, valamint az ezekkel társult érzésekre vezet vissza a lelki folyamatokat, miközben az értelmi munka szolgálatában a közérzéseknek tulajdonít elhatározó szerepet. A fogyasztékos és fokozott, a félszeg és fonák reflexek és érzések szövődményei szolgáltatják azután az alapot a különböző elmebetegségekre.

Az elmekörtannak európai színvonalra emelkedése hazánkban LAUFENAUER KÁROLY és MORAVCSIK ERNŐ munkásságához fűződik.

Habár ECKSTEIN FERENC és STÁHLY IGNÁC már az elmúlt század első évtizedeiben adtak lendületet a *sebészet* fejlődésének, az önálló és modern magyar sebészetet csak BALASSA JÁNOS alapította meg, aki nemcsak sok operációs eljárást honosított meg, hanem maga is tökéletesítette azokat, különösen pedig a plusztikai műtéteket. Hathatósan működött közre továbbá a gégesebészet tanának kiépítésében, kidolgozta a gégemetszés műtétének technikáját, megalapította azonkívül a gyulladásos ízületbántalmak helyes gyógyítási módját az ízületek rögzítésével. A hasérvekre és a húgykövekre vonatkozó tanulmányai a külföldön is elismeréssel találkoztak.

A húgy- és nemi szervek sebészettanát ANTAL GÉZA vitte nagy lépéssel előre, új és elmés operációs eljárásokat dolgozott ki és a vizsgálati technika tökéletesítésére aëro-urethroszkópot szerkesztett.

A sebészeti pathologia szakavatott művelőjévé küzdötte föl magát VEREBÉLY TIBOR, aki különösen a golyváról, a nyaki hámtestecskékről és a zsírszövet sarjadzásáról közölt értékes dolgozatokat, alapvető munkát irt az ideg- és érsérülésekről, nemkülönben az ideg- és lépsebészetről, nagyban fejlesztette azonkívül a gyomorkiirtás és az emléképzés technikáját.

BATIZFALVY SÁMUEL a magyar tudományos *orthopaedia* megalapítója.

A *gyógyszertant* BALOGH KÁLMAN emelte modern színvonalra

hazánkban és egyben meghonosította a toxicologia tanítását és a toxicologiai kutatást, megírta továbbá a magyar gyógyszer-könyvnek pharmakognosiai részét és kommentárját.

Nagyrészt szintén a toxicologia területén bűvarkodott BÓKAY ÁRPÁD, aki különösen a nehéz fémek hatását a harántcsikos izmok szerkezetére világította meg, azonkívül a bélmozgásokra ható különböző anyagokat tanulmányozta.

Toxicologiai kutatásai során a szénoxyd-diabetes eredetének tanulmányozása közben mutatta ki először VÁMOSSY ZOLTÁN szénohydrát képződését a fehérjékből az állati szervezetben. Földerítette továbbá a máj méregkötő szerepének mechanizmusát a szerves és különösen az alkaloid mérgekkel szemben. Megállapította azonkívül az emberi szervek rendes arsen-tartalmát és azok különböző arsenföhalmozó képességét, az arsen és a kén-eső kiválasztásának és eloszlásának menetét, miközben az arsenkimutatási eljárást igen lényegesen érzékennyé tette. Értékes tanulmányokat folytatott a narcoticumok sejtbehatoló képességéről is.

MAGYARY-KOSSA GYULA mutatta ki azt, hogy az ember vizeletével állandóan távoznak el arsen-, kén-eső- és réznyomok. Fontos az a megfigyelése, hogy mérges rovarok csipése vagy szúrása, kigyók, veszett állatok harapása után az illető testrész lehűtése életmentő lehet, mert lehűtött testrészekben a fölszívódás megakad. Igen értékes kísérleti adatokat szolgáltatott továbbá a mesterséges köszvény és a szöveti elmeszesedések lényegének tisztázásához.

Az általános kórtan és kórbonctan fejlődésében ARÁNYI LAJOS végezte el az úttörő munkát hazánkban. Áldozatkészséggel több éven át fizetés nélkül tanította a kórbonctant, a saját költségén bérelt szobában helyezte el kórbonctani készítményeit, melyekkel egy későbbi múzeum alapját vetette meg.

BALOGH KÁLMÁN honosította meg hazánkban a sejtpathologia tanát a daganatok különböző nemeinek szövettanával foglalkozó kutatásai által.

GENERSICH ANTAL a trichinabetegség első leírója és nagyon lelkiismeretes kutatója hazánkban. Szintén ő állapította meg nálunk először a sugárgombabetegséget. A nagytekintélyű BOLLINGER-rel és

KOCH ROBERT-tel szemben hangoztatta az ember és a szarvasmarha tuberculosisának különböző voltát, mely fölfogásának helyességét a későbbi kutatások igazolták. A hashártyatömlőkről irt alapvető dolgozatában ezeknek a kóros képződményeknek lényegét minden tekintetben megvilágította.

PERTIK OTTÓ a zsirembolia lényegének tisztázásához járult hozzá tanulmányával.

BUDAY KÁLMÁN mutatta ki, hogy az osteogenesis imperfectának oka az, hogy a csontképző sejtek csontszövetet termelő képessége hiányzik. Elsőnek hangsúlyozta továbbá a streptococcus-fertőzések folyamán a korai vérbomlás diagnosztikai jelentőségét, szintúgy spirochæták szerepét a száj és garat, valamint a tüdő terjedő üszkösödéseiben. Szemben BAUMGARTEN német tudóssal kimutatta, hogy legelső időszakában a gümőt főleg vándorsejtek építik föl. Rámutatott azonkívül a vasmészlerakódások gyakoriságára a BANTI-féle betegség és hasonló más bántalmak folyamán.

KROMPECHER ÖDÖN a rákbetegség kórbonctanának és szövettanának legkitartóbb és legalaposabb kutatója, aki a ráksejtek oszlására vonatkozó tanulmányaival szerzett dicsőséget a magyar tudományos búvárkodásnak, azonkívül megalkotta a basalsejtű rák (basalioma) fogalmát, megvilágította annak fejlődése módját és fejlődésének föltételeit és kimutatta egyben, hogy az eddig endotheliomáknak, plexiform sarkomáknak tartott daganatok a valóságban basaliomák. Jelentőségteljes az a megállapítása is, hogy hosszantartó ingerek, főleg bakteriumtoxinok behatására a hengeres hámban basalsejtes hyperplasiák támadnak, melyekből, mint præcarcinomás folyamatokból, az esetek egy részében azután valódi rák fejlődik.

Tekintetes Akadémia! Az idő rövidege miatt csak vázlatosan ismertethettem az Akadémia tagjainak közreműködését és érdemeit az orvosi tudomány kiépítésében. Mindazonáltal bizom benne, hogy így is sikerült bebizonyítanom, hogy a magyar orvosi tudomány képviselői nemesak haladni tudtak a tudomány fejlődésével, hanem önálló búvárkodásukkal és tudományos megállapításaikkal elsőrangú helyet biztosítottak a magyar orvosi tudományosságnak a nyugati művelt nemzetek tudományos vilá-

gában. Hogy a magyar bűvárok lankadatlan szorgalma és munkálkodása által kivívott ezt az előkelő helyet a magyar orvosi tudomány a jövőben is meg fogja tudni tartani, az egyedül a magyar kormány és egyéb illetékes körök megértésén és áldozatkészségén múlik majd.

---

(A M. T. Akadémia III. oszt. 1926. évi január hó 18. napján tartott üléséből.)

# DER EINFLUSS DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN AUF DIE ENTWICKLUNG DER MEDIZINISCHEN WISSENSCHAFTEN IN DEN LETZTEN HUNDERT JAHREN.

Von JOSEF MAREK, k. Mitglied der Akademie.

Ein grösserer Aufschwung der medizinischen Wissenschaften in Ungarn fällt mit der Gründung der Akademie der Wissenschaften zeitlich zusammen, zu welcher Zeit die erste ungarische medizinische Zeitschrift, ferner Ärzte- und Naturforscher-Vereine ins Leben gerufen wurden. Besonders die wissenschaftliche, pressschriftstellerische und organisatorische Tätigkeit von L. MARKUSOVSKY, K. BALOGH und FR. HUTYRA trug wesentlich bei zur Hebung der medizinischen Wissenschaft. Auf dem Gebiete der inneren Medizin waren grundlegend die Einführung der physikalisch-chemischen Untersuchungsverfahren und die Heranziehung der Theorie der Lösungen in die Diagnostik durch die KORÁNYI'sche Schule, desgleichen die Erfindung des Kehlkopfspiegels durch J. CZERMÁK, die genaue Erforschung der Kehlkopfkrankheiten durch A. ÓNODI, der tierischen Rhachitis und Osteomalacie durch J. MAREK, der ferner auch die Folgen des Verschlusses der Gekrösarterien versuchsmässig klarstellte. Bahnbrechend auf dem Gebiete der Serologie wirkte F. FODOR durch den Nachweis einer bakterientötenden Fähigkeit der Blutes. Derselbe Forscher gab der hygienischen Wissenschaft eine moderne Richtung, während als der Begründer der Bekämpfung der Tuberkulose FR. KORÁNYI zu gelten hat. Durch seine Forschungen auf dem Gebiete der antirabischen Impfung erwarb sich ANDR. HÖGYES das Ansehen eines ungarischen Pasteurs. Auf dem Gebiete der modernen Immunitätslehre und der Erforschung der Pathogenese der Infektionskrankheiten war besonders die Tätigkeit von A. PREISZ und FR. HUTYRA fruchtbringend, ebenso wie auf dem

Gebiete der Ophthalmologie die von IGN. HIRSCHLER und W. SCHULEK, auf dem Gebiete der forensischen Medizin die von BL. KENYERES. An der wissenschaftlichen Entwicklung der Kinderheilkunde haben sich AUG. SCHOEFF-MEREI, J. BÓKAY SEN. und J. BÓKAY JUN. verdienstvoll gemacht und der letztere hat namentlich mit seiner Arbeit über die Intubation, sowie über den Herpes zoster varicellosus die Wissenschaft bereichert. Sehr mannigfaltig und reichhaltig gestaltete sich die Mitwirkung der Mitglieder der Akademie auf die Entwicklung der Neurologie und Psychiatrie. Der Ausbau der Lehre von den Reflexen knüpft sich an die Forschungstätigkeit von E. JENDRASSIK, der der heredodegenerativen Erkrankungen an die von E. JENDRASSIK, K. SCHAFFER, der der Tabes und der Taboparalyse an die von K. SCHAFFER und seiner Schule. MAREK wies die polyneuritische Natur der nervösen Erscheinungen im Verlaufe der Beschälseuche der Pferde nach. An der Förderung der Lehre über die Neurosen und Geisteskrankheiten haben E. JENDRASSIK, K. LAUFENAUER, K. SCHAFFER, E. MORAVCSIK erspriesslich mitgewirkt. J. BALASSA gebührt das Verdienst, eine moderne Chirurgie in Ungarn gegründet zu haben und an ihrem weiteren Ausbau hat sich G. ANTAL, besonders aber T. VEREBÉLY verdienstvoll gemacht, der letztere namentlich durch seine Forschungen auf dem Gebiete der chirurgischen Pathologie, sowie durch Vervollkommnung der operativen Technik. Die Entwicklung der pharmakologischen und toxikologischen Wissenschaft haben A. BÓKAY, Z. VÁMOSSY und J. MAGYARY-KOSSA tatkräftig gefördert, namentlich durch Erforschung der giftbindenden Fähigkeit der Leber, der Verteilung einverleibter Metallgifte im Organismus und im Harn, der Art und Weise von Eindringen narkotischer Mittel in die Nervenzellen, ferner durch den Nachweis des Aufhörens der Resorption unter der Haut nach starker örtlicher Abkühlung, desgleichen durch die Ermittlung einer gichterzeugenden Fähigkeit gewisser Giftstoffe. Auf dem Gebiete der allgemeinen Pathologie und der pathologischen Anatomie wirkten mit fördernd A. GENERSICH durch Erforschung der Trichinose und durch den ersten Nachweis der Aktinomykose in Ungarn, sowie ferner der Verschiedenheit der humanen Tuberkulose von der Rindertuberkulose ;

K. BUDAY durch die Klarlegung des Wesens der unvollständigen Knochenbildung, der diagnostischen Bedeutung der Hämolyse bei Streptomykosen, ferner durch die Vervollständigung der Kenntnisse über die Bantische Krankheit; EDM. KROMPECHER endlich durch die selbständige Erforschung und Klarlegung der Lehre über den Basalzellenkrebs und durch seine Krebsforschungen überhaupt.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Jänner 1926 der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## A KÉT- ÉS TÖBBATOMÚ GÁZOK ROTÁCIÓS ENTRÓPIÁJA.

SZELL KÁLMÁN-tól.

A két- és többatomú gázok abszolút entrópiájának számítá-  
sával először O. SACKUR<sup>1</sup> és H. TETRODE<sup>2</sup> foglalkoztak. A quantum-  
elmélet bizonyos értelmezésével számították statisztikai úton a  
termodinamikai állapot-valószínűséget s azután a BOLTZMANN—  
PLANCK-féle egyenlet alapján az entrópiát. TETRODE egy későbbi  
dolgozatában<sup>3</sup> más úton is foglalkozik a két- és többatomú gá-  
zok entrópiájának meghatározásával. A gőzével hőegyensúlyi álla-  
potban levő szilárd testet veszi tekintetbe, a statisztikai mecha-  
nika tételei alapján számítja annak a valószínűségét, hogy az  
egész rendszer (szilárd test + gőze)  $N$  molekulájából  $n$  gáz,  $N-n$   
szilárd állapotban van. E valószínűség maximális értékéből köz-  
vetlenül számítható az entrópia. P. EHRENFEST és V. TRKAL<sup>4</sup> a  
gázok kémiai állandóját számították. A gázmolekulák disszociáció-  
ját is figyelembe véve, egy gázkeveréket vesznek tekintetbe vizsgá-  
latukban. A különböző gázok molekulaszámait a disszociáció rend-  
jén változnak. A statisztikai mechanika és a quantumelmélet  
alapján számítják a disszociációs egyensúlyi állapot egyen-  
leteit s ezeket az egyenleteket a termodinamika megfelelő  
egyenleteivel összehasonlítva kapják a gáz kémiai állandóját:  
 $C$ -t. A kémiai állandó a gáz entrópia-állandójával:  $S_0$ -val a

---

<sup>1</sup> O. SACKUR: Ann. d. Phys. 40. 87. (1913). SACKUR vizsgálatait az  
egy-, két- és háromatomú gázokra vonatkoznak.

<sup>2</sup> H. TETRODE: Ann. d. Phys. 38. 434. (1912); 39. 255. (1912).

<sup>3</sup> H. TETRODE: Proceedings Amsterdam, 17. 1167. (1915).

<sup>4</sup> P. EHRENFEST és V. TRKAL: Ann. d. Phys. 65. 609. (1921).



$C = \frac{R \ln R - c_p + S_0}{R}$  egyenlet által meghatározott összefüggésben van, ahol  $R$  az abszolút gázállandó,  $c_p$  a gáz állandó nyomás melletti fajhője. J. K. SYRKIN<sup>1</sup> a BOLTZMANN—PLANCK-féle egyenletben szereplő állapot-valószínűséget két egymástól független valószínűség: a tekintetbe vett gáz úgynevezett energetikai valószínűsége és úgynevezett térvalószínűsége szorzatával fejezi ki; feltételezi, hogy a szabadsági fokok egymás között nem különböztethetők meg, hogy a molekulák translációs és rotációs energiaquantumai æquivalensek.

TETRODE, EHRENFEST és TRKAL megokolt feltevéseik alapján a jelzett úton végzett következtetéseikkel magas hőmérséklet mellett egymással megegyező eredményhez jutottak azzal a különbséggel, hogy EHRENFEST-nél és TRKAL-nál a molekula szimmetriaszáma is tekintetbe van véve, továbbá egy molekula kémiai állandójában az egyes atomokat jellemző, meg nem határozott állandók is szerepelnek. SACKUR eredményei kissé eltérők, ez az eltérés részben a valószínűség SACKUR-féle definíciójával, részben a molekulák rotációs energiájának és bizonyos állandóknak a következtetéseknél alkalmazott hibás értékével magyarázható.<sup>2</sup> Kevésbé megbízhatók SYRKIN következtetései, mivel a tehetlenségi nyomaték helyett a molekula átmérőjét vezeti be számításába, eredményei számottevően különböznek a TETRODE-, EHRENFEST- és TRKAL-féle egyenletektől.

PLANCK-nak az állapottér fizikai szerkezetére vonatkozó kutatásai alapján vizsgálva a gázokat, alapvető fontosságú kérdés, hogy egy  $f$  szabadsági fokkal bíró molekula  $2f$  méretű állapotterében a fázispontok, az állapotpontok folytonosan töltik-e be az állapotteret vagy nem. A színek-vonalak élessége, általában a quantumelmélet különböző alkalmazásai arra engednek következtetni, hogy az állapotterekben az állapotpontoknak csak bizonyos pályái lehetségesek. PLANCK egy újabb dolgozatában<sup>3</sup> az

<sup>1</sup> J. K. SYRKIN: ZS. f. Phys. 24. 355. (1924).

<sup>2</sup> A SACKUR-féle vizsgálatokra vonatkozólag l. e sorok írójának a Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 20. kötetében (79. l. 1918.) megjelent dolgozatát.

<sup>3</sup> M. PLANCK: Berliner Ber. 49. l. 1925; az egyatomú testek entrópiájára vonatkozólag l. még Berliner Ber. 653. l. 1916.

egyatomú gáz termodinamikai tulajdonságait a gáz állapotterének fizikai szerkezetéből azzal a feltevessel vezette le, hogy az állapotpontok az állapotternek csak bizonyos helyein lehetnek.

Dolgozatomban PLANCK-nak<sup>1</sup> az állapotter fizikai szerkezetére vonatkozó vizsgálatai alapján a két- és többatomú gázok entrópiájának számításával foglalkozom. A gázelméleti vizsgálatok szerint feltehetjük, hogy a gázmolekulák rotációs energiája, rotációs koordinátái a translációs energiától és a translációs koordinátáktól függetlenül változnak. Ezért dolgozatom I. és II. részében a két- és többatomú gázok entrópiájának csak a rotációs mozgástól származó részét, a két- és többatomú gázok rotációs entrópiáját számítom. Dolgozatom III. részében az állapotvalószínűség közvetlen számításával határozom meg az entrópia BOLTZMANN—PLANCK-féle egyenlete segítségével a két- és többatomú gáz rotációs entrópiáját. A gáz entrópiájának a translációs mozgástól származó része, az egyatomú gáz abszolút entrópiája nagy pontossággal ismeretes s ezt az értéket (a STERN TETRODE-féle egyenletet) W. NERNST<sup>2</sup> szerint a kísérletek fényesen igazolják.

Vizsgálataimban a következő feltevéseket teszem: 1. Az egyes molekulák állapottereiben az állapotpontok az állapotterek elemi tartományainak csak bizonyos helyein lehetnek. 2. A tekintetbe vett gáz ideális gáz. 3. A molekulákban az atomok és elektronok mozgásait eltekinthetünk, a gázmolekulákat merev testeknek vehetjük. 4. A molekulák véges kiterjedésétől származó, a számításoknál jelentkező térfogat-korrekciónak elhanyagolható.

## I. A kétatomú gáz rotációs entrópiájának kiszámítása a szabad energia segítségével.

1. §. Gondoljunk az  $N$  egyenlőfajú molekulát tartalmazó, egy mol tömegű,  $V$  térfogatú,  $T$  hőmérsékletű kétatomú gázt. A gáz

<sup>1</sup> M. PLANCK: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 17. 407. (1915); 17. 438. (1915), Ann. d. Phys. 50. 385. (1916).

<sup>2</sup> W. NERNST: Die theoretischen und experimentellen Grundlagen des neuen Wärmesatzes, 1918, 152. l.

termodinamikai jellemző tényezői, így az entrópia is meghatározható a szabad energia következő kifejezéséből:<sup>1</sup>

$$F = -kT \ln \Sigma e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (1)$$

illetőleg

$$F = -kT \ln \Sigma P e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (1a)$$

ahol  $U$  a gáz energiája valamely quantumos állapotban. Feltevésünk szerint csak ezek a quantumos állapotok, a quantumos energiájú állapotok lehetségesek. Az (1) egyenlet levezetésénél a gáz  $10N$  méretű állapotterében az állapot-valószínűség számításának alapjául szolgáló elemi tartományok, a cellák egyenlő térfogatúak, feltevésem szerint  $h^{5N}$  nagyságúak,  $h$  a PLANCK-féle hatásmennyiség. Az (1a) levezetésénél különböző térfogatú, általában szólva  $h^{5N}P$  térfogatú cellák szerepelnek, ahol  $P$  az illető cella statisztikai súlyát jelenti. Az  $U$  energiát a molekulák quantumos energiáival fejezve ki

$$F = -kT \ln \left( \sum_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \cdot \sum_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \dots \right) = -kT \ln \left( \sum_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \right)^N, \quad (2)$$

illetőleg

$$F = -kT \ln \left( \sum_n p_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \cdot \sum_n p_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \dots \right) = -kT \ln \left( \sum_n p_n e^{-\frac{u_n}{kT}} \right)^N, \quad (2a)$$

ahol  $p_n$  egy molekula állapotterében az  $n$ -edik cella statisztikai súlyát,  $u_n$  ugyane cella quantumos energiáját jelenti s mindkét egyenletben egy  $\Sigma$  tagjainak száma egyenlő az egy molekula állapotterében levő cellák számával.

2. §. A szabad energia (2)-, illetőleg (2a)-val megadott kifejezésének kiszámítása végett szükségünk van a molekulák quantumos energiaértékeire, amelyeket a következőképen határozunk meg: Egy molekula állapotterének a 0 és  $u_0$  energia közötti változásokat tartalmazó része:

$$V_a = \iiint \dots dx dy dz d\varphi dp_x dp_y dp_z dp_s dp_\varphi, \quad (3)$$

<sup>1</sup> L. M. PLANCK: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 5. kiadás, (433) alatti egyenlet.

ahol  $x, y, z$  az illető molekula tranzlációs koordinátáit,  $\vartheta, \varphi$  a molekula szimmetria-tengelyének pozitív irányát jelölő poláris koordináta-szögeket,  $p_x, p_y, p_z, p_\vartheta, p_\varphi$  a megfelelő impulzus-koordinátákat jelöli, az integráció 0 és  $u_0$  szélső energia között kiterjesztendő a koordináták minden lehetséges értékére. (3)-ból a tranzlációs koordinátákra eső állapotter-rész:

$$V'_a = \iiint \dots dx dy dz dp_x dp_y dp_z, \quad (4)$$

ahol az  $x, y, z$  koordinátákra vonatkozó integrál a gázmolekula lehetséges helyeit magában foglaló  $dx dy dz$  térfogatelemek összegét, azaz a gáz  $V$  térfogatát jelenti; a  $p_x, p_y, p_z$  koordinátákra vonatkozó integrál  $u_t = 0$  és  $u_t = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$  energia között, azaz a 0 és  $\sqrt{2mu_t}$  sugarú gömb felület között veendő,<sup>1</sup>  $m$  a molekula tömegét jelenti. Következésképpen

$$V'_a = V \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \sqrt{(2mu_t)^3}, \quad (4a)$$

tehát a  $h^3$  nagyságú cellák száma:

$$n_t = \frac{4\pi \sqrt{(2mu_t)^3} V}{3h^3}. \quad (5)$$

<sup>1</sup> A  $p_x, p_y, p_z$ -re vonatkozó integráció menetének feltüntetésével

$$V'_a = V \int_{-\sqrt{2mu_t}}^{+\sqrt{2mu_t}} \left( \int_{-\sqrt{2mu_t - p_x^2}}^{+\sqrt{2mu_t - p_x^2}} \int_{-\sqrt{2mu_t - p_x^2 - p_y^2}}^{+\sqrt{2mu_t - p_x^2 - p_y^2}} dp_y \right) dp_x.$$

.

$$\int_{-\sqrt{2mu_t - p_x^2 - p_y^2}}^{+\sqrt{2mu_t - p_x^2 - p_y^2}} dp_z = 2\sqrt{2mu_t - p_x^2 - p_y^2} \text{ ot írva.}$$

A  $p_y$ -ra vonatkozó integrálást az

$$\int \sqrt{a - x^2} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{a - x^2} + \frac{a}{2} \arcsin \frac{x}{\sqrt{a}} + \text{állandó}$$

egyenlet szerint elvégezve

$$V'_a = V \int_{-\sqrt{2mu_t}}^{+\sqrt{2mu_t}} (2mu_t - p_x^2) \pi dp_x = V \cdot \frac{4\pi}{3} \sqrt{(2mu_t)^3}.$$

Egy molekula állapotterében a cellák számának  $e$  kifejezése csak akkor érvényes, ha a  $V$  térfogatban csak egy molekula van. Ha a  $V$  térfogatban több, például  $N$  molekula van, az egyes molekulák állapotterének szerkezete a következőképpen módosul: A gáz állapotterében két állapotpont, amelyek csak abban különböznek egymástól, hogy két molekula a translációs, rotációs és sebességi koordinátáit felcserélte, a gáznak a koordináták ugyanazáltal az értékrendszere által meghatározott állapotát jelöli. Következésképpen a gáznak a koordináták bármely rendszere által meghatározott állapotánál  $N!$  különböző állapotpont veendő tekintetbe. Az állapotter tehát  $N!$ , azaz  $\left(\frac{N}{e}\right)^N$  egymással egyenlő értékű részre szakad s mivel a gáz állapottere az egyes molekulák állapottereinek szorzatával egyenlő, mindenik molekula állapottere  $\frac{N}{e}$  egyenlő értékű, kongruens részből áll. Az egy-értékűség végett az állapotternek oly részére kell szorítkoznunk, hogy a koordináták bármely értékrendszere által meghatározott állapotnak csak egy állapotpont feleljen meg. Tehát egy molekula (4a) által megadott állapotter-részének  $\frac{N}{e}$ -ed részét kell venni az egyes molekulák állapottereiben, ha a  $V$  térfogatban  $N$  molekula van. Azaz a  $h^3$  nagyságú cellák száma:

$$n_t = \frac{4\pi e \sqrt{(2mu_t)^3} V}{3h^3 N}, \quad (5a)$$

tehát

$$u_t = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3N}{4\pi e V} \right)^{2/3} n_t^{3/2}, \quad (6)$$

megegyezőleg a PLANCK-féle értékkel.<sup>1</sup>

3. §. Egy molekula (3) egyenlet által adott állapotter-részének a rotációs koordinátákra eső részét, a rotációs állapotter-részt véve,

$$V_a'' = \iiint d\vartheta d\varphi dp_\vartheta dp_\varphi, \quad (7)$$

$\bar{p}_\varphi = \frac{p_\varphi}{\sin \vartheta}$  értéket helyettesítve

<sup>1</sup> M. PLANCK: Berliner Ber. 51. 1. 1925.

$$V''_a = \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \iint dp_\vartheta d\bar{p}_\varphi = 4\pi \iint dp_\vartheta d\bar{p}_\varphi, \quad (7a)$$

ahol a  $p_\vartheta$ - és  $\bar{p}_\varphi$ -re vonatkozó integrál  $u = 0$  és

$$u = \frac{I}{2} (\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2) = \frac{1}{2I} \left( p_\vartheta^2 + \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \vartheta} \right) = \frac{1}{2I} (p_\vartheta^2 + \bar{p}_\varphi^2)$$

rotációs energia, azaz a 0 és  $\sqrt{2Iu}$  sugarú körkerület között veendő;  $I$  a molekula tehetetlenségi nyomatékát jelenti.<sup>1</sup> Tehát

$$V''_a = 8\pi^2 I u. \quad (7b)$$

A legkisebb energiájú cella *térfogata*:

$$h^2 = 8\pi^2 I u'_1$$

0 és  $u'_1$  szélső energiával; a következő nagyobb energiájúé:

$$h^2 = 8\pi^2 I (u'_2 - u'_1)$$

$u'_1$  és  $u'_2$  szélső energiával és így tovább. A  $h^2$  nagyságú cellák száma (7b) alapján

$$n = \frac{8\pi^2 I u}{h^2}. \quad (8)$$

A rotációs állapotterben a cellák számának e kifejezése akkor is érvényes, ha a  $V$  térfogatban több molekula van, mivel a translációs koordinátákra eső résznél, a (3) egyenlet első részénél a szükséges változtatást ((5a) egyenletnél) már megtettük. Ha a (3) egyenlet integrálásánál szereplő  $u$  rotációs energia a molekulának a rotációs állapotterében a legkülső cella szélső energiaértéke, mely két szomszédos cella között van, akkor a (8)

<sup>1</sup> A  $p_\vartheta$ - és  $\bar{p}_\varphi$ -re vonatkozó integráció menetének feltüntetésével

$$V''_a = 4\pi \int_{-\sqrt{2Iu}}^{+\sqrt{2Iu}} \left( \int_{-\sqrt{2Iu-p_\vartheta^2}}^{+\sqrt{2Iu-p_\vartheta^2}} d\bar{p}_\varphi \right) dp_\vartheta = 4\pi \int_{-\sqrt{2Iu}}^{+\sqrt{2Iu}} 2\sqrt{2Iu-p_\vartheta^2} dp_\vartheta.$$

Az 5. oldal lábjegyzetében közölt integrálformula alkalmazásával

$$V''_a = 8\pi^2 I u.$$

alatti egyenletből az  $n$ -edik cella quantumos energiája általánososan, a PLANCK-éhoz<sup>1</sup> hasonló eljárással:

$$u_n = \frac{h^2(n - n_0)}{8\pi^2 I}, \quad (9)$$

ahol  $n_0$  egy állandó, pozitív, valódi tört. Speciális feltevés lenne a lehetséges quantumos energiaként a cellák szélső energiáját venni.  $n = 1, 2, 3, \dots$  mellett kapjuk az egyes cellákban lehetséges állapotpontok quantumos energiáit.

A (2) alatti szabad energia (9) alapján

$$F = -kNT \ln \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma(n-n_0)}, \quad (10)$$

ahol

$$\sigma = \frac{h^2}{8\pi^2 I k T}. \quad (11)$$

Magas hőmérséklet mellett  $\sigma \ll 1$ , és az exponenciális függvény tagról tagra igen kis mértékben változik, ennél fogva az összegezés integrálással helyettesíthető<sup>2</sup> és

$$F = -RT \ln \int_1^{\infty} e^{-\sigma(n-n_0)} dn = -RT \ln \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\sigma x} dx - \int_0^{1-n_0} e^{-\sigma x} dx \right\}, \quad (12)$$

$$F = -RT \ln \left\{ \frac{1}{\sigma} - \frac{(-e^{-\sigma(1-n_0)} + 1)}{\sigma} \right\}. \quad (12a)$$

$\sigma$  rendkívül kicsiny lévén,  $e^{-\sigma(1-n_0)}$  értéke egynek vehető, tehát

$$F = -RT \ln \frac{8\pi^2 I k T}{h^2}. \quad (12b)$$

<sup>1</sup> M. PLANCK: Berliner Ber. 51. l. 1925.

<sup>2</sup> Dolgozatomban a szabad energia értékének kiszámítására használatos integrálformulák a következők:

$$\int_0^{\infty} x^k e^{-tx} dx = \frac{k!}{t^{k+1}}, \quad \int_0^{\infty} x^{2k+1} e^{-tx^2} dx = \frac{k!}{2t^{k+1}},$$

$$\int_0^{\infty} x^{2k} e^{-tx^2} dx = \frac{1}{t \sqrt{t}} \cdot \frac{(2k)! \sqrt{\pi}}{2^{2k+1} k!}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

A rotációs entrópia:

$$S = - \frac{\partial F}{\partial T} = R \ln \frac{8\pi^2 I k T}{h^2} + R,$$

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 e I k T}{h^2}. \quad (13)$$

4. §. A (2a) quantumos energiaértékeit a következőképen számíthatjuk: Egy molekula rotációs állapotterének bizonyos részében a különböző nagyságú cellákat jellemző statisztikai súlyok összege egyenlő a  $h^2$  nagyságú cellák számával, tehát (8) segítségével

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = \frac{8\pi^2 I u}{h^2}. \quad (14)$$

A  $p_1 + p_2 + \dots + p_n$ -nek a cellák számával való összefüggése megállapításakor feltevésekre vagyunk utalva. A kétatomú gázmolekula rotációs, quantumos energiájára vonatkozó vizsgálatok szerint valószínű, hogy PLANCK-nak az egyatomú gázoknál tett feltevése<sup>1</sup> itt is fenntartható. Ez általánosabb feltevés szerint egy molekula különböző nagyságú celláihoz tartozó statisztikai súlyok összege egyenlő a koordináta-számmal hatványozott cellaszámmal, azaz

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = n^2, \quad (15)$$

ahol  $n$  most a különböző nagyságú cellák számát jelenti. A  $p_1 = 1, p_2 = 1 \dots p_n = 1$  esettel eddigi vizsgálatunkban foglalkoztunk. A legkisebb energiájú cella térfogata (14) és (15) alapján

$$h^2 = 8\pi^2 I u'_1$$

0 és  $u'_1$  szélső energiával; a következő nagyobb energiájúé:

$$3h^2 = 8\pi^2 I (u'_2 - u'_1)$$

$u'_1$  és  $u'_2$  szélső energiával és így tovább. A (14)- és (15)-ből

$$u = \frac{h^2 n^2}{8\pi^2 I}, \quad (16)$$

<sup>1</sup> M. PLANCK: Berliner Ber. 55. I. 1925.



a (9) egyenlethez tartozó megokolást is tekintetbe véve, az  $n$ -edik cella quantumos energiája:

$$u_n = \frac{h^2 (n - n_0)^2}{8\pi^2 I}. \quad (16a)$$

Az  $n_0 = 1$  mellett e quantumos energia megegyezik a PLANCK által számított értékkel<sup>1</sup> és az egyes cellák szélső energiáját adja. (15) alapján az  $n$ -edik cella statisztikai súlya:  $p_n = n^2 - (n - 1)^2$ , tehát a (2a) alatti szabad energia (16a) tekintetbe vételével:

$$F = - RT \ln \sum_{n=1}^{\infty} [n^2 - (n - 1)^2] e^{-\sigma (n - n_0)^2}. \quad (17)$$

Magas hőmérséklet mellett ( $\sigma \ll 1$ ) az exponenciális függvény tagról tagra rendkívül kis mértékben változik, az összegezés integrálással helyettesíthető.  $n^2 - (n - 1)^2$  az integrálásnál  $dn^2$ -nak írható, mivel két szomszédos  $n$  között az exponenciális függvény állandónak vehető, tehát

$$F = - RT \ln \int_1^{\infty} e^{-\sigma (n - n_0)^2} dn^2, \\ F = - RT \ln \left\{ 2 \int_0^{\infty} (x + n_0) e^{-\sigma x^2} dx - 2 \int_0^{1 - n_0} (x + n_0) e^{-\sigma x^2} dx \right\}, \quad (18) \\ F = - RT \ln \left\{ \frac{1}{\sigma} + \frac{n_0 \sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}} - 2 \left( \frac{-e^{-\sigma (1 - n_0)^2}}{2\sigma} + \frac{1}{2\sigma} + n_0 (1 - n_0) \right) \right\}; \quad (18a)$$

az integrálásoknál  $\int_0^{1 - n_0} e^{-\sigma x^2} dx$ -ben  $\sigma$  rendkívüli kicsinyisége miatt az exponenciális függvény változását 0 és  $1 - n_0$  között elhanyagolva s az exponenciális függvény értékét egynek véve, azaz  $\int_0^{1 - n_0} e^{-\sigma x^2} dx = 1 - n_0$ -t írva. A (18a)-ban  $e^{-\sigma (1 - n_0)^2} = 1$  értéket írva

$$F = - RT \ln \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + n_0 \sqrt{\pi \sigma} - 2n_0 (1 - n_0) \sigma \right\}, \quad (18b)$$

a zárjeles kifejezés logaritmusá elhanyagolható kicsiny,<sup>2</sup> tehát

$$F = - RT \ln \frac{8\pi^2 I k T}{h^2}, \quad (18c)$$

<sup>1</sup> M. PLANCK: Ann. d. Phys. 50. 393. (1916).

<sup>2</sup>  $\log(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots (-1 < x \leq 1)$  sorfejtés tekintetbe vételével, (18b)-ben az  $x$ -nek megfelelő tagok elhanyagolhatók.

megegyezőleg (12b)-vel; ennél fogva

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 e I k T}{h^2}, \quad (19)$$

megegyezőleg a (13) alatti egyenlettel. A kétatomú gáz e rotációs entrópiaértéke megegyezik a SACKUR,<sup>1</sup> PLANCK,<sup>2</sup> TETRODE,<sup>3</sup> EHRENFEST- és TRKAL<sup>4</sup> féle, más utakon nyert, *magas hőmérséklet* mellett érvényes eredményekkel. A PLANCK-féle számítás azzal a feltevéssel érvényes, hogy az állapotpontok folytonosan töltik be az állapotteret. TETRODE a két- és egyatomú gáz teljes entrópiáját számítja; TETRODE dolgozatában a (17) és (16) alatti egyenletnek a különbsége adja a rotációs entrópiát. EHRENFEST-nél és TRKAL-nál (eltekintve a szimmetria-számtól) a kémiai állandóból az abszolút entrópiát kiszámítva, a két- és egyatomú gázokra vonatkozó egyenletek különbsége veendő.

## II. A többatomú gáz rotációs entrópiájának kiszámítása a szabad energia segítségével.

1. §. Vegyük tekintetbe az  $N$  egyenlőfajú molekulát tartalmazó,  $T$  hőmérsékletű, egy mol tömegű többatomú gázt. Egy molekulának a 0 és  $u$  rotációs energia közötti állapottere:

$$V''_a = \iint \dots d\vartheta d\varphi d\psi dp_\vartheta dp_\varphi dp_\psi, \quad (20)$$

ahol  $\vartheta$  és  $\varphi$  a harmadik főtehetetlenségi tengely ( $L$ ) pozitív irányát meghatározó szögek,  $\psi$  az első főtehetetlenségi tengely ( $I$ ) pozitív irányát jelölő szög,  $p_\vartheta$ ,  $p_\varphi$ ,  $p_\psi$  a megfelelő impulzuskoordináták, az integráció 0 és  $u$  szélső energia között kiterjesztendő a koordináták minden lehetséges értékére. Jelölje  $I$ ,  $K$ ,  $L$  a molekula főtehetetlenségi nyomatékait, egy molekula rotációs energiája<sup>5</sup>

<sup>1</sup> O. SACKUR: Ann. d. Phys. 40. 90. (1913).

<sup>2</sup> M. PLANCK: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 17. 419. (1915).

<sup>3</sup> H. TETRODE: Proceedings Amsterdam, 17. 1173. 1175. (1915).

<sup>4</sup> P. EHRENFEST és V. TRKAL: Ann. d. Phys. 65. 624. (1921).

<sup>5</sup> A rotációs energia számításánál l. pl. M. PLANCK: Einführung in die Allgemeine Mechanik (1916) 146., 147., 152. §-ait, l. 212. l. (501) alatti egyenleteket.

$$u = \frac{1}{2} [I (\sin \vartheta \cos \phi \dot{\phi} - \sin \phi \dot{\vartheta})^2 + K (-\sin \vartheta \sin \phi \dot{\phi} - \cos \phi \dot{\vartheta})^2 + L (\cos \vartheta \dot{\phi} + \dot{\psi})^2] = \frac{1}{2} (Ia^2 + Kb^2 + Lc^2), \quad (21)$$

ahol  $a, b, c$  a forgási sebesség komponensei a főtengelyekre és

$$\begin{aligned} a &= \sin \vartheta \cos \phi \dot{\phi} - \sin \phi \dot{\vartheta}, & b &= -\sin \vartheta \sin \phi \dot{\phi} - \cos \phi \dot{\vartheta}, \\ & & c &= \cos \vartheta \dot{\phi} + \dot{\psi}. \end{aligned} \quad (22)$$

Az impulzus-koordináták és  $a, b, c$  között az összefüggés (21) és (22)-ből

$$\left. \begin{aligned} p_{\vartheta} &= -Ia \sin \phi - Kb \cos \phi \\ p_{\phi} &= Ia \sin \vartheta \cos \phi - Kb \sin \vartheta \sin \phi + Lc \cos \vartheta \\ p_{\psi} &= Lc. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

A  $p_{\vartheta}, p_{\phi}, p_{\psi}$  helyett (20)-ba  $a-, b-, c$ -t vezetve be integrációs változóznak

$$V''_a = \int \int \dots d\vartheta d\phi d\psi I K L \sin \vartheta da db dc, \quad (20a)$$

$$V''_a = -IKL \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\psi \int \int \int da db dc, \quad (20b)$$

ahol az  $a, b, c$ , koordinátára vonatkozó integrál  $u = 0$  és  $u = \frac{1}{2} (Ia^2 + Kb^2 + Lc^2)$  energia, azaz a 0, 0, 0 és

$$\sqrt{\frac{2u}{I}}, \quad \sqrt{\frac{2u}{K}}, \quad \sqrt{\frac{2u}{L}}$$

fél főtengelyű ellipszoid felület között veendő,<sup>1</sup> tehát

<sup>1</sup> Az  $a-, b-, c$ -re vonatkozó integráció menetének feltüntetésével

$$\begin{aligned} V''_a &= 8\pi^2 I K L \int da \left[ \int 2 \sqrt{\frac{1}{L} (2u - Ia^2 - Kb^2)} db \right]; \\ &- \sqrt{\frac{2u}{I}} - \sqrt{\frac{1}{K} (2u - Ia^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sqrt{\frac{1}{L} (2u - Ia^2 - Kb^2)} \\ \text{mert áll:} & \int dc = 2 \sqrt{\frac{1}{L} (2u - Ia^2 - Kb^2)} \\ &- \sqrt{\frac{1}{L} (2u - Ia^2 - Kb^2)} \end{aligned}$$

E kifejezésben a  $\frac{K}{L}$ -et a négyzetgyökjel elé kiemelve, a  $b$ -re vonatkozó

$$V_a'' = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u)^3}. \quad (24)$$

A  $h^3$  nagyságú cellák száma:

$$n = \frac{32\pi^3}{3h^3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u)^3}. \quad (25)$$

A legkisebb energiájú cella térfogata:

$$h^3 = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u_1')^3}$$

0 és  $u_1'$  szélső energiával; a következő nagyobb energiájúé:

$$h^3 = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \left\{ \sqrt{(2u_2')^3} - \sqrt{(2u_1')^3} \right\}$$

$u_1'$  és  $u_2'$  szélső energiával és így tovább.

Az  $n$ -edik cella quantumos energiája (25)-ből

$$u_n = \frac{1}{2} \left( \frac{3h^3}{32\pi^3 \sqrt{IKL}} \right)^{2/3} (n - n_0)^{3/2}. \quad (26)$$

A többatomú gáz szabad energiája (2) és (26) alapján

$$F = -RT \ln \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sigma (n - n_0)^{3/2}}, \quad (27)$$

ahol

$$\sigma = \frac{1}{2kT} \left( \frac{3h^3}{32\pi^3 \sqrt{IKL}} \right)^{2/3}. \quad (28)$$

Magas hőmérséklet mellett ( $\sigma \ll 1$ )

$$F = -RT \ln \int_1^{\infty} e^{-\sigma (n - n_0)^{3/2}} dn,$$

$$F = -RT \ln \left\{ 3 \int_0^{\infty} x^2 e^{-\sigma x^3} dx - 3 \int_0^{\sqrt[3]{1 - n_0'}} x^2 e^{-\sigma x^3} dx \right\}, \quad (29)$$

integrálást az 5. oldal lábjegyzetében közölt integrál-formulával kiszámítva

$$V_a'' = 8\pi^3 I \sqrt{KL} \int \left( 2u - I a^3 \right) n da = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u)^3}.$$

$$+ \sqrt{\frac{2u}{I}}$$

$$- \sqrt{\frac{2u}{I}}$$

$$F = -RT \ln \left\{ \frac{3}{\sqrt{\sigma^3}} \frac{\sqrt{\pi}}{4} (1 - n_0) \right\}, \quad (29a)$$

$$\int_0^{\sqrt[3]{1-n_0}} x^2 e^{-ax^2} dx = \int_0^{\sqrt[3]{1-n_0}} x^2 dx = \frac{1-n_0}{3} \text{ értéket írva (v. ö. a (18)}$$

alatti integrációval). A logaritmus alatti kifejezés első tagját kiemelve, a második rész logaritmusát elhanyagolhatóan kicsiny, tehát

$$F = -RT \ln \frac{8\pi^2 \sqrt{IKL} \sqrt{(2\pi kT)^3}}{h^3}. \quad (29b)$$

Ennélfogva a rotációs entrópia:

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 \sqrt{IKL} \sqrt{(2\pi kT)^3}}{h^3} + \frac{3}{2} R,$$

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 \sqrt{e^3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2\pi kT)^3}}{h^3}. \quad (30)$$

2. §. Különböző nagyságú cellák esetében a statisztikai súlyok összege (25) alapján

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = \frac{32\pi^3}{3h^3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u)^3}. \quad (31)$$

A statisztikai súlyokra vonatkozólag a kétatomú gázoknál alkalmazott feltevést használva

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = n^3. \quad (32)$$

A (31)- és (32)-ből a legkisebb energiájú cella térfogata:

$$h^3 = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2u'_1)^3}$$

0 és  $u'_1$  szélső energiával; a következő nagyobb energiájúé (32) tekintetbe vételével

$$(2^3 - 1) h^3 = 7h^3 = \frac{32\pi^3}{3} \sqrt{IKL} \left\{ \sqrt{(2u'_2)^3} - \sqrt{(2u'_1)^3} \right\}$$

$u'_1$  és  $u'_2$  szélső energiával és így tovább. Az  $n$ -edik cella quantumos energiája (31)- és (32)-ből

$$u_n = \frac{1}{2} \left( \frac{3h^3}{32\pi^3 \sqrt{IKL}} \right)^{1/3} (n - n_0)^2. \quad (33)$$

(32) alapján  $p_n = n^3 - (n-1)^3$ , következöleg a (2a) alatti szabad energia

$$F = -RT \ln \sum_{n=1}^{\infty} [n^3 - (n-1)^3] e^{-\sigma(n-n_0)^2}. \quad (34)$$

Magas hőmérséklet mellett<sup>1</sup> ( $\sigma \ll 1$ )

$$F = -RT \ln \int_1^{\infty} e^{-\sigma(n-n_0)^2} dn^3,$$

$$F = -RT \ln \left\{ 3 \int_0^{\infty} (x+n_0)^2 e^{-\sigma x^2} dx - 3 \int_0^{1-n_0} (x+n_0)^2 e^{-\sigma x^2} dx \right\}, \quad (35)$$

$$F = -RT \ln \left\{ \frac{3}{\sqrt{\sigma^3}} \frac{\sqrt{\pi}}{4} + \frac{3n_0}{\sigma} + \frac{3n_0^2 \sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}} - \right.$$

$$\left. - [(1-n_0)^3 + 3n_0(1-n_0)^2 + 3n_0^2(1-n_0)] \right\}. \quad (35a)$$

A logaritmus alatti első tag kiemelésével, a második rész logaritmusá elhagyhatóan kicsiny, következöleg  $F$  (35a) alatti értéke egyenlőnek vehető  $F$  (29a) alatti értékével s így  $\sigma$  (28) alatti értékét helyettesítve

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 \sqrt{e^3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2\pi kT)^3}}{h^3}, \quad (36)$$

megegyezőleg a (30) alatti egyenlettel. A többatomú gáz e rotációs entrópiája megegyezik a TETRODE<sup>2</sup>-, EHRENFEST- és TRKAL<sup>3</sup>-féle más utakon nyert, magas hőmérséklet mellett érvényes eredményekkel. TETRODE a több- és egyatomú gáz teljes entrópiáját számítja; TETRODE dolgozatában a (34) és (16) alatti egyenletnek a különbsége adja a rotációs entrópiát. EHRENFEST-nél és TRKAL-nál (a szimmetria-számtól eltekintve) a kémiai állandó kifejezéséből az abszolút entrópiát kiszámítva, a több- és egyatomú gázokra vonatkozó egyenletek különbsége veendő.

3. §. A többatomú gázmolekulának (26) és (33) alatti quantumos energiaértéke különbözik az asszimmetrikus pörgetyű<sup>4</sup> quan-

<sup>1</sup> L. a (17) alatti egyenletet követő megjegyzéseket. A (35) alatti integrálásoknál l. a (18) alatti integrációkat.

<sup>2</sup> H. TETRODE: Proceedings Amsterdam, 17. 1181. 1173. (1915).

<sup>3</sup> P. EHRENFEST és V. TRKAL: Ann. d. Phys. 65. 624. (1921).

<sup>4</sup> Pörgetyű alatt értve egy meghatározott pont körül szabadon forgó merev testet.

tumos állapotaihoz tartozó, más úton nyert eredményektől.<sup>1</sup> Ez a különbség az itt adott definícióval magyarázható, amely szerint a rotációs koordinátákat a quantumos energia meghatározásakor egyenlő jelentőségűeknek vesszük. A PLANCK és REICHE-féle vizsgálatoknál két quantumszám szerepel és a test rotációs energiájának a quantumszámokkal való előállítását csak bizonyos feltételek mellett lehetséges. Ha két főtehetetlenségi nyomaték ( $I$  és  $K$ ) egymással megközelítőleg egyenlő, REICHE<sup>2</sup> által a pörgetyűhöz tartozó HAMILTON—JACOBI-féle differenciálegyenlet változóinak szeparálása alapján meghatározott quantumos energia:

$$u_{n_2, n_3} = \frac{h^2}{8\pi^2} \left\{ \frac{(n_2 + n_3)^2 - n_3^2}{2} \left( \frac{1}{I} + \frac{1}{K} \right) + \frac{n_3^2}{L} \right\}; \quad (37)$$

ezzel az értékkel a szabad energia (34) alatti kifejezésében az összegezés magas hőmérséklet mellett sem végezhető el. A dolgozatomban követett eljárás a többatomú gáznál is lehetővé teszi magas hőmérsékletnél a szabad energia kiszámítását.

További vizsgálatok szükségesek arra nézve, hogy tetszés szerinti hőmérsékletnél (így alacsony hőmérsékletnél is) meghatározzuk a (2) és (2a) alatti szabad energia értékét.

### III. A két- és többatomú gáz rotációs entrópiájának kiszámítása az állapot-valószínűség közvetlen meghatározása alapján.

1. §. A gáz entrópiájának, illetőleg rotációs entrópiájának az értékét közvetlenül, a quantumos energiaértékek ismerete nélkül az  $S = k \ln W$  BOLTZMANN—PLANCK-féle egyenletből<sup>3</sup> szá-

<sup>1</sup> M. PLANCK: Ann. d. Phys. 50. 407. (1916), Berliner Ber. 1166. I. 1918.

P. S. EPSTEIN: Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 18. 398. (1916), Phys. ZS. 20. 289. (1919).

F. REICHE: Phys. ZS. 19. 394. (1918).

<sup>2</sup> F. REICHE: Phys. ZS. 19. 398. (1918). A harmadik koordinátának megfelelő harmadik quantumszám hiányát azzal magyarázhatjuk, hogy a pörgetyű integrál-mozgási egyenletében csak két állandó lép fel.

<sup>3</sup> Az entrópia és az állapot-valószínűség közötti összefüggés tárgyalását l. M. PLANCK: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung-jában az Entropie und Wahrscheinlichkeit c. szakaszban.

míthatjuk, ha a makroszkópikus állapot-valószínűség:  $W$  ismeretes. A gáz egy bizonyos makroszkópikus állapota a makroszkópikus állapothatározókkal (térfogat, nyomás és más állapot-jelzőkkel) van meghatározva és adott makroszkópikus állapothatározók mellett az egyes molekulákat jellemző mikroszkópikus koordináták bizonyos feltételek mellett változhatnak. A gáz valamely állapotának valószínűsége a lehetséges módok: komplexiók számával van meghatározva s mindegyik komplexiónál az egyes,  $f$  szabadsági fokkal bíró molekulák állapottereiben az állapotpontok a  $h^f$  nagyságú cellák egyes helyein vannak.<sup>1</sup> A kétatomú gáz bizonyos állapotánál az összes lehetséges komplexiók számát úgy kapjuk, hogy valamely komplexióból kiindulva az e komplexióhoz tartozó molekulacellák térfogatainak szorzatát vesszük, e szorzatot az összes lehetséges komplexiókra vonatkozólag összegezzük s mindenik molekulánál elosztjuk  $h^5$ -el, azaz összesen  $h^{5N}$ -el.

A kétatomú gáz keresett állapot-valószínűsége tehát:

$$W = \frac{1}{h^{5N} N!} \int \dots dx_1 dy_1 dz_1 \dots d\vartheta_1 d\varphi_1 \dots dp_{x1} dp_{y1} dp_{z1} \dots dp_{\vartheta1} dp_{\varphi1} \dots, \quad (38)$$

ahol az 1-es index az 1-es számú molekulára vonatkozik, az integráció a koordináták mindamaz értékeire kiterjesztendő, melyek az adott makroszkópikus állapotnak megfelelnek;  $N!$ -al osztani kell, mivel a koordináták bármely rendszer által meghatározott állapotnál  $N!$  különböző állapotpont veendő tekintetbe (l. 35. oldal). A (38) által megadott valószínűséget úgy is értelmezhetjük, hogy az  $N$  molekulából álló gázrendszer  $10N$  méretű állapotterében az illető állapotnak megfelelő térrészt  $h^{5N}$  nagyságú cellákra osztjuk; e cellák száma adja az állapot valószínűségét. Az állapot-valószínűségnek ez az értelmezése megegyezik a TETRODE<sup>2</sup>-féle definícióval. TETRODE szerint a kérdéses állapotter-rész olyan  $10N$  méretű, egyenlő térfogatú cellákra osztandó, amely celláknak térfogata a  $h$  PLANCK-féle állandón kívül még két számtól:  $z$  és  $z_1$ -től, a többatomúaknál  $z$  és  $z_2$ -től függ.

<sup>1</sup> Dolgozatom e III. részében a molekulák állapottereinek csak egyenlő nagyságú ( $h^f$  nagyságú) cellákra való bontása alapján következtetek.

<sup>2</sup> H. TETRODE: Ann. d. Phys. 38. 434. (1912).



2. §. A translációs és rotációs koordináták egymástól függetlenül változván, a rotációs koordinátákra eső állapot-valószínűség (38)-ból:

$$W = \frac{1}{h^{2N}} \iint \dots d\vartheta_1 d\varphi_1 \dots dp_{\vartheta_1} dp_{\varphi_1} \dots \quad (39)$$

(38)-ban az  $N!$ -al való keresztülosztást illetően a translációs és rotációs koordinátákra vonatkozó valószínűség egymástól függő eseményekre vonatkozik. Egymástól függő események bekövetkezésének a valószínűsége egyenlő a valószínűségek szorzatával, az egyes események valószínűségét az alatt a feltétel alatt véve, hogy az előbb levő esemény már bekövetkezett. Az  $N!$ -al való osztás tehát a translációs koordinátáknál lép fel. Az

$$U = \frac{1}{2I} \sum_{n=1}^N (p_{\vartheta_n}^2 + \bar{p}_{\varphi_n}^2) \quad (\bar{p}_{\varphi} = \frac{p_{\varphi}}{\sin \vartheta} \text{ helyettesítéssel}) \quad (40)$$

és az

$$U + dU = \frac{1}{2I} \sum_{n=1}^N (p_{\vartheta_n}^2 + \bar{p}_{\varphi_n}^2) + \frac{1}{2I} d \left\{ \sum_{n=1}^N (p_{\vartheta_n}^2 + \bar{p}_{\varphi_n}^2) \right\} \quad (41)$$

rotációs energia közötti állapotnak megfelelő valószínűség (39)-ből a (7) egyenletet követő számítások tekintetbe vételével

$$W = \frac{(4\pi)^N}{h^{2N}} \iint \dots dp_{\vartheta_1} d\bar{p}_{\varphi_1} \dots \quad (42)$$

A (40) által adott gömb és a tőle végtelen kicsiny  $h_1$  távolságban fekvő, (41) által meghatározott gömb között integrálva

$$W = \frac{(4\pi)^N F_g h_1}{h^{2N}}, \quad (43)$$

ahol  $F_g$  a gömb felületét jelenti.

Az  $f$  méretű,  $r$  sugarú gömb térfogata, illetőleg felülete:<sup>1</sup>

$$K_g = \frac{\sqrt{\pi^f r^f}}{\Gamma\left(\frac{f}{2} + 1\right)}, \quad \text{illetőleg} \quad F_g = \frac{\sqrt{\pi^f r^{f-1}}}{\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}. \quad (44)$$

<sup>1</sup> L. pl. P. H. SCHOUBE: Mehrdimensionale Geometrie, Sammlung Schubert, 1905, II. k. 289. l.

Ha  $f$  rendkívül nagy az 1-hez képest,  $\ln K_g$  és  $\ln K'_g$  egyenlő értékek, mivel  $f$  és  $f-1$  felcserélhetők. Hasonló elhanyagolás végezhető az ellipszoidnál is.

(43)-ban a  $2N$  méretű gömb felülete:  $F_g$  helyett, mivel  $N \gg 1$ , a  $K_g = \frac{\pi^N (2IU)^N}{\Gamma(N+1)}$  térfogat írható,  $h_1$  a  $h^{2N}$  mellett  $\ln W$  kifejezésében elhanyagolható, tehát

$$W = \frac{(4\pi)^N \pi^N (2IU)^N}{h^{2N} \Gamma(N+1)}. \quad (43a)$$

Magas hőmérsékletre szorítkozva,  $U = kNT$ -t írva és  $\Gamma(N+1) = N!$  értéket helyettesítve

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 eIkT}{h^2}, \quad (45)$$

megegyezőleg a (13) és (19) alatti egyenlettel.

3. §. Az  $N$  molekulát tartalmazó többatomú gáznál a rotációs koordinátákra eső állapot-valószínűség:

$$W = \frac{1}{h^{3N}} \int \dots d\vartheta_1 d\varphi_1 d\psi_1 \dots dp_{\vartheta_1} dp_{\varphi_1} dp_{\psi_1} \dots, \quad (46)$$

az integráció a koordináták mindamaz értékére kiterjesztendő, melyek az adott állapotnak megfelelnek. A (20) alatti egyenletet követő számítások alapján

$$W = \int \dots IKL \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 d\varphi_1 d\psi_1 \dots da_1 db_1 dc_1 \dots \quad (46a)$$

Az

$$U = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (Ia_n^2 + Kb_n^2 + Lc_n^2) \quad (47)$$

és az

$$U + dU = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (Ia_n^2 + Kb_n^2 + Lc_n^2) + \frac{1}{2} d \left\{ \sum_{n=1}^N (Ia_n^2 + Kb_n^2 + Lc_n^2) \right\} \quad (48)$$

rotációs energia közötti állapotnak megfelelő állapot-valószínűség (46a)-ból a szögekre vonatkozó integrálás elvégzésével

$$W = \frac{(8\pi^2)^N (IKL)^N}{h^{3N}} \int \dots da_1 db_1 dc_1 \dots \quad (46b)$$

A (47) által adott ellipszoid és a tőle végtelen kicsiny  $h_1$  távolságban fekvő, (48) által meghatározott ellipszoid között integrálva

$$W = \frac{(8\pi^2)^N (IKL)^N F_e h_1}{h^{3N}}, \quad (46c)$$

ahol  $F_e$  a (47) által megadott  $3N$  méretű ellipszoid felületét jelenti. A (44) alatti egyenletek alapján, tekintetbe véve a  $3N$  méretű ellipszoid felületét és térfogatát,  $N$  nagy értéke miatt az ellipszoid *felülete* helyett

$$K_e = \frac{\sqrt{\pi^{3N}} \left( \sqrt{\frac{(2U)^3}{IKL}} \right)^N}{\Gamma\left(\frac{3N}{2} + 1\right)}$$

térfogata írható,  $h_1$  a  $h^{3N}$  mellett  $\ln W$  kifejezésében elhagyható, tehát

$$W = \frac{(8\pi^2)^N \sqrt{\pi^{3N}} \sqrt{(IKL)^N} \sqrt{(2U)^{3N}}}{h^{3N} \Gamma\left(\frac{3N}{2} + 1\right)}. \quad (49)$$

Magas hőmérsékletnél  $U = \frac{3}{2} kNT$  és a rotációs entrópia a

$$\Gamma\left(\frac{3N}{2} + 1\right) = \left(\frac{3N}{2}\right)!$$

helyettesítéssel:

$$S = R \ln \frac{8\pi^2 \sqrt{e^3} \sqrt{IKL} \sqrt{(2\pi kT)^3}}{h^3}, \quad (50)$$

megegyezően a (30) és (36) alatti egyenlettel.

### Összefoglalás.

A két és többatomú gázoknál a molekulák rotációs állapottereit  $h^2$ , illetőleg  $h^3$  térfogatú cellákra, vagy bizonyos, a PLANCK-féle feltevéssel megadott különböző térfogatú cellákra osztva, kiszámítottuk a rotációs entrópia értékét. A két különböző feltevéssel számított, *magas hőmérséklet* melletti rotációs entrópia-értékek egymással egyenlők, megegyeznek a közvetlen valószínűségi számítás rendjén nyert értékekkel és a TETRODE-, EHRENFEST- és TRCAL-féle egyenletekkel.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 október 26.-án tartott üléséből.)



# ÜBER DIE ROTATIONSENTROPIE DER ZWEI- UND MEHRATOMIGEN GASE.

Von KOLOMAN SZÉLL.

Es wird die Rotationsentropie der zwei- und mehratomigen Gase auf Grund der Planckschen Untersuchungen über die physikalische Struktur des Phasenraumes unter der Voraussetzung berechnet, dass die Phasenpunkte in den auf die Rotationskoordinaten bezüglichen Phasenräumen der einzelnen Molekeln nur auf bestimmten Stellen liegen können. Weiter wird angenommen: 1. Das betrachtete Gas ist ein ideales Gas. 2. Von den Bewegungen der Atome und der Elektronen in den Molekeln kann abgesehen werden. 3. Die von der endlichen Ausdehnung der Molekeln herrührende Volumenkorrektur ist vernachlässigbar.

Im ersten Teile (I) bei der Bestimmung der freien Energie werden die Phasenräume der einzelnen Molekeln in Zellen der Grösse  $h^f$  eingeteilt, wo  $h$  die Plancksche Konstante,  $f$  die Anzahl der Freiheitsgrade einer Molekel bedeutet. Im zweiten Teile (II) sind die Zellen von verschiedener Grösse,  $h^f P$ , wo  $P$  das statistische Gewicht der betreffenden Zelle angibt. Im dritten Teile (III) wird die Zustandswahrscheinlichkeit mit direkter Betrachtung bestimmt. Die für die Rotationsentropie erhaltenen Werte sind *bei hoher Temperatur* miteinander gleich und stimmen mit den von Sackur, Planck, Tetrode, Ehrenfest und Trkal auf ganz anderen Wegen ermittelten, bei hoher Temperatur gültigen Resultaten überein.

---

(Aus der Sitzung vom 26. Oktober 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## TANULMÁNY A TALAJ HUMUSZ-ZEOLIT-KOMPLEXUMÁRÓL ÉS A TALAJREAKCIÓKRÓL.

SIGMOND ELEK rendes tag székfoglaló értekezése.

Tíz évvel ezelőtt, mikor mint az Akadémia levelező tagja székfoglaló értekezésemben a mesterséges zeolitok talajtani jelentőségét körvonaloztam, rámutattam arra is, hogy valószínűleg a talajban is hasonló sajátságú anyagok fordulnak elő, melyeknek döntő jelentőségük van az egész talaj kémiai, fizikai és biológiai természetére. (1) Akkor még kísérleteim kezdetén voltam és a külföldi szakemberek közül még csak kevésre hivatkozhattam, akik velem hasonló álláspontot képviseltek. (2) Amit tíz évvel ezelőtt még csak durván körvonaloztam, azt ma már tisztábban láthatjuk, hogy t. i. *a talajnak az a része, melyben a talaj jellemző reakciói lejátszódnak, melytől nemcsak a talaj kémiai jellege, de legfontosabb fizikai sajátságai is függenek s végre amelytől mindkét utóbbi tényező összeműködése folytán a talajban és talajon végbemenő szerves élet elsősorban függ: az nem egyéb, mint a talajokban már eddig is sejtett és feltételezett humusz-zeolit-komplexum.*

Ne gondoljunk itt most valami pontosan definiálható kémiai vegyületre vagy ismert vegyületek összeségére. Mi csak ezeknek az anyagoknak egyes jellegzetes kémiai sajátságait és alkotóelemeit, továbbá ezekkel kapcsolatos fizikai viselkedését ismerjük.

Már régóta ismerjük a talaj abszorpciós jelenségeit. (3) A talajabszorpciót előidéző anyagok közelebbi kémiai összetételét ugyan még nem ismerjük, de minden valószínűség a mellett szól, hogy a talaj agyagos részében a mesterséges zeolitokhoz hasonló vegyületek és bizonyos savtermészetű humuszanyagok szerepelnek

mint anionok, melyekhez a különböző kationok hasonló összeköttetésben kapcsolódnak, mint a sók esetében. Mivel a talajokban található humusz- és zeolitsavakat sem egymástól elkülöníteni, sem közelebből megvizsgálni eddig még nem sikerült, célszerű az egészet mint *humusz-zeolit-komplexumot* a talaj azon aktív részének tekinteni, amelyben a báziskicserélődéssel kapcsolatos jelenségek lejátszódnak.

A báziskicserélődés törvényeit az utóbbi időben sokan tanulmányozták. Ez a törvény azt mondja: hogy *a talaj humusz-zeolit-komplexumának kicserélhető bázisai neutrális sóoldatok kationjaival az egyenértékűsúlyok arányában cserélhetők ki.* Ez a reakció pedig RAMANN vizsgálatai értelmében a kémiai reakciókra érvényes *tömeghatás törvényeinek* hódol. (4) Igaz ugyan, hogy RAMANN kísérleteit nedves úton nyert mesterséges zeolitokon hajtotta végre, miként én is alapvető kísérleteimet ezekkel végeztem, de mivel a talaj báziskicserélődése hasonlóképp megy végbe, jogosan feltételezhetjük, hogy a talaj báziskicserélődése is hódol a tömeghatás törvényeinek. E megállapítás értelmében itt tulajdonképp ionreakciókról van szó, melyek az oldatokban szereplő ionok koncentrációjához képest a tömeghatás törvényeit követik. A tapasztalat ugyanis azt bizonyítja, hogy az egyensúlyi állapot igen hamar bekövetkezik. HISSINK tapasztalatai értelmében már három perc elegendő ahhoz, hogy a teljes egyensúly a sóoldat és talaj között bekövetkezzék; sőt már öt másodperc alatt is 97%-ig végbement a reakció. (5) Körülbelül hasonló tapasztalatokról számolt be GEDROIZ, (6) kinek kísérletei azért is érdekesek, mert összehasonlítja a báziskicserélődés reakciósebességét olyan kémiai folyamatok gyorsaságával, melyekben nehezen oldható, kémiailag ismert szilárd anyagok és oldatok közt megy végbe a reakció. Nevezetesen összehasonlította a talaj báziskicserélődési folyamat reakciósebességét a  $CaCO_3$  és  $NaH_2PO_4$  közt végbemenő reakció sebességével. A  $CaCO_3$  körülbelül annyira oldhatatlan vegyület, mint a talajok humusz-zeolit-komplexuma, a mononátriumfoszfát pedig teljesen oldódik, akár csak a báziskicserélésben szereplő sók. Sőt a reakció gyorsaságára még kedvezőbb lehetne az a körülmény, hogy a  $CaCO_3$  és  $NaH_2PO_4$  egymásra hatása következtében a

képződött kalciumfoszfát, mint oldhatatlan csapadék, a reakcióból kiválik, holott a báziskicszerélődés esetében ez rendszeren nem fordul elő. Mégis a kísérletek azt igazolták, hogy amíg a báziskicszerélődés reakciója már 3—5 perc alatt egyensúlyba jutott, a  $\text{CaCO}_3$  és  $\text{NaH}_2\text{PO}_4$  közt végbemenő reakció csak lassan ment végbe. GEDROIZ kísérlete 28 napra terjedt és még ez esetben sem mondhatjuk, hogy a reakció teljesen befejeződött. (7) Ebből GEDROIZ azt következtette, hogy a báziskicszerélődés reakciója e tekintetben eltér a rendes kémiai reakcióktól. GEDROIZ rámutat arra, hogy az újabb kolloidkémiai vizsgálatok eredményeként megállapítható, hogy *a tisztán felületi abszorpció a talajabszorpciós jelenségekhez hasonló gyorsasággal megy végbe.* (8)

Utóbbi esetben az abszorbeáló anyag igen finomra elosztott részecskéket alkot és az egész abszorpciós jelenség a részecskék felületén megy végbe. Ha azonban nem kolloidfinomságú oldhatatlan vegyület és oldott só közt megy végbe a reakció, mint a  $\text{CaCO}_3$  és  $\text{NaH}_2\text{PO}_4$  és más hasonló anyagok esetében, akkor a reakció ismét csak a részecskék felületén megy végbe pillanatszerűleg; lévén ez azonban aránylagosan kicsiny és a reakció még tovább is folytatható, az oldódás és diffúzió mértékéhez képest a reakció lassú menetben mindaddig folytatódik, míg a teljes átalakulás az adott viszonyokhoz képest be nem következett. Tudvalevő, hogy ez az oldódás és diffúzió sebessége rendszeren kicsiny és ezért a kémiai reakciók a különböző fázisú rendszerekben rendszeren lassabban mennek végbe, mint a kolloid-dispersiójú részecskék felületi reakciója. Ezek alapján GEDROIZ arra a következtetésre jut, hogy a talaj humusz-zeolit-komplexumában a kicszerélhető bázisok a humusz-zeolit-komplexum felületén vannak koncentrálandva. Körülbelül hasonló megállapítást találunk HISSINK idevonatkozó alapvető közleményében is. (9)

A mesterséges zeolitokkal végzett kísérleteim alapján évekkel ezelőtt arra a következtetésre jutottam, hogy különböző módon készített mesterséges zeolitok kémiai összetétele annyira szabályos kémiai vonatkozásokról tanuskodik, hogy ezek alapján az egyes termékek kémiai szerkezete valószínű képletekben fejezhető ki. (10) Az a kérdés tolu itt önkénytelenül előtérbe, hogyha a báziskicszerélődést a felületi reakciók közé soroljuk,

nem mond-e ez ellent annak a feltevésnek, hogy ezek a komplexumok egyúttal kémiai vegyületek oly értelemben, hogy a kicserélhető kationok nem egyszerűen a kolloid-dispersio nagy felületi energiájával, de egyszersmind kémiai vonatkozásban is megkötöttek? Nézetem szerint egyik a másikat egyáltalában nem zárja ki, mert hiszen azok a komplex alumínium-silicat-molekulák, melyeket annak idején mint valószínű szerkezeti képleteket megszerkesztettem, a kationokat mind a molekulaszervezet külső láncában tartalmazzák. Ha ezek alapján feltételezzük azt, hogy a kolloid-dispersiós rendszerben — melyben a dispersióban levő szilárd fázis mindenkor több molekulából áll — a molekulák úgy csoportosulnak, hogy a kationokkal kapcsolt oldalláncok a kolloidszemecskék felületén maradnak, ami a rendszer elektrosztatikai magyarázatával könnyen elképzelhető, akkor *semmi ok sem forog fenn, hogy jelen esetben a valódi kémiai jelenségek is az abszorpciós reakciók gyorsaságával játszódjának le, miként ez a valódi oldatokban, ahol a dispersió molekuláris, tényleg elő is fordul.* A GEDROIZ-féle összehasonlító kísérlet a  $\text{CaCO}_3$  és  $\text{NaH}_2\text{PO}_4$  esetére vonatkozólag azért nem találó, mert a  $\text{CaCO}_3$  igen durva elosztású, a molekula pedig igen kicsiny komplexum volt. Kérdés, ha a  $\text{CaCO}_3$ -ot kolloid-dispersióban alkalmazza, nem kap-e egészen más eredményeket. Továbbá az a körülmény is, hogy a reakció folyamán oldhatatlan kalcium-foszfát keletkezik, ez esetben a reakció gyors lefolyását könnyen akadályozhatja. Hiszen ismeretes, hogy a zsírok szappanosítása-kor a képződött szappannak a sol állapotból való kicsapódása nemcsak megláthatja, de meg is akadályozhatja a zsíradéknak szappanná való tökéletes átalakulását.

Mindezek alapján tehát nem látok semmi komoly okot fennforogni arra nézve, hogy régebbi álláspontomat a talaj zeolit-komplexumára vonatkozólag megváltoztassam. Ennek értelmében ez a zeolit-komplexum nem  $\text{Al}_2\text{O}_3$  és  $\text{SiO}_2$  gélek szabálytalan keveréke, hanem minden valószínűség szerint a mesterséges zeolitokhoz hasonló alumínium hidroszilikátokból áll, melyekhez a kicserélhető kationok és hidrogénatomok nemcsak a felületi energiával, hanem valódi kémiai energiával is kapcsolódnak.

Az utolsó két évtizedben, különösen a háborút követő évek-



ben a talajkutatók másik fő vizsgálódási iránya a talajreakció tanulmányozása volt. Mint az alábbiakban kimutatom, ez a talaj abszorpciós jelenségeivel szorosan összefügg.

A talajreakció fogalma azonban nagyon tág és határozatlan. Még a szűkebb értelemben használt talajreakció fogalma is elég bizonytalan, habár a talajaciditással,  $H$  ionkoncentrációval stb. tele vannak a külföldi szaklapok és nálunk is egyre sűrűbben alkalmazzák a talajaciditás, alkalinitás, neutralitás különböző definícióit. Maga KAPPEN, aki széleskörű kísérletei alapján igyekezett e téren némelyes egyöntetűséget teremteni, négyféle talajaciditást különböztet meg, ú. m.: az aktív, a neutrális sókat megbontó, a kicserélődési, illetőleg a hidrolízis okozta talajaciditást. Ettől eltérőleg a dánok, hollandok, az angolok és amerikaiak a  $pH$  értékkel fejezik ki a talaj reakcióját és azt esetenként a talaj kiegyenlítő, úgynevezett «puffer» hatásával egészítik ki. A talajaciditással eddig főképen azok a tudósok foglalkoztak, akik nedves éghajlatban képződött talajokat tanulmányoztak. Ámde a talajreakciónak a száraz éghajlatban képződött úgynevezett mezőségi és alkalitalajok esetében is van jelentősége. Ez esetben nem lehet szó aciditásról, tehát a KAPPEN-féle fogalmak látszólag önként elesnek és a  $pH$  értékek a neutrális és alkalikus területen mozognak.

Az alkalitalajokat illetőleg magam azt tapasztaltam, hogy a  $pH$  értékeknél sokkal többet mond a kicserélhető kationok minősége és viszonylagos mennyisége, mert ebből nemcsak betekintést nyerhetünk az alkalitalajok sajátos kémiai és fizikai természetébe, de a javítás módja is számszerű alapokra helyezhető. Hasonló megállapodásokhoz jutott tőlem teljesen függetlenül GEDROIZ orosz talajkutató a háború alatti és utáni időkben, kinek angolra fordított dolgozatait csak nem régen sikerült megszerezniem és elolvasnom. GEDROIZ nemcsak az alkalitalajokról, de a többi ismert talajtípusról is azt állapítja meg, hogy a talaj humusz-zeolit-komplexumának kationtartalmától, az ebben foglalt kationok minőségétől és mennyiségétől függ az egyes talajtípusok jellemző kémiai és fizikai viselkedése.

Itt van az a pont, ahol a talajreakció és talajabszorpció fogalma egymáshoz kapcsolódik és amiről utóbbi az időkben vég-

zett tanulmányaim alapján állítom, hogy a mai talajtani kutatásoknak egyik legérdekesebb és legjelentősebb tárgyát alkotja. Ez a kapcsolat egyszersmind arra is hivatott, hogy a talajreakció és talajabszorpció közelebbi mibenlétéről az eddignél világosabb képet nyerjünk és talajtípusainkat kémiai-fizikai alapon jól jellemzett csoportokba oszthassuk.

*I. főtípus. Neutrális talajok.* Nagyrészt kétvegyértékű kationokkal teljesen telített talajok. Ilyenek az igazi «csernoziom», az orosz «fekete föld», általában a fekete mezőségi talajok. Ezekben a humusz-zeolit-komplexum teljesen telített kalcium- és magnéziumkationokkal, még pedig rendszeren a kalciumkation az uralkodó. A kis mennyiségben kicserélhető kálium, esetleg nátrium teljesen elhanyagolható kis értékek. Ennek köszönheti a mezőségi fekete föld morzsalékos szerkezetét, jó szűrőképességét és neutrális reakcióját.

Célszerűnek vélem, hogy ezt a telítettségi állapotot alkalmas formulával kifejezésre is juttassuk. Ha a talaj humusz-zeolit-komplexum savtermészetű maradékát  $T$ -vel és vegyértékét  $m$  (---)-mel, a kétvegyértékű kationokat pedig  $R^{++}$ -vel jelöljük, a fenti telítettségi állapotban a  $T^{m(-)}$ -komplexum  $m/2 R^{++}$  kationnal telített, vagyis a telítettségi állapotot következő formulával fejezhetjük ki:

$$T^{m(-)} \cdot \frac{m}{2} R^{++}$$

A  $T$ -nek közelebbi jellemzője az, hogy magában foglalja a talajban humuszsavak gyűjtőnévvel ismert szerves anyagok és a zeolitokhoz hasonló viselkedésű alumínium- és kavasvartartalmú szervesetlen talajalkotórészek savmaradékát. Ezidőszertint még ugyan nincs olyan biztos módszerünk, mellyel az  $m$  értéket, vagyis a  $T$  komplexum vegyértékűségét pontosan megállapíthatnók, de HISSINK, GEDROIZ és a magam ezirányú kísérleteiből határozottan már eddig kitűnt, hogy ez a vegyértékűség, illetőleg *abszorpciókapacitás* határolt és bizonyos módszerekkel meghatározható érték. Néhány idevonatkozó eredményt az alábbiakban fogok ismertetni. Ha tehát az  $m$  vegyértékűség, mely számszerűleg a különböző talajokban különböző, kétvegyértékű kationokkal telít-

tettnek gondoljuk, akkor  $\frac{m}{2}$  megkötését kell feltételeznünk, mi-  
ként azt a fenti formula kifejezi.

*II. fő típus. Alkali- vagy szike talajok.* Részben vagy egészen  
alkalifémkationokkal telített talajok. Ide tartoznak az alkali-  
talajok, melyekben a kétvegyértékű kicserélhető kationokat részben  
vagy egészen nátrium helyettesíti. Ha az összes  $m$  vegyérték  
nátriumhoz van kötve, a fenti alapformula a következőképpen  
módosul:

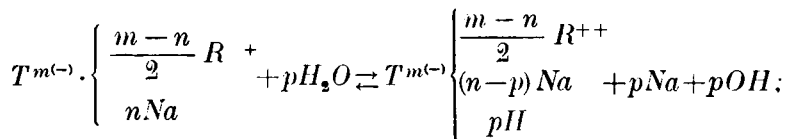
$$T^{m(-)}.mNa^+,$$

vagy ha a  $Na^+$  kationok csak részben, például  $n$  egyenértéket  
kötnék le, akkor az általános formula így alakul

$$T^{m(-)} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{m-n}{2} R^{++} \\ n Na \end{array} \right\},$$

melyben  $R^{++}$  megint  $Ca^{++}$  és  $Mg^{++}$  kationokra vonatkozik.  
A mi szikeseink a félig száraz klíma következtében nem érik  
el azt, hogy  $n=m$ , vagyis hogy a  $Na^+$  kationok teljesen ki-  
szorítsák a  $Ca^{++}$  és  $Mg^{++}$  kationokat, mint a sokkal szárazabb  
kaliforniai éghajlatban ez előfordulhat. Az eddigi tapasztalatok  
szerint  $n$  értéke nálunk az  $m$  értékeknek 60—10%-a között  
mozog és a talaj annál szikesebb, minél nagyobb az  $n$  relatív  
értéke.

Ámde az alkalifémkationoknak az a sajátosága, hogy a  
 $T$  komplexumban alkotott összeköttetésük már desztillált víz  
hatására bizonyos mértékben hidrolizálódik:



ezért az ilyen szikes talaj, ha nem tartalmaz egyszersmind jól  
vezető nátriúmsókat ( $NaCl$ ,  $Na_2SO_4$ ), melyek elektrolitikus  
disszociációfoka nagy lévén, a  $Na^+$  ionkoncentrációt növeli és  
a fenti reakciót visszaszoríthatja teljesen: akkor az ilyen talaj

*gyengén lúgos kémhatású még akkor is, ha szódát nem tartalmaz. Viszont az ilyen talajban a szénsavas víz behatására könnyen képződik szóda.*

GEDROIZ és KELLEY újabb szódaképződési elméletének ez a feltevés képezi alapját, mely feltevésüket mindkét részről számos kísérlettel meg is erősítették. Bármennyire érdekes is ez az új szódaképződési elmélet, mely a régi HILGARD-féle elméletet nagymértékben érvényteleníti, ezzel itt most behatóan nem foglalkozhatom. (11)

A szénsavas víz hatására azonban a fenti hidrolitos folyamat tovább folytatódik, sőt maga a  $T$  komplexum is részben megbomlik. Így azután kapunk olyan átalakult alkali-talajokat, melyekben az  $m$  értéke csökkent és a  $p$  értéke sokszor az  $m$ -nek 50%-át is meghaladja, vagyis az *alkalitalaj, mely eredetileg telített volt, átalakul telítetlen talajjává*. Ilyenek a mi úgynevezett *termő sziktalajaink* és az orosz úgynevezett «soloti» talajok.

Ezeknek az utóbbi talajoknak reakciója gyakran közömbös, a hidrogénion koncentrációja a  $pH = 7$  körül mozog, holott a telített alkalitalajoké  $pH = 8$ , sőt 9 fölé is emelkedik. Az is előfordult már, hogy az ilyen megbontott alkalitalaj gyengén savanyú reakciót ad. Ez a fenti formula és megfontolások értelmében könnyen magyarázható. Ez esetben ugyanis a hidrolizis következtében képződött  $OH$  ionokat a gyenge savjellegnek megfelelő  $H$  ionok nemcsak kompenzálják, de túl is szárnyalják. Már ez az eset is bizonyítja, hogy a talaj reakciójából, illetőleg  $pH$  értékéből, mint a fenti komplikált jelenségek eredményéből nem mindig ismerhetjük fel a jelenségnek igazi eredetét. Mert előfordulhat például, hogy a talaj  $pH$  értéke 7 körül van, vagyis reakciója neutrális, a talaj még sem telített kationokkal, tehát úgy viselkedik, mint a savanyú vegyületek. Sőt a későbbiekben még olyan példát is megismerünk, hogy a  $pH$  a 8-at is meghaladja, az ilyen talaj tehát határozottan lúgos, mégis kationokkal még mindig nem telített, vagyis kationokkal helyettesíthető  $H$  ionokat tartalmaz.

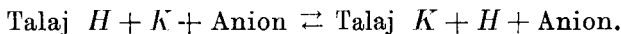
*III. főtípus. Savanyú talajok.* Ide tartoznak a savanyú talajok különböző sorozatait, változatait, kezdve a fekete réti agyaggal, az erdőtalajokon át a láptalajokig és a savanyú tőzegekig. Ezek-

nek közös jellemvonása az, hogy a  $T$  komplexum  $m$  vegyértékeit kisebb vagy nagyobb mértékben  $H$  kationok kötik le; ez a savanyú vegyület azután vizes oldatban a gyenge savakhoz hasonlóan disszociál és ennek megfelelő  $pH$  értéket ad. Egyszerűen szólva azt mondhatnók, hogy humuszsavak és zeloitsavak szabadulnak fel, melyeknek mennyiségéhez és hígításához képest alakul ki a  $pH$  érték. HISSINK azt tapasztalta, hogy a talajban talált humuszsavak között egyesek igen gyenge savaknak felelnek meg, mások  $pH$  értéke azután az ecetsav és szénsav közé esik. (12)

KAPPEN is talált olyan nyers humuszt, melynek  $pH$  értéke a hasonló titrációnaciditású ecetsavval megegyezetti. A zeolitsavak kétségtelenül sokkal gyengébbek. Ezt bizonyítja az a tapasztalat, hogy míg egyfelől savanyú humusszal vagy savanyú humuszt tartalmazó talajjal a szénsavas meszet, kalciumfoszfátot és más gyenge savak sóit kisebb-nagyobb mértékben sikerült már hidegen megbontani, ugyanezt a hatást még telítetlen, de humuszmentes agyagokkal nem érhetjük el. Különben is a humuszmentes talajok hidrogénion-koncentrációja is általában csekély és csak a humusz gyarapodásával lehet nagyobb savanyúságú talajokhoz jutni. Természetesen ez nem jelenti azt, hogy minél több a humusz a talajban, annál savanyúbb a talaj. Ellenkezőleg az oroszországi fekete föld a legdúsabb humusztartalmú ásványi talaj, mégis teljesen neutrális, mert a humuszsavakat a  $Ca^{++}$  és  $Mg^{++}$  kationok teljesen közömbösítették. A III. főtípusba sorolt talaj-nemeket ezzel ellentétben az jellemzi, hogy a humusz-zeolit-komplexum kémiailag nem közömbös, hanem savanyú. Ebben tér el lényegesen az I. főtípustól. A II. főtípustól pedig abban különbözik, hogy a  $T$  komplexumnak a részleges telítésében főképp a  $Ca^{++}$  és kisebb mértékben a  $Mg^{++}$  szerepel, míg a  $Na^+$  és  $K^+$  csak igen alárendelt mennyiségben. HISSINK idevonatkozó vizsgálatait értelmében a hollandi talajokban az I. vegyértékű kationok egyenértéke alig 8–10 %-a az összes kationok egyenértékének és a  $Ca$  egyenérték %-a körülbelül 75 %. GEDROIZ még kevesebb egyvegyértékűt tételez fel; a magam tapasztalatai eddig HISSINK adatait erősítik meg. KELLEY az amerikai talajokon hasonló tapasztalt, de még azt a sajátos felfedezést közölte, hogy savanyú talajok esetében igen gyakran III. vegyértékű kationokat is talált

kicszerélhető állapotban. (13) Megjegyzendő, hogy HERKE SÁNDOR, a szegedi talajtani kísérleti állomás vezetője az 1924. évi római konferencián általam előterjesztette még eddig részletesen nem közölt kísérleteinek eredményeit, melynek értelmében a mesterséges zeolitok és a talaj is, a kationjait  $Al$ , illetőleg  $Fe$  sókkal is kicseréli s az így kicserélt III. vegyértékű kationok részben ismét visszacserélhetők, de nem teljesen.

Ennek a jelenségnek különös jelentőséget ad KAPPEN tapasztalata, melynek értelmében a kicserélődési aciditással bíró talajokban  $AlCl_3$  képződését tételezi fel. Ez a reakció ugyanis szerinte akként megy végbe, hogy bizonyos savanyú talajok esetében, melyek sokszor a mezőgazdasági növények termelésére kevésbé alkalmasaknak bizonyultak,  $n KCl$  oldat hatására eredeti savanyúságuk növekszik és az oldat a megtitrált savanyúságnak megfelelő  $Al$  kationmennyiséget tartalmaz. KAPPEN ezt a jelenséget akként magyarázza, hogy bizonyos savanyú talajok esetében, ha a talajt  $n KCl$  oldattal összerázzuk, akkor a  $K^+$  kation a zeolitkomplexumban levő  $Al^{+++}$  ionnal kicserélődik és  $AlCl_3$  keletkezik, amely közvetlenül is mérgező lehet a növényre, de az  $AlCl_3$ -ről tudjuk, hogy könnyen hidrolizist szenved és akkor bizonyos mértékben szabad sósav keletkezik, mely a  $pH$  értéket csökkenti és titrálás esetén úgy viselkedik, mintha szabad savat titrál-nánk. KAPPEN egyenesen ennek tudja be egyes talajok kicserélődési aciditását. Ezzel ellenkezőleg HISSINK és van der SPECK ezeket a jelenségeket akként magyarázzák, (14) hogy a következő reakciót tételezik fel:



Most a szerint, hogy gyengébb, illetőleg erősebb sav sójával hozzuk össze a talajt, az egyensúlyi állapot változik. Gyenge savsók esetében, például nátriumacetát esetében, az egyensúly erősen jobbra tolódik, aminek eredménye, hogy a  $pH$  érték kisebb mértékben csökken, a titrálási érték pedig nagyobb mértékben növekszik, mint erősebb savak sói, például káliumklorid esetében. Az alumínium oldódása, HISSINK szerint,  $KCl$  esetében a nagyobb mértékben felszabadult  $H$  ionok másodlagos hatásának eredménye. (15) Itt most nem bocsátkozom ennek a részletké-

désnek behatóbb megvitatásába. Tény az, hogy a savanyú talajban egyes esetekben a kationok kicserélésekor  $Al$ , illetőleg  $Fe$  ionok is kicserélődnek és GEDROIZ és a magam tapasztalatai értelmében a  $T$  komplexum  $H$  ionjait is, ha talán nem is egészen, de részben fémkationokkal cserélhetjük ki. (16)

A  $T$  komplexum szabad  $H$ -je, ha kisebb mértékben is, mint az alkalifémkationok, de szintén hozzájárul a talaj agyagos részének dispersiójához. (17) Ezért a savanyú agyagos talajok fizikai sajátságai bizonyos mértékben hasonlítanak az alkali-talajokéhoz. Ha azonban a savanyú talajokat elegendő mésszel ( $Ca(OH)_2$ ) közömbösítjük, akkor ennek nemcsak az lesz az eredménye, hogy neutrális talajt kapunk, melyben a legtöbb gazdasági növény jobban díszlik, mint savanyú talajon, de a talaj fizikai tulajdonságai is megjavulnak, nevezetesen a természettől neutrális talajokét közelítik meg.

Látnivaló tehát, hogy a talajok reakciója és fizikai természetete attól függ, hogy ez a humusz-zeolit-komplexum mennyire telített és milyen kationokat tart abszorbeált állapotban lekötve. Ha meg tudjuk határozni az így abszorbeált kationokat, illetőleg a kötött hidrogént, akkor a fenti csoportokba illő talajok közelebbi helyét is meghatározhatjuk. Egyszersmind a talajoknak olyan jellegzetes kémiai ismérveit határozzuk meg, melyektől egész kémiai, fizikai és biológiai karakterük függ.

Ezt néhány közvetlen kísérleti adattal kívánom igazolni, melyeket laboratóriumomban végzett kísérleteim alapján az alábbi táblázatokban foglaltam össze. Kísérleteim végrehajtásában DR GLÉRIA JÁNOS és VÉR FERENC asszisztenseim, BOBEST BÉLA, DWORÁK LAJOS, RÁTH ÁRPÁD okleveles vegyész-mérnökök, talajtani laboratóriumomba felvett gyakornokaim vettek részt. Az 1. sz. táblázatban néhány magyar talajra vonatkozólag a kicserélhető kationok milligramm-egyenértékét foglaltam össze.

A táblázatban sorszámokkal jelölt talajok közelebbi adatai a következők:

1. sz. talaj: sárga, agyagos talaj az eszterházi uradalomból,  $CaCO_3$  nincs, szulfát nyomokban.

2. sz. talaj: fekete, morzsalékos, tőzeges talaj, az eszter-

háza uradalomból, tele apró csigahéjakkal. Sósavval erősen pezseg és szulfátot is tartalmaz. Összes izzítási veszteség 41%.

3. sz. talaj: szürkés, szikbe hajló talaj a kompolti növény-nemesítő telep kendertáblájáról, ahol a kender növekedésben lényegesen visszamaradt. Mész nincs benne.

4. sz. talaj: termőszik feltalaj a kétútközi gazdaságból, a postaháti szikes táblájáról; összes sótartalom 0.1%, szódát és karbonátokat nem tartalmaz.

5. sz. talaj: termőszik feltalaj, 25 cm mélységig, a szatmári püspökség pusztahídvéghi uradalmának bikafenéki kerületéből. Feketésszürke, rosszul szűrődő és ülepedő, szóda- és mészmentes talaj, 0.08% vízben oldható sótartalommal.

6. sz. talaj, az 5. sz. talaj  $B_1$  szintje 25–60 cm mélységig, szürkésfekete föld, rosszul szűrődő és ülepedő talaj, sósavval gyengén pezseg, összes sótartalma 0.14%, szódátartalma 0.01%-on alul.

7. sz. talaj: az 5. sz. talaj gipszerekkel átszótt  $B_2$  szintje 60–80 cm mélységig, sárga, agyagos talaj, mely jól ülepszik, de lassan szűr, sósavval erősen pezseg, összes sótartalom 1.53%, melyben 0.195%  $CaO$ , 0.131%  $MgO$  és 0.320%  $Na_2O$ -ot és 0.02% szódát találtunk. A vizes oldat tekintélyes  $CaO$  és szulfátartalma a talaj gazdag gipsztartalmára vezethető vissza.

8. sz. talaj: valódi, szódás sziktalaj, Fülöpszállás Kelemen-szék melletti vidékéről; felső szint szürkés, erősen lúgos, kissé homokos, rosszul ülepedő és szűrő talaj. Összes sótartalom 0.5–0.4%, mely 0.012%  $CaO$ , 0.012%  $MgO$  és 0.074%  $Na_2O$ -t tartalmazott, szódátartalom 0.02%, szulfát nincs.

A kicserélhető kationokat HISSINK eljárása szerint határoztuk meg, melynek alapelve az, hogy  $n.NaCl$  oldattal a kicserélhető  $Ca$  és  $Mg$ -ot,  $n.NH_4Cl$  oldattal pedig a kicserélhető  $K$  és  $Na$ -ot oldottuk ki a talajból. Az eljárás részletes kiviteli módját HISSINK eredeti közleményében találjuk meg. (18) Itt még csak azt jegyzem meg, hogy a legtöbb esetben idő- és költségmegtakarítás okából a  $K$ -ot külön nem határoztuk meg, mert ennek mennyisége a többihez képest rendesen alárendelt. Ezért ezekben az esetekben az összes alkali  $Na$  egyenértékre számítottuk át.



I. sz. táblázat.

Talaj jelzése	ill. $\frac{NaCl}{NH_4Cl}$ oldattal HISSINK szerint kilúgozva			A kilúgozott kationok mgr æquivalens súlyai			
	Ca %	Mg %	Na (Na+K) %	Ca	Mg	Na (Na+K)	Összesen
1.	0.430	0.095	0.060	21.48	7.78	2.61	31.9
2.	1.652	0.311	0.090	82.50	25.60	4.88	113.0
3.	0.369	0.067	Na % = 0.061 K % = 0.057	18.45	5.52	Na : K 2.63 : 1.46	28.1
4.	0.253	0.040	Na % = 0.081 K % = 0.073	12.65	3.31	Na : K 3.65 : 1.86	21.5
5.	0.451	0.098	0.093	22.5	8.03	5.42	36.0
6.	0.460	0.149	0.119	22.98	12.25	5.19	40.4
7.	0.270	0.131	0.065	13.48	10.81	2.87	27.2
8.	0.241	0.046	0.117	12.09	3.82	5.09	21.0

Az első számú, I. táblázatból elsősorban kitűnik, hogy a vizsgált különböző talajokban a kicserélhető kationok egyenérték-súlymennyisége nagyon különböző és hogy ezek között rendszeren a Ca mennyisége vezet. Az összes kicserélhető kationok egyenértékeinek összege, mely értéket HISSINK szerint S-nek jelöltem, 20.6—113.0 mg æquivalens között változik, 100 g légszáras talajra számítva. Megjegyzem, hogy korábbi vizsgálataim során sokkal részletesebb, de körülményesebb vizsgálati eljárással meghatároztam a kicserélhető kationokat egy mezőhegyesi szikes és egy keszthelyi mesterséges mezőségi talaj felső szintjében és S-re vonatkozólag a következő értékekhez jutottam.

Mezőhegyesi szikes talajban — — — — — S = 17.04

Keszthelyi mezőségi „ — — — — — S = 132.20.

HISSINK első idevonatkozó közleményében 26 talajra vonatkozó adatokat közöl, ezekben az S értéke 12.4—48.9 között változik, (19) második közleményében 11 talajt, melyek közül kettőben S = 0, a többi 9-ben pedig S értéke 12.2—36.3 között változik. (20) KELLEY a vizsgált amerikai talajokat három csoportban tárgyalja. Nevezetesen: 1. normális talajok, neutrális vagy lúgos reakcióval, 7 talaj, melyekben az S értéke 6.7—49.9

között változik, 2. alkali talajok, 7 talaj, melyekben az  $S$  értéke 6·0—35·5 között változik, 3. savanyú talajok, 6 talaj, melyekben az  $S$  értéke 3·9—8·7 között változott. (21)

GEDROIZ K. K. sok vizsgálatot végzett ugyan, de aránylag kevés talajon és nem foglalta össze az eredményeket abból a szempontból, hogy mekkora a különböző vizsgált talajok  $S$  értéke, melyet ő az «abszorpció térfogatá»-nak nevez és  $Ca$ -ra vonatkoztat. Ezért itt csak egy orosz fekete föld (csernoziom) és egy podsol-ra vonatkozólag említem meg:

csernoziomban...	$S = 56$ ;
podsolban .....	$S = 7$ .

Ha mindezeket az eddig rendelkezésünkre álló adatokat összegezzük, megállapíthatjuk, hogy *a talajokban az  $S$  értéke 0-tól 132-ig változik*, sőt valószínűleg még ennél magasabb értéket is elérhet. Ez más szóval azt jelenti, hogy a különböző talajokban igen különböző mennyiségben található ezek a kicserélhető kationok, ami egyrészt attól függ, hogy mennyi maga a humusz-zeolit-komplexum ( $T$ ) és milyen mértékben telített kationokkal. Vannak ugyanis talajok (az említett két hollandi homokos vályogtalaj), melyekben kicserélhető kation semmi sincs és a  $T$  komplexum is nulla. A talajok nagy részében azonban  $S$  nagyobb 0-nál. Noha még biztos szabályokat nem állíthatunk fel, az esetek sűrűségét tekintve megállapíthatjuk, hogy az  $S$  értéke rendszeren a neutrális vagy közelítőleg telített talajokban a legnagyobb, mert ezeknek képződési körülményei leginkább kedveznek a  $T$  komplexum képződésének és mivel ez esetben a  $T$  komplexum  $Ca$  és  $Mg$  kationokkal telített, melyek megóvják a bomlástól, így természetesen az ilyen talajok lehetnek a leggazdagabbak kicserélhető kationokban. Már az alkalitalajok esetében a helyzet nagyon megváltozik, mert ezekben az  $S$  értéke, miként láttuk, általában sokkal kisebb szokott lenni. Ez akként magyarázható, hogy az alkalizeolitok és humuszok egyrészt mobilis vegyületek, tehát kilúgozódnak, másrészt hidrolízis útján megbonthatók és a bomlástermékek közül csak a kovásvav gél marad vissza, az  $Al_2O_3$  és az I. vegyértékű kationok kilúgozódnak.

Savanyú talajok esetében a helyzet megint más. Itt is nagyon

megapadhatnak a kationok, mert a talajnedvesség ez esetben savanyú és a humusz-zeolit-komplexum kationjait kilúgozza, de visszamarad rendszeren a *T* komplexum anionmaradék, vagyis a szabad humusz- és zeolitsavak. A talaj tehát telítetlenné válik, de a *T* komplexum savmaradék, eltekintve a lateritosodástól, érdemlegesen nem bomlik meg, inkább kimosódik. A lateritban, mely a forró égöv savanyú kilúgzódásának terméke, a *T* komplexum maga is megbomlik, de ez esetben nem az  $Al_2O_3$  oldódik ki, hanem a  $SiO_2$  gél lúgzódik ki. Ez a magyarázat egyelőre csak valószínű feltevésen alapszik, a tényállás azonban az, hogy a lateritképződés folyamán tényleg az eredeti kőzet  $SiO_2$ -je fogy és az  $Al_2O_3$  és  $Fe_2O_3$  felhalmozódik. A humusz-zeolit-komplexum ilyen irányú vizsgálata még rövid múltú és így még nem lehetett mindezeket az érdekes talajtani kérdéseket eddig kísérletileg felderíteni. Az eddigi tapasztalatokból azonban még további jellemző jelenségeket állapíthatunk meg. Ha ugyanis átszámítjuk a kicserélt kationok egyenértékeit az összegyenértékek (S) %-ára, máris *igen jellemző eredményekhez jutunk*. A II. táblázatban az I. táblázat adataihoz a mezőhegyesi (13. sz.) és keszthelyi (14. sz.) talajok megfelelő értékeit foglaltam össze.

II. sz. táblázat.

Talajminta száma	S=mgr, egyenértékek összege	Milligramm egyenértékek %-a S-re vonatkoztatva			
		Ca	Mg	K	Na
1.	31·9	67·43	24·39	8·18	
2.	113·0	73·03	22·65	4·32	
3.	28·1	65·81	19·65	5·19	9·35
4.	21·5	58·98	15·39	8·65	19·98
5.	36·0	62·64	22·31	15·05	
6.	40·4	56·83	30·32	12·85	
7.	27·2	49·71	39·74	10·55	
8.	21·0	57·57	18·19	24·24	
13.	17·0	55·29	6·69	0·70	37·32
14.	132·2	95·59		2·66	1·75

Kitűnik ezekből az arányszámokból, hogy a legtöbb talajban a *Ca* kation az uralkodó, ezt követi a *Mg*. A szikéseket

nem tekintve, a *K* és *Na* mennyisége igen kevés. Mások is hasonló eredményekhez jutottak. Ezeket az átlagos értékeket a III. sz. táblázat tünteti fel.

III. sz. táblázat.

Milligramm egyenértékek %-a <i>S</i> -re vonatkoztatva:	<i>Ca</i>	<i>Mg</i>	<i>K</i>	<i>Na</i>
KELLEY adatai szerinti átlagok	63	25	4	8
GEDROIZ „ „ „	82	11	7	0
HISSINK „ „ „	79	13	2	6

Ezzel ellentétben a szikes és ezekhez hasonló úgynevezett alkalitalajokban a *Ca* szerepét kisebb-nagyobb mértékben a *Na* kation veszi át. Ez már a II. sz. táblázat 4., 8. és 13. sz. talajánál határozottan jelentkezik. De sokkal nagyobb mértékben tapasztaltam ezt a hortobágyi és békéscsabai szikesek esetében. Még szembeötlőbb ez azoknál az alkalitalajoknál, melyek szárazabb vidékeken képződtek, mint a mi szikeseink vagy amelyek esetében a talaj *Na* sótartalma jóval több, mint a mi szikeseinkben és amelyekben oldható *Ca* sók nincsenek. Ilyenek a kaliforniai szikesek között fordulnak elő, melyekre vonatkozó adatokat, KELLEY nyomán, a hortobágyi és békéscsabai szikesek régebbi adataival együtt a IV. sz. táblázatban foglaltam össze.

IV. sz. táblázat.

Talaj jelzése	<i>S</i>	Milligramm egyenértékek %-a <i>S</i> -re vonatkoztatva			
		<i>Ca</i>	<i>Mg</i>	<i>K</i>	<i>Na</i>
Fresno, Cal. 1869. sz.	6·0	0	0	35·0	65·0
Salt-Lake, Utah, 5190. sz.	9·5	0	0	39·6	60·4
Fallon, Nevada, 5696. sz.	25·6	0	0	3·1	96·9
Tucson, Arizona, 6145. sz.	9·4	0	0	19·1	80·9
Arlington, Cal. 6155. sz.	12·2	0	54·1	12·3	33·6
Békéscsaba, 5. sz.	39·2	42·41	19·67	0·71	37·2
Hortobágy, Felső I. szint	19·7	26·4	13·5	4·3	55·8

Látni ezekből az adatokból, hogy a forró és száraz éghajlat szikeseiben akad olyan is, melyben a kicserélhető *Na* az összes kicserélhető kationok 96·9%-át alkotja és *Ca*, sőt a legtöbb esetben *Mg* is teljesen hiányzik. Ez azt bizonyítja, hogy ott az alkalikus kilúgzás sokkal nagyobb mérvű volt, mint a békéscsabai vagy hortobágyi talajok esetében. KELLEY adatai tehát megerősítik azt a korábban közölt álláspontomat, hogy a szikések *jellegettségéhez tartozik az, hogy a talajzeolitokban sok a Na a normális talajokhoz képest.* Én ezt már körülbelül 10 évvel ezelőtt megállapítottam székfoglaló értekezésemben, (22) majd később idevonatkozó munkáimban, amikor még GEDROZ munkái a világirodalomban hozzáférhetetlenek voltak, KELLEY pedig GEDROZ nyomán csak 1923 óta foglalkozott a tárggyal és 1924 szeptemberben közölte idevonatkozó adatait, mikor «A hazai szikések és megjavítási módjaik» című monográfiám már a könyvpiacon megjelent (1923), amelyben új szikképződési elméletemet részletesen fejtegettem és körülbelül hasonló végeredményhez jutottam benne, mint GEDROZ és KELLEY. Sajnos, a háború alatti és utáni elzárt viszonyaink és az a körülmény, hogy éppen e viszonyok folyamánaként nem volt módom, hogy idevonatkozó tapasztalataimat és elméletemet azonnal valamelyik világnyelven is közöljem, okozták azt, hogy a másik két tudósra sem lehetett hatással felfedezéseim. Ez végeredményben nem baj, mert így annál érdekesebb, hogy három szakember egymástól elzártan és függetlenül ugyanarra az eredményre jutott a szikések eme sajátos jellegettségét illetőleg, ami röviden akként fejezhető ki, hogy *a szikések (alkalitalajok) humusz-zeolit-komplexumában a II. vegyértékű kationokat, különösen a Ca kationokat részben vagy egészben a Na kationok helyettesítik, ami különben e talajok keletkezési körülményeivel szerves kapcsolatban áll.*

Ámde ebből még nem következik az, hogy minden szikes (alkali) talajban szükségképpen a *Na* kation nyomul előtérbe. Még pedig ennek kétféle oka is lehet; az egyik az, hogy amely szikes talajok egyúttal II. vegyértékű kationok oldható sóiban is gazdagok, mint pl. *CaSO<sub>4</sub>*, *CaCl<sub>2</sub>*, *MgSO<sub>4</sub>*, *MgCl*, azokban a *Na* sók nem érvényesíthetik fenti hatásukat és a talajok *T* komplexu-

mában a  $Na$  kation térfoglalása alig észrevehető. Ilyen a mi esetünkben a 7. sz. talaj, melyben annyi a vízben oldható  $CaO$  (0.195%) és  $MgO$  (0.131%), továbbá a talajszint láthatólag is tele van gipszerekkel, ami természetesen a vizes oldatot mindenkor telíti  $Ca$  kationokkal, úgy hogy a talaj nagy összes só-tartalma (1.53%) és tekintélyes vízben oldható  $Na_2O$  tartalma (0.32%) ellenére is a II. sz. táblázat biztonsága értelmében ebben a talajszintben a II. vegyértékű kationok az összes kicszerűlhető kationok egyenértékmenységének 89.45%-át alkotják, tehát pusztán ilyen tekintetben akár a neutrális talajok közé sorolhatnók. Ámde nagy só-tartalma és csekély, de határozott szódátartalma miatt magán viseli az alkálitalajok másik jellemző tulajdonságát, tudniillik, hogy vízben oldható sókban gazdag talaj. Hasonló alkálitalajokat ismertet KELLEY is fent idézett munkájában. (23) GEDROIZ pedig szintén említést tesz ilyen talajokról. (24) Van azonban a szikeseknek egy másik neme, melyeket GEDROIZ «*soloti*» talajoknak nevez, amelyek kilúgzott szikesek és úgy látszik a mi «termőszik»-talajainknak felelnek meg. Ezeknek alkalisótartalma kevés, karbonátmentesek és a humuszzeolit-komplexumban a  $Na$  kation is visszamarad a határozottan alkalikus vagy sós talajokétól. Ilyenek például a II. sz. táblázatba sorolt 3., 4., 5. és 6. sz. talajminták. Ennek a jelenségnek okát és képződési lehetőségét már az alkalikus talajtípus keretében ismertettem. Ezeknél azután az is előfordulhat, hogy az ilyen szikes talaj annyira telítetlen, hogy a  $pH$  értéke 7 alá kerül, vagyis már a savanyú reakciójú talajok közé esik, aminő például a 3. és 5. sz. talajminta.

A telítetlenség fokát is meghatároztuk a fenti talajokban, még pedig kétféle módon: HISSINK kolorimetriás titrálási eljárásával és a laboratóriumomban kidolgozott direkt konduktometriás titrálással. Ezeket a vizsgálatokat DI GLÉRIA JÁNOS asszisztensem végezte, aki a konduktometriás titrálásban már nagy jártasságot szerzett. Az idevonatkozó eredményeket az V. sz. táblázatban foglaltam össze.

V. sz. táblázat.

Talaj- minta száma	$pH$	$S$	$T - S$		$T$		$V = \frac{100 S}{T}$		
	elektr. BIL- MANN szerint	HISSINK szerint	HISSINK szerint	direkt. kon- dukto- metr.	HISSINK szerint	kon- dukto- metr.	HISSINK szerint	kon- dukto- metr.	
1.	7.75	31.9	33.0	24.4	64.9	56.3	49.1	56.7	
2.	7.09	113.0	90.0	45.3	20.3	158.3	55.7	71.4	
3.	5.93	28.1	48.0	26.1	76.1	54.2	86.9	51.8	
4.	7.60	21.5	31.0	10.5	52.5	32.0	41.0	67.2	
5.	6.75	36.0	50.1	26.2	86.1	62.2	41.8	57.9	
6.	8.90*	40.4	49.8	28.2	90.2	68.6	44.8	58.9	
7.	9.20*	27.2	35.40 (?)	0 (?)	65 (?)	27.2 (?)	41.8 (?)	100.0 (?)	
8.	10.20*	20.6	9.0	0	29.6	20.6	69.6	100.0	
Holl.	1458.	7.72	12.2	35.6 (35.1)	23.6	47.3	35.8	25.7	34.1
	1459.	8.36*	36.3	32.8 (32.5)	14.4	68.8	50.7	52.8	71.6

A táblázatban a ( $T-S$ ) a humusz-zeolit-komplexum telítetlen részének a mértéke, melyet  $H$  atomok foglalnak el. Ez a hidrogén valószínűleg gyenge savak (pl. szénsavas víz) hatására a fémkationok eltávolítása következtében kerül a  $T$  komplexumba. Ilyen módon szabad humusz- és zeolitsavak keletkeznek a talajokban, melyeket lúgos anyagokkal (például mésszel) közömbösíthetünk. Ezeknek a szabad savként szereplő anyagoknak  $H$  ionosodásához képest a talajok  $pH$  értéke 7 alá száll. HISSINK sok ilyen talajt vizsgált Hollandiában, KELLEY Amerikában, GEDROIZ pedig az orosz podsolok között. Az abszorpció szempontjából ezek telítetlen talajok. Ezt a fogalmat először BAUMANN és GULLY vetettek fel, majd RAMANN fejtegette «Bodenkunde»-jában, (25) de számszerű kifejezését HISSINK dolgozta ki. (26) HISSINK a talaj telítettségi állapotát («Sättigungszustand»)  $V$ -vel jelöli és akként definiálja, hogy feltételezi a talajban a humusz-zeolit-komplexumnak maximális kationlekötőképességét s ezt  $T$ -nek jelöli,  $S$  pedig

\* Ezeket CLARK és LUBS szerint kolorimetriásan határoztuk meg.

az abszorpció útján megkötött fémkationok egyenértékeinek összege. Ezek után  $T-S$  az a  $H$  egyenérték, mely a  $T$  komplexumból fémes kationokkal nincs lekötve és  $V = \frac{100 S}{T}$ , vagyis a talaj telítettségi foka. Ezidőszerint az  $S$  értékét a már ismertett módon meghatározhatjuk, noha egyes esetekben az eljárás még bizonytalan.  $T$  meghatározására közvetlen módszert még nem ismerünk. Laboratóriumomban ezzel is foglalkozunk, de az eljárás még nincs kellően kidolgozva és ellenőrizve. A  $T-S$ -et azonban meg lehet határozni többféle módon és így a  $T = S + (T-S)$  kiszámítható. HISSINK fent idézett értekezése értelmében (27) a talajt fölös  $n/10$ .  $Ba(OH)_2$ -dal 4 napig állani hagyja, majd az oldat tisztáját leöntve, phenolphtalein indikátor jelenlétében a fölös barytot visszatitrálja. A mi eljárásunk elve pedig az, hogy a talajt közvetlenül titráljuk  $n/10$ .  $Ba(OH)_2$ -dal és az elektromos vezetőképesség megfigyelésével a hozzáadagolt lúgnak megfelelőleg előbb egy lankásan emelkedő, a képződő sóknak megfelelő egyenest kapunk, majd a képződött sók disszociációja következtében az egyenes hajlást szenved, míg bizonyos ponton túl meredek egyenesbe megy át, ami már a feleslegben lévő  $Ba(OH)_2$ -nak az egyenes vonala. Ha a kezdeti és végső egyenest meghosszabbítjuk, ezek metszési pontja felel meg KOLTHOFF szerint (28) a neutrális pontnak. Az eljárás kellő gyakorlattal összevágó eredményeket ad, de miként az V. sz. táblázat ( $T-S$ ) rovatai igazolják, a *konduktometriás eljárással minden esetben jelentékenyen kisebb értékeket kaptunk*, mint HISSINK eljárásával. A kérdés most már az, hogy melyik adja a valódi telítetlenség mértékét? ГЕДРОИЗНАК megint külön módszere van, melyről még nem mondhatok véleményt, mert alig egy-kétszer próbáltuk ki. Nézetem szerint HISSINK eljárása igen magas értékeket ad, valószínűleg azért, mert a fölös  $Ba(OH)_2$ -ot még a telített talajok, mint pl. a 7. és 8. sz. talajok is megkötik. Továbbá maga HISSINK megállapította, hogy az olyan talaj, melynek  $V$  értéke az ő eljárásával 55, gyakorlatilag meszezést már nem kíván. Végre közvetlen meggyőződést szereztünk, hogy a kémiailag teljesen indifferens aktív szén is köt le HISSINK eljárása szerint  $Ba(OH)_2$ -ot, míg ez a konduktometrikus titrálás-



sal neutrálisnak bizonyult. Az V. sz. táblázatban foglalt értékeket tehát [melybe két hollandi talaj vizsgálatát is bekapcsoltam, melyeknek ( $T-S$ ) értékét mi mindkét módszerrel meghatároztuk, a ( ) közé zárt értékek HISSINK eredeti meghatározásai] *egyelőre csak fenntartással közlöm* és inkább csak annak bemutatására használom, hogy minő változók a különböző talajok esetében.

Igazi neutrális, mezőgazdasági talajt eddig nem volt alkalmam vizsgálni. A hollandi talajok sem ilyenek. KELLEY vizsgált ugyan amerikai neutrális talajokat, de a telítettség állapotát nem határozta meg. GEDROIZNAK eddig hozzám jutott munkálataiban sem találtam arra nézve pozitív adatokat, hogy a *csernozjom* nem telítetlen-e bizonyos mértékig. Ez kétségekivül még pótlásra szorul. Az V. sz. táblázat adatai értelmében a mi eljárásunk szerint két talajminta bizonyult telítettnek: a 7. és 8. sz. Ez a talajok egyéb sajátásaival teljes összhangban áll, mert a 7. sz. talajsztint erősen át van szöve gipszerekkel, feltételezhető tehát, ha eredetileg nem is volt telített, a gipsznek kalciuma a talajt telítette. A kísérlet igazolta is, hogy már az első csepp  $n/10Ba(OH)_2$  hozzáadásakor az oldat a phenolphtaleint megvörösítette, jeléül annak, hogy a barytot nem kötötte le az első pillanatban. Az a körülmény, hogy négy napi, fölös barytoldat hatására bizonyos alkali megkötés észrevehető volt, csak azt bizonyítja, hogy hosszabb állás után a  $Ba(OH)_2$ -ot bizonyos mértékig még az alkalikusan telített talaj is megköti és ezért a HISSINK-féle meghatározás nézetem szerint a talaj savkomplexumának kémiai telítettségét, tehát neutrális voltát vagy savanyúságát nem adja meg helyesen. A konduktometriás titrálás mindenestre már az eddigiek alapján is jobban megközelíti a valódi állapotot. Végleges ítéletet azonban csak a most még folyamatban levő vizsgálatok befejeztével mondhatok.

Az V. sz. táblázat adatai azonban igen érdekesen igazolják azt, hogy nemcsak azok a talajok lehetnek telítetlenek, melyek  $pH$  értéke 7-nél kevesebb, de még a szikesek (alkalitalajok) közt is akadnak telítetlen talajok. Az is kitűnik az V. sz. táblázatból, hogy a  $pH$  érték és a talaj telítettségi állapota között van ugyan érthető kapcsolat, de nem oly szoros, hogy az egyikből a másikra következtetni lehetne.

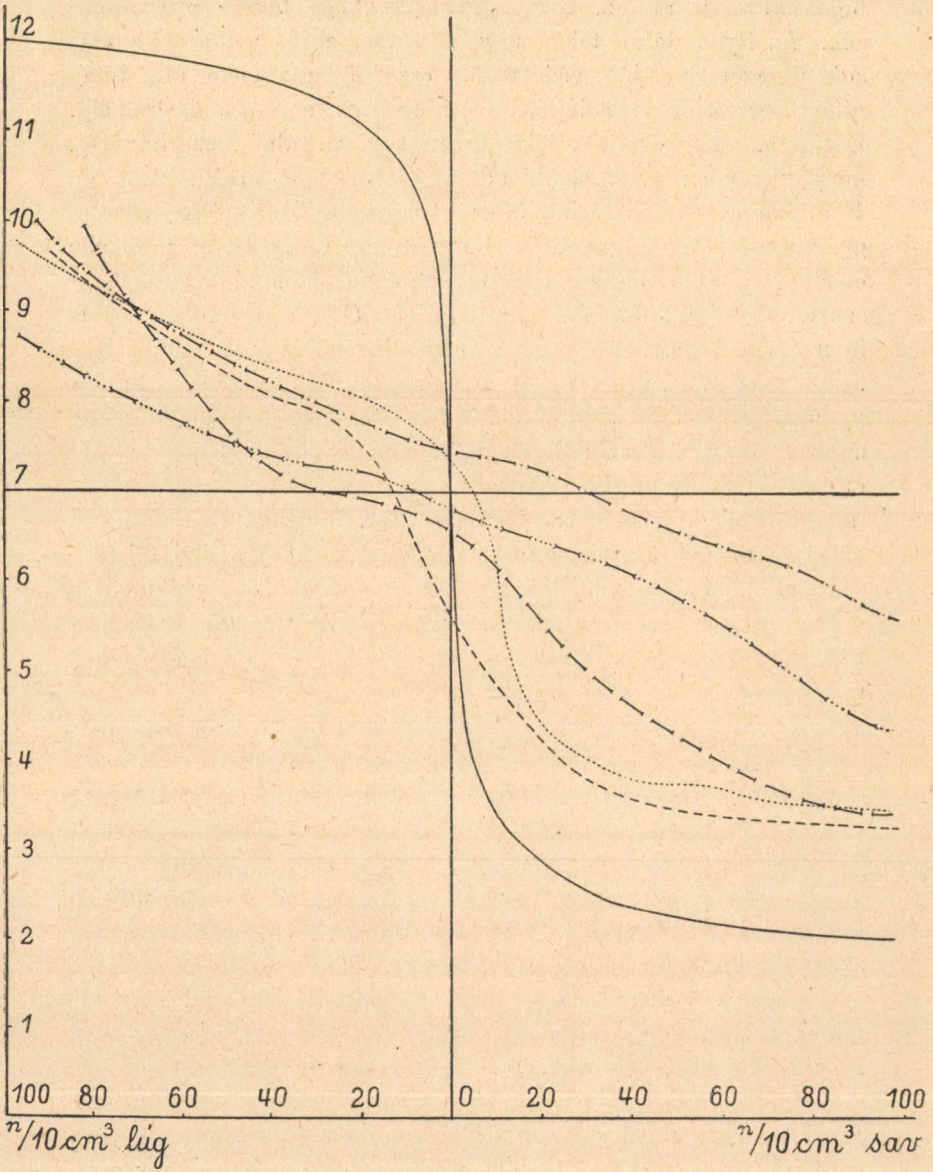
Különböen is a talajaciditás meghatározásával foglalkozó szakemberek már eddig is rájöttek, hogy a  $pH$  érték nem ad elég felvilágosítást a talaj savanyúságáról. Ez vezette KAPPENT arra, hogy az aktuális savanyúság ( $pH$  érték) mellett még a kicserélési, hidrolitos és a neutrális sókat megbontani képes aciditásokat is meghatározza. Mi is végeztünk néhány vizsgálatot e tekintetben és hozzákapcsoltuk még a talaj kiegyenlítő hatásának («Pufferungsvermögen») meghatározását is. Ezeket az adatokat a VI. sz. táblázat tartalmazza.

VI. sz. táblázat.

Talajminta száma	Jelmagyarázat	a		b		c		d		e		f		g		h		i		k	
		$pH$	*	Kicsereledési aciditás $n/10$ cm <sup>3</sup> lug	Hidrolitos aciditás $n/10$ cm <sup>3</sup> lug	Kiegyenlítődesi felület Jensen szerint cm <sup>2</sup>	$I$ $pH$ csökkenést elő- idéző sav $n/10$ cm <sup>3</sup>	$I$ $pH$ növekedést elő- idéző lug $n/10$ cm <sup>3</sup>	$10$ cm <sup>3</sup> $n/10$ sav hozzá- adása utáni $pH$	$a$ és $g$ rovatok különbsége $a-g$	$20$ cm <sup>3</sup> $n/10$ sav hozzá- adása utáni $pH$	$a-i$	$g-i$								
1	-----	7.4	3.5	12.4	16.9	9	40	6.0	1.4	4.5	2.9	1.5									
2	>-<----->-<----->-	6.8	1.75	10.0	20.1	50	66	6.63	0.15	6.5	0.3	0.15									
3	-----	5.6	0.9	29.0	13.2	12	10	4.6	1.0	4.2	1.4	0.4									
11	I I I I I	6.6	1.85	13.0	14.6	17	47	6.1	0.5	5.4	1.2	0.7									
12	I . I . I . I	7.5	0.02	1.68	26.95	60	31	7.4	0.1	7.3	0.2	0.1									
		Tiszta homok dia- grammja Jensen S. Tovberg szerint.				2	2	3.0	4.07	2.75	4.32	0.25									

Az idevonatkozó vizsgálatokat RÁTH ÁRPÁD vm. hajtotta végre és ő szerkesztette meg az idecsatolt ábrán feltüntetett diagrammokat a talaj kiegyenlítő hatását illetőleg. Itt még két újabb talajminta is szerepel, nevezetesen a 11. sz., mely a *kompolti* gazdaságból való, a kísérleti telep azon részéről, ahol a kender igen jól fejlődött; a 12. sz. pedig az *eszterházi* gazdaságból eredő fekete vályogtalaj. Miként a táblázat 4. rovatából és az ábrából is kitűnik, a 12. sz. talaj a legnagyobb ki-

\* CLARK és LUBS szerint kolorimetriásan meghatározva.



egyenlítő felülettel rendelkezik és a legtöbb savat, illetőleg lúgot követeli ahhoz, hogy  $pH$  értéke egy fokkal megváltozzék. Az ilyen talaj tehát úgy a savas, mint a lúgos behatásokkal szemben jól védekezik, ezzel összhangban áll, hogy nincs kicserélődési aciditása és hidrolitos aciditása is csekély. Legjobban megközelíti e tekintetben a 2. sz. talaj Eszterházáról, mely ugyan az V. sz. tábla adatai szerint még nem telített, de  $V$  értéke HISSINK szerint 55-nél nagyobb. Már pedig HISSINK gyakorlatilag azt tapasztalta, hogy amely talajban a  $V$  értéke eléri az 55-öt, az meszezésre, tehát kémiai közömbösítésre nem szorul. A talaj különben még sok  $CaCO_3$ -t is tartalmaz, ez is hozzájárul ahhoz, hogy kiegyenlítő hatása is jó. Ezzel ellenkezőleg az 1. sz. sárga agyag mészszegény és kiegyenlítő hatása gyenge, kicserélési aciditása közepes, telítettségi állapota pedig szintén meszezés szükségére vall, annak ellenére, hogy a  $pH$  értéke 7.75. Nem bocsátkozom itt részletesebben ez értékek taglalásába, csak még azt jegyzem meg, hogy az V. és VI. sz. táblázat adatait összehasonlítva, úgylátszik, hogy a talaj telítettségi állapota és a talaj kiegyenlítő hatása között, valamint a hidrolitos aciditás és a telítettségi állapot között van némi látható kapcsolat. A kicserélődési aciditás mérvét úgylátszik még más tényezők is befolyásolják.

Ezeknek a talajaciditási meghatározásoknak, valamint a telítettségi állapot megismerésének az a gyakorlati jelentősége, hogy ezekből következtetünk a talaj mészszükségletére. Németországban a talaj mészszükségletét KAPPEN szerint a kicserélődési aciditásból úgy számítják ki, hogy a kicserélődés után kapott savértéket 3.5-tel és a talajok egyéb sajátságaihoz mérten változó faktorokkal szorozzák. Így megkapják a hektáronkénti mészszükségletet métermázsákban kifejezve.

HISSINK viszont a telítettségi állapotból indul ki. Tapasztalata szerint, amely talajban  $V = 55$ , az nem igényel meszezést. A szükséges meszet következő formulával számítja ki:  $0.55 T - S$ .

A HISSINK-féle képletből kiszámított mészság rendszeren magasabb érték, mint a KAPPEN-féle számítás eredménye. A jövő gyakorlati tapasztalatai fogják eldönteni azt, hogy a gyakorlati követelményeknek melyik ad megfelelőbb értékeket.

### Összefoglalás.

Az itt közölt kísérletek alapján, valamint másoknak egybehangzó és megerősítő tapasztalataiból jogosan feltételezhetjük, hogy *a talajban végbemenő kémiai reakciók központja a fentiekben közelebbről jellemzett humusz-zeolit-komplexum*. Ennek közelebbi kémiai összetételét és szerkezetét ugyan még nem sikerült megállapítani, de minden tapasztalat arra vall, hogy ez a komplexum kémiai szempontokból úgy viselkedik, mint különböző gyenge savak komplexuma. Ez mint anionkomplexum (*T*) a különböző fémkationokat vagy hidrogénionokat is képes megkötni, illetőleg kicserélni *mindenkör határozott és egyenértékű mennyiségben*, akár csak a valódi kémiai vegyületek. Az ugyan még eldöntetlen, hogy ezek valódi kémiai vegyületek-e vagy csak a kolloid-dispersiókra jellemző felületi energiák által lekötött (abszorbeált) kationok és hidrogénionok reakcióeredményei. Tény az, hogy a lekötött kationok és hidrogénionok minőségétől és mennyiségétől függenek a talaj abszorpciós jelenségei, a talaj reakciója és a talaj egyes jellegzetes fizikai sajátosságai is.

Ilyen értelemben *a talajokat csoportosíthatjuk neutrális, alkalikus, illetőleg savanyú talajokra, vagy abszorpció szempontjából telített, illetőleg telítetlen talajokra*. Neutrális talajok esetében a humusz-zeolit-komplexum vegyértékeit túlnyomólag *Ca* és részben *Mg* foglalja le, vagyis a másik definíció értelmében ezek a talajok kétvegyértékű kationokkal telített talajok. Az *alkalitalajok* humusz-zeolit-komplexumában a kétvegyértékű kationokat részben vagy egészben az egyvegyértékűek, még pedig különösen a *Na*, kötik le. Ez esetben ezeket alkalikusan telített talajoknak is nevezhetjük. Vannak azonban olyan alkalitalajok is, melyek telítetlenek, vagyis amelyek humusz-zeolit-komplexuma szabad hidrogénionokat tartalmaz, ezek tehát telítetlen alkali-talajok. Végre a *savanyú talajok* esetében a humusz-zeolit-komplexum jelentékeny mértékű vegyértékét *H* foglalja le, tehát mint gyenge sav vízzel keverve ennek hidrogén-ion-koncentrációját bizonyos mértékben növeli. Ez a hidrogén-ion-koncentráció azonban a körülményekhez képest változik, még pedig, neutrális sóoldatok hatására, a sókban foglalt anionok természetéhez képest

különböző mértékben. Ez az egyik magyarázata a különböző talajaciditási meghatározások (*pH* érték, kicserélődési aciditás, hidrolitos aciditás stb.) különböző és egymástól eltérő adatainak. A másik tényező, amely a talajaciditást befolyásolhatja, a talaj kiegyenlítő, ú. n. «*puffer*» hatása.

Mindezek a kutatások ugyan még nem minősíthetők befejezetteknek, de máris kitűnik, hogy nemcsak a talajtani tudományoknak, hanem a gyakorlati talajjavításoknak is szolgálnak, mert ezek alapján bizton remélhetjük, hogy ha már elegendő gyakorlati kísérlettel rendelkezünk, a savanyú talajok meszesését, a szikes talajok digózását vagy mész-, alumínium-, illetőleg vas-sókkal való kémiai és fizikai megjavítását csaknem matematikai alapokra fektethetjük. Ma még azonban sem a vizsgálati eljárások nem kifogástalanok, sem elegendő gyakorlati tapasztalattal nem rendelkezünk, hogy a nyert elemzési adatok alapján minden fenntartást kizárva biztosan kiszámíthassuk a szükséges mész (*CaO*), illetőleg mészsók (*CaCO<sub>3</sub>*, *CaSO<sub>4</sub>*), illetőleg *Al* vagy *Fe* sók mennyiségét. Ez a közeljövő kutatásainak és gyakorlati összehasonlító kísérleteinek feladata.

### Irodalmi adatok és megjegyzések.

1. 'SIGMOND ELEK: A talajismeret szempontjából fontos mesterséges zeolitok előállítása, összetétele, sajátságai és jelentősége. Math. és Term. Tud. Értesítő, XXXIV. köt., 308—315. lap. 1916.

2. *Jegyzet.* A történeti hűség kedvéért megjegyzem, hogy már 1912-től kezdődőleg GEDROIZ K. K. orosz tudós tölem függetlenül és más alapon megindulva végeredményben hasonló megállapításokhoz jutott, de nekem és általában a tudományos szakköröknek az utóbbi évekig alig volt alkalmuk, hogy GEDROIZnak nagyszámú orosz nyelven írt értekezéseit megismerjék, míg 1923-tól kezdődőleg az Északamerikai Egyesült-Államok Földművelésügyi Minisztériuma módot nyújtott arra, hogy WAKSMAN S. A., a New-Jersey-i kísérleti állomás egyik szakembere, az eredeti orosz közleményeket angolra lefordítsa és a géppel írt fordítást mimeografia segítségével a Földművelésügyi Minisztérium egyik vezető talajszakértője, SCORFIELD C. S. sokszorosította, hogy, miként az előszóban kifejezi, az Egyesült-Államok talajkutatói, akik különösen a mi szikeseinkhez hasonló, ú. n. alkali-talajok tanulmányozásával foglalkoznak, GEDROIZ értekezéseit angol fordításban olvashassák. A háború után elvértve hozzám került néhány más orosz

írótól származó közlemény utalt ugyan GEDROIZ kutatásaira,\* de nekem csak ez évben sikerült (1925) összeköttetést találnom SCOFIELD-del és tőle megszerezni GEDROIZ értekezéseinek angol fordítását. Ezt itt csak azért tartottam szükségesnek megemlíteni, mert miként az alábbiakban kimutatom, GEDROIZ tölem függetlenül végrehajtott kísérletei nagyjában ugyanazt eredményezték, mint saját kutatásaim, melyeket viszont én GEDROIZ munkálatainak ismerete híján szintén tőle függetlenül végeztem.

3. WAY TAMÁS már 1850-ben «*On the power of soils to absorb manure*» és «*On the influence of lime on the absorptive properties of soils*» című két alapvető értekezésében (megjelent a «*The Journal of the Royal Agricultural Society of England*» XI., XIII. és XV. kötetében) megállapítja: 1. hogy a sókat a talaj nem a maguk egészében abszorbálja, hanem csak azok bázisalkotó részét; 2. hogy a savmaradék a talajból kicserélt nagyrészt Ca-ból álló bázissal egyesülve az oldatban marad; 3. hogy az oldatban ment Ca pontosan egyenértékű volt az oldatból a talaj által leköötött bázisokkal, a folyamat tehát a kémiai egyensúlyok törvényeinek hódol; 4. hogy a talaj és a bázisok között így végbemenő reakció csaknem pillanatszerű és úgy viselkedik, mint mikor közönségesen sav egyesül alkálival; 5. hogy a talajban előforduló agyagos rész az, mely ebben a reakcióban mint aktív rész szerepel.

Messze vezetne, ha a talaj abszorpciós jelenségeinek történeti fejlődését itt ismertetni akarnám. Röviden csak rámutatok arra, hogy a későbbi kutatások során különösen van BEMMELLEN búvárlataiból kitűnt, hogy a talajnak tömény sósavval való főzése folytán az a komplexum (A komplexum), amely a talaj abszorpciós jelenségeit okozza, meg bomlik és oldatba megy. Úgy a magam, mint GEDROIZnak fentebb idézett kutatásaiból azonban kitűnt, hogy a tömény sósavval oldatba vitt anyagok nem tükröztetik vissza hűen a talaj eredeti abszorpciós komplexumának kémiai összetételét, mert ezzel erős sav hatására más ásványi anyagok is bomlást szenvednek és egyes alkotórészeik oldatba jutnak. Hasonló okokból a talajzeolitoknak GANZ szerint való rekonstrukciója is helytelen.

4. RAMANN E. és SPENGLER A.: Der Basenaustausch der Silikate. Zeitsch. f. anorg. und allgem. Chemie, 105. kötet (1918. év), 96. lap.

RAMANN E. és SPENGLER A.: Zur Kenntnis der Bodensorption. Landw. Vers. Stationen. 92. kötet, 133. lap.

5. HISSINK D. J.: Beitrag zur Kenntnis der Absorptionsvorgänge im Boden. Int. Mitteil. f. Bodenkunde. XII. kötet (1922. év) 94—95. lap.

6. GEDROIZ K. K.: Contributions to our knowledge of the absorptive Capacity. Az eredeti orosz közlemény Zhurnal Oпитnoi i Agronomii

---

\* SZOKOLOVSKY A. N.: Beiträge zur Erkenntnis der Bodenkolloide und einige praktische Folgerungen davon. Int. Mitteil. f. Bodenkunde, XIII. kötet, 81. lap.

XIX. kötet (1918), 269—322. lap, továbbá u. o. XX. kötet (1919), 31—58. lap, az angol fordítás Scofield fent említett sokszorosításában 48—62. lap.

7. GEDROIZ K. K.: Colloidal chemistry as related to Soil science. Az eredeti orosznyelvű közlemény Zhur. Opit. Agron. 1914. év XV. kötet, 181—205.

8. E tekintetben FREUNDLICH H. Kapillarchemie, 172. l. hivatkozik.

9. HISSINK D. J.: Beitrag zur Kenntnis der Absorptionsvorgänge im Boden. Int. Mitteil. f. Bodenkunde XII. kötet (1922), 81—83. l. és 124—125 l.

10. 'SIGMOND ELEK: A mesterséges zeolitok kémiai és fizikai sajátosságairól. Magy. Chemiai Folyóirat XII. kötet 9—11. füzetében,

11. GEDROIZ K. K.: Zhur. Opit. Agron. (1912) 13. kötet, 363—420. l.

CUMMINS A. B. és KELLEY W. P.: The formation of sodium carbonate in Soils. Calif. Agr. Exp. Stat. Techn. Paper III., 1—35. l.

12. Intern. Mitteil. f. Bodenkunde 1922. évfolyam, 120. oldal, 45. megj.

13. KELLEY W. P.: Univ. Cal. Publ. Technical Paper 15., 18—20. l.

14. Verslagen Proefstation No 27., 157—180. l.

15. Zeitsch. f. Pflanzenern. u. Düngung. A. IV. évfolyam, 4. füzet.

16. GEDROIZ: Soils unsaturated with Bases. Method of determining in Soils the hydrogen procent in absorbed condition. Journ. of Exp. Agron. Vol. 22. Pp. 3—27. 1924.

17. GEDROIZ K. K.: Ultramechanical composition of soils etc. Zhur. Opit. Agron. XXII. kötet, 29—50. l., 1924.

18. Dr. HISSINK D. J.: Beitrag zur Kenntnis der Absorptionsvorgänge im Boden. Int. Mit. f. Bod. XXII. kötet, 1922. év, 104—106. l.

19. Dr. HISSINK D. J.: Int. Mit. f. Bod. XII., 108. l.

20. Dr. HISSINK D. J.: Base Exchange in Soils. Transactions of the Faraday Society, XXII. 3. rész, 60. sz. VII. táblázatban.

21. KELLEY W. P.: Replaceable bases in Soils. Univ. Cal. Publ. Techn. Paper No 15, Sept. 1924.

22. Math. Term. Tud. Értesítő XXXIV. k., 3—4. füzet, 311—312. l. 1916.

23. Univ. Cal. Publ. Technical Paper. No 15. 18. l.

24. GEDROIZ K. K. angol fordításban: Saline soils and their reclamation. Eredeti orosz közlemény. Zhur. Opit Agron. XVIII. kötet, 1917. 122—140. l.

25. RAMANN EMIL dr.: Bodenkunde, III. átdolgozott kiadás, 1911. 155—165. l.

26. Dr. HISSINK D. J.: Beitrag z. Kenntnis der Absorptionsvorgänge im Boden stb. Int. Mit. f. Bod. XII. kötet, 115—121. l.; továbbá Der Sättigungszustand des Bodens. Zeitsch. f. Pfl. u. D. A. IV. évfolyam, 138. l.

27. U. o. 138—142. l.

28. Dr. KOLTHOFF I. M.: Konduktometrische Titraktionen. 1923.

---

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1925. évi november hó 23-án tartott üléséből.)



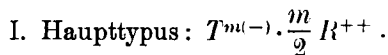
# STUDIEN ÜBER DEN HUMUS-ZEOLITHKOMPLEX IM BODEN UND ÜBER DIE BODENREAKTION.

Von ALEXIUS A. J. von 'SIGMOND, o. Mitglied der Akademie der Wissenschaften.

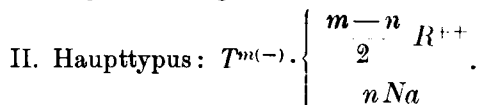
(Zusammenfassung.)

Aus den Erfahrungen des Verfassers und auch anderer Gelehrten geht hervor, dass der reaktionsfähigste Teil des Bodens im Humus-Zeolithkomplex zu suchen ist. Nach den Erwägungen des Verfassers kann letzterer als ein Komplex chemischer Verbindungen aufgefasst werden, in welchem die Anione durch die vermutlichen Humus- und Zeolithsäuren vertreten sind, während die Katione als austauschbare Basen des Bodens analytisch bestimmbar sind.

In neutralen Böden wird die Hauptmenge (etwa 90—95%) der Austauschkatone durch zweiwertige (*Ca, Mg*) Metalle vertreten.



Bei Alkaliböden werden die zweiwertigen Katione zum Teil durch einwertige verdrängt.



Bei sauren Böden wird ein Teil der Katione durch *H* ersetzt und das scheint mit der *H*-ion-Konzentration, sowie mit den verschiedenen Titrationsaciditäten des Bodens in Verbindung zu stehen.

Tabelle I gibt die Austauschkatone in %-ten, bezüglicherweise in *mg* Äquivalenten an. Tabelle II die Summe der *mg* Äqu. = *S* und die procentuelle Verteilung der Äquivalenten in

S. Tabelle III gibt Durchschnittswerte für Neutralböden und IV einige typische Werte für Alkaliböden an. In Tabelle V ist der Sättigungszustand einiger ungarischen und holländischen Böden zusammengestellt. Tabelle VI zeigt den Zusammenhang der verschiedenen Aciditätsformen, mit den dazugehörenden Titrationskurven der beistehenden Tafel an.

---

(Aus der Sitzung vom 23. November der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

**A KISMEDENCEBELI SZERVEK  
RENDES EGYENSÚLYI HELYZETE, KÜLÖNÖS TEKINTETTEL  
A MÉHELŐESÉSEK KELETKEZÉSE MÓDJÁRA.**

SCIPIADES ELEMÉR-től.

A kismedencebeli szervek egyensúlyi helyzetének ismerete a méhsülyedések és előesések létrejövetele mikéntjének felderítése és e helyzetváltozások sikeres gyógyítása érdekében fontos. Minthogy pedig a gyógyítás az elméleti ismeretek függvénye, világos, hogy az említett kóros méhhelyzetváltozás elhárításának és gyógyításának sikere is az e szerv rendes egyensúlyi helyzetét biztosító tényezőknek minél pontosabb ismeretével fog egyenes arányban állani.

Ezeknek az ismereteknek első igazi megalapozója SCHULTZE BERNÁT volt. Továbbfejlesztésüket pedig időbeli sorrendben SCHROEDER, MACKENRODT, KÜSTNER és MARTIN ED. kutatásainak köszönjük.

Ma végül e kérdésben a gondolkodás legelterjedtebb alapját a HALBAN—TANDLER-féle elmélet képezi. Utóbbi szerint a természet a kismedencebeli szervek helybenmaradását úgy oldotta meg, hogy azokat a hasprés fokozódó nyomásakor elzáró lemezeknek nyomja neki, melyek nem mások, mint a medencerekesz (diaphragma pelvis) és a húgyivari rekesz (a diaphragma urogenitale.) Mint-hogy azonban e lemezek a végbélen kívül még a hüvely és a húgyvese is átlépnek, e lemezek nincsenek teljesen zárva, hanem rajtuk a húgyivari résnek (hiatus urogenitalis) nevezett nyílás, tehát sérvkapu, van. Ebbe azonban, nyugalmi helyzetben, a méh, mint e nyílásnál nagyobb pelotta, fekszik bele. Rajta tehát ezért nem esik keresztül. Hogy pedig a méh a kismedencebeli szervekkel együtt e sérvkapun még erőlködéskor sem esik ki,

az, ez elmélet szerint, onnan van, mert a méh e szervekkel együtt még ilyenkor is a megfelelő támasztókészülék hatáskörébe esik. Ennek pedig az az oka, hogy az egyenesen álló asszonynál a méh hüvelyi része már a nyugalmi helyzetben is úgy van elhelyezve, hogy a méhnyak meghosszabbított tengelye a medencerekeszen a végbélemelő izom lemezének (Levatorplatte) legmélyebb pontját találja. Ha pedig a hasúri nyomás felfokozódik, vagyis a végbélemelő izom szárai a többi hasizommal egyidejűleg és egyerejűleg összehúzódnak, akkor a végbélemelő izom lemeze még előbbre vongalódik, miáltal a méh tengelye teljesen a medencerekeszi rés mögé kerül. Ilyenkor tehát a méh az előbbre vongált végbélemelő izom lemezére, a hólyag és a mellső hüvellyal pedig a húgyivari rekeszre és a gát ékjére támaszkodik. Ezért ahhoz, hogy méhelősesés keletkezzék, az szükséges, hogy az egész méh a sérvkapu területébe essék. Utóbbi csak túlnagy sérvkapu, vagy túlkicsiny méh, illetőleg a méhnek középállásban hátradőlt helyzete mellett lehetséges.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy bár HALBAN-nak és TANDLER-nek ez az elmélete eleinte a nőorvosok túlnyomó részét meghódította, már kezdetben akadtak egyesek (pl. KÜSTNER), akik azt nem tartották kielégítőnek. Idők múltán pedig ezek száma még szaporodott. Ennek a kifejezője az a megjegyzés is, amit ez elméletre FRANZ, a berlini egyetem egyik nőorvos tanára, tett a legutolsó évben megjelent nőgyógyászati műtét-tanában (J. SPRINGER 1925), mondván, hogy az abban elmondottak csak ideák, de nem tények, s hogy a méhsülyedés okait tisztán kórbonctani vizsgálatokkal nem lehet feltárni. A méhsülyedés keletkezése ugyanis élő folyamat, tehát működési zavar. Ennek következtében az, amit vele kapcsolatosan kórbonctanilag találunk, csupán az: ami lett, de nem az: ahogyan az lett. Ezért, ha az említett boncolástani kutatások nem is becsülhetők le a kórszármazás mikéntjének felderítése szempontjából, még mindig a betegágynál tett megfigyelések maradnak a fontosabbak.

S miután ezt a véleményt én magam is a legteljesebb mértékben aláírom, volt az oka annak, hogy én a kismedencebeli szervek egyensúlyi helyzetének, valamint a méhsülyedéseknek tanulmányozásánál az egészséges állapotot szemléltető boncolás-

tani viszonyok pontos kutatásából indultam ki, majd, ezeknek eredményeit egybevetvén egyrészt a SCHULTZE—SCHROEDER-féle gyönyörű klinikus megfigyelésekkel, meg a magam elég hosszas klinikus tapasztalásaival, másrészt a kóros viszonyokat szemléltető boncolástani állapotokkal, így igyekeztem tisztázni, hogy: melyek azok a tényezők, melyek a kismedencebeli szervek rendes egyensúlyi helyzetét biztosítják, s hogy min fordul meg az a folyamat, amely a méh előesését teszi lehetővé.

Ezeknek a tanulmányoknak eredményét van hivatva jelen értekezés feltárni.

Ahhoz, hogy a méh helyzetváltozásait, illetőleg azok keletkezése módját átérthessük s velök szemben a gyógyításnak is lehetően helyes irányelveit szabhassuk meg, két dologgal kell mindenekelőtt tisztába jönnünk.

Az egyik: a méhnek s a vele lefelé összefüggő ivarsatornának szabványos helyzete; a másik: a hasüri, közelebből a kismedencebeli szerveknek s köztük is a méhnek, illetőleg a vele lefelé összefüggő ivarsatornának a szervezetben való rendes egyensúlyi helyzete (statikája).

Közülök az elsőt illetőleg elég annyit megemlítenem, hogy az ú. n. szabványos alapállásban levő méh helyzete úgy viszonylik a hüvelyéhez, mint a félig vagy majdnem félig kinyitott bicska pengéje ferdére állított nyeléhez képest, továbbá még azt, hogy az ebből az alapállásból kimozdított méhet a hengeres, széles és méhkeresztsonti szalagok izmos kötegei igyekeznek szabványos helyzetébe visszaterelni. Múltán nevezhetjük tehát utóbbiakat *a méh vonzó készülékeinek*.

Kérdés most, mely tényezők teszik lehetővé, hogy a méh, illetőleg annak szomszédos szervei szabványos *szintjökben* megmaradjanak. Nem mások ezek, mint a kismedence fenekének bonyói, melyeket így *a kismedencebeli szervek támasztókészülékének* nevezhetünk.

Hogy most ezek rendszerét megérthessük, emlékeztetnünk kell arra, hogy a kismedence alakját HODGE és SELLHEIM gipsz öntvényeken egy lefelé keskenyedő hengeres könyöksőnek állapított meg, melyet egy izmos rekeszték úgy zár el, mintha a medencébe olyan csónakot helyeznénk be, melynek belső ürterén

a peremet a csontos medencegyűrű, az oldalfalakat a musculus obturator internus medencebéli (endopelvin) felső része, teknős fenekét pedig a medencerekesz (diaphragma pelvis) izomteknője alkotja. Ebbe a peremes izmos csónakba esik le, mint a teknő bélése, a mellső hasfalról, a hashártya alatt, a fascia transversalis, beborítván az izmos teknőt a medence oldalsó, elülső és hátulsó falával együtt. Ezt a bonyét egészében fascia endopelvinának nevezik.

Sematikus rajzban e bőnye lefutását TANDLER és HALBAN egy a kismedence mellső feléről vett s a végbélnyíláson áthaladó homloksiki metszetben szemléltették. Ez a rajz azonban a való viszonyokat eltorzítja, miért is az a medencefenék ürteréről a helyes fogalmak alkotását is nagy mértékben zavarja. Én ezért célszerűbbnek véltem a medencefenéknek s rajta a bonyék elhelyezkedésének mikéntjét egy hátrább, az interspinalis vonalba, eső homloksiki metszetből vett vázlatos rajzon szemléltetni, minthogy az a medencefenék hasüregi ürteréről a valóságnak inkább megfelelő képet ad. Az ezt az ürteret bélelő s elül-hátul a medence csontjaira szívósan, oldalt pedig a musc. obturatoriusra rugalmasan felfüggesztett s a diaphragma pelvis izmos sajkáján nyugvó bonyés sajka, a fascia endopelvina, képezi tehát a méhnek, illetőleg az azzal szomszédos többi szervnek támasztókészülékét.

Az erre a berendezkedésre vetett első pillantásból kiérezhető azonban, hogy az az említett szervek megtámasztására elégtelen kell, hogy legyen. S valóban gondoskodott is a természet e támasztókészülék tehermentesítéséről azáltal, hogy az összes kismedencebéli szerveket a fascia endopelvinánál jóval magasabbra, nevezetesen e bőnye felé jó 2 cm-nyire, egy más, kötegekkel kifeszített inas lepedőbe, az ú. n. retinaculum uteribe függesztette fel.

Ez alatt pedig azt a merev, rostos, zsírtalan kötőszövetet értjük, melynek tömörülési centruma a hüvelyboltozatokat, továbbá a méhnyaknak a cervix és corpus közti megtöretés szintje alá eső részét veszi szorosan körül; tömörülési zónái: nevezetesen a lig. sacro-uterina, a lig. cardinalia, a lig. uterovesicalia és pubovesicalia, innen sugároznak ki előre-oldalt és hátrafelé a medence-

falakhoz, hogy a kismedencebeli három üreges szervet egymással összefűzve felfüggeszék, s hogy a hüvelyboltozatot s a méhnyakat helyén, a cervix és corpus közt való megtöretés helyét pedig lebegő állapotban tartsák.

Mint tehát ezekből látjuk, a retinaculum uterinek e tömörülési zónái különös statikus jelentőséggel bírnak a kismedencebeli szerveknek felfüggesztése s egymással való összefűzése szempontjából, miáltal megakadályozzák, hogy közülök bármelyik fel- vagy lefelé egyedül elmozdnlhasson s az egésznek összefüggését meglazítsa. Innen van éppen, hogy azt a terhet is, mely a kismedencebeli szervekre nehezedik, azok mindig közösen fogják fel még akkor is, ha ez a teher az egymással összefűzött alkatrészeknek csupán csak egyikét is éri.

Ezért hát méltán nevezzük ezt az inas lepedőt *a kismedencebeli szervek összefűző és felfüggesztő készülékének*: (Hänge- und Flechtapparat).

A méhnek és a vele összefűzött kismedencebeli szerveknek rugalmasan lebegő helyzetben való felfüggesztésére szánt e retinaculum uteri és a hashártya közé van e kettőnek egymással és a szerveknek is egymással való összeragasztására szolgáló zsros laza kötőszövet, az ú. n. subserosium beiktatva, mint a géprészek közé a tömitő anyag, melyet ezért *a kismedencebeli szervek ragasztókészülékének* (Haftapparat) lehet nevezni. Ez alkotja egyben azokat az izesülési helyeket is, melyekben az egyes medencebeli szerveknek egymással szemben való eltolódása lehetséges a nélkül, hogy azoknak egymáshoz való tapadása általában szenvedne.

Tudni kell most, hogy ámbár a medencebeli szervek összefűző és ragasztókészülékei között éles határt vonni nem lehet, utóbbiakat topographiai szempontból bizonyos tájékokra szokás osztani. Ezek: a cavum vagy subserosium prævesicale Retij, a cavum vagy subserosium paravesicale, a cavum vagy subserosium paraauterinum es a cavum vagy subserosium pararectale.

E már mondottakon kívül a medencebeli laza kötőszövetnek még két tájékát kell megkülönböztetnünk és pedig a subserosium præ- és retrocervicalet. Az első a hólyag hátsó és a méhnyak mellső fala, a másik pedig a méhnyak hátsó és a vég-

bél mellső fala és a hüvelyboltozatok között fekszik. Innen ez a két subserosium — és pedig mellül septum vesico-, illetőleg uretro- vaginale, hátul pedig septum recto-vaginale név alatt ismerve — a retinaculum uteri alatt lenyúlik a fascia endopelvinának egyrészt a musc. levator ani felülről, másrészt ugyanazt alulról befedő lemezei alá. Az ezen két tájékban elhelyezkedő s a retinaculum és a fascia endopelvina között a ruganyos tömítő anyag szerepét betöltő, tehát úgy is mondhatjuk, hogy a *kis-medencebeli szervek ruganyszerkezetét képviselő*, laza kötőszövet pedig nem más, mint felrostozódása a fascia endopelvinából kiinduló s minden egyes medencebeli szerv kivezető csövét behüvelyező adventitialis kötőszöveti toknak, mely e szervekről a hólyagra, a méhre, s a végbél intraperitonealis részére is felhatolván, azokat is betokolja. A septum név tehát ezekre a képletekre legfeljebb annyiban illik, hogy azok a csöves szervek ürterei között fekvő izmos-bőnyés és hosszanti metszetben *ferde zsindeleknek* tetsző fali lemezeket kapcsolják össze. Helytelen viszont e név azért, mert egyesekben könnyen azt a hitet keltetheti, hogy egyrészt a húgycső és hólyag-, illetőleg a mellső hüvelyfal, másrészt a hátsó hüvelyfal és a végbél izmos-kötőszövetes fali lemezei közé még külön inas (aponeuroticus) lemezek is vannak beiktatva. Már pedig e kivezető csövek között ilyen lemezek nincsenek s azoknak adventitialis bőnyéje is szívóssá legfeljebb a mellső hüvelyfal legalsó részén válik, ahol az a mellső hüvelyfalat köti össze, szinte elválaszthatatlanul, a húgycsővel. Ezenkívül pedig még csak a septum rectovaginale erősödik szívóssá, de már csak a fascia levatoris ani inferior alatt és pedig a rectum pars perinealisa és a hüvely hátsó fala között egy igen tömött, csúcsával felfelé, alapjával pedig lefelé tekintő harántékké, mely a gát bőrén keresztül göb alakjában legtöbbször ki is tapintható s nem más, mint az ú. n. centrum tendineum.

*Mint tehát ezekben láttuk, az a diaphragma pelvis által képviselt izmos sajkaszerű ürtér, mely a medence fenekén helyezkedik el, egyrészt a pereme alatt kifeszített retinaculum uteri, másrészt a fenéke fölött áthúzódó fascia endopelvina által határolt és rajtuk kívül eddig még soha senki által észre nem*



vett második, befödött s mint majd látni fogjuk, a kismedencebeli szervek statikája szempontjából mindennél eminensebb fontosságú bonyós sajkát rejt magában, melynek fedélköze, mint egy kettősfalú függőágy belseje, a fedél kilengéseit tompítani, a feneket pedig tehermentesíteni hivatott ruganyos, laza, zsíros kötőszövettel van matrác-szerűen kitöltve. Ebbe az így kitömött függősajkába pedig sagittális metszetben hat, hátulról előrehaladó lemez, a végbél, hüvely és húgycső két-két falának húsos kötőszövetes falai vannak zsindeleyszerűen berakva. Ezek között végül az említett három üreges szervnek csőszerű vezetőkei vannak, mint vízvezetéki csövek a zsalugater lemezek közt, keresztülbocsátva, mely lemezek minden felülről rájuk ható nyomásnál egymásra szorulnak s a köztük levő csövek ürtereit teljesen egymásra tapadó capillaris hasadékokká préselik össze.

Erre az ilyen rendkívül szellemesen megkonstruált függősajkára fekszenek, mondhatnók hasálnak rá a felülről lefelé ellapult hólyag, az anteflexio-versióban levő méh s az ú. n. nagy Douglasba ékszerűen benyomuló belek.

Ezállal tehát a vázolt kettős falú függősajka, legalább is a hasüri zsigerek terhével szemben, még egy fedelet kap, mely a külső izmos sajka fedelének is tekinthető.

Világos most, hogy minél nagyobb lesz az a nyomás, mely a hasüri zsigerek felől a hólyagra, méhre és rectumra nehezedik, annál jobban nyomatik a belső sajka fedele is, és így annál jobban összehérséltetnek a fedélközében futó zsalugater lemezek, tehát a köztük futó húgycső, hüvely és végbélcsövek is.

Kíváncsian kell ezután keresnünk, vajjon milyen tehát az a súly, amely átlagos viszonyok között a medencefenének említett berendezésű függősajkáját megterheli.

Hogy pedig ezt megértsük, hasonlítsuk a hasfali törzsiszomat által hengersizűvé alakított s tetején a rekesz által kupolaszerűen bezárt hasüreget egy szájával lefelé fordított, vízzel telt pohárhoz, amelynek szájára a medencefenék függősajkája, mint papírlap, van terítve, ürtere pedig a sűrűen pépes folyadékhoz hasonlítható belekkel van légüresen kitöltve (BRAUS).

Ki ne emlékeznék most arra a fizikai kísérletre, mely e helyzet analógiáját mutatta be akkor, mikor egy poharat

egészen pereméig vízzel töltött meg, erre pedig egy, a pohár száját teljesen befedő papirlapot csúsztatott, úgy, hogy közéje és a vízfelület közé levegő nem jutott. Végül pedig a vízzel telt poharat szájával lefordította anélkül, hogy a víz kiömlött, a papirlap pedig lesodortatott, sőt még csak ki is boltosodott volna. S tudjuk mindnyájan azt is, hogy ez eredménynek nem a fölötte levő víz súlyához feltétlenül gyenge papirlapnak tartóképesége volt az előidézője, hanem az alulról ható levegőnyomás, mely a papirlapot tehermentesítvén, azt egyensúlyban, súlytalanul lebegő állapotban megtartotta.

Ugyanez a helyzet a hasüri zsigerek súlyának a medence fenekét elrekesztő szövetekhez való viszonyában is. Ezért BRAUSZAL kimondhatjuk, hogy *a medencefenék átlagos körülmények közt a légnyomás hatása alatt teljesen tehermentesített lebegő egyensúlyban (statikában) van, s így átlagos körülmények között az arra hasaló szervek a nyomástól szintén tehermentesítve vannak, miért is azok szabadon mozoghatnak. És csak akkor, ha a hasüri nyomás az átlag fölé emelkedik, kerülnek e szervek is nyomás alá, mikor ugyan mozgékonyságukat elvesztik, viszont azonban, mint a medencefeneki belső sajkát betetőző újabb fedél, maguk is védővé válnak a medencefenéknek.*

Kérdés most, vajjon gyakran következik-e be a medencefenéknek ez az átlagosnál nagyobb fokú megterheltetése.

S erre azt kell felelnünk, hogy csak ritkán, nevezetesen csak szándékos préselesnél vagy kóros körülmények között.

Ennek oka pedig az, hogy a zsigerekkel kitöltött és a medencefenékkel elzárt hasürnek a vázolt statika céljaira való berendezkedése sokkal tökéletesebb, mint a vízzel telt és papirlappal befödött poharé.

A pohár falai ugyanis merevek, a fedőlap pedig egyetlenegy sík. Ezért ha a pohárban a nyomást fokozzuk úgy, hogy belé valamely szelepen át csak néhány csepp vizet is eresztünk, a papirlap lezuhan és a víz kiömlik, mert a minden irányban merev falak a nyomásfokozódáshoz alkalmazkodni nem képesek. Hasonló vészes megterhelés alá kerülne a medencefenék is, hasonló merev berendezkedés esetén, vagyis a nyomást az átlag

főlé fokozó minden csepp tápláléknak a gyomorba való bejutása vagy anyagcsere-salaknak, illetőleg gáznak, a belekben való képződése, továbbá minden az átlagnál több vérnek a szervekbe való beömlése esetén. Viszont a hasüri tartalomnak, illetőleg nyomásnak az átlag alá való csökkenése esetén a medencefenéknek, a légnyomás hatása alatt, be kellene nyomulnia, hogy az ürtér megkisebbedését kiegyenlítse.

Az emberi hasür falai azonban szerencsére nem merevek, hanem kivált a mellső hasfalak és a rekesz harántcsikolt izmokból állanak, melyek, idegrendszeri reflexek révén, magukat akaratunk nélkül is automatikusan a hasür belsejében történő minden ürtéri és nyomásváltozásra beállítani s így a medencefenéket tehermentesíteni képesek. Ezenfelül pedig még a hasfali izmok játékába az ember akaratlagosan is minden pillanatban be tud avatkozni. Végül pedig maga a medencefenék se egyetlen siklap, hanem, mint azt láttuk, egy fedeles függősajka, miért is az a fedélközében levő rugalmas anyag elaszticitása mértékében való összepréseltetése és újra való széttágulása által az átlagos nyomásingadozásokat szintén közömbösíteni tudja.

Konfliktus tehát a hasüri nyomás és a medencefenék teherviselőképessége közt csak akkor áll elő, mikor a követelések, akarva vagy akaratlanul, a másként ki nem egyenlítő hasüri nyomásnak felfokozódása vagy lecsökkenése folytán, a medencefenék függősajkjával szemben az átlagosan legyőzhető mértéken túl emelkednek.

S hogy a veszélyt elhárítsa, ekkor lép a medencefenéknek diaphragma rectale, urogenitale és perineum néven ismert izomberendezése működésbe, hogy a hasfali izomzattal egyidejűleg és egyerejűleg összehúzódván, a medencefenék függősajkjának egyensúlyi helyzetét megerősítse sőt fokozott ellenállásra merevítse. Ezért is ezt a berendezkedést *a medencefenék erősítő vagy merevítő készülékének* nevezhetjük.

Nézzük most ezt a készüléket közelebbről.

A medencefenék függősajkját, a fascia endopelvina alatt két oldalról befedő izmos lemezt egészében diaphragma pelvis seu rectalának nevezik. S ezek úgy fedik a függősajkját, mint a csónakot annak két oldalfenék-fala. Ez a kettős izomlemez az

ösi caudalis izomzatból származik s hármas izomkomplexumból áll, melyeknek egyik tagja a musc. ischiococcigeus, másik két tagját pedig az egy névvel levator aninak nevezett musculus ileo- és pubococcigeus alkotja. SELLHEIM azt is kiderítette, hogy ezek nem fekszenek egy szintben, hanem, mint a csónak bordái, kívülről befelé rakott zsindelek módjára helyezkednek el, világosan abból a célból, hogy mikor azok, pl. a szülés alatt, széjjelvongálattnak, egymáson széleiknek bonyós érintkezéséig elcsúszhassanak s így az izomfolytonosság itt még ekkor is megóvassék.

Ebből a hármas izomkomplexumból bennünket különösen a csónaknak legmellső és legmélyebben fekvő bordája, a musc. pubococcigeus érdekel.

Ez túloldali társával a végbél mögött a farkcsikcsonttól a végbél hátsó faláig húzódó lig. anococcigeum által alkotott rapheban egyesül, mely utóbbit a csónak életgerendájának lehetne nevezni. Ez az izompár így a végbél mögött egyesült izomlapjával, az ú. n. levator lemezzel, a végbél hátsó falát kacsszerűen veszi körül, és pedig flexura perinealisának szintjében, aztán száraival, az ú. n. levator szárakkal, melyeket az izom pars puborectalisának is neveznek, a végbél oldalán halad, majd miután egyes rostjai a végbél előtt és a hüvely mögött egymással egyesültek, a hüvely és húgycső két oldalán halad tovább előre, hogy végül azok a clitoris mögött a symphysisen egy sekély s az erek átérésztésére szolgáló y-szerű kivágással egyesüljenek. *E szerint tehát a diaphragma pelvis izmos csónakjának életgerendája a rectum mellső falától kezdve nem folytonos, hanem az a végbél, illetőleg a hüvely és húgycső által át van lyukgatva. Teljesen azonban ez a gerenda itt sem hiányzik. Éppen ezért egészen hibás a levator szárak helyzetének az a szemléltetése, amelyet TOLDT után az összes szülészeti és nőgyógyászati tankönyvek az eredeti vagy némileg módosított ábrában átvettek, s mely ezt az életgerendát a csónak első felében teljesen hiányzónak mutatja.* A valóságos helyzet ugyanis az, amit éppen említünk, nevezetesen, hogy az életgerendán két nyílás van, s hogy a levator szárak, mint arról kivált nemrég deflorált egyéneken a levator működtetése közben a symphysis felé fordí-

tott újakkal végzett hüvelyi vizsgálattal mindenki könnyen meggyőződhetik, a hüvely és húgycső előtt a symphysisnél egyesülnek. Szerintem ezért helyesebb volna az egységes hasulék gondolatát keltő hiatus diaphragmatis pelvis elnevezést egészen elvetni s helyette a való helyzetnek megfelelő s a helyes fogalmak alkotására alkalmasabb s OERTEL által máris használt hiatus rectalis et urogenitalis elnevezést a nomenclaturában általánosítani.

Ami pedig a levator ani pars pubicájának működését illeti, annak mikéntjéről akkor győződünk meg, ha a levatornak már fentebb említett működtetése mellett végbél-, illetőleg hüvelyi vizsgálatot végzünk. Ekkor ugyanis azt tapasztaljuk, hogy mikor a pars publica összehúzódik, minthogy szárainak tapadási helye mindkét oldalt a symphysisen, illetőleg a szeméremcsont lehágó szárain van, az a levator lemezt előre és kissé felfelé húzza, parallel szárai pedig egymáshoz közelednek, miáltal a rectum pars perinealisán hátulról előre meg lesz törve, oldalirányban pedig össze lesz lapítva. Hasonlóan előre lesz húzva és mellülről hátrafelé le lesz lapítva, továbbá oldalirányban is össze lesz nyomva a hüvely is.

Világos egyben e mondottakból, hogy, ha a hasüri nyomás felfokozódásakor a kismedencebeli szervek kicsúszását már az is meg tudja akadályozni, hogy azok előrehajlott állapotban, tehát szögletbe tört helyzetben hasalnak a medencefeneket életrekesztő kettős sajkára, s így annak védelmére felelet alkotnak, még inkább pedig az, hogy azok kivezető csövei a belső függősajka fedélközében levő rugalmas tömítő anyagba ferdén vannak beállítva s így egyrészt azoknak be- és kimeneti nyílásai különböző szintben, tehát súlyvonalakban is fekszenek, másrészt azoknak lumenei e falaknak izmos kötőszövetes s a hasüri nyomás fokozódásakor egymásra fekvő zsalugater lemezei közt összenyomattnak, akkor a levatornak említett összehúzódása s ezáltal a végbélnek és hüvelynek megint ellenkező irányban bekövetkező szögletbetörése a kismedencebeli szervek kiesését még fokozott mértékben teszi lehetetlenné.

Ezekkel az elmondottakkal azonban a méh kiesése ellen dolgozó biztosítékoknak összesége még nincsen kimerítve.

A továbbiak az ősi sphincter cloacæból származnak s azoknak egyikét a trigonum urogenitale alkotja.

Hangsúlyozni kell most, és pedig annál inkább, mert ezt eddig rajtunk kívül még egyáltalán senki nem tette, hogy a diaphragma urogenitale a levator csónak orrára és pedig annak átluggatott életgerendájára szögelt olyan haránt lap-hoz hasonlít, mely ott csupán a húgycső és hüvely nyílásaival érintkezik, a csónak orrára ellenben nincsen reáhajtván, hanem attól jobb- és baloldalt eláll. Ezáltal tehát közte, továbbá a levator és a medencefalra támaszkodó m. obturator között mindkét oldalt, egy kissé a középvonal felé dőlő ferdegúla alakú tér keletkezik, melybe, mint rugalmas ék, a fossa ischio-rectalis gúlájának alapjával az egész levatorra, csúcsával pedig az ülőcsont lehágó ágára és az acetabulumra, oldalai-val végül egyrészt a musc. obturator internusra, másrészt a lig. tuberososacrummal alátámasztott m. gluteusra támaszkodó felső csücske van behelyezve. Ennek pedig világosan az a célja, hogy ha a medencefenék sajkái a hasprésnek lefelé irányuló nyomása következtében leszállanak, azok feneké ez ékek közé nyomuljon be és az életgerenda a középvonal irányában összenyomassék, hogy tehát így annak nyílásai ez ékek által akkor is összepréseltesse, mikor a levator, illetőleg annak szárai pl a székelés alatt ellazulnak és a medencefenék függősajkjának fenekét nem merevítik és a rajta átlépő nyílásokat nem szűkítik. Szinte érthetetlen ezért, hogy a fossa ischio-rectalis zsíros ékjének a méhelőesések gátlásában való ez ékhatású szerepét eddig egyáltalán nem méltányolták. Felőle ugyanis eddig semmiféle idevonatkozó tárgyú könyvben vagy dolgozatban említést nem találtunk. Pedig e már mondottakon kívül bámulatosan szellemes ez ékek szerkezetében az a körülmény is, hogy azok anyagául kb. a tömör gummi rugalmasságával rendelkező kötőszövetes zsíranyag van választva. Így ugyanis a közéje szorult kivezető csöveken formálható anyagok az ékeknek a csónak oldalfalára való folytonos rászorulása ellenére is ki tudnak nyomulni.

Mindezekkel azonban a kismedence szerveinek, illetőleg a medencefenéki függősajkjának, alulról való biztosítása még min-

dig nincsen kimerítve, hanem a medencefenék belső sajkájára külső csónakként ráillesztett levator s a rostrumot védő musc. trigoni urogenitalis s az életgerendát beékelő subcutaneum ischiorectale ékjei fölé, mint a medencefenéki sajkának a kereszt- és farkcsikocsonti csúcson túl eső, átluggatott s így leginkább biztosításra szoruló életgerendájára szerkesztett csónaktaraj (Kiel), a kivezető csövek záróizmai vannak még kifeszítve, hogy a kismedencebeli szervek kiesését, mint legutolsó fokon akadályozó készülék, gátolják. Múltán nevezik tehát e harmadik izomlépcsőnek közös bőnyés tok által egybefoglalt izomcsoportját *gátizomzat*nak, melynek tagjaiként a musc. sphincter ani externust, a musc. bulbocavernosust, a musc. transv. perin. superficialist és a musc. ischiocavernosust ismerjük.

S ezekhez most még csak azt kell hozzátennünk, hogy a medencefenék belső függősajkája alatt fekvő mindezek az izomcsoportok, melyek a medencefenéki belső sajkára időnkint nehezedő súlyt viselni hivatottak, mint kézbe tett kéz, vagy mint pántokból összefonott hintalap, a már ismertetett centrum tendineum bőnyés ókjében kapaszkodnak össze, hogy egymást a reájuk jellemző kulisszaszerű elrendezésből való kitérés ellen védjék s így egymást közösen erősítsék.

S e mondottakkal minden részletében át is tekintettük a női medencefenék architektúráját, melynek szerkezete, mint láttuk, rendkívül szövödményes ugyan, de melynek minden gép-része csodálatos szellemességgel van szükséges helyén, hogy a kismedencebeli szervek biztos statikáját szolgálja.

S most, összegezve a mondottakat, nem mulaszthatom el még egyszer hangsúlyozni, hogy mind e szerkezeti részek közül a méh helyzetváltozásaival foglalkozó irodalom eddig a kismedence szerveinek statikáját illetőleg csupán:

1. a méh függesztő készülékeiként tekintett szalagoknak;
2. a retinaculum uterinek;
3. a fascia endopelvinának;
4. a szárainak lefutását s az azok között helyet foglaló nyílásokat tévesen leírt levator aninak;
5. a diaphragma urogenitalinak; valamint

6. az utolsó 4-gyel együtt a kismedencebeli szervek támasztókészülékének nevezett gátizomzatnak tulajdonított jelentőséget. E támasztókészüléknek is azonban úgy, hogy abban a főtényezőnek, mint MARTIN, egyszer a retinaculum uterit, máskor pedig, mint HALBAN és TANDLER, a diaphragma recto-et urogenitale-t tekintette.

Nem akarom azonban elhallgatni azt sem, hogy az éppen elmondottakba a levator szárak lefutását és az azok között helyet foglaló nyílások mikéntjét illetőleg becsúsztott tévedéseket BRAUS és OERTEL az újabb időben korrigálták. Sem azt, hogy BRAUS újabban a kismedencebeli szervek statikáját illetőleg még egy fontos tényezőt ismert fel, nevezetesen a retinaculum uteri által egybefűzött és a szervek közti laza kötőszövet által összeragasztott kismedencebeli szerveknek közös teherviselését.

*Viszont hangsúlyoznom kell azt is, hogy a medencefenék, illetőleg a felette közvetlenül elhelyezkedő szervek statikája szempontjából tényezőkként, és pedig az eddig megállapítottaknál is fontosabb tényezőkként, nem ismerte fel az irodalom:*

1. a retinaculum uteri és fascia endopelvina által körülírt befedett medencefenéki belső függő bonyós sajka létezését;
2. e sajka fedélközének rugalmas tömítő anyagát, helyesebben annak szerepét;
3. e sajkában a kismedencebeli csöves szervek izmos kötőszövetes falainak zsalugater szerkezetét;
4. a kismedencebeli szervek kivezető csöveinek ferde irányba következtében azok hasüri és bőrfelületi nyílásainak különböző szintben, tehát különböző súlyvonalakban is fekvését;
5. a diaphragma urogenitale-nak miként való elhelyezkedését és tulajdonképpeni funkcionális hivatását;
6. a centrum tendineum ékjének a rectumot és a hüvelyt alátámasztó s azok alsó szakaszait eredeti lefutási irányukból eltérítő hatását; s végül



7. a fossa ischiorectalisoknak a medencefenéki külső sajka oldalait, fenekét és orrát megtámasztó és azokat éppen a kivetető nyílások helyén maguk közé szorító ékjeit, melyeknek hatása a farpofák egymáshoz való közeli-tésével még fokozható.

Ezeknek tehát a medencebeli szervek statikája szempont-jából tényezőkként, és pedig igen fontos tényezőkként való fel-ismerését a magunk új megállapításaiéknak kell leszögeznünk.

S minthogy ez új szerkezeti tényezők felismerése folytán, mint láttuk, a statikai mechanizmus magyarázását is az eddigiék-hez képest lényegesen módosítanunk kellett, vált szükségessé az is, hogy a statikai szerkezeti részek elnevezésén módosítsunk.

Ennek a kifejezője, hogy mi az egyensúlyi helyzetet biz-tosító szerkezeti részek között megkülönböztetjük:

1. a kismedencebeli szervek vonszoló készülékeit, melyek alatt a méhre vonatkoztatva a lig. rotundákat, latákat és sacrouterinákat értjük;
2. a kismedencebeli szervek támasztókészülékét, melyben a kismedencének az egyes szerveket is betokoló sajt bonyóját (fascia endopelvina) látjuk;
3. a kismedencebeli szervek felfüggesztő és összefűző készü-lékét, mely alatt a retinaculum uterinek kötegekkel kifeszített inas lepedőjét értjük;
4. a kismedencebeli szervek összeragasztó készülékét, mely szerintünk nem más, mint a cavum Retii s a para-vesicalis, parametrán, pararectalis, pra- és retrocervi-calis subserosium;
5. a kismedencebeli szervek rugany-szerkezetét, mely sze-rintünk nem más, mint a medencefenéki belső függő sajka fedélközének zsíros kötőszövetes tömitő anyaga;
6. a kismedencebeli szervek függősajkjának merevítő készü-lékeit, mely alatt a diaphragma pelvist és urogenita-list akarjuk érteni;
7. a kismedencebeli szervek feszítő ékszerkezetét, mely alatt a centrum tendineum és a fossa ischiorectalisok ékjeit értjük; s végül

8. a kismedencebeli szervek záró készülékeit, melyek alatt a medencefenéki sajka zsalugater szerkezetét, a levator lemezt és szárakat és az összes záróizmokat és izomhevedereket értjük.

Íme tehát, mint láttuk, vizsgálódásainknak az a megállapítás lett az első eredménye, hogy a kismedencebeli szervek szabványos helyzetét és egyensúlyát egész sereg, és pedig részben régebben már mások által figyelembe vett, részben több, először csak most általunk tisztázott, tényező biztosítja.

Láttuk továbbá, mint tanulmányaink második megállapítását azt, hogy, bárha mind e szerkezeti tényezők a medencefenék architektúrájában egyenkint is döntő jelentőséggel bírnak, azoknak tulajdonképpen helytálló képessége a medencefenéki függősajka szerkezetének épségében kulminál éppúgy, mint ahogy annál a berendezésnél is, mely a kocsrázásnak a kocsin ülőre nézve lényeges kellemetlenségeit akarja elkerülni, egyformán fontos a rajta ülő ember is egész szervezeti berendezkedésével, mely a kocsi is egész szerkezeti architektúrájával, mégis a berendezkedés eredményessége leginkább a rugalmas ülés szerkezetének minőségén fordul meg.

Világos tehát, hogy mindazok az elméletek, mint pl. a KÜSTNER-é és MARTIN-é, melyek a medencebeli szervek egyensúlyi helyzete szempontjából csak azokat a tényezőket vették tekintetbe, melyek az egyensúlyozó szerkezet fölött vannak, vagy csupán azokat, mint a HALBAN-é és TANDLER-é, melyek az alatt vannak, vagy talán mind a kettőt is, magáról az egyensúlyozó szerkezet létezéséről ellenben tudomást egyáltalán nem vettek, a méhelőesések magyarázására elégtelenek és csupán erőszakoltak lehettek, amit mi sem szemléltet jobban, mint azok a fogalomzavaró vetületi ábrák, melyekkel HALBAN a descensusok és prolapsusok keletkezése módját szemléltette.

Mint egészen új megállapítást kell tehát leszögeznünk azt az álláspontunkat, hogy az a folyamat, mely descensust, illetőleg prolapsust idéz elő, elsősorban a medencefenéki függősajka szerkezeti épségének megbomlásán fordul meg és pedig:

1. vagy a sajka fenéke és fedele által képviselt kettősfalúságnak valamely okból való megszűnésén; vagy
2. a sajka ruganyszerkezetének, más szóval zsíros kötőszövetes anyagának, sorvadásán, illetőleg eltűnésén;
3. vagy az egymást zsindeleyszerűen kölcsönösen fedő és támogató, továbbá a rajtuk keresztül vezető csöveket szükség szerint összepréselni is tudó zsálugater-lemezek kilőredezésén;
4. vagy a sajkán átlépő kivezető csövek be- és kimeneti nyílásainak egy szintbe, tehát egy súlyvonalba is való kerülésén, illetőleg e négy tényezőnek egymással különböző kombinációkban való szövődésén.

S merjük remélni, hogy ezek az új megállapítások, melyek a medencefenék szerkezetére, a kismedencebeli szervek rendes egyensúlyi helyzetére, valamint a méhsülyedések létrejövetelére vonatkozólag vázolt tanulmányunkból leszűrődtek, a nagyfokú méhelőesések gyógyításának eddig gyakran kilátástalan esélyein is javítani fognak, úgy, hogy azok az e kóros helyváltozások biztos gyógyítására szolgáló új műtéti eljárások kidolgozására is termékenyítőleg fognak hatni.

---

(A M. Tud. Akad. III. osztálya 1926. évi február hó 15. napján tartott üléséből.)

**DIE NORMALE GLEICHGEWICHTSLAGE  
DER KLEINBECKEN-ORGANE, MIT BESONDERER HINSICHT AUF  
DIE ENTSTEHUNGSWEISE DER GEBÄRMUTTERVORFÄLLE.**

Von ELEMÉR SCIPIADES.

Das erste Resultat der Untersuchungen des Verfassers war die Feststellung, dass die regelrechte Lage der Kleinbecken-Organen und deren Gleichgewicht durch eine ganze Reihe von, und zwar zum Teil schon früher von Anderen beobachteten, zum Teil aber erst jetzt vom Verfasser gewürdigten Faktoren bestimmt wird.

Die zweite Feststellung seiner Forschungen ist, dass wenn auch alle diese Organe im Bau des Beckenbodens auch einzeln von entscheidender Bedeutung sind, deren eigentliche Stabilität doch in der Gesamtheit von der Einrichtung des Beckenboden-Hängekahnes abhängt, gerade so, wie bei jener Einrichtung, welche die wesentlichen Unannehmlichkeiten des Wagenschüttelns für dem im Wagen Sitzenden zu vermeiden sucht, ebenso wichtig ist der darauf sitzende Mensch mit seiner ganzen konstitutionellen Einrichtung als der Wagen mit seiner ganzen Struktur; jedoch hängt das gute Resultat der Einrichtung am meisten von dem Bau des gefederten Sitzes ab.

Jener, durch das Diaphragma Pelvis gebildete, muskuläre, kahnartige Raum, welcher am Boden des Beckens lagert, birgt einen — einerseits durch das unter seinem Rande ausgespreizte Retinakulum Uteri, andererseits aber durch die über seinem Grund durchziehende Fascia endopelvina begrenzten, ausser dem Verfasser noch von niemand bemerkten, bei der Statistik der Kleinbeckenorgane überaus wichtigen — zweiten, doppeltbedeckten, fascialen Kahn in sich, dessen Zwischendeck — wie

das Innere einer zweiwandigen Hängematte — mit einem, die Ausschwankungen der Decke abzustumpfen, den Boden aber zu entlasten berufenem, fettigem Bindegewebe matratzenartig ausgefüllt ist. In diesem, derart ausgestopften, hängenden, fascialen, bedeckten Kahn befinden sich frontal sechs, von hinten und oben nach vorne und abwärts ziehende fibrös-muskuläre Lamellen, die — je zwei Wände des Mastdarmes, der Scheide und der Urethra —, dachziegelartig eingelagert sind. Zwischen diesen ziehen die rohrartigen Ausführungsgänge der erwähnten drei Hohlorgane, wie zwischen den Fensterjalousie-Blättern durchgesteckte Wasserleitungsröhren. Diese Lamellen drücken sich bei jedem, auf sie von oben einwirkendem Druck aufeinander und pressen die Lumina der zwischen ihnen liegenden Röhren zu vollständig aufeinander liegenden Spalten zusammen.

Auf diesen so geistreich konstruierten Hängekahn legen, wir könnten sagen, lungern sich die von oben nach unten abgeflachte Blase, die in Anteflexion-Version sich befindende Gebärmutter und die in die sogenannte grosse Douglas-Höhle keilförmig eindringenden Därme. Dadurch bekommt der erwähnte doppeldeckige Hängekahn, mindestens gegen die Last der Baucheingeweide, noch eine weitere Decke, die auch als die Decke des äusseren muskulären Kahnos bezeichnet werden kann.

Es ist also klar, dass alle jene Theorien — wie z. B. die von KÜSTNER und MARTIN —, welche bei der Gleichgewichtslage (Statik) der Beckenorgane nur jene Faktoren in Betracht zogen, die sich auf die Gleichgewicht haltenden Einrichtungen beziehen; oder jene — wie die von HALBAN und TANDLER —, welche gegen dieselben sind und vom Vorhandensein des gleichgewichtshaltenden Apparates gar keine Notiz nahmen: zur Erklärung der Gebärmuttervorfälle ungenügend sind und nur erzwungen erscheinen, worauf am besten jene verwirrenden Projektionsbilder hinweisen, durch welche HALBAN die Entstehungsweise der Senkungen und Vorfälle darstellte.

Als eine ganz neue Feststellung muss Verfasser also auch jenen seinen Standpunkt hervorheben, dass jener Vorgang, welcher eine Senkung oder einen Vorfall hervorruft, in erster Reihe von

der Veränderung im Bau des doppeldeckigen Beckenboden-Kahnes bedingt wird:

1. entweder von der aus irgendwelchem Grunde erfolgten Aufhebung der durch den Boden und Deckel des Kahnes gebildeten Doppelwandigkeit; oder

2. von der Schrumpfung, resp. dem Verschwinden der federnden Einrichtung des Kahnes, mit anderen Worten seines fettigen, bindegewebigen Stopfmateriales; oder

3. von dem Zerfall der einander schindelartig gegenseitig deckenden und unterstützenden, weiter die durch sie durchführenden Röhren nötigenfalls auch zusammenzupressen befähigten Jalousie-Platten; oder

4. von dem in ein Niveau, also in eine Gewichtslinie gelangender Ein- und Ausmündungsöffnungen der durch den Kahn durchtretenden Ausführungsrohren, bezüglichsweise von der Verbindung der verschiedenen Kombinationen dieser vier Faktoren miteinander.

---

(Aus der Sitzung vom 15. Februar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# METHYLEZETT CUKROK REDUKÁLÓ KÉPESSÉGE.

ZEMPLÉN GÉZA 1.-tagtól.

Disaccharidok előállítására irányuló szintetikus kísérletek közben oly frakciókat nyertem, melyek sajátságaik alapján disaccharid származékoknak látszottak, mennyiségük azonban oly kevés volt (nehány gramm anyag), hogy szerkezetük megállapítása IRVINE és tanítványainak eljárásával nem volt keresztülvihető. E módszer szerint ugyanis a teljesen methylezett disaccharidot hidrolizálva, a keletkezett termékeket kell elkülöníteni. Ez igen kis anyagmennyiségek nem végezhető el. Ezért a methylezett disaccharidok hidrolizisénél keletkező termékek felismerésére más módszer után kutattam.

A gondolatmenet a következő volt: Nem valószínű, hogy az egymástól eltérő szerkezetű disaccharidok hidrolizise alkalmából keletkező különböző trimethyl-glykosé-k redukáló képessége egyforma. Ha azonban redukáló képességükben elég nagy a különbség, ez lehetővé teszi, hogy a két glykose-komponens kapcsolódási helyét felismerjük, amihez a teljesen methylezett disaccharidból 0.1 g is elég.

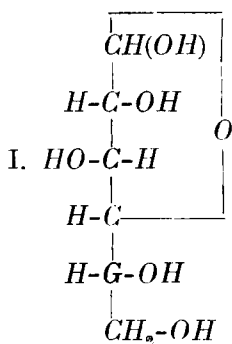
A számításba vett methylezett glykosé-k redukáló képességét teljesen egyforma hidrolizis után (2.5%-os sósav és 3 óras forralás) határozva meg, a következő eredményt kaptam:

Az összeállításban a glykose redukáló képessége BERTRAND szerint meghatározva = 100.

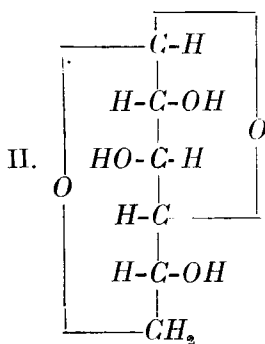
Glykose (I.)	100
2-3-5-Trimethyl-lävoglykosan (III.) hidrolizis után	10.6
2-3-5-Trimethyl-glykose (IV.)	9.8
2-3-5-Trimethyl-methylglykosid (V.) hidrolizis után	9.4
2-3-6-Trimethyl-glykose (VI.)	27.1
2-3-5-6-Tetramethyl-glykose (VII.)	13.6
2-3-5-6-Tetramethyl-methylglykosid (VIII.) hidrolizis után	12.5
Heptamethyl-methylgentiobiosid (X.) hidrolizis után	12.1
Heptamethyl-methylcellobiosid (XII.) hidrolizis után	20.2

A táblázat adatai feltevésemet teljesen beigazolják, mert a 2-3-6-trimethyl-glykose kereken háromszor erősebben redukál, mint a 2-3-5-trimethyl-glykose. Más szavakkal azt mondhatjuk, hogy például az 1-glykosido-6-glykose-t az 1-glykosido-5-glykose-tól határozottan meg tudjuk különböztetni azért, hogy a nyolcszor methylezett biose hidrolizise után meghatározott redukáló képesség az 1—5 kapcsolású vegyületnél majdnem kétszer oly nagy, mint az 1—6 kapcsolásúnál.

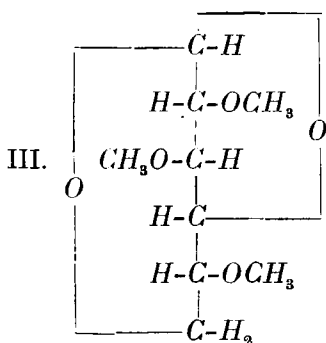
Az eljárás gyakorlati alkalmazhatóságát a jól kristályosodó heptamethyl-methylgentiobiosid-(1-glykosido-6-glykose) és heptamethyl-methylcellobiosid-(1-glykosido-5-glykose)-nél kapott eredmények igazolják.



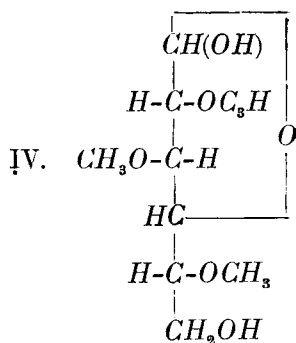
Glykose.



Lävoglykosan.

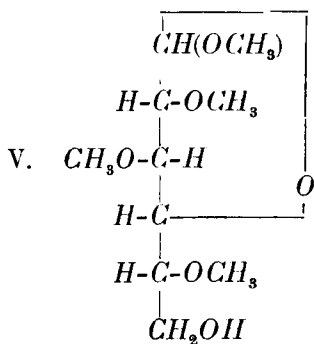


2-3-5-Trimethyl-lävoglykosan.

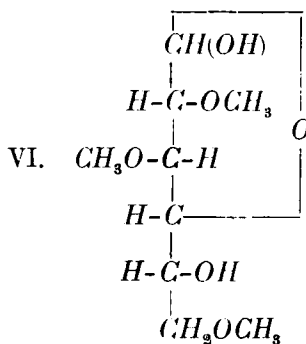


2-3-5-Trimethyl-glykose.

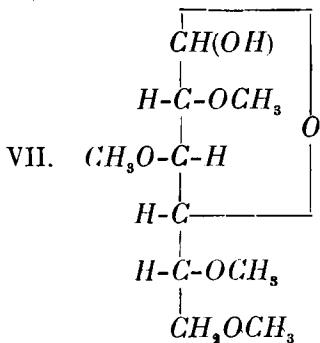




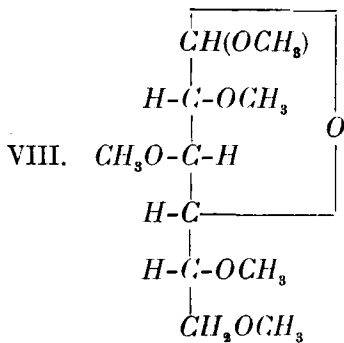
2-3-5-Trimethyl-methylglykosid.



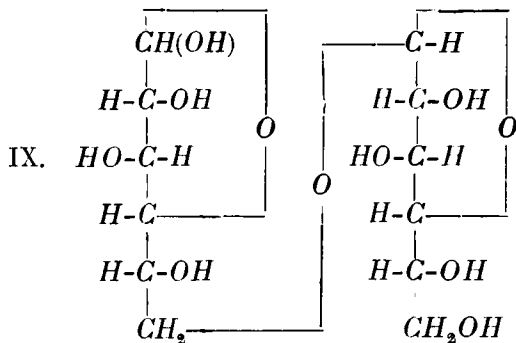
2-3-6-Trimethyl-glykose.



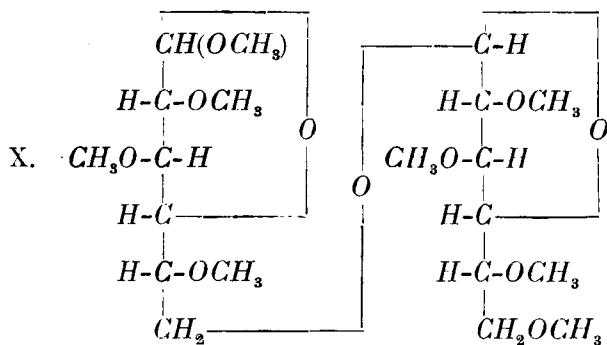
2-3-5-6-Tetramethyl-glykose.



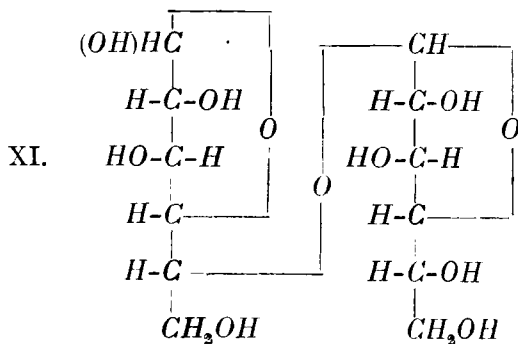
2-3-5-6-Tetramethyl-methylglykosid.



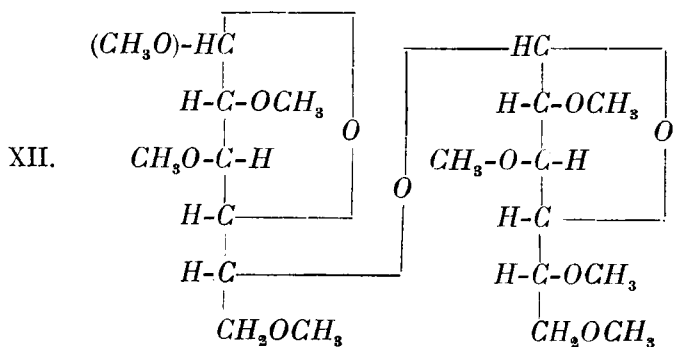
1-glykosido-6-glykose (gentiobiose).



Heptamethyl-methylgentiobiosid.



1-glykosido-5-glykose (cellobiose).



Heptamethyl-methylcellobiosid.

## A KÍSÉRLETEK LEÍRÁSA.

## 2-3-5-Trimethyl-glykose redukáló képessége:

A) A 2-3-5-trimethyl-lävoglykosan hidrolizise után meghatározva.

A 2-3-5-trimethyl-lävoglykosant (III.) IRVINE és OLDHAM<sup>1</sup> állították elő úgy, hogy a lävoglykosant (II.) methylalkoholos oldatban methyljodid- és ezüstoxiddal methylezték. Én a methylezést dimethylsulfáttal végeztem a következő leírás szerint:

12 g lävoglykosant 6 ccm vízben oldunk. Erős keverés mellett 39 ccm, előzetesen pár csepp natronlúggal semlegesített, dimethylsulfátot csepegtetünk hozzá. Ezután szobahőmérsékleten, folytonos erős keverés mellett, 70 ccm oly natronlúgot csepegtetünk hozzá, mely 100 g szilárd natronlúgnak 175 ccm destillált vízben való oldata, asztesen tisztára szürve. A lúg becsepegtése kb. másfél óráig tart. Ezután, tovább keverve, vízfürdön felmelegítjük s  $\frac{1}{2}$  óráig tartjuk a forró vízfürdön. A reakciókeveréket lehűtjük, a kivált csapadékot leszivatjuk s körülbelül 50 ccm kloroformmal kimossuk. A kloroformos-vizes oldatot választótölcsérben összerázzuk, a kloroformos részt elkülönítjük, a vizes oldatot további 50 ccm kloroformmal három részletben kírázzuk. Az egyesített kloroformos oldatokat  $CaCl_2$ -dal megszáritva, vacuumban előbb a kloroformot destilláljuk le, majd olajfürdön tovább hevítve, magát a trimethyl-lävoglykosant. 20 mm-es vacuumban 170--180°-os olajfürdő hőmérséklet mellett destillál le. A destillátum színtelen kristályokká dermed. Kapott termék 16·2 g, vagyis az elméletileg várható mennyiség 70%-a. Hatszoros mennyiségű petrolätherből átkristályosítva teljesen tiszta.

Methoxyl-meghatározás. 0·1402 g anyag: 0·4816 g *AgJ*.

Methoxyl:  $C_9H_{16}O_5$  (204·13).

Számított  $CH_3O = 45·58$ . Talált  $CH_3O = 45·39$ .

<sup>1</sup> JAMES COLQUHOUN IRVINE és JOHN WALTER HYDE OLDHAM, Soc. 119, 1744 [1921].

## Optikai meghatározások:

1.0172 g anyag: összsúly = 16.0448 g, fajsúly = 1.0696, forgatás  $17^\circ$ -on, natriumúfény mellett  $-4.03^\circ$  balra, tehát

$$[\alpha]^{17} = -59.4^\circ \text{ (vizben),}$$

$[\alpha]^{16} = -(4.07^\circ \times 13.077) : (1 \times 0.8718 \times 1.0355) = -58.95^\circ$   
(abszolút alkoholban),

$[\alpha]^{17} = -(3.89^\circ \times 23.2334) : (1 \times 1.548 \times 0.9908) = -58.820$   
(kloroformban).

Az anyag kapillárisban  $66^\circ$ -on olvad, víz, alkohol, aceton, ecetészter, kloroform, benzol jól oldja, petrolaetherből átkristályosítható.

Redukáló képességét hidrolízis után úgy állapítottam meg, hogy körülbelül 0.1 g anyagot 25 ccm 2.5%-os sósavval Babo-tölcséren különböző hosszúságú ideig forraltam. Lehűtve natronlúggal semlegesítettem, 30 ccm BERTRAND-oldattal három percig forraltam stb.

Bemérés g	Hidrolízis tar- tama órában	Elhasznált $\frac{1}{10}$ $KMnO_4$ , ccm-ben	Elhasznált $\frac{1}{10}$ $KMnO_4$ , 0.1 g-ra számítva
0.0950	1.5	2.1	2.21
0.1044	2	2.86	2.74
0.0982	2.5	2.97	3.02
0.0920	3	2.74	2.98
0.1064	4	3.02	2.84

E számértékekből a 2-3-5-trimethyl-glykose redukáló képessége 1.088-del való osztás útján számítható, megfontolva azt, hogy 204.13 g trimethyl-lävoglykosanból 222.14 g 2-3-5-trimethyl-glykose keletkezik. E számítást elvégezve, redukáló képessége 2.78 (a lävoglykosan  $2\frac{1}{2}$  órás hidrolízise alapján) és 2.74 (3 órás hidrolízis alapján) 0.1 g anyagra számítva.

B) A 2-3-5-trimethyl-methylglykosid hidrolízisével nyert 2-3-5 trimethyl-glykose redukáló képességének meghatározása:

A 2-3-5-trimethyl-methylglykosidot (V.) IRVINE és OLDHAM <sup>1</sup>

<sup>1</sup> JAMES COLQUHOUN IRVINE és JOHN WALTER HYDE OLDHAM, Soc. 119, 1757 [1921].

leírása alapján állítottam elő. A meghatározásokat az A) kísérletsorozatban megadott körülmények között hajtottam végre.

A 2-3-5-trimethyl-glykose (IV.) redukáló képességének számitására szolgáló molekula súlyok:

2-3-5-trimethyl-methylglykosid: 236·16

2-3-5-trimethyl-glykose: 224·14

Ennek alapján: 0·1 g glykosid = 0·9406 g 2-3-5-trimethyl-glykose.

Bemérés g	Hidrolizis tartama órában	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ ccm-ben	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ , 0·1 g-ra számitva	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ , 2-3-5-trimethyl-glykose-ra számitva
0·1020	2	2·58	2·54	2·70
0·1024	2·5	2·70	2·64	2·80
0·1054	3	2·75	2·62	2·72

Az utolsó oszlop adatai a 2-3-5-trimethyl-lävoglykosan hidrolizise után nyert értékekkel pontosan megegyeznek.

### 2-3-6-Trimethyl-glykose redukáló képessége:

2-3-6-Trimethyl-glykose-t (VI.) KARRER<sup>1</sup> leírása szerint heptamethyl-methylcellobiosidból (XII.) készítettem. Hogy megteremthessem ugyanazokat a feltételeket, melyek valamely methylezett glykosid savas hidrolizisénél uralkodnak, úgy jártam el, hogy lemért anyagmennyiségeket először 2·5%-os sósavval forraltam, majd úgy kezeltem, mint az a 2-3-5-trimethyl-lävoglykosannál le van írva.

Bemérés g	Forralás tartama órában	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ ccm-ben	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ , 0·1 g-ra számitva
0·1020	2	6·95	6·81
0·1016	2·5	7·35	7·24
0·1030	3	7·80	7·58

### 2-3-5-6-Tetramethyl-glykose redukáló képessége.

A 2-3-5-6-tetramethyl-glykose-t (VII.) PURDIE és IRVINE<sup>2</sup> szerint állítottam elő. A meghatározásokat úgy végeztem, amint az a 2-3-6-trimethyl-glykose-nál le van írva.

<sup>1</sup> P. KARRER és FR. WIDMER, Helv. 4, 296. [1921].

<sup>2</sup> BURDIE és IRVINE, Soc. 83, 1021, 1037 [1903], 85, 1049 [1905].

Bemérés g	Sósavas forra- lás tartama órában	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ ccm-ben	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ , 0.1 g-ra számítva
9.1022	2.5	3.58	3.50
0.1014	3	3.67	3.62
0.1020	4	3.79	3.72

Azonkívül a redukáló képességet még 2.5%-os sósavval való előzetes forralás nélkül is meghatároztam úgy, hogy az anyagot 25 ccm vízben oldva alkalikus rézoldattal kezeltem stb.

B) 2-3-5-6-Tetramethyl-methylglykosid hidrolizisének nyert 2-3-5-6-tetramethyl-glykose redukáló képességének meghatározása.

A 2-3-5-6-tetramethyl-methylglykosidot (VIII.) W. N. HAWORTH<sup>1</sup> eljárása szerint állítottam elő. A meghatározásokat úgy végeztem, amint az a trimethyl-lävoglykosan hidrolizisének le van írva.

A második kísérletben, hol a hidrolizis tartama két óra volt, a folyadékot hidrolizis után pontosan semlegesítve eredeti térfogatának  $\frac{1}{3}$ -ára pároltam be s azután állapítottam meg redukáló képességét. Az eredmény megegyezik azzal, amit a bepárlás nélküli kísérletben kaptam, tehát a hidrolizis folytán keletkező kevés methylalkohol jelenléte nem befolyásolja a meghatározás pontosságát.

Bemérés g	Hidrolizis tar- tama órában	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ ccm-ben	Elhasznált $\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ , 0.1 g-ra számítva
0.0980	0.5	2.05	2.10
0.0986	1	2.50	2.54
0.1032	1.5	2.90	2.82
0.1056	2	3.10	2.92
0.1034	2	2.97	2.87
0.1058	2.5	3.48	3.30
0.1000	3	3.49	3.49
0.1000	4	3.52	3.52

Feuti táblázat utolsó oszlopsora alapján a 2-3-5-6-tetramethyl-glykose redukáló képessége megállapítható:

Hidrolizis tartama órában:	0.5	1	1.5	2	2.5	3	4
$\frac{n}{10}$ $KMnO_4$ -fogyasztás 0.1 g							
2-3-5-6-tetramethyl-glykose-ra							
számítva:	2.22	2.70	2.99	3.12	3.50	3.79	3.81

<sup>1</sup> W. N. HAWORTH, Soc. 113, 188 [1918].

2-3 5-6-Tetramethyl-methylglykosid = 250·18; 2-3-5-6-tetramethyl-glykose = 236·16. 0·1 g glykosid = 0·9944 g tetramethyl-glykose.

### A heptamethyl-methylgentiobiosid hidrolizise.

A vegyületet egy régebbi leírásom <sup>1</sup> alapján állítottam elő.

0·1032 g heptamethyl-methylgentiobiosidot (X.) 25 ccm 2·5 %-os sósavban oldva három óráig forraltam visszacsepegő hűtőn. Lehűtve natronlúggal semlegesítettem és fenti leírás szerint meghatároztam redukáló képességét.  $n/10$   $KMnO_4$  fogyasztás 3·49 ccm, 0·1 g anyagra számítva: 3·39 ccm. 454·30 g heptamethyl-methylgentiobiosidból keletkezik 222·14 g 2-3-5-trimethyl-glykose és 236·16 g 2-3-5-6-tetramethyl-glykose. 0·1 g bemért anyagból így 0·0489 g 2-3-5-trimethyl-glykose = 1·34 ccm  $n/10$   $KMnO_4$  és 0·0520 g 2-3-5-6-tetramethyl-glykose = 1·97 ccm  $n/10$   $KMnO_4$ . Az összes  $n/10$   $KMnO_4$  fogyasztás így 3·31 ccm kell hogy legyen; én 3·39 ccm-t kaptam.

### A heptamethyl-methylcellobiosid hidrolizise.

Heptamethyl-methylcellobiosidot HAWORTH és LEITCH,<sup>2</sup> illetőleg P. KARRER<sup>3</sup> eljárása szerint készítettem, olvadáspontja 82·5° (HAWORTH 76—78°, KARRER 86°).

0·1016 g heptamethyl-methylcellobiosid (XII.) fogyaszt 2·5 %-os sósavval való 3 órás hidrolizis után 5·74 cmm  $n/10$   $KMnO_4$ -ot, 0·1 g-ra számítva 5·65 ccm. 0·1 g heptamethyl-methylcellobiosid hidrolizisénel 0·0489 g 2-3-6-trimethylglykose = 3·70 ccm  $n/10$   $KMnO_4$  + 0·0520 g 2-3-5-6-tetramethyl-glykose = 1·97 ccm  $n/10$   $KMnO_4$  keletkezik, összegezve 5·67 ccm.

Számított: 5·67 ccm. Talált: 5·65 ccm.

0·505 g anyag 125 ccm 2·5 %-os sósavban oldva 3 órás hidrolizis után 30·56 ccm  $n/10$   $KMnO_4$ -ot fogyaszt, 0·5 g-ra számítva 29·4 ccm, számított mennyiség 28·35 ccm.

<sup>1</sup> ZEMPLÉN GÉZA, B. 57, 700 [1924].

<sup>2</sup> W. N. HAWORTH és G. C. LEITCH, Soc. 115, 809 [1919].

<sup>3</sup> P. KARRER és FR. WIDMER, Helv. 4, 296 [1921].

## REDUKTIONSVERMÖGEN DER METHYLIERTEN ZUCKER.<sup>1</sup>

Von GÉZA ZEMPLÉN, k. Mitglied der Akademie.

Die Konstitutionsermittlung nach der Methode von IRVINE läßt sich bei Disacchariden nur mit grösseren Substanzmengen (20—30 gr) ausführen. In der Reduktionskraft der verschiedenen, bei der Hydrolyse vollständig methylierten Disacchariden finden sich aber so grosse Unterschiede, daß man die Konstitutionsermittlung mit 0.1 gr Substanz ausführen kann. Die Brauchbarkeit der Methode wird an dem Beispiel der Gentiobiose und Cellobiose gezeigt.

---

<sup>1</sup> Die Abhandlung erscheint ausführlich in den Berichten der Deutschen Chemischen Gesellschaft: Bd. 58. S. 2566 (1925).

---

(Aus der Sitzung vom 23. November 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)



## REDUKÁLÓ DISZACCHARIDOK LEBONTÁSA ÉS A DISZACCHARIDOK SZERKEZETÉNEK KÖZVETETLEN BIZONYÍTÁSA.

ZEMPLEN GÉZA I. tagtól.

A diszaccharidok szerkezetének tanulmányozása az utóbbi években úgyszólván az összes kutatólaboratóriumokban az érdeklődés középpontjába került, mert azt remélik, hogy a két egyszerű cukorból összetevődött rendszerek tanulmányozása a honyolultabb szerkezetű, magasabb rangú szénhidrátok felépítésére nézve is támpontokat fog nyújtani.

A redukáló diszaccharidok szerkezetének megállapításánál a legfontosabb kérdés az, hogy mely szénatomjával kapcsolódik egymásba a két egyszerű cukor.

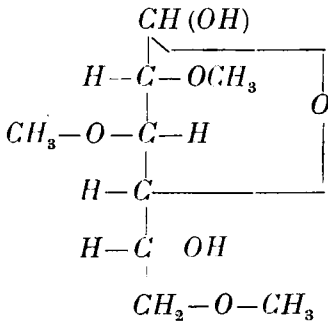
Ennek a kérdésnek a megoldására, dacára számos kutató odaadó munkásságának, eddig egyetlen módszer állt rendelkezésre, amely angol kutatóktól, IRVINE-től és tanítványaitól, származik. A módszer lényege az, hogy a diszaccharidot valamennyi szabad hydroxyljában megmethylezzük, a teljesen methylezett vegyületet híg savval hydrolysisnek vetjük alá, amikor a két egyszerű cukrot összekötő kapcsolat felszakad és két egyszerű methylezett cukrot kapunk, amely bomlástermékeknek minémiségéből következtetéseket vonhatunk a két cukrot összetartó kapcsolódás helyére.

A módszer megvilágítására felhozom azt a példát, miképpen állapították meg az angol kutatók a cellobióz szerkezetét.<sup>1</sup> A cu-

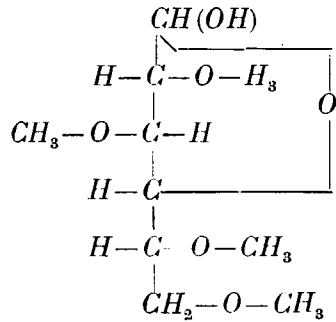
---

<sup>1</sup> WALTER NORMANN HAWORTH és GRACE CUMMING LEITCH: *Journal, Chemical Society*: 115, 809 (1919); DENHAM és WOODHOUSE: *Journal, Chemical Society*: 105, 2357 (1914); il. 111, 244 (1917); JAMES COLQUHOUNE IRVINE és CHARLES WILLIAM SOUTAR: *Journal, Chemical Society London* 117, 1489 (1920). Lásd továbbá: MAX BERGMANN és HERBERT SCHOTTE: *Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft*: 54, 1568 (1921).

kor teljes methylezés és hydrolizis után a következő bomlástermékeket szolgáltatja:

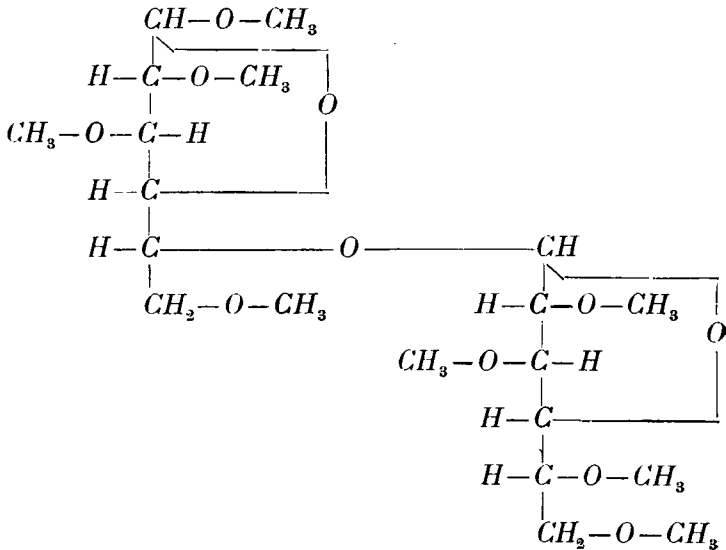


2-3-6-trimethylszőlőcukor.

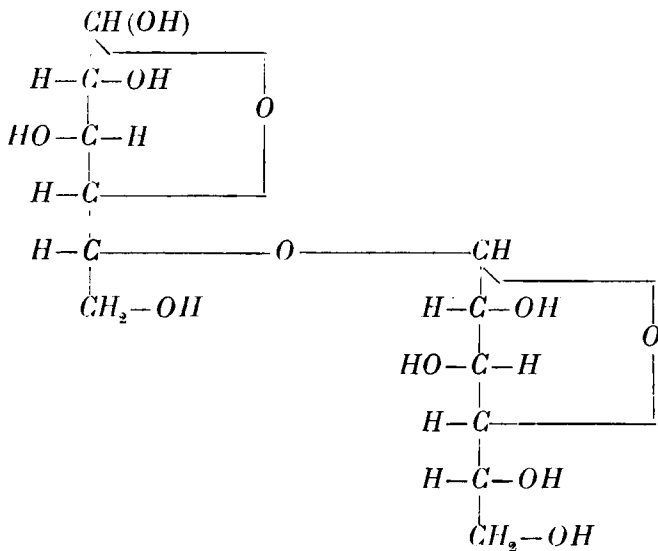


2-3-5-6-tetramethylszőlőcukor.

Ha a bomlástermékek szerkezete szigorúan be volna bizonyítva, akkor abból valóban a teljesen methylezett cellobióz szerkezetét a következő szimbolummal kifejezetten lehetne megállapítani.



Amely methylezett vegyület alapján a szabad cellobiózra a következő szerkezet illenék:

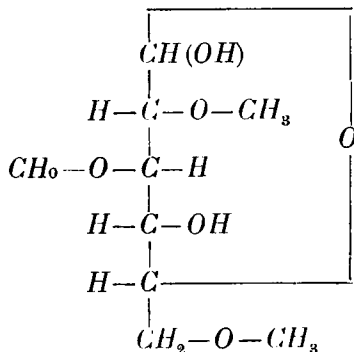


Ennek a szerkezet-megállapításnak azonban csak akkor van helye, ha a következő tények szigorúan elfogadhatók:

1. A methylezett bomlástermékek szerkezetének minden kétségen felül bebizonyítotttnak kell lenni.
2. A methylezés alkalmával semmi szerkezeti változásnak a diszaccharid-molekulában nem szabad történnie.

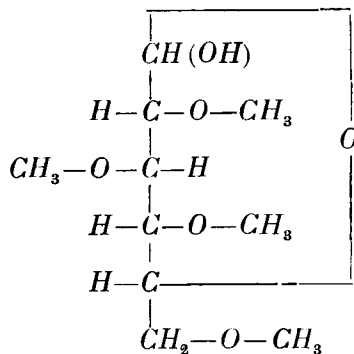
Az 1. feltétel nem áll fenn, mert maguk az angol kutatók, akik, kerekén 10 évig, a methylezett cellobiózból keletkező trimethylszőlőcukorra nézve az előbb jelzett szerkezet mellett foglaltak állást, legújabb időben e vegyületre nézve mégis más szerkezetet javasolnak:<sup>1</sup>

<sup>1</sup> WILLIAM CHARLTON, WALTER NORMANN HAWORTH és STANLEY PEAT: *Journal, Chemical Society* 129, 89 (1926); EDMUND LANGLEY HIRST: *Journal, Chemical Society* 129, 350 (1926).



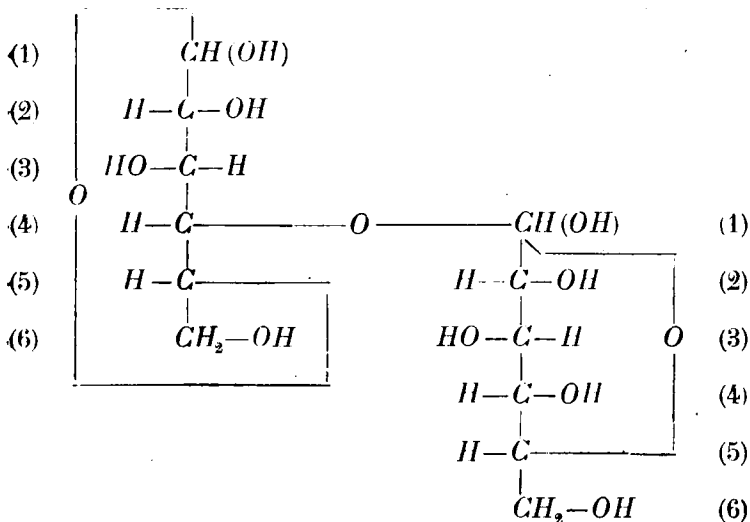
2-3-6-Trimethylszőlőcukor.

Ebből következik, hogy a fontos bomlástermékek szerkezete még mindig bizonytalan, mert a másik bomlástermékeknek ugyan csak az előbb említett kutatók szintén más szerkezetet javasolnak:

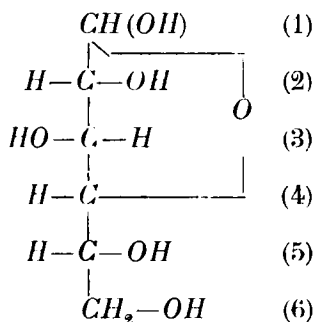


2-3-4-6-Tetramethylszőlőcukor.

De ezek alapján akkor a cellobióz szerkezete is más volna, vagyis a következő szimbolummal kifejezhető:



Eszerint ma ismét bizonytalan, hogy az összeköttetés az 1-5, vagy az 1-4-es szénatómoknál van-e és bizonytalan az összes szőlőcukorszármazékok szerkezete, mert kereken 20 éven keresztül valamennyit az 1-4-es lakton képletből:



vezették le.

2. A második feltétel sem kifogástalan, mert nem tudjuk, hogy a methylezésnél, amely általában brutális művelet, mi-féle változások történnek az érzékeny cukorban. Annál kevésbé vonhatunk következtetést a methylezett cukor szerkezetéből a methylmentesre, mert a methylmentesítés kísérletileg nem

megoldható művelet, sőt remény sincsen arra, hogy valaha megoldást nyerjen.

Összefoglalva röviden az elmondottakat, arra az eredményre kell jutnunk, hogy az angol kutatók módszere nem felel meg a jelenlegi igényeknek és a diszaccharidok szerkezetének, egyszersmind a szőlőcukor és egyéb egyszerű cukorszármazékok szerkezetének megállapításához nem nyújt biztos talajt. Azon tovább építeni nem lehet.

Mindezekből következik, hogy a diszaccharidok szerkezetének felderítésére elméletileg kizárólag egy megbízható út vezetne célhoz, ha sikerülne olyan módszert kidolgozni, amely lehetővé tenné a diszaccharid redukáló cukorrészből a szénatómokat szisztematikusan, egyenként kiküszöbölni addig, amíg az összeköttetés helyét megállapítani nem tudjuk.

Ennek a kétségtelen bizonyítékszolgáltatásnak azonban egy előfeltétele van, amely nélkül a munkára nem is vállalkozhatunk, s ez az, hogy rendelkezünk olyan módszerrel, amelynek segítségével várhatjuk, hogy a kérdést megoldhatjuk. Egy ilyen módszer kidolgozásának az eredményét van szerencsém az alábbiakban megismertetni.

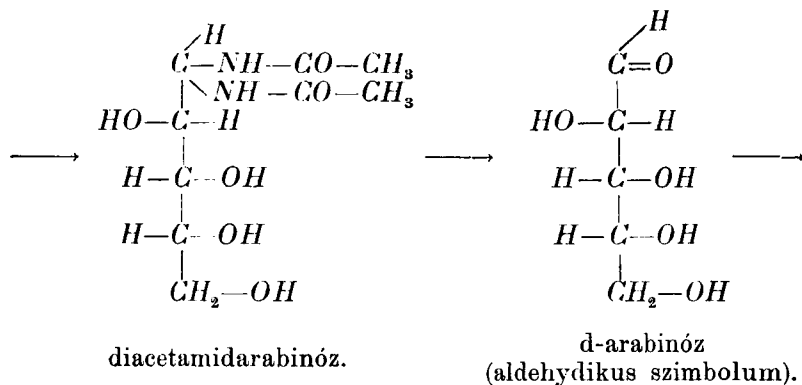
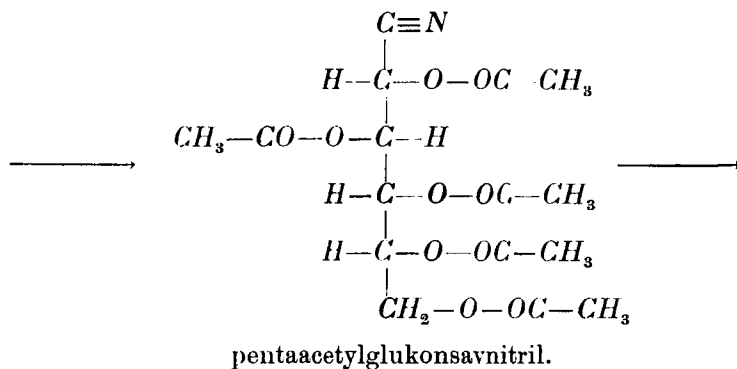
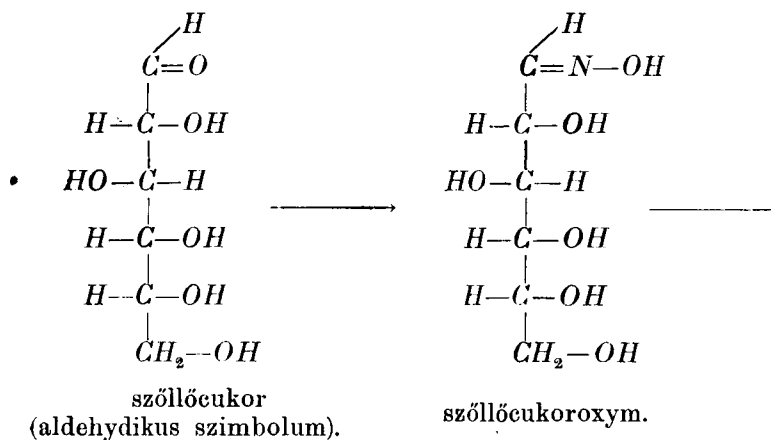
Az egyszerű cukrok lebontására irányuló kísérletek között ismeretes két módszer. Az egyik a WOHL-féle,<sup>1</sup> a másik a RUFF-féle lebontás.<sup>2</sup>

A WOHL-féle lebontás azon alapszik, hogy az egyszerű cukrot oximjává alakítjuk, azt ecetsavanhydrid és natriumacetattal melegítve átalakítjuk az acetylezett nitrillé, ezt pedig ammóniás ezüstoxyd oldatával bontjuk le úgy, hogy a legelső szénatóm mint ezüstcyanid távolodik el, az alant látható szimbolumok szerint. A nitrilsoport kiküszöbölésének a nagy ammónia-feleslegben az a hátránya, hogy az ammónia reakapcsolódik a cukorra, még pedig olyan erősen, hogy azt csak híg savakkal főzve lehet ismét levenni és így a lebontott cukor birtokába jutni.

---

<sup>1</sup> A. WOHL: *Berichte der Deutsch. Chem. Gesell.* 26, 730 (1893).

<sup>2</sup> OTTO RUFF: *Berichte der Deutsch. Chem. Gesell.* 32, 553 (1899).



A WOHL-féle lebontás már eleve nem kecsegtethet reménnyel diszaccaridoknál, mert hiszen nincsen mód arra, hogy a keletkező acetamidvegyületet a szabad hexopentózzá lehessen átalakítani, mert hiszen a sav épp azt az összeköttetést szünteti meg, amelynek a helyét célul tűztük ki, hogy kimutassuk.

Ami a RUFF-féle lebontást illeti, az abban áll, hogy a cukrot oxydáljuk brómmal a megfelelő egybázisos savvá és azt bontjuk le hydrogénsuperoxyddal bázisos ferriacetát jelenlétében. A módszer próbálta alkalmazni RUFF diszaccaridokra is, de nem valami jó eredménnyel, mert alig 10 %-os termeléssel tudott eljutni számos egyéb melléktermék kíséretében például a laktobionsavból a galaktoarabinózhoz, amelynek csak oszazonját és benzylphenylhydrazonját sikerült megkapnia.

Az előbb kifejtett probléma megoldásánál mérlegelvén a lehetőségeket, mégis inkább a WOHL-féle módszerben láttam azt a magot, amelynek kellő helyen való elültetésével és hátrányainak megszüntetésével talán lehetséges lesz eljutni egy racionális diszaccaridlebontáshoz.

A megoldás nem ígérkezett egyszerűnek, mert a redukáló diszaccaridoknak oxymjait nem állította elő eddig senki; hogy miért, arra magam is rájöttem: mert nagyon rossz tulajdonságú anyagok, nem bírhatók kristályosodásra. Az amorf oxymoktól ellenben nem ijedtem meg, hanem tovább igyekeztem őket változtatni acetylezett nitrilekké. A nitrilképződés minden eddig megvizsgált esetben végbemegy és a cellobióz esetében igen szép kristályos oktaacetylcellobionsavnitrilt eredményez. Olvadáspontja élesen  $132^{\circ}$ . Ezt a nitrilt választottam kiindulási anyagnak, hogy a lebontást megkíséreljem. Mivel a WOHL-féle lebontás itt is nitrogéntartalmú és nem is kristályosítható vegyületekhez vezetett, igyekeztem a lebontást másképpen végezni.

A megoldás kapcsolatban van néhány év előtt végrehajtott kísérleteimmel, amelyeknek célja a cukrok nátriumvegyületeinek tanulmányozása volt.<sup>1</sup> E tanulmányok eredményeképpen kidolgoztam egy eljárást, amely szerint acetylezett cukrokat csekély mennyiségű natriummethylát segítségével natriummethylát

<sup>1</sup> GÉZA ZEMPLÉN és ALFONS KUNZ: Berichte Der Deutschen Chemischen Gesellschaft 56, 1705 (1923).



addíciós vegyületté alakíthatunk, amely addíciós vegyület vízzel érintkezve, az összes acetyljeit ecetéter alakban elveszti és szabad cukor keletkezik.

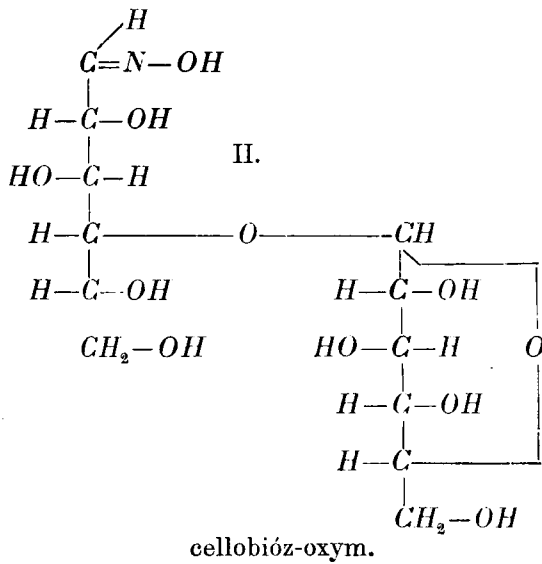
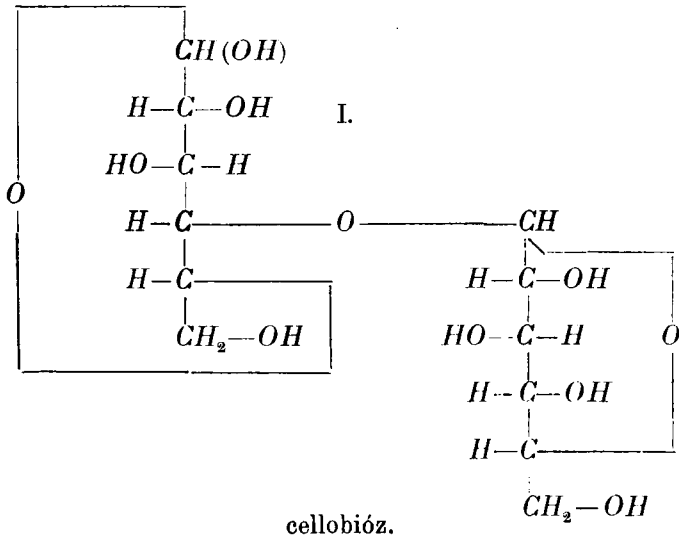
E kiméletes elszappanosításnak vetve alá az acetylezett cellobionsavnitrilt, azt tapasztaltam, hogy az acetylmentes cukorból rögtön a nitrilsoport is lehasad quantitativ, cyanhydrogén alakban. Ez a tény a WOHL-féle vizsgálatok alapján egyáltalában nem volt várható, mert ő például alkáliákkal szappanosítva el az acetylezett nitrilt, a nitrilnek mindig csak a felét tudta nitrilalakban eltávolítani, a többi valószínűleg az egybázisú sav alkáli-sójává alakult.

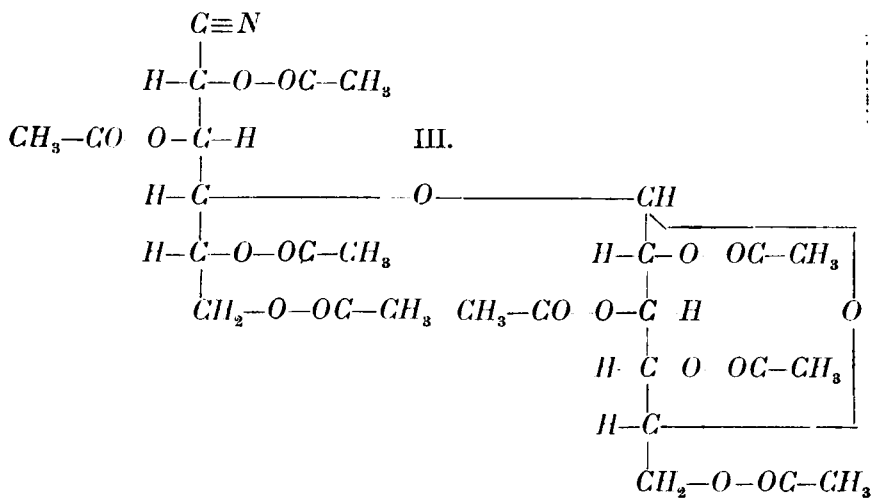
Amikor a desacetylezett nitril oldatát vákuumban besűrítettem és megacetyleztem, ismét mindig nitrogéntartalmú anyagokat nyertem és a reakció a kívánt irányba nem volt kellőképpen terelhető, mert akármilyen gyorsan igyekeztem is például ecetsavval való megsavanyítás után a cyánhydrogént bepárlás útján eltávolítani, annak egy része mindig újból reáhelyezkedett az előzetesen keletkezett glukopentózra és azt részben megint glukohexonsavnitrillé alakította.

A kérdést megoldtam azonban azáltal, hogy közvetlen a desacetylezés útján nyert vizes oldathól ecetsavval való megsavanyítás után ezüstacetáttal távolítom el a cyánhydrogént. A szüredéket vákuumban bepárolva, a maradékot megacetylezve, vegytiszta, gyönyörűen kristályos állapotban sikerült egy heptaacetyl glukoarabinóz kinyerése. Olvadáspont  $196^{\circ}$ . Glukoarabinóz jelenleg még egy sem ismeretes. A  $196^{\circ}$ -nál olvadó heptaacetyl-glukopentóz anyalúgjaiból szisztematikus, oldószerrel való kezelés és frakcionált kristályosítás útján, további két, jól kristályosodó, kétségtelenül egységes heptaacetyl-glukopentózt különítettem el, egy  $105.5-106^{\circ}$ -nál olvadót és egy  $156^{\circ}$ -nál olvadót.

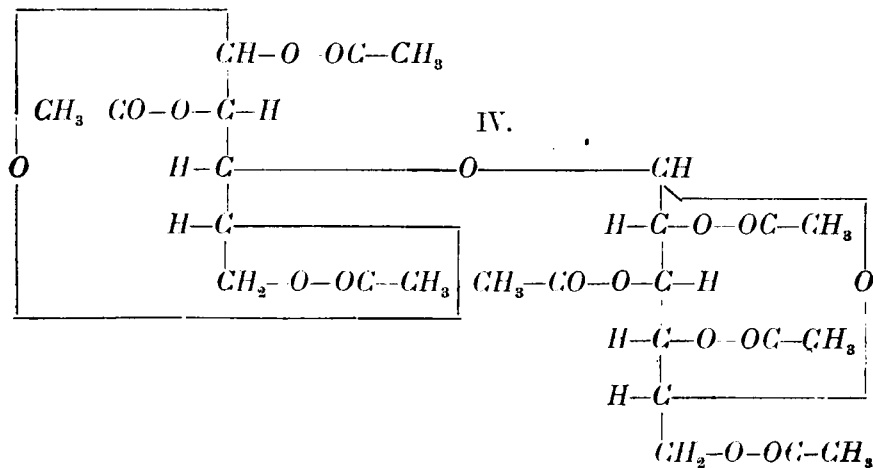
Ez a tény az eddigi tapasztalatok alapján egyáltalában nem volt várható, mert hiszen a szőlőcukornak akár a WOHL-, akár a RUFF-féle lebontása alapján mindig ugyanazt az egy d-arabinózt nyerték ki. Az izomer vegyületek keletkezésére egyelőre nem tudok más magyarázatot adni, mint azt, hogy a szabad szőlőcukor egyes szénatomját nitril alakban eltávolítva, a keletkező arabinóz csoportban egy oxygénhidnak kell keletkeznie,

amely különféle szénatómokat köthet össze. (Lásd az alábbi szimbolumokat.) Az alábbi szimbolumoknál a legújabbban elfogadott cellobióz-képleteket vettem alapul, a régi képlet tekintetbe vételével megfelelően változnak a szerkezetek is.

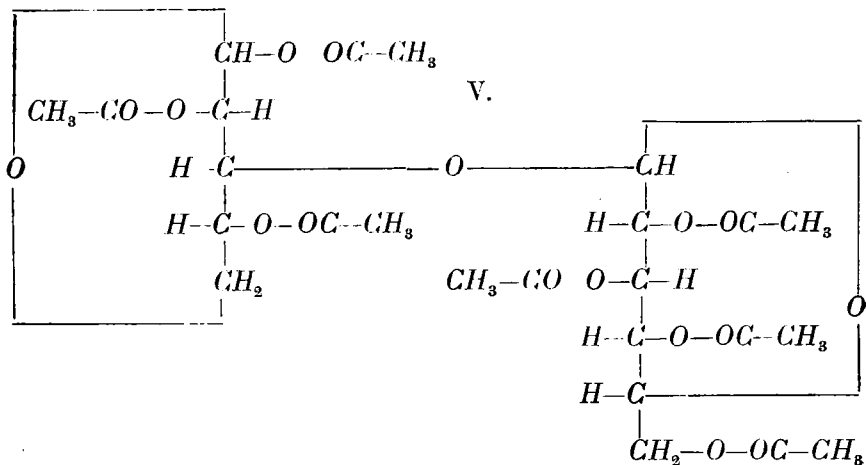




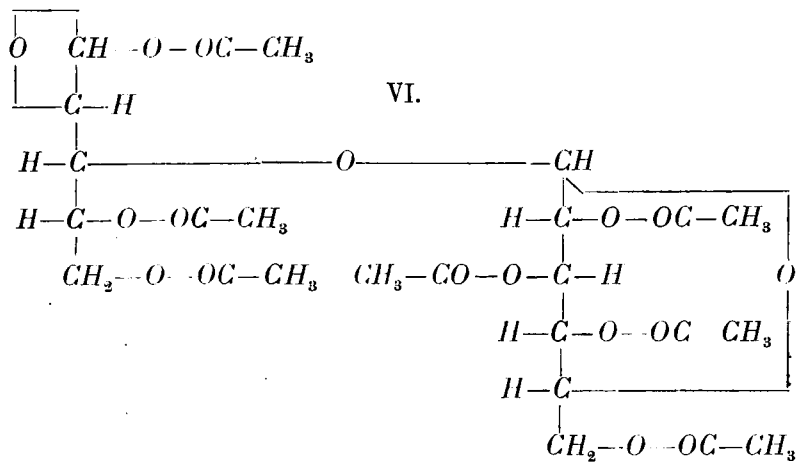
oktaacetylcellobiónsavnitril.



heptaacetyl-gluko-arabinóz (egyik izomer forma).



heptaacetyl-gluko-arabinóz (második izomer forma).



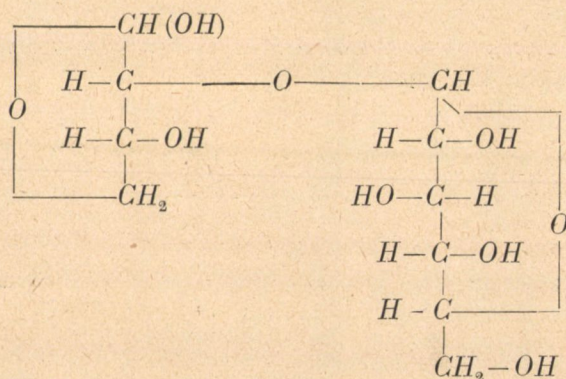
heptaacetyl-gluko-arabinóz (harmadik izomer forma).

A három izomer forma lehetőségét a IV. V. és VI. szimbolumok fejezik ki.

Hogy monoszaccharidoknál a lebontás alkalmával izomerek keletkezését nem észlelték, annak két magyarázatát gondolom.

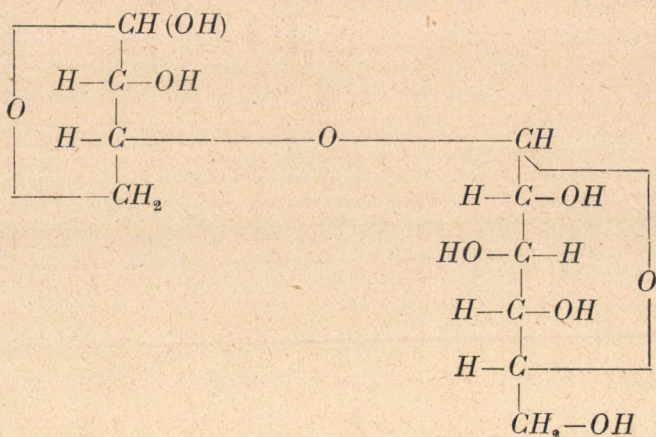
Lehetséges, hogy a régebbi kutatók nem vizsgálták meg kellőképpen a termékek anyalúgkait és örültek, hogy egyáltalában kaptak valami kézzel fogható és az elmélettel egybehangzásban levő anyagot. De az is lehetséges, hogy ezek a termékek csakis a diszaccharid sorban különíthetők el, mert azáltal, hogy a szőlőcukornak például 4-es hydroxyljába egy másik szőlőcukor molekula kapcsolódik be, ezzel a szabad mozgás lehetősége és az oxygénhidnak könnyű megváltozása már meg van akadályozva és így az összes lehetőségekből a lebontásnál keletkező vegyületek eredeti szerkezetükben megmaradnak.

Ha a heptaacetylvegyületből elszappanosítás útján nyert szabad glukoarabinózt, amelyet előállítottam, de még nem kristályosodik, sikerül az oxymon és nitrilen keresztül lebontani, vagyis még egy szénatómot belőle a kidolgozott módszer alapján kiküszöbölni, akkor már választ tudok adni arra, hogy az angol kutatók által feltételezett kétféle cellobióz képlet között melyik a valóságnak megfelelő. A keletkezendő glukotetróz minősége, hogy tud-e még oszazont létesíteni, vagy nem, eldönti definitív a kérdést, amint az a következő szimbolumokból kitűnik:



glukotetróz, nem ad phenyloszazont, csak hydrazont.





glukotetróz, ad phenyloszazont.

A módszer ki van dolgozva, tehát a kérdés megoldásának semmi komolyabb akadály nem állja útját.

Az időnként nagy gondot, türelmet és fáradtságot kívánó kísérletek végrehajtásánál KISS DÉNES vegyész-mérnök úr és MÜLLER SÁNDOR próbaéves tanár úr nagy odaadással és szakavatottsággal álltak segítségemre. Fogadják érte e helyen is hálás köszönetemet.

A munkálatok az Országos Magyar Természettudományi alap támogatásával készültek.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 március 22-én tartott üléséből.)

# ABBAU DER REDUZIERENDEN BIOSEN. DIREKTE KONSTITUTIONSERMITTLUNG DER DISACCHARIDEN.

Von GÉZA ZEMPLÉN k. Mitglied der Akademie.

Um die Unsicherheiten, die bei der Methylierung der Biosen zu Konstitutionsermittlung auftreten können, auszuschliessen, wendet Verfasser einen systematischen Abbau der Biosen an. Versuche ergaben, dass die Oxymbildung bei den Biosen normal verläuft, ohne zu krystallisierten Verbindungen zu führen. In Gegenwart von Natriumacetat erfolgt die Nitrilbildung bei der Acetylierung. Das schön krystallisierte Oktaacetylcellobionsäurenitril lässt sich mit Natriummethylat unter Abspaltung der Cyan-Gruppe als Cyannatrium und der Acetyle als Essigester in d-Glyko-d-Arabinose überführen, die in Form von drei verschiedenen krystallisierten Acetylverbindungen isoliert werden konnte.

(Aus der Sitzung vom 22. März 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## TÖBBFÉLEKÉP INVOLUCIÓS PONTCSOPORTOKRÓL.

KLUG LIPÓT-tól.

A négyszög oldalait síkjának minden egyenesre involuciót képező hat pontban, vagy mint mondani akarjuk: involuciós ponthatosban metszi.

Lehet azonban oly egyeneseket is találni, amelyek a négyszög oldalait két-, három- és négyféleképp involuciós ponthatosokban metszik, azaz: ugyanaz a hat pont különböző csoportosításban kétszer, háromszor vagy négyszer képezhet involuciót. Az ily egyenesek helyzetének, geometriai helyének megállapítása a négyszög irányában, továbbá az involuciós sorokban az ily ponthatosok szerkesztése, tárgya a jelen értekezésnek.

\*

1. Induljunk ki a  $PQRS$  négyszögből; és legyenek átlós-háromszögének csúcsai és oldalai  $X = (QR, PS)$ ,  $Y = (RP, QS)$ ,  $Z = (PQ, RS)$ ,  $x = YZ$ ,  $y = ZX$ ,  $z = XY$  (1. ábra).

A négyszögnek az  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  átlópontba ütköző oldalait az  $x$ ,  $y$ ,  $z$  átlók megfelelőleg pontpárokban metszik, amelyek egy  $pqrs$  négyszögnek szembenfekvő csúcsai. E négyszögnek  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$  oldalai a négyszög  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  csúcsainak (harmonikus) polárisai, megfelelőleg a  $QRS$  és  $qrs$ , az  $RSP$  és  $rsp$ , az  $SPQ$  és  $spq$ , végre a  $PQR$  és  $pqr$  háromszögekre vonatkozólag.

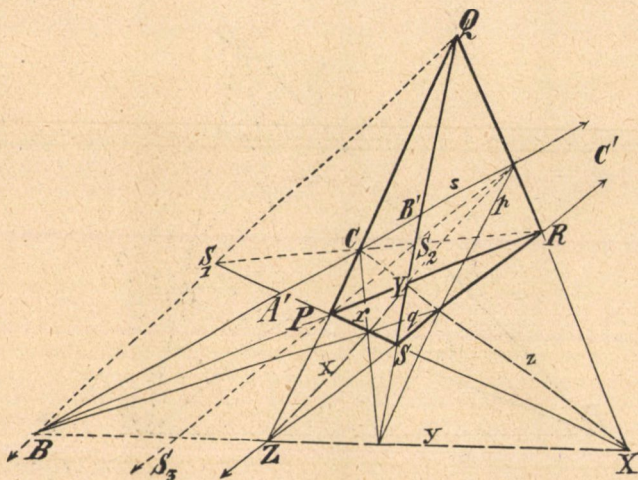
Ez a  $pqrs$  négyszög tehát a  $PQRS$  négyszögbe van írva, és pedig mert annak  $pq$ ,  $pr$ ,  $\dots$   $rs$  csúcsai ennek  $RS$ ,  $QS$ ,  $\dots$   $PQ$  oldalain vannak, azért PASCH elnevezése szerint azt is mondhatjuk, hogy a négyszög a négyszögbe «fordítva» van beírva.

2. Valamely egyenes pontjainak polárisai egy háromszögre vonatkozólag, a háromszögbe írt kúpszeletnek érintői; a három-



szög minden oldalának érintőpontja a kúpszelettel a csúcsokat az egyenestől harmonikusan választja el. Ezért az egyenesnek erre a kúpszeletre és a háromszögre vonatkozó polárisa ugyanegy pont. A kúpszelet maga pedig az *egyenes poláris kúpszelete* a háromszögre vonatkozólag.

Ennek dualisan megfelelőleg a *pontnak is van poláris kúpszelete* a háromszögre vonatkozólag, amely geometriai helye a ponton átmenő egyenesek pólusainak a háromszögre vonatkozólag. E kúpszelet a háromszög köré van írva, és érintői a három-



1. ábra.

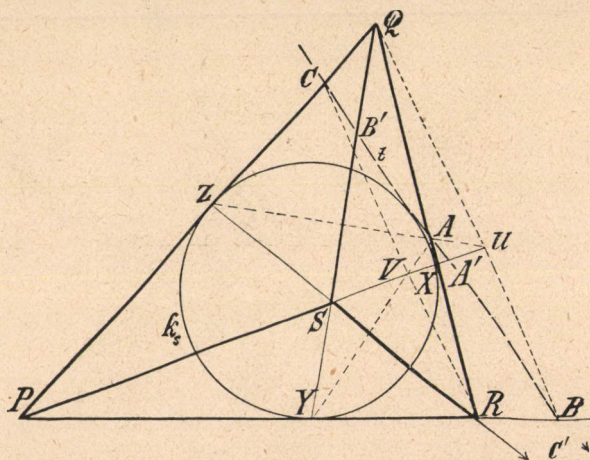
szög csúcsaiban az oldalpárokat az illető ponttól harmonikusan választják el. Magának a pontnak polárisa a háromszög és poláris kúpszeletére vonatkozólag ugyanegy egyenes.

3. Állapítsuk meg közelebbről a (1. pont)  $PQRS$  négyszögbe fordítva írt  $pqrs$  négyoldal  $s$  oldalának poláris kúpszeletét,  $k_s$ -et, a  $PQR$  háromszögre vonatkozólag, és aztán az  $S$  csúcs poláris kúpszeletét,  $k_S$ -et, a négyoldal  $pqr$  háromszögére vonatkozólag.

A  $k_s$  kúpszelet a  $PQR$  háromszögbe van írva és ennek  $QR$ ,  $RP$ ,  $PQ$  oldalát az átlóháromszög  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  pontjában érinti (1. és 2. ábra), míg a  $k_S$  kúpszelet, amely a  $pqr$  háromszög köré van írva, az  $XYZ = xyz$  átlóháromszög  $x$ ,  $y$ ,  $z$  oldalát a  $qr$ ,  $rp$ ,  $pq$  csúcsokban érinti (1. ábra).



Mindkét kúpszeletre vonatkozólag az  $S$  pontnak polárisa az  $s$  egyenes és a négyoldal  $sp$ ,  $sq$ ,  $sr$  csúcsainak polárisai a négyszögnek  $SP$ ,  $SQ$ ,  $SR$  oldalai. Ezért a két kúpszelet egymást az  $s$  egyenes két pontjában érinti, amely pontoknak érintői egymást az  $S$  pontban metszik. Az érintőpontok konjugált-képzetes kettőspontjai annak az involúciónak, amelyben az  $s$  egyenes a  $PQRS$  négyszög szembenfekvő oldalait metszi, és  $e$  pontok érintői konjugált-képzetes kettőssugarai annak az involúciónak, amely a négyoldal szembenfekvő csúcsait az  $S$  pontból projiciálja.



2. ábra.

Az ilyen kúpszelet, mint a  $k_s$ , van még három, tudniillik:  $k_p$ ,  $k_q$ ,  $k_r$ ; ezek a négyoldal  $p$ ,  $q$ ,  $r$  oldalainak megfelelőleg poláris-kúpszeletei a  $QRS$ ,  $RSP$ ,  $SPQ$  háromszögekre vonatkozólag, és a  $k_s$ -sel analog kúpszelet is van még három:  $k_P$ ,  $k_Q$ ,  $k_R$ ; ezek a négyszög  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  csúcsainak megfelelő poláris-kúpszeletei a  $qrs$ ,  $rsp$ ,  $spq$  háromszögekre vonatkozólag. A  $k_p k_P$ ,  $k_q k_Q$ ,  $k_r k_R$  kúpszeletpárok egymást a négyszög szembenfekvő oldalaitól a  $p$ ,  $q$ ,  $r$  egyeneseken kimetszett involúciónak konjugált-képzetes kettőspontjaiban érintik, és  $e$  pontpárok érintői megfelelőleg a  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  pontokban találkoznak.

4. A  $PQRS$  négyszögbe fordítva beírt  $pqrs$  négyoldalnak, és a  $k_p$ ,  $k_q$ ,  $k_r$ ,  $k_s$  kúpszeleteknek, amelyek a négyszög háromszögeinek

oldalait a négyszög átlóháromszögének csúcspontjaiban érintik, különös szerepük van amaz egyenesek meghatározásánál, amelyek a négyszög oldalait két-, három- és négyféleképp involuciós pont-hatosokban metszik. Dualisan megfelelőleg a négyszögnek és a másik négy kúpszeletnek,  $k_p, k_Q, k_R, k_S$ -nek is ugyanaz a szerepe van a négyoldal csúcseit projiciáló sugárhatások szerkesztését illetőleg.

A  $pqrs$  négyoldal  $ps = (ZY, QR)$  csúcán egy  $g$  egyenest fektetünk át; ez a négyszög  $QR, PS; RP, QS; PQ, RS$  szembenfekvő oldalait az  $AA', BB', CC'$  pontpárokból metszi, amelyek involuciót képeznek. Tekintve, hogy a  $BC$  pontok, úgy mikép a  $QR$  pontok az  $A$  ponttól és a  $PS$  egyenestől harmonikusan vannak elválasztva: a  $BQ, CR, PS$  egyenesek ugyanegy  $S_1$  ponton mennek át. Ezért a  $g$  egyenes a  $QRS_1S$  négyszög  $RQ, S_1S; QS_1, RS; S_1R, QS$  oldalait az  $AA', BC', CB'$  pontpárokból metszi, amelyek társpontjai egy másik involúciónak.

Az  $ABCA'B'C'$  ponthatos tehát kétféleképp képez involuciót: ezekben az  $A$  pontnak ugyanaz a társpontja van  $A'$ ; ellenben a  $B$  és  $C$  pontnak az elsőben a  $B'$  és  $C'$ , a másodikban a  $C'$  és  $B'$  a társpontja, amit STAUDT szerint ekkép írhatunk:  $AA'.BB'.CC'$ , illetőleg  $AA'.BC'.CB'$ .

A két involúció a kettőspontok minőségét tekintve különböz; azaz, ha az egyiknek valós a két kettőspontja, akkor a másiké konjugált-képzetes. A valós kettőspontú involúciót ellenkező értelműnek, a másikat ugyanegy értelműnek nevezhetjük (a régebbi hiperbolikus és elliptikus elnevezés helyett), amennyiben pontjai sorrendjének értelme az első esetben ellenkező, a másodikban megegyező társpontjai sorrendjének értelmével.

Ha a  $BB', CC'$  pontpárok egymást elválasztják, akkor bármilyen különben a pontok sorrendje, az  $AA'.BB'.CC'$  involúció ugyanegy értelmű, az  $AA'.BC'.CB'$  involúció pedig ellenkező értelmű.

Ha azonban a  $BB', CC'$  pontpárok egymást nem választják el, akkor két esetet különböztetünk meg a szerint, amint a pontok sorrendje  $BB'CC'$ , vagy  $BB'C'C$ . Az első esetben  $BB', CC'$ , valamint  $BC', CB'$  társpontjai egy-egy ellenkező értelmű involúciónak, amelyeknek valós kettőspontjai egymást elválasztják.

Ezért nincs olyan valós pontpár  $AA'$ , amely e két valós kettős-pontpárt harmonikusan elválasztaná, ez tehát a mi esetünkben amidőn mind a hat pont  $ABCA'B'C'$  valós, nem lehetséges.

A második esetben a pontok sorrendje  $BB'C'C'$ ; tehát a  $BB'$ ,  $CC'$  és a  $BC'$ ,  $CB'$  társpontpároktól meghatározott involúciók különbözők, és ekkor van egy valós pontpár, amely mindkét involúcióhoz tartozik. Ezzel azt igazoltuk, hogy ha hat pont kétféleképp képez involúciót, akkor azok minősége különböző.

5. A  $pqrs$  négyoldal  $s$  oldala annak  $ps$ ,  $qs$ ,  $rs$  csúcsán átmenő egyenes; ez tehát egyesíti magában az egyes csúcsokon átmenő egyeneseket jellemző ama tulajdonságát, hogy a  $PQRS$  négyszög oldalait kétféleképp involúciós ponthatosban metszi (1. ábra).

$S$  valóban, ha az  $s$  egyenes metszéspontjait a négyszög  $QR$ ,  $FS$ ;  $RP$ ,  $QS$ ;  $PQ$ ,  $RS$  szembenfekvő oldalaival, mint előbb  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ -sel jelöljük, és tekintetbe vesszük, hogy a  $BQ$ ,  $CR$ ,  $PS$ ;  $CR$ ,  $AP$ ;  $QS$ ;  $AB$ ,  $BQ$ ,  $RS$  egyenesek megfelelőleg az  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  ponton mennek át, és így a  $QRSS_1$ ,  $RPSS_2$ ,  $PQSS_3$  négyszögek oldalai az  $s$ -et az előbbi hat pontban metszik, mondhatjuk, hogy e ponthatos a következő négy involúciót képezi:

$$I = AA' \cdot BB' \cdot CC', \\ I^a = AA' \cdot BC' \cdot CB', \quad I^b = AC' \cdot BB' \cdot CA', \quad I^c = AB' \cdot BA' \cdot CC'.$$

Az  $I$  involúcióban bármelyik társpontpár a többi négy pont közül azt a két pontpárt, amely nem társpontharmonikus, harmonikusan választja el (tehát az  $AA'$  társpontpár a  $BC$  és  $B'C'$ -t, és a  $BB'$  társpontpár a  $CA$  és  $C'A'$ -t, a  $CC'$  társpontpár az  $AB$ ,  $A'B'$ -t), amiből látható, hogy az  $I$  involúció ugyanegy értelmű, míg a többi három  $I^a$ ,  $I^b$ ,  $I^c$  ellenkező értelmű.

Egybefoglalva a találatokat mondhatjuk:

*Egy négyszög oldalait négy egyenes metszi négyféleképp involúciós ponthatosban: ez a négy egyenes a négyszögbe fordítva írt négyoldal négy oldala. E négy egyenes mindenikén az involúciók egyike ugyanegy értelmű, a többi három ellenkező értelmű.*

*Ennek a négyoldalnak bármely csúcsán átmenő egyenes a négyszög oldalait kétféleképp involúciós ponthatosokban metszi; e két involúció különböző értelmű.*

*A négyszög síkjának minden pontján hat egyenes megy át; amely annak oldalait kétféleképp involuciós ponthatosban metszi; e hat egyenes a négyszög oldalainak csúcsaival incidens s így involuciót képez.*

És dualisan:

«A négyszög oldalainak csúcsai négy pontból projiciálhatók négyféleképp involuciós sugárhatosokkal; ezek fordítva a négyszög köré írt négyszögnek csúcsai. Minden ilyen sugárhatos involuciójának egyike ugyanegy értelmű, a többi három ellenkező értelmű.»

«A négyszög oldalai geometriai helyét képezik azoknak a pontoknak, amelyekből a négyszög oldalainak csúcsai kétféleképp involuciós sugárhatosokkal projiciálhatók; e két involúció különböző értelmű.»

«A négyszög síkjának minden egyenesén hat pont van, amelyből a négyszög oldalainak csúcsai kétféleképp involuciós sugárhatosokkal projiciálhatók; e hat pont a négyszög oldalainak metszése a felvett egyenessel.»

6. Keressük most azokat az egyeneseket, amelyek a négyszög oldalait háromszorosán involuciós ponthatosokban metszik.

Emlékezzünk vissza a 3. pont  $k_s$  küpszeletére, amely a  $PQRS$  négyszög  $QR$ ,  $RP$ ,  $PQ$  oldalait az  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  pontokban érinti (2. ábra). Ha e  $k_s$  küpszeletnek egyik érintője  $t$  az előbbi három oldalt az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  pontokban metszi, akkor a négy érintő úgy tekinthető, mint a  $k_s$  küpszelet köré írt  $PZQXAB$  és  $PYRXAC$  BRIANCHON-hatoldal. És mert az elsőnek  $PX$ ,  $ZA$ ,  $QR$  főátlói egy  $U$  ponton, a másodiknak főátlói egy  $V$  ponton mennek át, azért a  $PQRS$ ,  $ZQUS$ ,  $YRVS$  négyszögeknek szembenfekvő oldalai a  $k_s$  küpszeletnek  $t$  érintőjét az  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ;  $AB'$ ,  $BC'$ ,  $CA'$ ;  $AC'$ ,  $BA'$ ,  $CB'$  involuciós pontpárokból metszik. Az  $ABCA'B'C'$  ponthatos tehát háromféleképp képez involuciót, amelyben az  $ABC$  pontoknak társponjtjai a ciklikus sorrendben következők:  $A'B'C'$ ,  $B'C'A'$ ,  $C'A'B'$  pontok. E tulajdonság folytán a háromféleképp involuciós pont- és sugárhatosokat ciklikusan involuciós-nak nevezhetjük.

A három involúció ugyanegy minőségű, mert az  $ABC$  pontok társponjtjainak értelme a sorrendben megegyező. Az involúciók pedig ellenkező értelműek, mert ha a  $k_s$  küpszeletnek  $t$  érintője a  $PQR$  háromszög egyik oldalával, pl. a  $PQ$ -val egyesül,

akkor az  $ABC$  és  $A'B'C'$  pontok, mint a  $t$ -nek metszőpontjai, a négyszög megfelelő oldalával a  $QPZ$  és  $PQZ$  pontokba jutnak, amelyek pedig ellenkező értelműek.

Minthogy a  $k_s$  kúpszeletnek e tulajdonsága a 3. pont  $k_p, k_q, k_r$  kúpszeleteire is érvényes, mondhatjuk:

*A négyszög négy háromszögének oldalait a négyszög átlópontjaiban érintő négy kúpszeletnek az a tulajdonsága, hogy érintik a négyszög oldalait háromféleképp involúciós ponthatosokban, melyek mind ellenkező értelmű involúcióhoz tartoznak.*

A dualis tétel pedig így szól:

«A négyoldal átlóháromszögébe írt négy kúpszelet, amely annak oldalait a négyoldal négy háromszögének csúcsában érinti, geometriai helye azoknak a pontoknak, amelyekből a négyoldal csúcsai háromféleképp involúciós sugárhatásokkal projiciálhatók. E sugárhatások mind a három involúciója ellenkező értelmű.»

7. Minden involúciós pontsorban  $\infty^3$  involúciós ponthatos van. Mikép lehet ezek közül a két-, három- és négyféleképp involúciós ponthatosokat szerkeszteni és mennyi azoknak a száma?

Legyen adva egy involúciós sor  $I$  két társpontpárjával,  $BB'$ - és  $CC'$ -sel; keressük azt a társpontpárt,  $AA'$ -et, a sorban, amely az előbbi négy ponttal még ekképen is képez involúciót:  $AA'. BC'. CB'$ .

Ha az  $I$  ugyanegy értelmű, tehát a  $BB', CC'$  társpontpárok egymást elválasztják, akkor a  $BC', CB'$  pontpárok egymást nem választják el, és így a  $BC'. CB'$  involúciónak  $MN$  kettőspontjai valóságok, s ezért az  $I$  involúciós sorban van egy társpontpár  $AA'$ , amely az  $MN$  pontpárt harmonikusan elválasztja, amely tehát a  $BC'. CB'$  involúciónak is társpontpárja.

És ha az  $I$  involúciós sor ellenkező értelmű, tehát kettőspontjai valóságok, akkor a  $BC', CB'$  pontpárok (hacsak a  $C, C'$  pontokat alkalmasan jelöljük) egymást elválasztják, és így e pontpárokkal, mint társpontpárokkal, meghatározott involúciós sorban van egy  $AA'$  társpontpár, amely az előbbi kettőspontokat harmonikusan választja el, azaz az  $I$  involúciós sorhoz is tartozik.

Ha, mint szokás, involúciós pont- vagy sugársor helyett rövidebben csak e szót «involúció» használjuk, akkor a fönnebbiekből következik:

*Minden involúcióban  $\infty^2$  oly ponthatos (vagy sugárhatos stb.) van, amely még egyféleképp is képez involúciót; minden ily ponthatosnak két társpontpárját tetszés szerint vehetjük fel az involúcióban, amellyel a harmadik társpontpár is meg van határozva.*

8. Mielőtt egy pontinvolúcióban egy négyféleképp involúciós ponthatos meghatároznánk, egy ily ponthatos a négyszögtől függetlenül (5. pont) akarunk szerkeszteni.

Ha az  $ABC$  valamely egyenesnek három pontja és az  $A', B', C'$  pont az előbbieket közül az  $A, B, C$ -t megfelelőleg a másik kettőtől harmonikusan elválasztja, akkor mint ismeretes, a felvett és a belőle leszámaztatott ponthármas négyféleképp képez involúciót, t. i.  $I = AA'.BB'.CC'$ ,  $I^a = AA'.BC'.CB'$ ,  $I^b = AC'.BB'.CA'$ ,  $I^c = AB'.BA'.CC'$ . Ebből is látható, hogy a felvett  $ABC$  ponthármas a szerkesztett  $A'B'C'$  ponthármasból épp úgy vezethető le, mint ez amabból.

Az  $I$  involúció ugyanegy értelmű, tehát kettőspontjai konjugált-képzetesek; a  $I^a, I^b, I^c$  involúciók ellenkező értelműek, tehát  $A_1A'_1, B_1B'_1, C_1C'_1$  kettőspontjai valóságosak és az  $I$  involúciónak társpontpontjai. Ha ez utóbbi társpontpárokat akképp jelöltük, hogy az  $ABC, A_1B_1C_1$  ponthármasok ugyanegy értelműek a pontsorban, akkor az  $A_1B_1C_1, A'_1B'_1C'_1$  ponthármasok kölcsönös helyzete egymás irányában egyező az első két ponthármassal, tudniillik az  $A_1A'_1$  pontpár a  $B_1C_1$  és  $B'_1C'_1$  pontpártól, a  $B_1B'_1$  pontpár a  $C_1A_1$  és  $C'_1A'_1$  pontpártól, végre a  $C_1C'_1$  pontpár az  $A_1B_1$  és  $A'_1B'_1$  pontpártól harmonikusan van elválasztva. A két új pontpár tehát az  $I$ -n kívül még háromféleképp képez involúciót és pedig:  $I_1^a = A_1A'_1.B_1C'_1.C_1B'_1$ ,  $I_1^b = A_1C'_1.B_1B'_1.CA'_1$ ,  $I_1^c = A_1B'_1.B_1A'_1.C_1C'_1$ , amelyeknek kettőspontjai az előbbi  $AA', BB', CC'$  pontpárok.

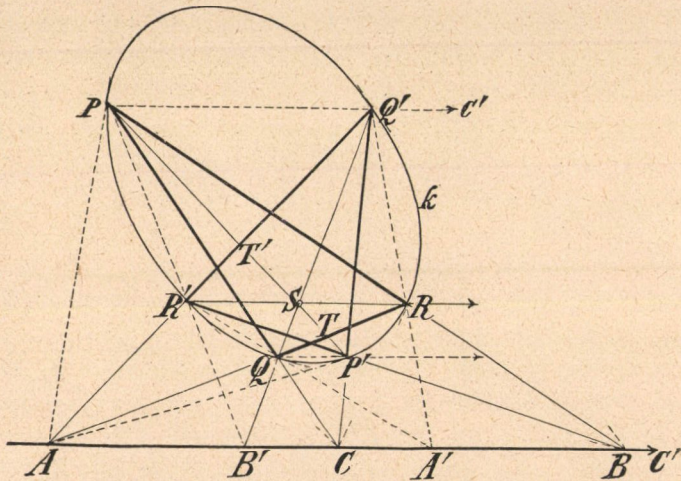
Ezért a  $B_1C_1, B'_1C'_1; C_1A_1, C'_1A'_1; A_1B_1, A'_1B'_1; BC, B'C'; CA, C'A'; AB, A'B'$  pontpárok, mint társpontpontok, még megfelelőleg az  $I^a, I^b, I^c; I_1^a, I_1^b, I_1^c$  involúciókhoz tartoznak. A két ponthatos  $ABCA'B'C'$ -t és  $A_1B_1C_1A'_1B'_1C'_1$ -t, valamint azoknak  $I^aI^bI^c; I_1^aI_1^bI_1^c$  involúcióit is *konjugáltaknak* nevezhetjük.

Két négyféleképp involúciós ponthatos egymás között projektív, és pedig tizenkétféle változásával az elemeknek. Ugyanis ha



az egyike e ponthátosoknak az  $ABC$ ,  $A'B'C'$  ponthármasokból, a másika az  $A_iB_iC_i$ ,  $A'_iB'_iC'_i$  ponthármasokból áll, akkor az  $ABC$  pontoknak az  $A_iB_iC_i$ -nek és az  $A'_iB'_iC'_i$ -nek minden kombinációja megfelelhet a projektivitásban, mellyel aztán a többi pontok is megtalálják a nekik megfelelő pontot a két ponthátosban.

9. Most áttérhetünk arra a kérdésre, hogy hogyan kell egy adott  $I$  involúcióban, amelyet például egy  $k$  kúpszelet kon-



3. ábra.

jugált pólusai valamely  $s$  egyenesen megállapítanak, egy négyféleképp involúciós ponthátost megszerkeszteni (3. ábra).

Az  $I$  legyen először ugyanegy értelmű, és az  $s$  egyenesnek a  $k$ -ra vonatkozó pólusát jelöljük  $S$ -sel.

Vegyünk fel az  $I$  involúcióban egy  $AA'$  társpontpárt és érintse a  $k$  kúpszeletnek az  $A$  pontból kisugárzó érintőpárja a  $k$ -t a  $PP'$  pontokban, és messe az a  $A$ -val incidens két egyenes, amely  $P'S$  és a  $PS$  pontpárt az  $A'$  ponttól harmonikusan elválasztja, a  $k$ -t a  $QR$  és a  $Q'R'$  pontpárban, a  $PSP'A'$  egyenest a  $T$ , illetőleg  $T'$  pontban, és legyen végre a  $PQR$ ,  $P'Q'R'$  ponthármasoknak értelme a  $k$ -n levő pontsorban megegyező.

Minthogy a  $P'SA'T$ ,  $T'A'SP$  négyesek harmonikusak: a



$P'T'$ ,  $TP$ ,  $SA'$  társpontjai egy involúciónak és így a  $PP'SA'$ ,  $TT'A'S$  négyesek projektívek, tehát a  $TT'$  pontpár, úgy mikép a  $PP'$  pontpár, az  $SA'$  pontpártól harmonikusan van elválasztva. Ezért a  $QQ'$ ,  $RR'$  egyenespár egymást az  $S$ -ben, a  $QR'$ ,  $RQ'$  egyenespár egymást az  $A'$ -ben metszi. Közvetlenül látható, hogy a  $PP'$  pontpár a  $QR$  és a  $Q'R'$  pontpárt, és a szerkesztésből következik, hogy a  $QQ'$  pontpár az  $RP$  és a  $R'P'$  pontpárt, az  $RR'$  pontpár a  $PQ$  és  $P'Q'$  pontpárt harmonikusan választja el. A  $PQR P'Q'R'$  négyfélekép involúciós ponthatos; a társ-pontok ezekben az involúciókban:  $PP'. QQ'. RR'$ ,  $PP'. QR'. RQ'$ ,  $PR'. QQ'. RP'$ ,  $PQ'. QP'. RR'$ ; az involúciós-középpontok pedig az  $S$  és a  $PP', QQ', RR'$  egyeneseknek  $A', B', C'$  metszőpontjai az  $s$ -sel; végre ez utóbbi három egyenesnek a  $k$ -ra vonatkozó  $A, B, C$  pólusai a  $QR, Q'R'; RP, R'P'; PQ, P'Q'$  egyenes-pároknak az  $s$ -en levő metszőpontjai.

Mínt hogy a  $PP'. QQ'. RR'...$  involúciós sornak projekciója a  $k$  kúpszelet bármely pontjából az  $s$  egyenesre az adott  $I$  involúció, azért a  $PQR P'Q'R'$  négyfélekép involúciós ponthatosnak projekciója a  $k$  kúpszelet pontjaiból az  $s$  egyenesre az  $I$ -nek négyfélekép involúciós ponthatosai lesznek. Ezek között van az  $ABCA'B'C'$  is, mint a  $P...R'$  ponthatosnak projekciója e ponthatos bármely pontjából az  $s$  egyenesre.

Tételezzük fel másodszor, hogy az  $s$ -en a  $k$  kúpszelet által meghatározott involúció, amelyet  $I^a$ -val jelölünk, ellenkező értelmű, tehát az  $s$  egyenes a  $k$  kúpszeletet két valós pontban metszi.

Ha most az előbbi szerkesztést akkép végezzük, hogy az  $S$  és  $A'$  pont szerepet cserél, akkor ismét két ugyanegy értelmű ponthármast,  $PQR, P'Q'R'$ -t kapunk a  $k$  kúpszeleten. A  $PP', QQ', RR'$  pontpárok összekötő egyenesei az  $s$  pólusán,  $S$ -n mennek át és a  $P...R'$  ponthatosnak projekciói a  $k$  bármely pontjából az  $s$ -re az  $I^a$  adott involúciónak négyfélekép involúciós ponthatosai.  $S$  viszont úgy ebben, mint az előbbi esetben is az  $s$ -en adott  $I$  vagy  $I^a$  involúció egy négyfélekép involúciós ponthatosának projekciói a  $k$  kúpszelet pontjaiból a  $k$ -ra: ugyanegy involúcióhoz tartozó négyfélekép involúciós ponthatosok a  $k$  kúpszeleten.

Ebből látható: egy involúciós pontsorban  $\infty^1$  oly ponthatos van, amely négyféleképp involúciós; minden társpontpár az involúcióban meghatároz két más társpontpárt, amely vele egy ily ponthatost képez.

10. Szerkesszük meg egy egyenesen azt a két pontot,  $B', C'$ -t, amely annak négy adott  $ABCA'$  pontjával együtt egy háromféleképp involúciós ponthatost képez, s amely involúciókban a társpontpárok:  $AA', BB', CC'; AB', BC', CA': AC', BA', CB'$ .

*Megoldás.* Egy  $PQR$  háromszögbe, amelynek  $QR, RP, PQ$  oldalai az  $A, B, C$  ponton mennek át, azt a kúpszeletet írjuk be, amely a  $QR$  oldalt az  $X = (PA', QR)$  pontban érinti és még az  $AB$  egyenest is érinti. Azok az egyenesek, amelyek a kúpszelet  $Y$  és  $Z$  érintőpontját a  $PR$  és  $PQ$  egyenesekkel, a  $Q$  ponttal, illetőleg az  $R$  ponttal összekötik, az  $AB$  egyenest a keresett  $B', C'$  pontokban és egymást a  $PA'$  egyenes  $S$  pontjában metszik (6. pont). A feladat, amint könnyen látható, lineáris.

Ha az  $ABCA'$  pontok nem egy egyenesen, hanem egy  $k$  kúpszeleten vannak, amely még egy  $P$  pontja által van megadva, akkor a  $B', C'$  pontokat szintén lineárisan szerkeszthetjük (tehát a  $k$  kúpszelet nélkül).

Ugyanis, ha az  $A_0, B_0, C_0$  pontok az  $A, B, C$  pontokat a másik kettőtől harmonikusan elválasztják, akkor ez utóbbi pontok érintői a  $BC, CA, AB$  egyeneseket egy  $s$  egyenesben metszik, amely az  $AA_0, BB_0, CC_0$  egyenesek  $S$  metszésének polárisa. Végre a  $B, C$  pontoknak projekciója az  $s$  és  $AA'$  egyenesek metszőpontjából a kúpszeletre a keresett  $B', C'$  pontok lesznek.

11. Minden ellenkező értelmű  $I$  involúcióban két társpontpárhoz,  $AA', BB'$ -höz, két oly társpontpár tartozik, amely azokkal külön-külön ciklikusan-involúciós ponthatost képez.

Tételezzük fel, hogy az  $I$  involúció egy  $k$  kúpszeleten van és a  $P$  annak egy változó pontja.

A változó  $AP, BP$  sugarak a  $k$  kúpszelet  $B, A$  pontjainak  $b$  és  $a$  érintőin két projektív pontsört metszenek ki, amelyeknek képződménye a  $k$  kúpszeletet az  $A$  és  $B$  pontokban érintő  $x$  kúpszelet. Ennek, az  $I$  involúció  $U = (AA', BB')$  involúciós-középpontjából kisugárzó  $c$ , valamint  $d$  érintői a  $b$  és  $a$  érintőket oly két pontban metszik, amelyeknek összekötő egyenesei

az  $A$  és  $B$  pontokkal a  $k$  kúpszelet  $C$ , illetőleg  $D$  pontjában találkoznak. E két pont és azoknak  $C'$ ,  $D'$  társpontja az  $I$  involúcióban már a keresett pontpár lesz, amennyiben még az  $AB'$ ,  $BC'$ ,  $CA'$ ;  $AC'$ ,  $BA'$ ,  $CB'$  pontpárok és az  $AB'$ ,  $BD'$ ,  $DA'$ ;  $AD'$ ,  $BA'$ ,  $DB'$  pontpárok is társpontjai egy-egy involúciónak.

Ebből látható, hogy:

*Minden ellenkező értelmű involúcióban  $\infty^2$  oly ponthatos van, amely még kétféleképp képez involúciót.*

---

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1925 dec. hó 14-én tartott üléséből.)

# ÜBER MEHRFACH INVOLUTORISCHE PUNKT-GRUPPEN.

Von L. KLUG.

In jeder Punktreihe kann man sechs solche Punkte bestimmen, die in ein-, zwei-, drei- oder vierfacherweise involutorisch liegen oder wie wir sagen wollen: die ein-, zwei-, drei- oder vierfach involutorische Sechspunkte bilden.

Die Polaren der Eckpunkte eines Viereckes in bezug auf die vier Dreiecke der übrigen Eckpunkte bilden die (zu den Eckpunkten zugeordneten) Seiten eines Vierseits, welches dem Viereck einbeschrieben ist.

Die Polaren der Punkte jeder Seite dieses Vierseits in bezug auf die nämlichen vier Dreiecke, umhüllen vier diesen Dreiecken einbeschriebene Kegelschnitte, welche die Seiten dieser Dreiecke in den Diagonalknoten des Viereckes berühren.

Jede Seite des Vierseits trifft die Seiten des Viereckes in vierfach involutorischen Sechspunkten; während die aus den sechs Eckpunkten dieses Vierseits ausstrahlenden  $\infty^1$  Geraden die Seiten des Viereckes in zweifach involutorischen Sechspunkten treffen; schliesslich treffen die Tangenten jener vier Kegelschnitte, also die Polaren der Punkte der Seiten des Vierseits in bezug auf die entsprechende Dreiecke des Viereckes, die Seiten des Viereckes in dreifach involutorischen Sechspunkten.

In jeder involutorischen Punktreihe gibt es  $\infty^1$  vierfach involutorische, und  $\infty^2$  zweifach involutorische Sechspunkte; in einer ungleichlaufenden Involution gibt es  $\infty^2$  dreifach involutorische Sechspunkte.

Die Konstruktion, mittelst welcher drei Punkte einer Reihe (wenn keiner im Unendlichen liegt) zu vierfach involutorischen Sechspunkten ergänzt werden können, ist eine lineare; die Konstruktion aber, mittelst welcher vier Punkte einer Reihe zu zwei- und dreifach involutorischen Sechspunkten ergänzt werden können, ist eine lineare oder quadratische, je nachdem unter den vier Punkten ein oder zwei zugeordnete Paare sind.

---

(Aus der Sitzung vom 14. Dezember 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# A TELJES $n$ -OLDAL POLÁREGYENESÉNEK SZERKESZTÉSE.

SZMODICS HILDEGARD-tól.

## 1. Bevezetés.

Az  $n$ -rendű  $f(xyz) = 0$  algebrai síkgörbére nézve a

$$P_i \equiv (x_i, y_i, z_i) \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

pontok poláregyenesét, mondjuk röviden *polárisát*, a következő differenciálműveletsorozattal

$$\begin{aligned} x_1 \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + y_1 \cdot \frac{\partial f}{\partial y} + z_1 \cdot \frac{\partial f}{\partial z} &\equiv f_1, \\ x_2 \cdot \frac{\partial f_1}{\partial x} + y_2 \cdot \frac{\partial f_1}{\partial y} + z_2 \cdot \frac{\partial f_1}{\partial z} &\equiv f_2, \\ \dots &\dots \\ x_{n-1} \frac{\partial f_{n-2}}{\partial x} + y_{n-1} \frac{\partial f_{n-2}}{\partial y} + z_{n-1} \frac{\partial f_{n-2}}{\partial z} &\equiv f_{n-1} \end{aligned} \quad (1)$$

definiált:  $f_{n-1} = 0$  egyenlet adja.

Feladatunk e poláris egyenletének meghatározása abban az esetben, ha a görbe  $n$ -oldallá degenerál, mikor is a síkbeli dualitás elvezet az  $n$ -szögre vonatkozó pólus egyenletéhez; majd a nyert egyenlet alapján megmutatjuk a poláris és pólus néhány projektív és statikai szerkesztését.

## 2. A quasideterminans fogalma.

Hogy a degenerált görbe analitikai alakjára az 1. alatti operációt kényelmesen alkalmazhassuk, célszerű lesz egy, a de-

terminánshoz analog fogalmat bevezetni, melyet megkülönböztetésül *quasideterminánsnak* fogunk nevezni.

Az  $a_{ik}$  ( $i, k = 1, 2, \dots, n$ ) elemek quasideterminánsa alatt az

$$a_{1i_1} a_{2i_2} \dots a_{ni_n}$$

alakú szorzatok összegét értjük, ahol az  $i_1 i_2 \dots i_n$  az  $1, 2, \dots, n$  elemek egy permutációja, és az összeg a lehetséges permutációk mindegyikére kiterjesztendő; jele legyen:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

A quasidetermináns tehát a közönséges determinánstól abban különbözik, hogy az egyes szorzatok, tekintet nélkül az indexek permutációinak jellegére, a saját előjelükkel adandók össze. Ebből tüstént következik, hogy itt is érvényesek a determináns mindama formális törvényei, melyek az inverziók számával nem függenek össze, ilyenek: a sorok és oszlopok egyenrangúsága, közös tényezővel való szorzás, közös tényező kiemelése, összeadás, szorzás, differenciálás, sor és oszlop szerinti kifejtés, általában a kombinatorius kifejtés törvénye, megjegyezvén, hogy az al-determináns és általában a minor helyébe a quasialdetermináns és quasiminor lép, melyek alatt a törölt oszlopok és sorok után megmaradt quasideterminánst értjük, másrészt a permutáció-jellegével összefüggő tételek módosítást szenvednek, így például bármely sor bármely sorral, bármely oszlop bármely oszloppal felcserélhető anélkül, hogy ezáltal az előjel megváltoznék stb.

### 3. A degenerált görbére vonatkozó poláris egyenlete.

Ha

$$g_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

annak az  $n$ -egyenesnek az egyenlete, mellyé a görbe degenerál, akkor ennek egyenlete:

$$f \equiv g_1 g_2 \dots g_n = 0,$$

melyet azonnal a következő quasidetermináns alakban írhatunk:

$$f \equiv \frac{1}{n!} \begin{bmatrix} g_1 & g_1 \dots g_1 \\ g_2 & g_2 \dots g_2 \\ \dots & \dots \\ g_n & g_n \dots g_n \end{bmatrix} = 0; \quad (2)$$

hisz az egyes sorok közös tényezőit kiemelve, a megmaradt csupa 1-ből álló quasidetermináns értéke nyilván  $n!$ .

Alkalmazzuk most (2)-re az (1) műveletsorozat első műveletét! Mivel itt is érvényes a differenciálás, a tényezővel való szorzás és az összeadás törvénye, azért

$$\begin{aligned} f_1 &\equiv x_1 \cdot \frac{n}{n!} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} g_1 \dots g_1 \\ \dots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x} g_n \dots g_n \end{bmatrix} + y_1 \cdot \frac{n}{n!} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial y} g_1 \dots g_1 \\ \dots \\ \frac{\partial g_n}{\partial y} g_n \dots g_n \end{bmatrix} + \\ &+ z_1 \cdot \frac{n}{n!} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial z} g_1 \dots g_1 \\ \dots \\ \frac{\partial g_n}{\partial z} g_n \dots g_n \end{bmatrix} \equiv \\ &\equiv \frac{1}{(n-1)!} \begin{bmatrix} x_1 \frac{\partial g_1}{\partial x} + y_1 \frac{\partial g_1}{\partial y} + z_1 \frac{\partial g_1}{\partial z} g_1 \dots g_1 \\ \dots \\ x_1 \frac{\partial g_n}{\partial x} + y_1 \frac{\partial g_n}{\partial y} + z_1 \frac{\partial g_n}{\partial z} g_n \dots g_n \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Legyen  $g_i$  részletes alakja:

$$g_i \equiv u_i x + v_i y + w_i z,$$

akkor

$$x_1 \frac{\partial g_i}{\partial x} + y_1 \frac{\partial g_i}{\partial y} + z_1 \frac{\partial g_i}{\partial z} \equiv u_i x_1 + v_i y_1 + w_i z_1 \equiv g_{i1},$$

tehát

$$f_1 \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_1 & \dots & g_1 \\ g_{21} & g_2 & \dots & g_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_n & \dots & g_n \end{bmatrix}.$$

Hasonlóan

$$f_2 \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_1 & \dots & g_1 \\ g_{21} & g_{22} & g_2 & \dots & g_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n2} & g_n & \dots & g_n \end{bmatrix}, \text{ és i. t.}$$

s így a keresett poláris egyenlete:

$$f_{n-1} \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \dots g_{1, n-1} & g_1 \\ g_{21} & g_{22} \dots g_{2, n-1} & g_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n2} \dots g_{n, n-1} & g_n \end{bmatrix} = 0, \quad (3)$$

melyet a következő szimmetrikus alakban is írhatunk:

$$f_{n-1} \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \dots g_{1, n-1} & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} \dots g_{2, n-1} & g_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n2} \dots g_{n, n-1} & g_{nn} \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

ahol  $g_{ik} \equiv u_i x_k + v_i y_k + w_i z_k$  és a folyó pont-koordináták  $x_n, y_n, z_n$ .

Alkalmazva a síkbeli dualitást, (4) egyúttal a  $P_1, P_2, \dots, P_n$  pontok által meghatározott  $n$ -szögre vonatkozólag a  $g_1, \dots, g_{n-1}$  egyenesek pólusának is egyenlete, ha benne a folyó vonal-koordináták:  $u_n, v_n, w_n$ .

#### 4. A poláris és pólus lineáris szerkesztése.

Mivel  $n=2$  esetben a poláris és pólus, mint a  $P_1$  pontnak  $g_1, g_2$ -re, illetőleg  $g_1$  egyenesnek  $P_1, P_2$ -re vonatkozó negyedik harmonikusa, lineárisan szerkeszthető, a teljes indukció módszerével élve, feltehetjük, hogy  $(n-1)$  oldalra és  $(n-1)$  szögre nézve a polárist és pólust tudjuk konstruálni, s megmutatjuk, miként lehet e feltétel mellett az  $n$ -oldalra és  $n$ -szögre a polárist és pólust megszerkeszteni.

I. *Módszer.* Ehhez a módszerhez azáltal jutunk, ha (3) quasi-determinánst az utolsó oszlopa szerint kifejtjük, azaz:

$$g_1 G_1 + g_2 G_2 + \dots + g_n G_n = 0, \quad (5)$$

ahol  $G_i$  a  $g_i$ -hez tartozó quasialdetermináns.



Ez egyenletben az egyes tagok az adott egyeneseket képviselik, melyek ismerete azonban még nem elegendő (5) szerkesztéséhez. Megmutatjuk most, hogy bármely két tag összege által definiált egyenes azonnal szerkeszthető, mert áll az

*I. tétel.* Ha az  $(n-2)$  számú  $g_1, g_2, \dots, g_{i-1}, g_{i+1}, \dots, g_{k-1}, g_{k+1}, \dots, g_n$  egyenesnek pólusa a  $(P_1, P_2, \dots, P_{n-1})$   $(n-1)$ -szögre  $P_i$  és  $P_k$ -nak negyedik harmonikusa  $(g_i, g_k)$ -ra  $H_{ik}$ , akkor a  $H_{ik}$  egyenes egyenlete:  $H_{ik} \equiv g_i G_i + g_k G_k = 0$ .

A jelölések egyszerűsítése kedvéért  $H_{12}$ -re bizonyítjuk be a tételt. A  $P_1 \dots P_{n-1}$  pontok alkotta  $(n-1)$ -szögre nézve a  $g_3 g_4 \dots g_n$  egyenesek pólusának egyenlete (4) szerint

$$\begin{bmatrix} g_{31} & g_{32} & \dots & g_{3, n-1} \\ g_{41} & g_{42} & \dots & g_{4, n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{n, n-1} \\ g_{r1} & g_{r2} & \dots & g_{r, n-1} \end{bmatrix} = 0, \quad (6)$$

ahol  $u_r, v_r, w_r$  a folyó vonal-koordináták. Hogy e polus  $x_{12}, y_{12}, z_{12}$  koordinátáit megkaphassuk, rendezzük (6)-t  $u_r, v_r, w_r$  szerint; akkor figyelembe véve, hogy csak az utolsó sor tartalmazza őket és

$$g_{ri} \equiv u_r x_i + v_r y_i + w_r z_i,$$

(6) ekkép írható:

$$\begin{bmatrix} g_{31} & \dots & g_{3, n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & \dots & g_{n, n-1} \\ x_1 & \dots & x_{n-1} \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} g_{31} & \dots & g_{3, n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & \dots & g_{n, n-1} \\ y_1 & \dots & y_{n-1} \end{bmatrix} v_r + \begin{bmatrix} g_{31} & \dots & g_{3, n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & \dots & g_{n, n-1} \\ z_1 & \dots & z_{n-1} \end{bmatrix} w_r = 0, \quad (7)$$

miért is ebben az egyenletben  $u_r, v_r, w_r$  együtthatói adják rendre  $P_{12}$  pólus  $x_{12}, y_{12}, z_{12}$  koordinátáit.

E pólusnak  $g_1$  és  $g_2$ -re vonatkozó negyedik harmonikusa (3) szerint

$$\begin{bmatrix} g_{1, 12} & g_1 \\ g_{2, 12} & g_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (8)$$

Ámde (7) felhasználásával

$$g_{1,12} \equiv u_1 x_{12} + v_1 y_{12} + w_1 z_{12} \equiv \begin{bmatrix} g_{31} \cdots g_{3,n-1} \\ g_{n1} \cdots g_{n,n-1} \\ g_{11} \cdots g_{1,n-1} \end{bmatrix},$$

vagy az utolsó sort elsőnek írva, e quasidetermináns (3)-ban  $g_2$ -nek  $G_2$  quasialdeterminánsa, azaz  $g_{1,12} \equiv G_2$ ; ép így  $g_{2,12} = G_1$ , tehát (8) valóban átmegy a  $g_1 G_1 + g_2 G_2 = 0$  egyenletbe. Qu. e. d.

Nem lesz nehéz most már (5) poláris szerkesztésére rámutatni: (5) első 3 tagjának összege

$$H_{123} \equiv H_{12} + g_3 \cdot G_3 \equiv H_{13} + g_2 G_2,$$

tehát  $H_{123} = 0$  a  $H_{12}$  és  $g_3$ , valamint  $H_{13}$  és  $g_2$  metszéspontjának összekötő egyenese; hasonlóan szerkeszthető az 1. 2. 4., valamint 1. 3. 4. tagok összegéből keletkezett  $H_{124}$  és  $H_{134}$  egyenes. Most már az első 4 tag összege

$$H_{1234} \equiv H_{123} + g_4 G_4 = H_{124} + g_3 G_3 = H_{134} + g_2 G_2,$$

tehát ez a  $(H_{123}, g_4)$ ;  $(H_{124}, g_3)$ ;  $(H_{134}, g_2)$  pontok összekötő egyenese; hasonló szerkesztés adja  $H_{1235}$ ,  $H_{1245}$ ,  $H_{1345}$  egyeneseket.

E vázolt eljárás lépésről-lépésre megmutatja (5) akárhány elülről számított tagjának összege által definiált egyenes szerkesztését, végre magát az (5) polárisét is, melyből nyilván  $n$ -pontot kapunk, megjegyezvén, hogy a szerkesztésnél nem minden  $H_{ik}$ -t használtunk fel, csak  $H_{1k}$ -kat, sőt ezek elegendők (5) nem egymás után következő tagjának összegeként nyert egyenes szerkesztésére is. Az (5) egyenesnek imént vázolt szerkesztéséről azt mondjuk, hogy azt a

$$(g_1; H_{12}, g_2; H_{13}, g_3; \dots H_{1n}, g_n)$$

*lineáris kapcsolásával nyertük.*

Ezek alapján a poláris szerkesztésének *I. módja* a következő:

*II. tétel.* Az adott  $P_1 \dots P_{n-1}$  pontok alkotta  $(n-1)$  szögre nézve megszerkesztjük a  $g_1, g_2; g_1, g_3; \dots; g_1, g_n$  egyenesek elhagyása folytán megmaradt többi  $(n-2)$  egyenes pólusát:

$P_{12}, P_{13}, \dots, P_{1, n-1}$ -t, majd ezeknek az elhagyott egyenes párokra vonatkozó negyedik harmónikusát:  $H_{12}, H_{13}, \dots, H_{1n}$ -t, akkor a  $(g_1; H_{12}, g_2; \dots; H_{1n}, g_n)$  egyenesek lineáris kapcsolása megadja a keresett poláriszt.

A  $g_1$  szerepét  $g_2, \dots, g_n$ -nel pótolva, a polárisnak még  $(n-1)$ -féle szerkesztését kaphatjuk.

*II. módszer.* Ehhez a módszerhez (3)-nak sorszerinti kifejtésével juthatunk: ha  $g_{ik}$  és  $g_i$  quasialdeterminánsai  $G_{ik}$  és  $G_i$ , akkor (3)-at az  $i$ -dik sor szerint kifejtve:

$$g_i G_i + g_{i1} G_{i1} + \dots + g_{i, n-1} G_{i, n-1} = 0, \quad (9)$$

ahol  $G_{ik} = 0$  jelenti a  $g_i$  egyenes és  $P_k$  pont elhagyása folytán megmaradt  $(n-1)$  oldalra vonatkozólag a megmaradt  $(n-2)$  pontnak polárisát s így (9) egyenletet  $n$  ismert egyenes egyenletének összegekképpen állítottuk elő.

Ha még sikerülne az 1. 2., 1. 3., ... 1.  $n$ . tag összegét képviselő

$$H_{ik} \equiv g_i G_i + g_{ik} G_k = 0 \quad (k=1, 2, \dots, n-1), \quad (10)$$

egyeneseket szerkeszteni, akkor nyilván (9)-et a  $(g_1; H_{i1}, G_{i1}; \dots; H_{i, n-1}, G_{i, n-1})$  egyenesek lineáris kapcsolása adná.

Megmutatjuk most, hogy (10) valóban szerkeszthető és pedig:

*III. tétel.*  $H_{ik} = 0$  a  $P_k$  pontnak a  $g_i$  és  $G_{ik}$  egyenesre vonatkozó negyedik harmónikusa.

E poláris egyenlete ugyanis (3) szerint

$$\begin{bmatrix} g_{ik} & g_i \\ (G_{ik})_k & G_{ik} \end{bmatrix} = 0, \quad (11)$$

ahol  $(G_{ik})_k$ -t a  $G_{ik}$ -ből nyerjük, ha  $x, y, z$  helyébe  $x_k, y_k, z_k$ -t, tehát  $g_1, \dots, g_{i-1}, g_{i+1}, \dots, g_n$  helyébe  $g_{1k}, g_{2k}, \dots, g_{i-1, k}, g_{i+1, k}, \dots, g_{nk}$ -t teszünk. Ámde ekkor  $G_{ik}$  és  $G_i$  részletes alakját figyelembe véve, azonnal meggyőződhetünk róla, hogy:  $(G_{ik})_k \equiv G_i$  s így (11) átmegy (10)-be, ezzel a tétel be van bizonyítva.

Tehát a poláris *II. szerkesztése* a következő:

*IV. tétel.* Elhagyva egy, például  $g_i$  egyenest, továbbá rendre egyenként egy-egy  $P$  pontot, megkeressük a megmaradt  $(n-1)$  oldalra vonatkozólag a mindenkor megmaradó  $(n-2)$  pontnak:

$G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{i, n-1}$  polárisát, ezután rendre a  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  pontnak negyedik harmónikusát:  $H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{i, n-1}$ -et a  $(g_i G_{i1}), (g_i G_{i2}), \dots, (g_i, G_{i, n-1})$  egyenes-párokra, úgy  $(g_i; H_{i1}, G_{i1}; \dots; H_{i, n-1}, G_{i, n-1})$  egyenesek lineáris kapcsolása megadja a keresett polárist.

Az  $i$  értékét 1-től  $n$ -ig változtatva, eképpen  $n$ -féle szerkesztést kapunk.

Az egyenesek lineáris kapcsolására a síkbeli dualitást alkalmazva, eljuthatunk a pontok lineáris kapcsolásának műveletére, melyet szintén arra használhatunk fel, hogy a duál pólusfogalmat a vázolt kétféle projektív módszer duálszerkesztésével állíthassuk elő.

## 5. Statikai szerkesztés.

A lineáris kapcsolat nyújtotta szerkesztés bár elméletileg projektív úton adja meg a polárist és pólust, gyakorlati szempontból sok kifogás emelhető ellene. Előállítván ugyanis a szerkesztéshez szükséges  $n + (n - 1) \equiv 2n - 1$  egyenest, ezekből lépésről-lépésre kapjuk az egyenlet több és több tagjának összegéhez tartozó egyenest, ami szerkesztési hiba-halmazódásokra vezethet. Praktikusabb módszerhez jutunk, ha a lineáris kapcsolást statikai szempontból világítjuk meg.

Legyen e célból  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$  adott  $n$  számú erő a  $P_1, P_2, \dots, P_n$  egyeneseken, legyen továbbá  $P_i$  és  $\bar{P}_k$  erők eredőjének egyenese  $P_{ik}$ , mely nyilván átmegy a  $P_i$  és  $P_k$  egyenesek metszéspontján. Behatározzuk most már, hogy

*V. tétel.* A  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$  erőrendszer eredőjének egyenese a  $(P_1; P_{12}, P_2; \dots; P_{1, n}, P_n)$  egyenesek lineáris kapcsolásával nyerhető.

A  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$  erők eredőjének  $P_{123}$  egyenese ugyanis átmegy  $P_{12}$  és  $P_3$ , valamint  $P_{13}$  és  $P_2$  metszéspontján; hasonló szerkesztés adja  $P_{124}$ - és  $P_{134}$ -et; a  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$  eredőjének  $P_{1234}$  egyenese a  $P_{123}$  és  $P_4$ ;  $P_{124}$  és  $P_3$ ;  $P_{134}$  és  $P_2$  egyenesek metszéspontjának geometriai helye; e vázolt szerkesztés, mely végeredményben a végleges eredő akcióvonalát adja, valóban a tételünkben szereplő egyenesek lineáris kapcsolásával identikus.

Viszont tetszésszerint megadva az ott szereplő egyeneseket

azzal a megszorítással, hogy  $P_i$ ,  $P_k$  és  $P_{ik}$  egy pontba fussanak, a  $P_1, P_2, \dots, P_n$  egyeneseken egy arányossági tényezőtől eltekintve, a  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$  erők vektorháromszög módszerével egyértelműen meghatározhatók olyképp, hogy  $P_i$  és  $P_k$  eredője a  $P_{ik}$  egyenesre essék, már pedig az erők arányos változtatása az akcióvonalakra nincs hatással.

Ezek alapján tehát a poláris projektív szerkesztésének mindkét módszerében szereplő lineáris kapcsolást a következő statikai módszerrel pótolhatjuk:

VI. tétel. I. Módszer. Előállítván a  $P_{12}, P_{13}, \dots, P_{1n}$  pólusokat, valamint  $P_k$ -nak  $g_1$  és  $g_k$ -ra vonatkozó negyedik harmonikusát:  $H_{1k}$ -t ( $k=2, \dots, n$ ), a  $g_1$  egyenesen felvesszünk tetszőszerinti  $\bar{g}_1$  erőt, ebből vektorháromszögekkel megkeressük ama  $g_k$ -n működő  $\bar{g}_k$  erőt ( $k=2, \dots, n$ ), melynek  $\bar{g}_1$ -gyel való eredője  $H_{1k}$ -ra esik, ekkor a  $\bar{g}_1, \bar{g}_2, \dots, \bar{g}_n$  erők eredőjének akcióvonala lesz a keresett poláris.

VII. tétel. II. Módszer. Előállítván a  $G_{11}, G_{12}, \dots, G_{1n}$  polárisokat, valamint  $P_k$ -nak  $g_i$  és  $G_{ik}$  egyenesekre vonatkozó negyedik harmonikusát  $H_{ik}$ -t, a  $g_i$  egyenesen felvesszünk egy tetszőszerinti  $\bar{g}_i$  erőt, ezután megszerkesztjük a  $G_{ik}$  egyenesen működő ama  $\bar{G}_{ik}$  erőt, melynek  $\bar{g}_i$ -vel való eredője  $H_{ik}$ -ra esik, akkor a  $\bar{g}_1, \bar{G}_{11}, \dots, \bar{G}_{1, n-1}$  erők eredőjének akcióvonala lesz a keresett poláris.<sup>1</sup>

## 6. A pólus statikai szerkesztése.

A pólus mindkét projektív szerkesztése megadott  $(2n-1)$  pont lineáris kapcsolását kívánja. Megmutatjuk, hogy ennek is adhatunk statikai értelmet és pedig tömegközéppont-szerkesztést.

Legyenek ugyanis az  $m_1, \dots, m_n$  pontokban koncentrálnva az  $\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_n$  tömegek, legyen továbbá az  $\bar{m}_i$  és  $\bar{m}_k$  tömegek középpontja  $m_{ik}$ , mely nyilván rajta van az  $m_i$  és  $m_k$  pontokat összekötő egyenesen, bebizonyítjuk, hogy:

<sup>1</sup> A gyakorlatban egyik módszernél sem kell  $H_{ik}$ -t megszerkeszteni; így például VI.-nál  $\bar{g}_1$ -t felvéve,  $\bar{g}_k$ -t olyképp határozzuk meg, hogy  $\bar{g}_1$  és  $\bar{g}_k$  eredője  $P_{1k}$ -n menjen át, — akkor, mivel  $(-\bar{g}_1) \bar{g}_k$  eredője  $H_{1k}$ -n van,  $(-\bar{g}_1), \bar{g}_2, \dots, \bar{g}_n$  eredőjének egyenese a poláris.

$$\text{VIII. } \left\{ \begin{array}{l} \text{Az } \bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_n \text{ tömegek középpontját az} \\ (m_1; m_{12}, m_2; m_{13}, m_3; \dots; m_{1n}, m_n) \\ \text{pontok lineáris kapcsolása adja.} \end{array} \right. \quad (12)$$

Tényleg  $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3$  középpontja,  $m_{123}$  az  $m_{13}$  és  $m_3$ , valamint az  $m_{13}$  és  $m_2$  pontok összekötő egyenesének metszéspontja. Hasonló szerkesztés adja  $m_{124}$  és  $m_{134}$  tömegközéppontokat; építgy  $m_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3, \bar{m}_4$  tömegek középpontja az  $(m_{123}, m_4), (m_{124}, m_3), (m_{134}, m_2)$  egyenesek közös pontja. E szerkesztést tovább folytatva, mely pedig éppen a (12) lineáris kapcsolása, eljutunk valóban a keresett tömegközépponthez.

Viszont a (12)-ben szerepelő pontokat tetszésszerint megadva azzal a megszorítással, hogy  $m_i, m_k$  és  $m_{ik}$  egy egyenesen vannak, arányos távolságokkal vagy komponensre való bontással, egy faktortól eltekintve egyértelműen meghatározhatók az  $m_1, m_2, \dots, m_n$  pontokban koncentrált  $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_n$  tömegek olykép, hogy  $\bar{m}_i$  és  $\bar{m}_k$  középpontja  $m_{ik}$ -ba essék.

Ezek alapján tehát a pólusnak mindkétféle szerkesztése előállítható tömegpontok középpontjának szerkesztésére vezethető vissza, melynek részletezését feleslegesnek tartom, csak utalok a VI. és VII. tételek megfelelő átfogalmazására.

## 7. Speciális esetek.

a) Legyen  $g_1 \equiv g_2 \equiv \dots \equiv g_n$ , akkor a poláris egyenlete (3)-ból

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1, n-1} & g_1 \\ g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1, n-1} & g_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1, n-1} & g_1 \end{bmatrix} \equiv g_1 \cdot n! g_{11} g_{12} \dots g_{1, n-1} = 0, \dots,$$

miért is áll e tétel:

$$\text{IX. } \left\{ \begin{array}{l} \text{Egy } n\text{-szeres egyenessé degenerált } n\text{-oldalra vonatkozó} \\ \text{poláris maga az egyenes; és dualiter: } n\text{-szeres ponttá} \\ \text{degenerált } n\text{-szögre vonatkozó pólus maga a pont.} \end{array} \right.$$

b) Fontosabb az az eset, amikor az összes  $P$  pontok egybe-

esnek, azaz  $P_1 \equiv P_2 \equiv \dots \equiv P_{n-1}$ , mely eset az irodalomban leg-részletesebben van kidolgozva,<sup>1</sup> most a poláris:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{11} & \dots & g_{11} & g_1 \\ g_{21} & g_{21} & \dots & g_{21} & g_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{n1} & \dots & g_{n1} & g_n \end{bmatrix} \equiv$$

$\equiv (n-1)!(g_1 \cdot g_{21} g_{31} \dots g_{n1} + g_2 \cdot g_{11} g_{31} \dots g_{n1} + \dots + g_n \cdot g_{11} \dots g_{n-1,1}) = 0$ ;  
s így feltéve, hogy  $P_1$  nincs egy  $g$ -n sem, a kellő osztás után lesz:

$$\frac{g_1}{g_{11}} + \frac{g_2}{g_{21}} + \dots + \frac{g_n}{g_{n1}} = 0. \tag{13}$$

Ami a poláris szerkesztését illeti, az *I. módszer* egyszerűbb lesz, mert  $g_i, g_k$  elhagyása után megmaradt egyeneseknek a

$$(P_1 \equiv P_2 \equiv \dots \equiv P_{n-1})$$

sokszögre vonatkozó pólusa  $a$ ) szerint maga a  $P_1$ , tehát tulajdonképen  $P_1$ -nek  $(g_1, g_2), (g_1, g_3) \dots, (g_1, g_n)$ -re vonatkozó negyedik harmonikusát,  $H_{12}, H_{13}, \dots, H_{1n}$ -t kell szerkeszteni, mikor is az ismert lineáris kapcsolás megadja a polárist.

A II. Módszer direkt esetünkben nem használható, mert  $G_{i1} \equiv \dots \equiv G_{i, n-1}$  folytán  $H_{i1} \equiv \dots \equiv H_{i, n-1}$  s így a lineáris kapcsolás a pontok egybeesése miatt csak a  $(g_i, G_{i1})$  ponthoz vezet, ami egyébként (9)-ből nyert következő egyenlethől is folyik:

$$g_i G_i + (n-1) g_{i1} \cdot G_{i1} = 0; \tag{14}$$

de ekkor  $i=1, 2, \dots, n$  változtatásával ekként is  $n$ -pontot kapunk a polárisból.<sup>2</sup> Azaz a *II. módszer* a következő egyszerű szerkesztést adja:

*X. tétel. Elhagyva rendre a  $g_1, \dots, g_n$  egyeneseket, a kapott  $(n-1)$  oldalakra vonatkozólag rendre megkeressük  $G_{11}, \dots, G_{n1}$*

<sup>1</sup> CAYLEY: J. f. Math. 34. (1847); CREMONA—KURTZE: Einleitung in die Geom. (pag. 108); E. CAPORALI: Mem. di geom. Nápoli 1888. pag. 258; A. SANNIA: Lez. di geom. proiection, Nápoli 1895. 2 ed. pag. 438.

<sup>2</sup> Mindkét módszer  $n=3$  esetben megadja a harmonikálé ismert szerkesztését.

polárisokat, a  $(g_1, G_{11}), \dots (g_n, G_{n1})$  pontok a keresett polárison fekszenek (CAYLEY).

Kimutatható még, hogy:

XI. tétel. A  $(g_1, G_{11}), \dots (g_n, G_{n1})$  egyenes-párok megfelelők ama centrális kollineációban, melynek centruma  $P_1$ , tengelye a keresett  $p$  poláris és karakterisztikája:

$$(g_i G_{i1} p P_1) = -(n-1). \quad (15)$$

A hebizonyításhoz elég a legutoljára irt kettősviszony helyességét kimutatni. A  $g_i + \lambda G_{i1} = 0$  sugársornak  $P_1$ -n átmenő egyenesére nézve

$$\lambda_1 = -\frac{g_{i1}}{(G_{i1})_1} = -\frac{g_{i1}}{G_i},$$

és így ennek egyenlete

$$g_i G_i - g_{i1} G_{i1} = 0,$$

melyet (14)-gyel egybehasonlítva, valóban helyes a (15).

Érdekes a tétel következő általánosítása (CAPORALI, SANNIA):

XII. tétel. Ha az  $n$  egyenest két egymást kiegészítő  $k$  és  $(n-k)$  elemű csoportra osztjuk és megkeressük  $P_1$ -nek mindkét csoportra vonatkozó polárisát  $p_k$ -t és  $p_{n-k}$ -t, akkor ekkép nyert  $\binom{n}{k}$  számú  $(p_k, p_{n-k})$  egyenespárok ismét egy centrális collineációban megfelelők, melynek centruma  $P_1$ , tengelye a keresett  $p$  poláris és karakterisztikája:

$$(p_k p_{n-k} p P_1) = -\frac{n-k}{k}.^1$$

A bizonyítást (13)-ból leghamarabb kaphatjuk. Feltehetjük, hogy a két csoport mindjárt  $g_1 \dots g_k; g_{k+1} \dots g_n$ , akkor (13) első  $k$  tagja már  $p_k$ , a többi tagja a  $p_{n-k}$  polárist adja, azaz

$$p \equiv p_k + p_{n-k}, \quad (16)$$

tehát  $p$  átmege a  $(p_k p_{n-k})$  metszésponton. Másrészt a  $p_k + \lambda p_{n-k} = 0$  sugársornak  $P_1$ -n átmenő egyenesére nézve  $\lambda_1 = -\frac{(p_k)_1}{(p_{n-k})_1}$  és

<sup>1</sup> Páros  $n$  esetében a feles csoportokra nézve a karakterisztika  $-1$ , tehát a hozzájuk tartozó kollineáció involúció.



$p_k, p_{n-k}$  részletes alakja szerint  $(p_k)_1 = k, (p_{n-k})_1 = n-k$ , azért ez egyenes egyenlete

$$p_k - \frac{k}{n-k} p_{n-k} = 0;$$

ezt (16)-tal egybevetve valóban:

$$(p_k p_{n-k} p P_1) = - \frac{n-k}{k}. \quad \text{Qu. e. d.}$$

Bebizonyítjuk még, hogy a poláris-szerkesztésnél az adott egyenes közül bármely  $k$  egyenes helyettesíthető a rájuk vonatkozó polárisal, ha ezt  $k$ -szoros egyenesnek vesszük, azaz

*XIII. tétel.* Ha  $g_1, \dots, g_k$  egyenesek polárisa  $p_k$ , akkor a  $g_1, \dots, g_n$ -re vonatkozó poláris azonos a  $k$ -szorosán számított  $p_k$  és  $g_{k+1}, \dots, g_n$  egyenesekre vonatkozó polárisal.

Ugyanis

$$p_k \equiv \frac{g_1}{g_{11}} + \frac{g_2}{g_{21}} + \dots + \frac{g_k}{g_{k1}} = 0; \quad (17)$$

másrészt a  $k$ -szoros  $p_k$  és  $g_{k+1}, \dots, g_n$ -re vonatkozó poláris:

$$k \cdot \frac{p_k}{(p_k)_1} + \frac{g_{k+1}}{g_{k+1,1}} + \dots + \frac{g_n}{g_{n1}} = 0, \quad (18)$$

de  $(p_k)_1 = \frac{g_{11}}{g_{11}} + \dots + \frac{g_{k1}}{g_{k1}} = k$  s így (17)-et és (18)-at figyelembe véve (17) átmegegyezik (18)-al. Qu. e. d.

Ami pedig a statikai szerkesztéseket illeti, azok itt is használhatók, különösen az *1. módszer*, mert itt a  $H_{ik}$  egyenesek, mint  $P_1$ -nek  $g_i$  és  $g_k$ -ra vonatkozó negyedik harmonikusai, azonnal előállíthatók.

E módszer dualizálásával érdekes következtetést vonhatunk a végtelen távoli egyenesnek a  $P_1 P_2 \dots P_n$  pontok alkotta  $n$ -szögre vonatkozó pólusára; ekkor ugyanis a  $H_{ik}$  pont a  $(P_i P_k)$  távolság felezési pontja, s így a  $P_i$ -ben és  $P_k$ -ban koncentrált tömegek egyenlők. Tehát

*XIV. A végtelen távoli egyenesnek egy  $n$ -szögre vonatkozó*

pólusa a csúcspontokban koncentrált egyenlő tömegek középpontjába esik.

A II. statikai módszer, bár  $G_{i1} \equiv G_{i2} \equiv \dots \equiv G_{i, n-1}$ , rendszeren használható, de arra kell ügyelni, hogy a  $G_{i1}$ -n kiadódó erő  $(n-1)$ -szer veendő az eredő szerkesztésénél.

E megjegyzést viszont az előző tételre alkalmazva, ha az  $n$ -szög egy csúcsa  $m$ -szeres csúcspont, nyerjük, hogy ez esetben az illető pontban az egyenlő tömeg  $m$ -szer koncentrálandó, érvényes tehát a következő általános tétel:

XV. tétel. Ha  $P_1, P_2, \dots, P_k$  pontok multiplicitása rendre:  $m_1, m_2, \dots, m_k$ , akkor az általuk alkotott  $(m_1 + m_2 + \dots + m_k)$ -szögre nézve a végtelen távoli egyenes pólusa az alott pontokban koncentrált  $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_k$  tömegek középpontjába esik.

E tételt analitikai úton (13) duális képletéből nyerjük, mely esetünkben eképp írható:

$$m_1 \cdot \frac{g_{11}}{g_{11}} + m_2 \cdot \frac{g_{12}}{g_{12}} + \dots + m_k \cdot \frac{g_{1k}}{g_{1k}} = 0, \quad (19)$$

ahol a  $P_i$  pont egyenlete:

$$g_{ri} = u_r x_i + v_r y_i + w_r z_i = 0 \quad \text{és} \quad g_1 \equiv u_1 x + v_1 y + w_1 z = 0$$

a végtelen távoli  $g_1$  egyenes egyenlete.

Áttérve DESCARTES-koordinátákra:

$$\frac{x_i}{z_i} = \xi_i, \quad \frac{y_i}{z_i} = \eta_i; \quad u_1 = v_1 = 0, \quad w_1 = 1 \quad \text{és} \quad w_r = 1,$$

mivel most  $g_{1i} = z_i$ , a pólus egyenlete (19)-ből

$$\sum_{i=1}^k m_i \cdot \frac{u_r x_i + v_r y_i + z_i}{z_i} \equiv u_r \sum m_i \xi_i + v_r \sum m_i \eta_i + \sum m_i = 0,$$

tehát a pólus koordinátái:

$$\xi_0 = \frac{\sum m_i \xi_i}{\sum m_i}, \quad \eta_0 = \frac{\sum m_i \eta_i}{\sum m_i},$$

melyekben valóban a tömeg-középpont koordinátáira ismerünk.

## 8. Befejezés.

Ezekben foglaltam össze vizsgálataim egy részét; külön meg kell azonban említenem, hogy (3)-nak bármely oszlop szerinti, valamint kombinatorius kifejtése újabb konstruktív módszerekhez vezet, ezeket, továbbá az  $n$ -oldal oldalainak változtatása folytán a változott oldalak és a poláris közti projektív rokonságokat, valamint a (4) egyenletben feltüntetett kapcsolatú úgynevezett *harmonikus fekvésű  $n$ -oldalra és  $n$ -szögre* vonatkozó érdekes tételeket — e dolgozat terjedelmére való tekintettel — más alkalommal közlöm.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 dec. 14.-én tartott üléséből.)

# ÜBER DIE POLAREN VON $n-1$ PUNKTEN IN BEZUG AUF EIN $n$ -SEIT.

Von HILDEGARDUS SZMODICS.

In der vorstehenden Note wird mittels eines algebraischen Gebildes, das der Verfasser *Quasi-Determinante* nennt, eine neue Darstellung der im Titel genannten Polaren mitgeteilt, die zur projektiven und statischen Konstruktion dieser Polaren angewendet wird.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, den 14. Dezember 1925.)

## A HARRESS-SAGNAC-FÉLE KÍSÉRLET MEGISMÉTLÉSÉRŐL.

(Előzetes jelentés.)

POGÁNY BÉLA 1. tagtól.

F. HARRESS 1909—1911-ben vizsgálatokat végzett arra vonatkozólag, hogy egy forgó üvegtestben a fény hogyan, közelebbről milyen sebességgel terjed? Ez a kísérlet a mozgó közegek optikájára vonatkozó kísérleteknek abba a csoportjába tartozik, mint az ösmert FIZEAU- és a ZEEMAN-SNETHLAGH-féle kísérlet. Ezekről annyiban különbözik, hogy a közeg tranzlációs mozgásának helyébe forgás, vagyis gyorsuló mozgás lép. A kísérlet elmélete ezáltal szigorúan véve kilép a speciális relativitáselmélet köréből. Azonban W. WIEN egyszerű megfontolással kimutatta, hogy az általános relativitáselmélet értelmében e kísérletnél fellépő gyorsulásoknak az eredményre befolyásuk nem lehet. Az eszközben fellépő centrifugális gyorsulások ugyanis legfeljebb kerek-számban 1000-szeresei a Földnehézségi gyorsulásnak. A tapasztalat szerint azonban az oly égi testeken, melyeken a nehézségi gyorsulás ily nagyságrendű, ezek a nehézségi gyorsulások az ott folyó optikai jelenségekre nem fejtenek ki oly befolyást, mely a HARRESS-kísérletben elérhető pontosságnál számba jöhetne. Mint-hogy az általános relativitás-elmélet ekvivalencia-elve alapján a tehetetlenségi erők felfoghatók mint gravitációs erők, a HARRESS-kísérletben fellépő centrifugális gyorsulások sem lesznek a jelenségre befolyással. Az általános relativitás-elmélet tehát arra utal, hogy e kísérletben a gyorsulások befolyása elhanyagolható.

A SAGNAC-féle kísérlet teljesen analog a HARRESS-féle kísérlethez azzal a különbséggel, hogy SAGNAC kísérletében a fény

levegőben (vakuumban) terjed és egy forgó tükörsokszög által lesz körbe reflektálva.

Kísérlete elméletének kifejtésébe HARRESSnél<sup>1</sup> hiba csuszott, melyet HARZER<sup>2</sup> korrigált és HARRESS mérési eredményeit ezen az alapon újra diszkutálta. Az elmélet néhány pontját végleg A. EINSTEIN<sup>3</sup> tisztázta. Ezután O. KNOPF<sup>4</sup> összefoglalóan ösmer-tette HARRESS vizsgálatait és HARZER számításait, M. von LAUE<sup>5</sup> pedig, ki a SAGNAC-féle kísérlet elméletét még annak megejtése előtt kifejtette, EINSTEIN nyomán a FIZEAU- és a ZEEMAN-féle kísér-letekkel egybevetve tárgyalta a HARRESS-SAGNAC kísérlet elméletét.

Ez elmélet eredménye egy egyszerű formulával kifejezhető. Egy a Földdel mereven összekötött koordináta-rendszerben nyugvó, zárt polygon kerületén szaladjon körül két kohärens (közös ere-detű) fénynyaláb közül az egyik az egyik irányban, a másik az ellentett irányban. Miután mindegyik nyaláb a polygont egyszer körülfutotta, interferáltatjuk őket. Az interferencia-csikoknak így előálló helyzetét tekintsük zérus-helyzetnek. Ha most a polygon egy általa körülfogott tengely körül  $\omega$  szögsebességgel forog és a polygonnak a forgás síkjára való vetületének területe  $F$ , akkor a forgás közben létesülő interferencia-csikok a zérus-helyzethez képest eltolódnak a csikszélességben mért

$$\Delta = \frac{4 \omega F}{\lambda c}$$

darabbal, hol  $c$  a fény sebessége a vakuumban,  $\lambda$  a fény hullám-hosszúsága a vakuumban. E formulán figyelemre méltó az, hogy benne a közeg anyagi minőségét jellemző törésmutató egyáltalán nem szerepel. Az effektus tehát a kísérlet HARRESS-féle el-rendezésében ugyanakkora, mint a SAGNAC-félében.

HARRESS készülékével percenként legfeljebb 750 fordulatot lehetett elérni, mely szögsebesség mellett körülbelül  $\Delta = 0.2$  volt, tehát egy jobbra és balra forgatás alkalmával körülbelül

<sup>1</sup> F. HARRESS: Inaug. Diss. Jena. 1911.

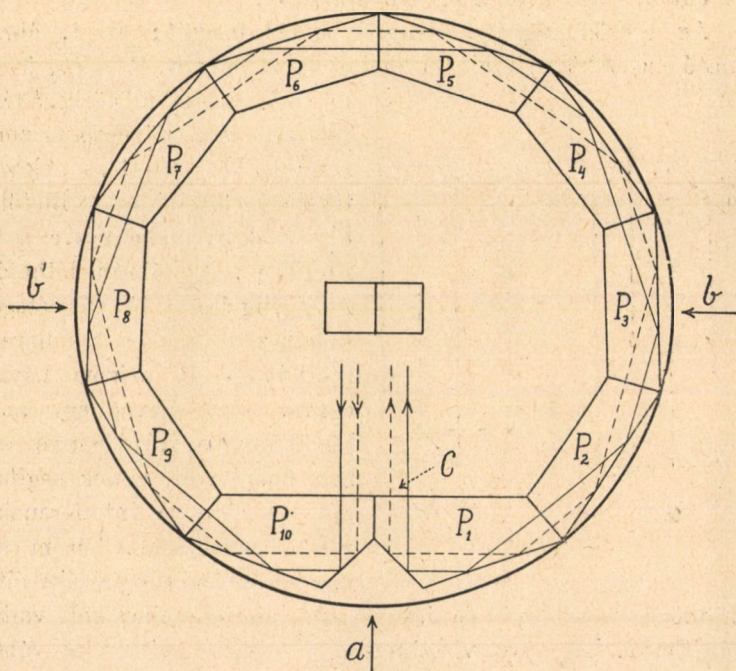
<sup>2</sup> P. HARZER: Astronomische Nachr. 198. k. 1914. p. 377. és 199. k. 1914.

<sup>3</sup> A. EINSTEIN: Astronomische Nachr. 199. k. 1914. p. 9. és 47.

<sup>4</sup> O. KNOPF: Ann. d. Phys. 72. 1920. p. 389.

<sup>5</sup> M. von LAUE: Ann. d. Phys. 62. 1920. p. 448.

$2 \Delta = 0.4$  volt. SAGNAC percenként max. 120 fordulattal mért, nála körülbelül  $\Delta = 0.07$  volt. SAGNAC mérési pontosságáról nehéz képet alkotni, mert mindössze négy mérése eredményét közli. HARRESS egyes mérései között  $\Delta$ -ra vonatkozólag 10—18%-os eltérések is vannak. Úgy KNOPF mint von LAUE említett cikkeikben arra a következtetésre jutnak, hogy kívánatos volna a HARRESS-féle méréseknek minél pontosabb megismétlése. M. von LAUE



1. ábra.

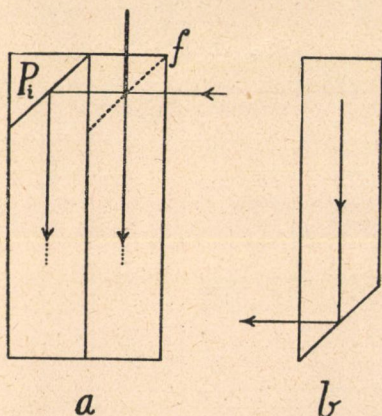
és M. WIEN ezért 1922 áprilisában beadvánnyal fordultak a Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschafthoz, melyben kérték, hogy e vizsgálat megismétlését a Notgemeinschaft tegye lehetővé. Közbenjárásukra a jeni C. ZEISS-cég, mely az első HARRESS-készüléket is építette, elvállalta az új vizsgálat költségeit, illetőleg a szükséges készülék megépítését. A vizsgálat megejtésével csekély személyemet bizták meg. E helyütt is köszönetet kell mondanom a magyar királyi közoktatásügyi kormánynak, hogy e megbízatás



elvállalását számomra lehetővé tette. A vizsgálatok technikai okokból a jenai ZEISS-gyárban folytak. Az a két esztendő, melyet e gyárban töltöttem, az ott nyújtott munkaalkalom, melynek anyagi eszközei szinte korlátlanok voltak, mindig legszebb emlékeim közé fog tartozni.

Hogy kidomboríthassam a szempontokat, melyek szerint a HARRESS-készüléket tökéletesíteni igyekeztem, néhány szóval meg kell emlékeznem annak eredeti alakjáról.

Az eszköz függélyes tengely körül forgott; az 1. ábrán látható az eszköz vízszintes metszete. A fény a  $P_1 - P_{10}$  üveg-



2. ábra.

prizmákban szaladt körbe. A fény bevezetését a középső prizma-rendszer közvetítette, ennek vertikális metszetei az  $a$  illetve  $b'$  nyílak irányába nézve a  $2a$  illetve a  $2b$  ábrán láthatók. Az  $f$  félig áteresztő ezüstrétegen keletkezett a két kohärens nyaláb. A  $P_i$  prizma három csavar segítségével egy pont körül minden irányban kevésbé forgatható volt, ennek segítségével történt az interferenciák pontos beállítás. A három csavar különböző meghúzása által

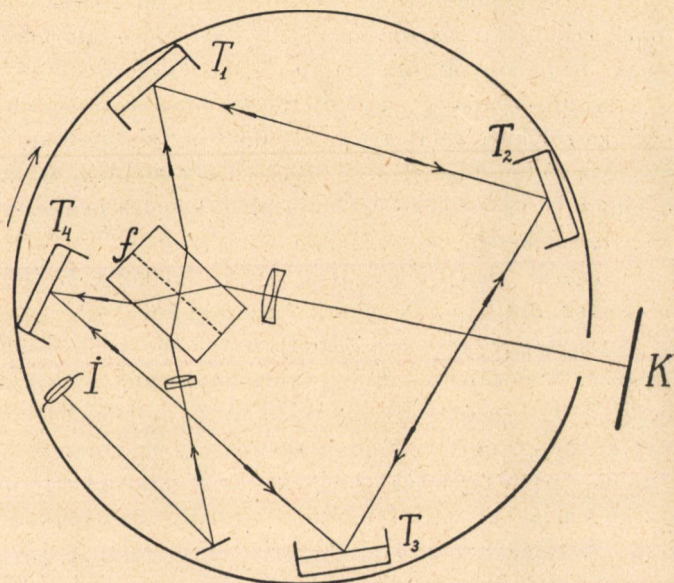
különböző szélességű és irányítású interferenciacsíkok voltak előállíthatók. A fény vízszintesen a  $b$  és  $b'$  nyílak irányában hatolt az eszközbe és a prizmakoszorún ellenkező irányokban körülfutva a  $2a$ . ábrán vastagon kihuzott nyíl irányában, a forgási tengely mentén távozott az eszközből és haladt tovább a nyugalomban levő fényképező kamarába. Mint említettem, HARRESS e készülékével percnként 750 körfordulás volt létesíthető, nagyobb fordulatszámnál HARRESS adatai szerint az interferenciák elmosódtak.

Az eszköz nyílása  $1/4^\circ$  volt. Egy körforgás alatt a fény csak két meghatározott azimutban ( $b, b'$ ) léphetett az eszközbe. Ha tehát a forgásidőt  $T$ -vel jelölöm, akkor egy körforgás alatt



mindössze  $\frac{T}{720}$  másodperc folyamán került fény az eszközbe. Az interferencia-jelenség ennek következtében annyira fényszegény volt, hogy HARRESS kénytelen volt ivlámpával dolgozni, melynek fényét színes üvegekkel szűrte meg; monochromás fényforrásokat nem használhatott.

Ezzel kapcsolatban vessünk egy pillantást SAGNAC eszközére is. SAGNAC készülékében a fényforrás, egy kicsiny  $I$  izzólámpa



3. ábra.

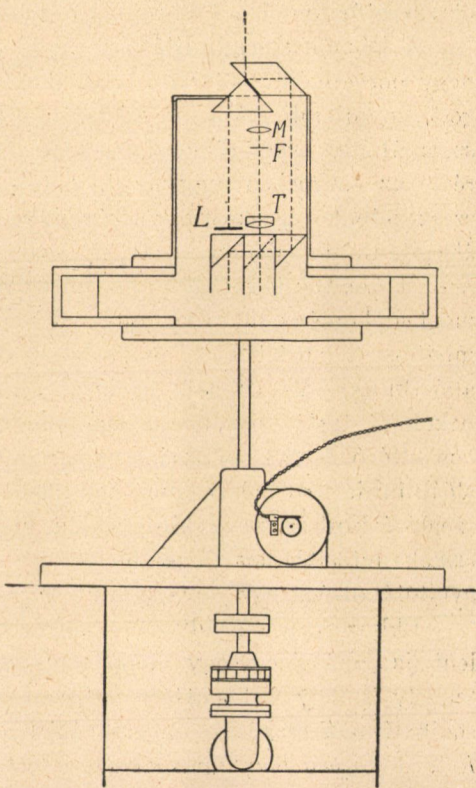
(3. ábra), valamint a  $K$  fényképező kamara is az interferometerrel együtt forgott. Ez utóbbi az  $f$  félig áteresztő rétegből és a  $T_1 - T_2$  tükrökből állott. —

A HARRESS-kísérlet megismétlésekor arra kellett törekedni, hogy az interferometer ugyanakkora «területe» mellett a készülék percenként legalább is 1600 fordulatot végezzen avégből, hogy  $\Delta$  értéke az 1-et megközelítse. Ki kellett tehát puhatólni és megszüntetni azt az okot, melynek következtében percenként 750 fordulatnál az interferenciák eltűntek. Felmerült az a két javas-

lat, hogy 1) a rezgésnélküli forgás céljából a készülék 1600-nál jóval alacsonyabb kritikus fordulatszámú «repülő-tengely»-re szereltessék és 2) hogy a prizmák helyzetváltozásának megakadályozása céljából a reájuk működő centrifugális erők akként küszöböltessenek ki, hogy az eszköz egész belseje meg lesz töltve a prizmákkal azonos fajsúlyú folyadékkal, melyben azután a prizmák «lebegnek». Egy további gondolat, mely eszközeim első típusánál meg lett valósítva, abban állott, hogy tétessék lehetővé aránylag rövid expozíció-idők mellett is az interferenciák élessé tételének céljából a viszonylag kisebb erősségű, szigorúan monochromás fényforrások használata. Ily fényforrások — mint pl. a kvarc-Hg-lámpa — szerkezetüknél fogva nem építhetők be a forgó készülékbe, ezért azt az elrendezést választottam, hogy a fény a nyugvó fényforrásból a forgástengely mentén, tehát állandóan lépjen be az eszközbe, a fotografáló kamara pedig úgy, mint SAGNAC készülékében, a forgásban részt vegyen. Így keletkezett az eszköznek az első típusa, mely sematikusan a 4. ábrán látható. Ennek optikája HARRESS készüléke-étől csak az eszköz felső, toronyszerű részében elhelyezett fényképező kamarában különbözik. A pontozott úton párhuzamos fény lépett az eszközbe, a *T* TESSAR-objektív gyújtósíkjában keletkeztek az interferenciák és ugyanott volt elhelyezve egy üveglemez beléje karcolt finom egyenes jelekkel, melyeket az *M* mikroplanár objektív az interferenciákkal együtt leképezett az *L* fényképező lemezre. HARRESS készülékében a  $P_1 - P_{10}$  prizmák a fényt teljes visszaverődéssel verték vissza. Minthogy a prizmák most folyadékba merültek, a teljes visszaverődés elesett és a prizmák felületét be kellett ezüstözni. Az ezüstrétegek galvanoplasztikus rézbevonattal és kemény lakkal voltak megvédve. A folyadék megválasztásakor az üvegével azonos fajsúly mellett arra is kellett törekedni, hogy az a prizmák ezüstözését ne támadja meg. A prizmák fajsúlya körülbelül 3·2 volt. Az ily nagy fajsúlyú folyadékok, melyeket pl. mineralógusok közönségesen használnak különböző sűrűségű anyagok szétválasztására, tulajdonképen mind jódot vagy brómot tartalmaznak és így a prizmák ezüstözését rövidesen tönkreteszik. A kémikusok, kikhez ez ügyben fordultam, kadmium-borowolframátot ajánlottak, mint körülbelül egyetlen oly folyadékot,



mely egyrészt a kellő sűrűségű, másrészt sem az eszköz fémrészeit, sem az üveget, sem pedig a prizmak ezüstözését nem támadja meg és amellettl átlátszó. Mihelyt azonban az eszköz e folyadékkal meg lett töltve, rögtön kiderült annak használhatatlansága. A folyadék ugyanis az eszközből azonnal kezdett visszafolyni. Az eszköz SIEMENS-MARTIN acélból készült, de belsejében szükségképpen alumíniumrészek is voltak, melyek a folyadékkal és a SIEMENS-MARTIN acéllal együtt — úgy látzik — galvánelemet képezve, a fejlődő gázok a folyadékot az eszközből kinyomták. A folyadékot azért el kellett távolítani. Ekkor a prizmákat gummipofákkal a centrifugális erő irányában erősen odapréseltük az eszköz külső falához és a készüléket így vettem használatba. A körülbelül 80 kgr súlyú, korongalakú készülék egy 16 mm vastag tengelyre lett szerelve, mely körülbelül félméterrel nyúlt ki legfelsőbb befogása fölé. A készüléket hajtó turbina



4. ábra.

a tengely alsó végére volt szerelve (4. ábra). Két turbina épült, egy balra és egy jobbra forgató, melyek aránylag könnyen ki voltak cserélhetők. Az egész készülék egy négy tonna súlyú betonkockába volt beépítve. Laboratóriumom a ZEISS-gyár egy 13 emelet magas épületének szuterénjében volt, ennek háztetőjén volt a víztartály, melyből 4·5 atmoszféra állandó nyomáson kaptam a vizet a turbina hajtására. A forgássebesség mérése úgy történt, hogy egy

a tengelyre szerelt kicsiny készülék minden 100-dik körfordulás után automatikusan zárt egy kontaktust. Egy kronográf szalagján egymás mellett regisztráltam egyrészt ezeket a jeleket, másrészt a ZEISS-gyár asztronómiai obszervatóriumának csillagidő-órájáról nyert másodperc-jeleket. Ez utóbbiak céljára az obszervatóriumtól a laboratóriumig telegráf vezetéket vontak.

A készülék megindításakor újabb csalódás ért. Igaz ugyan, hogy percenkénti 1600 fordulathoz az eszköz kifogástalanul forgott, de mielőtt ezt a fordulatszámot elérte, a kritikus fordulatszámnál oly heves rázkodtatásokba jött, hogy a prizmák nagy része az eszközben megrepedt, illetőleg eltört. Ekkor különböző szerkezetekkel igyekeztünk a készüléket a kritikus fordulatszámra átsegíteni, de minden eredmény nélkül. Ezután az üvegprizmák helyett acéltükrökkel akartam próbát tenni. A KRUPP-féle rozsdamentes, kemény tükörcélfajtákból az esseni francia megszállás miatt nem lehetett kellő mennyiséget beszerezni. A rendelkezésre álló SIEMENS-MARTIN-acél pedig a célnak nem felelt meg. Hónapokon át tartó csiszolással sem lehetett a körtől nagy mértékben eltérő  $4 \times 12$  cm formátumban megfelelő kvalitású tükröket előállítani. Erre nézve meg kell jegyezni, hogy a nagy beesési szöveget tekintetbe véve, kifogástalan, éles és egyenes interferencia-csíkok létesítéséhez legalább is oly tükrök kellett, melyek gyújtótávolsága egy metszetben sem volt kisebb 1500 méternél.

Ekkor nem maradt más hátra, mint az eszközt fent is, lent is ellátni egy-egy merev tengellyel és úgy forgatni. A felső tengely a fény bebocsátása céljából át lett fúrva. Ezen a második típusú eszközön még további átalakítások is végeztek. A toronyszerű fényképező kamara helyett, a fényképező kamra fényűjtőt megfelelő prizmarendszerrel a felső tengely köré csavartam, miáltal az eszköz laposabb alakot nyert és könnyebben volt centrálható az egyirányú centrifugális erők kiküszöbölése céljából. Egy további átalakítás az interferometer pontos beállítására vonatkozott. Az interferenciák beállítása addig a  $P_1$  prizmával (2. ábra) történt, mely három állító csavarral volt rögzíthető. Ez a módja a rögzítésnek nem látszott elég biztosnak a centrifugális erőkkel szemben. Azért a  $P_1$  prizmát a középső prizma-rendszerrel egyszersmindenkorra változatlanul összeépítettem és az

interferenciák beállítására más berendezést iktattam be a fény útjába. Ez a berendezés két, körülbelül  $3^\circ$  törőszögű, köralakú, négy cm átmérőjű üvegekből állott, melyek (1. ábra) lettek a fény útjába állítva és úgy felszerelve, hogy a fénysugár körül mint tengely körül forgathatók és tetszésszerű helyzetben rögzíthetők voltak. Ezáltal tehát oly éket iktattam a sugármenetbe, melynek törőszöge 0-tól  $6^\circ$ -ig folytonosan változtatható volt és melynek maximális törőszögű metszete a sugár körül tetszésszerű azimutba volt forgatható. Ezek segítségével történt az interferenciacsíkok szélességének és irányának beállítása. A centrifugális erő e keskeny ékek lapjára mérőleges irányban hatván, a fénysugár körül semmiféle, ez ékekre működő forgatónyomaték nem lépett fel, mely az ékeket forgatni és így az interferenciákat befolyásolni igyekezett volna. A fényképező kamara falán kis kerek nyílást alkalmaztam, melyen keresztül egy a TESSAR és annak gyújtósíkja közé iktatott prizma segítségével a fényt, mely különben a fényképező lemezre esett, radiális irányban ki lehetett hozni az eszközből. Ha az interferenciacsíkok a forgás síkjával párhuzamosan lettek beállítva, akkor e nyíláson keresztül egy a TESSAR gyújtósíkjára beállított távcsővel az interferenciacsíkok az eszköz forgatása közben is észlelhetők voltak. E nyíláson keresztül növekvő forgássebességeknél vizuálisan észlelve az interferenciákat azok, körülbelül 650–700 percnkénti fordulatonál elmosódtak.

A vizuális megfigyelésnél forgás közben az interferenciák nyilván akkor is elmosódhatnak, ha valamelyik visszaverő prizmafelület elmozdulása folytán a vízszintes helyzetükből elfordulnak. Az eszközzel együtt forgó fényképező kamarával végzett felvételek tényleg azt mutatták, hogy az interferenciák a fenti sebességeknél vízszintes helyzetükből szinte függélyes helyzetbe fordultak, miközben a csíkok szélessége is növekedett. Azonban még nagyobb sebességeknél, körülbelül 800–850 percnkénti fordulatonál az interferenciák az eszközzel forgó fényképező lemezen is elmosódtak, azonban anélkül, hogy irányításuk vagy szélességük e közben nagyobb mértékben változott volna. Ez arra mutatott, hogy az interferenciák elmosódásának vagy eltűnésének oka nem kereshető abban, hogy valamely — egyébként sík —

reflektáló felület helyzetéből elmozdult. Mert, ha az interferenciákat így tüntetjük el, pl. a  $P$  prizma mozgatásával, akkor erre az a jellemző, hogy — a csikok irányításának változásától eltekintve — e közben a csikok szélessége folytonosan változva vagy zérus, vagy olyan nagy lesz, hogy a látótérben egyetlen csik sem jelentkezik. Hogy az interferenciáknak percenkénti 750 fordulattól 850 fordulatig bekövetkezett elmosódása folyamán a csikszélesség lényegesen nem változott, az arra mutatott, hogy a prizmák helyben maradtak, a reflektáló felületek irányítása nem változott.

Ezek, az elmosódó interferenciákról készült felvételek nagy mértékben hasonlítottak azokhoz az interferenciákhoz, melyeket megelőzőleg az acéltükrökkel ellátott nyugvó eszközben is észleltem. Ott a jelenség oka, mint az egyes acéltükrök megvizsgálásából kiderült, az volt, hogy az acéltükrök asztigmatikusok voltak, még pedig aránylag kicsiny, néhány száz méteres gyújtótávolságokkal. Kézenfekvő volt tehát a feltevés, hogy e nagyobb forgássebességeknél az interferenciák azért tűnnek el, mert a centrifugális erők hatása alatt a prizmák elgörbülnek és felületeik ferde beesésnél asztigmatikusan verik vissza a fényt. Nyilvánvaló ugyanis, hogy bármily pontosan vannak is dolgozva azok a felületek, melyekhez a prizmák a gummipofákkal a centrifugális erő irányában hozzá lettek préselve, szigorúan véve a prizmák mégis csak három ponton érintkeztek e felületekkel és e pontokon nyugodva megfelelő megterhelésnél elgörbültek. A megterhelés szempontjából pedig megjegyzendő, hogy percenként 1000 fordulatonál a szögsebesség

$$\omega = 2\pi \frac{1000}{60} = 104 \frac{1}{\text{sec}},$$

tehát az eszköz kerületén, hol körülbelül  $r = 30$  cm, a centrifugális gyorsulás

$$r\omega^2 = 324000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

tehát kereken 330-szor akkora, mint a nehézségi gyorsulás. Egy  $4 \times 4$  cm keresztmetszetű és körülbelül 12 cm hosszú, 660 gramm súlyú prizmára tehát annak súlypontjában, a centrifugális erő irányában kereken 200 kgr megterhelés működött.

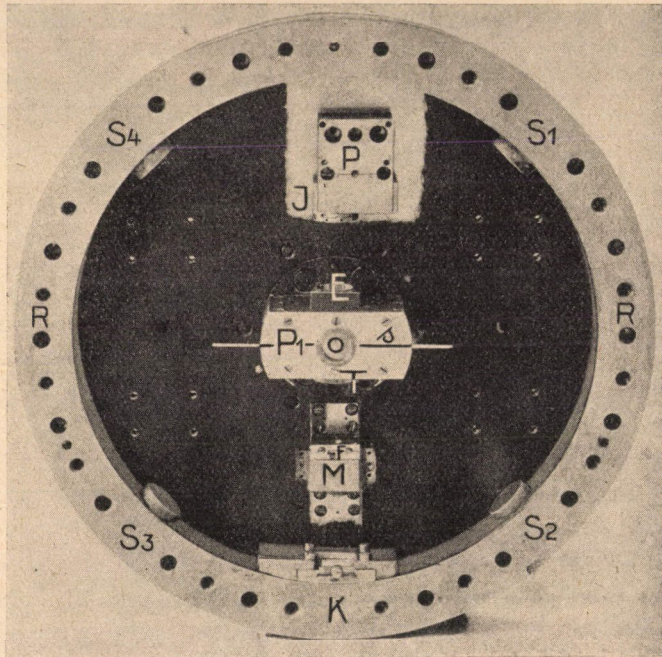
A prizmak átgörbülésének megakadályozása céljából a prizmak és felfekvési felületeik között ki kellett tölteni egy csekély kompresszibilitású ragasztó szerrel (kittel), mely tehát nagy nyomási terheléseket bír ki. A ZEISS-gyár egy kittszakértője erre a célra egy lényegében glicerin és Bleiglätte keverékéből álló kitt alkalmazását javasolta, mely néhány óra alatt teljesen merevedik. E kittet vékony rétegben a prizmak hátára kenték és úgy préselték őket a gummipofákkal az eszköz külső falához. E kitt a hozzáfűzött reményeket teljes mértékben beváltotta. Alkalmazása után percenkint 2000 fordulat mellett is kifogástalan éles interferenciákat fotografáltam és ezzel igazolva volt az a feltevés is, hogy az interferenciák eltűnésének oka a prizmak átgörbülése volt.

Mindazonáltal az ezzel az eszközzel készült felvételek pontosságára még nem volt kielégítő.

Ezért egy harmadik új eszköz építését javasoltam, melynek építésekor figyelembe vettem az összes addigi tapasztalatokat. Ennek vízszintes metszete az 5. fényképen látható melynek felvétele alkalmával az eszköz fedőlapja el volt távolítva. Minthogy a bajok egyik főforrása az volt, hogy a centrifugális erők a reflektáló felületek elgörbítésére törekedtek, egyrészt a reflektáló felületeket a minimumra redukáltam, másrészt igyekeztem azokat mennél jobban rögzíteni. A fény a forgástengely mentén az  $O$  nyíláson keresztül lépett a középső  $P_1$  prizmarendszerbe. Ebben két kohärens nyalábra oszlott; a két kohärens nyaláb egy sugár irányában kilépve a  $P$  prizmára esett, mely az egyik nyalábot jobbra az  $S_1$  tükörrre, a másikat balra az  $S_4$  tükörrre verte vissza. A terület, melyet a fény az interferometerben körülfutott, 353 mm oldalú négyzet, melynek sarkaiban az  $S_1 \dots S_4$  tükrök  $45^\circ$  alatt verték vissza a fényt. A két kohärens nyaláb a négyzetet körülfutva ismét  $P_1$ -be kerül, a félig áteresztő ezüst-rétegen egyesül és interferál. Az interferenciák a  $T$  TESSAR-objektív  $F$  gyújtósíkjában keletkeznek. Ezeket az  $M$  mikroplanár-objektív, melynek gyújtó távolsága 8 mm, egy fonálkeresztrel együtt leképezi a  $K$  kamara fényképező lemezére.  $J$ -nél látható az interferenciák beállítására szolgáló kettős ék. Az üveghől készült tükrök alakja öt cm átmérőjű kör volt, vastagságuk 14 mm. Hátukon egy csap volt rájuk köszörülve, mely a gyűrűbe vajt



üregbe illett. A csaptól eltekintve a tükrök háta gömbfelület volt 26 cm sugárral. Ugyanily sugarú gömbfelületté lett kiesztergályozva az  $5 \times 6$  cm négyyszög keresztmetszetű, masszív, SIEMENS-MARTIN-acélból készült  $RR$  gyűrű belső felülete is. A megfelelő négy ponton a tükrök csappjai számára az  $RR$  gyűrűbe négy üreget fúrtak. A csapokat ezekbe az üregekbe illesztve, a tükrök



5. ábra.

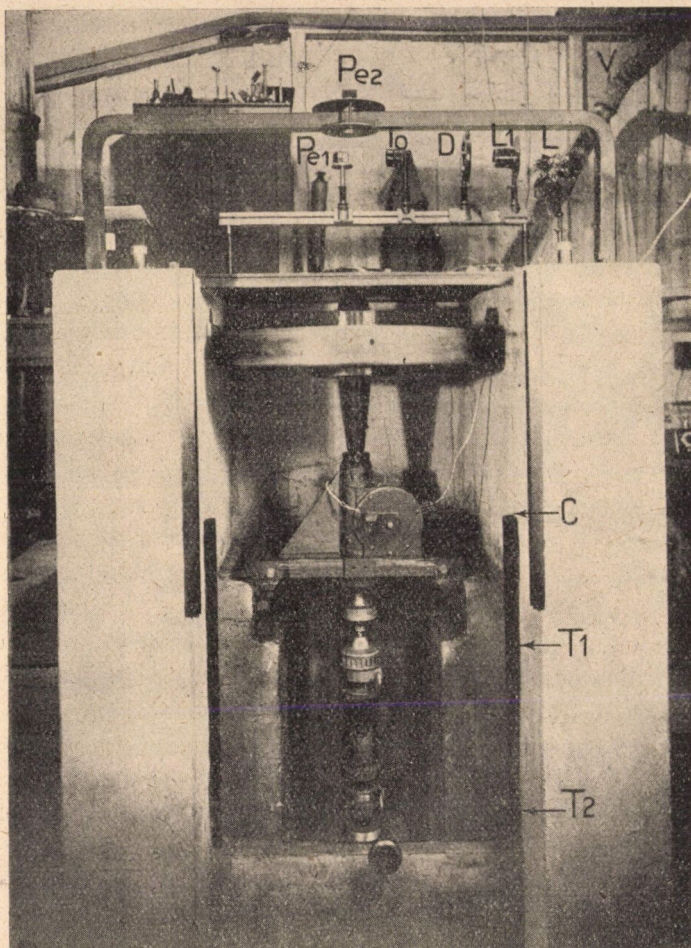
háta teljesen hozzá simult az  $RR$  gyűrű belső felületéhez. E gondos előkészítés után a tükrök hátát és a csapot vékony cementréteggel bekenve, a tükrök be lett illesztve és egy speciális, e célra készült jusztírozó berendezéssel a cement nedves állapotában beállítva. A tükrök ezután felületi ezüstözést nyertek. Az interferometer egyik része, nevezetesen a tükrök, tehát az  $RR$  gyűrűn volt megerősítve, a másik része pedig az eszköz alap-, illetőleg fedőlapján. Az alap- és fedőlapot azért olymódon kellett



a gyűrűhöz rögzíteni, hogy a legesekélyebb viszonylagos elmozdulás is ki legyen zárva. E véghől az eszköz alap- és fedőlapja, melyeken a tengelyek meg voltak erősítve, 18 pár becsiszolt és csavarokkal megfeszíthető kónusszal volt az említett  $RR$  gyűrűhöz képest rögzítve. A kónuszok beillesztése után további 18 pár hatalmas csavar szolgált ugyanerre a célra. A kónuszok és a csavarok helyei az  $RR$ -gyűrűn az 5. ábrán jól láthatók. Az ily módon elért rögzítés oly tökéletes volt, hogy ha az eszköz pontos beállítása után az eszközt szétszedtem és újból összeillesztettem, az interferenciák rögtön, minden további pontosabb beállítás nélkül megjelentek. Rendkívül sok kínlórással járt a  $P$  prizma foglalatának rögzítése a reá működő, 1500 fordulatnál körülbelül 500 kgr-nyi centrifugális erővel szemben. E prizmafoglalat ugyanis nem támaszkodik az  $RR$  gyűrűre, azt tehát az alap- és fedőlaphoz kellett erősíteni. Egy hónapig tartó kísérletezés után végre a következő eljárás vezetett célhoz. Az alap- és fedőlapot a prizma helyén egy speciális munkás kézzel teljesen síkra simította (tusirozta). Ennek nyoma a fénylő fehér négyszögben az 5. ábrán jól látható. Ezután a prizmafoglalat alaplapját hozzátusirozta az eszköz alaplapjához. A prizmát most kellő helyzetbe juszitiroztam és ott három súlyesztett csavarral megerősítettem. Ekkor kézi fúróval a prizmafoglalatot és alaplapot három ponton átfúrták és a foglalatot az alaplaphoz három, a lyukakba pontosan illő és bekalapált acélpecekkel juszitirozott helyzetében rögzítették. Ekkor az eszközt összeillesztettem és az interferenciákon ellenőriztem, hogy a prizmafoglalat nem mozdult helyből. Ezután ugyancsak az előbbi gyakorlott munkás, nehogy nagy forgatónyomatékot fejtsen ki és a prizmát helyéből elmozdítsa, ismét kézzel alulról és felülről az alap- és fedőlapon keresztül két-két kónuszt fúrt a prizma foglalatába benyúlóan. E munka érthetően több napig tartott. Egy alsó és egy felső kónusz azután ugyanúgy, mint az eszköz szélén, az  $RR$  gyűrűben, csavarokkal lett a konikus nyílásba szorítva.

A mérésre készen összeállított eszköz a 6. ábrán látható.  $L$  a HERAFUS-féle kvarc-Hg-lámpa, melynek fényét a  $L_1$  lencse a  $D$  diafragmára koncentrálna; ez utóbbinek átmérője 0.5 mm volt. A  $D$  diafragmán volt megerősítve egy körülbelül egy cm

vastag didym üvegből és vékony zöld üvegből álló fényszűrő, mely a Hg-ívfénynek csak  $\lambda = 546 \mu\mu$  hullámhosszúságú zöld vonalát engedte át. A  $T_0$  TESSAR-objektív által párhuzamossá



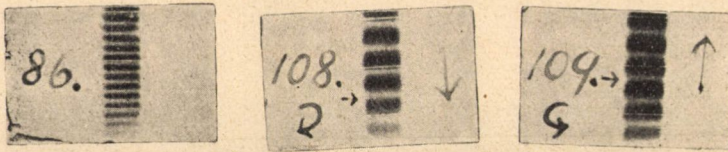
6. ábra.

tett fényt a  $Pe_1$  pentaprizma az eszköz tengelyéhez küldte, a tengelyben elhelyezett  $Pe_2$  pentaprizma pedig a tengely mentén az eszközbe vetítette.  $C$  a fordulatszámoló, melytől kábel vezet a



kronográfhoz.  $T_1$  az egyik,  $T_2$  az ellenkező irányba forgató turbina.  $V$  a turbinák hajtására szolgáló vízvezeték csöve.

Ezzel az eszközzel az 1925. év nyarán készítettem felvételeket. Ilyenek a 7. ábrán láthatók eredeti másolatban. A nagyobb csíkszélességű 108. és 109. felvétel közül az egyik a jobbra, a másik a balra forgató turbínával készült körülbelül 1200 percenkénti fordulatonál. A 86. felvétel fordulatszáma percenként 1500. A 108. és 109. felvételeken a berajzolt függélyes



7. ábra.

nyilak jelzik az interferenciacsíkok eltolódásának irányát. A baloldali rövid vízszintes nyilak tehát mindkét felvételen ugyanarra az interferenciacsíkra mutatnak. A 8. ábrán látható egy felvétel, mely 2000 percenkénti fordulatonál készült.

A lemérendő mennyiség, a csíkszélességben mért eltolódás nyilván nagyobb, ha a csíkszélesség nagyobb. A mérés tehát szélesebb csíku interferenciák alkalmazásakor pontosabb lesz, ha sikerül a széles csíkok helyzetét a fonálkereszthez képest ugyanoly

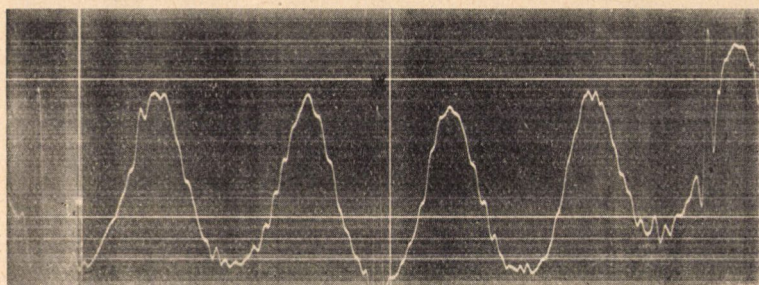


8. ábra.

pontossággal meghatározni, mint aminő pontossággal a keskenyebb csíkok helyzete meghatározható. Ez természetesen komparátorral való közvetlen kiméréssel nem érhető el. De meg van rá a mód, ha az interferenciacsíkok feketedési görbéit mikrofotometerrel regisztráljuk és a mérést ezeken eszközöljük. Egy ily feketedési görbe egy Zeissék által épített mikrofotometerrel regisztrálva a 9. ábrán látható. A mikrofotometer áttétele körülbelül 10-szeres. A fonálkereszt helyét a \*-gal jelölt keskeny hullám mutatja. Az interferenciáknak megfelelő hullámok, sajnos, nem simák, hanem fodrozottak és ez az oka, hogy a széles csíku felvételek



nem adtak pontosabb eredményeket, mint a keskeny csikú felvételek, sőt pontosságuk azokénál csekélyebb, mert a fodrok miatt a görbék maximumainak helyei nem voltak kellő pontossággal megállapíthatók. A feketedési görbe fodrozottságának oka, hogy az eszköz forgása közben az eszközben lévő levegőből porszemek centrifugálódtak arra az üveglemezre, melyre a fonálkereszt be volt karcolva. A mikroplanár azután ezeket épügy, mint a fonálkeresztet, leképezte a fényképező lemezre, mely a porszem képe helyén épügy átlátszó maradt, mint a fonálkereszt képe helyén. Ha regisztrálás közben egy porszem képe kerül a regisztráló fotometer rése elé, a fotoelektromos cellára eső fény mennyi-



9. ábra.

sége azonnal megnövekedik és így keletkeznek a feketedési görbének lokális maximumai, fodrai. Ez azáltal kerülhető el, ha fonálkereszt gyanánt üvegbe karcolt jel helyett pókfonalat használunk. A pókfonál — mindössze egy mm hosszú darabról van szó — a centrifugális erőnek ellenáll, erről már kísérlettel is meggyőződtem. Ha a pókfonál a centrifugális erőnek irányában kicsit meg is görbülne, az sem volna baj, mert a pókfonalat leképező fény is a centrifugális erő irányában halad és így a pókfonál képe a lemez ugyanarra a helyére kerülne. A széles csikú felvételeket ezért pókfonállal 1926 nyarán meg fogom ismételni.

A felvételek alkalmával a fonálkereszt szerepét játszó, üvegre karcolt egyenes vonalak, valamint az interferenciák is vízszintesek voltak. A lemezre minden felvétel alkalmával a csikrendszernek egy függélyes résalakú diafragmával kivágott ugyanaz a

része került. Közben e függélyes résdiafragma nélkül az egész látótérben is végeztem felvételeket úgy nyugalomban, mint forgás közben és ekkor azt tapasztaltam, hogy az egész interferencia-rendszer a látótérben forgás közben a csíkok mentén, tehát vízszintesen egy kevéssé eltolódik. Ez elvileg nem lett volna baj, mert ez nyilván arra mutatott, hogy a centrifugális erő az interferometer egy részét kissé megmozdítja. A centrifugális erő azonban mindkét irányú forgásnál ugyanoly irányban hat, a töle származó eltolódás tehát, ha lett is volna a fonálkeresztre merőleges összetevője, a mérési eredményből, mely a két ellenkező irányú forgásnál létesülő eltolódások különbsége, kiesik. Mindazonáltal fontosnak tartottam az interferometernek minden részében való merevítését. Mivel a tükrökre és a  $P$  prizmára többé nem gyanakodtam, a gyanú a  $P_1$  középső prizmarendszerre esett (5. ábra). Ez az  $s$  síkra és a  $ra$  merőleges síkra teljesen szimmetrikusan volt építve azzal az egyetlen eltéréssel, hogy a kamara felőli oldalán  $ra$  volt erősítve a  $T$  TESSAR-objektív. Mivel azonban ez a forgástengelytől alig néhány centiméterre volt, addig nem volt ellensúlyozva. Most vele szemben a forgástengely túlsó oldalán megerősítettem az  $L$  ellensúlyt. Ez segített a bajon, az említett eltolódás megszűnt. Ez a 81. felvétel után történt.

A következőkben közlöm az ez után készült felvételeim eredményeit. A keskeny csíkú 82–98. felvételek kimérése közvetlenül komparátorral, a széles csíkú 117–128. felvételek kimérése a feketedési görbe alapján HANSEN módszere szerint történt.

A komparátorral való kimérésnél minden csíkra és a csíkokkal párhuzamos fonálkeresztre tizszer lett beállítva. Ily módon nyertem a  $k$ -edik csíknak a fonálkeresztre vonatkoztatott  $x_k$  helyzetét. Bevezetve a tetszésszerinti  $O$ -edik csíknak  $x_0$  helyzetét és a csíkok  $b$  szélességét, egy sereg:

$$x_k = x_0 + k \cdot b$$

alakú egyenletet nyerünk, melyben  $x_0$  és  $b$  az ismeretlenek. A legkisebb négyzetek szerint megoldva nyerjük  $x_0$  és  $b$  értékét. Az eredmények az I. és II. táblázatban vannak összeállítva.

## I. Táblázat.

Lemez száma	$T$ sec.	$\bar{T}$ sec.	$b$ mm.	$\bar{b}$ mm.	$\alpha_0$	$\frac{x_{01}-x_{02}}{b}$	$\Delta$	$\Delta-\Delta_K$	
1925. szeptember 8.	82	0·04002	0·03994	1·304	1·306	-0·010	$\frac{1·198}{1·306} = 0·917$	0·916	-0·001
	83	0·03987		1·309		-1·208			
	84	0·03994	0·04001	1·316	1·310	-0·033	$\frac{1·189}{1·310} = 0·908$	0·908	-0·009
	85	0·04009		1·305		-1·222			
	85	0·04009	0·03990	1·305	1·309	-1·222	$\frac{1·198}{1·309} = 0·915$	0·913	-0·004
	86	0·03971		1·313		-0·024			
	86	0·03971	0·03969	1·313	1·312	-0·024	$\frac{1·192}{1·312} = 0·908$	0·901	-0·016
	87	0·03968		1·311		-1·216			
	87	0·03968	0·03989	1·311	1·316	-1·216	$\frac{1·199}{1·316} = 0·911$	0·908	-0·009
	88	0·04011		1·321		0·017			
	88	0·04011	0·04002	1·321	1·320	-0·017	$\frac{1·211}{1·320} = 0·917$	0·917	—
	89	0·03993		1·319		1·228			
	89	0·03993	0·04002	1·319	1·320	-1·228	$\frac{1·340}{1·302} = 0·939$	0·939	+0·022
	90	0·04011		1·322		+0·012			
	90	0·04011	0·04014	1·322	1·322	+0·012	$\frac{1·227}{1·322} = 0·928$	0·931	+0·014
	91	0·04017		1·323		-1·215			
	93	0·03986	0·03973	1·327	1·334	-1·183	$\frac{1·224}{1·334} = 0·917$	0·911	-0·006
	94	0·03961		1·341		+0·041			
95	0·03976	0·03998	1·268	1·274	-1·179	$\frac{1·192}{1·274} = 0·935$	0·935	+0·018	
96	0·04021		1·279		+0·013				
96	0·04021	0·03900	1·279	1·276	+0·013	$\frac{1·175}{1·276} = 0·921$	0·898	-0·019	
97	0·03780		1·273		1·162				
97	0·03780	0·03903	1·273	1·274	-1·162	$\frac{1·204}{1·274} = 0·945$	0·922	+0·005	
98	0·04026		1·275		+0·042				

$$\text{Közép} = 0·917 = \Delta_K$$

II. Táblázat.

Lemez száma	$T_{\text{sec.}}$	$\bar{T}_{\text{sec.}}$	$b$ mm.	$\bar{b}$ mm.	$\alpha_0$	$\frac{\alpha_{01} - \alpha_{02}}{b} = \Delta \bar{T}$	$\Delta$	$\Delta - \Delta_K$
117	0.03993	0.04003	28.245	28.369	-79.535	$\frac{26.193}{28.369} = 0.923$	0.924	—
	118		0.04013		28.494	-53.342		
118	0.04013	0.04006	28.494	28.520	-53.342	$\frac{26.541}{28.520} = 0.928$	0.929	+0.005
	119		0.03998		28.545	-79.883		
119	0.03998	0.04000	28.545	28.574	-79.883	$\frac{25.905}{28.574} = 0.907$	0.907	-0.017
	120		0.04002		28.603	-53.978		
122	0.04003	0.03999	28.083	28.008	-52.706	$\frac{25.393}{28.008} = 0.905$	0.905	-0.019
	123		0.93994		27.933	-78.099		
123	0.03994	0.04001	27.933	28.048	-78.099	$\frac{26.113}{28.048} = 0.931$	0.931	+0.007
	124		0.04007		28.163	-51.986		
124	0.04007	0.03997	28.163	28.206	-51.986	$\frac{25.333}{28.206} = 0.898$	0.897	-0.027
	125		0.03986		28.249	-77.319		
125	0.03986	0.03989	28.249	28.254	-77.319	$\frac{26.157}{28.254} = 0.926$	0.923	-0.001
	126		0.03992		28.259	-51.162		
126	0.03992	0.04003	28.259	28.348	-51.162	$\frac{26.714}{28.348} = 0.942$	0.943	+0.019
	127		0.04013		28.436	-77.876		
127	0.04013	0.04025	28.436	28.326	-77.876	$\frac{26.964}{28.326} = 0.952$	0.958	+0.034
	128		0.04036		28.215	-50.912		

$$\text{Közép} = 0.924 = \Delta_K$$

Ezekben  $T$  egy forgás ideje másodpercben,  $b$  az interferenciák csikszélessége mm-ben,  $T$  és  $\bar{b}$  ezek középértéke két, egymással kombinált ellenkező forgásirányú lemezre nézve. Ahol két egymásutáni felvétel nincs kombinálva, az annak a jele, hogy a két felvétel között a fonálkereszt vagy az interferenciacsíkok irányának vagy szélességének beállításán javítottam, illetőleg változtattam. A mérésekből adódó  $\Delta_{\bar{T}}$  a  $\bar{T}$  forgásidőhöz tartozik,

$$\Delta_{\cdot} = \Delta_{\bar{T}} \cdot \frac{\bar{T}}{0.04000}$$

a  $T = 0.04000$  sec. forgásidőhöz tartozik. A regisztrált forgásidők csillagidő másodpercben vannak mérve.  $\Delta_k$  az észlelt  $\Delta$ -ik középértéke.  $\Delta_k$  tehát a csillagidőben mért  $T = 0.04$  sec. forgásidőhöz, vagyis a közép időben mért  $T = 0.03989$  sec. forgásidőhöz tartozik. A keskeny interferenciáknál  $\Delta - \Delta_k$  mindenütt kisebb két százaléknál, a széleseknél egy helyütt a három százalékot is meghaladja.

A táblázatokban szereplő  $\Delta$  az (1) formulában szereplő  $\Delta$ -nak kétszerese, mert a méréseknél az interferenciacsíkok eltolódását nem a nyugalmi helyzethez viszonyítottuk, hanem két ellenkező irányú forgást kombináltam. A táblázatnak megfelelő theoretikus értéket tehát (1) kétszerese adja:

$$\Delta = \frac{8 \omega F}{\lambda c} \quad (2)$$

Helyettesítve e formulába a fény által körülfutott terület nagyságát,

$$F = 1178 \text{ cm}^2,$$

a  $T = 0.03989$  sec.-hoz tartozó szögsebességet,

$$\omega = 157.43 \frac{1}{\text{sec}} \cdot t,$$

a fény hullámhosszuságát,

$$\lambda = 546 \times 10^{-7} \text{ cm-t}$$

és végül  $c = 3 \times 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  értékét, a

$$\Delta = 0.906$$



értéket nyerjük. Az észlelt középértékek nem egészen másfél, illetőleg két százalékkal nagyobbak. Az egyes észlelt értékek egymás közti egyezése oly mértékű, hogy az eltérés az észlelt középérték és az elméleti érték között talán valamivel nagyobb, mint amennyit az észlelési hibákból meg lehet magyarázni, mindenestre azonban megállapítható, hogy a megismételt HARRESS-SAGNAC-kísérlet eredményei a relativitás-elmélet alapján levezetett formulától legfeljebb két százalékos eltérést mutatnak.

A vizsgálat még nincs befejezve; ki kell még egészíteni a következő irányokban;

1. Felvételeket készíteni a  $\lambda = 435 \mu\mu$  hullámhosszúságú intenzív kék Hg-vonallal, mikor is (2) szerint ugyanameltt a szögsebesség mellett az  $\frac{546}{435}$  arányban nagyobb csikeltolódásokat kell kapni.

2. Ellenőrizni  $\Delta$ -nak a közegtől való függetlenségét. Az utóbbi célból az  $\delta_1$  és  $\delta_2$ , továbbá az  $\delta_3$  és  $\delta_4$  tükrök közé egy-egy folyadék-kamrát akarok illeszteni.

\*

A legmélyebb köszönettel és hálával tartozom egyrészt Geheimrat M. WIEN-nek állandó érdeklődéséért, másrészt mindazoknak az uraknak, kik a vizsgálat megejtését a ZEISS-gyárban lehetővé tették és elősegítették. Ezek között különösen meg kell említenem dr. W. BAUERSFELD-et, a cég műszaki üzletvezetőjét, prof. STRAUBEL-t, a cég fizikus üzletvezetőjét, MEYER főmérnököt, a konstrukciós iroda főnökét, helyettesét BÜCHELE mérnököt és KÖPPEN konstruktört.

Idehaza a felvételek kinnérésében és a számításokban asszisztensem, dr. HOFFMANN ERNŐ úr és DOBOS LÁSZLÓ tanár úr segédkezett. Önzetlen munkájukért hálás köszönettel tartozom.

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1926 márc. 22-én tartott előadó üléséből.)

## DIE WIEDERHOLUNG DES HARRESS—SAGNAC'SCHEN VERSUCHES.

Von BÉLA POGÁNY, k. Mitglied der Akademie.

F. HARRESS (1911) und SAGNAC (1914) haben vom Standpunkte der Relativitätstheorie bedeutungsvolle Versuche betreffend die Fortpflanzung des Lichtes in einem rotierenden Interferometer angestellt. Da die Genauigkeit dieser Untersuchungen zu wünschen übrig liess, wurde von den Herren M. v. Laue-Berlin und M. Wien-Jena bei der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft die Wiederholung der Versuche angeregt. Die Notgemeinschaft, bezw. die Firma C. Zeiss-Jena hat die nötigen Mittel zur Verfügung gestellt und Verfasser die Untersuchung ausgeführt. Dieselbe ergab zwischen der relativistischen Formel für die Streifenverschiebung der Interferenzen und der Beobachtung eine Übereinstimmung innerhalb 2%. Vorstehende Abhandlung ist auch in deutscher Sprache vollinhaltlich erschienen in den Ann. d. Phys. IV. Folge. Bd. 80. 1926. S. 217.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

## A MECSEKHEGYSÉG MEDITERRÁN RÉTEGEI.

STRAUSZ LÁSZLÓ-tól.

(Kivonat.)

A Mecsekhegység mediterrán rétegeit eddig igen kevésé ismertük; egyetlen értekezés foglalkozott behatóan a közismert hidasi lelőhellyel (PETERS: Die Miocæn-Localität Hidas in Ungarn. Wien 1862). BÖCKH JÁNOS, Pécs hidrológiájával foglalkozó dolgozatában, VADÁSZ M. ELEMÉR felvételi jelentéseiben tárgyalt mediterrán rétegeket is. A mai Magyarország mediterrán területei között eddig a mecseki volt a legkevésbé ismert. A szerző kb. 100 lelőhelyről kb. 500 kövületfajt sorolhat már fel s ezzel a Mecsek az ország legrészletesebben feldolgozott mediterrán területei közé számítandó.

A mecseki mediterrán rétegek az alsó és felső mediterrán emeltekbe tartoznak.

Az *alsó mediterrán* mindig a paleozoikus és mezozoikus alaphegységhez közelebb foglal helyet, s Mecsekszabolcstól Pécsváradon és Nádason át áthúzódik a hegység északi részére, és nyugatra Szászvár, Kárász, Komló, Abaliget és Bakóca felé folytatódik. Konglomerát-, homok-, agyag- és mészkő-rétegek alkotják, melyek legtöbbször kövületmentesek, de tartalmaznak Pécsvárad és Hosszúhetény között, továbbá Nádasnál növénymaradványokat, Hosszúheténynél, Pécsváradnál, Kárásznál, Budafán és Bisztrícén kongeriákat, és egyéb édesvizi kövületet is Szászvár és Kárásznál. Ezek a képződmények mind édesvizek; alsó mediterrán voltak fauna alapján nem bizonyítható, csupán a településük alapján: ugyanis a helvét emeletbe sorolandó slir rétegek fekjét képezik.

A *felső mediterrán* alsó részét az északi Mecsekben a *slir* képviseli. Ez Magyaregregytől nyugat felé Kishajmásig húzódik; szürkés és kékes agyag-rétegek alkotják, melyekben igen változatos faunák vannak: helyenként a legjellemzőbb mélytengeri kövületek (pl. Kishajmás, Szopók) másutt a neritikus agyagokhoz igen hasonló Venus multilamellás-Pecten cristatusos fauna. A fekü budafai homokkötől élesen elválnak, ellenben rendszeren átmenetet képeznek a felettük levő neritikus torton rétegek felé; így Kishajmásnál, Háromháznál, Husztótnál a bryozoás homokba fokozatosan megy át a *slir*: először az agyag homokosabb lesz, s a *slir*-faunából főleg csak a Pecten cristatus marad meg benne, azután mellette fellépnek a bryozoák is, majd még komokosabbá válik a kőzet, a Pecten cristatus helyett az apróbb Chlamys-fajok jelennek meg, s végül típusos bryozoás meszes homokot találunk. Kovacéna, Egyházabér, Pölöske és Mánfánál ellenben a *slir* zárórétegét Turritellás-Corbulás homokos agyag alkotja, amely már torton kori neritikus képződmény.

A déli Mecsekben a *slir* rétegek helyét homokos képződmények foglalják el. Ezeknek faunája nem elégséges koruk pontosabb meghatározására, de mivel az alsó mediterrán és a torton rétegek között foglalnak helyet, a helvetienbe sorolandók. A déli Mecsek keleti részén bryozoás meszes homokok képviselik a helvet emeletet, melyekben foraminiferaikon és bryozoákon kívül alig van kövület; leggyakoribb foraminifera bennük az Amphistegina Hauerina, bryozoái közül pedig Crisia, Schizoporella, Cellaria, Cellepora, Scrupocellaria. A nyugati részen kevésbé meszes, finomabb homokokba mennek át e rétegek, s ott már nem bryozoások, hanem molluszka-fauna van bennök. Legérdekesebb a Mecsekszabolcstól keletre levő Columbella carinata-s homok, melyben egyáltalán nincsenek calcithéjú kagylók, s faunája feltűnően hasonlít a felsőoligocén Pectunculus obovatus-os homokkéhez; gyakori benne a Pectunculus bimaculatus (pilosus) is.

A *torton rétegek* igen változatosak az egész hegységben. A legjellemzőbb képződmény a déli Mecsekben az elegyes-vizi Ostreás-Cerithiumos agyag, mely egy állandó szintben végighúzódik Szabolcstól Hidasig; az egyes lelőhelyei: a szabolcsi szőlők, a Böckh J. által leírt püspökbogádi árkok, az Ormándi-dülő

(Hosszúheténytől délre), Pécsvárad és Hosszúhetény között a Tó- és a Szász-völgy, s Hidason a Peters által leírt árkok. Faunája elég egyhangú, de legtöbb faj nagy egyedszámban van meg benne, s főleg helyenként egész Ostrea-padok is vannak az agyagban. Az eleges-vízi agyag felett tengeri agyagok következnek, melyek a püspökbogádi árkokban, Pécsvárad és Hosszúhetény között és Hidason vannak meg. A Szász-völgyben az Ostreás-Cerithiumos agyagra Corbulás agyag következik, melyben még megvan a fekü-rétegekből is néhány alak, de már megjelenik a mélyebb tengeri fauna is. Felette pedig a Buccinumos Pycnodontás kék agyag következik, melyet VADÁSZ M. E. talált meg s nevezett el így, legjellemzőbb kövületei után. Ebben már sem brakk-vízi, sem sekélyebb tengeri kövületek nincsenek. Az Ostreás-Cerithiumos agyagok feküjét az Ormándi dülön és a Pécsváradon a templomnál lajtamészko alkotja, míg ugyancsak fellép a lajtamészko a terület nyugatibb részén az agyagos rétegek felett is, tehát két szintben is megvan a déli Mecsekben.

Az északi Mecsek torton rétegei között legfontosabbak a lithothamniumos mészkövek, a Cerithiumos lajtamész, mely a normálisnál kisebb sótartalmú tenger üledéke, s a bryozoás homokok, melyekben Háromháznál és Szatina-Kishajmás vasútállomásnál gazdag bryozoa-fauna van. A hidasi barnaszenet is tartalmazó mediterrán rétegek a pécsváradai torton rétegekkel teljesen megegyeztethetők: a feküt mindkét helyen meszes homokos képződmények alkotják; azután következnek az eleges-vízi agyagok, de ezek közé Hidason édesvízi rétegek is települnek, melyek úgy keletkeztek, hogy a tengerbe ömlő folyók időnként a vizet egészen kiédesítették; a pécsváradai Corbulás agyagnak Hidason a Cardita Jouanneti szintje felel meg: mindkettőben a felsőagyag-zóna kövületei mellett megvannak az elegesvízi képződmények faunájának maradványai is; efelett van a Pycnodontás, illetőleg az Isocardiás agyag, melyek már mélyebb tengeriek, de míg az Isocardiás r. csak mélyebb neritikus képződmény, a Pycnodontás r. már bathyalis.

*A mecseki mediterrán igen nagy hasonlóságot mutat a krassószőrénnyivel. Ott is megvannak az itteni főbb fáciesek: a szászváraiknak, s másrészt a hidasiaknak megfelelő szenes édesvízi*

rétegek; az *Ostreás-Cerithiumos* agyag, s a *Pyenodontás* agyag is. A faunák hasonlósága is oly nagyfokú, hogy a két terület között közvetlen összeköttetést kell feltételeznünk. Megjegyzendő, hogy a két terület között, mintegy összeköttetést képezve, ugyanezek a képződmények megvannak a szerbiai Golubácon is.

---

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1926. évi január hó 18-iki üléséből.)

## ÜBER DIE MEDITERRANEN ABLAGERUNGEN DES MECSEK-GEBIRGES (COMITAT BARANYA).

Von L. STRAUSZ.

Bisher bloß mangelhaft bekannt, trachtete Verfasser die Fauna dieser Ablagerungen womöglich vollständig auszubeuten, was ihm durch Aufsammlung von etwa 500 Arten (von ca 100 Fundstellen) auch gelungen ist, wodurch ihre dortigen Ablagerungen, was faunistische Reichhaltigkeit betrifft, an die erste Stelle Ungarns rückten. Stratigraphisch lassen sich die mediterranen Ablagerungen in eine untere, dem Grundgebirge näher gelegene und eine obere, entferntere Ablagerung gliedern. Die untere Abteilung trägt Süßwassercharakter zur Schau. Dagegen beginnt die obere Etage mit teils tiefsee-, teils neritischem Schlier, der nach oben zu mit dem neritischen Torton durch Übergänge verbunden ist. Die Tortonsschichten beginnen zuunterst mit einem brakkischen Ostr.-Cerith. führenden Ton. Darüber folgen marine Corbula- und endlich Buccinum-Tone. Im nördlichen Mecsek treten auch Leithakalke mit Lithothamnien und Bryozoenkalke auf. Das Braunkohlenlager von Hidas, als ein Produkt von Süßwasserzuffüssen gehört ebenfalls der Torton-Stufe an. Die mediterranen Schichten des Mecsek stimmen auffallend mit den Krassó-Szörényern in der Mehádiaer Bucht überein, mit denen sie wahrscheinlich über Golubac in Serbien in Zusammenhang gestanden haben mögen.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Januar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften).

## FÁS NÖVÉNYEK MEGTÁMASZTÁSI MÓDJA SZIKLAFALAKON.

1 rajzzal és fénykép után készített két ábrával.

GYÖRFFY ISTVÁN-tól.

Unalomig ismeretes a növények abbeli képessége, hogy a hatásokra megfelelő szervek kifejlesztésével célszerű választ adnak. A hajlékonyságot igénybevevő szelek hatására sok fa támasztópillért fejleszt, még pedig «a pillérek a szél irányában alakulnak ki, a szél támadó oldalán és így nem annyira támasztópillérek, hanem inkább húzókötelek».<sup>1</sup>

Ha az igénybevétel mindig és állandóan egy irányból jő, egy oldalon fejlesztenek csupán ily támasztó pilléreket.<sup>2</sup>

Fás szárú növények függő sziklafalakon felette jellemző alkalmazkodást mutatnak. Már néhány esetben láttam két évtizedes magas-tátrai vizsgálódásaim közben, hogy a sziklafalak ép lapjain is, ahol tagoltság nincs, se nem repedezett, hasadozott, sem nem rétegezett, se padosan el nem váló, hanem igazában egészen *síma* a sziklalap, elvértve mégis akad mészterületen egy-egy kis fenyő vagy *Salix*, amely gyökeret vert egy-egy, bizonyára kioldás révén keletkezett, kis likban. Egyszer vagy 18 évvel ezelőtt, a Bélai mészhavasok STIERBERG-csoportjában egy nagy mészfalon küzködve, körülbelül háromnegyed m magas, öregebb *veresfenyőt* (*Larix decidua*) láttam, amelynek törzse alján egy ellaposodott, majdnem féltenyérnyi nagyságú fás koronglap volt.

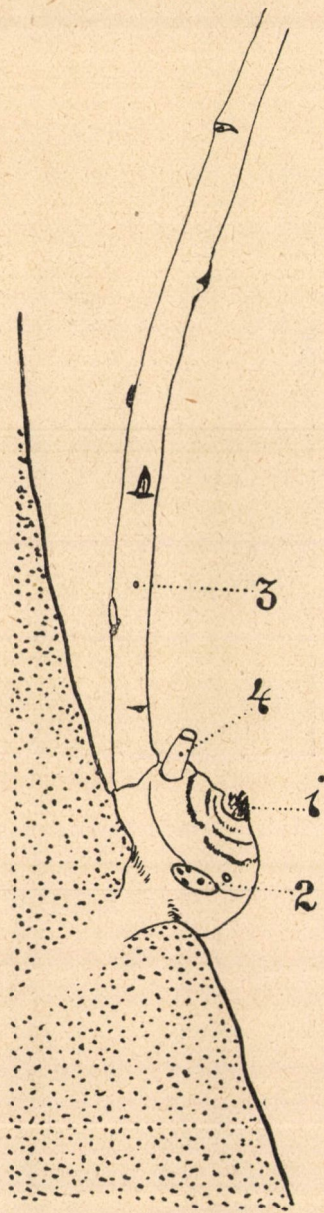
<sup>1</sup> V. ö. MÁGOCY-DIETZ S.: Adatok a Balaton és környéke flórájának megismeréséhez. II. Közlemény. Botan. Közlemények, XVII. 1918: 33.

<sup>2</sup> L. MÁGOCY-DIETZ cikke 3., 4. képét.



Hiába próbálkoztam éveken át, többször, a túlhajló falon feljebb jutni, nem tudtam; így nem is sikerült a sziklafalra szorosan rátapadó korongot leválasztani jégcsákánnyal sem, mert éppen csak hogy odáig felnyúlhattam. Közbeszólt az ember. Letarolta az egész völgy faállományát. A sziklafal tetején ledöntött fatörzsek alázuhanásukkor letörték a mészsiklafal likába gyökeret vert veres fenyőt is. Évekig még ott volt a megsérült koronglap, majd tönkrement. Valahányszor arra jártam és járok, mindig sajnáltam, hogy lehetetlen volt annak a talpkorongnak a megszerzése. Ezért örvendtem, amikor 1924 júliusában a Bélai mészhavasok *Vaskapú* részén (1613 m) egy mészsiklafalon teljesen hasonló képződményes *sziléziai fűzet* (*Salix silesiaca*) pillantottam meg, amelyet többszöri próbálgatás után, a sziklafalon függve, nagy fáradtsággal sikerült késsel kivájni a sziklalap likából.

E 40 cm magas *sziléziai fűz* a sziklalap kis likába tapadt be alsó, hagymaszerű talpi részénél fogva. Eme hagymaszerű talp  $21 \times 25$  mm széles és 16 mm magas. A sziklafalba úgy ízült bele, ahogyan vázlatom érzékeli (1 kép). A talpkorong alul síma

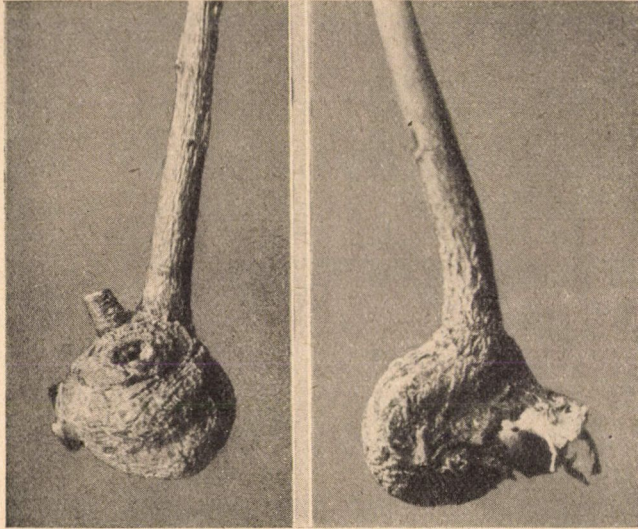


1. rajz. *Salix silesiaca* síma mészfal likában gyökeret vert. *Orthotropicus* helyzetét biztosítja a szár alján keletkezett hagymaalakú dudor. 1—4. számok jelzik az időbeli sorrendben fejlődött szárazakat (term. nagyság).



lapú (l. 3. fényképfelvétel), csupán a gyökéknél emelkedik ki belőle tarajként a fás szövet s izült bele a hosszúkás likba; felül félgömbös.

E fűzfa nehéz viszonyok között volt. Legelőször fejlődött szára (l. az 1. képen 1-et) tönkrement, elszáradt; a másodizben fejlesztett is leszáradt. Bizonyára azért, mert a Magas-Tátra



- 2—3. fotografiai felvétel. 2. kép. A támasztó korong felülről felvéve; középen a legelőször keletkezett, de elszáradt ág (term. nagyság).  
3. kép. A támasztó korong alsó lapja, jobb oldalt a szikla likába hatoló gyökér nehezen elnyiszált megmaradt részlete (term. nagyság).

e részén sokszorta fellépő szél tépésének nem tudtak ellenállni, még nem fejlődött ki eléggé az egyenes tartást biztosító talpikorong. Ugyanis a sziklafal kis likába jutott *Salix silesiaca* magból fejlődött növény szárát a szél szeszélye minden irányban erősen elhajtogatta, hol fel, hol le, hol ide, hol oda, a sziklalapra alsó részletében merőlegesen, majd ívesen felgömbülő szára hajlékonyságát a szél a kör 360°-a minden irányában igénybevette, körbeforgatta; a szár alsó részén kerülete minden pontján elhajlítva védekezni igyekezett a szél iránya eltolása legyőzésére

úgy, hogy azon az oldalán, melyet nem ér a szél, erősebben képezte a hadroma elemeit, dudort fejlesztett, hogy annak jelenlétével kivédje és biztosítsa a szár orthotropicus állását. És mert a szél minden irányba elhajlított, természetesen minden irányban is fejlesztett orthotropicus állását biztosító ilyen szöveti szaporulatot, amelyek pedig úgy jöttek létre, hogy a szél elhajlítása következtén a szár alsó részét, tövét nyomta a sziklalik széle, e nyomás az azonos szakasz cambiumát gyorsabb oszlásra irritálta s mivel körbe forgatta a szél, körben, egész felületén reagált a szár.

Az első (1. kép 1-el jelzett) és másodízben (ugyanott 2-vel jelzett) fejlesztett szár még tönkremegy, de az aztán fejlesztett (ugyanott 3-al jelölt) egyenes állása már biztosítva volt, úgy, hogy még egy (4-el jelzett, de letört) vesszőt hajtott.

Érdekes jelenség mindenképpen s a megtámasztásnak egy most először szóvá tett módozata, amely korrelacio ismét csak egyik feltűnő példája a Természet-adta viszonyokhoz való bámulatos alkalmazkodási módozatoknak.

A fotografiai felvételt MIHÁLTZ ISTVÁN tanársegéd úrnak köszönöm.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925. évi nov. hó 23-án tartott üléséből.)

# WIE DIE BÄUME AUF GLATTEN FELSENPLATTEN FUSSEN?

Von ISTVÁN GYÖRFFY.

Mit drei Original-Abbildungen.

In der Hohen-Tátra fand der Verfasser vor etwa 18 Jahren auf einer Felsenwand eine Lärche, welche sich mit einer halbhandbreiten, flachen Scheibe auf die Kalkwand stützte. Die Oberfläche der Kalkfelsenwand war ganz unversehrt, hatte keine Ritze, keine Spalten, nur ein einziges kleines, sicher durch Auflösen entstandenes Loch, in welches die Lärche eingewurzelt war. Öfters wollte der Verfasser diese mit dem Eispickel von der überhängenden Wand lostrennen, es gelang aber nie. Später, beim Ausrotten des Waldes, haben die am oberen Teil der Felswand stehenden Fichten- und Tannenstämme beim Hinabstürzen diese *Larix europaea* abgebrochen, die Scheibe verletzt, so, daß sie nach mehreren Jahren total zugrunde gegangen ist.

Im Juli des Jahres 1924 fand der Verfasser in der Gegend des EISERNEN TORES (1913 m) (Hohe-Tátra, Bélaer Kalkalpen) wieder einen Baum mit solcher Anschwellung. Da diese *Salix silesiaca* in einer — zwar mit Mühe — erreichbaren Höhe war, konnte sie der Verfasser mit dem Messer nach langer Arbeit ausschneiden.

Diese zwiebelartige Geschwulst von *Salix silesiaca* ist 21×25 mm breit und 16 mm hoch. In das Loch der Felsenwand ist die Pflanze so eingewurzelt, wie es Fig. 1 zeigt.

Die eine Photographie (Fig. 2) zeigt diese Geschwulst von oben, die andere (Fig. 3.) von unten. Diese demonstrieren gut, daß der erste (Fig. 1, 1), ebenso der zum zweitenmal (Fig. 1, 2)

entstandene Stengel verdorrte. Sicher wegen des starken Windes, da die Pflanze bis dahin die, das aufrecht Stehen sichernde, Geschwulst-Scheibe nicht entwickeln konnte. Als diese Holzscheibe in das Felsenloch fest eingekittet, also die orthotropische Lage des Stengels schon sicher war, entsproßte der jetzige Stengel (Fig. 1 bei 3), ausserdem später noch einer (Fig. 1. bei 4). Diese Holzscheibe ist folgenderweise entstanden: der Wind hat den Stengel auf der steilen Wand in verschiedener Richtung eines Kreises gebogen, deswegen hat der Randteil des Felsenloches den unteren Teil bald hier, bald dort gedrückt; dort wurde das Kambium zu einer größeren Arbeit irritiert; und weil — zwar zweitweise, aber doch — ringsherum das Kambium durch den Druck zu größerer Tätigkeit angespornt wurde, ist diese Geschwulst sogleich an der Oberfläche des Felsenloches entstanden. Die Pflanze mußte ihre orthotropische Lage sichern, was auf einer glatten Felsenwand nur durch Entwickeln einer Scheibe möglich sein kann.

---

(Aus der Sitzung vom 23. November 1925 der III Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## A PESTIS BACILLUSÁNAK KÉT KÜLÖNÖS VÁLTOZATA.

PREISZ HUGÓ r. tagtól.

Aki sokat foglalkozik baktériumokkal, lépten-nyomon észlelhetett olyat, ami ezeknek az apró lényeknek változandóságára utal. Már maga az a tapasztalat, hogy az egyes fertőző betegségeket okozó, jól tanulmányozott csirák nem élesen körülírt egy faj, hanem egymástól többé-kevésbé eltérő fajtáknak egy-egy csoportja által vannak képviselve, reá mutat a baktériumok változékonyságára. Ilyen fajtáknak (váfajoknak) együvértartozása egyébként nem kevésbé elütő tulajdonságaik ellenére sokszor abban nyilvánul meg, hogy azonos vagy legalább igen hasonló kórnemző hatásokat tudnak kifejteni és immunbiológiai tekintetben hasonlóan viselkednek. Ennek felismerése azonban távolról sem tájékoztat minket ez apró lények lehető variálásának határai felől, mert mihelyt valamely baktérium feltűnő tulajdonságok elvesztése, avagy elnyerése következtében megváltozik, nehézzé, sőt lehetetlenné válhatik annak leszármazását, illetőleg hovatartozandóságát megállapítani. Vajjon a pseudodiphtheria- és pseudotetanus-bacillus olyan diphtheria-, illetőleg tetanus-bacillus-e, amely méregtermelő képességét elveszítette vagy pedig utóbbival sohasem hírt? Vajjon a paratyphus-bacillus a typhus-bacillus-sal, vajjon bizonyos chromogen baktériumok hasonló, de achromogen baktériumokkal egyfajúak-e, avagy pedig csak egy fajnak változatai?

Ilyen és hasonló kérdések csak laboratóriumi észlelések és kísérletezések alapján oldhatók meg kielégítően; csak ezek adhatnak tájékoztatást e csirák variálása felől, amely különben tekin-

tettel e lények igénytelenségére és nagy szaporaságára könnyen érthető. A legtöbb baktériumnak úgy a táplálkozás, mint egyéb életfeltételek tekintetében megnyilvánuló nagy igénytelensége már magábanvéve nagymérvű alkalmazkodóképességükről tanuskodik; kedvező viszonyok között való igen nagy szaporaságukból pedig következik, hogy azok a változások, amelyeknek az idők folyamán minden élő lény alá van vetve és amelyek lényegét teszik annak, amit phylogenesisnek szoktunk nevezni, ezeknél az apró lényeknél sokkal rövidebb idő alatt következnek be, mint oly lényeknél, amelyeknél az ivadékok csak nagyobb időközökben következnek egymásra. Alkalmas tápanyagokon lehetséges ugyanis szapora tovatenyéztéssel napok és hetek alatt a baktériumgenerációknak oly hosszú sorát tenyészteni, aminőre magasabbrendű lényeknél évszázadok és évezredek szükségeltetnének. Emellett még képesek vagyunk a baktériumokat úgy a tápanyagnak, mint egyéb külső feltételeknek a legkülönfélébb módon való változtatásával befolyásolva, tetszésünk szerint tovább tenyészteni, amiből látható, hogy a variabilitás tanulmányozására mi sem lehet alkalmasabb, mint ezek az egysejtű apró lények. Bármint is képzeljük ugyanis az élő lények tulajdonságainak átöröklését és változását, alig lehet kétséges, hogy főleg, ha nem kizárólag a szaporodási, illetőleg a nemzési folyamat az a mozzanat, amely által és alatt az egymásra következő nemzedékek tulajdonságai többé-kevésbé gyorsan megváltozhatnak és ezáltal újabb fajták és variánsok, idővel pedig új fajok is támadhatnak. Legyen valamely lénynek szaporodási módja egyszerű hasadás (schizogonia), avagy ivari jellegű, minden esetben az élő és az életműködéseket viselő szervi részecskéknek az egymásra következő ivadékokban következetesen mindig olyan egyforma csoportosulása, amelynek következtében az új ivadék tulajdonságai tökéletesen egyeznének az előbbinek tulajdonságaival: lehetetlenségnek látszik. Hogy vajjon itt az élő részecskéknek csak szükségszerűen más és más kombinációjáról van-e szó, vagy vajjon valamely természeti törvény, valamely magasabb idea, nagyobb tökéletesség vagy célszerűség felé való törekvés is érvényesül-e, abba betekintésünk nincs; aziránt azonban nincs kétség, hogy külső okok élő lények variálására több-kevesebb befolyással lehetnek. Gyakran úgy lát-

szik, mintha egyedül a külső életfeltételek megváltozása váltaná ki szervezetek változását; de valószínűbb, hogy a külső feltételek csak előmozdítólag, gyorsítólag hatnak olyan variálási folyamatokra, amelyekre valamely szervezet általában képes és amelyek valószínűleg bizonyos külső feltételek nélkül is, bár lassabban, lejátszódnának.

Ha a külső feltételek változása szervezetek változását előidézni vagy legalább gyorsítani tudja, akkor ennek a hatásnak oly szervezeteken kell leginkább jelentkeznie, amelyek életképességük veszélyeztetése nélkül a külső feltételek messzemenő változásait el tudják bírni s ilyenek éppen a baktériumok. Nagy szaporaságuk mellett ez a körülmény játssza nyilvánvalóan a baktériumok variálásában a legfontosabb szerepet.

Huszonkét év előtt közlést tettem idősebb baktérium-tenyészetek sajátságos képződményeiről,<sup>1</sup> t. i. mákszem-, egész gombostüfejnyi vagy még nagyobb bibircsekről, amelyek az elsődleges telepekből vagy a sűrű lepedékből éles körvonalakkal kiemelkedtek. Ezeket másodlagos telepeknek neveztem és fejlődésüket egyes oly kivételes csirákból értelmeztem, amelyek sok millió egyéb csirák közepette élénk szaporodásnak indultak oly időben, amikor az elsődleges tenyészet szaporodása már megszűnt volt vagy az már el is halt.

Az e közleményemet megelőző időből csak egyetlen adatot találtam, amely nyilván hasonló jelenségre vonatkozik; MAURZA és GERMANO<sup>2</sup> ugyanis a typhus-bacillusra hasonló baktérium régi tenyészeiben különböző számú gömbösen kiemelkedő telepet látott. Ezt a leletet minden magyarázat nélkül közlik.

A későbbi német irodalomban ezek a másodlagos telepek «Tochterkolonien», «Knopfkolonien», «Knopfbildung», «Knopfmutation», «Secundär-Vegetationen» név alatt szerepelnek.

Részemről azokat a kivételes, azaz kivételes biológiai tulajdonságokkal felruházott sejteket, amelyekből a másodlagos telepek felburjánzanak, magasabb, vagyis soksejtű lények ama sejtjei-

<sup>1</sup> Vizsgálatok a lépfenebacillus finomabb szerkezetéről stb. Magy. Orvosi Arch. V. köt. 1904.

<sup>2</sup> Zieglers Beiträge 12. köt. 1892.



hez hasonlítottam, amelyekből újképletek (daganatok) fejlődnek és a másodlagos telepeket újképletekkel hoztam analógiába.<sup>1</sup>

A variálás iránya természetesen nagyon különböző lehet a szerint, hogy az élő sejt minő működésére terjed a változás, vagyis a szerint, hogy a belső vagy külső ok az élő protoplasmának mely működését befolyásolja módosítólag. E szerint a variálás is sokféleképpen nyilvánulhat meg.

A következőkben a pestis bacillusának két sajátos változatát kívánom ismertetni, amelyek egy, az 1897. év tavaszán a párizsi Institut Pasteurból származó oly tenyészetnek leszármazottjai, amelyet itt közlendő észleléseimig (1921-ig), tehát 24 éven át évenként egyszer vagy kétszer agarra tovább oltván, a mai napig életben tartottam.

#### a) Festéket termelő változat.

1921 február elején vizsgálat alá vettem egy majdnem két és fél éves agartenyészetet (*A*-tenyészet); benne még normális jellegű, azaz lapos és csipkézett szélű telepek látszottak, csak-hogy be voltak hintve számos, egész mákszemnyi, kiemelkedő, füstszürke és kékes-fekete tintaszínű bibircessel. Utóbbi másodlagos jellegű telepek egy évvel előbb a tenyészetben még nem voltak jelen. (L. az 1. ábrát).

Ugyanebben az időben egy fiatalabb (1<sup>3</sup>/<sub>4</sub> éves) és az előbbiből leoltott agartenyészetben (*B*-tenyészet) hasonlóan számos füstszürke és feketés csomócskát észleltem; ezenkívül az elsődleges baktériumlepedékben oly másodlagos telepek is voltak, amelyeknek csak kidomborodó közepük volt feketés, míg vékony csipkézett szegélyeik szintelenek voltak.

E két tenyészet mindegyikéből továbboltással rendes külsejű tenyészeteket nyertem, amelyekben csak később bukkantak fel ibolyás-fekete másodlagos bibiresek, amelyek egy év múlva is csak legfeljebb kölesszemnyi nagyságot értek el. Helyenkint az elsődleges telepek szélei szintén sötétfeketések voltak és gyakran észleltem, hogy ilyen telepek fekete szegélyéből újból szín-

<sup>1</sup> Újképletek keletkezése analógia kapcsán. Orvosi Hetilap 1920.

telen, azaz fehéres szegélyek nőttek ki. Az ilyen fekete szegélyek rendszerint kövérebbek, kiemelkedőbbek szintelen környezetüknél.

Nem igen valószínű, hogy itt valamely eredetileg szintelen (leuko-)vegyületről lenne szó, amely utólag feketedik meg, mivel a szintelen szegélyek szintelenek is maradnak és a színes rész felé élesen elhatároltak. Különös említést érdemel, hogy az ugyanazon régi tenyészetekből egyidejűleg LÖFFLER-féle vérsavón készült tenyészetek még húsz hónap múlva is szintelenek és síma felületűek maradtak, bennük másodlagos telepek nem nőttek.

Egy 350 napos (az A-tenyészetből származó) ferde agaros tenyészetben (C-tenyészet) a legfelső szegély fekete és kövér volt (2. ábra); további 262 nap múlva belőle szintelen, fehéres, meglehetősen széles szegély nőtt ki, számos kisebb és nagyobb, ugyancsak szintelen másodlagos csomóval (3. ábra). Ez a szegély később is szintelen maradt, amidőn a tenyészet négy évesnél már idősebb volt.

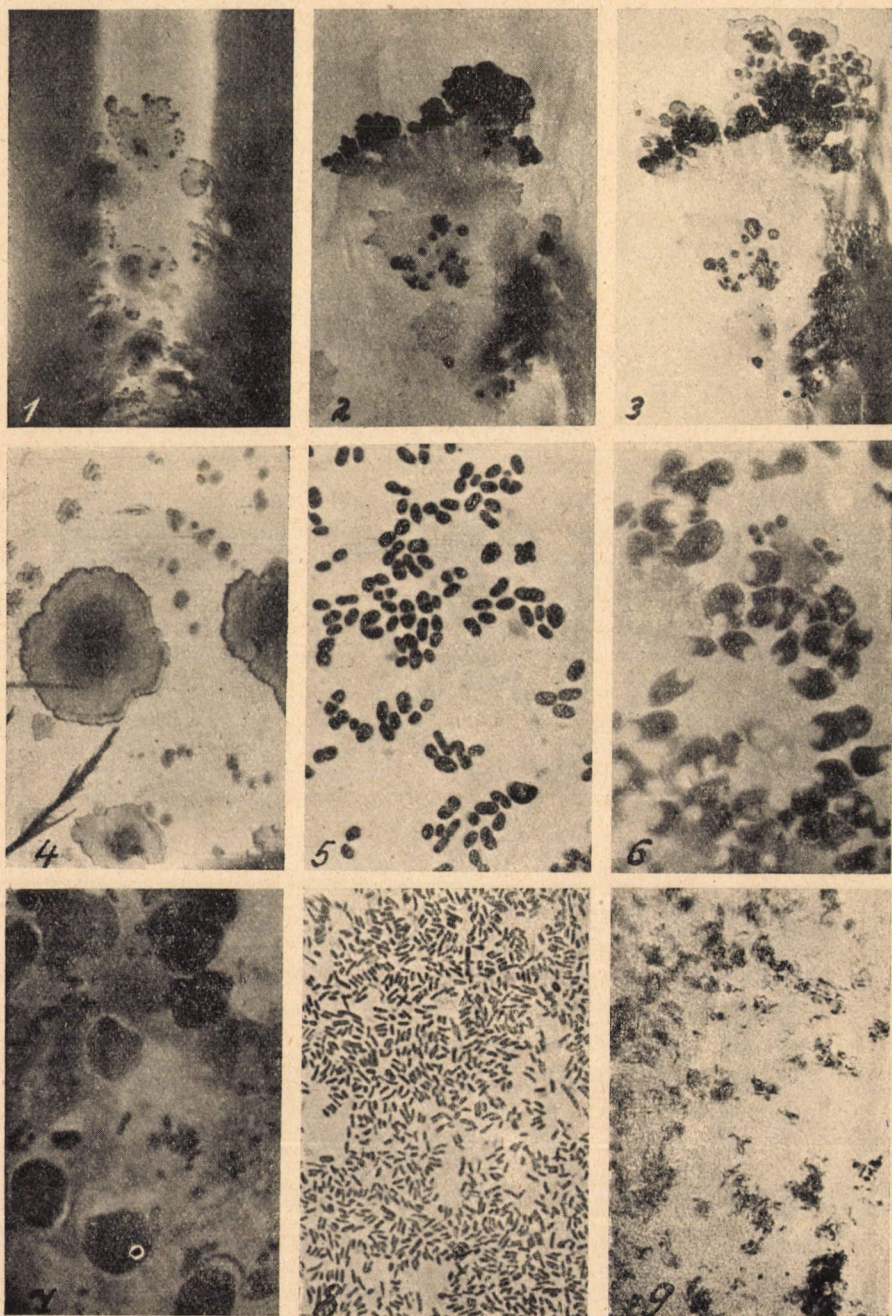
Tenyésztési kísérletek mutatták, amit különben sok egyéb baktériumfajra már régebben megállapítottam, hogy a másodlagos telepek csirái az elsődleges tenyészfelület csiráit túlélnek; gyakran sikeres ugyanis a másodlagos csomó tovább oltása, míg közvetlen szomszédságában az elsődleges lepedék már elhaltnak bizonyul.

Fekete csomókból átoltással nyert tenyészetekben nem keletkeztek mindig színes másodlagos telepek.

Nem minden baktérium-sejt tud egyformán másodlagos telepeket termelni; egyik agar-tenyészetemben, ahol a kisszámú telepek szabadon terjeszkedhettek, egészen síma felületű telepek mellett bibircsesek is mutatkoztak, csak igen hosszú idő múlva merült fel a símákban is kevés fekete pont.

A színes anyag többnyire a baktérium telepekre szorított, néhány tenyészetben azonban az agar egész tömege is füstszerűen elszíneződött annak jeléül, hogy a színes anyag az agarba diffundálni tud.

A festékes másodlagos telepekből vagy fekete telep szegélyekből továbbtenyésztéssel nyert fiatal telepek kezdetben mindenképpen úgy mutatkoztak, mint a pestis rendes bacillusainak



telepei; ha bennük pigment-termelés egyáltalában mutatkozik, ez csak hosszabb idő, csak hónapok múlva szokott bekövetkezni.

Ebből láthatólag a pestis bacillusának ez a törzse mesterséges továbbtenyésztés után 24 év alatt oly változást szenvedett, hogy egyes generációi fekete pigmentet termeltek; vélem állíthatni, hogy kezdetben ilyen képességgel nem volt felruházva, mert a továbbtenyésztést mindig sajátkezűleg végeztem és e közben úgy a régi, mint az új tenyészeteket mindig figyelmesen megszemléltem.

Az elmondottak szerint ez a festék-termelési képesség fakultatívnak mutatkozott, úgy mint különben jellegzetes festéktermelő baktériumoknál is; bizonyos külső vagy belső okok lehetővé teszik vagy előmozdítják a festéktermelést. Minthogy némely tenyészetben kizárólag a másodlagos telepekben mutatkozott a festéktermelés, valószínűnek látszik, hogy a festéktermelés ama kivételes sejteknek élettani megváltozásán, megváltozott chemismusán alapszik, amelyekből a másodlagos telepek sarjadzanak; itt tehát inkább belső okok szerepelhetnek. A diffuzusabb elszíneződése a telepszegélyeknek ellenben inkább külső elősegítő okok következménye lehet; ilyen lehet nevezetesen a tápanyag töménységének, vegyi hatásának megváltozása vízvesztés (az agar száradása) folytán és egyébként való megváltozása, anyagok elhasználása, valamint anyagcsere-termékek felhalmozódása folytán a baktériumok részéről. Ily módon lehet talán értelmezni, hogy régi tenyészetnek fekete széléből később, az életfeltételek további változásával, ismét szintelen szegély burjánzik ki.

Mennyire mélyreható változását a pestisbacillusnak jelenti a festéktermelés, azt nehéz megítélni; lehetséges, hogy a festék alapanyagát a normális pestisbacillus is termeli és hogy az anyagcsérének csak jelentéktelen módosulása szükséges ahhoz, hogy abból fekete festék támadjon. Nem lehetetlen, hogy ilyen régi tenyészetből további évtizedek multán oly fekete változatok támadhatnának, amelyek chromogen voltukat többé el sem veszítenék. Hasonló változást azonban a szabad természetben is lehetségesnek kell tartanunk, ami által oly festéktermelő törzsek támadhatnak, amelyeknek a pestisbacillustól való leszármazása már föl sem ismerhető.

**b) Nyálkásan duzzadó, hamar elhaló változat.**

A fentebb C-vel jelzett tenyészetből, amidőn az 620 napos volt, új agartenyészetek készültek, és pedig úgy annak felső fekete részéből, mint az ebből utólag kisarjazott szintelen szegélyből (l. a 3. ábrát). A fekete részből már mi sem fejlődött, míg a szintelen szegélyből következő jellegű telepek nőttek:

*α*) számos apró, legföllebb 1 mm átmérőjű, félgömbszerűen kiemelkedő, síma szélű, áttetsző és sűrűn nyúlós telepek;

*β*) néhány 2—3-szor nagyobb átmérőjű, később még erősen terjeszkedő lapos és fehéres, egyenetlen szélű, nem nyúlós telep (l. a 4. ábrán a nagy telepeket).

*γ*) igen apró (0·2—0·3 mm), csak lupával látható, egyáltalában nem kiemelkedő, kerek foltocskák, amelyek a fénylő agarfelületen tulajdonképpen csak fénytelenységük által tűnnek fel, (igen korán elfolyósodott, elhalt és beszáradt telepek maradványai) (l. a 4. ábrán a kicsiny telepeket).

Az *α*- és *β*-telepek mikroszkóp alatt még inkább különböztek egymástól. Kicsiny részlet a telepből erősen higitott carbolfuchsinnal szétlörzsölve és lemezzel lefödve a *β*-ből csupán rövidebb-hosszabb, elvéve kissé duzzadt baktériumalakokat mutatott sejtközötti anyag nélkül, megfelelőleg a rendes pestisbacillus képeznek (8. ábra). Ezzel szemben az *α*-ból származó készítményben baktériumalakok alig voltak láthatók, annál tömegesebben azonban határozatlan, nyilván baktérium-sejtekből származó alak-elemek.

Az *α*-telepek említett nyálkás-nyúlós volta nem a baktérium-sejtek tokjától lehetett feltételezve, mert ilyennek jelenlétét sem festési, sem tus-eljárással kimutatnom nem sikerült, amiből következik, hogy a nyálkás anyag, valamint a mikroszkóp alatt látható képletek a baktériumok testéből származtak, ami mellett különben az is szólt, hogy az ilyen *α*-jellegű, bár még nagyon fiatal tenyészetekben tulajdonképpen baktériumalakok vagy nagyon gyéren vagy egyáltalában nem voltak találhatóak.

Az *α*-tenyészeteket különböző korokban vizsgálva, némileg tájékozódnom lehetett a bennük végbemenő folyamatról. 24 órás agartenyészet alig láthatóan apró és híg összeállású telepeiből



vett anyag carbol-toluidinkekkel festve duzzadt bacillus- és kigyóalakokat mutatott, melyek némelyike világos festetlen részeket tartalmazott (l. az 5. ábrát); közöttük semmi alakelem sem látható. Két nap múlva a telepek nyúlósak és mikroszkóp alatt csak elvéve mutatnak a tegnapiakra hasonló baktériumalakokat, ezeken kívül pedig kevés, jóval nagyobb gömbös vagy hurkaalakú sejteket, míg a látótér nagyobb részét sejtszételési maradékok foglalják el, úgymint különféle alakú pikkelyek és lemezek, amelyek nyilván a megpattant baktériumsejtek hárttyái, továbbá kisebb-nagyobb szemcsék és rögök, aminők erősen duzzadt baktériumok belsejében is találhatóak. Máskor a néhány napos tenyészetekben az óriási mértékben duzzadt gömb-, citrom-, poronty-stb. alakú sejtek vannak előtérben, amelyeknek festődő képessége nagyon különböző és amelyek sokszor egy vagy több, kisebb-nagyobb hólyagszerű, festetlen képletet tartalmaznak (6. és 7. ábra). A nagy, erősen duzzadt sejteknek vastag, kettős körvonalú hárttyájuk van; utóbbi némelyiken megrepedt, minek következtében a vacuolaszerű gömböcskék, valamint a többi sejttartalom is kiszabadulnak. A vacuolaszerű képletek nem igen erős fénytörésűek és nem is mindig teljesen egyneműek, hanem olykor szemcsések vagy rögösek. Nativ készítményben ezenkívül számos finom tűalakú jegecet is láthatni egyenként vagy pedig csillagokká vagy kis kékbe csoportosulva.

Az  $\alpha$ -telepek az imént ismertetett tenyészetbeli és mikroszkópos jelleget számos további generációban is megtartották, csak hogy az elfajulás és elhalás nem következett be mindig egyformán gyorsan.

E szerint az  $\alpha$ -typus élettani tulajdonságainak oly feltűnő változását szemlélteti, amely hamarosan elfajuláshoz és elhaláshoz, a sejteknek colliquatiójához vezet és öröklékeny.

Normális pestishacillusokhoz hasonlítva ez a typus kórosnak mondható, amennyiben rövidéletűségének csiráját (oki tényezőjét) magában viseli és azt utódaira továbbörökíteni tud. A mikroszkóp alatt követhető gyors elfajulás érthetővé teszi telepeinek magatartását. Az elfolyósodási elhalás hamarosan, egy vagy néhány napon belül mehet végbe; a kezdetben többé-kevésbé kiemelkedő és fénylő telepek a sejtek elfajulása és felpukkadása után vízvesztés

következtében lelapulnak s helyükön csak lapos, fénytelen, néha gyöngén irizáló korongoeskák maradnak hátra. Az ilyen telep-maradékok sokszor végleg kihaltaknak bizonyulnak (ezek a leírás elején említett  $\gamma$ -telepek); egy részében azonban nemsokára előtűnnek egyes vagy többes számmal igen apró fénylő bibircsek, amelyek idővel kissé gyarapodván, ilyen minőségben megmaradnak. Ezek nyilvánvalóan egyes olyan sejtekből fejlődött másodlagos telepek, amelyek az elsődleges telep pusztulását — talán nagyobb ellenálló képességük miatt — túlélték; de azért ezek is kórosan terheltek, mert ilyen másodlagos bibircsek továbboltása megint csak egészben vagy részben elhaló telepeket eredményez.

Ez a viselkedés élet- és kórtani szempontból igen tanulságos, amennyiben megfigyelése által rövid időn belül betekintést nyerünk számtalan generáción keresztül megnyilvánuló kóros terheltségről, amint ez magasabbrendű és hosszúéletű szervezetekre vonatkozólag fáradságos észlelések révén talán csak évezredek alatt volna lehetséges.

Néhányszor megtörtént, hogy ilyen  $\alpha$ -typusú tenyészetben az összes telepek elhaltak, a nélkül, hogy utólag másodlagos telepek nőttek volna ki belőlük; egy ilyen tenyészetet 64, egy másikat 94 nap múlva teljesen elhaltnak találtam, de bizonyára már jóval előbb is el voltak halva.

A  $\beta$ -telepek tovább tenyésztve is sokáig megtartották a rendes bacillusnak megfelelő jelleget; annál meglepőbb volt, hogy néhány év múlva belőlük is egyebek között  $\alpha$ -typusú telepek nőttek.

Mínthogy a pestis bacillusa hajlamos olykor duzzadt, úgynevezett involúciós alakká változni, arra lehetne gondolni, hogy az  $\alpha$ -typusnál is ilyesvalami szerepel; erről azonban nem lehet szó, amennyiben több hónapos, három éves normális jellegű tenyészetekben sohasem láttam az  $\alpha$ -typushoz hasonlítható alakokat (l. a 9. ábrát).

Tudni akarván, vajjon az  $\alpha$ -jellegű csírák a kiindulási tenyészetben (= C-ben) egyenletesen elosztva, vagy csak bizonyos pontokhoz kötve vannak-e jelen, ennek a C-tenyészetnek (amidőn 646 napos volt) különböző pontjairól átoltásokat végeztem és pedig: I) a legfelső fehér szegély sima részéből; II) ugyan-

ennek a szegélynek másodlagos bibircseket tartalmazó részéből; III) a tenyészet alsó részének egy bibircsmentes elsődleges telepéből; IV) egy fekete másodlagos bibircsből a III-nak közeléből. Fejlődött a következő: I-ből egyforma telepek, kiemelkedő centrummal, vékony lebenyes és csipkés szegéllyel (normális jelleg); II-ből a fentebb már behatóbban ismertetett  $\alpha$  és  $\beta$  jellegnek megfelelő kétféle telep; III- és IV-ből makroszkóposan az  $\alpha$ - és  $\beta$ -ra hasonló telepek, amelyek azonban mikroszkóp alatt a  $\beta$ -típusnak feleltek meg.

Jellegzetes  $\alpha$ -telepek e szerint ez alkalommal is, úgymint első ízben, a tenyészet legfelső, másodlagos csomócskákat tartalmazó szintelen szegélyéből fejlődtek. Ebből ismét úgy látszik, hogy itt is, mint a festéktermelő változatra vonatkozólag, a másodlagos telepek azok, ahol az élettanilag megváltozott sejtek találhatóak.

Arra a kérdésre, hogy az  $\alpha$ -varians lassanként vagy ugrás-szerűen támadt-e, annál nehezebb válaszolni, mert a tenyészetek ez irányban előzőleg behatóbban vizsgálva nem voltak; azt azonban állíthatni vélem, hogy úgy ennek a törzsnek, valamint három más, szintén több mint 20 éven át tovatenyésztgetett törzsnek tenyészeiteiben ez az  $\alpha$ -varians kifejezett jellegével nem igen lehetett jelen, minthogy minden átoltás után a fiatal tenyészetek növekedését napokon át figyelemmel kísértem, mielőtt a gyűjteménytárba elhelyeztem.

Az  $\alpha$ -változat azonban távolról sem mutatkozott megállapodottnak, amennyiben továbbtenyésztésekor különféle egyéb telepek is nőttek, amelyek azonban úgy kicsinsységük, mint egyéb tulajdonságaik alapján legkevésbé sem emlékeztettek rendes pestis-telepekre; mindnyájukra jellemző volt a nagyon korlátolt, satnya növekedés és a többé-kevésbé kifejezett nyálkás összeállás. Élettartamuk nagyon különböző; némelyek, főleg a kiemelkedő nedvdúsak, néhány nap mulva teljesen lelapultak és elhaltak lehetnek, másrészüket ellenben még hónapok mulva tartalmazhat élő sejteket.

Rövid életű volta miatt ezt az eredeti  $\alpha$ -varianst elvesztettem, mert nem elég sűrűn tenyésztgettem tovább, de későbbi vizsgálataim folyamán újra találkoztam vele. Amidőn ugyanis az eddig leírt és 1922-ben megkezdett vizsgálatokat 1925 tavaszán



folytatva, egy  $\beta$ -typusú 2 éves 5 hónapos és 10 napos agar-kultúrából új tenyészetet készítettem, ebben egyebek között oly telepek is nőttek, amelyek minden tekintetben az  $\alpha$ -typusnak feleltek meg úgy makro-, mint mikroszkóposan; ezeknek továbbtenyésztése sokszor már két-három hét múlva sem sikerült, bár ők maguk, mint éppen említém, majdnem harmadféléves tenyészetnek csiráiból nőttek.

Említésre méltó, hogy ebben a két és félesztendő agar-tenyészetben sok tiszúrásnyi-mákszemnyi fekete csomócska támadt, sok helyen a tenyészet szélei is feketés színeződést mutattak. Az e tenyészetből készült újabb tenyészet félév múlva hasonló képet mutatott.

Hogyan értelmezzük az  $\alpha$ -typusú baktériumokon észlelt jelenségeket? Kezdetől fogva a baktériumsejt beteg voltának megnyilvánulásait láttam bennük; a betegség, amelynek oka öröklékeny, a sejtek életfunkcióit mélyrehatóan módosítja és láthatólag a sejt duzzadását, hólyagosodását, megpukkadását és feloldódását vonja maga után, ami egy-két nap alatt végbemehet. De a betegségnek nem szükségképpen ez a kimenetele, mert annak különböző fokai vannak. A betegség oka azonban sokáig lappanghat a sejtekben, a nélkül, hogy ezeket elpusztítaná, mert csak így érthető, hogy egyes  $\alpha$ -typusú telepekben hosszú idő múlva is akadhatnak még élő csírák, de ezekből újabb tovább-oltáskor nagyon rövidéletű telepek nőhetnek. A betegség oka számos hónapon át lappanghat egyes sejtekben és csak későbbi generációkban válthat ki hamarosan halálra vezető betegséget. Ez emlékeztet magasabb szervezetek, pl. az ember bizonyos betegségeinek öröklékeny okaira és hajlamaira, ahol a hajlam (ok) nem szükségképpen minden generációban érvényesül, de gyakran gyermekben és unokákban sokkal komolyabb betegséget vált ki, mint a szülőké vagy a nagyszülőké volt.

Amidőn az  $\alpha$ -typusú bacillusokra figyelmissé lettem, még nem volt saját tapasztalatom a bacteriophagiáról, mindamellett gondoltam arra, hogy itt bacteriophagiás jelenségről lehetne szó; egy körülményt azonban ezzel a föltevessel nem tartottam összegeyzethetőnek; nem tudtam ugyanis elgondolni, hogy tenyészetemben a bacteriophag egy negyedszázadig jelen lehetett volna.

a nélkül, hogy figyelmemet magára vonta volna, a továbboltogatások folyamán pedig nem igen juthatott a tenyészetekbe. Ennélfogva azt következtettem, ha az  $\alpha$ -typusú bacillus betegsége a bacteriophagia körébe tartozik, akkor utóbbi nem lehet exogen eredetű, nevezetesen nem lehet mikroba által okozott, mert hogyan juthatott volna ilyen az én tenyészeimbe? Azóta mélyebb betekintést szerezvén a bacteriophagiába, meg kell engednem, hogy ez az utóbbi érvem nem helytálló s ma nem tartom lehetetlennek, hogy a bacteriophag valamely tenyészetben évek hosszú során át lappangva és észrevétlen maradjon.

Az  $\alpha$ -typusú telepekről és baktériumairól vázolt képek és jelenségek valóban olyanok, aminők a bacteriophagiára is jellemzők; az elhalt  $\alpha$ -telepek festődési viselkedése és mikroszkópos képe (lenyomati készítményben) ugyancsak hasonlított bacteriophagiás telepek magatartására, nevezetesen a karbols-toluidinkéssel pirosra festődő, felhőszerű vagy apró szemcsés maradékanyag, gyakran finom jegecekkel; ellenben hiányoztak bizonyos, a bacteriophagiára jellemző jelenségek, de ami még fontosabb, nem sikerült bizonyítanom, hogy az  $\alpha$ -typus betegsége, illetőleg ennek oki tényezője normális bacillusokra átvihető, ami pedig egyik kriteriuma a bacteriophagiának.

Ami a hiányzó jelenségeket illeti, meg kell említenem, hogy  $\alpha$ -typusú tenyészeimben sohasem láttam a bacteriophagiára jellemző tarfoltokat (D'Hérelle-féle tache vierge-eket), vagy kirágott szélű, poikilomorph telepeket (GILDEMEISTER: Flutterkolonien).

Arra irányuló kísérleteim, hogy  $\alpha$ -typusú anyagommal a betegséget, kiindulási törzsem egyéb, nevezetesen  $\beta$ -typusára átvigym, eredménytelenek voltak. Itt azonban arra kellett gondolnom, hogyha régi pestis-tenyészetem valóban tartalmazza a bacteriophagot, annak baktériumai utóbbival szemben ellenállóvá s ennek következtében a bacteriophagia szemléltetésére már alkalmatlanná válhattak. Ezért később, miután négy frissebb pestis-törzsnek birtokába jutottam, úgy ezekkel, mint typhus-, paratyphus  $B$ )-, ratimors- és coli-bacillusokkal bacteriophagiára irányuló kísérleteket végeztem. Minthogy  $\alpha$ -typusú legelső tenyészeim mind kihaltak, erre a célra oly  $\beta$ -typusú kultúrákat használtam, amelyek-



ben (amint már említém)  $\alpha$ -jellegű telepek jelenlétét megállapítottam. Három ilyen  $\beta$ -agar tenyészetből készült és többnapos levestenyészeteket félóránig  $60^\circ$ -os vízfürdőben tartottam, miáltal a baktériumok elhaltak, míg az esetleg jelenlevő bacteriophagnak hatásosnak kellett maradnia. Ezután úgy a négy pestis-törzsből, valamint a fentebb említett négy baktériumfajból agaron sűrű szélesztések készültek, ezekre pedig az utóbb említett,  $60^\circ$ -ra melegített 3 levestenyészetből egy-egy csöpp lett reá bocsátva; az agar-tenyészetek rendes módon fejlődtek, a csöppek helyén sem fejlődési hátramaradás, sem a bacteriophagiának egyéb makrovagy mikroszkópos jele észlelhető nem volt.

Az  $\alpha$ -typusú kolóniákban ezek szerint a bacteriophagnak jelenlétét kimutatnom nem sikerült; kérdés, hogy azért a jelenléte kizártnak tekinthető-e?

A bacteriophagiáról szóló tanulmányaimban nyomatékosan hangsúlyoztam, hogy mennyire nehéz lehet a bacteriophagnak valamely tenyészetben való kimutatása. Ha az  $\alpha$ -telepek rendelkezései valóban nem tartoznak a bacteriophagia körébe, aminthogy kísérleti eredményeim szerint nem is tartoznak oda, érdekes voltuk még fokozódnék, mert ez esetben azt bizonyítanánk, hogy egészen hasonló kóros jelenségek, aminők a bacteriophagiánál átvihető (tehát külső) oki tényező következtében állnak elő, belső és átöröklődő alkati okokból kifolyólag is támadhatnak, épp úgy, amint magasabb élő lényekben is egészen hasonló betegségek és sejteltváltozások igen különböző oki tényezők következményei lehetnek.

### Az ábrák magyarázata:

1. *ábra*: 11  $\frac{1}{2}$  hónapos agartenyészet számos apró, fekete másodlagos teleppel; 3 : 1.

2. *ábra*: 11  $\frac{1}{2}$  hónapos agartenyészet kémlecsőben; középső és alsó részében kiemelkedő és élesen határolt fekete másodlagos telepek; legfelül (a ferde agar legvékonyabb részén) a tenyészet csipkés-lebenyes szélű, kékes-fekete; 5 : 1

3. *ábra*: Az előbbi tenyészetet 262 nappal későbbben ábrázolva; a tenyészet alsó és középső részében majdnem semmit sem változott, ellenben legfelső fekete részéből felfelé meglehetősen széles, vékony szegély nőtt ki, melyben még később különböző nagyságú szintelen bibires támadt; utóbbiak

a fényképben azért sötétek, mert erős kiemelkedésük miatt csak kevés fényt bocsájtottak át magukon; 5 : 1.

4. *ábra* : 45 napos szélesztési tenyészet, amely a 3. ábrán föltüntetett tenyészet legfelső szegélyéből készült, amidőn az 21 hónapos volt. A három nagy telep a pestisbacillus rendes telepeinek felel meg ( $\beta$ -typus); a kicsinyek  $\alpha$ -typusok és közöttük ismét háromféle különbözhető meg, ú. m. : 1. apró, homogén, kerek korongocskák; ezek korán teljesen elhalt telepek és megfelelnek a szövegben említett  $\gamma$ -typusnak; 2. olyanok, mint az 1. alattiak, csak hogy utólag bennük egyes élve maradt csirákból, 1, helyenként 2—3 erősen kiemelkedő és fénylő másodlagos bibires nőtt ki; 3. a kép balfelében apró telepek, amelyek kezdetben az 1. alattiakra hasonlítottak, később azonban számosabb másodlagos telep kinövése által némileg még terjeszkedtek, dudorzos felületet és karélyozott konturt nyertek; 5 : 1.

5. *ábra* : Bacillusok 24 órás  $\alpha$ -typusú agartenyészetből carbol-fuchsinnal festve; 1000 : 1.

6. *ábra* : U. m. 5. *ábra*, de két napos; 1000 : 1.

7. *ábra* : U. m. 5. és 6. *ábra*, de 36 napos; 1000 : 1.

8. *ábra* : Bacillusok tíznapos  $\beta$ -typusú kultúrából; 1000 : 1.

9. *ábra* : U. m. 8. *ábra*, de 80 napos : agartenyészet lenyomata carbol-fuchsinnal festve; a finoman szemcsés halvány alap elhalt bacillusokból áll, benne elhintve festett és részben bizonyára még élő baktériumok csoportjai, amelyekből utólag másodlagos telepek nőhetnek ki; 500 : 1.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 március 22.-én tartott üléséből.)

## ZWEI EIGENARTIGE VARIANTEN DES PESTBAZILLUS.

Von HUGO v. PREISZ, o. Mitglied der Akademie.

Es werden zwei Varianten beschrieben, die in Agarkulturen eines Stammes des Pestbacillus auftauchten, nachdem dieser 24 Jahre lang auf Agar fortgezüchtet worden war.

Die eine Variante zeichnete sich durch die Bildung eines rauchgrauen bis tintenschwarzen Pigmentes aus, die niemals in jungen, sondern immer in älteren Kulturen und vornehmlich in den sekundären Knötchen, aber oft auch im Saume der Kolonien oder des Bakterien-Rasens auftrat. Abimpfungen von schwarzen Knötchen ergeben farblose Kulturen, die später schwarze Knötchen oder Säume erzeugen können oder auch nicht. Äussere Lebensbedingungen können die Pigmentbildung fördern, denn während in einer Agarkultur sich sekundäre Knötchen und Pigment bildeten, blieb in einer Kultur auf LÖFFLERSchem Agar, die derselben Abstammung und derselben Alters gewesen, beides aus.

Die zweite Variante war gekennzeichnet durch die Kleinheit, dünnflüssige oder stark schleimige Konsistenz ihrer Kolonien auf Agar. Die Bazillen dieser letzteren verfielen einer kolossalen Quellung, Verflüssigung und platzten zuletzt, zufolge dessen diese Kolonien durch Wasser-Verlust ganz abflachten und zu matten, unansehnlichen Scheibchen wurden. In dieser Weise können solche Kolonien binnen 2—3 Tagen abgestorben sein; nicht selten aber erheben sich nachträglich aus einzelnen am Leben gebliebenen Keimen solcher Kolonien stark erhabene saftige sekundäre Knötchen, die als solche lange bestehen können. Dieses Verhalten ist als eine Krankheit zu betrachten, deren Anlage

vererblich ist, denn Verimpfung solcher Kolonien ergibt stets ähnliche. Diese Variante trägt vieles zur Schau, was stark an Bakteriophagie erinnert; es gelang jedoch nicht, mit ihr die Übertragbarkeit auf normale Stämme des Pest-Bazillus oder auf andere Bakterienarten nachzuweisen; auch zeigten sich in ihren Kulturen niemals Löcherbildung (*taches vierges d'Hérelle's*) oder Flatterformen.

Die Variation scheint von Zellen der sekundären Knötchen auszugehen, die stets abnorme biologische Eigenschaften bekunden; denn so wie die Pigmentbildung oft nur in den Knötchen auftritt, so wuchs die schleimige Variante nur an solchen Stellen der alten Pestkultur, wo sich sekundäre Knötchen befanden. Dass aber aus schwarzen Rändern eines Rasens oder einer Kolonie sich wieder ein weisser und weiss bleibender Saum hervorschieben kann, weist darauf hin, dass auch Änderungen der äusseren Bedingungen (wie solche nämlich im Nährboden allmählich vor sich gehen), bei der Variation eine Rolle zukommt.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

## AZ ÖRÖKLŐDŐ IDEGBAJOK ANATÓMIAI LÉNYEGÉRŐL ÉS AZ ÁTÖRÖKLŐDÉS JELENTŐSÉGÉRŐL.

SCHAFFER KÁROLY rendes tag székfoglalója.

Pontosan 12 év előtt akadémiai székfoglalóban az öröklődő idegbajok általános kórszövettani jellemzésével foglalkoztam. Akkor valósággal még csak az első körvonalakat vontam meg szinte tapogatózva; azóta kialakítottam az idegbántalmak e fontos rendjére vonatkozó morfológiai vizsgálataimat, melyeknek eredményét a «Gesellschaft Deutscher Nervenärzte» két év előtt Innsbruckban megtartott tárgyalásain hivatalos referátum alakjában, ez évben pedig önálló monografiában (Über das morphologische Wesen und die Histopathologie der hereditär-systematischen Nervenkrankheiten. J. SPRINGER, Berlin, 1926) foglaltam össze.

Az átöröklődés a biológia és pathológia egyik leghatalmasabb problémája. Az utolsó évtizedekben mindjobban annak felismerésére jutottunk, hogy az *éj életjelenségek* túlnyomó részben csiralevélbeli adottságon alapulnak, vagyis a szülők nemi sejtjeiben foglalt és nyilván a mag chromosomáihoz kötött átörökíthető egységektől, a genektől függenek, amelyekre a külső behatások csak kis mértékben és mellékesen bírnak módosító hatással; míg a *kóros életjelenségek* egyrészt mint kifejezetten átörökítettek, másrészt mint kifejezetten külső káros behatásokon alapuló elváltozásai az emberi szervezetnek, szerepelnek. E két rendje a kóros elváltozásoknak megfelel a *belső eredésű* vagy *endogen* és a *külső eredésű* vagy *exogen betegségeknek*, melyeknek kialakulása egymástól merőben különbözik. Míg az exogen betegségek mindig valamely kimutathatóan külső ártalomra vezethetők

vissza, addig az endogen betegségekre nézve éppen az a jellemző, hogy kívülről ható noxákat itt nem találunk még oly szorgos keresésre sem, hanem ellenkezőleg belső tényezők, mint az örökletesség, családiasság, a jelentkezés MENDEL-féle számszerűsége és a vérrokonság szerepelnek. E mellett az adott endogen betegség ugyanannak a családnak körén belül ugyanabban a korban jelentkezhetik (homochronia), mint azt pl. a családi merevgörcsös bénulásnál látjuk megvalósítva, ahol észlelésem szerint mindkét testvérnél a harmadik életévben mutatkoztak a bántalom első nyomai. Azt a jelenséget pedig, melynél fogva egy családban ugyanaz a kórforma jelentkezik, homotypia névvel jelöljük meg. Az exo- és endogen betegségek alapján létrejövő klinikai kép, vagyis a betegség külső megjelenése, az úgynevezett *phaenotypus*, olykor nagyon hasonlatos lehet egymáshoz, ami a központi idegrendszer anatómiai szerkezete alapján érthető is. Mert pl. a merevgörcsös bénulás mint kórállapot épp úgy lehet valamely külső ártalom, pl. lueszos infekció eredménye, mint öröklődő családi alapon előállott kórkép; mindkét esetben csak az szükséges, hogy úgy a külső, mind a belső ártalom a merevgörcsös bénulás tünetét adó lobor-pályát (pyramis) illesse. Ehhez képest tehát azonos *phænotypus* mutatkozhatik exogen és endogen alapon és a két forma közti különbséget *klinikailag* a kiképződés módja adja meg: lueszos merevgörcsös bénulás esetén a kimutatható fertőzéssel kapcsolatosan állott elő a kórkép, míg az öröklődő családi formánál minden külső behatástól függetlenül, a szóbanforgó családban megadott okoknál fogva képződött ki ugyanabban a korban és formában a család több tagján. Így tehát a lueszos formához képest mindenkoron pluralitásával tűnik ki az endogen forma, mert az exogen lueszos alak lényegében csakis singularis megnyilvánulás lehet.

Az eddigiekből eléggé kitűnik az a körülmény, hogy az exo- és endogen idegbajok *klinikailag* egymástól jól elkülöníthetők és így szinte önmagától felvetődő kérdés volt reám nézve, vajjon *anyagi, szövettani mibenlétük tekintetében* is nem különböznek-e egymástól? Ez irányú vizsgálódásaim alapjául egy úgy klinikailag, mint anatómiailag paradigmaszámba menő ideg-betegség, a családiasságos idiotaság szolgált, mely családi



megjelenésével, a faji hajlamosság talaján — lengyel zsidó családokban otthonos — fejlődik ki és felette érdekes kórszövettani elváltozások alapján oly anatómiai képet ad, mely az eddig ismert elváltozásokkal szemben igen jellegzetesnek látszott. És mivel itt az idegsejtek szerkezet nélküli protoplazmájában, a hyaloplazmában fedeztem fel az elváltozás lényegét annak szertelen felduzzadásában, azért is azt a feltevéses következtetést vontam le e jellegzetes elváltozásból, hogy az átöröklődő családias idegbetegségek anyagi mibenléte a szerkezet nélküli protoplazmának elsődleges elváltozásában rejlik.

De csakhamar egy további felismerésre jutottam, melynek 1914-ben akadémiai székfoglalóban adtam először kifejezést; e szerint a protoplazmaduzzadáson kívül, illetőleg a mellett van egy még általánosabb momentum és ez az, hogy az elváltozás a központi idegrendszerben a legszigorúbb szövettani válogatás, elektivitás jegyében folyik le, amennyiben kizárólag a külső csiralevél leszármazottjai, vagyis az idegsejtes és rostos, szóval a neuronális elemek, valamint a neurogliás elemek változnak el az idegrendszer mesodermás elemeinek, a vérereknek és agyhártyáknak teljes megkimélésével. Ismeretes, hogy az exogen betegségek általánosságban válogatás nélkül úgy az ekto- mind a mesodermás elemeket szokták megtámadni és e fajta bántalmak folyamán az idegrendszer szerkezeti elemeinek válogatós bántalmáról szó nem lehet. E felismerés alapján az öröklődő idegbajok anatómiájában mint *elviley* fontos tényező a külső csiralevél szerint történő válogatás, az *ektodermás elektivitás* szerepel. E felismeréssel kapcsolatban feltűnt továbbá nekem az a körülmény is, hogy az ektodermás elemek közül túlnyomóan a fejlődéstan megszabta sorrendben *későbbben érteé váló*, vagyis *fiatalabb elemek*, illetőleg *pályarendszerek azok, melyek leginkább* elváltoznak, *elfajulnak*. Miután pedig szabály, hogy az onto-phylogenesis tekintetében a korábban kialakuló úgynevezett ősi pályák ellentállóbbak, míg a későbbben kialakuló úgynevezett fiatalabb vagy új pályák kevésbé ellentálló, esélyesebbek, vagyis könnyebben elfajulók: azért is szembeszökő volt reám nézve, hogy az ektodermás bántalom bizonyos fejlődéstani vonást nyer eme fejlődéstani sorrend által. Ezen fejlődéstani

jellege az öröklődő elfajulásnak, a heredodegenerációnak még növekedett azáltal, hogy a központi idegrendszernek úgynevezett fejlődéstanilag megszabott szelvényeire, milyen a gerincagyvelő, a csüllőagyvelő, az előagyvelő, szorítkozik az endogen bántalom és így ez utóbbi összegezésben oly ektodermás betegség, mely a fejlődéstan megszabta rendszerekre és szelvényekre terjed ki. 1921-ben mondtam ki, hogy *a heredo-degeneráció anatomiaiilag a központi idegrendszernek fejlődéstanilag meghatározott megbetegedése*. Ezzel szemben az exogen bántalom nem csupán hogy nincs tekintettel a központi idegrendszernek fejlődéstanilag azonos alkotó elemeire, hanem szelvényeire és rendszereire sincs tehát nem elektív, hanem diffus bántalom.

Látnivaló e fejtegetésekből, hogy az *endogen idegbántalom kórszövegtana három tényezőnek együtteséből alakul ki; ezek a szövettani, a rendszeres és a szelvényes válogatás*. E három tényező közül a szövettani szorosabb meghatározásra szorul, mert szem előtt kell tartanunk azt a fontos ténytet, hogy tisztára ektodermás megbetegedés előfordulhat nem csupán endogen, hanem exogen megbetegedés alapján is. Nevezetesen szerves és szervesült mérgek, pl. a dysenteria vagy diphtheria toxinja, képesek ektodermás degenerációt előidézni és így nyilvánvaló, hogy az ektodermás elektivitás kettős alapon fordulhat elő, úgymint *kémiai elektív és genetikai elektív alapon* és így mint első éles határvonalat húztam innsbrucki referatomban az *ektodermotropia* és *ektodermogenia* között. És így bár megeshetik, hogy az exogen behatás bizonyos kémiai affinitás alapján válogatósan az ektodermás elemeket támadja meg, de sohasem teszi ezt meg sem szelvényesen, sem rendszeresen és így az *ektodermotrop bántalom mindenkoron nélkülözi a rendszeres és szelvényes tényezőt*.

Mindezekután kétségtelen, hogy a valóságos endogen bántalom anatómiai meghatározásához a jelzett három anatómiai tényező *együttesen* szükséges, és ez az, amit én az *anatómiai tényezők triászának* neveztem el.

*Az anatómiai tényezők triászában csupa oly mozzanat szerepel, melyek mindegyike fejlődéstanilag jellegettel bír*. Tiszta formájában a rendszeres és szelvényes tényezőnek fejlődéstanilag

mivolta kétségtelen és e kettő az, mely jelenlétével az ektodermogeniát bizonyítja, vagyis az ektodermás elemek degenerálásának fejlődéstani természetére utal. Másszóval: tisztára ektodermás degeneráció akkor forog fenn, hogyha ez fejlődéstaniilag meghatározott szelvényekre és rendszerekre terjed ki a mesodermás elemek teljes megkimélésével. Ezzel szemben az ektodermotropos degeneráció mint ilyen az által tűnik ki, hogy bár esetenként helyileg az ektodermás elemekre elektíve hat, de nem rendszerekre és szelvényekre részarányos kétoldalisággal, mint ezt az ektodermogen bántalomnál látjuk és igen sokszor mesodermás reakcióval — érelváltozással — kapcsolatos, mely utóbbi figyelmünket mindenkor *nem valódi* ektodermás bántalomra fogja felhívni.

*Az átöröklődő rendszeres idegbántalmak e fejlődéstani meghatározottsága annyit jelent, hogy ilyen esetekben az idegrendszernek valamely velenemzett gyengesége szerepel* és mivel ez a gyengeség a külső csiralevél elemeire vonatkozik, azért is mint első használtam erre nézve a *csiralevél-betegség* elnevezést. E csiralevél-betegségekre való hajlamosítotttságot két körülmény igazolja. Mindenekelőtt a központi idegrendszernek szerkezethelyi gyengesége fogja ezt elárulni, ami az idegelemeknek a normális szerkezettől elütő kialakulásában, az idegrendszernek úgynevezett dysarchitekturájában nyilvánul meg (rendellenes szerkezetű, alakú, elhelyezkedésű idegsejtek, az idegrostoknak rendellenes vékonysága, a gliasejteknek többmagvúsága; ezenkívül úgynevezett dysarchitektoniás szerkezetek, mint pl. tökéletlenül kialakult nagyagi kéreg, a kéregmezőknek anthropoid organizációja stb., stb.). Ilyen rendellenesen kialakult idegrendszer a *dysplasia* bélyegét hordja magán és ez a fejlődés rendes menetének megzavarására utal. A dysplasián kívül egy másik jele az ektodermás gyengeségnek az ektodermás elemeknek kizárólagos elhalása, mely sohasem lépi túl a központi idegrendszerben levő ektomesodermás határhártyát — *membrana limitans gliae* — és így nyilvánvaló, hogy ezen a határvonalon innen fekvő ektodermás elemeknek ab ovo megadott gyengeségére utal e magatartás. E csiralevélbeli gyengeségnél fogva az e csiralevélhez tartozó elemek — idegsejtek és idegrostok — korlátolt életképességgel bírnak és így az előbb-utóbb beköszöntő tovahaladó degenerá-

lásra hajlamosítottak. Ezek szerint a külső csiralevél elemei már eredettől fogva életképtelenek — abiotrophiások — és így érthető, hogy hosszabb-rövidebb látszólagos épség után előrehaladó sínylődésbe esnek és így végül elpusztulnak.

Az általam felállított csiralevél-betegség fogalmát 1923-ban HEINRICH BAUER göttingai sebész-biológus megerősítette, mert aminthogy én a külső csiralevél bántalmaként fogom fel az átöröklődő rendszeres idegbetegségeket, azonképpen a német szerző a csont-, a porcogó-, a kötőszövet- és az izomrendszer átöröklődő bajait a középső csiralevél — mesodermarendszer — betegségei gyanánt állítja oda. E két csiralevél betegségeinek nemcsak rokonságát, hanem lényegbeli azonosságát az a körülmény igazolja, hogy ezek szövődhetnek vagy olyképpen, hogy egy egyénben ekto- és mesodermás rendszer betegség forog fenn, pl. a családi merevgörcsös bénulás kórképén kívül ugyanaz a beteg még az izomdystrophia képét is nyújthatja vagy pedig valamely családon belül az ascendentia az ektodermás, a descendencia a mesodermás bántalom esetét képviseli, pl. az apa a gerincevelői eredésű, tehát ektodermás tovahaladó izomsorvadásban, a fiú izomdystrophiában, tehát mesodermás átöröklődő rendszerbetegségben szenved.

Fejtegetéseimnek végső eredményét a következőkben foglalom össze.

*A központi idegrendszernek öröklődő betegségei úgynevezett csiralevél-betegségek s mint ilyenek ektodermogen, szelvényes, rendszeres bántalmak. Az ektodermogenia egyértelmű a velem nemzett külső csiralevél-gyengeséggel, mely az idegrendszernek dysplasiájában fog megnyilvánulni. A döntő mozzanat az elektív ektodermogen degenerációnak kétoldali szelvényes és rendszeres elhatárolódása. Az ilyképen általánosságban jellemzett endogen idegbántalomban a megbetegedés a szerkezetnélküli protoplazmának, a hyaloplazmának elektív és progresszív elfajulásában áll, mely főképpen a családi vakságos idiotaságnál mint az öröklődő családi betegségek hevenyész formájánál, hatalmas felpuffadásban árulja el magát. Ilyen protoplazma-elváltozás azonban az idősült formáknál is látható, minők az öröklődő chorea és a családi merevgörcsös bénulás.*

Fenti fejtegetéseket egy példával világítanám meg. Bevezetőleg már szó volt arról, hogy a merevgörcsös bénulásnak van egy exogen lueszos és egy endogen családias alakja. A kettő tünettanilag olykor igen hasonlatos lehet egymáshoz; de anatómiailag különböznek, mert míg a lueszos forma az agykéregtől a gerincevelőig végigfutó lobor pályáknak valamely magasságban, pl. a gerincevelőben, a hidban vagy a két mozgató tekervényben történő esetleges roncsolásának az eredménye, addig az öröklődő családias alak mindkét lobor pályára eredő gócéra, a mellső központi tekervényekre szorítózkodó elsődleges ektodermás degenerációnak a következménye. Az *utóbbi forma* szelvényes és rendszeres ektodermás bántalom képviselője, mert *mindenkor* az előagyvelőben székel és kizárólag ennek mozgató rostrendszerét, a lobor pályát kétoldalt egyformán, kizárólag idegelemeiben támadja meg. Az *előbbi forma* ellenkezőleg ekto- és mesodermás elemeket együttesen roncsoló oly bántalom, mely a lobor pályákat történetesen és tökéletlenül érő lueszos érbántalom eredménye, mely mint ilyen, a lobor pályát hol eredése pontján, hol hosszú lefutásának bármely pontján más pályákkal együtt érheti. Míg az endogen merevgörcsös bénulás *elsősorlagosan*, addig az exogen forma *másodlagosan előállott betegség*. A két lényegében különböző bántalom ellentétes jellemzését az alábbi táblázatban foglalom össze.

#### Endogen merevgörcsös bénulás.

1. *Ektodermás elektivitás*: csakis neuronális elemek pusztulása *elsődleges* degenerálás alapján; azt mondjuk, hogy a degenerálódó idegelemek *abiotrofiások*.

2. *Szelvény-elektivitás*: *mindenkor* az előagyvelő (telencephalon) a bántalom egyedüli székhelye.

3. *Rendszer-elektivitás*: a két lobor pályára a mellső kp. tekervényben levő eredetétől fogva végig egyformán beteg; ez kétoldali részarányos

#### Exogen merevgörcsös bénulás.

1. *Nincs szövetelemek szerinti elektivitás*, mert a lueszos érbántalom úgy ektodermás (neuronális), valamint mesodermás elemeket (ér- és kötőszövet) pusztít, tehát az elemek *másodlagosan* degenerálnak.

2. *Nincs jellegzetes szelvény-elektivitás*, mert a lueszos érbántalom hol az előagyban, hol a csüllőagyban hol a gerincegyben székel.

3. *Nincs rendszer-elektivitás*, mert a lueszos érbántalom a) a lobor pályát legtöbbször csak részlegesen roncsolja; b) kétoldalt igen külön-

bántalmat jelent, mely a loborpálya eredő idegsejtjeit elsődlegesen éri, tehát *elsődleges rendszerbántalmat* eredményez. A loborpálya eredő sejtjei dysplasiát mutatnak: kettős magvú, alakatlan és hibásan irányított elemek elég számban jelentkeznek rendszeren fejlett elemek között.

bőző fokban támadja meg: kétoldali részaránytalan bántalom, mely a loborpályákon a roncsolás helyétől lefelé haladó másodlagos elfajulást — *másodlagos rendszerbántalmat* — eredményez.

Tekintetes Akadémia! Az öröklődő rendszeres idegbántalmak fejlődéstani meghatározottsága felette fontos mozzanat, mert éppen ezen az alapon e betegségek lényegébe nyerünk némi bepillantást. Hogy ezt megértsük, szükséges lesz a normális fejlődéstani viszonyokra futó pillantást vetnünk, amely meggyőző bennünket arról, hogy a himesirasejt által megtermékenyített petesejt, a legkezdetlegesebb változásoktól a legvégső kifejlődésig, egy hosszú során a folyton előrehaladó, egyre összetettebb kialakulásoknak esik át, mely sorozat megfordíthatatlan, irreversibilis. Hasonlattal élve azt mondhatnók, hogy a pete megtermékenyítése pillanatában olyan, mint egy igen komplikált óramű felhúzása pillanatában, mely mű e pillanattól fogva szerkezete értelmében, kényszerűen jár le. Míg a normális fejlődési sorozatnak törvényszerű eredménye a normális egyén, addig az öröklődő családi betegségeknel, *mert fejlődéstanilag vannak megszabva*, kell hogy egy eredendő szereplő fejlődéstani rendellenesség legyen megadva, mely hol korábban, hol későbbben érezteti kóros hatását.

Az öröklődő elme-idegbajok fejlődéstani adottsága ezeket már eleve is kizárja az esetenként való orvosi gyógyítás, de nem gondozás köréből és így befolyásolhatóságuk tekintetében kilátást csak a fajhygiene alapján nyújthatnak. Már most a fajbiológusok által elismert tény az, hogy a külső körülmények, bármily kedvezőek is legyenek az egyénre nézve, az öröklődő értékeket nem javítják meg és így minden kétségen felül áll, hogy valamely örökletes betegségnek kezelése a kórok, vagyis a hibás, illetőleg beteges örökletes alap befolyásoltatása útján lehetetlen. Ez után csakis a selectio marad fenn, vagyis az öröklődő kóros alapot azáltal igyekszünk kiküszöbölni, hogy a kóros alap képviselőjét a nemzés

lehetőségéből kizárjuk, amennyiben szociális eszközökkel gátoljuk meg utódok létesítését. Ezek az eszközök: rokonházasságok megakadályozása, vagyis az ekkor oly gyakran szereplő csökkent értékű és beteges egyének tenyésztésének megakadályozása — eliminatio —, ellenben egészséges és tehetséges emberek tenyésztésének előmozdítása — electio —. Fokozná ez eliminációs és electiv fajhygiénét még a fajhygiénés pénzügyi politika, kolonizációs politika és végül bizonyos fajhygiénés etikának, a nemzés etikájának terjesztése. Az állat- és növénytenyésztés szép sikerei kecsegtető és utánzásra buzdító tanulságokat látszanak nyújtani az emberi fajhygiénére nézve is, melynek azonban sarkalatos fogyatékosága a gyakorlati kivétel lehetetlensége az esetek túlnyomó számában, hiszen egyrészt az emberi szervezet sokkal összetettebb a növényihez képest, tehát a számbajövő tényezők is bonyolultabbak, másrészt az ember mint akaratos lény, magát az állattenyésztés szabályainak alávetni vajmi ritkán lesz hajlandó. Az eszményi fajhygiénés követelmények adta nehéz helyzetet pedig még súlyosabbá, illetőleg kérdésessé teszi az az eset, midőn a szülők látszatra teljesen egészségesek, bennük azonban bizonyos, meg nem állapítható hátrányos öröklődő egységek lappanganak, melyek a nemi összetalálkozás alkalmával érvényesülve, az utódban nyilvánulnak meg, olykor igen szomorú formában. Összegezve tehát azt mondhatjuk, hogy a fajhygiene az elérendő megoldásnak csak *elvi lehetőségét* nyújtja; a valóságban annyi ismert és ismeretlen nehézség tornyosul a kivétel útjába, hogy *ma* még a rezignáció álláspontjára kényszerülünk. És ha végül *az átöröklődés jelentőségét az egyénre nézve* keressük, akkor a következőt kell mondanunk: *az öröklődő ideg- és elmebetegségek mint kóros fejlődéstani adottságok befolyásolhatatlanok lévén, az embernek balsorsát fejezik ki, amint hogy a normális fejlődés, mert normálisan kifejlett s így életképes szervezetet eredményez, az embernek szerencsés végzetét jelenti.*

# ÜBER DAS ANATOMISCHE WESEN DER HEREDITÄREN NERVENKRANKHEITEN UND ÜBER DIE BEDEUTUNG DER VERERBUNG.

Von KARL SCHAFFER, ord. Mitglied der Akademie.

Verfasser charakterisiert in anatomischer Beziehung die systematisch-hereditären Nervenkrankheiten als eine entwicklungs-geschichtlich bedingte Erkrankung des Zentralnervensystems, welche durch die Faktorentrias der Keimblattwahl, der Systemwahl und der Segmentwahl zum Ausdruck gelangt. Indem er zwischen chemisch-elektiven oder ektodermotropen und genetisch-elektiven oder ektodermogenen Erkrankungen des Zentralnervensystems unterscheidet, bestimmt er die hereditär systematischen Nervenkrankheiten als Keimblatterkrankungen, welche als solche ektodermogen, segmentär und systematisch sind. Die Ektodermogenie ist gleichbedeutend mit anerbter Schwäche des Ektoderms, welche in der Dysplasie des Zentralnervensystems sich äussern wird; entscheidend für die elektiv ektodermogene Degeneration ist deren bilateral-symmetrische Begrenzung, indem embryologisch bestimmte Segmente und in denselben gewisse Neuronensysteme primär degenerieren. Dabei spielt die elektiv progressive Degeneration des strukturlosen Zytoplasma die Hauptrolle, indem die affizierten Neuronensysteme in ihren Elementen (Ganglienzellen) eine in auffallender Schwellung sich kundgebende Veränderung erleiden, wie dies Verfasser für die familiär-amaurotische Idiotie und die familiäre Lateralsklerose nachwies; für die familiäre Chorea ist diese Veränderung gleichfalls bekannt. Als embryologisch determinierte Erkrankungen sind die hereditär-systematischen Nervenkrankheiten einer Therapie unzugänglich, stellen daher tatsächlich das Fatum des betroffenen Individuums dar.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 17. Mai 1926.)



## TELÉRKÖZETEK A DITRÓI NEFELINSZIENIT- MASSZIVUMBÓL.

VENDL MIKLÓS-tól.

A ditrói nefelinszienit-masszivumot geológiailag MAURITZ BÉLA tanulmányozta. Gyűjtésének eredményei részben az ő önálló,<sup>1</sup> részben pedig F. H. HARWOODdal és velem<sup>2</sup> együtt készített dolgozataiban már napvilágot láttak. Ezek alapján bátrán mondhatjuk immár azt, hogy a ditrói szienittömsz egyikévé vált a legrészletesebben tanulmányozott petrografiai provinciáknak. Különösen tisztázottnak mondhatók a masszivum petrokémiai viszonyai ama 17 elemzés alapján, amelyeknek egyik részét MAURITZ BÉLA, a másik részét pedig F. H. HARWOOD készítette el a legújabb időben. Ez elemzések alapján MAURITZ a közel-múltban megjelent egyik munkájában azután már a differenciáció menetét is elég pontosan megállapíthatta.<sup>3</sup>

A vizsgálatok során azonban — kiegészítésképpen — szükségesnek mutatkozott még a típusos aplitok és a szöveteileg kissé már a monchiqueitekhez húzó camptonitek kémiai viszonyainak a megállapítása is. E munka elvégzését vállaltam s jelen dolgozatomban két ilyen telérközetnek a kémiai elemzését is közöl-

---

<sup>1</sup> MAURITZ BÉLA: Adatok a gyergyó-ditrói szienittömsz kémiai viszonyainak ismeretéhez. Math. term.-tud. Értesítő XXX. 607. (1912.)

<sup>2</sup> MAURITZ BÉLA -VENDL MIKLÓS: Adatok a ditrói szienitmasszivum abisszikus közzeteinek ismeretéhez. U. ott. XL. 271. (1923.)

MAURITZ BÉLA—VENDL MIKLÓS—F. H. HARWOOD: A ditrói szienit újabb típusai. U. ott. XL. 99. (1923.)

MAURITZ BÉLA -VENDL MIKLÓS-- F. H. HARWOOD: A ditrói szienit további petrokémiai vizsgálata. U. ott. XLI. 61. (1925.)

<sup>3</sup> MAURITZ BÉLA: A magmatikus differenciáció a ditrói és a mecseki foyaitos közzetekben. U. ott. XLI. 241. (1925.)

hetem, továbbá ezek alapján kémiai rendszertani helyüket. Köszönettel tartozom MAURITZ BÉLÁNAK ama lekötelező szívességeért, amellyel e kiegészítő vizsgálatok elvégzését nekem engedte át.

E két újabb elemzés azután lehetővé tette azt, hogy a MAURITZ BÉLA utóbb idézett munkájában megszerkesztett differenciációs diagrammjaikat kiegészíthettem. Dolgozatom végén e kérdést részletesebben fogom még tárgyalni.

A jelzett két új elemzéssel a ditrói nefelinszienit-masszivumra vonatkozó újabb elemzések száma 19-re emelkedett.

A két megelemezett telérműzet mellett még számos más telér ásványos összetételéről is beszámolhatok, amely adatok a feljebb említett közlemények adatait szervesen kiegészítik.

E helyen köszönetet mondok VÁGI ISTVÁN főiskolai tanár úrnak, akinek laboratóriumában készíthettem el az elemzéseket.

A ditrói masszivum telérműzeteinek zöme a camptonitok s a tinguaítok közé tartozik. Típusos aplit és pegmatit igen ritka. A tinguaítok lényegesen nem térnek el kemizmusukban a nefelinszienitétől, amint ez már régebben ismeretes is, azért nem fogom ezeket a diaschist telérek közé venni (ahol mint leukokrat jellegű kőzeteknek volna helyük), hanem külön csoportban fogom tárgyalni. A megvizsgált kőzetek a következők:

## I. Diaschist leukokrat telérek.

### a) Pegmatitok.

1. Alkáli szienitpegmatit. Békénypatak, 1106  $\diamond$ -tól nyugatra a vízmosásban.

### b) Aplitok.

1. Nefelinszienitaplit. Angi-patak sarka, 1282  $\diamond$ .
2. Aplitos nefelinszienit-porfir, Usanód-patak a Nyárad-patak felett.

## II. Diaschist melanokrat telérek.

### Camptonitok.

1. Biotitos amfibol-camptonit. Várpaták, 1168  $\diamond$ -tól délre 150 m-rel.
2. Amfibol-camptonit. Károly-patak, 1130  $\diamond$ -tól délnyugatra.

### III. Tinguaitok.

1. Nefelintinguait. Piricske sarok.
2. Nefelintinguait. Csanód-patak, 990  $\diamond$  felett a két patak.
3. Nefelintinguait. Békény-patak, 1106  $\diamond$ -tól nyugatra a vízmosásból.
4. Nefelintinguait. Piricske nyugati út fent.
5. Nefelintinguait. Várpatak, 1158  $\diamond$  hágótól északnyugatra 100 m-rel.
6. Nefelintinguait. Csanód-patak, 1140  $\diamond$ -nál a kontaktusnál.
7. Nefelintinguait. Várpaktól északkeletre, 1151  $\diamond$  alatt.
8. Nefelintinguaitporfir. Károlyvésze, 1158  $\diamond$ -tól délnyugatra 100 m-rel.

### I. Diaschist leukokrat telérek.

#### a) *Pegmatitok.*

1. Alkáliszienitpegmatit. Békény-patak, 1106  $\diamond$ -tól nyugatra a vízmosásban (3).<sup>1</sup>

Meglehetősen durvaszemű kőzet. Színe a főtömegét alkotó téglapiros földpátok miatt vöröses, amely szint azonban itt-ott zöldes-sötét kloritos foltok tarkítanak. Mikroszkóp alatt kitűnik az, hogy a kőzetben kétféle földpát van, amelyek egymással igen változatos pertites és antipertites összenövéseket alkotnak. Az egyik földpátféleség az *a* kristálytani tengely irányában hosszúra nyúlt *mikroklín*. Igen érdekes, hogy e kőzetben nem keresztrácsos, amint ez a ditrói mikroklínekre olyannyira jellemző, hanem csupán foltosan és igen finoman ikerlemezes az albit-törvény szerint. A kőzet másik földpátja az *albit*, amely, mint feljebb említettem már, a mikroklínnel változatos pertites összenövésben jelenik meg. Az albit az *M* lap szerint szintén igen finoman ikerlemezes. A vékony csiszolatban az albitos részek teljesen víztiszták, a mikroklines részek pedig sárgás szürkén zavarosak. Három a (001) lappal párhuzamosan készült pertit-csiszolatban a mikro-

<sup>1</sup> A kőzet lelőhelye után zárójelbe helyezett szám a budapesti Tudományegyetem ásványkőzettani intézet gyűjteményében levő kőzetet és a hozzá tartozó csiszolatot jelzi.

klines részen  $\alpha M = 17^\circ, 16^\circ, 17^\circ$ , az albitos részeken pedig  $3^\circ, 3^\circ, 4^\circ$  volt a kioltás. A földpátok néha karlsbadi ikrek is. Sokszor erősebben *kalcitosodottak*, a kalcit szabálytalan foltokban vagy szitaszerűen lyukgatja át a nagy földpáttegyéneket. Helyenként bőven találunk e földpátokban *muszkovitos* és ritkán *epidotos* bomlási termékeket is. Itt-ott teljes élességgel felismerhető az, hogy a muszkovit a nagy földpátok rovására keletkezett. Másutt a földpátok átalakulása már annyira előrehaladott, hogy helyét valóságos muszkovit-kalcit pszeudomorfóza foglalja el. A muszkovit teljesen víztiszta, pikkelyes halmazokat alkot.  $a:c = kb. 2^\circ$ . Igen elterjedt elegyrésze a kőzetnek egy másik csillámféleség is, egy lemezes-szálal halmazokat alkotó s ennek következtében aggregatpolarizációt mutató *klorit*-féleség. Kíséretében kalcit mellett *leukoxén* is bőven jelenik meg. Gyaníthatóan a klorit egy eredetien *Ti*-ban dús elegyrész elbomlásából keletkezhetett.  $a:c = kb. 0^\circ$ . Pleokroizmusa:

$a =$  halványsárga,

$b =$  sötétzöld,

$c =$  sötétzöld.

Az optikai sajátságok *delessitra* mutatnak. Leukoxén nemcsak a kloritos halmazokban figyelhető meg, hanem zöldessárga, gyengén kékes árnyalatú, apró szabálytalan alakú szemecskéi hintve s gyakran halmazoskákat alkotva is előfordulnak. Néha a kalcit és a muszkovitpikkelyek kíséretében is feltűnik. A kevés, apró, xenomorf kifejlődésű leukoxénesedő vagy helyenként rozsdásodó *ércszemecskéről* különösebb megemlíteni való nincsen. A kőzet szövete *pegmatitosba hajló hipidiomorf-szemcsés*, a nagy földpáttegyének meglehetősen idiomorfok.

#### b) *Aplitok.*

1. Nefelinszenitaplit. Angi-patak sarka, 1282  $\diamond$  (7).

Aprószemű, világosszürke színű, tömött kőzet, helyenként szép kék színű szodalithfoltokkal. Mikroszkóp alatt vizsgálva a kőzetet, igen sok apró, xenomorf kifejlődésű, keresztrácsos *mikro-*

*klin* mellett elég sok apró, szintén xenomorf *plagioklászt* is találunk, amelyek néha undulálva oltanak ki. A plagioklászok fénytörése a kanadabalzsam körül van,  $a < \text{balzsam} < \gamma$ . Az albit-ikertörvény szerint sokszorosán és sűrűn ikerlemezesek. A plagioklászokon mértem:

$$\perp \gamma \text{ --- --- --- } a'P = 12^\circ,$$

$$\perp \gamma \text{ --- --- --- } a'P = 20^\circ,$$

$$\perp a \text{ --- --- --- } a'M = 13^\circ.$$

E mérések alapján *albitok* és *oligoklászalbitok*. A Viola-féle valószínű kioltások is egyébként megerősítik az albitos jelleget. Egy esetben pedig a + optikai karaktert is biztosan meg lehetett állapítani.

A földpátok mellett elég gyakori elegyrész a teljesen xenomorf, ritkábban gömbölyded, meglehetősen üde *nefelin* is. Helyenként igen gyengén *spreusteinesedett*. Belsejében pedig itt-ott *canerinit*, *biotit* vagy *mikroclin* zárvány figyelhető meg. A szabálytalan szemekben jelentkező *szodalith* teljesen hézagkitöltő. Hasonló a szerepe az elég gyakran jelentkező *canerinit*nek is. Apró, xenomorfkaréjos szemei főként a nefelinek körül tömörülnek halmazokban, vagy pedig ezekben zárványokat alkotnak. E *canerinites* halmazokban kevés, foszlányos, primér *muszkovitot* is látunk. A muszkovit mellett még gyéren apró *biotit* foszlányokat is találunk a kőzetben szétszórva. Pleokroizmusa:

a = halvány szalmasárga;

b = c = sötétbarna.

E barna *biotit* mellett egy-két foszlány zöldszínűt is találunk. Kiséretében kevés, itt-ott négyzetes, vagy hatszöges kontúrú *magnetit* is feltűnik. Hintve, igen-igen ritkán egy-egy kissé rozsdásodó idiomorf *pirit* szemecske is látszik. A kőzet elegyrészei közül csupán a gyéren előforduló érceken látható többkevesebb idiomorfizmus, míg a többi elegyrész mind xenomorf. Ennek következtében a kőzet szövete *pauallotriomorf-szemcsés*. A kőzet kémiai összetétele és az Osann-faktorok:

$SiO_2$	56.82 %	$s = 65.82$
$TiO_2$	0.34 %	$A = 15.02$
$Al_2O_3$	23.55 %	$C = 0.99$
$Fe_2O_3$	1.50 %	$F = 2.16$
$FeO$	0.68 %	$n = 7.8a$
$MnO$	ny %	$k = 0.70$
$MgO$	0.11 %	$a = 24.8$
$CaO$	0.80 %	$c = 1.6$
$Na_2O$	9.92 %	$f = 3.6$
$K_2O$	4.17 %	
$H_2O^{-110^\circ}$	0.18 %	
$H_2O^{+110^\circ}$	1.13 %	
$P_2O_5$	ny %	
$Cl$	0.26 %	
$CO_2$	0.52 %	
	<u>99.88 %</u>	

Az Osann-formula felállításakor a primér csillámok jelenlétére tekintettel kellett lennem. Az Osann-féle rendszerben a kőzet a nefelinszienitek csoportjában a Mariupol és Tamara<sup>1</sup> típusok közé illeszkedik be. Különösen közel áll értékeiben a Mariupol-csoporton belül a senegáliai Sors-szigetek egyik nefelinszienitjéhez s a Tamara-csoportban felsorolt kőzetek közül pedig egy északamerikai Salem Neck, Mass. környékéről származó nefelinszienittel mutat nagy rokonságot.

	$s$	$a$	$c$	$f$	$n$	$sov$	$SiO_2$
Angipatak	65.82	24.8	1.6	3.6	7.8	$\alpha$	56.82
Mariupol-típus	67.5	26.5	0	3.5	8.5	$\alpha$	58.14
Tamara-típus	68	23	2	5	6.7	$\beta$	59.18
Nefelinszienit, Sors-szigetek	64.97	25.5	0	4.5	7.7	$\alpha$	55.15
Nefelinszienit, Salem Neck, Mass.	67.19	24	1.5	4.5	7.5	$\alpha$	58.77

<sup>1</sup> A. OSANN: Der chemische Faktor in einer natürlichen Klassifikation der Eruptivgesteine. I. 91. és 94.

A kőzetre kiszámítottam a NIGGLI értékeket is, hogy MAURITZ említett differenciációs diagrammjával összehasonlíthassam.

<i>si</i>	<i>qz</i>	<i>ti</i>	<i>p</i>	<i>h</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>c/fm</i>	<i>metszet</i>
196	— 74	0·88	—	13·06	4·8	6·5	3	42·5	0·22	0·09	0·46	4.

Ez értékekből az aplitos jelleg jobban kitűnik, mint az OSANN-faktorokból. E nefelinszienitaplit NIGGLI normálfoyaitos magma-csoportjába tartozik, melynek típus-értékei: <sup>1</sup>

<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
190	42	12	5	41	0·28	0·20	3—4.

Ezzel szemben azonban kőzetünk leukokratabb jellege fel-tűnő. Különösen nagy az eltérés az *al*, az *fm* és az *mg* érté-  
kekben. E típusérték kíséretében NIGGLI még számos foyaitos  
kőzetet is felsorolt, amelyek közül aplitunkat még legjobban egy  
Salem Neck, Essex Co.-i foyait közelíti meg, melynek értékei:

<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
204	46	8	2·5	43·5	0·25	0·13	3.

Ha aplitunk NIGGLI-értékeit összehasonlítjuk MAURITZ BÉLA  
említett diagrammjának a *si* = 196 abszcissza pontjához tartozó  
ordináta-értékeivel, akkor kitűnik az, hogy a mi kőzetünk csu-  
pán az aplitos jellegből fakadó magasabb *al* és alacsonyabb *c*  
meg *fm* értékeivel tér el rendkívül csekély mértékben ezektől.  
Különösen kitűnik az erős megegyezés akkor, ha összehasonlít-  
juk ez aplitot a *si* = 199 értékkel bíró Békény (146) jelzésű  
tinguaitporfirral,<sup>2</sup> melyet HARWOOD elemzett meg, és a *si* = 197  
értékű, MAURITZ elemezte Kürücz-patak jelzésű tinguaittal.<sup>2</sup>

	<i>si</i>	<i>qz</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
Békény (146)	199	—73	45·5	7	5	42·5	0·26	0·03	4—5
Kürücz-patak	197	—69	46	9	3·5	41·5	0·26	0·10	3
Angi-patak	196	—74	48	6·5	3	42·5	0·22	0·09	4.

2. *Aplitos nefelinszienitporfir*. Usanód-patak a Nyárad-patak  
felett (8).

<sup>1</sup> PAUL NIGGLI: Gesteins- und Mineralprovinzen. I. 153. (1923.)

<sup>2</sup> MAURITZ BÉLA: A magmatikus differenciáció a ditrói és a mecseki  
foyaitos kőzetekben. Math. term.-tud. Értesítő. XLI. 250—251. (1925.)

Szürkeszínű tömött alapanyagból itt-ott léces kifejlődésű, néha az 1 cm nagyságot is elérő földpátok villannak fel. Helyenként a színes elegyrészek 1–2 mm átmérőjű fekete csomóit és hintve egy-egy apró, sárgásbarna színű titanit-szemet is láthatunk. A mikroszkóp alatt szintén rögtön feltűnnek a nagy, sokszor karlsbadi-ikres, táblás *mikroklínek*, melyek *albittal* gyakran pertitesen összenöttek. Ez utóbbi orsói a mikroklin *c* kristálytani tengelyével párhuzamosan helyezkednek el. Egy pertit (010) lapján a mikroklines részén a  $\gamma$  ferde kilépése jól volt megfigyelhető, ugyanezen a helyen  $\alpha'P = 7^\circ$ , a pertit albitos részén pedig  $16 = 17^\circ$  volt. A nagy pertites mikroklíneken kívül számos apró is van, nemkülönben bőven találunk nem pertites *plagioklász*t is, melyek az albitikertörvény, ritkábban pedig a periklin szerint is sűrűn ikerlemezesek. Ritkán *antipertit* is akad. E plagioklászokon  $\beta < \text{balzsam} \leq \gamma$ ,

$$\begin{aligned} \perp a \text{ --- } \alpha'M &= 8^\circ; \\ \parallel 010 \text{ --- } \alpha'P &= 19^\circ. \end{aligned}$$

A szimmetrikus zónában mért maximális kioltás:

$$\alpha'M = 15^\circ - 15^\circ.$$

E mérések szerint a plagioklászok *albitok* s *albitoligoklászok*. Néha hullámos kioltásúak. Gyakori elegyrész a *nefelin* is, amely igen gyakran idiomorf. A *c* kristálytani tengellyel párhuzamosan sok, igen kicsi, zöldszerű, oszlopos, túialakú zárvány helyezkedik el bennök, amelyek minden valószínűséggel *aegirin*ek. Igen gyéren egy-egy foszlányos *alkáliamfibol* szemecske is feltűnik. Imitt-amott a {010} és az {110} formák felismerhetők egyénein. Az amfibol optikai tengelyszöge kicsi, hasonló a kettős-törése is. Optikai karaktere negatív. A tengelysík normálszimmetrikus helyzetű. Az optikai tengelyek diszperziója:  $\nu > \rho$ . Pleokroizmusa:  $c > b > a$

$$\begin{aligned} a &= \text{barnássárga,} \\ b &= \text{igen sötét kékesbarna,} \\ c &= \text{sötétbarna, csaknem fekete.} \end{aligned}$$

Az amfibolban gyakori zárvány a *titanit*, mely ezenkívül a közetben hintve is előfordul. A kevés apró *biotit* cafatos csoport-



tocskákat alkot. Gyakori az amfibollal való összenövése, helyenként pedig szabálytalanul, poikilitesen lyukgatja azt át. Optikai tengelyszöge kicsi, pleokroizmusa:

$$\begin{aligned} a &= \text{halványsárga,} \\ b = c &= \text{piszkos sötétbarna.} \end{aligned}$$

A nefelinek körül itt-ott xenomorf karéjos-öblös *cancrinit* szemek halmazai helyezkednek el. Szétszórtaan s a nefelinben zárványként egy-két xenomorf *szodalith* szemecskét is látunk. Az ércek családját egy-két xenomorf *magnetit* szemecske képviseli.

A kőzet szövete *holokristályosan porfirós*: *aplitos* alapanyagban ülnék a nagytáblás mikroclin és négyzetes nefelin beágyazások.

## II. Diaschist melanokrat telérek.

1. Biotitos amfibolcamptonit. Várpaták, 1168  $\diamond$ -tól délre 150 m-rel.

Aprószemű, feketeszínű kőzet. A sötét alapból apró, fehérszínű kalcitmandulácskák tűnnek fel. Mikroszkópi megfigyeléssel kiténik az, hogy a sokszor hullámos kioltású *földpát* helyenként igen finom és érdekesen szakgatott lefutású albit-ikres. Sok helyen az ikerlemezek kifejlődése emlékeztet a mikroclin finom rácsozására. A földpátok mintegy üvegszerű alapanyagot alkotnak, amelybe a többi elegyrész beágyazott. Hasadás csak igen ritkán figyelhető meg rajtuk. Az optikai tengelyek szöge  $90^\circ$  körül van, fénytörése:  $\alpha \leq \text{balzsam} \leq \gamma$ . Az egyik zónás, eléggé jól kifejlődött albittörvény szerinti ikres egyéven, mely  $\perp a$  volt, mértem:

$$\begin{aligned} \text{a magban} & \dots \dots \dots a'M = 2^\circ ; \\ \text{a szegélyen} & \dots \dots \dots a'M = \pm 9\frac{1}{2}^\circ . \end{aligned}$$

A mag tehát oligoklász, a szegély pedig oligoklászalbit volna. A földpát egyébként tökéletlenül fejlődött ki. Általában nefelinitoid kifejlődésű *savanyú oligoklásznak* lehet minősíteni. Színes

elegyrészek zárványként gyakoriak benne; különösen sok a  $c$  kristálytani tengelyre merőleges metszetben élesen hatszöges kontúrú *apatit* prizmáska. Az oligoklász sok esetben *kalцитosodik*. A kőzet uralkodó elegyrésze az *amfibol*. Hosszúkás-prizmás egyénein a  $\{010\}$  és az  $\{110\}$  forma egyensúlyban kifejlődve élesen jelenik meg. A terminalis lapok hiányoznak;  $\{100\}$  szerint igen gyakoriak az ikrek. Az optikai tengelyek szöge nagy, az optikai karakter negatív.  $b = b$ ;  $c : c = ca 10^\circ$ . A biszektrixdiszperzió igen gyenge. Pleokroizmusa:

a = halványsárga,

b = veres árnyalatú barna,

c = kissé veres árnyalatú barna.

Másik gyakori színes elegyrésze e camptonitnek egy zöldes-barna színű *biotit*. Foszlányos kifejlődésű, gyaníthatóan az amfibolból keletkezett. Az átalakulás az amfibol szegélyén kezdődik meg, az első stádiumot az amfibol zöldülése jelzi. A biotit kíséretében alacsony és helyenkint abnormális indigókék interferenciaszínű, gyengén sárgászöld pleokroizmusú *pennint* is találunk. Az amfibol átalakulása helyenkint annyira előrehaladt, hogy helyét már teljesen apró csillámpikkelyékből álló halmaz foglalja el. E csillámhalmazokban az eredeti amfibolnak kis roncsai még néhol felismerhetők. E vázolt átalakulással karöltve bőséges *leukoxéneseülés* és *ércpigment-kiválás* is jár. Titántartalmú, erősebben leukoxénesedő *magnetit* bőven van. Kis idiomorf szemeit főként a színes elegyrészekben láthatjuk. A kőzet szövete igen érdekes. Nefelinitoidszerű oligoklászos alapanyagban ülnek a prizmazónában éles idiomorfizmussal kialakult amfibolkristálykák. A holokristályos alapanyagot alkotó földpátok nagyobbak az amfiboloknál, a szerepük azonban hézagkitöltő s ez alapján szólók itt alapanyagról. Az idiomorf amfibolok ez esetben beágyazásoknak tekinthetők. A kőzet ez érdekes szövete s általában az összbenyomás alapján húz az üveges alapanyagú monchiqueitekhez. A kőzet összetétele és az OSANN-faktorok:

$SiO_2$	— — — — —	44·66 %	$s = 53·82$
$TiO_2$	— — — — —	4·62 %	$A = 5·48$
$Al_2O_3$	— — — — —	14·19 %	$C = 3·85$
$Fe_2O_3$	— — — — —	3·23 %	$F = 27·22$
$FeO$	— — — — —	7·39 %	$a = 4·5$
$MnO$	— — — — —	ny %	$c = 3·2$
$MgO$	— — — — —	6·71 %	$f = 22·3$
$CaO$	— — — — —	8·52 %	$n = 8a$
$Na_2O$	— — — — —	4·04 %	$k = 0·79$
$K_2O$	— — — — —	1·56 %	$P_2O_5 = 0·30.$
$H_2O^{-110°}$	— — — — —	0·39 %	
$H_2O^{+110°}$	— — — — —	2·96 %	
$P_2O_5$	— — — — —	0·64 %	
$Cl$	— — — — —	0·05 %	
$CO_2$	— — — — —	1·15 %	
		<u>100·11 %.</u>	

OSANN rendszerében a kőzet a mélységbeli kőzettípusok közül a GERSTENBERG, továbbá a MALGOLA- és a DIGNAES-típusokhoz<sup>1</sup> mutatja a legnagyobb rokonságot. Az első típusban noriteket, olivinoriteket, olivinmonzonitokat és essexitgabbrókat látunk összefoglalva, a másodikban essexiteket, essexitgabbrókat, sőt dioritokat és gabbrókat is találunk, az utolsó típusban pedig essexiteket, essexitgabbrókat és dioritot. Az egyes csoportokon belül különösen nagy kőzetünk hasonlósága egyes essexites olivin-gabbrókhöz, sőt gabbróhoz is. A GERSTENBERG-típusban összefoglalt kőzetek közül legközelebb áll kőzetünkhöz kémiailag a 455. számú essexites olivingabbró, a DIGNAES-típus kőzetei közül a 447. számú essexites olivingabbró s végül a MALGOLA-típus alatt felsoroltak közül pedig a 489. számú gabbró, amint ez az alábbi felsorolásból világosan kitűnik:

	$s$	$a$	$c$	$f$	$n$	$k$	$P_2O_5$
Várpataki camptonit	— — —	53·82	4·5	3·2	22·3	8a	0·79 0·30
GERSTENBERG-típus	— — —	52·5	3·5	4	22·5	7·7a	0·80 0·18
MALGOLA-típus	— — —	52·5	4	5·5	20·5	8·1a	0·81 0·24
DIGNAES-típus	— — —	55	6	4	20	7·8a	0·78 0·38.

<sup>1</sup> l. c. 74., 77., 75.

## 455. Essexites olivingabbró

	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	$P_2O_5$
Liadouse. Cantal _ _ _ _	51·85	4	3	23	7·9 $\alpha$	—	—
489. Gabbro, Nicholville. N. J.	53·51	4	5	21	7·4 $\beta$	—	—

## 447. Essexites olivingabbró

Liadouse, Cantal _ _ _ _	55·17	5	3·5	21·5	7·8 $\alpha$	—	—
--------------------------	-------	---	-----	------	--------------	---	---

Ez összehasonlításból kitűnik az, hogy a várpataki camptonit már nem típusos atlanti kőzet, hanem erős pacifikus vonatkozásokat mutat. A DIGNAES-típust OSANN még alkáli-típusnak veszi, mert az essexitekhez sorolja, a GERSTENBERG-típust pedig már inkább alkalimésznek. Hasonlóképpen ide esik már a MARGOLA-típus is. A kiömlésbeli kőzetekre felállított típus-formulák közül e camptonit a MONTSACOPA- és LONDORF-típusokkal mutatja a legnagyobb rokonságot.<sup>1</sup>

	<i>s</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	$P_2O_5$
MONTSACOPA-típus _ _ _	52·5	4	2	24	6·8 $\beta$	0·78	0·44
LONDORF-típus _ _ _	52·5	3·5	4	22·5	7·5 $\alpha$	0·81	0·30.

Kőzetünk NIGGLI-értékei a következők:

<i>si</i>	<i>qz</i>	<i>ti</i>	<i>p</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>c/fm</i>	<i>metszet</i>
109	—39	8·44	0·66	20·3	45·5	22·2	12·0	0·20	0·54	0·49	4.

Ha MAURITZ említett differenciációs diagrammján a  $si = 109$  abszcissa-pontnak megfelelő ordináta-pontokat egybevetjük e camptonit megfelelő értékeivel, akkor azt találjuk, hogy ezek egymástól meglehetősen eltérnek. Különösen nagyobb az eltérés az *fm* és *al* értékeknél. Dolgozatom végén erre még visszatérek. Kőzetünk NIGGLI theralitgabbroid magmatípusával mutat meglehetősen rokonságot, melynek csoportértékei:<sup>2</sup>

<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
90	20	46	23	11	0·25	0·50	4.

Másrészt azonban talán nagyobb a hasonlóság NIGGLI essexitgabbroid-típusához, sőt az e csoportban felsorolt kőzetek közül a 7. számú gabbro erősen meg is közelíti. Essexitgabbroid-típus:<sup>3</sup>

<sup>1</sup> A OSANN: Der chemische Faktor in einer natürlichen Klassifikation der Eruptivgesteine. II. 25. és 27.

<sup>2</sup> l. c. 168.

<sup>3</sup> l. c. 169.

<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
105	23	43	24	10	0·25	0·45	4.

7. számú gabbró, NICHOLVILLE N. J.:

<i>si</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>metszet</i>
109	23	46	20	11	0·26	0·39	3.

Az essexitgabbroid típus kőzetei már erősen átmeneti jellegűek. A lamprofiros típusok közül a Camptonit-típust közelíti meg legjobban kőzetünk: <sup>1</sup>

	<i>si</i>	<i>qz</i>	<i>al</i>	<i>fm</i>	<i>c</i>	<i>alk</i>	<i>k</i>	<i>mg</i>	<i>c/fm</i>	<i>metszet</i>
Camptonit-típus	105	—35	22	44	24	10	0·29	0·48	0·55	4.

2. Biotitos amfibol camptonit. Károly-patak 1130  $\diamond$ -tól dél-nyugatra (15).

Aprószemű, helyenként kissé likacsos texturájú, sötét, zöldefekete színű kőzet. Egyes üveges külsejű földpátok és bronzszínű biotitpikkelykék ismerhetők csak fel szabad szemmel. Mikroszkóp alatt láthatjuk azt, hogy az általában zavaros földpátok teljes összevisszaságban helyezkednek el. Rendesen xenomorfok, egyeseken azonban léces tendencia felismerhető. Ez utóbbiak az albitikertörvény szerint lemezések is. A xenomorf, erősen zavaros egyének között akadnak olyanok, amelyek rendkívül hullámos kioltásúak. Így például egy ilyen földpáton, amely, amennyire ezt meg lehetett állapítani,  $\gamma$ -ra merőleges volt,  $a'P + 22^\circ$ -tól  $-9^\circ$ -ig adódott. A kanadabalzsamnál fénytörőbbek. E földpátoknak pontos meghatározása nem sikerült. Ezek mellett azonban pontosan meg lehetett határozni egy gyakran albit-, sőt ritkán még periklinikres plagioklásztt is, amelyen a zónás vagy hullámos kioltás szintén gyakori jelenség. A balzsamnál ezek is fénytörőbbek. Mérések:

$\perp a$	— — — —	a magban	$a'M = 30 - 30^\circ$
		a szegélyen	$a'M = 18^\circ$
$\perp \gamma$	— — — —		$a'P = 23^\circ$
$\perp a$	— — — —		$a'M = 35 - 35^\circ$

Ezek a mérések a *labrasordorra* utalnak. A valószínű ki-

<sup>1</sup> l. c. 382.

oltások e megállapítás helyességét támogatják. Uralkodó színes elegyrészek az *amfibolok*. Két féleség található, az egyik barna-színű vékonycsiszolatban, a másik meg kék. Az első a gyakoribb. E barna amfibolok kicsik, sokszor élesen idiomorfok; nemcsak a prizmaöv  $\{110\}$  és  $\{010\}$  formái jelennek meg rajtuk, hanem meg a terminalis  $\{001\}$  s a  $\{011\}$  formák lapjai is. Pleokroizmusa:

$$c > b > a,$$

$$a = \text{igen halványsárga,}$$

$$b = c = \text{barna.}$$

Az optikai tengelyek szöge nagy, a tengelydiszperzió rendkívül gyenge s éppen ezért biztos felismerése nem sikerült. Hasonlóan gyenge a bisszektrixdiszperzió is. Az optikai tengelyek síkja a szimmetriasíkba esik.  $c : c = 9^\circ - 11^\circ$ . Kettőtörése nem nagy, a szokott vékony csiszolatban I. rendű ibolyáig megy az interferencia-szín. E barna amfibol a késsel gyakran összenő úgy, hogy a  $c$  kristálytani tengelyek s a szimmetriasíkok egybeesnek. A két amfibol összenövése nem tekinthető izomorf továbbnövésnek, mert egymással szemben élesen határolódnak el s izomorf átmeneti rétegződés seholsem észlelhető. A kék amfibol optikai karaktere negatív, tengelyszöge nem nagy (ca  $20^\circ$  alatt). Az optikai tengelyek síkja  $\perp$  (010)-ra.  $b = c$ . A  $b : c$ -t megfelelő metszet hiányában csak közelítően sikerült megállapítanom: kb.  $15^\circ$  körül van. Kettőtörése a barnáénál kisebb, pleokroizmusa:

$$c > b > a,$$

$$a = \text{majdnem szintelen, halványkék,}$$

$$b = \text{kék,}$$

$$c = \text{ibolyáskék.}$$

Az egész kőzet tele van *kloritos* halmazokkal, amelyek szemelláthatóan uralkodóan az amfibolból keletkeztek. Az átalakulás kezdetét az amfibol zöldülése jelzi. A klorit halványzöld színekben pleokroós:

$$a' = \text{igen halvány sárgás-zöld,}$$

$$c' = \text{halványzöld.}$$

A gyenge kettőtörés s a gyakran észlelhető indigó inter-

ferencia-színe *penninre* utal. Nem ritka színes elegyrész még a foszlányos *biotit* sem. Pleokroizmusa:

a = halvány szalmasárga,  
c = sötét szürkésbarna.

Majdnem egy optikai tengelyű,  $a:c = ca\ 0^\circ$ . A biotit szintén kloritosodik. Elég bőségesen találunk még aprószemű, gyakran négyzetes vagy hatszöges átmetszetű *magnetitet*, továbbá a kloritos részekben igen gyakoriak a finoman aprószemű, szürkés-zavaros *leukoxén* halmazocskái is. E leukoxén-foltokban parányi, közelebből éppen e miatt meg nem határozható *ércszemecskék* halmazai is láthatók. Megemlíthetjük még a vékony, tüalaku, gyakori *apatit* mikroliteket, melyeken az  $\{10\bar{1}0\}$  szerinti hasadás s helyenkint még a  $\{0001\}$  szerinti elválás is felismerhető. A földpátok és a színes elegyrészek elmállásából egyaránt keletkezett *kalcit*ről különös említeni való nincsen. A kőzet szövete *panallotriomorfszemcsés*, azonban nem mondható típusosnak az amfibolok gyakoribb idiomorfizmusa miatt.

### III. Tinguaitok.

#### 1. Nefelintinguait. Piricske sarok (10).

Igen aprószemű, tömött, szürkés színű kőzet. Szövete *holokristályos porfiro*s, az alapanyag *trachitos*. Beágyazásokként nagy, léces, néha albitpertites *mikroklín*ek jelennek meg. Apró, xenomorf, kissé léces tendenciájú mikroklín egyébként az alapanyagban is bőven található. Pertites összenövés ezeken is gyakori. Mellette erősen hullámos kioltású xenomorf-léces plagioklász is van az alapanyagban, melynek fénytörése  $\alpha' < \text{balzsam} \leq \gamma'$ . Rendetlen lefutásos ikernyomú ikerlemezes az albittörvény szerint. A plagioklász hullámos kioltása egyáltalán nem a zónásság benyomását kelti a kutatóban, hanem inkább kvareokon nyomás következtében megjelenő hullámos kioltásra emlékeztet. *Oligoklászalbitnak* vehető. A mikroklín beágyazások mellett még nagy, négyzetes átmetszetű *nefelinek* is ülnek az alapanyagban, melyben viszont az apró földpátokhoz hasonlóan igen sok xenomorf, apró nefelinkristály második generációban is megjelenik. A nefel-

lineken helyenként kezdődő spreusteinesedés ismerhető fel. Fel-tünő sok *aegirin* foszlányocskát zár magába s imitt-amott kis *cancrinit* szemecskéket. A xenomorf foszlányos, apró *aegirin* egyébként bőséges elegyrész. Pleokroizmusa:

- a = mély sötétzöld,  
 b = sárgás árnyalatú sötétzöld,  
 c = barnássárga.

Másik színes elegyrész a kevés, apró, foszlányos, majdnem egy optikai tengelyű *biotit*. Néha zárvány az *aegirin*ben. Itt-ott belsejében rendkívül parányi *titanit* zárvány körül pleokroós udvar jelenik meg. Rendkívül érdekes a *cancrinit* megjelenési módja e tinguitban. Karéjos-xenomorf szemei az alapanyagban különösen a nefelinek körül, bőségesen jelennek meg. Keresztezett nikolok között helyenként hasonlít a kép a diabázok divergens-sugaras szövetéhez: a gerendázatot alkotó földpátlécek és nefelinek hézagait mesostasissszerűen tölti ki a *cancrinit*. A kevés *titanit* szétszórta apró szemekben hintve az egész kőzetben megfigyelhető. Igen ritka elegyrész a vékony túalakú *apatit* és még ritkább az apró szemekben jelentkező *fluorit*. Szétszórta kisebb-nagyobb, kevés *érc*kristálykát látunk. A többi elegyrész gyakran finoman átlukgatja az ércet, máskor meg a többi elegyrészt ez ércfoszlányok karéjosan fogják körül. *Ilmenitre* emlékeztet a megjelenési formája. Igen érdekes, hogy egy helyen az alapanyag rendkívül finomszeművé változik s a környező részekhez képest bővebb földpát tartalma révén leukokrátabb jellegű. Savanyú slirnek vehető.

2. Nefelintinguit. Csanód-patak 990  $\diamond$  felett a két patak összeömlésénél, szálban álló kőzet (23).

Sötét, szürkés-zöld színű, tömött texturájú kőzet. Szabad szemmel csupán egy-két táblás, néha karlsbadi ikres *mikroclin* vagy *mikroclin-albitpertit* ismerhető fel, melyek nagysága néha a  $\frac{1}{2}$  cm-t is meghaladja. Ezeken kívül az alapanyagban bőven látható még rendkívül apró s sokszor léces kifejlődésű *mikroclin* szem is, kíséretében hasonló szemnagyságú pár *albit*kerlemez-ből álló vagy ikerlemeztelen *albit*-egyen s sok üde, apró, ritkán nagyobbacska, többé-kevésbé izometrikus *nefelin*-kristály talál-



ható. A *c* kristálytani tengellyel párhuzamosan elhelyezkedő ægerinpálcika-zárvány gyakori jelenség benne. Szintelen elegyrészként még kevés xenomorf *cancrinit*, és hintve egy-egy *szodalith* szemecske figyelhető meg. Az alapanyagban nagyon sok, apró pálcikaalakú *ægirin* van. Pleokroizmusa:

a = kékes árnyalatú sötét barnás-zöld,

b = sötét barnás-zöld,

c = barnássárga.

$a : c = ca 2-4^\circ$ . Tengelyszöge kb.  $70^\circ$ . Helyenkint *ægirin* mállásból származó *leukoxénes-epidotos* halmazocskák figyelhetők meg s ezekben egy-egy izotrop, fénytörésben a titanitét megközelítő barnássárga, valószínűen *gránát* szemecske is feltűnik. A leukokrat elegyrészekben és körülöttük nem ritkák a *szcricités* foltok. Rendkívül ritka és apró elegyrész a *magnetit*. A kőzet szövete *holokristályosporfros*, az alapanyag a rendkívül apró földpátok és *ægirinek* gyakori lécessége miatt *trachitos-panidiomorf*. Különben erősen emlékeztet a phonolitok szövetére.

3. Nefelintinguit. Békény-patak, 1106  $\diamond$ -tól nyugatra a vízmosásból (29).

Rendkívül tömött, szilánkosan törő, szürkésfekete színű kőzet. Szabad szemmel imitt-amott csupán egy-egy porfiros *mikroklín* lécecske ismerhető fel az elegyrészek közül. E beágyazások többé-kevésbbé xenomorfok, igen finom, sőt helyenként majdnem teljesen eltűnő keresztvárosság figyelhető meg kereszttezett nikolok között rajtuk. A kioltások e rendkívül finom rácozás, illetőleg az ebből származó pamatos hullámoság miatt az ortoklászéhoz közelednek. *Albittal* itt-ott pertitesen össze is nő. Karlsbadi ikrek nem ritkák. Igen üde, helyenkint szanidinre emlékeztető a megjelenése, itt-ott még a szanidinekre oly jellemző harántelválás is megjelenik.  $\perp \gamma$ -ra a kioltás  $5-7^\circ$ . Az alapanyagban is találunk sok, apró léces vagy xenomorf mikroklint s mellette bőségesen gyakran ikerlemeznélküli, hullámos kioltású albitot. A nagyobbacska földpátok helyenkint hullámos kioltású rozettaszerű csoportokba tömörültek. A *nefelin* szintén két generációban jelenik meg. Egyes négyzetes kontúrú beágyazás mellett, melyek zöldes, valószínűleg *ægirin*, mikroliteket bőven zárnak magukba, az

alapanyagban is sok apró xenomorf szemet látunk. A bőségesen előforduló apró, foszlányos ægirin egyrészt esomókba tömörülten, másrészt szétszórtan az alapanyagban fordul elő. Pleokroizmusa :

a = sötét zöldesbarna,  
 b = zöldesbarna,  
 c = barnássárga.

a : c = közel 0°. Az ægirin kíséretében itt-ott *biotit* foszlányok is feltűnnek. Szerfelett diszes mozaikokat alkot keresztezett nikolok között az apró xenomorf *cancrinit* a hasonló kifejlődésű *szodalith* társaságában. Gyér elegyrész az apró *titanit*. Hintve még kis, négyzetes kontúrú *ereszemecskéket* is láthatunk, amelyek helyenkint talán kissé nagyobb mennyiségben jelennek meg, mintahogy ez a ditrói tinguitokban szokott lenni. A mállottabb közetrészletekben sárgaszínű rostok figyelhetők meg, melyeknek pontos meghatározása nem sikerült, azonban valószínűnek látszik, hogy ezek nem egyebek a *b* kristálytani tengely irányában megnyúlt *epidot* rostoknál. Erre mutatna a főzóna irányában mért egyenes kioltás és a helyenkint epidotos kettőstörés. A kőzet szövete *holokristályos porfirós*. Beágyazások egy-egy nagyobb nefelin s mikroklin. Az alapanyag strukturája *panidiorf-szemcsés* átmenet a *trachitosba*.

#### 4. Nefelintinguit. Piricske nyugati út ient (26).

Igen tömött, zöldesszürke színű kőzet, melyben itt-ott egyes színes elegyrészek tömörüléséből előálló foltok figyelhetők meg. Beágyazásként egy-két nagyobbacska, keresztácsos, gyengén albitpertites mikroklin szerepel s imitt-amott egy-egy nagyobb, négyzetes átmetszetű, idiomorf *nefelin*. Az alapanyagban a sok léces, apró *mikroklin* mellett hasonló mennyiségű, szintén apró xenomorf nefelin is van. A nefelinekben e kőzetben is gyakoriak a már előző tinguitoknál említett módon megjelenő ægirintüzarványok. *Ægirin* különben apró foszlányos kifejlődésben az alapanyagban is bőven van. Néha (100) szerinti iker is akad közöttük. Kettőstörése a többi, e dolgozatban leírt tinguit ægirinjének kettőstörésénél alacsonyabb. Pleokroizmusa elég erős,  $a > b > c$  :

a = kékes árnyalatú barnás-zöld,

b = barnás-zöld,

c = zöldes árnyalatú sárga.

a : c = ca 4—5°. Az alapanyagban találunk még kevés, a prizma-zónában gyakran élesen idiomorf *alkáliamfibolt* is, mely néha az (100) szerint ikreket is alkot. Nagyobbacska szem igen ritka, ami pontos meghatározását megnehezíti. *Hastingsitszerű* amfibol. Pleokroizmusa igen erős:

a = halványsárga,

b = igen sötét, majdnem opak zöldesbarna,

c = sötét zöldeskék.

b = b. Bisszektrixdiszperzió erős. Egy-egy *lepidomelanszerű biotit* foszlány is feltűnik. Az alárendelt mennyiségű *cancrinit* hézag-kitöltő szerepű. Igen ritkán egy-egy kicsi *fluorit* szemecskét is találunk s végül szétszórtan kevés, elliptikus, vagy néha ikres *titanit* s xenomorf-karéjos, gyengén leukoxénesedő *magnetit* szemecske figyelhető meg. A kőzet szövete *holokristályos-porfiros: trachitos*, finomszemű alapanyagban egy-két nagyobbacska mikroklin, alárendelten pedig nefelin s amfibol beágyazást láthatunk.

5. Nefelintinguait. Várpaták, 1158  $\diamond$  hágótól északnyugatra 100 m-rel (5).

Szürke színű, a rendes tinguaittípusnál valamivel nagyobb szemnagyságú kőzet. Legelterjedtebb beágyazásként vékonyléces, néha az 1 cm-t is elérő, az a kristálytani tengely szerint hosszúra nyúlt s a (010) szerint pedig táblás *mikroklint* említhetjük meg. Gyakran találhatunk karlsbadi ikreket közöttük, az összenövés a (010) lapon történik. Ritkán bavenoi törvény szerinti ikrek is akadnak. Néha egy-egy zömökebb habitusú mikroklin egyén is feltűnik. E beágyazások mellett sok apró, léces vagy xenomorf szemet találunk az alapanyagban is. A földpátok mellett a kőzetnek másik uralkodó elegyrésze a *nefelin*, mely szintén két generációban jelenik meg. A beágyazások néha elég éles négyzetes konturúak, bennük a már ismeretes módon igen sok vékony *ægirin-pálcika* helyezkedik el. E rendezetten megjelenő *ægirin* mikrolitheken kívül még sok, ezeknél nagyobb, szabálytalan elhelyezkedésű *ægirin-zárvány* is található e nagy nefelinekben.

Az alapanyag bőséges nefelinje apró és teljesen xenomorf. Hasonlóan elterjedt elegyrésze az alapanyagban a *cancrinit*, amely szintén apró, xenomorf szemekben jelentkezik. A mikroklinben egyébként gyakran zárvány is van. Nagy mennyiségű *ægirinaugit* is van az alapanyagban. Foszlányos, igen apró szemei szétszórtan mindenütt fellelhetők. Kettőtörése kb. a közönséges amfibolé körül van. Tengelyszöge  $90^\circ$  körül, az optikai tengelyek s a középvonalak diszperziója erős. Pleokroizmusa:

a = sötétzöld,  
 b = kissé barnás-zöld,  
 c = világos borsárga.

a : c =  $20-30^\circ$  között. Apró biotit egyének s gömbölyded titanit zárványok sokszor egészen szitaszerűen lyukgatják át. Más esetekben viszont éppen fordítva megfigyelhető az is, hogy a biotitot növi át poikilitesen az *ægirinaugit*. A kevés, cafatos biotit közel egy optikai tengelyűnek látszik, pleokroizmusa:

a = igen halvány szalmasárga,  
 b = c = sötét barnás-zöld.

c : a = kb.  $0^\circ$ . Gyakori jelenség a pleokroos udvar apró, valószínűleg *titanit* mikrolitek körül. A titanit egyébként apró gömbölyded, szürkésárga szemekben széthintve mindenütt megfigyelhető. Nagyobb kristály ritka, de ezeken némi idiomorfizmus felismerhető. Igen ritka elegyrész a parányi *fluorit* s még ritkább a *zirkon*, melyből csupán egy nagy lyukacsos kristályt figyeltem meg. A szétszórt kis *magnetit* szemcséiről s az apró *apatit* prizmákról különös felemlíteni való nincsen. A kőzet *holokristályos-porfiro*s szövetű, az alapanyag *trachitos* jelleget is mutató *panidiomorf-szemcsés*.

6. Nefelintinguit. Csanód-patak, 1140  $\diamond$ -nál a kontaktusnál (12).

Zöldes-zürke színű, igen tömött kőzet, gyéren egy-egy léces, néha a  $\frac{1}{2}$  cm-t is elérő *földpát* villanik fel. Mikroszkóp alatt kitűnik az, hogy ezek alkotják a kőzet uralkodó szintelen elegyrészeit. A kevés porfiro, a (010) lapon összenőtt gyakori karlsbadi ikres *mikroklin* tábla mellett a kőzet alapanyagában sok

léces aprót is találunk. Ez utóbbiak kíséretében gyéribben egy *albitos* kioltású, egy-két albit-törvény szerinti ikerlemezből álló *plagioklász*t is lelünk. Meglehetősen elterjedt elegyrésze a kőzetnek a *nefelin*, amely kivételesen beágyazásként is előfordul. Szemei általában xenomorfok, a beágyazások azonban idiomorfizmust mutató négyzetes vagy hatszöges átmetszetűek. Helyenként erősebb «spreusteinesedés» figyelhető meg egyénein. Bőven található továbbá apró, vertikális irányban hosszúra nyúlt *aegirin* foszlányokat is, melyeken a prizmazóna formái ritkán felismerhetők. Élénk pleokroizmusa<sup>1</sup>:

- a = sötét barnás-zöld,  
 b = sárgás árnyalatú zöldesbarna,  
 c = barnás árnyalatú sárga.

a : c = kb. 3—4°; b = b. Az optikai tengelyek diszperziója  $\rho < \nu$ . A kevés cafatos, apró, majdnem egy optikai tengelyű *biotit* pleokroizmusa:

- a = halvány szalmasárga,  
 b = c = igen sötét zöldesbarna.

A kőzetben szétszórtan megjelenő kis *cancrinit* szemekről különös említeni való nincsen. Imitt-amott egy-egy *titanit* szemecske is feltűnik s hintve egy-két nagyobbacska s több apró meglehetősen idiomorf *magnetit* szemecske. Az egész kőzetet finom *szodalith*-erek hálózata járja át, amelyek a porfiros földpátokon is áthaladnak. Egyik régebbi, MAURITZ BÉLÁVAL közösen írt dolgozatunkban kitértünk már e jelenségre,<sup>1</sup> itt tehát csupán utalok az ott már elmondottakra. Nem sikerült pontosan meghatároznom parányiségük miatt azokat a halmazocskákat alkotó kissé zöldessárgaszínű, átlátszó, igen erős fénytörésű (kb. kettő körül), izotrop vagy gyengén kettősentörő, karéjos szegélyű szemecskéket, melyek e tinguitban érdekesen megjelennek. Valószínűleg valamilyen ritkább titano-zirkono-szilikáttal van itt dolgunk. A kőzet szövete *holokristályos-porfiros*, az alapanyagot a

<sup>1</sup> MAURITZ BÉLA—VENDL MIKLÓS: Adatok a ditrói szienitmasszivum abisszikus kőzeteinek ismeretéhez. Math. és Természettud. Értesítő XI. köt. 297—298. (1923.)

földpátok léces kifejlődése *trachitos* jellegűvé teszi, sőt helyenkint *fluidális* jelleg is jelentkezik, amennyiben az alapanyag földpátlécecskéi a mikroklin és nefelin beágyazásokat körülfolylják: a földpátlécek hossziránya párhuzamos a beágyazások konturjaival.

7. *Nefelintinguait*. Várpataktól északkeletre, 1151  $\diamond$  alatt 3 cm. telér (11).

Zöldesszürke színű, tömött texturájú kőzet, melyen szabad szemmel egy-egy felvillanó földpátlécecske és sok, pár mm. átmérőjű fekete, színes elegyrészekből álló foltot ismerhetünk csak fel. A fő szintelen elegyrészek a *földpátok*. Kifejlődésük léces, rendkívül aprók. Két féleséggel találkozunk. Az egyik egy sűrűn albit-ikerlemezes, *albitos* kioltású *plagioklász*, a másik pedig néha keresztrácsosságot is mutató *mikroklin*. Egy-két nagyobb beágyazásszerű *nefelin* mellett, melyben az előző kőzetekben említett zöldessárga színű pácikaalakú zárványok hasonló orientációban itt is feltűnnek, *kevés* apró xenomorf szemet is megfigyelhetünk. A kőzetben több színes elegyrész van. Az egyik a bőséges, xenomorf karéjos *biotit*, mely a többi sötét elegyrészszel csomókat alkotva jelenik meg. Pleokroizmusa:

a = halványsárga,

b = c = sötét barnás-zöld.

a : c = kb. 0°. Majdnem egy optikai tengelyű. Benne imitt-amott kb. 60° alatt metsződő, vékony pácikaalakú zárványokat látunk, amelyek valószínűen *ægirinek* vagy *ægirinaugitok*. További gyakori színes elegyrészek a *pyroxének*. Legelőször is egy *diopszidos* jellegű augitról kell megemlékezni, amely néha meglehetősen idiomorf, az {110} jól felismerhető egyénein. Vékony csiszolatban szintelen-szürkés. Az optikai tengelyek síkja párhuzamos a szimmetria sikkal. Pleokroizmus nem figyelhető meg egyénein. Az optikai tengelyek diszperziója gyenge:  $\rho > \nu$ . A biszektrix-diszperzió nem feltűnő, kettőtörése nem túlságosan nagy, erősen ferde kioltású, pozitív fózóna karakterű. E diopszidos augitféleséget zöldszínű, pleokroos augitféleség köpenyként borítja. Sajnos, optikai jellemzőit kedvező metszetek hiányában pontosan megállapítanom nem sikerült. Annyi azonban biztosan felismerhető

volt, hogy a esik közelebb *c*-hez. A tengelyszög nem lehet nagy,  $60^\circ$  körülnek becülöm. *Aegirinek* és *aegirinaugitok* a mért kioltások alapján. Gyakran zónások, a szegélyen a kioltás erősen csökken, tehát kifelé *aegirin*molekulában mind dúsabbá válnak. Erre mutat az is, hogy a szegély felé haladva a kettőstörés nagysága is nő, továbbá ugyancsak ezt jelzi a szegély élénkebb zöld színe is. A nagyobb *augit*-szemeket biotit poikilitesen keresztülkaszul növi. A *cancrinit* teljesen hézagkitöltő szerepű s így ennek megfelelően teljesen xenomorf. A kicsiny földpátlécecskék helyenkint mintegy gerendázatot alkotnak s az így előálló közöket tölti ki a *cancrinit*. Egy-két szintelen halványsárga pleokroizmust mutató *epidot* szemecske is akad. Szétszórtan a kőzetben sok, igen apró, szürkés-sárga *titanit* látható. Nagyobb kristály igen ritka. A sárgaszínű, kissé szürkésbehajló, izotrop vagy gyengén kettősen törő és erősen fénytörő mikrolitek és halmazocskákat alkotó szemecskek a legnagyobb valószínűséggel *gránátoknak* tartandók. Kevés *ércet* is tartalmaz a kőzet, és pedig gyengén leukoxénesedő *ilmenitet*. Főleg a biotitos-titanitos csomókban fordulnak elő. A nagyobb szemek karéjosak s más elegyrészek, így főként a biotit, keresztülyukgatják. A kőzet, szövete a földpátok léces kifejlődése folytán *trachitos*, helyenként a feljebb már említett *cancrinit* megjelenési módja miatt kissé *ophitos*. A kőzet már nem vehető tiszta tinguaitnak, az ásványos összetétel alapján a nefelin háttérbe szorulása révén *sölsbergitnek* vehető, a diopszid megjelenése viszont *essexitaplitos* jellegre utalhat.

8. Nefelintinguait. Károlyvésze, 1158  $\diamond$ -tól délnyugatra 100 méterrel (24).

Szürkészínű, tömött kőzet, melyben szabad szemmel jól felismerhetők üde, üveges,  $\frac{1}{2}$  cm nagyságot is elérő földpátok s itt-ott feltűnnek sötétbarna, fénylő biotit-halmazocskákat is. *Holo-kristályos-porfirok* szövetű kőzet, az alapanyag *panidiomorf-szemcsés*. Beágyazásként sok *mikroclin* és *nefelin* jelenik meg. E nagy mikroklinek kereszttrácsosak, gyakran bavenoi, ritkábban karlsbadi ikrek; a bavenoi ikrek között penetrációs is akad, a karlsbadi ikrek összenövési lapja leggyakrabban az (100). E földpátok egyszer a *c* máskor meg az *a* kristálytani tengely irányában nyúltak meg. Hipidiomorfok, a {010} forma élesen jelenik meg.

Érdekes nagyon, hogy nem pertütesek, ami a ditrói mikroklíneken igen szokatlan jelenség. E nagy beágyazások mellett az alapanyagban is bőséges elegyrész a mikroklín apró, néha léces tendenciájú, rendszeren azonban xenomorf kifejlődésű szemek alakjában. Kíséretében itt egy *albítszerű plagioklász* végtelen parányi szemecskéi is feltűnnek, amelyekről éppen parányiságuk miatt semmi közelebbit megállapítanom nem sikerült. A nagy nefelin-beágyazások átmetszete gyakran rektanguláris, ami idiomorfizmusukat jelzi. Sokszor még teljesen üdék, máskor azonban már kezdődő «spreusteinesedést» mutatnak. Helyenkint ez az elváltozás már annyira előrehaladott, hogy a nefelinnek csak kisebb-nagyobb roncsai maradnak meg. Ez elváltozott részekben rendkívül apró, fekete-sötétbarna színű *limonitos-érces* bomlási szemecskéket is megfigyelhetünk. A nagy nefelinekben itt is a szokott módon sok *ægirin-pálcika* helyezkedik el. E tük a vertikális tengelyre merőleges átmetszetben négyzetes konturt mutatnak, ami arra mutat, hogy a prizmazónában idiomorfok. Ez orientáltan elhelyezkedő *ægirinpálcikák*on kívül még rendezetlenül elhelyezkedő nagyobb *ægirin-foszlány* zárványokat és biotitlemez-kéket is látunk e nefelin-beágyazásokban. Az alapanyagban jelentkező nefelin hézagkitöltő szerepű. Mennyisége a mikroklíné mögött marad. Az alapanyagban továbbá szétszórtan sok *aegirin* foszlányocskát is megfigyelhetünk. Biotit társaságában gyakran alkot mozaikszerű halmazokat is. Ezzel különben egyébként szabálytalanul össze is nő, sok esetben pedig zárványt alkot benne. Viszont azonban más esetekben kis biotitlemezkek és végtelen kicsi elliptikus titanitszemecskék szitaszerűvé lyukgatják az *ægirint* úgy, hogy helyenként az *ægirin*halmazos részek teljesen *poikilites* strukturát mutatnak. Pleokroizmusa erős,  $a > b > c$ :

a = sötét kékes-zöld,

b = sárgás árnyalatú sötétzöld,

c = barnássárga.

$b = b$ ;  $a : c = 4-6^\circ$ . Kettőstörése 0.045—0.050 között. Az *ægirinnél* kevesebb *biotit* főként az *ægirines* halmazokban ezzel változatos összenövésben és ezt átlyukgatva fordul elő. Látszólag egy optikai tengelyű, pleokroizmusa erős:



a = igen halványsárga,  
 b = c = sötét barnás zöld.

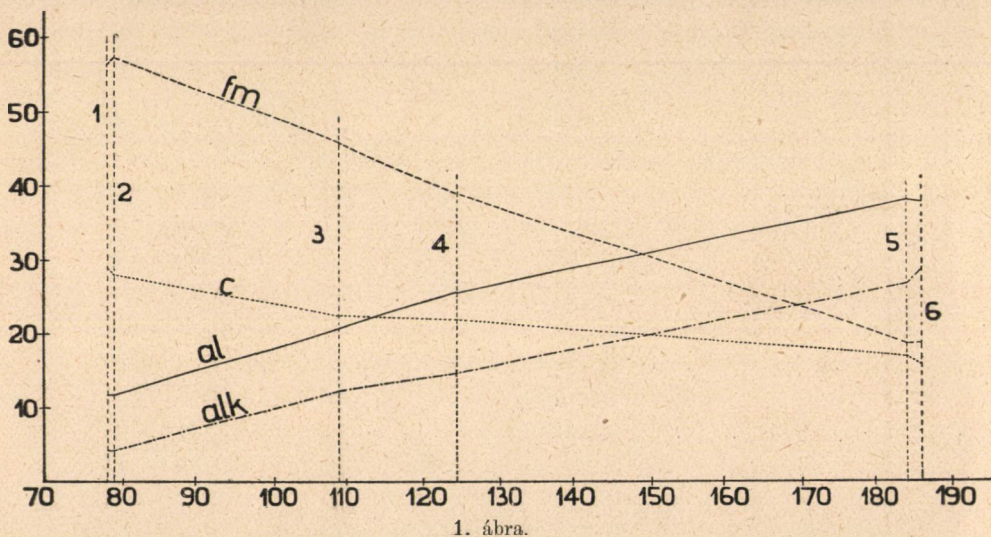
a : c = kb. 0°. Nem nagy mennyiségben jelentkezik e kőzetben a *canerinit*; apró xenomorf-karéjos szeimei gyakran tömörülnek csoportokba. A kevés *titanit* apró elliptikus, rombikus, ritkán pedig hosszúkás szemekben jelenik meg. Itt-ott egy-egy nagyobb xenomorf egyén is akad. A ritkán feltűnő *apatit* oszlopocskáiról s a hasonló gyér előfordulású xenomorf *magnetit* szemecskéiről különösebb megjegyezni való nincsen.

\*

Dolgozatom elején említettem már, hogy MAURITZ BÉLA az újabb elemzések alapján a ditrói foyaitos kőzetek differenciációs diagrammját már megszerkesztette. Értekezésének megjelenésekor az én elemzéseim még nem voltak készen, így azokat még nem vehette figyelembe. Ha szemügyre vesszük diagrammját,<sup>1</sup> akkor két dolog tűnik fel: az egyik a 9., 10. és 13. számú kőzeteknek külön oldalágban történő összefoglalása, a másik pedig a 19., 20. és 22. számú kőzeteknek a differenciáció egyenletes menetét zavaró helyzete. Önként felmerül egyrészt az a kérdés, hogy ha a 9., 10. és 13. számú kőzetek tényleg oldalágot alkotnak, akkor hol és hogyan kapcsolódik ez bele a fősorba, másrészt pedig hogyan magyarázható meg a *si* 90—130 közötti eltérés. Az általam megelemezett várpataki camptonit azonban, úgy vélem, a differenciáció kérdéséhez lényeges kiegészítést ad, a mennyiben segítségével tisztázható egyrészt az oldalág kérdése, másrészt pedig a három említett kőzetnek az eltérése. Ha megkeressük camptonitunk helyét az említett differenciációs diagrammon, akkor egész világosan kitűnik az, hogy két differenciációs sorral van dolgunk, az egyik a *főág*, erősen *nátron* jellegű s a legsavanyúbb alkáligránit tipustól erősen bázikus tagokig vannak képviselői, a másik, az alárendelt *mellékág az alkálímészkkőzetek* felé mutat erős átmeneti vonatkozásokat, a főághoz képest általában melanokrátább jellegű s az umptekitektől a hornblenditegig vannak képviselői. A két sort a legnagyobb valószínűséggel a 13.

<sup>1</sup> l. c. 245.

számú Cseke-teteje jelzésű tinguit kapcsolja össze s így a két magmarészlet elválása a  $si = 165$  körül történhetett meg. E tinguitnak  $al$ ,  $fm$ ,  $c$  és  $alk$  értékei ugyanis a két sor megfelelő abszcissa pontjaihoz tartozó ordináta-értékek közé esnek, ezek annak értékeit teljesen villaszerűen veszik közbül. Így tehát én is csak megerősíthetem MAURITZnak a differenciáció menetére vonatkozó közleményét, ez új elemzés alapján azonban újabb adatokkal is kiegészíthetem. E kiegészített diagrammokat (ame-



1. ábra.

lyek természetesen MAURITZ diagrammjától lényegileg nem térnek el) az 1. és 2. ábrán közlöm. Az 1. ábra az átmeneti mellékágra, a 2. ábra pedig a főág (a natronsor) bázisosabb részletére vonatkozik. Mind a kettő  $fm-c$  hasadást mutat. Az 1. táblázat foglalja magában az 1. ábrán szereplő átmeneti jellegű kőzeteket a magma-típusokhoz való tartozásuk feltüntetésével, a 2. táblázat pedig a 2. ábrán egybefoglalt erősen nátronjellegű kőzeteket sorolja fel hasonló módon s végül idézem még szintén MAURITZ említett munkájából az összekötőtagnak tekinthető Cseke-teteje jelzésű tinguitot is összehasonlításként.<sup>1</sup> Megjegyzem

<sup>1</sup> l. c. 250—251.

I. táblázat. *Átmeneti sor.* (Mellékág.)

Szám	Lelőhely	Elemző	Kőzet	si	al	fm	c	alk	k	mg	Met- szet	Magma
1.	Tászok (26.)	MAURITZ	hornblendit	78	11,5	56	28,5	4	0,18	0,65	4	issit-jacupirangit
2.	Tászok (25.)	HARWOOD	"	79	11,5	57	27,5	4	0,30	0,62	4	issit-jacupirangit
3.	Várpatak	VENDL	camptonit	109	20,3	45,5	22,2	12	0,20	0,54	4	essexitgabbroid-camptonit
4.	Tölgyesi út (17.)	MAURITZ	"	124	25,5	38,5	21,5	14,5	0,15	0,52	4	gabbroidorit-theralithgabbroid-camptonit
5.	Fehérpatak tető (10.)	HARWOOD	umpteakit	184	38	18,5	17	26,5	0,26	0,30	5	essexitdiorit
6.	Várpatak (9.)	"	"	186	37,5	18,5	15,5	28,5	0,38	0,30	5	"

II. táblázat. *Tiszta nátronsor.* (Főág.)

Szám	Lelőhely	Elemző	Kőzet	si	al	fm	c	alk	k	mg	Met- szet	Magma
1.	Orotva (22.)	HARWOOD	camptonit	104	25,5	38,5	23	13	0,32	0,45	4	essexitgabbroid-theralith-camptonit
2.	Tölgyesi út (20.)	"	essexit	111	26	33	26	15	0,22	0,41	5	essexit-theralith
3.	Orotva (19.)	MAURITZ	camptonit	111	25	37	22	16	0,15	0,46	4	theralith-camptonit
4.	Várpatak (16.)	"	"	124	27,5	34	20,5	18	0,29	0,51	4	essexit-camptonit-monchiqueit
5.	Felház dombja (14.)	HARWOOD	ditroit	159	42,5	8,5	11,5	37,5	0,29	0,25	6	normálfoyait
6.	Piricske (7.)	"	ægirinszienit	188	43,5	8	5,5	43	0,30	0,02	5	"
7.	Békény (6.)	MAURITZ	tinguait	188	44,5	9	3,5	43	0,24	0,11	5	"

Összekapcsoló tag.

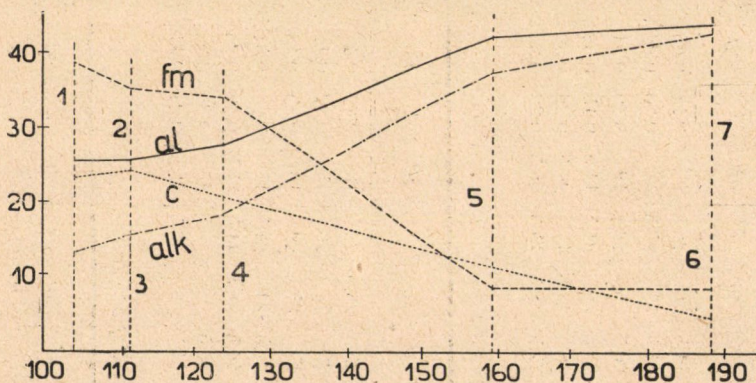
Lelőhely	Elemző	Kőzet	si	al	fm	c	alk	k	mg	Met- szet	Magma
Cseke teteje (13.)	HARWOOD	tinguait	165	36,5	17	11	35,5	0,27	0,27	4	larvikit, monzonitfoyait, normálfoyait



még, hogy a táblázatokban a kőzet előfordulási helye után zárójelbe tett szám a MAURITZ-féle diagrammon szereplő számokat jelzi.

A 2. számú diagrammon a nyilvánvalóan igen közel rokon 2. és 3. számú s a 6. és 7. számú kőzetek középértékeit vettem, miként azt MAURITZ említett diagrammján is megtette.

Úgy vélem, hogy a differenciáció kérdése megállapításaimmal azonban még nincsen teljesen megoldva, amennyiben helyenként még meglehetősen hézagosság van a ditrói kőzetekre vonatkozó kémiai ismereteinkben. Ezért ajánlatos volna még a sölvbergit-essexitaplit jellegű telérek s a biotitos alkáliszenitek részletesebb petrokémiai vizsgálata, amelyek a legnagyobb való-



2. ábra.

színűséggel még sok értékes adatot adnának a ditrói masszívum differenciációjának kérdéséhez.

Végül köszönetet kell mondanom még a Tudománymentő-Bizottságnak anyagi támogatásáért, mely dolgozatom elkészítését jelentékenyen elősegítette.

Készült a soproni m. kir. bányá- és erdőmérnöki főiskola ásványföldtani s erdészeti vegytani tanszékén, részben pedig a kir. m. Pázmány Péter Tudományegyetem ásvány-kőzettani intézetében.

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1925. évi június hó 8-án tartott üléséből.)

# GANGGESTEINE AUS DEM NEPHELINSYENITSTOCK VON DITRÓ.

Von NIKOLAUS VENDL.

Der Verfasser berichtet über die mineralogische Zusammensetzung und über die strukturellen Verhältnisse einiger Ganggesteine stammend aus der Ganggefölschaft des Ditróer Nephelinsyenitstocks. Er beschreibt ein Alkalisyenitpegmatit, zwei Nephelinsyenitaplite und acht Nephelintinguaite. Unter den Tinguaiten ergab sich ein Gestein als solches, welches schon sehr nahe mit den Sölvbergiten und Essexitapliten in Beziehung gebracht werden kann. Ausserdem hat der Verfasser noch die Analyse eines Nephelinsyenitaplates und eines Camptonites mitgeteilt. Endlich weist er noch kurz auf die Tatsache hin, dass die Differenzierung der Gesteine in Ditró zwei Gesteinsreihen zur Folge hat: die eine, der Hauptzweig, fasst die typisch reine Natrongesteine; die andere, der Nebenzweig, aber zeigt schon einige starke Anklänge zur pazifischen Sippe.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der  
Wissenschaften vom 8. Juni 1925.)

## ALKÁLIKÖZETEK ANINA ÉS STÁJERLAK KÖRNYÉKÉN.

VENDL ALADÁR I. tagtól.

HUSSAK JENŐ 1881-ben az Anina-akna egyik telérének sötét-színű, tömött kőzetét «pikritporfir» néven írta le.<sup>1</sup> A kőzet lényeges elegyrészeként augitot, amfibolt, olivint és bőséges mennyiségű izotrop üveget állapított meg. A kőzet nem egészen teljes elemzését is közölte, amire később még visszatérünk.

Néhány év múlva *Anina* és *Stájerlak* vidékét TELEGDI ROTH LAJOS a m. kir. földtani intézet megbízásából éveken át részletesen tanulmányozta és térképezte.<sup>2</sup> A terület több pontján sötét-színű, tömött, augittartalmú kőzeteket talált, melyeket — a m. kir. földtani intézet mikroszkópos vizsgálatai alapján — *pikrit* néven írt le felvételi jelentéseiben. TELEGDI ROTH LAJOS megállapította azt is, hogy e kőzetek részben telérek, részben esetleg kürtők alakjában Anina és Stájerlak környékén az alsó krétaképződményeket áttörték, tehát az alsó krétánál fiatalabbak. Az erupció idejének felső határát azonban nem sikerült megállapítania, mivel e pontokon fiatalabb képződmények nem fordulnak elő.

E kőzetekről azonban közelebbi részleteket alig tudtunk; rendszertani helyzetük is kétes volt, mert már a HUSSAK közleményében megjelent részleges elemzés sem felelt meg a pikritek kémiai összetételének.

Már ROSENBUSCH megjegyezte,<sup>3</sup> hogy az a kőzet, melyet HUSSAK

---

<sup>1</sup> HUSSAK E.: Pikritporphir von Steierdorf, Banat. Verhandl. d. k. k. Geol. Reichsanstalt. Wien 1881, p. 258.

<sup>2</sup> M. kir. földtani intézet évi jelentései 1886—1893. (SCHAFARZIK F. mikroszkópos vizsgálataival.)

<sup>3</sup> ROSENBUSCH H.: Mikroskopische Physiographie, Bd. II, zweite Hälfte, p. 1332—1333.

leirt, csak látszólag hasonlít a pikritekhez; ő már e kőzetben a foyaitos-thermalitos magmát sejtette s arra gondolt, hogy e kőzet talán a monchiquitok egyik tagja.

Később EMSZT KÁLMÁN és ROZLOZSNIK PÁL<sup>1</sup> az újmoldovai nefelinbazalt leírásában rámutatott arra a nagy hasonlóságra, mely az újmoldovai nefelinbazalt és a HUSSAK leirta aninai pikritporfir kémiai összetételében megnyilvánul. Ezzel kapcsolatban e cikkben a két szerző felemlíti azt a gondolatot, hogy vajjon az összes bánsági pikritek és az újmoldovai bazalt között nincs-e szorosabb kapcsolat?

TELEGDI ROTH LAJOS geológiai felvételei közben e kőzetekből több példányt gyűjtött a m. kir. földtani intézet múzeuma számára. Ezek közül néhányat részletesebben tanulmányoztam s az eredményeket a következőkben foglalom röviden össze.

A tanulmányozott kőzetek egyik típusa a *Jasenovac mare* déli oldaláról,<sup>2</sup> a Karas balpartjáról származik, Anina közeléből. A kőzet első tekintetre — makroszkóposan — a bazaltokra emlékeztet; sötétszínű, tömött tömegében itt-ott apró olivinszemek halmazából álló nagyobb olivinesomók is látszanak, akárcsak a bazaltos kőzetekben.

Mikroszkóppal porfiros kiválások gyanánt *augit*, *amfibol* és *olivin* ismerhető fel lényeges elegyrészekként, melyek *izotrop alapanyagba* vannak beágyazva. A porfiros kiválások közt túlnyomó az augit élesen idiomorf, cca. 0.3—0.5 mm hosszú és 0.1—0.08 mm vastag kristályokban: {100}, {010}, {110}, {111}; az augitkristályokon ritkán a főtengelyre közel merőleges elválás is látszik; ikrek {100} szerint s penetrációs ikrek {100} szerint elég gyakoriak, néha több egyénből is. Az augitkristályok mindig típusos homokóras-szerkezetűek. Középertékben a következő kioltások mérhetőek:  $c\gamma = 46^\circ$  a magban,  $52^\circ$  a piramis szerinti növekedési kúpban,  $60^\circ$  a prizmazóna növekedési kúpjában.  $2V$  értékét (egy elég kedvezőtlen metszeten) a BECKE-féle

<sup>1</sup> EMSZT K. — ROZLOZSNIK P.: Az újmoldovai bazalt. Földtani Közölny XLIII. 1913. p.

<sup>2</sup> TELEGDY ROTH L.: A krassósözörényi «Mészhegység» É-i része Krasova környékén. M. kir. földt. intézet évi jelentése 1893-ról, p. 91.

módszerrel rajzoló asztalon cca. 50—55°-nak mértem. Az augit vékony csiszolatban szintelen, igen gyenge ibolyás árnyalattal. Néhány metszeten a prizmazóna növekedési kúpjának valamivel sötétebb színárnyalata igen jól észlelhető. Az augit általában nem pleochroos, csak az igen vastag metszeten figyelhető meg igen gyenge pleochroizmus:  $\gamma$  = szintelen-ibolyás,  $\beta = \alpha$  = szintelen-gyengén sárgás. Az augitban zárványként magnetit s ritkán üveg fordul elő.

Az *amfibol* karcsú, hosszú prizmatikus kristályokban fordul elő, melyeken  $\{110\}$  és  $\{010\}$  felismerhető; a terminális lapok nincsenek jól kifejlődve. Az amfibol-kristályok kisebbek, mint az augit egyénei; pleochroizmusuk mérsékelten erős:  $\gamma$  = sötét(kávé)-barna,  $\beta$  = világosabb kávébarna,  $\alpha$  = világos sárga, kissé barnás árnyalattal.  $c\gamma$  = circa 12°. Úgy látszik, hogy az amfibol mindig fiatalabb, mint az augit: az augitot gyakran parallel orientációban az amfibol részben körülötte. Egyébként az amfibol egyéneinek eloszlása meglehetősen szabálytalan. Az amfibol mennyisége jóval kisebb, mint az augité.

Az *olivín* kristályai idiomorfok  $\{110\}$ ,  $\{021\}$ ,  $c$  szerint kissé megnyúltak, 0·6—0·7 mm hosszúak. Széleiken és a repedések mentén gyakran több-kevesebb kalcit képződött másodlagosan. Tengelyszögük igen nagy; a pozitív karakter még eldönthető,  $v > \rho$ . Zárványként az éles kristályokban előforduló krappbarna *pikotit* észlelhető az olivinban. Az olivinszemek meglehetősen szabálytalan eloszlásban fordulnak elő a többi elegyrész között, mennyiségük nem túlságos nagy.

Az *alapanyag* szintelen, átlátszó izotrop üvegből áll, melyet apró augit- és amfibol-kristálykák s fekete, dendritesen kifejlődött ércszemecskék (magnetit) tesznek zavarossá. Ezekon kívül még izometrikus *magnetitszemek*, igen ritkán titánvaslemezkek és vékony, szintelen *apatit-tűk* fordulnak elő az alapanyag között. Az üvegbázis néha helyenként másodlagosan többé-kevésbé kalcittá alakult át a mállottabb példányokban.

Az izotrop üvegalapanyagot sósav elég könnyen elbontja s azután methylikéssel festve még jobban szembetűnik. A sósavas oldatból nátriumklorid-kristálykák kristályosodtak ki.

A kémiai elemzésre egy kicsi kézipéldányocskát használtam



fel, mely a belőle készített csiszolatok alapján aránylag igen frissnek látszott. Az elemzést a szokásos módon végeztem az amerikai módszerek szerint (HILLEBRAND, Washington). A  $TiO_2$ ,  $MnO$  és  $Cr_2O_3$  mennyiségét kolorimetrikusan állapítottam meg. A  $MgO$  tökéletes elválasztása céljából a harmadik osztályt háromszor csaptam le. Az elemzés eredménye a következő:

$SiO_2$	= 42·64 %
$Al_2O_3$	= 18·01 %
$Fe_2O_3$	= 3·54 %
$FeO$	= 6·19 %
$MgO$	= 4·50 %
$CaO$	= 13·30 %
$Na_2O$	= 3·70 %
$K_2O$	= 0·86 %
$H_2O+$	= 3·05 %
$H_2O-$	= 0·56 %
$CO_2$	= 0·46 %
$TiO_2$	= 1·68 %
$ZrO_2$	= —
$P_2O_5$	= 0·71 %
$Cl$	= 0·09 %
$S$	= 0·08 %
$Cr_2O_3$	= 0·08 %
$V_2O_3$	= 0·03 %
$MnO$	= 0·18 %
$BaO$	= 0·09 %
$SrO$	= 0·08 %
Összesen:	99·83 %

Sűrűség = 2·955

Elemző: VENDI ALADÁR.

A megfelelő paraméterek:

OSANN szerint:

$$s = 50·08, A = 4·71, C = 7·37, F = 25·76, M = 8·98,$$

$$a = 2·5, c = 3·9, f = 13·6, n = 8·7.$$

NIGGLI szerint:  $si = 97·4$ ,  $al = 24·2$ ,  $fm = 33·6$ ,  $c = 32·8$ ,  
 $alk = 9·4$ ,  $k = 0·13$ ,  $mg = 0·46$ ,  $c/fm = 0·97$ ,  $ti = 2·9$ ,  $p = 0·7$ .

Az amerikai rendszer szerint:

$or = 5\cdot00$	$di = 25\cdot90$
$ab = 8\cdot91$	$ol = 3\cdot50$
$an = 30\cdot02$	$mt = 5\cdot10$
$ne = 12\cdot21$	$il = 3\cdot19$
	$ap = 1\cdot68$

### III. G. 3. 4. Limburgose.

A mikroszkópos megfigyelések eredménye és a kémiai összetétel alapján egyaránt tehát ez a kőzet nem pikrit, hanem *limburgit*.

A *Kernyála-barakk*<sup>1</sup> közeléből a lovagló út mellől származó kőzet lényegében szintén ugyanolyan összetételű, mint az eddig leírt limburgit. Csak az a különbség, hogy a Kernyála-barakk közelében előforduló kőzet példánya sokkal mállottabb: igen sok kálcitot tartalmaz.

A *Kolonovac mik* 777 m  $\diamond$  csúcsától délre levő magaslat gerincén előforduló kőzet szintén igen hasonlít az előbbi kőzetekhez. Lényeges elegyrészei: porfirosan kivált *augitkristályok* típusos homokórásfelépítéssel, *olivín*, kevés *biotit*, *magnetit*, *apatit* és elég bőséges mennyiségű izotrop alapanyag. Az amfibol helyett tehát e kőzetben biotit fordul elő parányi lemezekben, melyek erősen pleochroosak:  $\gamma =$  sötétbarna,  $\alpha =$  világos szalmasárga. Ez a kőzet valamivel több olivint tartalmaz, mint az aninai limburgit, helyenként nagyobb szemekben is, melyek átmérője egészen 1 cm-ig emelkedik.

E kőzet mikroszkópos képe teljesen hasonlít ahhoz, melyet NIEDZWIEDZKI J.<sup>2</sup> az újmoldovai limburgitról megállapított.

Mind a két kőzet (Kernyála-barakk és a Kolonovac mik csúcsától délre levő magaslat) izotrop alapanyaga sósavval való kezelés után metilkékkal megfestődik. Tehát mind a két kőzet a limburgitok közé sorolandó.

A megvizsgált kőzetek második típusa *Stájerlak* környéké-

<sup>1</sup> TELEGDY ROTH L.: Stájerlak D-i és Stájerlak—Anina K-i környéke. M. kir. földtani intézet évi jelentése 1887-ről, p. 123—124.

<sup>2</sup> NIEDZWIEDZKI J.: Zur Kenntnis der Banater Eruptivgesteine, TSCHERMAK'S Min. Mitteil III, 1873, p. 261.

ról, a *Mosniacu* alacsonyabb csúcsáról származik. E csúcs a katonai térkép szerint 850 m magas. A kőzetet TELEGDI ROTH LAJOS melafirszerű pikrit néven említi fel jelentésében.<sup>1</sup>

Ez a kőzet is sötét, kékesfekete színű, porfíros strukturájú. Porfírosan kivált elegyrészei: a plagioklász, az augit és az olivin. A *plagioklász* maximálisan 0.2 mm hosszú, (010) szerint táblás, főleg albitikres; ritkán azonban albit- és karlsbadi-ikrekben is előfordul. Az albit- és a karlsbadi törvény szerint alkotott kettős ikreken a szimmetrikus zónában a következő konjugált szimmetrikus kioltásokat mértem: egyik metszeten  $22^\circ$  és  $31^\circ$ , egy másik metszeten  $24^\circ$ — $33^\circ$ . A szimmetrikus zónában a maximális kioltás circa  $38^\circ$ . Ezek az értékek körülbelül  $An_{62}$ — $An_{78}$  összetételnek felelnek meg. A porfírosan kivált plagioklász egyének és az alapanyag plagioklászai között nagyság szempontjából nincs cles határ, fokozatosan átmennek egymásba.

A porfíros kiválások között túlnyomó az *augit*; kristálykái maximálisan 0.15—0.20 mm hosszúak. Az augit metszetei színtelenek, csak az igen vastag csiszolatokban kissé gyengén vörösesibolya árnyalatúak. Ikrek {100} szerint elég gyakoriak, néha többszörösen összetettek. Csaknem mindegyik metszeten jól látszik a típusos homokórás szerkezet. Például a következő kioltásokat mértem: a magban  $38^\circ$ , a piramis szerinti növekedési kúpban  $43^\circ$ , a prizmaöv növekedési kúpjában  $47^\circ$ . Az augit egyénei ritkábban a hasadások mentén részben kloritos anyagokká alakultak át.

Az *olivin* részben idiomorf, részben korrodált kristályokban fordul elő és néha *pikotit-oktaedereket* tartalmaz zárvány gyanánt. Kristályai elég nagyok, átlag 0.3—0.45 mm hosszúak, néha azonban jóval nagyobbak is. Nagyságuk azonban lesüllyedhet egészen az alapanyag elegyrészeinek méretéig. Az olivinnek szélén és repedéseik mentén néha barnás-zöld szerpentinyszerű anyaggá való átalakulást észlelünk. Az olivin tengelyszöge igen nagy,  $v > \rho$ . Az olivin mennyisége jóval kisebb, mint az augité.

Az alapanyag főleg parányi, keskeny *plagioklász*-lécecskékből áll. Az albit-ikreken a szimmetrikus zónában mért maximá-

<sup>1</sup> TELEGDI ROTH L.: Stájerlak DK-i és részben K-i környéke. M. kir. földtani intézet évi jelentése 1886-ról, p. 162.

lis kioltás circa  $30^\circ$ , ami körülbelül az  $An_{64}$  összetételnek felel meg. Ezenkívül még apró *augitszemecskék* és *magnetit* észlelhetők. A magnetit azonban nagyobb szemekben is előfordul. Szórványosan az alapanyagban még kevés *biotit* is találunk apró pikkelyek alakjában, melyek erősen pleochroosak:  $\gamma$  = vörös-barna,  $\alpha$  = sárga. Az *apatit* szintelen, vékony, hosszú kristálykákban fordul elő.

Az alapanyagnak sósavval és metilkékkel szemben tanúsított viselkedése minimális nefelinitoid anyag jelenlétére utal.

A kőzet kémiai összetétele a következő:

$SiO_2$	= 44·86
$Al_2O_3$	= 16·67
$Fe_2O_3$	= 2·55
$FeO$	= 5·58
$MgO$	= 9·19
$CaO$	= 10·67
$Na_2O$	= 4·65
$K_2O$	= 0·49
$H_2O+$	= 1·99
$H_2O-$	= 0·45
$CO_2$	= 0·07
$TiO_2$	= 1·62
$ZrO_2$	= —
$P_2O_5$	= 0·81
$Cl$	= 0·06
$S$	= 0·13
$Cr_2O_3$	= 0·02
$V_2O_5$	= 0·02
$MnO$	= 0·05
$NiO$	= nyom
$BaO$	= 0·10
$SrO$	= 0·07
$CuO$	= —
Összesen:	100·05

Sűrűség = 2·891

Elemző: VENDL ALADÁR.

A megfelelő paraméterek:

OSANN szerint:

$$s = 49.71, A = 5.18, C = 5.37, F = 29.19, M = 7.12$$

$$a = 2.6, c = 2.7, f = 14.7, n = 9.4.$$

NIGGLI szerint:  $si = 96.5$ ,  $al = 21.1$ ,  $fm = 43.9$ ,  $c = 24.7$ ,  
 $alk = 10.3$ ,  $k = 0.06$ ,  $mq = 0.68$ ,  $c/fm = 0.56$ ,  $ti = 2.6$ ,  $p = 0.7$ .

Az amerikai rendszer szerint:

$$or = 2.78 \quad di = 19.89$$

$$ab = 17.29 \quad ol = 13.74$$

$$an = 23.07 \quad mt = 3.71$$

$$ne = 11.93 \quad il = 3.04$$

$$ap = 2.02$$

### III. 6. 3. 5. Bekinkinose.

Ez a kőzet ásványi és kémiai összetétele alapján egyaránt gyengén bazanitos jellegű plagioklászbazaltnak tekintendő.

E vizsgálatok eredményeiből az a következtetés vonható, hogy a tanulmányozott kőzetek nem tartoznak a pikritek csoportjába: már csupán maga a viszonylag alacsony magnéziumtartalmuk is az ellen szól. A valódi pikriteket jellemzi a bőséges magnézium-tartalom a kalciummal szemben. Míg a tanulmányozott kőzetekben általában a  $CaO$  mennyisége nagyobb.

E kőzetek az *alkalibazaltok csoportjába tartoznak*, gyenge alkáli-bélyegeekkel.

Összehasonlításként az OSANN-féle összeállításból csak kettőt idézek:<sup>1</sup>

Nefelinbasanit, Typus HUNDSKOPF:  $s = 49.5$ ,  $a = 2$ ,  $c = 2$ ,  $f = 16$ .

Nefelinbasanit, Typus RIMBERG:  $s = 50.5$ ,  $a = 2.5$ ,  $c = 3.5$ ,  $f = 14$ .

Ezek a paraméterek igen megközelítik a leírt kőzetek paramétereit.

<sup>1</sup> OSANN A.: Versuch einer chemischen Klassifikation d. Eruptivgesteine. TSCHERMAK's Min. petr. Mitteil, XX, 1900, p. 474.

A két közölt elemzés a lehetséges differenciálódás határain belül meglehetősen megegyezik egymással. Ezek a kőzetek és az újmoldovai nefelinbazalt, valamint a HUSSAK leírásában ismertetett stájerlaki pikritporfir minden valószínűség szerint ugyanabból a magmából képződtek differenciálódás révén. Ez az összefüggés legjobban feltűnik, ha a két elemzés adatait az EMSZT K. — ROZLOZSNIK P. és HUSSAK J. cikkében közölt elemzésekkel összehasonlítjuk:

	I.	II.	III.	IV.
$SiO_2$ — — — — —	42·64	44·86	41·28	40·12
$Al_2O_3$ — — — — —	18·01	16·67	17·12	} 28·36
$Fe_2O_3$ — — — — —	3·54	2·55	3·98	
$FeO$ — — — — —	6·19	5·58	5·63	
$MgO$ — — — — —	4·50	9·19	9·27	9·07
$CaO$ — — — — —	13·30	10·67	12·96	11·25
$Na_2O$ — — — — —	3·70	4·65	3·19	
$K_2O$ — — — — —	0·86	0·49	1·96	
$H_2O$ + — — — — —	3·05	1·99	} 3·11	} 5·22
$H_2O$ — — — — —	0·56	0·45		
$CO_2$ — — — — —	0·46	0·07	0·21	1·53
$TiO_2$ — — — — —	1·68	1·62	1·64	
$ZrO_2$ — — — — —	—	—		
$P_2O_5$ — — — — —	0·71	0·81	0·19	
$Cl$ — — — — —	0·09	0·06		
$S$ — — — — —	0·08	0·13		
$Cr_2O_3$ — — — — —	0·08	0·02		
$V_2O_3$ — — — — —	0·03	0·02		
$MnO$ — — — — —	0·18	0·05	nyom	
$NiO$ — — — — —	nincs meghat.	nyom		
$BaO$ — — — — —	0·09	0·10		
$SrO$ — — — — —	0·08	0·07		
$CuO$ — — — — —	nincs meghat.	—		
Összesen:	99·83	100·05	100·54	95·85

I. Limburgit, Anina; elemezte VENDL A.

II. Gyengén bazanitos jellegű plagioklászbazalt, Stájerlak; elemezte VENDL A.

III. Nefelinbazalt, Újmoldova; elemezte EMSZT K.<sup>1</sup>

IV. «Pikritporfir», Stájerlak; elemezte JOHN C.<sup>2</sup>

Ezek az elemzések — noha az utolsó nem teljes — igen jól megegyeznek. Az első elemzés adataiban a magnézia mennyisége jóval kisebb, mint a többiben, ami már a mikroszkópos vizsgálatkor is kitűnik a kisebb olivin-tartalomból. Egyébként azonban az elemzések arra vallanak, hogy e kőzetek genetikailag összefüggnek és hogy ugyanannak a magmának differenciálódási termékei.

Jellemző e kőzetekre, hogy igen sok alumíniumot tartalmaznak. Az  $Al_2O_3$  egy része kétségtelenül az üveg-alapanyagban, illetőleg a második típus kőzeteinek plagioklászában s az igen minimális mennyiségű esetleges nefelinitoid alapanyag-részecskéiben fordul elő. Az  $Al_2O_3$  mennyisége azonban nagyobb, mint amennyi az alapanyagban és a plagioklászokban egyáltalán előfordulhatna. Az  $Al_2O_3$  mennyiségének igen nagy része bizonyosan az augitnak alkotórésze. EMSZT és ROZLOZSNIK az újmoldovai nefelinbazalt augitját a kőzet elemzése alapján szintén  $Al_2O_3$ -dúsnak tekintette.

E kőzetek kitörésének időpontjáról csak annyit tudunk, hogy az erupció az alsó krétaképződményeket áttörte; a felső határt nem ismerjük. Az újmoldovai bazaltrol is a geológiai térképen<sup>3</sup> csak annyi tűnik ki, hogy a bazalt a granodiorit-sorozat kőzeteinek kontaktmészkövében fordul elő. Egyelőre tehát igen valószínűnek látszik, hogy mindezek a bazaltos kőzetek a hazai többi bazalterupcióval egyidejű erupció-ciklus folyamán keletkeztek.

---

<sup>1</sup> ERMSZT K. — ROZLOZSNIK P.: l. c.

<sup>2</sup> HUSSAK E.: l. c.

<sup>3</sup> HALAVÁTS GY. — SCHRÉTER Z.: Fehértemplom, Szászkabánya és Ómoldova környéke. Magyarázatok a magyar korona országainak részletes geológiai térképéhez, kiadja a m. kir. földtani intézet. Budapest, 1916 és a megfelelő térkép.

# ALKALIGESTEINE IN DER UMGEBUNG VON ANINA UND STÁJERLAK (BANAT).

Von ALADÁR VENDL, k. Mitglied der Akademie.

Die in der Literatur unter den Namen Pikrit und Pikritporphyr beschriebenen Gesteine aus der Umgebung von Anina und Stájerlak sind mikroskopisch und chemisch untersucht worden. Kein Gestein liess sich mit den Pikriten identifizieren. Es wurde festgestellt, dass die vom Verfasser untersuchten Gesteine in die Gruppe der Alkalibasalte gehören.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie vom  
5. Oktober 1925.)



## KRISTÁLYTANI VIZSGÁLATOK MAGYARORSZÁGI KALCITOKON.

VENDL MÁRIÁ-tól.

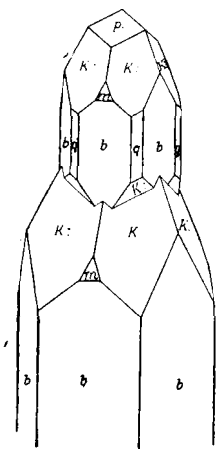
(Kivonat.)

A magyarországi kalcitelőfordulások közül a krassószörénymegyei Vaskő, Dognácska, Szászkabánya és Újmoldova azok közé a bányahelyek közé tartoznak, ahol a kalcit különösen szép és változatos kifejlődésű kristályokban fordul elő. Jelen dolgozatomban e négy krassószörénymegyei lelőhelyről származó kalcitok kristálytani ismertetését adom, hozzátéve néhány rézbányai (Bihar m.) és aranyosbányai (ezelőtt Offenbánya, Torda-Aranyos m.) kalciton végzett kristálytani vizsgálataimat is.

**Vaskő.** A kalcitkristályok nemcsak szépségükkel vonják magukra a figyelmet, hanem azzal is, hogy rendkívül változatos kifejlődésűek. Az átvizsgált kristályok között van prizmás, lapos-, közép- és meredek-romboederes, skalenoideres és táblás kifejlődésű típus. A megvizsgált kristályok legnagyobb része a Terézia-, Reichenstein- és Eleonóra-bányából, kisebb része a Paulus-bányából származik. 1921. év tavaszán két rendkívül tökéletes kifejlődésű kristályt tanulmányoztam (Földt. Közl. LI—LII. köt. 1921—1922. p. 39.), melyeknek közelebbi lelőhelye, maga a bánya nem volt ismeretes. E két kristályon, melyek prizmás habitusúak, a következő formákat állapítottam meg:

$$b \cdot \{10\bar{1}0\}, \delta \cdot \{01\bar{1}2\}, \varphi \cdot \{02\bar{2}1\}, \rho \cdot \{10\bar{1}1\}, m \cdot \{40\bar{4}1\}, \\ v : \{7.4.\bar{1}\bar{1}.15\}, N : \{53\bar{8}2\}, w : \{4.14.\bar{1}\bar{8}.5\}.$$

Újabbán a Magyar Nemzeti Múzeum gyűjteményéből kerültek kezembe olyan stufadarabok, melyeknek kristályai szintén a fent



említett alakokból állanak. A kristályok 2—8 mm átmérőjűek, víztiszták, barnára színezett kalciton helyezkednek el és teljesen olyan kifejlődésűek, mint az 1921-ben ismertetett kristályok. A  $\{4.14.\bar{1}8.5\}$  skalenooeder a stufadarabok minden kristályán előfordul és az egyik kristályon két skalenooederlap érintkezési élét párhuzamosan tompítja a  $g \cdot \{0.16.\bar{1}6.5\}$  romboeder. A most átvizsgált darabok lelőhelye a vaskői Terézia-bánya s ezek alapján bizonyosnak vehető, hogy az 1921-ben ismertetett kristályok is innen származnak.

Szászkaabányai kalcit.

A tanulmányozott vaskői kalcitkristályok limonitos kalciton, limoniton, magnetiton, hematiton, gránáton, epidoton helyezkednek el, s mint kísérő ásványok megjelennek még malachit, kvarc, kalcedon, dolomit, hegyibőr, diopsid.

A biztosan megállapított alakok a következők:<sup>1</sup>

$o \cdot \{0001\}$   $b \cdot \{10\bar{1}0\}$   $p \cdot \{10\bar{1}1\}$   $m \cdot \{40\bar{4}1\}$   $n \cdot \{50\bar{5}1\}$   $\delta \cdot \{01\bar{1}2\}$   
 $\varphi \cdot \{03\bar{3}2\}$   $N \cdot \{0.11.\bar{1}\bar{1}.6\}$   $\varphi \cdot \{02\bar{2}1\}$   $\Gamma \cdot \{03\bar{3}1\}$   $g \cdot \{0.16.\bar{1}6.5\}$   
 $\theta \cdot \{04\bar{4}1\}$   $\Xi \cdot \{05\bar{5}1\}$   $\Pi \cdot \{08\bar{8}1\}$   $\Phi \cdot \{0.14.\bar{1}4.1\}$   $\Psi \cdot \{0.17.\bar{1}7.1\}$   
 $x \cdot \{4.3.7.10\}$   $v \cdot \{7.4.\bar{1}\bar{1}.15\}$   $K \cdot \{21\bar{3}1\}$   $N \cdot \{53\bar{8}2\}$   $O \cdot \{8.5.\bar{1}3.3\}$   
 $P \cdot \{32\bar{5}1\}$   $o \cdot \{2.8.\bar{1}0.3\}$   $w \cdot \{4.14.\bar{1}8.5\}$   $p \cdot \{13\bar{4}1\}$   $*D \cdot \{2.13.\bar{1}5.4\}$   
 $*R \cdot \{16\bar{7}2\}$   $*R \cdot \{3.9.\bar{1}2.4\}$ .

A csillaggal jelöltek újak. Ez alakok közül a  $p \cdot$ ,  $\delta \cdot$ ,  $\varphi \cdot$ ,  $K$ : és  $P$ : sokszor egymagában lép fel. A megfigyelt kombinációk a következők:

Prizmásak:  $b \delta \cdot$ ;  $b \varphi \cdot$ ;  $b \varphi \cdot p \cdot m \cdot$ ;  $b \varphi \cdot \delta \cdot p \cdot m$ ;  $b \varphi \cdot \delta \cdot$ ;  
 $b \varphi \cdot \delta \cdot p \cdot$   $N \cdot m \cdot w \cdot$ ;  $v \cdot$ ;  $b \varphi \cdot \delta \cdot p \cdot m \cdot w$ ;  $N \cdot v \cdot g$ .

Romboederesek:  $\delta \cdot p \cdot$ ;  $\delta \cdot p \cdot o$ ;  $\delta \cdot p \cdot \varphi \cdot$ ;  $\delta \cdot p \cdot \varphi \cdot \Pi \cdot$ ;  $\delta \cdot b$ ;  
 $\delta \cdot b \cdot p \cdot$ ;  $p \cdot \varphi \cdot$ ;  $p \cdot \varphi \cdot p \cdot$ ;  $\varphi \cdot \delta \cdot$ ;  $\varphi \cdot m \cdot$ ;  $\varphi \cdot K \cdot p \cdot$ ;  $\varphi \cdot \delta \cdot p$ ;

<sup>1</sup> A betűket GOLDSCHMIDT szerint alkalmaztam.

$\varphi \cdot p \cdot \delta \cdot K$ ; ;  $\varphi \cdot p \cdot m \cdot \delta \cdot K$ ; ;  $\varphi \cdot o$ ;  $\varphi \cdot o \cdot p$ ;  $\delta$ ; ;  $\varphi \cdot p \cdot m \cdot \mathfrak{R}$ ; ;  
 $\varphi \cdot p \cdot b \cdot \mathfrak{R}$ ; ;  $\varphi \cdot p \cdot m \cdot b \cdot \mathfrak{R}$ ; ;  $n \cdot \delta$ ; ;  $\theta \cdot p \cdot \Pi$ ; ;  $\Xi \cdot \delta \cdot \varrho$ ; ;  $\pi \cdot \varphi \cdot \delta \cdot p \cdot p$ ; ;  
 $\Phi \cdot \varphi \cdot \mathfrak{R}$ ; ;  $\Phi \cdot N \cdot \delta \cdot K$ ; ;  $\Psi \cdot o \cdot \varphi \cdot O$ ; ;  $\Psi \cdot \delta \cdot \varphi \cdot O$  :

Skalenoederesek:  $K: \delta$ ; ;  $K: \delta \cdot \varphi$ ; ;  $K: \delta \cdot m$ ; ;  $K: \delta \cdot b$ ; ;  
 $D: \delta \cdot p$ ; ;  $o: \delta$ ; ;  $w: \varphi \cdot b \cdot m$ ; ;  $w: \varphi \cdot p \cdot b$ ; ;  $w: \varphi \cdot p \cdot m \cdot b$ ; ;  
 $w: \varphi \cdot p \cdot m \cdot b \cdot \delta$ ; ;  $w: \delta \cdot b \cdot p \cdot m \cdot \varphi \cdot x$ ; ;  $\mathfrak{R} p \cdot b \cdot m$ ; ;  $\mathfrak{R} p \cdot b \cdot m \cdot \varphi$ ; ;  
 $\mathfrak{R} b \cdot p \cdot m \cdot \varphi \cdot \delta$  .

Táblások:  $o p \cdot \delta \cdot \varphi$ ; ;  $o \Gamma \cdot \Pi \cdot \delta \cdot p$ ; ;  $o b$  .

A felsorolásokat mindig az uralkodó alakkal kezdtem; a többi alak lapjainak nagysága szerint fogyó sorrendben követi egymást.

Ikreket a romboederes, skalenoederes és táblás kristályok között figyeltem meg. Leggyakrabban fordulnak elő a  $\{0001\}$  szerinti ikrek, de a skalenoederes kristályok között  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{10\bar{1}1\}$  szerinti ikrek is megfigyelhetők. A  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{10\bar{1}0\}$  alakok kombinációjából álló kristályok között penetrációs ikrek is vannak kifejlődve.

A  $*D: (2.13.\bar{1}\bar{5}.4)$  skaleonedert, mely a  $[2\bar{1}\bar{1}0, 07\bar{7}2]$  övben fekszik, a következő mért adatok alapján határoztam meg:

	Mért	Számított
$(2.13.\bar{1}\bar{5}.4): (15.\bar{1}\bar{3}.\bar{2}.4) =$	$100^{\circ}13'$	$100^{\circ}12'$
$(\bar{2}.\bar{1}\bar{5}.\bar{1}\bar{3}.4) =$	$13^{\circ}30'$	$13^{\circ}32'50''$
$(10\bar{1}1) =$	$52^{\circ}51'$	$52^{\circ}53'18''$

A skalenoeder több kristály uralkodó alakja, s többnyire elég fényes, jó reflexű lapokkal jelenik meg a  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{10\bar{1}1\}$  formákkal kombinálva.

A  $*\mathfrak{R} \{16\bar{7}2\}$  skalenoeder a meredek romboederes típusú kristályokon, melyeknek uralkodó alakja a  $\{0.14.\bar{1}\bar{4}.1\}$ , volt először megállapítható. A kristályok tetejét a  $\{02\bar{2}1\}$  zárja be.

A mért adatok, melyek alapján a skalenoeder meghatározása történt, összehasonlítva a számított értékekkel, az alábbiak:

	Mért	Számított
$(16\bar{7}2): (7\bar{6}\bar{1}2) =$	$98^{\circ}30'$	$98^{\circ}24'35''$
$(\bar{1}7\bar{6}2) =$	$14^{\circ}36'$	$14^{\circ}29'56''$
$(02\bar{2}1) =$	$11^{\circ}50'$	$11^{\circ}58'58''$

E skalenoeder a stufadarab sok kristályán fellép, néha csak két vagy három, legtöbbször azonban négy lappal. Az  $\{16\bar{7}2\}$  skalenoeder a  $[20\bar{2}1, 04\bar{4}1]$  és  $[0.13.\bar{1}\bar{3}.4, 2\bar{1}\bar{1}0]$  övekben fekszik. Később a formát más darabokon mint uralkodót is megfigyelhettem, amikor is az  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$ ,  $\{10\bar{1}0\}$  alakokkal van kombinálva, melyekhez néha még a  $\{02\bar{2}1\}$  és  $\{01\bar{1}2\}$  is járul.

Az  $*R$   $\{3.9.\bar{1}\bar{2}.4\}$  skalenoeder  $\{0001\}$  szerinti iker-kristályokon fordul elő. A többi meghatározott forma:  $\{02\bar{2}1\}$ ,  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$ ,  $\{10\bar{1}0\}$ . Mérhető két skalenoederlap egymáshoz és  $\{02\bar{2}1\}$ -hez való hajlása. Ezek a mért adatok és a megfelelő számított értékek a következők:

	Mért	Számított
$(3.9.\bar{1}\bar{2}.4) : (12.\bar{9}.\bar{3}.4)$	$= 85^\circ 8'$	$84^\circ 51' 56''$
$(02\bar{2}1)$	$= 14^\circ 11'$	$14^\circ 11' 28''$

A táblás kristályok között igen érdekes kifejlődéseket figyelhettem meg a Terézia-bányából; 1–2 cm átmérőjű lapos táblák ezek, melyek a  $\{0001\}$ ,  $\{03\bar{3}1\}$ ,  $\{08\bar{8}1\}$  alakok kombinációi, ikrek a  $\{0001\}$  szerint s bázis lapjaikra párhuzamos elhelyezésben apró romboederes kristályok nőttek, melyeknek alakjai az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{01\bar{1}2\}$ . A táblák élükkel nőttek az alapra, úgy hogy alsó részük is kifejlődött s közepükön beugró szögek látszanak.

A lapok felületének minőségét tekintve az  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$  és  $\{02\bar{2}1\}$  azok a formák, melyeknek lapjai a legtöbb esetben kifogástalan kifejlődésűek. A  $\{02\bar{2}1\}$  lapjain néha étetési idomokat figyelhettem meg; ennek lapjai, valamint az  $\{10\bar{1}1\}$  lapjai csak egy esetben voltak érdekesek és rosszul mérhetőek. Általában véve a többi alak lapjai is többszörre simák és fényesek, a  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  lapjai néha rostosak az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  kombináció-éleivel párhuzamos irányban. A meredek romboeder- és prizmalapok néha görbültek, hullámosak vagy érdekesek, a bázislapok többszörre kimartak. Ha a  $\{4.14.1\bar{8}.5\}$  mint domináló alak lép fel, gyakran rostos a  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{02\bar{2}1\}$  kombináció éleivel párhuzamos irányban.

A kristályok legtöbbszörre víztiszta vagy fehérek, igen gyakran azonban különböző idegen anyagok szennyezésétől rózsaszínű, világos- és sötétsárga, szürke, vörös, barna és fekete szí-

nűek. Megfigyeltem néhány olyan darabot is, melyen a színeződés rétegenként ismétlődik. Sokszor a kristályok wad- vagy limonitkéreggel bevonottak.

Kiszámítva a vaskői kalcitok alakjainak gyakorisági számát, azt látjuk, hogy leggyakoribb alak a  $\{02\bar{2}1\}$ , melynek gyakorisági száma 63·6; majd a  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{10\bar{1}1\}$  következik 58·1, illetőleg 56·3 gyakorisági számmal.

A megfigyelt 51 kombinációban az alakok 2--9 számmal szerepelnek s leggyakoribb a 3 és 4 alakból álló kombináció.

**Dognácska.** A tanulmányozott kalcitok az Archangel-, Elias Enoch- és Márkus-bányából származnak; e három bánya kalcitkristályai formai kifejlődés tekintetében teljesen eltérők.

Meghatározott formák:

$$o \{0001\} \quad b \{10\bar{1}0\} \quad p \cdot \{10\bar{1}1\} \quad m \cdot \{40\bar{4}1\} \quad \delta \cdot \{01\bar{1}2\} \\ \varphi \cdot \{02\bar{2}1\} \quad \psi \cdot \{05\bar{5}2\} \quad A \cdot \{09\bar{9}2\} \quad \rho : \{13\bar{4}1\}.$$

Az Archangel-bánya kalcitkristályai papírvékonyaságú, 2·5 mm átmérőjű vitzisztta táblák. E bányában található a serpentin «svájcserit» válfaja és a lapdús zöld gránátok. A kalcitok uralkodó alakja a  $\{0001\}$ , a többi forma az  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$ ,  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{02\bar{2}1\}$ . A prizma is, valamint a romboederek is mint rendkívül keskeny csikok jelennek meg. A kristályok egy része iker a bázis szerint.

Az Elias Enoch-bánya kalcitjainak uralkodó alakja  $\{09\bar{9}2\}$  romboeder. E kristályok rendkívül tökéletes kifejlődésűek, vitziszták, síma és fényes lapokkal s vastos hematitra nőttek; sokszor úgy, hogy alsó részük is kifejlett. A kristályok tetejét a  $\{02\bar{2}1\}$  zárja be, élein az  $\{10\bar{1}1\}$  tompításával.

A Márkus-bánya-i kalcitkristályok skalenoideres természetűek, limoniton helyezkednek el s gyakran maguk is limonittal bevonottak. Uralkodó alak az  $\{13\bar{4}1\}$ , többi forma:  $\{05\bar{5}2\}$ ,  $\{01\bar{1}2\}$ ,  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{10\bar{1}0\}$ . A  $\{01\bar{1}2\}$  lapjai rostosak, a többi lap síma és fényes.

Az  $\{10\bar{1}1\}$  alak a dognácskai kalcit mindhárom kombinációján előfordul, az  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{01\bar{1}2\}$ ,  $\{02\bar{2}1\}$  kétszer, a többi alak pedig egyszer lép fel.

**Szászskabánya.** Azok a kalcitkristályok, melyeket megvizs-

gálni alkalmam volt, nagyobb részben a Magyar Nemzeti Múzeum gyűjteményéből, kisebb részben a Magyar Földtani Intézet gyűjteményéből valók. Ez utóbbiakat dr. LIFFA AURÉL főbányatanácsos úr szíveségéből tanulmányozhattam. A kristályok legnagyobb része oszlopos kifejlődésű. Megfigyeltem azonban néhány olyan stufadarabot is, melyen  $\{02\bar{2}1\}$  romboederből álló kristályok helyezkednek el. Ezek között  $\{0001\}$  szerinti penetrációs ikrek is megfigyelhetők.

Az oszlopos kifejlődésű kristályok uralkodó alakja az  $\{10\bar{1}0\}$  prizma, melynek éleit majdnem mindig letompítja az  $\{11\bar{2}0\}$ .

Meghatározott alakok a következők:

$$b \cdot \{10\bar{1}0\} \quad q \cdot \{11\bar{2}0\} \quad p \cdot \{10\bar{1}1\} \quad k \cdot \{50\bar{5}2\} \quad m \cdot \{40\bar{4}1\} \quad \delta \cdot \{01\bar{1}2\} \\ \varphi \cdot \{02\bar{2}1\} \quad z \cdot \{12\bar{3}5\} \quad y \cdot \{23\bar{5}8\} \quad n \cdot \{7.3.\bar{1}0.13\} \quad K \cdot \{21\bar{3}1\} \\ N \cdot \{53\bar{8}2\} \quad * \mathfrak{P} \{10.6.\bar{1}6.7\}.$$

Az oszlopos kristályok között igen érdekes párhuzamos továbbnövésű kristályok figyelhetők meg, melyek kétféleképp lehetnek kifejlődve: vagy úgy, hogy egy kisebb átmérőjű oszlopon ül egy nagyobb kristály, vagy pedig fordítva, az alsó kristály a nagyobb. (Lásd az ábrát a 256. lapon.) Az alsó kristály vagy csak az  $\{10\bar{1}0\}$  prizma, vagy ehhez hozzájárul még a  $\{21\bar{3}1\}$  és  $\{40\bar{4}1\}$ . A felső kristály az  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{11\bar{2}0\}$ ,  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  kombinációjából áll, mely alakok közül a prizmák után vagy az  $\{10\bar{1}1\}$ , vagy a  $\{21\bar{3}1\}$  uralkodik. A két összenőtt kristály nagyságának egymáshoz való viszonya igen különböző. Néha az egyik kristály oszlopának átmérője csak valamivel kisebb mint a másiké, néha pedig az egyik átmérő körülbelül harmada a másiknak. Jellemző, hogy az alsó kristályon, legyen bár a kisebb vagy nagyobb, sohasem jelenik meg a másodrendű prizma, míg a felső kristályon mindig fellép.

Az  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{11\bar{2}0\}$ ,  $\{10\bar{1}1\}$ ,  $\{21\bar{3}1\}$ ,  $\{40\bar{4}1\}$  formák kombinációjából alkotott kristályok között érdekesen eltorzult kristályok voltak megfigyelhetők, melyek azáltal jönnek létre, hogy az alapromboeder két lapja a harmadik rovására igen erősen fejlett és az egyik sarkél irányában megnyúlt.

A kalcitkristályok társásványai gyanánt kalkopirit és reduthit jelenik meg.

A megfigyelt kombinációk a következők:

$bqp \cdot k \cdot \delta \cdot K$ ;  $bqp \cdot m \cdot K$ ;  $bK$ ;  $b\delta \cdot K$ ;  $bq\delta \cdot K$ ;  $bqp \cdot \delta \cdot K$ ;  $bqp \cdot K$ ;  $bqp \cdot m \cdot \delta \cdot y \cdot K$ ;  $bqp \cdot m \cdot \delta \cdot n \cdot K$ ;  $N$ ;  $bqp \cdot m \cdot \delta \cdot z \cdot K$ ;  $\mathfrak{F}$ .

A kombinációkat tehát 2—8 alak alkotja, még pedig 4, 5 és 8 alakból 2—2 kombinációt, 2, 3, 6 és 7 alakból 1—1 kombinációt figyeltem meg. A  $\varphi$  sokszor egymagában lép fel.

Leggyakoribb alak az  $\{10\bar{1}0\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$ , utánuk az  $\{11\bar{2}0\}$  következik.

A  $\mathfrak{F}$   $\{10.6.\bar{1}\bar{6}.7\}$  skalenoeder két lappal jelenik meg s a  $[01\bar{1}2, 21\bar{3}1]$  és  $[0.11.\bar{1}\bar{1}.7, 2\bar{1}\bar{1}0]$  zónába esik. Mérhető volt a  $[01\bar{1}2, 21\bar{3}1]$  övben a  $\{21\bar{3}1\}$ -hez,  $\{01\bar{1}2\}$ -höz, továbbá az  $\{10\bar{1}1\}$ -hez,  $\{40\bar{4}1\}$ -hez és a két skalenoederlap egymáshoz való hajlása.

A kapott mért értékek és az ezeknek megfelelő számított adatok a következők:

	Mért	Számított
$(10.6.\bar{1}\bar{6}.7) : (10\bar{1}1)$	$25^{\circ}27'$	$25^{\circ}22'10''$
$(21\bar{3}1)$	$6^{\circ}22'$	$6^{\circ}23'5''$
$(01\bar{1}2)$	$44^{\circ}14'$	$44^{\circ}19'14''$
$(40\bar{4}1)$	$24^{\circ}5'$	$23^{\circ}56'20''$
$(16.\bar{6}.\bar{1}\bar{0}.7)$	$38^{\circ}52'$	$38^{\circ}39'50''$

A kristálylapok általában véve simák, a  $\{01\bar{1}2\}$ ,  $\{21\bar{3}1\}$ ,  $\{11\bar{2}0\}$  lapjai gyakran rostosak az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  kombináció-éleivel párhuzamos irányban, az  $\{10\bar{1}0\}$  lapjai pedig néha vízszintes irányban.

**Újmoldova.** A megvizsgált kalcitkristályokon a következő alakokat határoztam meg:

$b \cdot \{10\bar{1}0\} \pi \cdot \{11\bar{2}3\} p \cdot \{10\bar{1}1\} m \cdot \{40\bar{4}1\} \delta \cdot \{01\bar{1}2\} \pi \cdot \{0775\}$   
 $N \cdot \{0.11.\bar{1}\bar{1}.6\} \varphi \cdot \{02\bar{2}1\} \omega \cdot \{0.11.\bar{1}\bar{1}.4\} \psi \cdot \{0.17.\bar{1}\bar{7}.1\}$   
 $h : \{1459\} e : \{41\bar{5}6\} K : \{21\bar{3}1\} N : \{5382\}$ .

A kristályok legnagyobb része skalenoederes termetű, melyek mészkövön helyezkednek el. Ezek között ikrek is vannak  $\{0001\}$  és  $\{01\bar{1}2\}$  szerint. Egy limonitdarabon átlátszó  $\{02\bar{2}1\}$  romboederek, élükön néha az  $\{10\bar{1}1\}$ -el voltak megfigyelhetők.

A megfigyelt kombinációk a következők:

$$p \cdot \varphi \cdot ; b \delta \cdot K \cdot ; p \cdot K \cdot ; p \cdot \delta \cdot K \cdot ; p \cdot \delta \cdot \varphi \cdot K \cdot ; b p \cdot \delta \cdot \varphi \cdot e \cdot K \cdot ; \\ b \pi p \cdot \delta \cdot \varphi \cdot e \cdot K \cdot ; p \cdot \delta \cdot N \cdot \Psi \cdot e \cdot K \cdot ; \pi p \cdot \delta \cdot N \cdot \Psi \cdot e \cdot K \cdot ; \\ \pi p \cdot \delta \cdot N \cdot \Psi \cdot h \cdot e \cdot K \cdot ; b p \cdot \delta \cdot \pi \cdot \varphi \cdot K \cdot ; m \cdot \omega \cdot e \cdot K \cdot N \cdot$$

A kombinációkat 2—12 alak alkotja, még pedig 6 alakból 3 kombinációt, 2, 3, 7 alakból 2—2 és 4, 5, 8 alakból 1—1 kombinációt figyelem meg.

Leggyakoribb alak a  $\{21\bar{3}1\}$ , utána az  $\{10\bar{1}1\}$ , majd a  $\{01\bar{1}2\}$  következik s negyedik helyen áll a  $\{41\bar{5}6\}$  és  $\{02\bar{2}1\}$ . A  $\{41\bar{5}6\}$  a skaleoederes termetű kristályok 54%-án fellép.

A kristálylapok közül a  $\{01\bar{1}2\}$ ,  $\{21\bar{3}1\}$  és  $\{53\bar{8}2\}$  lapjai néha rostosak az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  kombináció-eleivel párhuzamos irányban az  $\{10\bar{1}0\}$  és  $\{0 \cdot 17 \cdot \bar{1}7 \cdot 1\}$  lapjai néha érdesek, a többi lap síma és többnyire fényes.

**Rézbánya.** Az átvizsgált kalcitkristályok azok, melyek a Szárazvölgy-i desmin kíséretében fordulnak elő. Meghatározott formái a következők:

$$b \{10\bar{1}0\} p \cdot \{10\bar{1}1\} \delta \cdot \{01\bar{1}2\} \varphi \cdot \{02\bar{2}1\} K : \{21\bar{3}1\} M : \{7.4.\bar{1}1.3\}.$$

A kristályok a szerint, hogy ez alakok közül melyik a domináló, különböző kifejlődésűek. Vannak egészen gömbölyded kristályok, melyeken a  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  körülbelül egyenlő mértékben fejlett, továbbá zömökebb és karcsúbb kifejlődésű kristályok, előbbieket a  $\{01\bar{1}2\}$ , utóbbiakat a  $\{02\bar{2}1\}$  tetözi be.

A megfigyelt kombinációk az alábbiak:

$$K : \delta \cdot b \varphi \cdot p \cdot ; \varphi \cdot K : \delta \cdot b p \cdot ; \delta \cdot K : b p \cdot \varphi \cdot ; \\ K : \varphi \cdot b ; \varphi \cdot K : b ; \varphi \cdot M : b$$

Ikrek a bázis szerint  $\delta \cdot K : b p \cdot \varphi \cdot$  alakokból. Az egyik stufadarabon a sárgás-vöröses desmin és 5—7 mm átmérőjű víztiszta kalcitkristályok között egy nagy, mintegy 3 cm átmérőjű, kissé sárgásszínű kristály ül, melyet szintén ez öt alak alkot. A kristály egészen gömbölyded alakú, iker a bázis szerint s a prizma nem egyenletes mértékben tompítja rajta a megfelelő csúcsokat.

A  $\varphi \cdot M :$  és  $b$  kombinációjából alkotott kristályok között olyan eltorzult kristály volt megfigyelhető, melynek tetejét négy lap



zárja be. E négy lap közül három a  $\{02\bar{2}1\}$  lapja, egy pedig a  $\{7.4.\bar{1}\bar{1}.3\}$  skalenoederé.

A lapok legtöbbnyire simák és fényesek, a  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  lapjai néha rostosak az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{21\bar{3}1\}$  kombináció-éleivel párhuzamos irányban.

Jellemző, hogy az  $\{10\bar{1}0\}$  mindegyik kombináción fellép, de sohasem annyira domináló, hogy a kristály prizmás jelle-güvé válna. Minden kombináción megjelenik még a  $\{02\bar{2}1\}$ , utána gyakoriságra a  $\{21\bar{3}1\}$ , majd az  $\{10\bar{1}1\}$  és  $\{01\bar{1}2\}$  követ-kezik. A  $\{7.4.\bar{1}\bar{1}.3\}$  csak egy kombináción volt megfigyelhető.

**Aranyosbánya.** A megvizsgált kalcitkristályok oszlopos ki-fejlődésűek, vitztiszták vagy halvány rózsaszínűek s az  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{01\bar{1}2\}$  és  $\{10\bar{1}0\}$ ,  $\{01\bar{1}2\}$ ,  $\{02\bar{2}1\}$  kombinációjából állanak, mely utóbbihoz néha az  $\{10\bar{1}1\}$  is járul.

A hat lelőhelyről származó kalcitokon összesen 42 alak volt meghatározható, melyek közül 4 új. Az egyes lelőhelyek alakjai-nak száma: Vaskő 28, Újmoldova 14, Szászkabánya 13, Dog-nácska 9; Rézbánya 6, Aranyosbánya 4.

# KRISTALLOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNGEN AN UNGARISCHEN KALZITEN.

Von MARIE VENDL.

Von den ungarischen Kalzitvorkommen sind Vaskó, Dognácska, Szászkabánya und Újmoldova (Komitat Krassószörény) diejenigen Bergorte, wo der Kalzit in ausserordentlich schönen und mannigfaltig ausgebildeten Kristallen gefunden wurde. In dieser Arbeit teile ich die kristallographischen Untersuchungen der Kalzite aus diesen vier Fundorten mit und ausserdem noch auch die kristallographischen Untersuchungen, welche ich an einigen Kalziten von Rézbánya (Komitat Bihar) und Aranyosbánya (vormals Offenbánya, Komitat Torda-Aranyos) ausgeführt habe.

Von Vaskó wurden Kristalle aus den Gruben Teresia, Reichenstein, Eleonora und Paulus untersucht, unter welchen Kristalle von prismatischem, romboedrischem, skalenoeedrischem und tafeligem Habitus beobachtet werden konnten.

Es wurden Kristalle von Dognácska aus den Gruben Archangel, Elias Enoch und Markus untersucht und die Kristalle der drei Gruben zeigen verschiedene Ausbildung: nämlich eine tafelige, romboedrische oder skalenoeedrische.

Die untersuchten Kristalle von Szászkabánya sind meist prismatisch ausgebildet und alle zwei Prismen sind fast immer vorhanden.

Die Kristalle von Újmoldova sind skalenoeedrisch ausgebildet; bei den Kristallen von Rézbánya ist entweder ein Skalenoeeder die vorherrschende Form oder sind Skalenoeeder- und Romboederflächen ungefähr gleich gross. Die Kristalle von Aranyosbánya zeigen eine prismatische Ausbildung.

An den untersuchten Kristallen von den sechs Fundorten wurden zusammen 42 Formen sichergestellt, unter denen:

$D : \{2.13.\bar{1}5.4\}$ ,  $\mathfrak{A} \{16\bar{7}2\}$ ,  $\mathfrak{H} \{3.9.\bar{1}2.4\}$ ,  $\mathfrak{B} \{10.6.\bar{1}6.7\}$  neu sind.

Die beobachteten Formen, die Kombinationen und die gemessenen Werte der neuen Formen mit den ihnen entsprechenden berechneten sind in dem ungarischen Text auf Seite 257., 258., 261. angeführt.

---

(Aus der Sitzung vom 14. Dezember 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# VÉGESBE NEM PROJICIÁLHATÓ SÍKGÖRBÉKRŐL.

Sz. NAGY GYULÁ-tól.

## 1. Bevezetés.

Ez a dolgozat szoros összefüggésben van «Általános vizsgálatok egy GAUSS-féle topologiai problémáról», «Speciális vizsgálatok egy GAUSS-féle topologiai problémáról» és «Végesben fekvő síkgörbék többszörös pontjairól»<sup>1</sup> c. megelőző dolgozataimmal, melyeknek néhány eredményét végesbe nem projiciálható síkgörbékre is kiterjeszti.

Csak olyan síkgörbékét vizsgálunk, amelyeket a sík minden egyenesre végezzámú pontban metsz és amelyeknek végezzámú többszörös pontjuk van. A görbe többszörös pontjairól feltételezzük, hogy érintőik egymástól különböznek.

Ha  $L$  olyan síkbeli összefüggő vonalrendszer, melynek minden pontjából párosszámú vonal indul ki, akkor — miként ismeretes — a vonalrendszer egy  $I'$  (zárt) vonallal leírható, melynek a vonalrendszer minden olyan pontjában, melyből  $2k$  ( $k \geq 2$ ) vonal indul ki,  $k$ -szoros pontja van. Ha a  $I'$  görbének akármelyik ilyen  $k$ -szoros pontjában a  $k$  ág közül bármely kettő metszi egymást, akkor vizsgálataink a  $I'$  görbére is érvényesek.

## 2. Végesbe nem projiciálható síkgörbék átalakítása végesben fekvő síkgörbékké és megfordítva.

Az olyan, végesbe nem projiciálható síkgörbét, melynek végezzámú kettős- és többszörös pontja és a sík minden

---

<sup>1</sup> Math. és Természettudományi Értesítő 42. kötet, 254—291. old. 1926. Ezt a három dolgozatot a következőkben A, B, illetőleg C-vel fogjuk jelölni.

egyenesével végezzámú metszéspontja van és amelynek minden többszörös pontjában az érintők egymástól különböznek, a következőkben röviden  $\Gamma$  görbének fogjuk nevezni. Mindig feltételezzük, hogy a végtelen távoli egyenes a  $\Gamma$  görbét egymástól különböző pontokban metszi. Ha a  $\Gamma$  görbét reciprokok rádiuszokkal egy olyan körre vonatkozólag transzformáljuk, amelynek középpontja nem fekszik a görbén, akkor olyan  $G$  végesben fekvő síkgörbét kapunk, amelynek az inverzióköri középpontjában annyiszoros pontja van, mint ahány különböző pontban metszi a végtelen távoli egyenes a  $\Gamma$  görbét, azonkívül pedig ugyanannyi és ugyanannyiszoros többszörös pontja van, mint a  $\Gamma$  görbének.

Ebből következik a következő tétel:<sup>1</sup>

I. *Ha a többszörös pontok egy  $P$  permutációjához tartozik végesben fekvő  $G$  síkgörbe, akkor van olyan  $\Gamma$  síkgörbe, amelyen a többszörös pontok sorrendje az a  $\bar{P}$  permutáció, melyet úgy kapunk, hogy  $P$ -ből a  $G$  görbe egy  $k$ -szoros ( $k \geq 2$ ) pontjához tartozó  $k$  elemet kihagyjuk.*

A  $\Gamma$  és a  $G$  görbe közötti vonatkozásból következik, hogy a  $\Gamma$  görbe singuláris pontjaival csak annyira van meghatározva, mint amennyire egy végesben fekvő  $n$  többszörös ponttal bíró görbe  $n-1$  többszörös pontjával meg van határozva. A  $\Gamma$  görbe tehát általánosságban nincs meghatározva többszörös pontjainak  $\bar{P}$  sorrendjével, de teljesen jellemezhető többszörös pontjainak és végtelen távoli pontjainak  $P$  sorrendjével. A végtelen távoli pontokat úgy jellemezhetjük, mint egy végesben fekvő  $k$ -szoros pontot. Ha ugyanis a sík egy  $A$  pontján a  $\Gamma$  görbe  $k$  asymptotájával (amelyek feltevésünk szerint mind végesben fekszenek és egymástól különböznek) párhuzamos egyeneseket húzunk, akkor a  $A$ -n átmenő  $2k$  félsugár közül az a  $k$  félsugár jellemzi a  $\Gamma$  görbe végtelen távoli pontjait, amely irányokban a  $\Gamma$  görbe egy befutása alatt végtelen távolba megy. A  $C$  értekezés X. tétele alapján kimondhatjuk tehát a következő tételt:

II. *Ha egy  $\Gamma$  görbét végtelen távoli és singuláris pontjainak azzal a  $P$  sorrendjével jellemezzük, amelyben azokat a*

<sup>1</sup> L. a  $C$  értekezés VII. tételét, i. h. 287. old.

görbe befutása közben találjuk és ha ebben a sorrendben egy  $k$ -szoros pont, illetőleg a görbe kvégtelen távoli pontja az  $1, 2, \dots, 2k$  számok közül azzal a  $k$  indexszel szerepel, amelyek a görbe beutásakor a  $k$ -szoros pontból kiinduló  $k$  félágot, illetőleg a sík egy pontján átmenő sugársorban azt a  $k$  félsugarat jelölik, amely irányokban a görbe végtelen távolba megy, akkor a  $P$  permutáció topologiai szempontból teljesen jellemzi a  $\Gamma$  görbét. Mindazok a  $\Gamma$  görbék ugyanis, amelyekhez singuláris és végtelen távoli pontjaik megfelelő jelölése mellett ugyanaz a  $P$  permutáció tartozik, a térben projekcióval és folytonos deformációval egymásba vihetők át.

Mint hogy a sík bármely egyenesre projekcióval végtelen távol vihető, azért áll a következő tétel:

III. Egy  $\Gamma$  görbe végtelen távoli pontjai a görbét topologiailag jellemző  $P$  permutációban helyettesíthetők azokkal a pontokkal, melyekben a görbét a sík egy egyenesre metszi. (Az asymptoták sorrendjét helyettesíti az egyenesen levő metszéspontok sorrendje).

### 3. Végesbe nem projiciálható síkgörbék kettőspontjainak két faja.

Könnyű belátni, hogy  $\Gamma$  görbékre is igaz a  $C$  értekezés I. tétele:

IV. Az olyan síkgörbét, melynek  $n$  kettőspontja,  $k_i$  számú  $r_i$ -szoros pontja van ( $i = 1, 2, \dots, m; 2 < r_1 < \dots < r_m$ ), melyekben az érintők egymástól különböznek, singuláris pontjai  $2n + k_1 r_1 + k_2 r_2 + \dots + k_m r_m$  vonalra bontják. Ezeket a vonalakat lehet két szímmel úgy jellemezni, hogy a görbén két egymásután következő vonal különböző, illetőleg ugyanolyan színű legyen a szerint, amint közös végpontjuk a görbének páros, illetőleg páratlan sokszoroságú többszörös pontja.

Egy végesben fekvő  $G$  síkgörbe akármelyik kettőspontjához tartozó két pseudomenet kezdő és végső vonala ugyanolyan színű, vagyis: amilyen színű vonalon kiindulunk egy  $G$  görbének egy kettőspontjából, ugyanolyan színű vonalon érkezünk oda először vissza. A görbének e közben leírt zárt része az egyik, a le nem írt zárt része pedig a másik pseudomenet.

Egy  $\Gamma$  görbének egy kettőspontját, melyhez tartozó két pseudomenet kezdő és végső vonalának színe ugyanaz, illetőleg különböző, a következőkben *első-*, illetőleg *másodfajú kettőspont*-nak fogjuk nevezni.

A kétféle kettőspontot jellemzi az értelmezésből folyó következő tétel:

V. *Ha egy síkgörbe egy kettőspontjában a két egyszínű vonalat a másik két egyszínű vonaltól elválasztjuk, de az egyszínű vonalakat egymástól nem választjuk el, akkor a görbe két görbére (pseudomenetre) esik szét, vagy egy görbe marad aszerint, amint a kettőspont első-, illetőleg másodfajú.*

VI. *Egy síkgörbe egy kettőspontja első-, illetőleg másodfajú aszerint, amint a kettősponthoz tartozó két pseudomenet közül legalább az egyik páros, illetőleg mindkettő páratlan görbe.*

Ha ugyanis egy másodfajú kettősponthoz tartozó két pseudomenet közül az egyik páros volna, akkor a két pseudomenet egymást párosszámú pontban metszené. Ebből azonban az következne,<sup>1</sup> hogy a két pseudomenet kezdő és végső vonala ugyanolyan színű, tehát a kettőspont nem lehetne másodfajú.

Egy páratlan görbe egy kettőspontjához tartozó pseudomenetek közül csak az egyik páratlan, mert ha mindkettő páratlan volna, akkor a görbének párosnak kellene lennie. Ebből következik a következő tétel:

VII. *A páratlan síkgörbék minden kettőspontja elsőfajú.*

Abból, hogy egy végesbe projiciálható síkgörbe mindegyik kettőspontja elsőfajú, következik a következő meg nem fordítható tétel:

VIII. *Az olyan síkgörbe, melynek van másodfajú kettőspontja, projekcióval és térbeli folytonos deformációval végesbe nem hozható.*

Egy  $\Gamma$  görbe első-, illetőleg másodfajú kettőspontjának kriteriuma a következő:

IX. *Ha  $P$  a  $\Gamma$  síkgörbe singuláris pontjaihoz tartozó permutáció, melyben a görbe mindegyik  $k$ -szoros ( $k \geq 2$ ) pontjához  $k$  elem tartozik, és ha  $P$ -ből kihagyjuk azokat az eleme-*

<sup>1</sup> L. C értekezés III. tétel, 1. h. 283. old.

ket, amelyek a görbe páratlan sokszoroságú pontjaihoz tartoznak, akkor a kapott  $\bar{P}$  permutációban a görbe egy kettőspontjához tartozó két elem közé  $\bar{P}$ -nak páros, illetőleg páratlan eleme esik aszerint, amint a kettőspont első-, illetőleg másodfajú.

A  $P$  permutációban ugyanis azok az elemek, melyek a  $\Gamma$  görbe  $Q$  kettőspontját jelölő két elem közé esnek, a  $Q$  ponthoz tartozó két pseudomenet közül az egyiknek,  $\Gamma_1$ -nek azokat a pontjait jelölik, amelyekben  $Q$ -ból kiindulva az egymásra következő vonalak színe a  $\Gamma_1$ -en való haladás közben megváltozik. A  $\Gamma_1$  pseudomenet kezdő- és végső vonala tehát ugyanolyan, illetőleg különböző színű aszerint, amint a  $Q$ -hoz tartozó két elem közé a  $P$  permutációban páros, illetőleg páratlan elem esik.

Olyan síkgörbére, melynek minden singuláris pontja valóságos kettőspont, áll a következő tétel:

X. Az olyan síkgörbének, melynek mindegyik singuláris pontja valóságos kettőspont, párosszámú másodfajú kettőspontja van.

Ha a görbének  $n$  kettőspontja van, melyek közül  $n_1$  első- és  $n_2$  másodfajú, akkor a kettőspontoknak a görbén való  $P$  sorrendje  $2n$  elemből áll, melyek közül  $n = n_1 + n_2$  páros és  $n$  páratlan helyen áll. Minthogy egy elsőfajú kettőspont két eleme közül az egyik páros, a másik páratlan helyen áll, azért a hátralevő  $n_2 = n - n_1$  páros (és ugyanannyi páratlan) helyen álló elemek páronként egy-egy másodfajú kettőspontoz tartoznak. Ennél fogva  $n_2$  páros szám és így a X. tétel igazolva van.

#### 4. Egységindexű görbék.

Ha egy végesben fekvő  $G$  görbének  $O$  közös pontját a reciprok rádiuszokkal való transzformáció középpontjának vesszük, akkor a  $G$  görbe olyan  $\Gamma$  görbébe megy át, melynek egy végtelen távoli pontja van. Ugyanezt elérhetjük kétszeres stereografikus projekcióval, ha a  $G$  görbét először stereografikusan a gömb  $G_1$  görbéjébe visszük át és azután a  $G_1$  görbének egy közös pontjából mint északi pólusból a  $G_1$  görbét a déli pólust érintő síkra projiciáljuk.

A  $\Gamma$  görbe páratlan görbe, melynek indexe egy. Egy sík-



görbe indexe azoknak a reális metszéspontoknak minimumát jelenti, amelyekben a görbét a síknak egy tetszésszerű egyenese metszheti. A  $\Gamma$  görbét a sík minden egyenese páratlan számú pontban metszi, a végtelen távoli egyenes pedig csak egy pontban találja.

A  $\Gamma$  és a  $G$  görbék közötti vonatkozásból következik a következő két tétel:

XI. *A többszörös pontok minden olyan  $P$  sorrendje, amely végesben fekvő síkgörbéken előfordul, végesbe nem projiciálható síkgörbéken is megvalósítható.*

XII. *Ha a  $\Gamma_1$  és  $\Gamma_2$  egységindexű síkgörbékhez többszörös pontjaik megfelelő jelölése mellett ugyanaz a  $P$  permutáció tartozik, akkor a két görbe a térben stereografikus projekcióval és térbeli folytonos deformációval egymásba átvihető.*

### 5. Kettőindexű síkgörbék.

Egy kettőindexű síkgörbe olyan síkgörbébe projiciálható, amelynek két végtelen távoli pontja van. Feltételezhetjük tehát, hogy a  $\Gamma$  görbének végtelen távolban két egymástól különböző pontja van. A  $\Gamma$  görbe tehát páros görbe és végesben a  $\Gamma_1$  és  $\Gamma_2$  ágakból áll. Minthogy a  $\Gamma$  görbe singuláris pontjai végesben fekszenek, azért ki lehet jelölni a  $\Gamma_1$  és  $\Gamma_2$  ágakon olyan végesben fekvő  $g_1$ , illetőleg  $g_2$  íveket, amelyek együttvéve a  $\Gamma$  görbének összes kettős és többszörös pontjait tartalmazzák.

A  $g_1$  (vagy  $g_2$ ) görbének egy  $Q$  kettőspontja a  $\Gamma$  görbének elsőfajú kettőspontja. A  $Q$  kettőspont ugyanis a  $\Gamma$  görbét  $\Gamma'$  és  $\Gamma''$  pseudomenetekre bontja, amelyek közül az egyik a  $g_1$  (illetőleg  $g_2$ ) végesben fekvő nyitott görbének is részét képezi, ennélfogva végesben fekszik és így páros. A  $\Gamma'$  és  $\Gamma''$  pseudomenetek tehát párosszámú pontban metszik egymást, minélfogva a  $Q$  pont a  $\Gamma$  görbének elsőfajú kettőspontja.

Ha  $Q$  a  $g_1$  és  $g_2$  görbék közös metszéspontja, akkor a  $Q$  pont a  $\Gamma$  görbének másodfajú kettőspontja, mert a  $Q$  ponthoz tartozó  $\Gamma'$  és  $\Gamma''$  pseudomenetek páratlanok. Ha ugyanis a  $Q$  pontból a  $g_1$  görbén kiindulunk, akkor a  $\Gamma$  görbén haladva csak úgy juthatunk el ismét a  $Q$ -hoz, ha a  $\Gamma$  görbe egyik végtelen távoli pontján keresztülmegyünk. A  $\Gamma$  görbének tehát egy

végtelen távoli pontja van és így páratlan. Hasonló ok miatt páratlan a  $\Gamma''$  pseudomenet is.

Kimondhatjuk tehát a következő tételeket:

XIII. *Egy kettőindexű  $\Gamma$  görbén ki lehet jelölni olyan  $g_1$  és  $g_2$  ívet, hogy a görbe bármely elsőfajú kettőspontja a  $g_1$  vagy  $g_2$  ív kettőspontja és a görbe bármely másodfajú kettőspontja a  $g_1$  és  $g_2$  íveknek egy metszéspontja.*

XIV. *Ha a  $H$  hiperbola  $H_1$ , illetőleg  $H_2$  ágán egy véges hosszúságú  $h_1$ , illetőleg  $h_2$  ívet olyan véges hosszúságú és ugyanazokkal a végpontokkal bíró  $g_1$ , illetőleg  $g_2$  görbevonallal helyettesítünk, amelyeknek a  $H$  hiperbolával nincs a  $h_1$  és  $h_2$  íveken kívül eső közös pontjuk, akkor az így kapott  $\Gamma$  görbére vonatkozólag a  $g_1$ , illetőleg  $g_2$  görbevonalak kettőspontjai elsőfajú, a  $g_1$  és  $g_2$  metszéspontjai másodfajú kettőspontok.*

A két végtelen távoli ponttal bíró  $\Gamma$  görbe  $\Gamma_1$  és  $\Gamma_2$  ágát párosszámú pontban metsző  $e$  egyenes fölvétele után a  $g_1$  és  $g_2$  véges hosszúságú görbevonalat meg lehet úgy választani, hogy az  $e$  egyenesnek a  $\Gamma$  görbével való metszéspontjai a  $g_1$  és  $g_2$  vonalakra essenek és a  $g_1$  vonal két végpontja az egyenesnek ellenkező oldalára essék, mint a  $g_2$  vonal két végpontja. Az  $e$  egyenesnek ilyen helyzete mellett a  $g_1$  és  $g_2$  vonalakat végpontjaik szilárdan hagyásával addig húzhatjuk szét, amíg egymást nem metszik, sőt addig is deformálhatjuk, amíg az  $e$  egyenest sem metszik.

Ebből következik a következő két tétel:

XV. *Ha egy csupán kettőspont többszörös pontokkal bíró kettőindexű síkgörbe kettőspontjaihoz tartozó  $P$  permutációból a másodfajú kettőspontokat jelölő elemeket kihagyjuk, olyan  $\bar{P}$  permutációt kapunk, amely végesben fekvő görbén megvalósítható.*

XVI. *Ha egy kettőindexű  $\Gamma$  síkgörbének nincsenek másodfajú kettőspontjai, akkor a görbe projekcióval és síkbeli deformációval végesbe hozható.*

A  $\Gamma$  görbének nem lehetnek olyan másodfajú kettőspontjai sem, amelyek a görbének többszörös pontjaiba esnek, ha a görbe projekcióval és síkbeli deformációval végesbe hozható.

## 6. A legegyszerűbb kettőindexű síkgörbék másodfajú kettőspontokkal.

A kettőindexű síkgörbék közül meg fogjuk állapítani a két, három és négy kettősponttal bíró görbék topologiailag különböző alakjait. Minthogy ezek közül azok a görbék, melyeknek nincs másodfajú kettőspontjuk, a XVI. tétel szerint végesben fekvő síkgörbétől topologiailag nem különböznek, azért csak azokat a görbéket fogjuk vizsgálni, amelyeknek vannak másodfajú kettőspontjai. Ha a két, három, illetőleg négy kettősponttal és két végtelen távoli ponttal bíró  $I'$  görbéket egy olyan inverzió-körre vonatkozól, melynek középpontja nem esik a görbékre, reciprokok rádiuszokkal transzformáljuk, akkor olyan végesben fekvő  $G$  görbét kapunk, melyeknek 3, 4, illetőleg 5 kettőspontjuk van. A két, három, illetőleg négy kettősponttal bíró  $I'$  görbéket tehát megállapíthatjuk a 3, 4, illetőleg 5 kettősponttal bíró  $G$  görbékhez tartozó permutációk alapján, ha az egyik kettőspontot a végtelen távoli két pont  $x$  jellemzőjével cseréljük fel.

a) *Két kettőspont esete.* A három kettősponttal bíró, topologiailag különböző 3  $G$  görbe közül<sup>1</sup> csak az 1 2 3 1 2 3 permutációval jellemzett  $G$  görbe vezet két másodfajú kettősponttal bíró görbéhez, ha egyik kettőspontját  $x$ -szel felcseréljük. Abból, hogy az 1 2 3 1 2 3 permutációban a három elem ugyanolyan helyzetű, a következő tétel következik:

XVII. *A két másodfajú kettősponttal kettőindexű síkgörbék, melyeknek más többszörös pontjuk nincs, a térben izotopok, amennyiben folytonos deformációval a térben egymásba vihetők át. Az ilyen görbéken a két kettőspont sorrendje 1 2 1 2.*

Ilyen görbét állít elő a XIV. tétel alapján az (α) ábra.

b) *Három kettőspont esete.* A négy kettősponttal bíró  $G$  görbék közül csak az (a) 1 1 2 3 4 2 3 4 és (b) 1 2 3 4 2 1 4 3 permutációkkal jellemzett  $G$  görbék<sup>2</sup> vezetnek másodfajú kettőspontokkal is bíró  $I'$  görbékhez. Ezek a görbék:

<sup>1</sup> L. B értekezés 276. old. id. h.

<sup>2</sup> L. B értekezés 276. old. id. h.

- (a)  $1123x23x$ ,  $112x32x3$ ,  $11x23x23$ ;  
 (b)  $123x21x3$ ,  $12x3213x$ ,  $1x23x132$ ,  $1231x32x$

permutációkkal állíthatók elő. A három első, illetőleg négy utolsó permutációval előállított  $\Gamma$  görbék izotopok és kettőspontjaik  $112323$ , illetőleg  $123132$  sorrendjével teljesen meg vannak határozva.

Az (a) ábra  $\Gamma_a$  görbéjéhez a 2-ik permutáció tartozik. Ha az  $e$ , illetőleg  $\bar{e}$  egyenest végtelenbe projiciáljuk, olyan  $\Gamma$  görbét kapunk, amelyhez az első, illetőleg harmadik permutáció tartozik. A (b) ábra  $\Gamma_b$  görbéjéhez a 6-ik és 7-ik permutáció tartozik, de hozzátartozik a 4-ik és 5-dik permutáció is, ha az ábrán az 1 és 3 számokkal jelzett kettőspontok neveit felcseréljük.

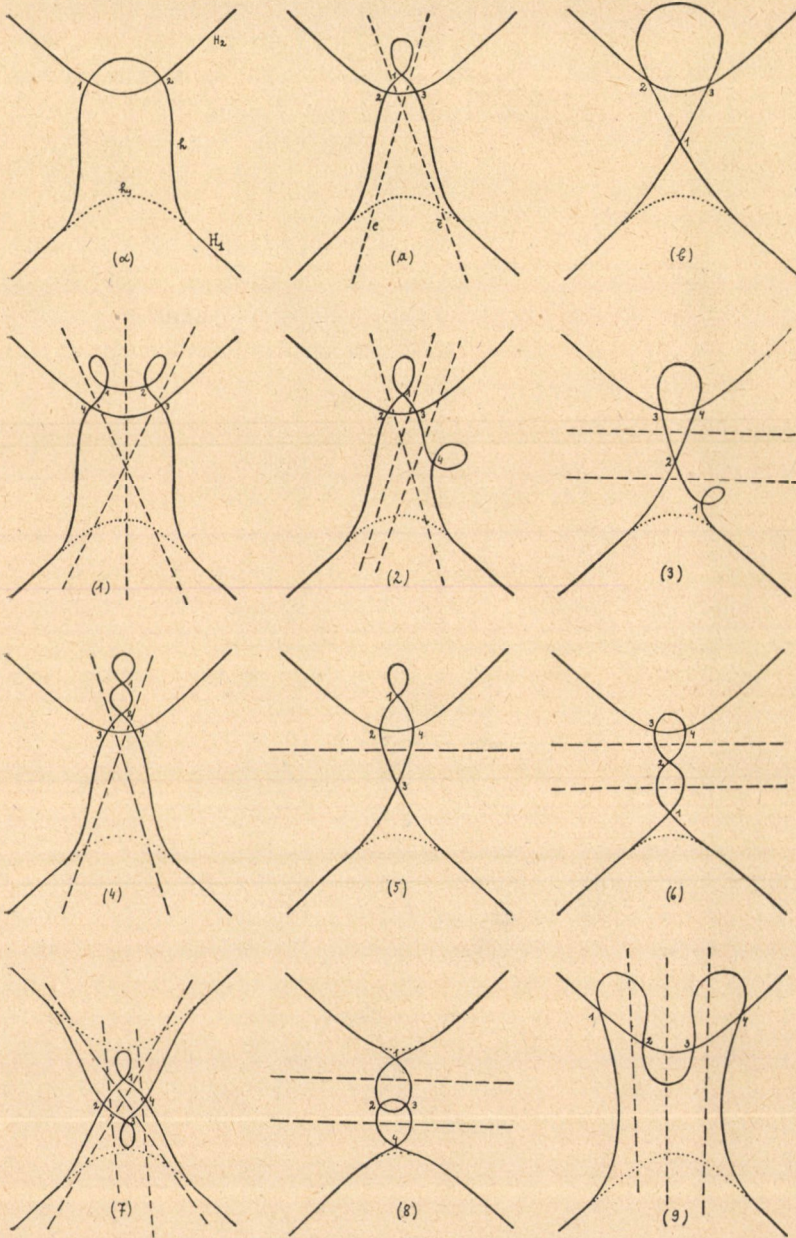
A XIII. és XIV. tétel alapján tehát könnyű belátni a következő tételt:

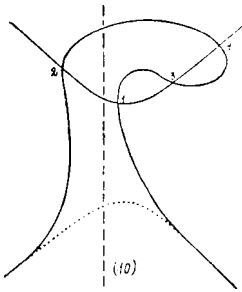
XVIII. *Csak két, topologiaiilag egymástól különböző kettő indexű olyan síkgörbe van, melynek két másodfajú és egy elsőfajú kettőspontja van. E két görbét meghatározza kettőspontjaik  $112323$ , illetőleg  $123132$  sorrendje.*

c) *Négy kettőspont esete.* Számítás útján arra az eredményre jutunk, hogy az összes lényegesen különböző 8-ad osztályú permutációk, melyekben az 1, 2, 3 és 4 elemek közül mindegyik kétszer fordul elő és amelyekben van egyező elemekből álló olyan elempár, mely közé a permutációban páratlan elem esik, a következő 15 permutációval jellemezhetők:

- |     |          |      |          |      |          |
|-----|----------|------|----------|------|----------|
| (1) | 11223434 | (6)  | 12342134 | (11) | 12123434 |
| (2) | 11232443 | (7)  | 11234423 | (12) | 12132434 |
| (3) | 11234243 | (8)  | 12314234 | (13) | 12134234 |
| (4) | 11234342 | (9)  | 12341234 | (14) | 12134324 |
| (5) | 11232434 | (10) | 12134243 | (15) | 12134342 |

Minden más hasonló tulajdonságú permutáció két változtatással e 15 permutáció valamelyikébe átvihető. Az első változtatásban a permutáció egy alkalmas elemével kezdjük az új füzetet és a többi elemet vagy ugyanolyan ciklikus sorrendben írjuk utána, amelyben a felvett füzetben szerepeltek, vagy pedig





éppen megfordított sorrendben. A második változtatással a kapott füzetben az elemek neveit úgy cseréljük föl, hogy a füzet 1-sel kezdődjék, utána 1 vagy 2 következzen, a 3 és 4 pedig csak akkor lépjen fel a füzetben, ha előtte az 1 és 2, illetőleg 1, 2, 3 már föllépett.

Nincsenek olyan kettőindexű  $\Gamma$  görbék, melyeken a 4 kettőspont sorrendje az (11)—(15) permutációk valamelyike volna, mert ha volnának, akkor a hozzájuk tartozó 5 kettősponttal bíró  $G$  görbékhez tartozó permutációk

1 2 5 1 2 3 4 5 3 4, 1 5 2 1 3 2 4 3 5 4, 1 2 5 1 3 4 2 3 4 5,  
1 2 5 1 3 5 4 3 2 4, 1 5 2 1 3 4 5 3 4 2

volnának. Az (11)—(15) permutációkba ugyanis az 5 elem csak egyféle módon írható be kétszer úgy, hogy a beírás után mind az öt elem egyszer páros és egyszer páratlan helyen forduljon elő. A ciklusok vizsgálatából következik, hogy a felírt 5 permutáció egyikéhez sem tartozik 5 kettősponttal bíró  $G$  görbe.

Az (1)—(10) ábrákon feltüntetett 10  $\Gamma$  görbe kettőspontjainak sorrendje éppen az (1)—(10) permutációkkal egyezik.<sup>1</sup> A 10 permutáció bármelyike topologiatlanul jellemzi a hozzá tartozó  $\Gamma$  görbéket. Írjuk be ugyanis az ( $i$ )-dik permutációba ( $i=1, 2, \dots, 10$ ) minden lehetséges módon a végtelen távoli pontot jellemző  $x$ -et kétszer úgy, hogy az azután kapott permutációban mind az öt elem egyszer páros és egyszer páratlan helyen szerepeljen, akkor az így kapott permutációk közül az egyikhez az ( $i$ ) ábra  $\Gamma_i$  görbéje tartozik. A többi permutációhoz tartozó  $\Gamma$  görbét  $\Gamma_i$ -ből olyan centrális projekcióval kapjuk, amely az ( $i$ ) ábra egy-egy szaggatott vonallal jelzett egyenesét a sík végtelen távoli egyenesébe viszi át. Minthogy az (1)—(10) ábrákon felrajzolt görbék

<sup>1</sup> A (7) ábrán a 3. és 4. pont jelzését egymással fel kell cserélni.

közül projekcióval és folytonos deformációval egy sem vihető át a másikba, azért igaz a következő tétel:

XIX. *Tíz topologialag különböző kettőindexű négy kettősponttal bíró olyan síkgörbe van, melynek van másodfajú kettőspontja. Ezt a 10 görbét topologialag teljesen jellemzi négy kettőspontjának  $P_8$  sorrendje, úgyhogy az ugyanahhoz a  $P_8$  permutációhoz tartozó kettőindexű síkgörbék a térben izotopok.*

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 január hó 18.-án tartott üléséből.)

# ÜBER EBENE KURVEN, DIE SICH INS ENDLICHE NICHT PROJIZIEREN LASSEN.

Von JULIUS v. Sz. NAGY.

Eine ebene Kurve  $C$  wird durch den Doppelpunkt  $Q$  in zwei Pseudozüge  $C_1$  und  $C_2$  geteilt. Der Pseudozug  $C_1$  ist der geschlossene Teil von  $C$ , welcher von einem Punkte erzeugt wird, während er aus  $Q$  ausgeht und auf der Kurve zum ersten Male zur Anfangslage  $Q$  zurückkehrt; der Pseudozug  $C_2$  ist der andere geschlossene Teil von  $C$ . Wir nennen den Doppelpunkt  $Q$  einen Doppelpunkt von erster, bzw. zweiter Art, je nach dem wenigstens der eine der Pseudozüge  $C_1$  und  $C_2$  eine paare Kurve ist, oder beide Pseudozüge unpaare Kurven sind.

Es lässt sich beweisen, dass die Anzahl der Doppelpunkte zweiter Art für eine ebene Kurve, die ausserhalb eigentlicher Doppelpunkte keine mehrfachen Punkte hat, eine gerade Zahl ist. Eine ebene Kurve, die wenigstens einen Doppelpunkt zweiter Art besitzt, lässt sich durch Projektion und stetige Deformation ins Endliche nicht projizieren.

Der Index einer ebenen Kurve ist — wie bekannt — die Minimalanzahl der Schnittpunkte, in denen die Kurve von den Geraden der Ebene getroffen werden kann. Der Minimalindex einer ebenen Kurve ist Zwei, wenn sie auch einen Doppelpunkt zweiter Art enthält.

Es gibt auf jeder ebenen Kurve  $C$  vom Index Zwei solche offene, voneinander verschiedene Kurvenlinien  $K_1$  und  $K_2$ , in denen sämtliche Doppel- und mehrfache Punkte der Kurve  $C$  enthalten sind. Jeder Doppelpunkt, bzw. jeder Schnittpunkt der Kurvenlinien  $K_1$  und  $K_2$  ist für die Kurve  $C$  ein Doppel-



punkt erster, bzw. zweiter Art. Hat die Kurve  $C$  vom Index Zwei keinen Doppelpunkt zweiter Art, so lässt sie sich durch ebene stetige Deformation und durch eine zentrale Projektion in eine im Endlichen liegende Kurve überführen.

Endlich wird bewiesen, dass die ebenen Kurven vom Index Zwei mit höchstens 4 Doppelpunkten, für welche eine Aufeinanderfolge ihrer Doppelpunkte dieselbe ist, im Raume isotop sind. Es werden die verschiedenen Typen dieser Kurven bestimmt.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Januar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# GÖMBI GÖRBÉKRŐL.

SZ. NAGY GYULÁ-tól.

## 1. Bevezetés.

Valamely  $S$  gömbön fekvő, folytonos érintővel bíró zárt görbékét szférikus vagy gömbi görbéknek fogjuk nevezni. Diametrális pontpár a gömbnek olyan két pontja, melyek egy átmérőnek végpontjai. Csak olyan gömbi görbékét vizsgálunk, amelyeknek véges számú singuláris pontjuk, végezzük diametrális pontpárjuk és az  $S$  gömb bármely  $K$  legnagyobb körével végezzük közös pontjuk van.

Ha a  $G$  gömbi görbe diametrális görbét  $G'$  jelöli, akkor a  $G$  és  $G'$  görbék bármely  $P$  metszéspontjának  $P'$  diametrálisa nyilvánképpen rajta van a  $G$  görbén és így a  $PP'$  pontpár a  $G$  görbének diametrális pontpárja. A  $PP'$  diametrális pontpárt a  $G$  görbe annyiszoros diametrális pontpárjának számítjuk, mint ahányszoros metszéspontja a  $P$  pont a  $G$  és  $G'$  görbéknek. Ha tehát a  $P$  és  $P'$  pontok a  $G$  görbének közös pontjai, akkor a  $PP'$  pontpár a  $G$  görbének egyszeres, kétszeres, illetőleg  $k$ -szoros diametrális pontpárja a szerint, amint a  $G$  és  $G'$  görbék a  $P$  pontban érintés nélkül metszik, elsőrendűen, illetőleg  $(k-1)$ -ed rendűen érintik egymást. Céljainkra azonban már az is elegendő, ha a  $PP'$  pontpárt a  $G$  görbe egyszeres, illetőleg kétszeres diametrális pontpárjának számítjuk, amikor a  $G$  és  $G'$  görbék a  $P$  pontban metszik, illetőleg metszés nélkül érintik egymást. Ha a  $P$  pont a  $G$  görbének  $k$ -szoros, a  $G'$  görbének  $k'$ -szörös pontja, akkor a  $G$  görbe minden egyes ágának a  $G$  görbe minden egyes ágával való metszéspontjai számának összege lesz a  $G$  és  $G'$  görbék  $P$ -be eső metszéspontjainak száma, és így a  $PP'$  pontpárnak  $G$ -re vonatkozó sokszorosági száma. Így számítva a

diametrális pontpárok sokszoroságát, kimondhatjuk a következő tételt:

I. *Egy gömbi görbén zéró, párosszámú vagy végtelen sok diametrális pontpár van.*

Egy  $C$  síkgörbét egy  $Q$  kettőspontja  $C_1$  és  $C_2$  pseudomenetekre bont. A  $C_1$  pseudomenet a  $C$  görbének az a zárt része, amelyet a  $C$  görbén mozgó  $P$  pont azalatt ír le, mialatt  $Q$ -ból kiindulva oda először tér vissza. A  $C_2$  pseudomenet a  $C$  görbének le nem írt másik zárt része. A  $Q$  pontot a  $C$  görbe első-, illetőleg másodfajú kettőspontjának nevezzük a szerint, amint a  $C_1$  és  $C_2$  pseudomenet közül legalább az egyik páros, illetőleg mindkettő páratlan.

II. *Ha a végezzámú diametrális pontpárt tartalmazó  $G$  gömbi görbét a gömb középpontjából egy síkra projiciáljuk, akkor olyan  $C$  páros síkgörbét kapunk, melynek első-, illetőleg másodfajú kettőspontjai a gömbi görbe kettőspontjainak, illetőleg diametrális pontpárjainak projekciói. Megfordítva: ha a  $C$  páros síkgörbét az  $S$  gömb középpontjából a gömbre projiciáljuk, akkor olyan két, egymásnak diametrálisan megfelelő gömbi görbét kapunk, melyek közül akármelyik a  $C$  görbe első-, illetőleg másodfajú kettőspontjainak a projekció folytán kettőspontok, illetőleg diametrális pontpárok felelnek meg.*

Az  $S$  gömbnek és a rajta fekvő  $G$  gömbi görbének folytonos deformációjával az I. tételből következő tételek hozhatók le:

III. *Egy ovaloidon fekvő  $G$  zárt görbének párosszámú olyan húrja van, melyek az ovaloid belsejében fekvő tetszőszerinti  $O$  ponton keresztülmennek.*

IV. *Ha az  $O$  ponton keresztülmenő egyenesek a végesben fekvő  $F$  zárt felületet két-két, egymástól különböző pontban metszik, akkor az  $F$  felületen fekvő  $G$  zárt görbének párosszámú húrja megy  $O$ -n keresztül.*

V. *Ha az  $O$  ponton átmenő egyenesek a végesben fekvő  $G$  görbét zéró, egy, vagy egymástól különböző két pontban metszik, akkor a  $G$  görbének párosszámú  $O$ -n átmenő húrja van.*

Ez a dolgozatunk szorosan összefügg «Végesbe nem projiciálható síkgörbéről» című dolgozatunkkal, melynek néhány eredményét megvilágítja és általánosítja.

## 2. Az I. tétel bizonyítása.

Az I. tételt csak arra az esetre kell igazolnunk, amikor az  $S$  gömbön fekvő  $G$  görbén végezzámú diametrális pontpár van. A gömb legnagyobb körei közt, amelyeknek a  $G$  görbével végezzámú pontjuk van, van olyan  $K$  kör, amely a  $G$  görbét nem érinti és a görbének egy diametrális pontpárját sem tartalmazza. Ha  $S_1$  és  $S_2$  jelöli azt a két félgömböt, amelyre a  $K$  kör az  $S$  gömböt felbontja, akkor ahányszor a  $G$  görbe az  $S_2$  félgömb-ről az  $S_1$ -re lép, ugyanannyiszor vissza kell onnan térnie. A  $K$  kör tehát párosszámú  $m(=2n)$  pontban metszi a  $G$  görbét.

Ha  $L_1$ , illetőleg  $L_2$  jelöli a  $G$  görbének az  $S_1$ , illetőleg  $S_2$  félgömbön fekvő vonalait és  $L'_1$ , illetőleg  $L'_2$  jelöli az  $L_1$ , illetőleg  $L_2$  vonalak diametrálisait, akkor az I. tétel kimutatása végett nyilvánképen azt kell igazolnunk, hogy az  $L_1$  vonaloknak az  $L'_2$  vonalakkal párosszámú metszéspontjuk van. Ha a  $G$  görbe egy  $S_2$ -n fekvő pontjából kiindulva leírjuk a görbét és rendre  $1, 2, \dots, m$ -mel jelöljük azokat a  $K$  körön fekvő pontokat, melyekben a  $G$  görbe a kört átlépi, akkor  $12, 34, \dots, m-1 \cdot m$ , illetőleg  $23, 45, \dots, m \cdot 1$  vonalak az  $L_1$ , illetőleg  $L_2$  vonalak. Ha pedig  $1', 2', \dots, m'$  az  $1, 2, \dots, m$  pont diametrálisai, akkor  $2'3', 4'5', \dots, m'1'$  az  $L'_2$  vonalak.

Ha  $l_1$ , illetőleg  $l'_2$  jelöli az  $L_1$ , illetőleg  $L'_2$  egy-egy vonalát, akkor ezt a két vonalat zárt görbékké lehet kiegészíteni olyan az  $S_2$  félgömbön fekvő  $\bar{l}_1$ , illetőleg  $\bar{l}_2$  görbékkel, amelyek nem metszik egymást, ha az  $l_1$  és  $l'_2$  végpontjai nem választják el egymást a  $K$  körön, de egy pontban metszik egymást akkor, ha az  $l_1$  és  $l'_2$  végpontjai szétválasztják egymást a  $K$  körön. Minthogy az  $l_1$  és  $\bar{l}_2$ ,  $l'$  és  $\bar{l}_1$  vonalpároknak nincs közös pontjuk és az  $l_1 \bar{l}_1$  és  $l'_2 \bar{l}_2$  zárt görbéeknek párosszámú közös pontjuk van, azért kimondható a következő segéd-tétel:

*Az  $L_1$  és  $L'_2$  egy-egy vonala páros-, illetőleg páratlanszámú pontban metszi egymást a szerint, amint végpontjaik nem választják szét, illetőleg szétválasztják egymást a  $K$  körön.*

Ennek a segéd-tételnek alapján az I. tétel igazolására elég azt kimutatnunk, hogy ha a  $K$  körön  $P$  jelöli az  $1, 2, \dots, m, 1', 2', \dots, m'$  pontok egymásutánját, és ha a  $K$  kör  $12, 34, \dots,$

$m-1 \cdot m$ , illetőleg  $2'3', 4'5', \dots, m'1'$  pontpárjait összekötő  $\frac{m}{2} = n$  hürt  $E$ -, illetőleg  $E'$ -húrnak nevezzük, akkor az  $E$ -húrok metszéspontjainak száma az  $E'$ -húrokkal:  $v$  páros szám.

Először azt mutatjuk ki, hogy ha  $v_1$  jelöli az  $n$   $E$ -húrnak az  $n$   $E'$ -húrral való metszéspontok számát arra a  $P_1$  sorrendre, amely  $P$ -ből az  $i$  és  $i'$  elemek felcserélésével származik, akkor  $v_1 \equiv v \pmod{2}$ . Egy ilyen  $ii'$  felcserélést diametris substitutió-nak nevezünk.

A bizonyítás megkönnyítése végett bevezetünk néhány jelölést. A  $P$  esetén az  $1, 2, \dots, m$ , illetőleg  $1', 2', \dots, m'$  pontok közül azt a pontot, melyet az  $i$  ponttal egy  $E$ -, illetőleg az  $i'$  ponttal egy  $E'$ -húr köt össze,  $i_1$ -gyel, illetőleg  $i'_2$ -vel, a  $K$  kör  $ii_1$ , illetőleg  $i'i'_2$  húrját  $e$ -, illetőleg  $e'$ -vel fogjuk jelölni, a többi  $n-1$   $E$ -, illetőleg  $E'$ -hürt  $\bar{e}$ , illetőleg  $\bar{e}'$  húrnak fogjuk nevezni. Az  $ii'$  diametris substitutio az  $\bar{e}$  és  $\bar{e}'$  húrokat helyükön hagyja, az  $e \equiv ii_1$ , illetőleg  $e' \equiv i'i'_2$  hürt pedig az  $e_1 \equiv i'_1$ , illetőleg  $e'_1 \equiv i'_2$  húrba viszi át.

Az  $e$ , illetőleg  $e_1$  húrnak az  $\bar{e}'$  húrokkal való metszéspontjainak számát  $\varepsilon$ -val, illetőleg  $\varepsilon_1$ -gyel, az  $e'$ , illetőleg  $e'_1$  húrnak az  $\bar{e}$  húrokkal való metszéspontjainak számát  $\varepsilon'$ -vel, illetőleg  $\varepsilon'_1$ -vel és az  $\bar{e}$  húroknak az  $\bar{e}'$  húrokkal való metszéspontjainak számát  $\bar{\varepsilon}$ -sal fogjuk jelölni. Az  $ii'$  átmérő a  $K$  kört két félkörre:  $k_1$ -re és  $k_2$ -re bontja. Az  $i_1$ , illetőleg  $i'_2$  pont azt a félkört, amelyre esik, két ivre, az  $ii_1$  és  $i'i_1$ , illetőleg az  $ii'_2$  és  $i'i'_2$  ívekre osztja. Az  $1', 2', \dots, m'$  pontok közül az  $ii_1$ , illetőleg  $i'i_1$  ív belsejébe eső pontok számát  $p$ -, illetőleg  $p_1$ -gyel, az  $1, 2, \dots, m$  pontok közül az  $i'i'_2$ , illetőleg  $ii'_2$  ív belsejébe eső pontok számát  $q$ -val, illetőleg  $q_1$ -gyel fogjuk jelölni.

A bizonyításban két esetet kell megkülönböztetnünk.

*Első eset:* az  $i_1$  és  $i'_2$  pontok a  $K$  kör  $ii'$  átmérőjének ellenkező oldalán fekszenek. Ekkor az  $e$ ,  $e'$  és  $e_1$ ,  $e'_1$  húrok egy konvex négyszög szemközt fekvő oldalai és így nem metszik egymást, ennél fogva

$$v = \bar{\varepsilon} + \varepsilon + \varepsilon', \quad v_1 = \bar{\varepsilon} + \varepsilon_1 + \varepsilon'_1;$$

továbbá

$$\varepsilon = p - 2r, \quad \varepsilon' = q - 2s, \quad \varepsilon_1 = p_1 - 2r_1, \quad \varepsilon'_1 = q_1 - 2s_1,$$

ahol  $r, s, r_1, s_1$  nem negatív egész számok, minthogy például az  $e$  hürt

csak azok az  $\bar{e}'$  húrok metszik, amelyeknek egyik és csak egyik végpontjuk van az  $i_1$  íven (azok az  $\bar{e}'$  húrok ellenben, amelyeknek mindkét végpontjuk az  $i_1$  íven van, nem metszik az  $e$  húrt); végül

$$p + q = p_1 + q_1,$$

mert a  $k_1$  félkörön ugyanannyi pont fekszik az  $1', 2', \dots, m'$ , illetőleg  $1, 2, \dots, m$  pontok közül, mint ahány az  $1, 2, \dots, m$ , illetőleg  $1', 2', \dots, m'$  pontok közül a  $k_2$  félkörön.

A felírt egyenlőségekből következik, hogy

$$v - v_1 = \varepsilon + \varepsilon' - (\varepsilon_1 + \varepsilon'_1) = 2(r_1 + s_1) - 2(r + s) \equiv 0 \pmod{2}.$$

*Második eset:* az  $i_1$  és  $i'_2$  pontok az  $i_1'$  átmérő ugyanarra az oldalára esnek. Ekkor az  $e, e'$ , illetőleg  $e_1, e'_1$  egy konkáv négyszög szemközt fekvő oldalai és így vagy az  $e$  és  $e'$ , vagy az  $e_1$  és  $e'_1$  húrok metszik egymást. Ha az  $e$  és  $e'$  húrok metszik egymást, akkor

$$\begin{aligned} v &= \bar{\varepsilon} + \varepsilon + \varepsilon' + 1, & \varepsilon + 1 &= p - 2r, & \varepsilon' + 1 &= q - 2s, \\ v_1 &= \bar{\varepsilon} + \varepsilon_1 + \varepsilon'_1, & \varepsilon_1 &= p_1 - 2r_1, & \varepsilon'_1 &= q_1 - 2s_1, \end{aligned}$$

minthogy az  $e$  (illetőleg  $e'$ ) húrt az  $\bar{e}'$  (illetőleg  $\bar{e}$ ) húrokon kívül az  $e'$  (illetőleg  $e$ ) húr is metszi. Ha pedig az  $e_1$  és  $e'_1$  húrok metszik egymást, akkor hasonló okból

$$\begin{aligned} v &= \bar{\varepsilon} + \varepsilon + \varepsilon', & \varepsilon &= p - 2r, & \varepsilon' &= q - 2s, \\ v_1 &= \bar{\varepsilon} + \varepsilon_1 + \varepsilon'_1 + 1, & \varepsilon_1 + 1 &= p_1 - 2r_1, & \varepsilon'_1 + 1 &= q_1 - 2s_1. \end{aligned}$$

Mindkét esetben  $p + q + p_1 + q_1 = m - 1 = 2n - 1$ , mert összesen ennyi pont fekszik az  $1, 2, \dots, m, 1', 2', \dots, m'$  pontok közül a  $k_1$  vagy a  $k_2$  félkörív belsejében, amelyekre az  $i_1'$  átmérő a  $K$  kört felbontja. Mindkét esetben tehát

$$\begin{aligned} v + v_1 &= 2\bar{\varepsilon} + (p + q + p_1 + q_1 - 1) - 2(r + s + r_1 + s_1) = \\ &= 2\bar{\varepsilon} + 2n - 2 - 2(r + s + r_1 + s_1) \equiv 0 \pmod{2}. \end{aligned}$$

Ezzel mindkét esetre kimutattuk, hogy  $v_1 \equiv v \pmod{2}$ .

A  $P$  sorrend diametrális substitutiókkal olyan  $P_k$  sorrendbe vihető át, amelyben az  $m$  vesszőtlen elem után következik az  $m$  vesszős elem. Egy ilyen  $P_k$ -ra nézve egy  $E$ -húr sem metszhet egy  $E'$ -húrt sem, ennél fogva  $v_k = 0$ . Ebből következik, hogy  $v \equiv 0 \pmod{2}$ . Ezzel az I. tétel be van bizonyítva.

### 3. A II. tétel bizonyítása és néhány ezzel kapcsolatos vizsgálat.

A gömbön bármely zárt görbe páros görbe, mert egy legnagyobb kör párosszámú pontban metszi. Ha a  $G$  gömbi görbét  $Q$  kettőspontja  $G_1$  és  $G_2$  pseudomenetekre bontja, akkor a  $G_1$  és  $G_2$  pseudomenetek mint zárt gömbi görbék szintén párosak, ennél fogva kimondható a következő tétel:

VI. *Egy gömbi görbe minden kettőspontja elsőfajú kettőspont.*

Ha a  $G$  görbét, amelyen végezzük diametrális pontpár van, a gömb  $O$  középpontjából az  $O$ -n át nem menő  $\sigma$  síkra projiciáljuk, akkor a projekció  $C$  síkgörbe páros görbe, mert a sík egy egyenese annyi pontban találja, mint a gömb megfelelő legnagyobb köre a  $G$  görbét. Hasonló okból páros görbék a  $G$  görbe  $Q$  kettőspontjához tartó  $G_1$  és  $G_2$  pseudomenetek  $C_1$  és  $C_2$  projekciói, amelyek a  $C$  görbén  $Q$ -nak megfelelő kettősponthoz tartozó pseudomenetek. A  $G$  görbe egy kettőspontjának tehát a  $C$  görbének egy elsőfajú kettőspontja felel meg.

Ha  $Q$  és  $Q'$  a  $G$  görbének egy diametrális pontpárja, akkor a  $Q$  és  $Q'$  pontok a görbét olyan nyitott  $G_1$  és  $G_2$  görbevonalakra bontják, amelyek közül akármelyiket a gömbnek egy,  $Q$  és  $Q'$  pontokon át nem menő  $K$  legnagyobb köre páratlan számú pontban metszi. A  $K$  kör ugyanis a gömböt két olyan felgömbre bontja, amelyek közül az egyikben van a  $G_1$  ( $G_2$ ) görbevonala  $Q$ , a másikon pedig a  $Q'$  végpontja. Minthogy a  $Q$  és  $Q'$  pontok projekciója a  $C$  görbének egy kettőspontja, amelyhez tartozó  $C_1$  és  $C_2$  pseudomenetek a  $G_1$  és  $G_2$  görbevonalak projekciói, azért a  $C_1$  és  $C_2$  pseudomenetek páratlanok és így a  $Q$  és  $Q'$  pontok projekciója a  $C$  síkgörbének másodfajú kettőspontja.

A  $C$  páros síkgörbének gömbi projekciója a gömb középpontjából két gömbi görbe  $G$  és  $G'$ , melyek közül az egyik a másiknak diametrális görbéje. A  $C$  görbe egy elsőfajú kettőspontjának a  $G$  görbének egy kettőspontja, egy másodfajú kettőspontjának a  $C$  görbe egy diametrális pontpárja felel meg a projekció folytán; mert ellenkező esetben volna a  $G$  görbének olyan kettőspontja, amelynek projekciója a  $C$  görbének másodfajú kettőspontja volna, vagy volna olyan diametrális pontpárja, melynek

projekciója a  $C$  görbének elsőfajú kettőspontja volna. E két eshetőség egyike sem fordulhat elő. Ezzel a II. tétel be van bizonyítva.

Ha a  $C$  síkgörbe páratlan, akkor gömbi projekciója a gömb középpontjából nem lehet két diametrálisan átellenes görbe, mert ha az volna,  $C$ -nek is párosnak kellene lennie. A  $C$  görbe gömbi projekciója tehát olyan  $G$  görbe, amely a gömbön önmagának átellenese. Amíg egy  $A$  pont a  $G$  görbének egy diametrális pontpárja közé eső egyik felét leírja, azalatt az  $A$  pont  $B$  projekciója egyszer teljesen befutja a  $C$  síkgörbét. Amíg tehát az  $A$  pont végigfut a  $G$  görbén, a  $B$  pont kétszer írja le a  $C$  görbét.

A II. tételt is lehet abban az irányban általánosítani, mint amely irányban a III., IV. és V. tételek általánosították az I. tételt.

Ha  $\sigma$  olyan az  $S$  gömböt metsző sík, amely a  $G$  görbét nem metszi és ha  $D$  ennek a síknak egy, az  $S$  gömbön belül fekvő pontja, akkor a  $G$  gömbi görbének a  $\sigma$  síkkal párhuzamos  $\sigma_1$  síkra való projekciója a  $D$  pontból egy végesben fekvő  $C$  síkgörbe. A projekció centrumának a gömb belsejében való változtatásával elérhetjük tehát, hogy a  $G$  görbe  $C$  síkbeli projekciójának másodfajú kettőspontjai eltűnjenek, miközben a görbe többi singuláris pontjainak sorrendje a görbe egy befutása alatt ugyanaz, mint a  $G$  görbén. Ebből következik a következő tétel, melyet «Végesbe nem projiciálható síkgörbéről» című dolgozatunkban csak kettőindexű síkgörbékre mutattunk ki.<sup>1</sup>

VII. *Ha egy csupán kettőspont többszörös pontokkal bíró síkgörbe kettőspontjaihoz tartozó  $P$  sorrendből a másodfajú kettőspontokat jelölő elemeket kihagyjuk, olyan  $\bar{P}$  sorrendet kapunk, amely végesben fekvő síkgörbén megvalósítható.*

Könnyen bizonyítható a következő tétel is:

VIII. *Ha egy síkgörbének nincsenek másodfajú kettőspontjai, akkor a görbe projekcióval és síkbeli deformációval végesbe hozható.*

Ha ugyanis a  $C$  síkgörbének nincsenek másodfajú kettős-

<sup>1</sup> Math. és Term.-tud. Értesítő, XLIII. kötet, 1926. 272. lap, XV. tétel.



pontjai, akkor a  $C$  olyan  $G$  gömbi görbének projekciója a gömb középpontjából, amelyen nincs diametrális pontpár. A  $G$  görbének és  $G'$  átellenesének tehát nincsenek közös pontjai. Ha  $A$  a gömb egy oly pontja, melyből a  $G$  és  $G'$  görbék átlépése nélkül el lehet jutni a gömbön a  $G$  és  $G'$  görbék egy-egy pontjához, akkor az  $A$  pont  $A'$  átellenese is hasonló tulajdonságú. Könnyű belátni, hogy az  $A$  pontot az  $A'$ -vel össze lehet kötni olyan önmagát nem metsző  $g$  görbevonallal, amelynek a  $G$  és  $G'$  görbékkel nincs közös pontja és a  $g$  görbevonallal és  $g'$  diametrálisan átellenese együttvéve olyan  $\gamma$  kettőspontnélküli, önmagának átellenes görbét alkot, amely a  $G$  és  $G'$  görbékét az  $S$  gömbön egymástól szétválasztja. A  $S$  gömböt lehet önmagába átvinni olyan folytonos deformációval, amely a diametrális pontpárokat diametrális pontpárokká és a  $\gamma$  görbét egy  $K$  legnagyobb körbe viszi át. Egy ilyen folytonos deformáció alatt a  $G$  és  $G'$  görbéknek nincsenek közös pontjai, ennél fogva a deformáció alatt a  $C$  görbének nincsenek másodfajú kettőspontjai. A deformáció végén kapott  $C^*$  síkgörbe végesbe projiciálható, mivel az az egyenes, amelyben a  $C^*$  síkját a  $K$  kör síkja metszi, a  $C^*$  görbét nem metszi.

Egy  $C$  síkgörbe egy többszörös pontjába eső első- és másodfajú kettőspontokat legkönnyebben a  $C$  görbéhez tartozó  $G$  gömbi görbén tudjuk egymástól elválasztani. Ha az  $A$  pontban a  $C$  görbének  $k$ -szoros pontja van, melynek érintői egymástól különböznek, akkor az  $A$  pontnak a  $G$  görbén olyan  $B$  és  $B'$  diametrális pontpár felel meg, amelynek a  $B$  pontban  $k_1$ , a  $B'$  pontban  $k_2$ -szörös pontja van és  $k_1 + k_2 = k$ . Ha  $k_1 = 0$  vagy  $k_2 = 0$ , akkor az  $A$  pontba a  $C$  görbének  $\frac{k(k-1)}{2}$  kettőspontja esik.

Ha  $k_1 \neq 0$  és  $k_2 \neq 0$ , akkor a  $C$  görbe  $A$   $k$ -szoros pontjába eső  $\frac{k(k-1)}{2}$  kettőspontja három csoportba osztható. A háromféle kettőspont a  $G$  görbe  $B$ , illetőleg  $B'$  pontjába eső  $\frac{k_1(k_1-1)}{2}$ , illetőleg  $\frac{k_2(k_2-1)}{2}$  kettőspontjának, illetőleg a  $G$  görbe  $BB'$  diametrális pontpárjának felel meg, amely utóbbi  $k_1 \cdot k_2$  egyszeres diametrális pontjának tekintendő.

Kimondhatjuk tehát a következő tételt:

IX. *Egy  $C$  síkgörbe egy  $k$  különböző érintővel bíró  $k$ -szoros pontjába eső  $\frac{k(k-1)}{2}$  számú kettőspont három csoportba osztható, az első csoportba  $\frac{k_1(k_1-1)}{2}$ , a második csoportba  $\frac{k_2(k_2-1)}{2}$  számú elsőfajú kettőspont esik, míg a harmadik csoportba  $k_1 \cdot k_2$  számú másodfajú kettőspont esik. A  $k = k_1 + k_2$  egyenletnek eleget tevő  $k_1$  és  $k_2$  számokat a  $k$ -szoros pont meghatározza.*

Ebből következik, hogy a  $C$  görbe egy páratlan sokszoroságú pontjába mindig párosszámú másodfajú kettőspont esik, mivel a  $k_1 \cdot k_2$  szám ez esetben mindig páros.

Végül rá kell mutatnunk arra, hogy az I. tétel lényegesen többet mond, mint a következő, közvetetlenül belátható tétel:

*Ha az  $S$  gömbön végezzék olyan diametris pontpár van, amelynek egyik pontja a  $G_1$ , a másik pontja a  $G_2$  gömbi görbén van, akkor ezeknek a diametris pontpároknak száma páros.*

Ezeknek a diametris pontpároknak a számát ugyanis megfelelő sokszorossággal együtt megadják a  $G_1$  és a  $G_2'$  görbéknek metszéspontjai, illetőleg azoknak száma. A  $G_1$  és  $G_2'$  görbék metszéspontjainak száma pedig páros.

## ÜBER SPHÄRISCHE KURVEN.

Von JULIUS v. SZ. NAGY.

Nennt man die Endpunkte eines Diameters der Kugel  $S$  ein Diametralpunktpaar, so werden für eine auf der Kugel liegende geschlossene Kurve die folgenden Sätze bewiesen:

Eine sphärische Kurve enthält eine gerade Anzahl von Diametralpunktpaaren, wenn diese Anzahl endlich ist.

Die Projektion einer sphärischen Kurve von dem Mittelpunkte der Kugel auf eine Ebene ist eine Kurve, für welche die Projektionen der Doppelpunkte, bzw. Diametralpunktpaare Doppelpunkte von erster, bzw. zweiter Art sind. Die sphärische Projektion einer ebenen Kurve von dem Mittelpunkte der Kugel ist ein Paar der sphärischen Gegenkurven. Auf Beiden von diesen Gegenkurven entsprechen Doppelpunkte, bzw. Diametralpunktpaare den Doppelpunkten erster, bzw. zweiter Art von der ebenen Kurve.<sup>1</sup>

Aus dem ersten Satze folgen die Sätze:

Eine auf einer Eifläche liegende Kurve hat eine gerade Anzahl der Bisekanten, die durch einen innerhalb der Fläche liegenden Punkt hindurchgehen.

Wird eine im Endlichen liegende geschlossene Raumkurve von den Geraden, die durch einen Punkt  $O$  hindurchgehen, entweder in keinem oder in einem Punkte oder in zwei voneinander abweichenden Punkten geschnitten, so hat die Raumkurve eine gerade Anzahl der Bisekanten durch den Punkt  $O$ .

---

<sup>1</sup> Für die Definition der Doppelpunkte erster, bzw. zweiter Art vgl. die Abhandlung des Verfassers: «Über ebene Kurven, die sich ins Endliche nicht projizieren lassen». *Mathematikai és Természettudományi Értesítő*. Band XLIII. p. 278. 1926.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Januar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# MAXIMÁLIS OSZTÁLYINDEXŰ SÍKGÖRBÉK JELLEMZŐ SZÁMAIRÓL.

SZ. NAGY GYULÁ-tól.

## 1. Bevezetés.

Görbén olyan folytonos és zárt görbét értünk, amely véges számú konvex ívből áll és minden pontjában határozott, az érintésponttal folytonosan változó érintővel bír. A görbe osztályszáma, illetőleg osztályindexe azoknak a reális érintőknek maximális, illetőleg minimális száma, amelyek a sík egy tetszőszerinti pontjából a görbéhez húzhatók.

Egy előző értekezésben egy  $n$ -ed osztályú maximális osztályindexű síkgörbe  $p$  fajszerát a hozzátartozó  $T$  tartomány összefüggési számával definiáltuk.<sup>1</sup> Ezt a  $T$  tartományt azok a pontok alkotják, amelyekből a görbéhez  $n-2$  érintő húzható. Ha a  $T$  tartomány a  $T_1, T_2, \dots, T_k$  egymással össze nem függő tartományokból áll, amelyeknek összefüggési száma  $p_1 + 1, p_2 + 1, \dots, p_k + 1$ , akkor  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_k - k + 1$ .

A dolgozat főeredményeit a következő tételek fejezik ki:

I. *Ha egy  $n$ -ed osztályú maximális osztályindexű görbének  $t$  kettős érintője,  $w$  inflexiós érintője van és ha  $p$  a görbe fajszerája, akkor*

$$p = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - t - w.$$

II. *Egy  $n$ -ed osztályú  $p$ -ed fajú maximális osztályindexű síkgörbe csúcspontjainak száma*

$$r = n - 2 + 2p,$$

---

<sup>1</sup> Math. Ann. 89. kötet, 32—75. old., 90. köt. 152—153. oldal. Különösen a 21. §., Math. Ann. 89. k., 69—71. old. (1923.)

kettős- és inflexiós érintőinek<sup>1</sup> együttes száma pedig

$$t + w = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - p.$$

Ezekből algebrai görbékre a következő tétel következik:

III. *Egy egymennelű  $n$ -ed osztályú,  $n-2$  osztályindexű algebrai síkgörbe racionális vagy elliptikus  $u$  szerint, amint a hozzátartozó  $T$  tartomány egyszeresen, illetőleg kétszeresen összefüggő. Az ilyen algebrai görbe érintőszingularitásai mind reálisak.*

A dualitás elve alapján megfelelő tételek mondhatók  $k$  maximális indexű síkgörbékre. Az I. és II. tételnek duálisa általánosítása azoknak a tételeknek, melyeket C. JUEL egy másodrendű torzfelületen fekvő maximális indexű térgörbére, illetőleg annak síkbeli projekcióira talált.<sup>2</sup>

## 2. Elemi deformálások.

Tételeink bebizonyítására szükségünk van 5 elemi deformálásra, melyeket  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  és  $\epsilon$  deformálásoknak fogunk nevezni.

Legyen a  $G$  inflexióspontnélküli maximális osztályindexű síkgörbének az  $A$  és  $B$  végpontokkal bíró  $AB$  íve elemi ív, vagyis szingularitás nélküli konvex ív. Nevezzük  $G'$ -nek azt a görbét, amelyet a  $G$  görbéből úgy kapunk, hogy annak  $AB$  elemi ívét egy ugyanazokkal az  $A$  és  $B$  végpontokkal bíró elemi ívvel helyettesítjük. Ha az  $A$  és  $B$  végpontokkal bíró két elemi ív közé eső terület belsejében a  $G$  görbének nincsenek pontjai és ha az  $A$  és  $B$  pontok a  $G$  és  $G'$  görbének ugyanolyan pontjai, akkor a  $G$  görbe  $G'$ -be a *deformálás* által megy át.

Legyen  $AS$  és  $SB$  a  $G$  görbének két olyan elemi íve, amelyek az  $S$  pontban elsőfajú csúcspontot alkotnak. Ezt a két elemi ívet olyan  $AS'$  és  $S'B$  elemi ívekkel helyettesítjük, amelyek az  $S'$  pontban szintén elsőfajú csúcspontot alkotnak s a

<sup>1</sup> Egy maximális osztályindexű görbére  $w = 0$  vagy 1, l. Math. Ann., 89. k. (1923), 48. oldal.

<sup>2</sup> Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, Nat. og Math. Afd., S. R. II. 5. (1917); 4. §. 288—292. oldal.

$G$ -ből így kapott görbét  $G'$ -nek nevezzük. Ha az  $A$  és  $B$  pontok a  $G$  és  $G'$  görbéknek ugyanolyan (közönséges pont, vagy elsőfajú csúcs) pontjai és ha a  $G$  görbének nincs pontja az  $AS$ ,  $BS$ ,  $AS'$ ,  $BS'$  elemi ívek által bezárt terület belsejében, akkor azt mondjuk, hogy a  $G$  görbét  $\beta$  deformálás viszi át a  $G'$ -be.

Ha a  $G$  görbe egy elemi ívét  $\alpha$  deformálással addig deformáljuk, míg a görbe másik ívét érinti, akkor ezt a speciális  $\alpha$  deformálást  $\gamma$  deformálásnak fogjuk nevezni. A  $\gamma$  deformálás folytán egymást érintő két elemi ív a közös érintőnek ellenkező oldalán fekszik. Ez a  $G$  maximális osztályindexű görbének abból a tulajdonságából következik, amely szerint a sík egy pontjából a  $G$  görbe átlépése nélkül a görbe összes elemi íveinek ugyanaz az (konvex, illetőleg konkáv) oldala érhető el.<sup>1</sup> A  $G$  görbéből  $\alpha$ ,  $\beta$  vagy  $\gamma$  deformálásokkal kapott  $G'$  görbe azért maximális osztályindexű, mert nincs sem inflexió, sem stacionárius érintője és a sík egy pontjából a  $G'$  görbe elemi íveinek is mind ugyanaz az oldala érhető el. Egy pont mozgása közben a pontból a  $G'$  görbéhez húzott érintők száma tehát csak akkor változhatik, ha a pont a  $G'$  görbét átlépi. Ez a változás  $+2$  vagy  $-2$  a szerint, amint a pont a  $G'$  görbe egy elemi ívét konkáv oldaláról, illetőleg konvex oldaláról lépi át.

Ha  $AB$  és  $CD$  a  $G$  görbe  $\gamma$  deformálása után az  $M$  pontban egymást érintő elemi ívek, akkor az  $AM$  elemi ív a  $CM$  és  $DM$  elemi ívek közül az egyikkel az  $M$  pontban közönséges (elsőfajú) csúcspontot alkot. Ha  $CM$  ez az elemi ív, akkor a  $BM$  és  $DM$  elemi ívek az  $M$  pontban ismét közönséges csúcspontot alkotnak. A  $\delta$  deformálás abban áll, hogy a két csúcspontot az  $M$  pontban egymástól elválasztjuk azáltal, hogy az  $AB$  és  $CD$  elemi íveket az  $M$  pontban átvágjuk.

Az  $\epsilon$  deformálás olyan  $\beta$  deformálás, amely a  $\delta$  deformálás által kapott két csúcspont közül az egyiket a másiktól véges távolságra viszi.

Az öt elemi deformálás közül csak a  $\delta$  nem folytonos. Az  $\alpha$  és  $\beta$  deformálások megfordítása is  $\alpha$ , illetőleg  $\beta$  deformálás.

<sup>1</sup> Math. Ann., 89. k. (1923), 50. old.

### 3. A $\gamma$ , $\delta$ , $\varepsilon$ deformálások alkalmazhatósága végesben fekvő, egyemenetű, elsőfajú, maximális osztályindexű görbékre.

Az  $\alpha$  és  $\beta$  deformálás minden maximális osztályindexű görbére alkalmazható, a  $\gamma$  (és utána  $\delta$  és  $\varepsilon$ ) deformálás lehetőségére bizonyításra szorul. Ha  $G$  végesben fekvő egyemenetű  $n$ -ed rendű maximális osztályindexű elsőfajú görbe, akkor — miként ki fogjuk mutatni — a  $G$  görbére alkalmazható a  $\gamma$  deformálás, mihelyt  $n > 3$ .

Azok a pontok, amelyekből a  $G$  görbéhez  $n-2$  érintő húzható, egy kétszeresen összefüggő  $T$  tartományt alkotnak. A  $G$  által határolt egyszeresen összefüggő  $T$  tartomány pontjaiból a  $G$  görbéhez  $n$  érintő húzható. A  $T$ , illetőleg  $\bar{T}$  tartomány pontjaiból a  $G$  görbe konkáv, illetőleg konvex oldala érhető el anélkül, hogy a  $G$  görbét átlépnők.

Ha  $P$  az a legkisebb egyenes vonalú konvex polygon, amely a  $G$  görbét magában foglalja, akkor a  $P$  polygon szögpontjai a  $G$  görbének közösleges csúcspontjai. Ha ugyanis  $A$  a  $P$  polygonnak egy szögpontja, akkor a polygon  $A$  ponton átmenő támasztó egyenesei a görbét  $A$  ponton kívül nem találják, ennélfogva az  $A$  pont a görbének csak csúcspontja lehet. Az  $A$  pont ugyanis rajta van a görbén, minthogy ellenkező esetben volna kisebb konvex polygon, amely a  $G$  görbét magában foglalja.

A  $P$  polygonnak legalább 3 szögpontja és így a  $G$  görbének legalább 3 csúcspontja van. Ha a  $G$  görbének éppen 3 csúcspontja van, akkor éppen 3 elemi ívből áll, melyeket a csúcspontok határolnak, mert két csúcspontot összekötő egyenes a két csúcsponttól határolt szinguláris pontnélküli ívet a két csúcsponton kívül nem metsz. Az ilyen  $G$  görbe kettősérintőnélküli harmadosztályú görbe.<sup>1</sup>

Ha a  $G$  görbe osztályszáma  $n > 3$ , akkor a csúcspontjainak száma  $r > 3$ . Mihelyt  $r > 3$ , feltételezhetjük, hogy a  $G$  görbének van olyan elemi íve, melynek két érintője a  $T$  tartományban metszi egymást, mert ha nem volna, akkor — miként igazolni

<sup>1</sup> Math. Ann. 89. köt. (1923), 60. old.

fogjuk — a  $G$  görbét alkalmas  $\alpha$  és  $\beta$  deformálásokkal át lehet olyan görbébe vinni, melyre feltevésünk teljesül.

Írjuk le a  $G$  görbét egy pontjából kiindulva pozitív irányban (melynél a bezárt véges terület balkéz felé marad) és jelölje ekkor  $A_1, A_2, \dots, A_r$ , illetőleg  $a_1, a_2, \dots, a_r$  az egymásután következő csúcspontokat, illetőleg azok érintőit. Abból a feltevésből, hogy a  $G$  görbe bármely elemi ívének bármely két érintője a  $T$  tartományban metszi egymást, következik, hogy az  $(a_1, a_2), (a_2, a_3), \dots, (a_r, a_1)$  szögek mind  $\pi$ -nél kisebb pozitív szögek, melyeknek összege  $2\pi$  és hogy az  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_rA_1$  szinguláris pontnélküli ívek mind elemi ívek. Az egymásra következő  $r$  ( $> 3$ ) szög között kell tehát két olyan egymásra következő szögnek lennie, melynek összege  $\pi$ -nél kisebb. Ha  $(a_1, a_2) + (a_2, a_3) < \pi$  és ha  $A'_2$  az  $A_1A_2, A_2A_3$  elemi ívek és az  $a_1, a_2$  egyenesek által bezárt véges területnek egy pontja, akkor a  $G$  görbe  $A_1A_2A_3$  ívét  $\beta$  deformálással át lehet vinni olyan  $A_1A'_2A_3$  ívbe, melynek  $A'_2$  csúcspontjában az érintő  $a_1$ -gyel párhuzamos. A  $G$ -ből így kapott  $G'$  görbe  $A_1A'_2$  elemi ívének végpontjaihoz tartozó érintők, az elemi ív végérintői, a  $T$  tartományban metszik egymást.

Ha  $AB$  a  $G$  görbének olyan elemi íve, melynek  $a$  és  $b$  végérintői a  $T$  tartományban metszik egymást és ha  $l$  olyan  $A, B$  végpontokkal,  $a$  és  $b$  végérintőkkel bíró elemi ívet jelent, amely az  $a$  és  $b$  egyenesek és a  $AB$  elemi ív által bezárt véges területen fekszik, akkor az  $l$  elemi ívek között van olyan, amely nem metszi és van olyan, amely metszi, van tehát olyan is, amely érinti a  $G$  görbe  $AB$  ívén kívüli darabját. Ebből következik, hogy a  $G$  görbére alkalmas  $\alpha, \beta$  deformálások után lehet a  $\gamma$  deformálást alkalmazni.

#### 4. Az elemi deformálások hatása egy $n$ -ed osztályú inflexiós érintőnélküli maximális osztályindexű görbe osztály számára és kettősérintőinek és csúcspontjainak számára.

A  $G$   $n$ -ed osztályú inflexiós érintőnélküli maximális osztályindexű görbe elemi deformálásokkal oly  $G'$  görbébe megy át, amely szintén maximális osztályindexű. A  $G'$  görbének ugyanis



nincs sem stacionárius, sem inflexiós pontja, a sík egy pontjából a görbe elemi íveinek vagy csak a konvex, vagy csak a konkáv oldala érhető el. Annak kimutatására, hogy a  $G$  és  $G'$  görbék osztályszáma egyenlő, elég azt igazolnunk, hogy a sík egy pontjából, amelyből mindkét görbének ugyanaz az oldala érhető el, mindkét görbéhez ugyanannyi érintő húzható.

Ha a  $P$  az  $AB$  elemi ív végérintőinek metszéspontja és ha a  $G$  görbének erre ez elemi ívére  $\alpha$  vagy  $\gamma$  deformálást alkalmazunk, akkor a  $P$ -ből a  $G$  és  $G'$  görbékhez ugyanazok az érintők húzhatók. Ugyanez áll akkor is, ha a  $G$  görbére egy  $\delta$  deformálást alkalmazunk. Ha pedig az  $AS$  és  $BS$  elemi ívek az  $S$  pontban közönséges csúcspontot alkotnak és  $P$  az  $A$  és  $B$  pontok érintőinek metszéspontja, akkor a  $P$ -ből az  $ASB$  ívhez még egy érintő húzható. Ugyanez áll arra az  $AS'B$  ívre is, amely az  $ASB$ -ből  $\beta$  vagy  $\varepsilon$  deformálás által keletkezik. A  $G$  görbe osztályszámát tehát az elemi deformálások nem változtatják meg.

KNESER A. bebizonyította,<sup>1</sup> hogy egy síkgörbe bármely folytonos deformálásakor egy kettősérintő egyszeresen számítandó kettősérintő marad mindaddig, míg érintéspontjai különbözők és nem szinguláris pontok. Éppen úgy lehet bebizonyítani azt is, hogy egy kettősérintő mindaddig megmarad egyszeres kettősérintőnek, amíg érintéspontjai különbözők és vagy mindkettő közönséges pont, vagy közülök egy vagy kettő közönséges csúcspont. Ebből következik, hogy a  $G$  görbe kettősérintőinek száma  $\alpha$  és  $\beta$  deformálásokkal nem változik.

A  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  egymásután elvégzett deformálások a kettősérintők számát eggyel csökkentik, a csúcspontok számát pedig, amelyet  $\alpha$  és  $\beta$  deformálások nem változtatnak meg, 2-vel növelik. A  $\gamma$  deformálás által ugyanis két kettősérintő egybeesik, amelyet  $\delta$  két közönséges csúcspont közös csúcserintőjébe visz át. Ez a csúcserintő egyszeresen számítandó kettősérintő.

<sup>1</sup> Math. Ann., 41. köt. (1893), 17—19. §., 369—376. oldal.

### 5. Végesben fekvő egymenetű elsőfajú görbe.

Legyen  $G$  egy olyan végesben fekvő  $n$ -ed osztályú elsőfajú maximális osztályindexű síkgörbe, amelynek  $r$  közös csúcspontja és  $t$  kettősérintője van. Elemi deformálásokkal, melyek között a  $\gamma$ ,  $\delta$  és  $\varepsilon$  csak egyszer fordul elő, a  $G$  görbe olyan  $G_1$  kétmenetű maximális osztályindexű  $n$ -ed osztályú görbébe megy át, amelynek  $r+2$  csúcspontja és  $t-1$  kettősérintője van.

Ha az előbbi deformálásokat a  $G_1$  görbe két menetére, amelyek szintén maximális osztályindexű elsőfajú görbék, ismét alkalmazzuk és a kapott görbemenetekre az eljárást folytatjuk, akkor a  $G$  görbe a  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  deformálások  $r-3$  alkalmazása után  $r-2$  harmadosztályú 3 csúcsponttal bíró görbemenetre oszlik fel, melyek közül egyik sem zárhatja körül a másikat. Ennek az  $r-3$  harmadosztályú menetből álló  $G_{r-3}$  görbének osztályszáma  $n-r$ , mert egy menet által határolt véges területnek egy pontjából ehhez a menethez 3, a többi  $r-3$  menethez pedig egy-egy érintő húzható. Ezzel be van bizonyítva, hogy  $r-n$ .

A  $G$  görbe kettősérintőinek számát meghatározhatjuk a következő, máshol bebizonyított tételünk segítségével:

IV. *Ha a  $C_m$  és  $C_n$  egymenetű síkgörbéknek nincs közös pontjuk, nincs kettőspontjuk, nincs inflexiós- és stacionárius érintőjük és ha a  $C_m$  görbe teljesen a végesben fekszik, akkor a két görbe közös érintőinek száma  $mn$ , ha a  $C_m$ , illetőleg  $C_n$  görbe egy pontjából a másik görbéhez  $n$ , illetőleg  $m$  érintő húzható.*<sup>1</sup>

E szerint a tétel szerint a  $G_{r-3}$  görbének  $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$  kettősérintője van, mert bármely két menetnek van egy közös érintője. A  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  deformálások  $(r-3)$ -szoros alkalmazása  $G$  görbe kettősérintőit  $r-3=n-3$ -mal csökkentti, ennélfogva

$$t = \frac{(n-2)(n-3)}{2} + n - 3 = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - 1.$$

Ezzel az I. és II. tétel a végesben fekvő egymenetű elsőfajú görbékre igazolva van.

<sup>1</sup> „Über einen v. Staudt'schen Satz“, Acta Litt. ac Sc. Reg. Univ. Francisco-Josephinae, Sect. Sc. Math., 2. kötet (1924), 67—68. oldal.

### 6. Végesben fekvő nulladfajú görbe.

Ha a síkon olyan három csúcsponttal bíró harmadosztályú  $C$  görbét veszünk fel, amely a  $G$   $n$ -ed osztályú nulladfajú görbét körülfogja, akkor a két görbe között fekvő terület pontjaiból mindkét görbének konvex oldala érhető. Ha a  $C$  görbét úgy vesszük fel, hogy a  $G$  görbét érintse és az érintéspontban a  $\delta$  és  $\varepsilon$  deformálást alkalmazzuk, akkor a  $C$  és  $G$  görbe egy  $G'$  elsőfajú görbébe egyesül.

Ha  $u, r, t$ , illetőleg  $u', r', t'$  jelöli a  $G$ , illetőleg  $G'$  görbe osztályszámát, csúcspontjainak, illetőleg kettősérintőinek számát, akkor

$$r' = n', \quad n' = n + 3, \quad r' = r + 5, \quad t' = \frac{(n' - 1)(n' - 2)}{2} - 1, \quad t' = t + 3n - 1,$$

amiből

$$r = n - 2 \quad \text{és} \quad t = \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}.$$

Ezzel az I. és II. tétel a nulladfajú végesben fekvő  $G$  görbére igazolva van.

Végesben fekvő egymenetű maximális osztályindexű görbe csúcspontjainak és kettősérintőinek meghatározására más eljárás is alkalmazható. Nem nehéz belátni, hogy egy ilyen görbe  $\alpha$  és  $\beta$  deformálásokkal egy oly konkáv vagy konvex ívpolygonba<sup>1</sup> vihető át, amelynek csúcspontjai legfeljebb egy kivételével (konkáv ívpolygon esete) mind egy egyenesen fekszenek és csúcse érintők erre az egyenesre merőlegesek. Ilyen ívpolygonok csúcspontjainak és kettősérintőinek számát közvetlenül meg lehet határozni.

### 7. Végesben fekvő $p$ -ed fajú irreducibilis görbe.

A  $G$   $n$ -ed osztályú görbéről akkor mondjuk, hogy reducibilis és a  $G_1, G_2, \dots, G_k$   $n_1, n_2, \dots, n_k$  osztályú görbékre szétesik, ha  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  és ha a  $G_1, G_2, \dots, G_k$  görbék együttvéve a  $G$  görbe mindenik menetét egyszer tartalmazzák.

<sup>1</sup> Math. Ann., 89. k. (1923), 36—41. oldal.

Ha a  $G$  görbe meneteinek bármely beosztása mellett sem esik szét, akkor irreducibilis.

Egy  $n$ -ed osztályú maximális osztályindexű görbe akkor és csak akkor irreducibilis, ha azok a pontok, melyekből a görbéhez  $n-2$  érintő húzható, összefüggő  $T$  tartományt alkotnak.<sup>1</sup>

A  $G$  végesben fekvő  $n$ -ed osztályú  $p$ -ed fajú maximális osztályindexű görbéhez tartozó  $T$  tartomány  $(p+1)$ -szeresen összefüggő. Végesben fekvő görbétől határolt  $(p+1)$ -szeresen összefüggő tartományt úgy kaphatunk, ha a sikon vagy annak egy önmagát nem metsző görbe által határolt egyszeresen összefüggő darabján  $p$  lyukat fúrunk. Ebből következik, hogy  $G$  görbe  $p$  elsőfajú és 0 vagy 1 nulladfajú menetből áll. Az elsőfajú menetek közül egyik sem fogja körül a másikat, a nulladfajú menet létezése esetén a  $p$  elsőfajú menetet körülfogja.

Ha a  $G$   $p$ -ed fajú görbe  $C_1, C_2, \dots, C_k$  ( $k=p$  vagy  $p+1$ ) menetekből áll, melyeknek osztályszáma, csúcspontjaik, illetőleg kettősérintőik száma:  $n_1, n_2, \dots, n_k$ ;  $r_1, r_2, \dots, r_k$ , illetőleg  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , akkor ezek és a  $G$  görbe megfelelő  $n, r$  és  $t$  számai között  $k=p$  esetén a következő egyenletek állanak fenn:

$$\begin{aligned} n &= n_1 + n_2 + \dots + n_p - 2p + 2, & r &= r_1 + r_2 + \dots + r_p, \\ & n_1 = r_1, n_2 = r_2, \dots, n_p = r_p \\ t &= t_1 + t_2 + \dots + t_p + \sum_{\substack{i+j \\ (i,j=1,2,\dots,p)}} (n_i - 2)(n_j - 2), \\ t_i &= \frac{(n_i - 1)(n_i - 2)}{2} - 1 \quad (i=1, 2, \dots, p), \end{aligned}$$

a  $k=p+1$  esetben pedig a következők:

$$\begin{aligned} n &= n_1 + n_2 + \dots + n_{p+1} - 2p, & r &= r_1 + r_2 + \dots + r_{p+1}, \\ n_1 &= r_1, n_2 = r_2, \dots, n_p = r_p, n_{p+1} = r_{p+1} + 2 \\ t &= t_1 + t_2 + \dots + t_{p+1} + \sum_{\substack{i+j \\ (i,j=1,2,\dots,p+1)}} (n_i - 2)(n_j - 2), \\ t_i &= \frac{(n_i - 1)(n_i - 2)}{2} - 1 \quad (i=1, 2, \dots, p), t_{p+1} = \frac{(n_{p+1} - 1)(n_{p+1} - 2)}{2}, \end{aligned}$$

mert a IV. tétel szerint a  $C_i$  és  $C_j$  meneteknek  $(n_i - 2)(n_j - 2)$  közös érintőjük van.

<sup>1</sup> Math. Ann., 89. k. (1923), 63. oldal.

Mindkét egyenletrendszerből az

$$r = n - 2 + 2p \quad \text{és} \quad t = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

egyenletek következnek. Végesben fekvő irreducibilis maximális osztályindexű görbékre tehát igaz az I. és II. tétel.

### 8. Inflexióspontnélküli maximális osztályindexű görbék.

Legyen  $G$  egy inflexióspontnélküli  $n$ -ed osztályú,  $p$ -ed fajú,  $r$  közönséges csúcsponttal és  $t$  kettősérintővel bíró maximális osztályindexű síkgörbe. A görbe lehet reducibilis vagy irreducibilis, végesbe projiciálható vagy végesbe nem projiciálható.

Ha azok a pontok, melyekből a  $G$  görbéhez  $n - 2$  érintő húzható, önmagukban összefüggő, de egymással össze nem függő  $T_1, T_2, \dots, T_k$  tartományokat alkotnak, amelyeknek összefüggési száma rendre  $p_1 + 1, p_2 + 1, \dots, p_k + 1$ , akkor

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_k - k + 1.$$

Irreducibilis görbére  $k = 1$ .

A  $G$  görbe indexén a metszéspontok számának minimumát értjük, melyekben a görbét a sík egy egyenese metszheti. Mint-hogy a  $G$  görbének nincs inflexió érintője, azért a rendszáma <sup>1</sup> és így az indexe is páros.

Teljes indukcióval fogjuk igazolni a  $G$  görbére az I. és II. tételt. Ezért először azt mutatjuk ki, hogy e két tétel érvényes az  $i$  indexű görbékre is, ha az  $i - 2$  indexűekre érvényes.

Ha  $e$  egy olyan egyenes, amely a  $G$  görbét  $i$  számú pontban metszi, akkor feltételezhetjük, hogy ez az  $i$  pont végesben fekszik és hogy az egyenes végtelen távoli pontjából a görbe konkáv oldala érhető el. Ha  $A_1, A_2, \dots, A_i$  jelöli ezt az  $i$  pontot és sorrendjét az  $e$  egyenesen, akkor az  $A_1A_2 (A_3A_4, \dots, A_{i-1}A_i)$  vonaldarab olyan  $S$  tartományban fekszik, amelynek pontjairól a  $G$  görbéhez  $n$  érintő húzható. Ha  $M$  az  $S$  tartományban fekvő olyan ovális, amely a  $G$  görbét az  $A_1$  és  $A_2$  pontokban

<sup>1</sup> L. C. JUEL, D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, 7. Raekke (1914), 127 old.

érinti, akkor a  $G$  és  $M$  görbékéből álló  $G_M$  görbe nyilvánképen  $n+2$  osztályú maximális osztályindexű görbe és ilyen marad akkor is, ha a  $G_M$  görbét az  $A_1$  és  $A_2$  pontokban alkalmazott  $\delta\varepsilon$  deformálásokkal oly  $G'$  görbébe visszük át, amelynek az  $A_3, A_4, \dots, A_i$  pontokon kívül nincs más közös pontja az  $e$  egyenessel.

Erre a  $G'$  görbére, mivel indexe  $i-2$ , föltevésünk szerint igaz az I. és II. tétel. Ha tehát  $n', r', t', p'$  jelöli a  $G'$  görbe osztályszámát, csúcspontjainak számát, kettősérintőinek számát, illetőleg fajszámát, akkor

$$r' = n' - 2 + 2p', \quad t' = \frac{(n'-1)(n'-2)}{2} - p',$$

$$n' = n + 2, \quad r' = r + 4, \quad t' = t + 2n - 2.$$

A IV.tétel szerint ugyanis a  $G$  görbének az  $M$  oválissal  $2n$  közös érintője van, a  $G_M$  görbe  $t+2n$  kettősérintőjét az  $A_1$  és  $A_2$  pontokban alkalmazott  $\delta, \varepsilon$  deformálás kettővel csökkenti.

A fölirt egyenletekből következik, hogy

$$r = n - 2 - 2(p'-1) \quad \text{és} \quad t = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - (p'-1).$$

Kimutatjuk, hogy  $p'-1=p$ .

Jelölje  $p'$  a  $G'$  görbe fajszámát,  $T'$  azt a tartományt, melynek pontjaiból a görbéhez  $n'-2$  érintő húzható,  $T_1, T_2, \dots, T_k$  azokat a  $p_1+1, p_2+1, \dots, p_k+1$ -szeresen összefüggő tartományokat, melyekre a  $G$  görbéhez tartozó  $T$  tartomány szétesik. A  $G'$  görbének a  $G$ -ből való szerkesztése alapján  $T'$  a  $T$ -ből úgy származik, hogy a  $T_1, T_2, \dots, T_k$  tartományok közül vagy egynek vagy kettőnek határát hiddal kapcsoljuk össze.  $T'$ -ből pedig a  $T$  a híd eltávolításával, vagy, ami topologialag ettől nem különbözik, a híd átvágó keresztmetszettel származik.

Ha a híd a  $T_1$  tartomány határát kapcsolja össze, akkor a tartomány összefüggési számát eggyel növeli. Minthogy a  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_k - k + 1$  egyenlőség jobb oldalán  $p_1$ -en kívül a többi tag változatlan marad, azért  $p' = p + 1$ .

Ha a híd a  $T_1$  és  $T_2$  tartományokat kapcsolja össze, akkor a keletkezett összefüggő tartomány  $p'_1$  összefüggési számára a  $p'_1 + 1 = (p_1 + 1) + (p_2 + 1) - 1$ , vagyis a  $p'_1 = p_1 + p_2$  egyenlőség

áll fenn. A híd tehát nem változtatja  $p_1 + p_2, p_3, \dots, p_k$  értékét; két tartomány egybekapcsolásával azonban a  $k$  számot eggyel kisebbíti, úgy hogy ebben az esetben is  $p' = p + 1$ .

Ezzel kimutattuk, hogy a két (I. és II.) főtétel az  $i$  indexű görbékre is igaz, ha az  $i - 2$  indexűekre igaz. Páros indexű  $G$  görbékre a tétel kimutatása végett csak azt kell még igazolnunk, hogy a két főtétel nulla-indexű, tehát végesben fekvő (vagy végesbe projiciálható)  $G_0$  görbékre igaz. Minthogy végesben fekvő irreducibilis görbékre a két főtételt már igazoltuk, azért csak  $k$  irreducibilis görbére széteső  $n$ -ed osztályú  $G_0$  görbére kell bizonyítanunk.

Azok a pontok, amelyekből a  $G_0$  maximális osztályindexű reducibilis görbéhez  $n - 2$  érintő húzható,  $T_1, T_2, \dots, T_k$  önmagában összefüggő, de egymással össze nem függő tartományt alkotnak. Az egyes tartományok határához tartozó görbemenetek alkotják azt a  $k$  irreducibilis görbét, amelyre  $G_0$  görbe szétesik.<sup>1</sup>

Ha  $P_1$  a  $T_1$ ,  $P_2$  pedig a  $T_2$  tartománynak egy belső pontja és ha  $A_1, A_2, \dots, A_m$  jelölik sorban a  $P_1 P_2$  vonaldarabnak a  $G_0$  görbével való metszéspontjait, akkor az  $A_1 A_2, A_3 A_4, \dots, A_{m-1} A_m$  vonaldarabok a  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) tartományokon kívül fekszenek. Minthogy  $A_1$  a  $T_1$ ,  $A_m$  pedig a  $T_2$  tartomány határán fekszik, azért van olyan  $A_{j-1} A_j$  vonaldarab, amelynek végpontjai különböző  $T_{i_1}$  és  $T_{i_2}$  tartományok határára esnek.

Jelöljön  $M$  egy olyan végesben fekvő és a  $G_0$  görbét az  $A_{j-1} A_j$  pontokban érintő oválist, melynek egy pontja sincs a  $T_i$  tartományok belsejében és alkalmazzuk a két érintéspontban a  $\delta$  és  $\varepsilon$  deformálásokat, akkor a  $G_0$  olyan  $G'_0$  maximális osztályindexű görbébe megy át, amely csak  $k - 1$  irreducibilis görbére esik szét, mert az alkalmazott híd a  $T_{i_1}$  és  $T_{i_2}$  különálló tartományokat egyesíti.

Abból, hogy a  $G_0$  és  $G'_0$  csak speciális  $G$  és  $G'$  görbék: az előzők alapján következik, hogy a két főtétel  $k$  irreducibilis görbére széteső  $G_0$  görbére is igaz, ha a  $k - 1$  irreducibilis görbékre széteső  $G'_0$  görbékre igaz. Minthogy  $k = 1$  esetre a két

<sup>1</sup> Math. Ann., 89. k. (1923), 65. oldal.

főtételt igazoltuk (7. §.), azért a két főtétel akármilyen  $G_0$  görbére és ennek alapján akármilyen páros indexű  $G$  görbére érvényes.

### 9. Inflexiós ponttal bíró maximális osztályindexű görbék.

Egy  $G$  maximális osztályindexű görbének legfeljebb egy  $q$  inflexiós érintője van; ez a görbét a  $Q$  inflexiós ponton kívül nem metszi. Föltételezhetjük, hogy a  $q$  egyenesnek a  $G$  görbével  $Q$ -n kívül nincs érintéspontja sem, mert ha volna, alkalmas  $\alpha$  deformálással, mely a  $G$  görbe jellemző számait nem változtatja meg, az érintéspontokban a görbét el lehetne választani a  $q$  egyenestől.

Ha a  $G$  görbének a  $Q$  inflexiós pontot magában foglaló  $AB$  íve elég kicsiny, akkor lehet az  $AB$  ívet a  $q$  egyenes elég közeli szomszédságában fekvő, ugyanazokkal a végpontokkal bíró hiperbolikus elemi ívvel úgy helyettesíteni, hogy a  $G$  görbéből így kapott  $\overline{G'}$  görbének  $A$  és  $B$  közönséges pontja, a  $q$  egyenes pedig aszimptotája legyen, továbbá a  $G$  és  $\overline{G'}$  görbék osztályszáma, osztályindexe, csúcspontjainak száma ugyanaz legyen. A  $G$  görbe inflexiós érintője helyett a  $\overline{G'}$  görbe kettősérintőinek száma eggyel nagyobb, mint a  $\overline{G'}$  görbe kettősérintőinek száma. A  $q$  egyenes a  $\overline{G'}$  görbének is érintője, amely az érintésponton kívül a görbét nem találja. Van tehát a  $q$  egyenes közelében oly  $q_1$  egyenes, amelynek a  $\overline{G'}$  görbével nincs közös pontja és így a  $\overline{G'}$  görbe végesbe projiciálható.

Ezeket könnyebben lehet belátni a  $G$  és  $\overline{G'}$  görbék  $\Gamma$  és  $\Gamma'$  duális görbéin. A  $\Gamma$  maximális indexű görbéből a  $\Gamma'$  görbét úgy kapjuk, hogy a  $\Gamma$  görbe egyetlen csúcspontját tartalmazó elég kicsiny  $A_1B_1$  ívét egy elég kicsiny hurokkal úgy helyettesítjük, hogy az  $A_1$  és  $B_1$  pontok a  $\Gamma'$  görbének közönséges pontjai legyenek. Hurkon olyan nyitott görbevonalat értünk, amelynek egy kettőspontja van, ezenkívül pedig nincs sem pont-, sem érintőszingularitása.

A  $\Gamma$  görbe  $R$  csúcspontjából a csúcserintőn kívül nem húzható a görbéhez érintő, mert, ha húzható volna, akkor az érintő közelében volna olyan egyenes, amely a görbét négyel keve-



sebb pontban metszené, mint az érintő,  $\Gamma$  tehát nem volna maximális indexű. Ha tehát az  $R$  pont körül olyan  $k$  kört írunk, melyen belül  $\Gamma$ -nak egyetlen  $\gamma$  íve van és ennek  $R$ -en kívül más szingularitása nincs, akkor lehet olyan koncentrikus kisebb  $k_1$  kört leírni, amelyet  $\Gamma$ -nak egy  $k$ -n kívül érintője sem metsz és amely  $\gamma$ -t csak  $A_1$  és  $B_1$  pontban metszi. Ha  $\gamma$ -nak  $A_1B_1$  ívét a  $k_1$  körben olyan hurokkal helyettesítjük, amely  $\gamma$ -nak a  $k$  és  $k_1$  kör közé eső két ívével is hurkot alkot, akkor a  $\Gamma$ -ból így kapott  $\Gamma'$  görbének sincs kettősérintője. Ebből pedig következik, hogy  $\Gamma'$  görbe is maximális indexű, továbbá, hogy rendszáma megegyezik a  $\Gamma$  görbe rendszámával. A csúcs és kettőspontok együttes száma, nemkülönben az inflexióspontok száma a két görbén megegyezik.

Ennek alapján belátható, hogy az eddig használt jelölések mellett a  $G$  és  $G'$  görbékre az  $n$ ,  $r$  és  $t+w$  értéke ugyanaz. Ha kimutatjuk, hogy a  $\bar{G}$  görbére  $p$  is ugyanolyan értékű, akkor ezzel a főtételeket a  $\bar{G}$  görbére és így az előzők alapján minden maximális osztályindexű görbére igazoltuk.

Jelöljük  $\eta$ -val azt az átalakítást, mely a  $G$  görbét  $\bar{G}$ -ba viszi át, akkor ez az  $\eta$  átalakítás a  $\bar{G}$  görbének csak a  $Q$  inflexióspontot tartalmazó  $C$  menetét változtatja meg, amelyet a  $\bar{G}$  görbe  $C'$  menetébe visz át. Az  $\eta$  átalakítás azt a  $T'_0$  tartományt, melynek pontjaiból a  $C$  görbéhez minimális érintő húzható, abba a  $T'_0$  tartományba viszi át, amelynek pontjaiból a  $C'$  görbéhez húzható minimális számú érintő. Minthogy az  $\eta$  átalakítás a  $G$  görbéhez tartozó  $T_1, T_2, \dots, T_k$  tartományok közül csak azt alakítja át, melynek  $C$  a határvonala, azért  $G$  és  $\bar{G}'$  görbék fajszámának egyenlősége a  $T_0$  és  $T'_0$  összefüggési számának egyenlőségéből következtethető.

Abból, hogy a  $C'$  görbe  $q$  érintőjének pontjaiból a  $C'$  görbe konvex oldala érhető el, következik, hogy a síknak  $T'_0$ -n kívüli része egyeneseket tartalmazhat és így kétszeresen összefüggő. Ennélfogva  $T'_0$  egyszeresen összefüggő és  $C'$  nulladfajú. A  $T_0$  tartomány is egyszeresen összefüggő és így a  $C$  görbe is nulladfajú. A projektív síkot ugyanis a  $C$  görbe mint egypartú körmetszet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L. KÖNIG D.: Az analysis situs elemei (1918), 50—54. oldal.

nem bontja fel, hanem egyszeresen összefüggővé alakítja át. Ezt az egyszeresen összefüggő határolt tartományt a  $\eta$  inflexió érintő, amely a  $T_0$  határához tartozik, mint keresztmetszet két egyszeresen összefüggő tartományra bontja, amelyek közül az egyik  $T_0$ .

Ennek kimutatásával most már minden maximális görbére behozonyítottuk a két főtételt.

### 10. Maximális osztályindexű algebrai görbék.

A  $G^*$  maximális osztályindexű algebrai síkgörbének van algebrai és van realitási osztályszáma, amelyek egymástól különbözhetnek. A  $G^*$  görbe lehet algebrailag irreducibilis vagy reducibilis, de lehet realitási szempontból is. A  $G^*$  görbére következő tétel áll:

*Ha egy realitás szempontjából irreducibilis algebrai görbe realitási és algebrai osztályszáma megegyezik, akkor a görbe algebrailag is irreducibilis.*

Ezt a tételt kiegészítjük a következő tétellel:

*V. Ha egy maximális osztályindexű, a realitás szempontjából irreducibilis algebrai görbe realitási és algebrai osztályszáma megegyezik, akkor a görbe realitási és algebrai fajtszáma is megegyezik és a görbe összes érintőszingularitásai reálisak.*

Ha  $p$  jelöli a  $G^*$  görbe realitási és  $p^*$  az algebrai fajszámát, akkor a kétféle osztályszám egyezése miatt  $p^* \leq p$ , mert a  $G^*$  görbének lehetnek nem reális érintőszingularitásai is. Ezeknek a nem reális érintőszingularitásoknak száma legalább 2, tehát fennáll a  $p^* \leq p - 2$  egyenlőtlenség is, mielőtt  $p^* < p$ .

A  $G^*$   $p$ -ed fajú görbének vagy  $p$ , vagy pedig  $p+1$  menete van, másrészt a  $G^*$  görbének, mint  $p^*$  fajú algebrai görbének az ismeretes HARNACK-féle tétel szerint legfeljebb  $p^*+1$  menete lehet. Ebből következik, hogy  $p^* \geq p-1$ . Minthogy ez az egyenlőtlenség a  $p^* \leq p-2$  egyenlőtlenséggel együtt nem állhat fenn, azért  $p^* = p$  és emiatt a  $G$  görbe minden érintőszingularitása reális.

Az V. tételből következik mint speciális eset a III. tétel.

# ÜBER DIE CHARAKTERISTISCHEN ZAHLEN EINER EBENEN KURVE VON MAXIMAL-KLASSENINDEX.

Von JULIUS v. SZ. NAGY.

Unter einer ebenen Kurve wird eine reelle, stetige und geschlossene Kurve verstanden, die aus endlichvielen konvexen Bögen besteht und in jedem Punkte eine bestimmte, mit dem Berührungspunkte sich stetig ändernde Tangente hat. Die Klasse bzw. der Klassenindex der Kurve ist die grösste, bzw. kleinste Anzahl der Tangenten der Kurve, die von einem beliebigen Punkte der Ebene ausgehen. Bedeutet  $K$  eine Kurve  $n$ -ter Klasse vom Maximal-Klassenindex  $n-2$  und bilden die Punkte, von denen an die Kurve  $K$   $n-2$  Tangenten gezogen werden können,  $k$  zusammenhängende, jedoch mit einander nicht zusammenhängende ebene Gebiete  $T_1, T_2, \dots, T_k$  mit dem Zusammenhänge

$$p_1 + 1, p_2 + 1, \dots, p_k + 1,$$

so ist

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_k - k + 1$$

das Geschlecht der Kurve.

Mittels gewisser elementarer Deformationen werden die folgenden Sätze bewiesen:

*Hat eine ebene Kurve  $n$ -ter Klasse von Maximal-Klassenindex  $r$  Spitzen erster Art,  $t$  Doppeltangenten,  $w$  Wendetangente ( $w=0$  oder  $1$ ) und das Geschlecht  $p$ , so sind*

$$r = n - 2 + 2p \text{ und } t + w = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - p.$$

*Stimmt für eine algebraische Kurve von Maximal-Klassenindex die algebraische und Realitäts-Klasse überein, so stimmt*

*auch das algebraische und Realitäts-Geschlecht überein und die Kurve hat nur reelle Tangentensingularitäten. — Eine einzügige algebraische Kurve von der algebraischen Klasse  $n$  und von Klassenindex  $n - 2$  ist entweder rational oder elliptisch.*

Auf Grund des Prinzips der Dualität lassen sich entsprechende Sätze auch für die Kurven vom Maximalindex behaupten.

(Aus der Sitzung vom 17. Mai 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## VIZSGÁLATOK AZ ÚGYNEVEZETT SPONTAN BAKTERIOPHAG KELETKEZÉSÉRŐL.

MANNINGER REZSŐ-től.

GILDEMEISTER már 1921-ben felhívta a figyelmet arra, hogy némely baktériumtenyészetben, a nélkül, hogy bakteriophagartalmú szűrlettel fertőzte, típusos alakjában kifejlődött a D'HÉRELLE-féle bakteriophagiás tünet. Csakhamar mások is, így OTTO és MUNTER, BAIL, SEIFFERT, legújabban pedig BORDET, megerősítették GILDEMEISTER megállapítását. Jóllehet a tenyészeteknek csak egy részében sikerült ilyen módon bakteriophagiát megállapítani, mégis abból, hogy levestenyészetekben a baktériumok látszólag minden ok nélkül feloldódtak, a német bakteriológusok nagy része arra következtetett, hogy a bakteriophagiás principium nem élőlény, hanem valamely élettelen anyag, mert önmagától keletkezett a tenyészetekben. Tekintettel a bakteriophagiás principiumnak e, látszatra legalább is, spontan keletkezésére, *spontan bakteriophagnak* vagy *spontan lysinnek* nevezték el azt az anyagot, mely az említett vizsgálok szerint tenyészetekben önmagától keletkezik.

Eleinte csak előregedett tenyészetekben sikerült ilyen spontan bakteriophagot kimutatni, később azonban OTTO és munkatársai, FLU, valamint GILDEMEISTER és HERZBERG megállapították, hogy egyes régi laboratóriumi törzseknél egészen fiatal, így 16 óras tenyészetekben is mutatkozhatik spontan bakteriophagia.

A bakteriophagiás principium élőlényvoltának ellenzői azon az állásponton vannak, hogy a baktériumtenyészetekben a baktériumok lassú elhalása közben bennök némelykor oly mélyreható anyagforgalmi zavarok jöhetnek létre (OGATA), melyek fermentumszerű vagy lysinszerű bakteriophagiás hatóanyag keletkezésére vezethetnek (JOETTEN).

Ezzel a nézettel szemben maga D'HÉRELLE, úgyszintén REICHERT, valamint BORDET azt tartja, hogy az ú. n. spontán bakteriophagok felfedezése korántsem elegendő argumentum a bakteriophagiás principium élőlénytermészetének kizárására. Véleményük szerint ugyanis azok a bakteriumtörzsek, melyekben történetesen spontán bakteriophagiát kimutatni sikerült, már eredetileg vagyis az emberi vagy állati testből történt kitenyésztésük idejében is fertőzve lehettek a bakteriophaggal, tehát csak bakteriológiai értelemben voltak tiszták, nem voltak azonban egyúttal «ultratiszták», tehát a bakteriophagtól is mentesek.

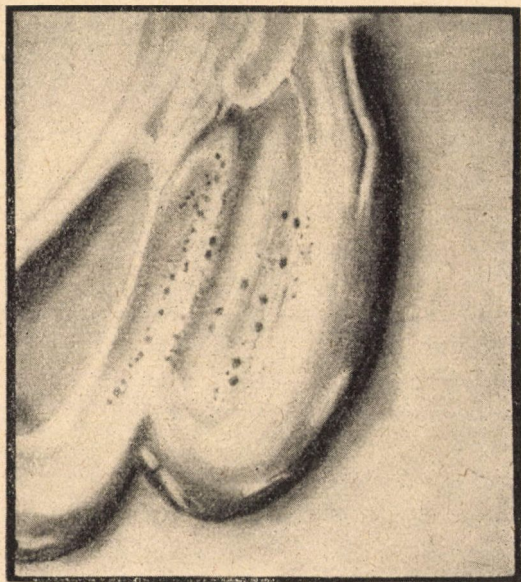
A legmeggyőzőbben PREISZ fejtette ki annak lehetőségét, hogy a szóban forgó esetekben a bakteriophag már kezdettől fogva ott lehetett a bakteriumtenyészetekben. Nézete szerint a bakteriophag egy ideig vagy tartósan lappangó állapotban volt meg a tenyészetben, hogy azután arra alkalmas viszonyok között nyilvánvalóan kifejtsé hatását.

A nevezett szerzők felfogása különben annal inkább helytállónak látszik, mert a legkülönbözőbb baktériumféléseknek kitenyésztésük előtt bőven nyílik alkalmuk a bakteriophaggal fertőződni. Számos vizsgálat eredménye szerint ugyanis bakteriophagot nemcsak bélsárban, hanem egyebek között különféle emberi és állati szövetekben és folyadékokban, vérben, vizeletben, genyben, hüvelyváladékban, sőt még szennyvizekben és folyóvizekben is már ismételtelen sikerült kimutatni.

Tekintettel arra, hogy eddigelé spontán bakteriophagot úgyszólván csak a colityphus-csoport tagjainál, elsősorban colibacillusoknál, tudtak kimutatni, tehát oly baktériumoknál, melyek mint eredetileg béllakó mikroorganizmusok leginkább juthattak bakteriophaggal érintkezésbe, lehetségesnek látszik (GILDEMEISTER), hogy fejlettebb technikával az eddiginél nagyobb számmal lehet a colityphus-csoport tagjainál bakteriophagiás jelenségeket megállapítani. A kérdés fontos, és pedig azért, mert ha csakugyan minden vagy legalább is a legtöbb vizsgált tenyészetben sikerül spontán bakteriophagiás jelenségeket megállapítani, akkor a bakteriophag spontán keletkezésének kérdése negatív értelemben megoldottnak tekinthető.

E kérdés eldöntését célozták a következőkben összefoglalt

kísérleteim. A spontan bakteriophagiával akkor kezdtem foglalkozni, mikor a bakteriophagiára vonatkozó vizsgálódásaim során megfigyeléseket szándékoztam tenni abban az irányban, hogy a bakteriophagia colitenyészetekben a telepeknek és a baktériumoknak minő morfológiai változásaival jár. Miután ugyanis már GILDEMEISTER megállapította azt, hogy bizonyos esetekben



*Coli-bakteriophagia.*

5 napos 20°-on tartott nyálkás colitenyészet (Coli 114/25) kerek tarfoltokkal. Nagyítás  $\frac{2}{1}$ .

a bakteriophaggal mesterségesen fertőzött tenyészetekben sajátos szabálytalan telepek, ú. n. *Flutterform*-ok jelentkeznek, PREISZ beható tanulmányaiban végtelenül minutiosus technikával megállapította a bakteriophaggal fertőzött tenyészetekben az eltérések egész sorát úgy az egyes fertőzött bacillusokon, mint az általuk alkotott telepeken és ezzel lehetővé tette a bakteriophag kimutatását oly tenyészetekben is, melyeken oldódás, tehát a bakteriophagiás vizsgálatoknál általában szemmel tartott kritérium jelenléte nem állapítható meg.

Említett vizsgálataim során tehát bélsárból előállított bakteriophagtartalmú szűrlettel fertőzni szándékoztam colitenyészetet, hogy az így fertőzött colitenyészet telepein vizsgáljam a bakteriophagia finomabb jelenségeit. Előzetesen természetesen szükségesnek láttam a kiválasztott törzs megvizsgálását arra, hogy vajjon véletlenül nem spontan bakteriophagot tartalmazó colitörzsszel van-e dolgom. A colitörzs vizsgálata — PREISZ megállapításainak szemmeltartásával — arra az eredményre vezetett, hogy spontan bakteriophagot csakugyan tartalmaz. Kísérleteimre ennél fogva nem használhattam fel és más használható törzset kerestem. Ebbeli kutatásom során arra a meglepő eredményre jutottam, hogy ámbár 41 törzset vizsgáltam meg, melyek közül 11 idősebb laboratóriumi törzs volt, 30-at pedig közvetlenül vizsgálatba vétele előtt tenyésztettem ki vérből (27), bélsárból (2) vagy vizeletből (1), valamennyi törzsen egytől-egyig mutatkoztak oly jelenségek, melyek PREISZ megállapításai szerint a bakteriophagia körébe tartoznak. Ennél fogva arra a meggyőződésre kellett jutnom, hogy mindenek szerint minden colitörzsben vannak olyan anyagok, melyek bakteriophagiás jelenségeket képesek kiváltani, más szóval, hogy *minden colitörzsben van ú. n. spontan bakteriophag*.

Megfigyeléseim, melyek e nézet kialakulását eredményezték, a következőkben foglalhatók össze. Tárgyalásom során először a colitenyészetek bakteriophagtartalmú telepeinek, azután pedig az elváltozott telepeket alkotó baktériumoknak leírásával foglalkozom.

A colitenyészetekben, akár régi laboratóriumi törzseket, akár közvetlenül az állati testből kitenyésztett kulturákat vizsgáltam, a normálisnak ismert colitelepekétől elterő tulajdonságokat törzsenként majd csak egy-két, majd több vagy éppenséggel sok telepen észleltem. E tekintetben nem mutatkozott különbség, akár szobahőmérsékleten (20–22° C), akár teshőmérsékleten tartottam a tenyészeteket. Hasonlóképpen nem volt különbség az eltérő telepek számában a felhasznált szilárd talajok összetétele tekintetében sem. Egyformán mutatkoztak nevezetesen az eltérések, akár DRIGALSKI-féle lakmuszos talajon, akár közönséges, vagy cukrokat, esetleg magasabb alkoholokat tartalmazó agaron ( $pH=7.6$ ) vizsgáltam a tenyészeteket.





*Coli*-bakteriophagia. 1. 24 órás 38°-on tartott anthraxszerű colitelep (*Coli* 114/25) széle. Nagyítás  $\frac{600}{1}$ . — 2. és 3. Két részlet erősebb ( $\frac{1500}{1}$ ) nagyítással. Fonalalakká kinőtt bacillusok vacuolákkal.

A telepek abnormitásait sokszor már kézi nagyítóval vagy éppenséggel szabad szemmel is fel lehetett ismernem, többnyire azonban 20—100-szoros nagyítást kellett igénybevennem, hogy minden részletükben jól figyelhessem a telepeket. Ebben nagy hasznát vettem a binocularis mikroszkópnak, mely a telepek domborulati viszonyainak felismerését igen kényelmessé tette.

1. A telepek leggyakoribb elváltozása abban nyilvánult, hogy az egyébként szép kerek telep egy körsectornak megfelelő részlete elütött a telep normális, szemecskézett és sötétsárga részétől, nevezetesen világosabb volt, szemecskézettsége eltűnt és üvegszerűen átlátszóvá alakult át. A telepnek ez a megbetegedett, bakteriophagtartalmú részlete egyre terjeszkedett a telep egészségesnek látszó részletének rovására, úgy hogy végül a telep vagy teljesen üvegszerűvé alakult át vagy legfeljebb kisebb-nagyobb szegélyek vagy körsectornak megfelelő részek maradtak épek.

2. Egy másik, jóval ritkább kóros eltérés abban nyilvánult, hogy a kezdetben egyébként szabályos köralakú telepen küllőszerű elrendeződésben finom ráncok jelentek meg, úgy hogy a telep — ha a ráncok nem terjedtek egészen a telep középpontjáig — nagyjában a százszorszép virágjára emlékeztetett. Az ilyen módon elváltozott telepek idővel egyre elmosódottabbakká váltak, végül teljesen eltűntek az őket alkotó baktériumok feloldódása következtében. Feltűnő volt, hogy az ilyen telepekben és azok környezetében a tenyésztőtálaj felületén, néha temérdek számmal, apró rhombusalakú kristálykák váltak ki.

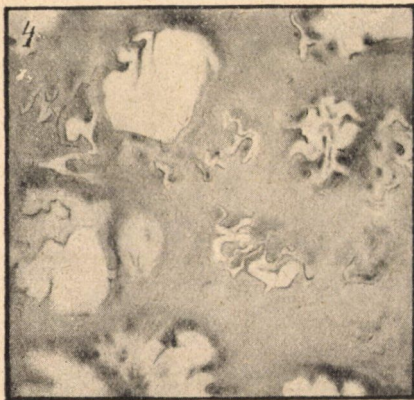
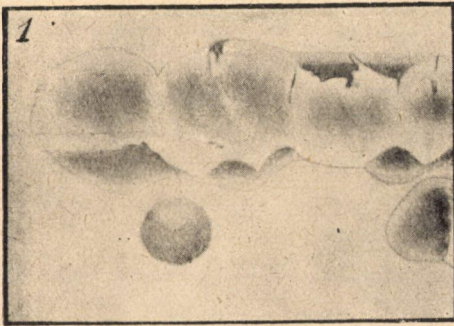
3. Jóval gyakoribb eltérés volt a tenyészetekben az anthraxbacillusnak telepeirehöz hasonló coloniák mutatkozása. Ezek olyan telepek, melyek egyáltalán nem is emlékeztetnek a colibacillus normális telepeire. Már szabad szemmel való vizsgálódáskor felkelti a gyanunkat ilyen coloniák jelenlétére a telepek sajátos erős fénytörése, mely különösen akkor mutatkozik feltűnően, ha a tenyészetet tartalmazó Petri-csészét kissé ferdén tartjuk a világosság felé. Egyébként nagyító alatt az ilyen telepek szabálytalan körvonalúak, fonatokba rendezett baktériumfonalokból állanak, melyek a telepek szélén elkeskenyedve végződnek.

4. Egy további igen gyakori rendellenesség a tenyészet elnyálkásodása. A telepek vagy az azok összefolyásából származó



bevonat feltűnően vaskosakká válnak, fénylenek, szürkészinűek, zavaros nyálkához hasonlóak.

5. A telepek említett kóros eltérésein kívül gyakran láttam ú. n. *taches vièrges*-eket, melyeket PREISZ találóan *tarfoltok*-nak nevezett el. Ezek a *tarfoltok* sűrűn egymás mellett nőtt telepek összefolyásából származó bevonatokban vagy szabályosan kerek, vagy igen változatos alakú, szabálytalan lyukak formájá-



*Coli*-bakteriophagia.

1. 4 napos 20°-on tartott colitenyészet (Coli 111/25). A telepek világos részletei elpusztult baktériumokból állnak. Nagyítás  $\frac{5}{1}$ .
2. 48 órás 38°-on tartott colitenyészet (Coli 167/25). Ráncolt telep, környezetében számos kristályka. Nagyítás  $\frac{50}{1}$ .
3. Anthraxszerű colitelepek 48 órás 38°-on tartott tenyészetből (Coli 114/25). Nagyítás  $\frac{15}{1}$ .
4. 4 napos 20°-on tartott colibevonathban (Coli 111/25) szabálytalan alakú *tarfoltok*. Nagyítás  $\frac{30}{1}$ .

ban jelentkeztek annak folyamánképpen, hogy e helyeken a baktériumok teljesen feloldódtak.

A kerek tarfoltokat leggyakrabban nyálkás bevonatokban észleltem. A bevonatokban, hol csak helyenként, hol sűrűn egymás mellett kerek besüppedéseket lehetett ilyenkor kimutatni, melyek részben már szabad szemmel jól felismerhetők voltak, részben azonban csak mikroszkóp alatt tűntek fel. Jellemző, hogy ezeket a kerek tarfoltokat körkörös sáncszerű kiemelkedés határolja el a még fel nem oldott baktériumok bevonatától. A szabálytalan tarfoltokat anthraxszerű colitelepek összefolyásából származó bevonatokban észleltem. Kezdetben csak néhány baktériumfonalra szoritkozik a baktériumok feloldódása és ezzel a bevonat besüppedése és átlátszóvá válása. Ilyenkor a tarfoltok alakja hasonlít azokhoz az igen változatos alakokhoz, melyeket trypanosomákon észlelünk mozgásuk közben. Több ilyen «trypanosomaalakú» folt összefolyásából nagyobb tarfoltok keletkeznek, melyek mindvégig szabálytalanok maradnak ugyan, egyes esetekben azonban mégis többé-kevésbé a kör alakjához válnak hasonlókká.

A kórosan elváltozott telepekből vagy a telepek elváltozott részeiben foglalt baktériumok mikroszkópos vizsgálata szintén érdekes eltérések megállapítására vezeteti.

A mikroszkópos vizsgálatra SEIFFERT, valamint PREISZ eljárása szerint a telepekről fedőlemezekon készített lenyomatokat (Klatschpräparate) használtam, melyeknek az az előnyük, hogy a baktériumok bennök nagyjában úgy helyezkednek, mint magukban a telepekből. Ez az eljárás azonban csak akkor ad kielégítő eredményt, ha a coloniák nem túlságosan vaskosak. A vaskos telepek bacillusait ezért többnyire felkent készítményekben vizsgáltam. A baktériumok megfestésére részint a PREISZ ajánlotta karbolutolidint, részint karbolthionint használtam, mely festékeknek az az előnyük, hogy normális vagy kevésbé degenerált baktériumokat kékre, súlyosan megbetegedett vagy elhalófélben levőket pedig metachromásan, vagyis sötétebb vagy halványabb piros színre festenek meg.

Amíg a normális colibacillus rövid, mindössze 2–4  $\mu$  hosszú, lekerekített végű pálcika, addig a bakteriophagiás telepekből származó bacillusok ettől két irányban lényegesen különböznek a

szerint, hogy a bacillusok anthraxszerű telepekből, vagy egyébként megváltozott coloniákból származnak.

1. A legfeltűnőbb alaki elváltozások az olyan colibacillusokon észlelhetők, melyek anthraxhoz hasonló telepekben nőttek. Az ilyen telepekben a colibacillusok egyenletes vastagságú fonalakká nőnek ki, melyek hosszúsága az  $50 \mu$ -t is meghaladhatja, szélessége azonban körülbelül megegyezik a rendes colibacillus vastagságával. A telepeket alkotó bacillusoknak fonalakká kinövése az oka annak, hogy a telep úgy fest, mintha hajfonatokból volna összetéve. A fonalak, melyek fiatal telepekben sötétkékre festődnek, alakra tökéletesen megegyeznek az oedemabacillus fonalaival. A colibacillusok kinövése hosszú fonalakká nyilván a bakteriophag megbetegítő hatásának folyamánya, degenerációs jelenség, melynek előrehaladása további változatos alaki eltéréseket eredményez. A fonalak ugyanis helyenként megduzzadnak és ezzel egyenlőtlenül vastagokká válnak. Némelykor orsó- vagy buzogányalakot öltenek. Az említett festékekkel immár nem kékre, hanem pirosra festődnek meg és testükben helyenként kerek, szintelen üregek, vacuolák, jelentkeznek. Minél inkább előrehalad a degeneratio, annál inkább halványul a piros szín, végül teljes elpusztulásuk után már csak árnyékok alakjában tűnnek fel a baktériumok. Ilyen alakban mutatkoznak a fonalak a trypanosomaalakú tarfoltokban, melyekről fentebb szó volt.

Amíg tehát az anthraxhoz hasonló telepekben található colibacillusok elváltozása fonalakká kinövésben és a fonalak további degenerációjában, majd elpusztulásában nyilvánult, addig az egyébképpen megváltozott szerkezetű telepekben a megbetegedett colibacillusok nem nőttek ki fonalakká, azonban a colibacillusnak normális alakjától mégis lényeges eltérést mutattak. A megbetegedett bacillusok kezdetben kissé megnyúlnak, egyébként azonban még kékre festődnek. Majd végeik lekerekítettsége eltűnik, nevezetesen végeik lenyesettek lesznek, úgy hogy a baktériumok szabályos parallelogramm alakját veszik fel. Színük az elváltozásnak ebben a szakában már piros. Az elfajulás előrehaladásával azonban színük egyre világosabb lesz és körvonalaik mindinkább felismerhetetlenné válnak, végül pedig a baktériumok teljesen feloldódnak.

A degenerált bacillusok között igen gyakran látni struktura nélküli, pirosra festődő felhőcskéket, melyekről PREISZ azt tartja, hogy a megbetegedett baktériumok váladéka. Jelenlétük megállapítása fontos, mert teljesen elpusztult telepek helyén az ilyen pirosra festődő anyag kimutatása PREISZ szerint gyakran egyedüli jele a lefolyt bakteriophagiának.

Az előadottak szerint találomra kiválasztott 41 colitörzs vizsgálata során kiderült, hogy minden colitenyészetben lehet hol feltűnő alakban nyilvánuló, hol csak igen beható vizsgálattal kimutatható eltéréseket megállapítani, melyek a baktériumok morfológiai megváltozásában és az elváltozott baktériumok alkotta telepek eltérő szerkezetében nyilvánulnak. Minthogy PREISZ bakteriophaggal mesterségesen fertőzött dysenteria- és colibacillusokon és más fajú baktériumokon is hasonló eltéréseket észlelt, már morfológiai vizsgálataim alapján is arra következtethetek, hogy az általam észlelt eltérések szintén a bakteriophag megbetegítő hatására jöttek létre, tehát összes colitenyészeteim tartalmazták a bakteriophagiás principiumot. Ebbeli nézetemet megerősítik még a következő tapasztalataim:

Felmerülhetne az az ellenvetés, hogy a telepek és a bennük foglalt baktériumok morfológiai elváltozásai a baktériumok megöregedésének következményei. Bár kétségtelen, hogy idősebb baktériumtelepekben csakugyan lehet a baktériumokon a leírt elváltozásokhoz egyben-másban hasonló involutiós jelenségeket megállapítani, ez az ellenvetés nem volna helyénvaló, mert már egészen fiatal, alig néhány órás tenyészetekben is fel lehetett ismernem a leírt eltéréseket. Így már 4—6 órás, csak 80-szoros nagyítás mellett felismerhető, egészen kezdetleges, kevés baktériumból álló telepekben is észleltem fonalképződést, más esetekben pedig thermostatba helyezett mikroszkóp alatt óráról-órára követtem a telepek fejlődését és már fiatal, 12—20 órás korukban láttam teljes pusztulásukat.

Az észlelt jelenségek bakteriophagiás eredetére utal az is, hogy az elváltozott telepeknek vagy teleprészleteknek továbboltásával agarról-agarra sorozatokban sikerült reprodukálnom a baktériumok degenerációját és e közben igen gyakran minden további átojtásnál egyre szaporodott az eltéréseket mutató tele-

pek száma. Ezzel szemben igaz, hogy levestenyészetekben csak 11 törzsnél sikerült a baktériumok feloldódását elérnem, ez azonban, tekintve, hogy az agartenyészetekben következetesen észleltem bakteriophagiás jelenségeket, nem lehet ok annak a feltetelezésére, hogy a többi törzs nem tartalmazta a bakteriophagiás principiumot, mert a baktériumok teljes feloldódása levesten nem egyedüli kritériuma a bakteriophag jelenlétének.

Vizsgálataimból tehát következik, hogy ha nem a baktériumok sorozatosan tovavihető feloldódását tekintjük a bakteriophagia egyedüli kritériumának, hanem PREISZ megállapítása szerint a baktériumsejteknek és azok alkotta telepeknek kevésbé súlyos, de megfelelő vizsgálati módszerrel mégis kimutatható alakbeli eltéréseire is tekintettel vagyunk, az idézett német buvárok véleményével ellentétben arra az eredményre jutunk, hogy *minden colityenyészet tartalmaz bakteriophagot, és pedig tartalmazza azt már az állati testből való kitenyésztése alkalmával is*. Mint-hogy e szerint a colityenyészetekben már az első nemzedékben is kimutatható következetesen a bakteriophag, önként *megdől az a felfogás, hogy bakteriophag baktériumtenyészetekben bizonyos körülmények között «spontan» keletkezhetik*. Ebből egyúttal az is következik, hogy *a baktériumtenyészetekben megállapítható bakteriophagnak a spontan jelzővel ellátása is felesleges és helytelen*.

Ami a colityenyészetek bakteriophagiájára vonatkozik, az áll valószerűleg az egész colityphus-paratyphus-csoport baktériumaira is. Erre utalnak legalább a paratyphus-csoport baktériumaival eddigelé 12 törzsen végzett kísérleteim eredményei.

Kísérleteim eredményei ennél fogva feljogosítanak annak ki-mondására, hogy a bakteriophag nem keletkezik önmagától a baktériumtenyészetekben, de nem szolgáltatnak bizonyítékokat abban az irányban, hogy a bakteriophag élőlény-e vagy sem. E kérdés eldöntése további vizsgálatokra szorul, a közölt vizsgálatok ezredményéből azonban arra kell következtetni, hogy *a bakteriophagia okát nem lehet a baktériumtenyészetek öregedé-sével járó anyagforgalmi zavarokban keresnünk*.

**Irodalom.**

BALL, Wiener Klin. Wochenschr., 1921. 155. — BORDET, Compt. rend. soc. biol., 1924. XC. 96. — GILDEMEISTER és munkatársai, Berlin. Klin. Wochenschr., 1921. 1355., Centralbl. f. Bakt., 1923. LXXXIX. 181.,\* 1924. XCI. 12. és 228., 1924. XCIII. 402. — D'HÉRELLE, Le bactériophage, son rôle dans l'immunité. Paris, 1919., Compt. rend. soc. biol., 1922. LXXXVI. 663., Centralbl. f. Bakt., 1925. XCVI. 385. — JOETTEN, Centralbl. f. Bakt., 1923. LXXXIX. 195.\* — FLU, ibid. 1923. XC. 362. — OGATA, ibid. 1924. XC. 329. — OTTO és munkatársai, Deutsche med. Wochenschr., 1921. 1579., Zeitschr. f. Hygiene, 1922. XCVI. 118., 1923. C. 402. — PREISZ, Die Bakteriophagie. Jena, 1925. — REICHERT, Centralbl. f. Bakt., 1924. XCI. 235. — SEIFFERT, Zeitschr. f. Immunitätsforsch., 1923. XXXVIII. 292.

---

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1926. évi jan. hó 18-án tartott üléséből.)



# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS ENTSTEHEN DES SOGENANTEN SPONTANEN BAKTERIOPHAGEN.

Von R. MANNINGER.

Verfasser untersuchte 41 Colistämme, darunter 30 frisch aus dem Tierkörper isolierte und kam nach Berücksichtigung der Degenerationserscheinungen an den Colonien und den in ihnen enthaltenen Bakterien zu dem Schluß, dass in jedem Colistamm ein Bakteriophag enthalten ist, und zwar bereits bei der Isolierung des Stammes aus dem Tierkörper. Die Auffassung, wonach das Bakteriophag in Bakterienkulturen spontan entstehen könne, besteht somit nicht zurecht, daher ist auch die Bezeichnung des Bakteriophagen in Bakterienkulturen mit dem Beinamen «spontan» überflüssig und irreführend.

Dasselbe gilt wahrscheinlich auch für die Bakteriophagen bei den Bakterienstämmen der Colityphusparatyphusgruppe überhaupt.

---

(Aus der Sitzung vom 18. Januar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## A SAISONPOLYMORPHISMUS LÉNYEGE, JELENTŐSÉGE ÉS KRITIKÁJA.

B. SOÓ REZSŐ-től.

A *Melampyrum* genus monographikus feldolgozása (1) (1922- -1925) közben megkíséreltem, hogy a «*saisondimorph*» alakok keletkezésére és értékére vonatkozólag --- a származástan és örökléstan mai állásának megfelelően --- kielégítő magyarázatot adjak. Mióta prof. R. v. WETTSTEIN az évszakbeli sokalakúság (saisonpolymorphismus) gondolatát a növényvilágban felvetette (2), majd elméletét teljesen kiépítette (3) számos kísérlet történt, részben a Wettstein-iskola, részben a saisondimorphismus ellenfelei részéről, a jelenség magyarázására és megítélésére vonatkozólag.

WETTSTEIN elmélete a következő: A növényvilág saisondimorphismusa a fajkeletkezés speciális esete, amely --- a termőhelyi viszonyokhoz való alkalmazkodás (helyesebben *közvetlen hatás* «*direkte Bewirkung*» WETTSTEIN in litt. ad me) következtében létrejövő alakváltozásokkal kapcsolatban -- kiválasztás útján új alakok állandósulásához vezet. A közvetlen alkalmazkodás, illetőleg egyéni variatio hozza létre az alakokat, a selectio azok állandósulását és erősebb különválását a célszerűtlen tulajdonságok kiküszöbölésével. Az idők folyamán szabályszerűen ismétlődő aratás és rétkaszálás a saisondimorph fajokat selectio útján hozta létre, egy, eredetileg monomorph fajból, amely az egyéni változékonyság következtében korábban és későbbben nyíló egyedeket hozott létre, két saisondimorph faj, illetőleg fajta (rassz) keletkezett. WETTSTEIN számos kultúrkísérlettel (Euphrasiákkal stb.) bizonyította, hogy e fajták alaki és élettani tulajdonságai állandók és öröklődők.

Éppen a *Melampyrum* genusnál beszél még úgynevezett *pseudosaisoni* heggyvidéki rasszokról, amelyek a nyárelőzőkhöz külsejükben hasonlók, mert a tenyészeti időszak megrövidülésének, amelyet egyszer a havasi hőmérsék-klíma, máskor a kaszálás okoz, hatása mindkét esetben hasonló. A kaszálás, aratás hatás-képességére vonatkozólag a következő bizonyítékokat hozza fel: 1. Saisondimorphismus csupán réti növényeknél fordul elő, a nyárelőző (*æstivalis*) fajták mind a rétek és mezők lakói. 2. A s. legkifejezettebb Középeurópa ama vidékein, ahol számos évszázad óta kiterjedt rétgazdaságot üznek. 3. A rétek mesterséges növény-szövetkezetek, létüket kizárólag az emberi kultúrának köszönik, így tehát az életviszonyaikhoz jellemzően alkalmazkodott alakok is hasonló eredetűek lehetnek. 4. A havasi és sarkvidéki tájak rétején, ahol az egyszeri kaszálás időpontja egybeesik a vegetációs időszak természetes végével, nincs s. 5. A réti és a vetési fajták virágzásának időpontja: az előbbieké egybeesik a kaszálás (május-június), az utóbbiaké a gabonaaratás terminusával (június második fele - július). 6. Egyes saisondimorph-fajok őszi (*autumnalis*) alakjainak védőberendezkedései. 7. A szántó-földművelés analógiája, amely szintén selectál, megakadályozza az évelő fajok fellépését és elősegíti a *therophytákét*. WETTSTEIN az évenként ugyanabban az időben szabályosan megismétlődő kaszálás, illetőleg aratás kiválasztó szerepének teóriáját biztosítva látta, feltételezve, hogy a termőhelyi viszonyokhoz való közvetlen alkalmazkodás, illetőleg véletlen egyéni *variatio*, mint *asyn-gamia* (KERNER) folytán fellépő koránnyiló egyedekből ez úton koránnyiló (réti, illetőleg vetési) fajták, fajok lettek, mert az új tulajdonságok a létért való küzdelemben célszerűnek bizonyultak. KONNIGER (4) megerősíti az őszi, későbbnyiló fajtának ősi voltát és annak phylogenesisét a kaszálástól függetlennek tartja. A s. elmélete («saisondiphylismus» BEHRENDSEN (5)) tehát *darwinista* theoria és WETTSTEIN szerint egyike azoknak a kevés számú eseteknek, amelyekben a *selectio* elmélet látszólag korlátlanul alkalmazható és amely főképp *anthropogen* tényezők eredményeként tekinthető.

A s. elméletének első ellenfele E. HEINRICHER (6); az ő kísérletei azonban, hogy saisondimorph fajtákat hirtelen, egyik gene-

rációról a másikkra létrehozson, eredménytelenek maradtak, noha rámutattak arra, hogy számos, a saiondimorph fajták jellemzésére használt alaki tulajdonság, mint elágazás, az internodiumok száma, a levelek kifejlődése, a termet (habitus) stb. bizonyos mértékben változó és a rendelkezésre álló táplálék-mennyiség, különösen pedig a gazdanövények alkalmas volta ezekre nagy befolyást gyakorol (*Alectorolophus lanceolatus* kísérletek). Melampyrum kísérleteiből (7) megállapította, hogy a csirázási viszonyok állandóan változnak, amennyiben ugyanannak a fajnak magvai majd a megérés évének őszén, majd a következő tavasszal, majd még később kezdenek csirázni; így a növény termete erőteljességének és virágzása időpontjának változatosága kézenfekvő. ZEDERBAUERnek (8) egyes növényfajok egyszerű, laza termetű, korai virágzású vetési alakjaival végzett kísérletei arra mutatnak, hogy ezek részben éhségalakok, részben állandó rasszok, ismeretlen, a szervezetben rejlő tényezők folytán; tiszta vonalakban tovább tenyésztett populációik állandó tulajdonságokat mutatnak. SPERLICHnek (9) az *Alectorolophus hirsutissimus* végzett kísérletei a csirázóképességre és a tiszta vonal megtartására vonatkozólag egyértelműleg azt mondják, hogy az egyéni táplálkozás és a vonal megtartása (a jellemző rassz-tulajdonságok átörökítése) közt nincsen közvetlen összefüggés. Ő a képességet, teljes értékű, életképes vonalakat létrehozni, *phyletikai potenciának* («phyletische Potenz») nevezte, amelynek mértéke a növény leszármazásától független és csupán utódaiban nyilvánul meg; ugyanazon a növényen a virágzat legalsó csomójában éri el legnagyobb értékét. Minden egyén bizonyos mértékű phyletikai potenciával rendelkezik, amelyet elsőként fejlődő utódaik legnagyobb részben megőriznek s amely a későbbiekben mindinkább széteszlik. Így mosódnak el lassankint a saiondimorph tulajdonságok is. SPERLICH szerint az *Alectorolophus*-nál meghatározott csirázási rhytmus működik; a saiondimorph fajták magvainak szigorúan meghatározott és eltérő nyugalmi ideje és csirázási periódusa van. A «*Keimungsrhythmus*» öröklődő,  $\pm$  állandó tulajdonság. A nyárelőző fajták saionkaraktere tehát nem a tavasz klimatikus viszonyaihoz való alkalmazkodásban rejlik, hanem azt két körülmény adja meg: a csirázás rhytmusa és a

faj (illetőleg fajta) a maga tulajdonságai teljességében való fenn-tartásának korlátozása a legkorábbi egyedek korán megtermékenyült csiráira. Ugyanis a később nyíló nodusok magvainak későbbben is kell csirázniok, ami az egész fejlődést nyár felé tolja el; ismétlődve a további években a tenyészeti időszaknak mind tovább kellene kiterjednie, ámde a phyletikai potencia eloszlásának egyenlőtlensége folytán, amely a késői csirák utódait halálraitéli, ez nem következhetik be.

G. BEAUVERD, a *Melampyrum* monographusa (10), a *saisonpolymorphismus* gondolatát egészen elvetette, a *saisonpolymorph* fajták létezését tagadja, de így kiejtő kezéből a fonalat, amely a fajták és formák tömegében vezetőül szolgálhat, így rendszer-tani feldolgozása is alapjában elhibázott marad, mert *saisondi-morph*, helyesebben *pseudosaisonpolymorph* fajták, *rasszok*, valóban léteznek, bizonyos mértékben konstansok és mindig a növényzövelkezetek meghatározott életföltételeit, így meghatározott formációkat jellemeznek: alaki tulajdonságaik természetesen alá vannak vetve az egyéni variationak bizonyos határok között, amiről saját biometriai vizsgálataim is meggyőztek. Feltűnő a fajták kiválása a tenyészeti időszak hossza szerint, a dombvidéki, hegyvidéki és havasi klímáknak megfelelően. Azoknak a rasszoknak, amelyeknek hosszabb idő áll rendelkezésükre (mint az őszi fajták) kifejlődni, virágot és termést hozni, dűsan elágazó termetük van, számos, rövid szártaggal, számos águk és viráguk, dűs levélzetük stb., minél rövidebb a tenyészeti időszak, annál egyszerűbb, kevésbé elágazó a növény, kevesebb ága, levele, virága van, annál inkább megnyulnak az internodiumok, hogy a szár mielőbb virágzásba borulhasson, így a nyárelőző fajtáknál, legfeltűnőbben a havasi alakoknál. A *saisonpolymorph* genusok, mint a *Melampyrum* kollektív fajai, minden egyes formációtípusban, amelynek tagjai, meghatározott, jellemző fajtával vannak képviselve és valamely hasonló palæoklimatikus és flórafejlődéstörténeti viszonyokkal rendelkező terület ugyanabban a formációjában mindig ugyanazok a rasszok jelennek meg. A *Melampyrum*, *Alectorolophus*, *Euphrasia*, *Gentiana* etc. fajok szétválása az évszakok szerint csupán látszólagos, nem helyes tehát azokat *æstivalis*, *autumnalis* etc. névvel illetnünk, s mert keletkezésükben részben az illető növény-

szociológiai formációtípus ökológiai viszonyai, részben a különböző régiók klimatikus tényezői játszanak főszerepet, cserjelakó, réti, hegylakó, havasi, vetési, stb. *γ pseudosaisonpolymorph*-rasszoknak, fajtáknak neveztem őket, szemben a *saisondimorphismus* eredeti, zoológiai értelmezésével.

Ami e fajták eredeti keletkezését illeti, azt kell mondanunk, hogy a *növényeszociológiai faktorok selectáló hatása* folytán a *fajpopulatióból* váltak ki. A mesophil formációk LUNDEGÅRDH (11) felfogása szerint genotípusosan különböző formák tömegeit rejtik magukban, forrásait új *biotípusok* keletkezésének. Mert örökléstani szempontból nincsenek fajok, csupán biotípusok, azaz genotípusok azonos egyedek sorozatai (JOHANNSEN). Kereszteződés és mutatio folytán a fajpopulációkból mindig új biotípusok válnak ki, amelyekből – a selectió hatása alatt – a termőhely számára legalkalmasabbak maradnak meg. Azokból az alakokból, amelyek más formációkba, kevésbé kedvező termőhelyekre jutottak, csak azok képesek magukat fenntartani, amelyek bizonyos előnyös módosuló képességet (*Modifizierbarkeit*) tudtak szerezni; közvetlen alkalmazkodásról (*Anpassung*) nem beszélhetünk, valamely növény alkalmazkodott volna nem meghatározott alakban, strukturában stb. nyilvánul meg, hanem hogy életének külső feltételei közt előnyös módon modifikálódni képes (BAUR). Ha a növény hosszú időn át állandó formáció, mint a klimaxformációk, tagja, azonos külső hatások folytán a kiválasztott biotípus (*öhotípus* TURESSON *Hereditas* 1922, 211) módosuló képessége erősebb lesz. A selectió tehát nem a  $\pm$  alkalmazkodott alakok (WARMING-GRAEBNER) szabályozó tényezője, hanem kiválasztó faktora különböző módosuló képességet mutató biotípusoknak. Egyes *saisonpolymorph* tulajdonságok, mint az *intercalaris* levelek jelenléte vagy hiánya, a meghatározott csirázási rhytmus, ezzel kapcsolatban a viritás ideje *genotípusus* jellegűek. Hogy ezek a tulajdonságok  $\pm$  állandók, hogy e tulajdonságokat fenntartó és átörökítő phyletikai potencia elég nagy, az említett kultúrkísérletek bizonyítják.

A *pseudosaisonpolymorph* fajták nagyobb részét önállóan terjednek el, vagy az egész populáció vándorol és a megfelelő termőhelyeken az egyes rasszok mindig újból és újból válnak ki

(polytop, keletkezés) vagy a rasszok, a biotípusok mindegyike önmagában vándorol, mint a fajok általában. Mindkét eset lehetséges; az a tény, hogy a legtöbb pseudosaisonpolymorph-alak mindenütt hasonló termetet és szervezetet és majdnem azonos alaki tulajdonságokat, továbbá, hogy egyesek közülük önálló földrajzi elterjedést is mutatnak, a második lehetőség mellett szól. Ám mindkét jelenséget másként is értelmezhetjük: egyrészt, hogy a korlátolt, lokális elterjedésű fajták fejlődésében a klíma- és flórafajlódéstörténeti tényezők is jelentős szerepet játszottak; másrészt, hogy hasonló termőhelyi viszonyok mindenütt hasonló biotípusokat váltottak ki.

A pseudosaisonpolymorph rasszok közül a réti, alhavasi réti, vetési és lápfaftákat LUNDEGÅRDH felfogása szerint *oligophytáknak*, küzdő alakoknak kell tekintenünk, amelyek élesebb és tartósabb selekció hatása folytán keletkeztek s amelyek habitusa és működései fegyverek az uralkodó ökológiai tényezőkkel szemben, részben helio-, scio-, részben xerophyták. Így pl. a *M. dec-receniense* (12), a *M. nemorosum* elterjedésének határán élő populatio egyik fajtája, a Nyírség és Hajdúság száraz homokerdőiben jellemző. A megnyúlt szártagok, az elágazástípus, a többnyire épszélű, alig színes murvalevelek az árnyék hatására mutatnak rá, az egész termet, a keskeny levelek stb. a talaj szárazságára. A mészkőrasszok, mint a tipikus *M. bihariense*, a *M. Kümmerlei* (13) és a *M. velebiticum* xeromorph alakok, amennyiben a meszes talaj hatása ebben az esetben inkább fizikai szárazsága, mint kémiai tulajdonságai (táplálékgazdaság, semleges vagy alkalikus reakció) révén nyilvánul meg.

WETTSTEIN gondolatát a rétkaszálás és az aratás kiválasztó hatására vonatkozólag nem fogadhatjuk el, mint majdnem kizárólagosan működő selectiós tényezőt nem tekinthetjük. WETTSTEIN bizonyítására vonatkozólag megemlítem: 1. Az «aestivalis» (nyár-előző) fajták valóban rétlakó alakok, ám nem csupán mesterséges kaszálókon, hanem általában füves, fátlan formációkban (Formationsklasse *Herbosa* DU RUIZ 1921 = *Prata* VIEHRHAPFER 1922) -- így nedves vagy mocsaras réteken, napos hegylejtőkön (az úgynevezett pannoniai dombtelejtők formációjában), erdei réteken is otthon vannak, míg xerophil jellegű füves növényzövetkezetek-

ben, így az Alföld homokján, Erdély Mezőségének «sztyep»-jén, az «autumnális» (őszi) fajta xeromorph alakjai helyettesítik.

2. Az «æstivalis» rasszok nem csupán Közép- és Déleuropa fél-kultúrformációiban nőnek, hanem mindenütt, az illető faj elterjedési határán belül, rövid tenyészeti idejű formációkban és e fajtákat nem nevezhetjük WETTSTEIN értelmében pseudosaison-dimorphoknak, mert pl. a *M. moravicum* és *M. æstivale* subarktikus-borealis alakjai szervezetükben és tulajdonságaikban a mi réti fajtáinkkal a legtökéletesebben egyeznek, a «monticol» fajtáktól idegenek. Ilyen «æstivalis», helyesebben réti fajtákat ismerek a Balkán, Kaukázus, Északamerika stb. számos vidékéről, ahol pedig történelmi rétgazdaságról nem lehet beszélni.

3. Az alhavasi rétek fajtái épp úgy ökológiai jellegűek, mint az alsóbb tájaké, azért is neveztem valamennyit pseudosaison-polymorphnak.

4. A virágzás időpontja bizonyos határok között épp annyira ingadozó, mint más saisonpolymorph tulajdonságok. Ez a csirázás rhythmusával, a magvak meghatározott nyugalmi időszakával van kapcsolatban.

5. Végül: a szabályszerű kaszálásnak (illetőleg aratásnak) relatív rövid multja, mint arra már többen rámutattak, mint PAX, HAHN, RÜBEL stb. semmiesetre sem gyakorolhatott oly erős selectáló hatást, mint WETTSTEIN gondolta. Ősi alaknak, amelynek populációjából az új biotípusok, a secunder rasszok kiváltak, a legtöbb esetben a cserjelakó, őszi fajtát kell tartanunk; mert egyrészt a saisonpolymorph genusok legnagyobb részét a dombvidéki és alsó hegyi táj növényeit foglalják magukban, monomorph fajaik kizárólag őszi habitusúak; továbbá ezek az alakok oly mesophil formációk tagjai, amelyek genotípusosan különböző alakok reservoirjai s amelyekből oligophyta-rasszok más életfeltételek közé jutva kiválni képesek — genotípice homogén biotípusok selectiója révén; mert a cserjelakó fajták, úgy ugyanannak a fajnak alakjai közt, mint egyszámra nézve is a legelterjedtebbek; mert végül a szervek gazdagabb kialakulását mutatják és — mint számos példa igazolja — új alakok, biotípusok inkább egyes tulajdonságok elvesztése, mint újak megszerzése révén keletkezhetnek. Az «æstivalis», illetőleg réti fajták relatív ritkasága is azt bizonyítja, hogy ezek fiatalabb oligophyta-alakok, míg a monticol fajok és rasszok a legtöbb



esetben későbbi; relativ kevés számú kisugárzások a magasabb régiókba; a vetési, illetőleg szántóföldi rasszok nagy elterjedése már a mezőgazdasági kultúra hatása.\*

Hogy egyes alakok valószínűleg *hybridizáció* útján is keletkezhetnek, közelrokon kistajok elterjedési határán előforduló átmeneti alakok bizonyítják (pl. a *Melampyrum*ok *Nemorosa* (13) subsectionójában). Hogy néha egy anæctolem (nyitott pártatorkú) faj elterjedésének határán eleistolem (csukott pártatorkú) egyedek lépnek fel, vagy kopaszodó csészéjű faj esetében egyének molyhos csészével jelennek meg, ezt SPERLICHHEL úgy magyarázom, hogy a populációk itt *heterozygotikusak*; korábban ugyanis a kérdéses területen mindkét kistaj elterjedt lehetett, így keveredhettek és magamegporzás esetén a recessiv tulajdonság ismét előtérbe lép. Ilyen alakjai a *Nemorosa* subsectionak nőnek Erdélyben — ahol, hogy az igazi *M. nemorosum* korábban elterjedt volt és a Kelet-kárpáti *M. bihariense* ebből vált ki, egy teljesen szeparált, de elég kiterjedt előfordulása a romániai Délkárpátokban igazolja —, Savoyában, Horvátországban stb.

**Összefoglalás:** *A pseudosaisonpolymorph fajták (rasszok) az ősi alakok populációból a szociológiai, különösen a termőhelyi tényezők selectáló hatása alatt mint állandó, öröklődő biotípusok (ökotípusok) — bizonyos phyletikai potenciával — váltak ki.*

---

\* A pseudosaisonpolymorph rasszok áttekintése.

(Talrassen) 1. Cserjelakó alak (Autumnalform WETTST., monophyle Talrassen RONNE., Talrassen geschlossener Baumformationen: Wälder u. Gebüsche Soó).

2. Réti alak (Aestivalform WETTST., Aestivale Rasse RONN., Wiesenrasse Soó).

3. a) Hegylakó alak (Monticole Rasse, RONN. Mittelgebirgsrasse, geschlossener Formationen Soó).

3. b) Alhavasi réti alak (Subalpine Mattenrasse, Soó).

4. Láp alak (Moorrasse).

5. Havasi alak (Alpine Rasse RONN., Hochgebirgsrasse der alpinen Höhen Soó).

6. Vetési alak (Ackerrasse).

## Irodalom.      Literatur.

1. R. v. Soó. Systematische Monographie der Gattung *Melampyrum* Fedde Repertorium 1926. Berlin.
2. R. v. WETTSTEIN. Der Saisondimorphismus als Ausgangspunkt. Ber. Deutsch. Bot. Ges. 1895. 305.  
Monographie der Gattung *Euphrasia*. 1896.  
Die Arten der Gattung *Gentiana* Sect. *Endotricha*. Denkschr. Wien. Akad. 1896.
3. R. v. WETTSTEIN. Descendenztheoretische Untersuchungen. Denkschr. Wien. Akad. 1900. 305—346.
4. K. RONNIGER. Die schweizerischen Arten und Formen der Gatt. *Melampyrum*. Viertelj. Zürich, 1910. 300—330.
5. BEBRENDSEN. Der Saisondimorphismus in Tier- u. Pflanzenreich. Verh. Prov. Brandenburg, 1904. 142—156.
6. E. HEINRICHER. Die grünen Halbschmarotzer IV. Pringsheims Jahrbuch 1903. XXXVII. 264.
7. —V. ibidem 1909. XLIV. 273.
8. ZEDERBAUER. Versuche über Saisondimorphismus. Österr. Bot. Zschr. 1923. 226.
9. SPERLICH. Die Fähigkeit der Linienerhaltung (Phyletische Potenz), ein auf die Nachkommenschaft von Saisonpflanzen mit festem Rhythmus ungleichmässig übergehender Faktor. Sitzb. Wien. Akad. 1919. 379—476.
10. G. BEAUVERD. Monographie du genre *Melampyrum*. Mem. Soc. Pys. Hist. Nat. Genève. 1916. 291—657.
11. LUNDEGARDH. Klima und Boden, 1925.
12. Soó in Magy. Bot. Lapok, 1922. 17.
13. JÁVORKA: Magyar Flóra. 1925. 1008—14. (Soó: *Melampyrum*).

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 május 17.-én tartott üléséből.)

## ÜBER WESEN, BEDEUTUNG UND KRITIK DES SAISONPOLYMORPHISMUS.

Von REZSÓ v. SOÓ.

Verfasser betrachtet zuerst die Theorie des Saisondimorphismus von WETTSTEIN, nebst den Ergänzungen seiner Schule (RONNIGER, ZEDERBAUER etc.), dann die Kritik der Gegner der Theorie (HEINRICHER, BEAUVERD etc.), sowie die Versuche SPERLICHs der Fähigkeit der Linienerhaltung bezüglich.

WETTSTEINs Theorie war eine darwinistische, die der auslesenden Wirkung der Wiesenmahd, des jährlich zur gleichen Zeit immer wiederkehrenden Grasschnittes, dass durch direkte Anpassung, resp. Bewirkung (oder durch zufällige individuelle Variation) an standortliche Verhältnisse abweichende Formen des ursprünglichen, der jetzigen autumnalen Rasse ähnlichen Typus (Stammart) entstanden, welche früher zur Blüte gelangten, dann aus diesen auf dem Wege der Zuchtwahl frühblühende Rassen wurden. Mit Kulturversuchen bewies er, dass die morphologischen und biologischen Eigenschaften dieser Rassen erblich konstant sind. Die montikolen Rassen nannte er pseudo-saisondimorph, diese sind den Ästivalen habituell ähnlich, denn der Vegetationsperiode, welche das einemal durch das alpine Klima, das anderemal durch die Wiesenmahd bedingt ist, entsprechen in beiden Fällen ganz ähnliche Pflanzenformen.

HEINRICHERs Versuche, um saisondimorphe Rassen plötzlich hervorzurufen, sind erfolglos geblieben, er fand aber, dass gewisse Organe in einer Korrelation zu den Ernährungsbedingungen stehen und die saisondimorphen Eigenschaften veränderlich sind. Doch ergaben die neuesten Versuche von SPERLICH, dass ein

direkter Zusammenhang zwischen individueller Ernährung und Linienhaltung nicht besteht. Die Fähigkeit vollwertige existenzfähige Linien zu erzeugen, hat er phyletische Potenz genannt, deren bestimmtes Maass jedes Individuum besitzt, das sich in den ersten Nachkommen grösstenteils erschöpft und an die späteren immer verteilt wird; so verschwinden auch langsam die Saisoncharaktere. Die saisonpolymorphen Rassen haben zeitlich streng gesetzmässige Samenruhe und verschiedene Keimungsperiode. Erblich konstanter Keimungsrhythmus.

Verfasser nimmt die Existenz der saisonpolymorphen Rassen an; ferner, dass dieselben in gewissem Maasse konstant sind, dass sie immer bestimmte Lebensbedingungen, so auch bestimmte Formationen charakterisieren und sagt, dass sie durch auslesende Wirkung der pflanzensoziologischen Faktoren aus der Speziespopulation entstanden sind. Durch Bastardierung und Mutationquellen aus den Populationen immer neue Biotypen (Ökotypen) hervor, aus welchen durch Selektion die für den Standort geeignetesten zurückbleiben. Die Selektion ist ein auswählender Faktor aus den, verschiedene Modifizierbarkeiten vorzeigenden Biotypen. Diese Rassen verbreiten sich meistens selbständig, oder die ganze Population wandert und es werden an den speziellen Standorten immer von neuem aus ihr die entsprechenden Rassen herausdifferenziert. (Polytope Entstehung.) Die Wiesen-, Matten-, Acker- und Torfrassen sind Kampfformen, Oligophyten, deren Habitus und Funktionen als Kampfmittel gegen dominierende ökologische Faktoren aufgefasst werden müssen. Den selektierenden Einfluss der Wiesenmahd und des Getreideschnittes konnte der Verf. nicht annehmen. Die «ästivalen» Rassen kommen nicht nur auf künstlichen Mähwiesen, sondern im allgemeinen in den grasigen, baumlosen Formationen vor, nicht nur in Mittel- und Südeuropa, sondern überall, innerhalb der Verbreitungsgrenze der betreffenden Art, so sind dem Verfasser Wiesenrassen aus vielen Gegenden der Arktis, der Balkanhalbinsel, des Kaukasus, von Nordamerika usw. bekannt, wo keine historische Wiesenkultur existiert. Die auf subalpinen Matten vorkommenden Rassen sind ebenso ökologisch begründet, wie die der unteren Regionen, darum nannte der Verfasser alle: pseudosaisonpolymorph. Die Blütezeit

hängt mit dem Keimungsrythmus, mit der Samenruhe zusammen. Die relativ kurze Vergangenheit des regelmässigen Feld- und Wiesenschnittes konnte keineswegs eine so tiefe auslesende Wirkung üben, wie WETTSTEIN dachte. Die ursprüngliche Rasse jeder Art, aus deren Populationen die neuen Biotypen entstanden, ist in meisten Fällen die gebüschbewohnende, sog. autumnale Rasse. Verfasser hat diese Behauptung mit Argumenten nachgewiesen. Auch durch Hybridisierung konnten sich einige Formen auswählen. Übergangsformen nächstverwandter Kleinarten zeigen, dass hie und da die Populationen heterozygotisch sind, denn in dem betreffenden Gebiete waren beide Kleinarten früher verbreitet, bei Selbstbestäubung tritt die rezessive Eigenschaft vor.

**Zusammenfassung:** Die pseudosaisonpolymorphen Rassen sind aus den Populationen der ursprünglichen Formen durch auslesende Wirkung der soziologischen, besonders der Standortsfaktoren, als erbliche Biotypen (Ökotypen) mit einer ziemlichen phyletischen Potenz entstanden.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 17. Mai 1926.)

## ADATOK AZ AJKAIT, EGY HAZAI FOSSZILIS GYANTA ISMERETÉHEZ.

ZECHMEISTER LÁSZLÓ-tól.

A földkéregben szórványosan előforduló organikus ásványok tanulmányozása több szempontból érdekes feladat. Éppen ezért örömmel vállaltam, ZIMÁNYI KÁROLY úr kezdeményezésére, egy speciálisan magyar fosszilis gyanta, az *ajkait* kémiai vizsgálatát, annál is inkább, mert ezt a sajátságos ásványt eddig csak igen hézagosan ismertük.

A Veszprém-vármegyében húzódó, ajka-csingervölgyi felsőkrétakorú barnaszénteletet (úgynevezett gosai képződményt) <sup>1</sup> már 1871-ben leírta SZABÓ JÓZSEF, aki egyes széndarabok felületén sárgás pontocskákat, belsejükben pedig lencsényi, borsónyi, sőt dió nagyságú, sárga vagy barna «gyantás zárványokat» talált. A gyanta tulajdonságait illetőleg csupán annyit közöl, hogy az magasabb hőfokon, illatos gőzfejlődés mellett elég, nyomot alig hagyva hátra. Az *ajkait* szót SZABÓ még nem használta és nem is sikerült eddig megállapítanunk, hogy ki adott az ásványnak nevet.

A csingervölgyi szén kitermelése, a bányagondnokság közlése szerint, 1872—3-ban indult meg. Már a munka kezdetén nagyobb mennyiségű gyantát tartalmazó szénre bukkantak és abban a hitben, hogy a lelet borostyánkő, a — ma már fejtés alatt nem álló — telepet borostyánkő-széntelepnek (Bernsteinflöss) nevezték el. Az ásvány egyébként az úgynevezett fekütelepben is előfordul.

---

<sup>1</sup> Földtani Közlöny : 1871. I. köt. 128. l.

Egy 1878-ból származó, névtelen irodalmi adat is a borostyánkőhöz való hasonlóság följegyzésére szorítkozik. («Ajkit. Résine voisine de l'ambre; de Ajka en Hongrie.»)<sup>1</sup>

Az ajkait *vegyi összetételéről*, tudomásom szerint, eddig csak egyszer történt rövid említés, HLASIWETZ részéről, aki az alábbiakat írja: «Das Harz, welches die Braunkohle von Ajka im Bakonyer-Wald durchzieht, bernsteingelb und spröde, steht seiner Zusammensetzung und seinen Eigenschaften nach zwischen Retinit und Trinkerit oder Tasmanit... Harz von Ajka: C 81·59, H 10·20, S 1·87, O 6·34...»<sup>2</sup> HLASIWETZ elemzési adatokat nem tett közzé, dolgozatának megjelenése óta, tehát az utolsó 55 év alatt, pedig senki sem foglalkozott ez ásvány tanulmányozásával.<sup>3</sup>

Újabb vizsgálatok alapján, a következő adatokkal kívánnék hozzájárulni az ajkait ismeretéhez, megjegyezve, hogy a kísérleteket VRABÉLY VERA kisasszony segítségével, a pécsi egyetem kémiai intézetében végeztük.

### Fizikai tulajdonságok.

A vizsgálati anyagot a bányagondnokságnak, illetőleg ZIMÁNYI KÁROLY úrnak köszönhetjük, aki munkánkat egyébként is szíves volt támogatni. Az anyag nagyrészt 1—2 cm-es, jellegzetesen gyantaszzerű darabokból állt. Az ásvány oly gyéren fordul elő, hogy 3—5 cm átmérőjű példányok már ritkák, mert a rideg, törékeny anyag gyakran már a kifejtéskor, az ütésekre szétesik.

Érdekes, hogy a szénben e kétségkívül növényi eredetű gyantát fehéren fénylő csigatöredék kíséri, amely, TELEGDY-ROTH KÁROLY úr megállapítása szerint, Pyrgulifera Pichleriből és más édesvízi csigákból ered.

<sup>1</sup> Bulletin de la soc. min. de France 1878. 1. köt. 126. l.

<sup>2</sup> Verhandl. der K. K. geolog. Reichsanst. 1871. 191. l.

<sup>3</sup> Megjegyzendő, hogy a HLASIWETZ által idézett adatok, a retinitek összetételéről, sajtóhibák folytán használhatatlanok. (Szerintük az alkotórészek összege 110 % körül volna.) A helyes számok nyilván: Retinit (Lettorf) C 79·25, H 10·41, O 10·34; Retinit (Walchow) C 80·99, H 10·11, O 8·90; Retinit (Aussig) C 80·02—81·09, H 9·42—9·47, O 10·56—9·44.

Az ajkait kagylós törésű; vékonyabb rétegben festett-üvegszerűen áttetsző. Színe a világos méz-sárga, vagy arany-sárga és a sötét vörhenyes barna között a legkülönbözőbb árnyalatokat mutathatja. Mégis elég élesen ki lehet válogatni a világos és a sötét darabokat. A porított ásvány csaknem fehér.

Szarvasbőrrel dörzsölve, negatív elektromos lesz; ugyanakkor nem terjeszt szagot. Fajsúlya 1'05—1'06 (pyknometerrel, 20°-on.) Keménységét és törésmutatóját dr. VENDL MÁRIA kisaszszony (Budapest) volt szíves meghatározni. Közlése szerint:

«Az ajkait a gipszet könnyen, a kősót nehezebben karcolja, a kalcitot ellenben nem. Keménysége tehát  $2\frac{1}{2}$ . Törésmutatója, az ABBE-PULFRICH-ZEISS-féle totalreflektometeren:  $n_D^{18} = 1\cdot5412$ . Vékony csiszolatban gyenge kettős törés észlelhető.»

Ezek az adatok nem nagyon különböztetik meg az ajkaitot a borostyánkőtől, melynek keménysége 2—3, fajsúlya 1'0—1'1 és törésmutatója:  $n_{Na} = 1\cdot532$  (KOHLEAUSCH),<sup>1</sup> illetőleg  $n_D = 1\cdot54618$  (MÜHLHEIMS).<sup>2</sup>

Éles olvadáspontja az ajkaitnak nincs és nem is olvasztható meg kémiai változás nélkül. A porított anyag 180° körül kezd ragadni, 205°-on már puha, 240°-nál sötét barnásszürke, ragacsos, 285°-on pedig sűrű mézszerű állapotban van. 300° felett indul meg az «ajkait-olaj» átpárlása, amiről később még szó lesz.

Az ajkait a *nehezen oldható* gyanták közé tartozik és már az oldási kísérleteknél elárulja, hogy nem egységes vegyi anyag és hogy nem lehet azonos a succinittal. Forró abszolút alkohol vagy æther csak 0'4%-ot von ki belőle, tehát 50-szer kevesebbet, mint a borostyánkőből. Széndisulfid az ásvány 0'8%-át veszi fel, kloroform és pyridin mintegy 4%-ot. Epiklorhydrin nem, cajeput-olaj igen lassan, de végül teljesen oldja. Mint ismeretes, a borostyánkő oldhatatlan, a kopal oldható ebben az olajban, mely a kettő megkülönböztetésére szolgálhat.<sup>3</sup>

A kloroformos oldat a poláros fény síkját gyengén jobbra forgatja.

<sup>1</sup> Verhandl. d. physik.-med. Ges. Würzburg N. F. 12. köt. Ref. Zeitschr. f. Kryst. 1872. 2. köt. 101. l.

<sup>2</sup> Zeitschr. f. Kryst. 1888. 14. köt. 223. l.

<sup>3</sup> ULLMANN: Enzyklopädie der technischen Chemie. 2. köt. 167. l.



### Összetétel.

A hozzáförnt szénrészecskéktől megtisztított és finoman porított ásványt vacuum-exsiccatorban, kénsav felett, súlyállandóságig megszáritottuk, miközben 0·4% veszteséget szenvedett. (Nedvesség.)

Az ajkait hamu-, nitrogen-, phosphor-, és halogen-mentes.

Szén-és hydrogen-tartalmát égetéssel, a kén-tartalmat CARIUS szerint határoztuk meg és pedig külön-külön a világos és a sötét gyanta-próbákban:

#### 1. Világossárga ajkait.

I.	0·1994	gr anyag adott	0·5880	gr $CO_2$ -t és	0·1960	gr $H_2O$ -t.
II.	0·2317	“ “ “	0·6831	“ $CO_2$ -t és	0·2288	“ $H_2O$ -t.
III.	0·2152	“ “ “	0·6339	“ $CO_2$ -t és	0·2107	“ $H_2O$ -t.
IV.	0·2254	“ “ “	0·0235	“ $BaSO_4$ -et.		
V.	0·2432	“ “ “	0·0238	“ $BaSO_4$ -et.		
VI.	0·1899	“ “ “	0·0207	“ $BaSO_4$ -et.		

A százalékos összetétel:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Átlag
C _ _ _ _	80·42	80·40	80·33	—	—	—	80·38
H _ _ _ _	11·00	11·05	10·96	—	—	—	11·00
O (kül.)_ _ _	—	—	—	—	—	—	7·20
S _ _ _ _	—	—	—	1·43	1·34	1·50	1·42

#### 2. Sötét-vörhenyesbarna ajkait.

I.	0·1341	gr anyag adott	0·3888	gr $CO_2$ -t és	0·1198	gr $H_2O$ -t.
II.	0·1372	“ “ “	0·3971	“ $CO_2$ -t és	0·1199	“ $H_2O$ -t.
III.	0·1615	“ “ “	0·0181	“ $BaSO_4$ -et.		
IV.	0·1769	“ “ “	0·0184	“ $BaSO_4$ -et.		

A százalékos összetétel:

	I.	II.	III.	IV.	Átlag
C _ _ _ _ _ _ _	79·07	78·94	—	—	79·01
H _ _ _ _ _ _ _	10·00	9·78	—	—	9·89
O (kül.)_ _ _ _ _	—	—	—	—	9·61
S _ _ _ _ _ _ _	—	—	1·54	1·43	1·49

Fossilis gyanták, növekvő kén-tartalom szerint csoportosítva.

Ásvány	Lelőhely	% -os összetétel					Szerző	Irodalom
		C	H	O	S	Hamu		
Retinit	Walchow	80.99	10.11	8.90			SCHRÖTTER	Pogg. Ann. 1843. 59. k. 61. l.
«	Aussig	80.02—81.09	9.42—9.47	10.56—9.44			STANIEK	
«	Lettorf	79.25	10.41	10.34			LANDOLT	
Gedanit	Danzig	80.30	10.35	9.02	0.11	0.22	KLEBS	Jahrb. preuss. geol. Landesanst. 1896. 17. k. 199. l.
Succinit	Galizia	79.93	10.03	10.04	0		SYENIEWSKI	Kosmos 1908. 33. k. 529. l.
«	Ostsee	78.07	9.88	11.74	0.42	0.19	KLEBS	L. c.
Cedarit	Kanada	79.96	10.46	9.49	?	0.09	HARRINGTON	Amer. Journ. of sc. 1891. 42. k. 332. l.
«	«	78.15	9.89	11.20	0.31	0.45	KLEBS	L. c.
Ajkait (világos)	Ajka	80.38	11.00	7.20	1.42	0		Jelen dolgozat
« (sötét)	«	79.01	9.89	9.61	1.49	0		«
« (?)	«	81.59	10.20	6.34	1.87		HLASIWETZ	Verh. k. k. geol. Reichsanst. 1871. 5. k. 191. l.
Trinkerit	Gams	81.9	10.9	3.1	4.1		NIEDZWIEDZKI	Verh. k. k. geol. Reichsanst. 1871. 5. k. 132. l.
«	Carpano	81.1	11.2	3.0	4.7		HLASIWETZ	Jahrb. k. k. geol. Reichsanst. 1870. 20. k. 280. l.
Tasmanit	Tasmania	79.34	10.41	4.93	5.32	(8.14)	CHURCH	Philos. Magaz. 1864. 23. k. 465. l.

Az elemzési adatok azt mutatják, hogy a világos és a sötét ajkait összetétele nem egészen azonos: egyező kén-tartalom mellett, a vörösesbarna próbákban kevesebb a szén és a hidrogén, de több az oxigén, mint a halványsárgákban.

Nem lehetetlen, hogy a sötétedés másodlagosan létrejött, oxidációs folyamat volt, amely az egyes darabokban különböző fokig haladt előre.

Hasonló nyersanyag-különbségek magyarázhatják az eltérést eredményeink és HLASIWETZ régi analysise között.

Szükséges most, hogy az ajkait vegyi alkatát összehasonlítsuk néhány vele rokon gyantáéval:

A táblázat érdekes vonása, hogy a különböző, egymástól távol eső lelőhelyeken talált *fosszilis gyanták összetétele aránylag szűk határok között ingadozik*. Különösen a szén- és a hidrogéntartalom ad egyöntetű képet, ami, legalább részben, a közös növényi eredetre vezetendő vissza.<sup>1</sup>

Sokkal jellemzőbb a kén mennyisége az egyes gyantafajtákra nézve, amelyeket három csoportba lehet sorozni:

0— $\frac{1}{2}$  % S: retiniték, gedanit, cedarit, borostyánkő.

1 $\frac{1}{2}$  % S: ajkait.

4—5 % S: trinkerit, tasmanit.

Az ajkait tehát különálló helyet foglal el. Kevesebb kén van benne, mint a trinkerit- és a tasmanitban, de több, semhogy azt tisztátalanságnak tekinthetnők. Az S-tartalom nagyságrendje folytán, nem is volna okszerű, az ásvány összegképletét megadni; egy atomnyi kén feltételezése ugyanis túlságosan magas, mintegy 2000-es molekulasúlyhoz vezetne. Viszont, ha az eredményeket kénmentes anyagra számítjuk át, a képletből az ásvány jellemző alkatrésze marad ki.

TSCHIRCH és de JONG<sup>2</sup> succinit-vizsgálataiból, valamint oldhatósági kísérleteinkből biztosan következik, hogy az ajkait is több anyag elegye. Ezek közül nyilván nem tartalmaz valamennyi ként, amely így csak kis töredékét alkothatja az ásványnak. Lehetséges egyébként az is, hogy a kén, vagy annak egy része, kolloid szilárd-oldatot képez az ajkaitban.

<sup>1</sup> V. ö. Dana, The system of Mineralogy 1002. I. (1898).

<sup>2</sup> Arch. d. Pharm. 1915. 253. Köt. 290. I.

## Kémiai viselkedés.

a) *Állandók.*

A gyanták jellemzésére szolgáló állandókat, DIETERICH módszere szerint, a következő eredménnyel határoztuk meg:

Savszám	— — — —	0	(SUCCINIT-nél: 27—33),
Szappanszám kb.	—	160	( " 86—145),
Esterszám kb.	— —	160	( " 71—91).

b) *Száraz desztilláció.*

Az ajkaitból már enyhe melegítésre kénhydrogen fejlődik, mely szagával és ólomacetátos papir megfeketítésével árulja el magát.

Nyílt lángon, rézkanálban hevítve, az ásvány világosabb, átmenetileg gyöngyház-szerű felületű lesz, majd megolvad és erősen kormozó lánggal, gyantás szagot terjesztve, elég.

Ha homokfürdőn, tágas retortában melegítjük a porrátört ásványt («száraz desztilláció»), 300° felett felhabzik, majd egy jellemzően átható szagú folyadék, az «ajkait-olaj» távozik belőle, a retortában sötét, benzolban oldható maradékot hagyva hátra.

A *nyers olaj* sötét színű és majdnem teljesen kénmentes. Első részletei a következő összetételt mutatták:

0·5853 gr olaj	adott	1·1736 gr $CO_2$ -t	és	0·4481 gr $H_2O$ -t.
0·2742 " " "	"	0·5521 " $CO_2$ -t	és	0·2057 " $H_2O$ -t.
0·5018 " " "	"	0·001(4) " $BaSO_4$ -et.		

Talált értékek: 54·68 és 54·91% C, 8·57 és 8·39% H.

Középérték: 54·80% C, 8·48% H, 36·72% O. ( $S < 0·1\%$ ).

Egy más kísérletben megállapítottuk, hogy huzamos desztillációval az ajkait 80—82 %-a alakítható át olajjára. A vizgöz-

<sup>1</sup> LUNGE-BERL: Chemisch-Technische Untersuchungsmethoden. III. k. 704. l.  $\gamma$ ; 705. l.  $\gamma$  és 3. pont; 706. l.  $\beta$ . (A szappanszám meghatározása végett először alkohollal főztük ki a gyantát és szűrés nélkül adtuk a folyadékhoz a borszeszes kaliumhydroxydot.)

zel átpárolt, világossárga, ætherben oldható, kémiailag nem egységes, rektifikált olaj széntartalma nagyobb, mint az előpárlaté és közel áll az eredeti ásványéhoz.

Igen jellemző az ajkaitra, hogy száraz desztillációjánál *nem keletkezik kristályos sav, jelesen borostyánkősav*, amelyet, egy ellenőrző kísérletben, szép szublimátum alakjában nyertünk a borostyánkőből, ugyanabban a készülékben.

#### c) *Lúgos lebontás.*

Kémiai beavatkozással sem sikerül kristályos savat előállítani az ajkaitból. E negatív eredményre többek közt az alábbi műveletek vezettek:

Olvasztás 80 %-os káliklúggal, 190°-on, esetleg  $PbO_2$  jelenlétében.

Olvasztás káliumhydroxyddal és salétrommal, 150°-on.

Hevítés bombacsőben, vizes, vagy alkoholos lúggal, 250°-on, két napon át.

Huzamos főzés 15 %-os borszeszes lúggal.

A megsavanyított reakciós termékek ætheres kivonata semmit, vagy csak amorph, gyantás anyagot tartalmazott. (Eltérés a succinittől.)

#### d) *Átalakítás salétromsavval.*

A lúgos kémszerekkel szemben ellenálló ajkait e savval könnyen *átalakul nitrogén-tartalmú anyaggá*, és pedig több nitrogént tud felvenni, mint a borostyánkő.

0·36 gr ajkaitot  $\frac{3}{4}$  óráig főztünk 30 ccm  $HNO_3$ -mal (1·2) és 0·42 gr sárga, már nem gyantaszerű, oldatlanul maradt amorph port kaptunk belőle.

#### Analízis.

Ajkaitból: I. készítmény:

0·1552 gr adott 8·85 ccm  $N-t$  (22°, 751·4, korr. 739 mm).

0·1784 " " 10·40 "  $N-t$  (20°, 752, " 741 mm).

Ajkaitból: II. készítmény:

0·1559 gr adott 9·08 ccm  $N-t$  (22°, 747, korr. 735 mm).

0·1428 " " 8·15 "  $N-t$  (24°, 746·7, " 733 mm).

Borostyánkőből:

0·3012 gr adott 15·35 ccm N-t (21°, 744·3, korr. 733 mm).

0·0590 „ „ 3·08 „ N-t (21°, 744·3, „ 733 mm).

Nitrovegyület (ajkaitból) N-tartalma:

6·42, 6·62; 6·52, 6·33, átlag 6·47 % N.

Nitrovegyület (succinitből) N-tartalma:

5·71, 5·85; átlag 5·78 % N.

Az ismertetett adatok alapján a következőkben vagyok bátor eredményeinket összefoglalni: *Az ajkait a fosszilis gyanták érdekes válfaja, amely a succinilhez és a retinitekhez hasonlít, de tőlük, alkalmas módszerek segélyével, biztosan megkülönböztethető. Minthogy eddig vele azonos összetételű gyantát sehol sem találtak, joggal tekinthetjük ezt az ásványt a hazai föld különleges termékének.*

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 május 17.-én tartott üléséből.)

## ZUR KENNTNIS DES AJKAITS, EINES FOSSILEN HARZES AUS UNGARN.

Von LÁSZLÓ ZECHMEISTER.

In den Braunkohlen-Lagern bei Ajka (Oberkreide) wurden harzige Einschlüsse von Mohn- bis Nussgrösse vorgefunden, über die bisher lediglich eine Notiz von HLASIWETZ, aus dem Jahre 1871 vorlag.

*Eigenschaften:* Gelb bis dunkelbraunrot, durchscheinend. Härte  $2\frac{1}{2}$ . Spec. Gew. 1·05—1·06. Brechungsexponent  $n_D^{18} = 1·5412$ . In dünner Schicht schwache Doppelbrechung. Schmilzt unsharp. Kaum löslich in Alkohol und in Aether, zu 4 % in Chloroform.

*Zusammensetzung:* Asche-, Stickstoff- und Halogen-frei. Hellgelbe Stücke: 80·38 % C; 11·00 % H; 7·20 % O; 1·42 % S. Dunkles Material: 79·01 % C; 9·89 % H; 9·61 % O; 1·49 % S. Nimmt eine Sonderstellung bezüglich des Schwefel-Gehaltes ein, da dieses Element (S) in Bernstein und Retinit zu 0— $\frac{1}{2}$  %, in Trinkerit und Tasmanit zu 4—5 % vorkommt.

*Chemisches Verhalten:* Säure-Zahl O, Verseifungs-Zahl ca 160. Beim Erhitzen entweicht  $H_2S$ , dann ein O-haltiges, S-armes Öl (82 Gew.-% des Harzes), aber keine Bernsteinsäure, die auch beim alkalischen Abbau nicht entsteht. Beim Kochen des Minerals mit Salpetersäure (1·2) werden 6·5 % N aufgenommen, also mehr, als bei gleicher Behandlung des Bernsteins (5·8 % N).

Die Arbeit wurde auf Initiative von Hrn. Museums-Direktor K. ZIMÁNYI unternommen; an den Versuchen beteiligten sich Frl. V. VRABÉLY und teils auch Frl. M. VENDL.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 17. Mai 1926.)

## VIZSGÁLATOK A GRAVITÁCIÓRÓL FOLYADÉKBA MERÜLŐ CSAVARÁSI INGÁVAL.

TANGL KÁROLY r. tag székfoglalója.

1. A földi gravitációról tervbe vett vizsgálatok során szükségem volt annak a megállapítására, mérhető-e és milyen pontossággal a gravitációs vonzóerő olyan csavarási ingával, melynek lengője egészen folyadékba, vízbe merül. Ilyenfajta kísérleteket végzett POYNTING,<sup>1</sup> azonban nem folytatta őket az áramlások zavaró hatása miatt. Vízbermerülő ingával kísérletezett CRÉMIEU,<sup>2</sup> megakarván vizsgálni, változik-e a gravitációs erő, ha a két vonzó tömeget levegő helyett víz választja el egymástól.

Vízbermerülő csavarási ingával az érzékenység nagymérvű fokozása is várható. A hidrosztatikai felhajtó erő miatt a lengő veszt súlyából s így a felfüggesztő fonálra nagyobb tömegek akaszthatók, mint levegőben. Igaz, hogy a lengő alakját kellőképpen kell megválasztani, ha azt akarjuk, hogy az érzékenység nagyobbodjék. Ha pl. a lengő rúdból és két végére erősített egy-egy golyóból áll, veszt ugyan súlyából, amikor vízbermerül s így nagyobb tömeget akaszthatunk a fonálra, mint levegőben, de az érzékenysége nem lesz nagyobb; egy vonzó golyó ugyanannyira fogja elforgatni, mint levegőben a kisebb tömeget, mert a rúdra és a golyókra gyakorolt vonzóerőből le kell vonni a a kiszorított vízre gyakorolt vonzóerőt, éppúgy, mint a nehézségi erő esetében a test súlyából le kell vonni a kiszorított víz súlyát. Ebből látható, hogy nagyobb érzékenységhez csak úgy

<sup>1</sup> I. H. POYNTING: The mean density of the Earth. 1894.

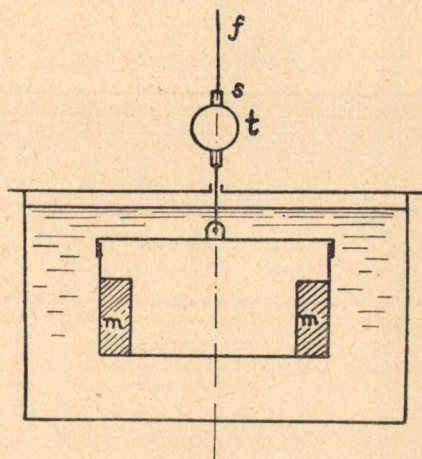
<sup>2</sup> V. CRÉMIEU: Journ. de phys. 5. 1906. p. 25—39. és 6. 1907. p. 284—298.



juthatunk, ha az az erő, melyet a vonzó tömegek a kiszorított vízre gyakorolnak, nem ad forgató nyomatékot s csak a lengő tömegére ható forgatónyomaték érvényesül egészében.

Eme megfontolások alapján a következő lengőt használtam: Egy 12 cm átmérőjű, 6 cm magas hengeres aluminium vagy vörösrézdozoz, körülbelül 0.5 mm vastag pléhből; a doboz teljesen zárt. Belsejében egy átmérő két végére egy-egy tömör ólomhengert ragasztottam (m); magassága 5.05 cm, illetve 4.45 cm, átmérője 2.50 cm, tömege  $m = 282$  gr, illetve egy másik mérési sorozatban 247 gr. (L. 1. ábra.)

A doboz tetejének közepéhez erősítettem a  $p$  platinadrót (átmérő 0.2 mm), mely a  $t$  tűrőt tartó  $s$  sárgaréz dróthoz (átmérő 1 mm) volt forrasztva. Az egész a 0.025 mm átmérőjű, 59 cm hosszú, hajszálvékony  $f$  platinafonalon lógott s vízbe merült. Az egész doboz e közben annyit veszített súlyából, hogy a platinafonál megterhelése mindössze 15 gr volt. Ha eme lengő szomszédságába vonzó tömegeket helyezünk, csak az ólomhenge-



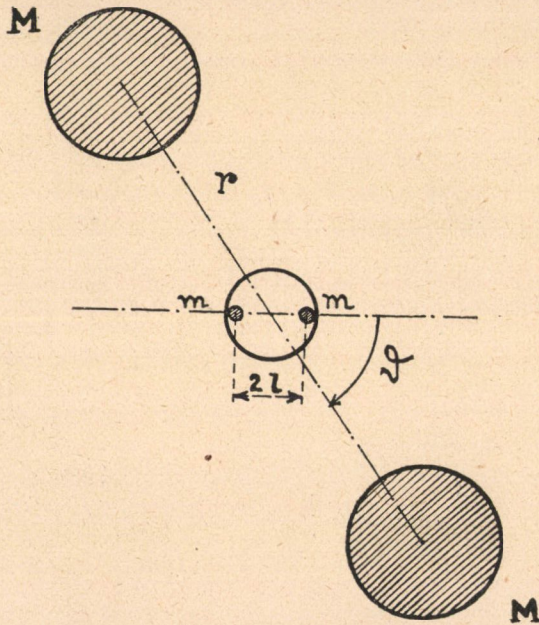
1. ábra.

rekre gyakorolnak forgatónyomatékot, magára a dobozra és a kiszorított vízre nem, mert mindkettő alakja teljesen szimmetrikus a forgástengelyre, a felfüggesztő drótra vonatkozóan. A vonzó tömegek a lengőt ugyanannyira forgatják el, mintha levegőben csak a két ólomhenger lógna a fonálon. Ezek tömege kereken hússzor akkora, mint amennyit a fonál elbír (25—30 gr) s így az ingát a vonzó tömegek kereken hússzor akkora szöggel forgatják el, mintha levegőben a fonálon akkora súly lógna, mint amelyet elbír. (A lengő ugyanolyan méreteivel.) Az eszköz érzékenysége vízben hússzor akkora, mint levegőben.

2. Mivel a lengő külső felülete szimmetrikus a forgástengelyre, várható, hogy az áramlások zavaró hatása kicsiny



lesz. Az áramlásokat apró hőmérsékletváltozások okozzák; ezek csökkentésére az ingát kettősfalú fémszekrénybe zártam, úgy amint azt br. EÖRVÖS LORÁND tette a kiszámíthatatlan levegő-áramok kiküszöbölésére. E szekrény belsejébe került egy 19 cm átmérőjű, 12 cm magas üvegedény a vízzel, melybe a lengő egészen belemerült; a lengő és az üvegedény fala közt 3·5 cm széles, vízzel kitöltött gyűrűs köz maradt.



2. ábra.

3. A vonzó tömeg két, egyenkint  $M = 47,460$  kg tömegű ólomgolyó volt, melyek középpontját a lengőn lévő két ólomhenger közepével egy magasságra helyeztem. Egy-egy golyó középpontjának távolsága a felfüggesztő fonáltól, a lengő forgástengelyétől  $r = 35,9$  cm. Azt a szöget, melyet a golyók középpontját összekötő egyenes bezár a lengő két hengerének közepét összekötő egyenessel, jelölje  $\vartheta$ . (L. 2. ábra.) A két golyó külön asztalon foglalt helyet, melyen a golyókat eltolhattam és  $\vartheta$ -t változtathattam, változatlanul hagyva  $r$ -et.

A két golyó a lengőre forgatónyomatékat gyakorol, melynek értéke NEWTON törvénye alapján könnyen számítható, ha a két ólomhengert első közelítésben egy-egy tömegpontnak tekintjük. Legyen a két henger közepének távolsága egymástól  $2l$ , akkor a forgatónyomaték:

$$F = f \frac{6m M l^2 r^2}{(l^2 + r^2)^{5/2}} \sin 2\vartheta + f \frac{70m M l^4 r^4}{(l^2 + r^2)^{9/2}} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \dots \quad (1)$$

$f$  a gravitáció állandóját jelentvén. E formula egy sorfejtés első két tagja; az adott méretekkel e közelítés elegendő. A forgatónyomaték zérus, amikor  $\vartheta = 0$ , vagy  $\vartheta = 90^\circ$ ; egy közbülső  $\vartheta_m$ -ra tehát a forgatónyomaték maximum.

$$\cos 2\vartheta_m = \frac{-(12 + A) \pm \sqrt{128 + (4 + 3A)^2}}{4A};$$

$$A = \frac{35 l^2 r^2}{(l^2 + r^2)^2}. \quad (2)$$

A golyókat mindig közel ebbe a maximális helyzetbe hoztam, így a  $\vartheta$  mérésében elkövetett hiba az  $F$ -ben alig okoz hibát.

4. Az ingát az egyetemi kísérleti fizikai intézet pincéjében állítottam fel, hol a hőmérséklet ingadozásai a legkisebbek. Sajnos, a hőmérséklet ott sem volt elég állandó; megesett, hogy a hőmérséklet egy nap folyamán  $0.3^\circ$ -kal változott. A hőmérsékletváltozás áramlást indít a folyadékban és elforgathatja a lengőt. Vízben az áramlás kevesebb, mint más folyadékban (alkohol, petrolium), mert  $10^\circ$  körül, hol a méréseket végeztem, a víz kiterjedési együtthatója igen kicsiny. Ennek tulajdonítom, hogy alkoholban, petroliumban az inga sokkal nyugtalanabb, mint vízben s a mérések sokkal bizonytalanabbak.

Áramlást okozhatnak inhomogenitások a doboz fémjében; ezek a vízben mint galvánelemek működnek, apró lokális elektromos áramot keltenek. Ennek elkerülésére az első kísérletekben a doboz fémét szigetelő lakkal, gyantával vontam be. Ez azonban másféle bajt okozott (l. 344. és 346.), nem is csökkentette az ingadozásokat, ezért később a dobozt csupaszon merítettem a vízbe.

A méréseket úgy végeztem, hogy a vonzó golyókat a maximális forgatónyomaték állásába hoztam, hol  $\vartheta = \vartheta_m$ ; észleltem

az inga egyensúlyi helyzetét távcső- és skálával, 2 mm-es beosztású skálán, 180 cm skálatávolsággal; majd átraktam a golyókat a  $\vartheta = -\vartheta_m$  állásba, hol a forgatónyomaték ugyanakkora, mint előbb, de ellenkező irányú; újra megfigyeltem az egyensúlyi helyzetet. Erre visszaraktam a golyókat a kiinduló állásba s. i. t.

Az inga teljesen aperiodikusan mozgott a vízben: egyik egyensúlyi helyzetéből minden lengés nélkül átfordult a másikba és pedig igen lassan, úgy hogy legalább három órát vett igénybe, míg az új egyensúlyi helyzetébe beállott. A vonzó golyók okozta kitérést mindig három egyensúlyi helyzetből számítottam: a  $+\vartheta_m$ ,  $-\vartheta_m$  és újra  $+\vartheta_m$  álláshoz tartozó  $s_1$ ,  $s_2$  és  $s'_1$  helyzetekből az  $\frac{s_1+s'_1}{2} - s_2$  képlettel.

Álljon itt példakép az 1925 nov. 29-től dec. 6-ig terjedő mérési sorozat alumínium lengővel, mely a kitérések következő értékeit adta:

1. 196·0	12. 192·7
2. 196·6	13. 191·3
3. 193·6	14. 182·5
4. 195·0	15. 186·4
5. 198·8	16. 184·3
6. 195·0	17. 148·5
7. 195·8	18. 128·4
8. 196·5	19. 84·1
9. 193·0	
10. 197·4	
11. 195·3	
<hr/>	
közép	195·7

Az első 11 érték az első négy nap méréseinek eredménye; az egyensúlyi helyzet végleges leolvasása átlag négy óránként történt. A negyedik napon már nyugtalanabb lett az inga, azután mind erősebb lett a szabálytalan járás s a golyók okozta kitérés folyton kisebbedett, mintha valami erő fogta volna a lengőt. Ha a felfüggesztő fonalat fenn a torziófejjel megcsavartam, a lengő nem követte az elesavarást, hanem annak felével, harmadával forgott csak el. Ez a különös megfogási jelenség minden észlelési sorozatban jelentkezett, hol kisebb, hol nagyobb mértékben,

hol korábban, hol később. Volt eset, hogy mindjárt az összeállítás után lépett fel, különösen, amikor a lengő lakkal, gyanúval volt bevonva; ezért később csak csupasz lengőt használtam.

Az első 11 mérés középértéke  $195\cdot7$  skálarész  $= 6^\circ 14'$ . E mérésekben  $l = 4\cdot625$  cm,  $r = 35\cdot9$  cm,  $m = 282\cdot0$  gr;  $2M = 94920$  gr; a vonzógolyók egyik állásában  $\vartheta = 34^\circ 20'$ , a másikban  $\vartheta = -49^\circ 20'$ . Emez értékekkel a gravitációállandó  $f$  értékét  $6,67\cdot 10^{-8}$ -nak véve, a forgatónyomaték az 1. képlet szerint az első állásban  $F_1 = 0\cdot002314$ , a másodikban  $F_2 = -0\cdot002415$ . Ha  $\varphi$  a kitérés az egyik állásból a másikba, akkor

$$\tau \varphi = F_1 - F_2,$$

$\tau$  jelentvén a felfüggesztő fonál csavarási együtthatóját ( $0\cdot0435$  egs.) A kitérés így számított értéke  $195\cdot9$  skálarész  $= 6^\circ 14'$  kitűnően egyezik a számítottával ( $195\cdot7$ ). Ez azonban véletlen, mert hisz  $l$ ,  $r$ ,  $\vartheta$  értékeit nem mértem akkora pontossággal, mely megokolhatná ezt a pontos egyezést. Az észlelt kitérés sem biztos ennyire, hisz a 11 mérés középértéke 1·5%-kal tér el az észlelt legnagyobb ( $198\cdot8$ ) és legkisebb ( $193\cdot0$ ) értéktől.

A többi mérési sorozatban az inga hasonlóan viselkedett. Az 1926 febr. 10-től febr. 23-ig terjedő mérési sorozatban vörösrézdobozt használtam. Az első négy napon végzett 14 mérésben a kitérés középértéke  $185\cdot3$  sk; a számított érték  $187\cdot0$  sk; a középértéktől észlelt legnagyobb eltérés 1%. A következő napokon a kitérés fokozatosan csökkent  $25\cdot2$  sk-re, amint a következő kis táblázatból látható:

1. febr. 10—13	185·3
14—16	182·4
17—19	130·5
20—22	45·8
23	25·2

A megfogás itt igen erős; kisebb mértékben jelentkezett a március 24-től április 10-ig terjedő mérési sorozatban; az első négy napos középkitérés  $185\cdot6$ , mely később  $181\cdot4$ -re csökkent.

5. A megfogás jelenségét CRÉMEU is észlelte s annak tulajdonította, hogy a víz szabad felületére került idegen anyag okoz

olyan elváltozást, mely a felülettel érintkező test mozgását akadályozza; elsősorban kapilláris erőkre gondolhatunk. Az én eszközömben a víz szabad határfelülete azt a 0·2 mm vastagságú platinadrótot éri, mely összeköti a dobozt a tükörtartóval (1. ábra). Ha a víz nem nedvesíti rendszeren a platinadrótot, bizonytalan szöggel illeszkedik a platinadróthoz; a felületi feszültség ekkor adhat forgatónyomatékokat, mely a drótot és a rajta lógó lengőt elcsavarja vagy elforgásában akadályozza. Hogy a nedvesítés lehető jó legyen, a platinadrótot platinakorommal vontam be, melyen a nedvesítés tapasztalás szerint sokkal biztosabb, mint csupasz platinán.

Idegen anyag kerülhet a víz felületére, mint oldott anyag a víz belsejéből, kerülhet a külső levegőből. Az előbbi dolog történt, amikor a lengő lakkal vagy gyantával volt bevonva; a víz lassan old belőlük, eljut a felületre s ügylátszik egy idő múlva igen vékony hártya képződik, melynek bizonyosfokú szilárdsága van, úgy hogy a rajta átmenő drótot megfogja s mozgásában akadályozza. A levegőből is kerül idegen anyag a felületre; hisz ismeretes, hogy a szabad levegőn álló víz felületi feszültsége lassan kisebbedik. Br. EÖTVÖS LORÁND a víz felületi feszültségét csak úgy tudta állandóvá tenni, hogy beforrasztott üvegsöbe vagy golyóba zárta, melyből kiszitta a levegőt. Ügylátszik a levegőből a vízre került idegen anyag is lassan igen vékony szilárd hártává alakul.

A víz szabad felületére került idegen anyag okozhatja azt is, hogy a víz nem nedvesíti többé jól a platinakormot, amiből forgatónyomaték származhatik. Ez magyarázná azt a megfigyelést, hogy az inga az első napokban sokkal nyugodtabb, mint később s hogy a megfogást az egyensúlyi helyzetnek nagyobb fokú ingadozása előzi meg.

E magyarázat helyességét meg lehetne vizsgálni olyan csavarási ingával, mely a felfüggesztő dróttal együtt egészében vízbe merül. Ezzel a kapilláris hatást teljesen kiküszöböljük s várható, hogy a megfogás jelensége megszűnik s a mérés biztosabb lesz. Ilyen irányú kísérletek folyamatban vannak.

6. A fenn vázolt felületi hatás az első napokban mindenestre kicsiny s az egyensúlyi helyzetnek akkor is észlelt inga-

dozása jórészt az áramlásoknak tudható be. Erre vall az is, hogy alkoholban, petrolumban az ingadozások akkorák, hogy nem is tudtam mérni.

Az áramlás hatásának csökkentésére a vizet tartó üvegedénybe még egy, 14 cm átmérőjű hengeres fémedényt helyeztem, mely a lengőt 1 cm-nyi közszel teljesen körülzárta. Ez az edény jó vezető lévén, azt vártam, hogy a lengő körül elsímitja a hőmérséklet egyenlőtlenségeit, csökkenti az áramlást s az inga nyugodtabb lesz. Csalódtam: az ingadozások még nagyobbak lettek. Ehhez járul egy másik baj: rendkívül megnagyobbodott a lengőre ható súrlódási erő. Ha nincs ott a fémedény, a lengőt 3.5 cm széles folyadékgyűrű veszi körül, ha ott van, ez a gyűrű csak 1 cm széles; az üvegedény fala 3.5 cm-re van a lengőtől, a fémedényé csak 1 cm-re. A lengő most olyan lassan mozgott, hogy 12 órára volt szüksége, míg az egyik egyensúlyi helyzetből beállott az újba. E miatt sem használható ez a berendezés.

Egy másik kísérletben az áramlás csökkentésére nyolc függőleges fémválaszfalat állítottam az edénybe a sugár mentén, melyek az üvegedény falától befelé nyúltak 1 cm-re a levegőtől. Ezzel is megnagyobbodott a lengőre ható súrlódási erő, de nem annyira, mint előbb; most hat óra alatt beérkezett az inga új egyensúlyi helyzetébe. De az ingadozások most is nagyobbak voltak, mint válaszfalak nélkül, az áramlás zavaró hatását csak növelték. Ennek magyarázatára szolgálhat a következő: A hőmérsékletingadozások kívülről hatolnak be az eszközbe, elérik az üvegedény falát; innen indul ki a folyadék áramlása és eljut a lengőhöz. A lengő körül kisebb lesz az áramlás erőssége, ha a lengőig hosszabb utat kell megtennie. Előnyös tehát, ha a lengő és az edény fala közt vastagabb vízréteg van. A sugármenti válaszfalak jó hővezetők s így az edény falán fellépő hőmérsékletingadozásokat mintegy beviszik a lengő közelébe, az áramlás a lengő szomszédságából indul ki, rövidebb úton éri a lengőt s így kevesebbet csökken le. Röviden: a hőmérséklet gradiensét kell kicsinnyé tenni a folyadékban, hogy kicsiny legyen az áramlás zavaró hatása; a gradiens kicsiny lesz akkor, mikor a lengőt bőven veszi körül folyadék, ha tág edénybe töltjük a folyadékot.

## 7. Összefoglalom e vizsgálatok eredményét:

A csavarási inga érzékenysége nagy mértékben fokozható azzal, hogy a lengő teljesen vízbe merül, csak alkalmasan kell megválasztani a lengő alakját. Kísérleteimben a lengő fémdoboz volt, melynek belsejébe egy-egy ólomhengert helyeztem egy átmérő két végén. A használt méretek olyanok voltak, hogy az inga érzékenysége kereken hússzor akkora, mint a levegőben. Kettősfalú fémszekrényben az áramlás zavaró hatása annyira csökkenthető, hogy a vonzótömegek okozta kitérések legfeljebb 1·5%-nyira térnek el a középkitéréstől. Az áramlás zavaró hatása kisebbitésére a hőmérsékleti gradienst kell csökkenteni a folyadékban; azért előnyös, ha a lengőt sok folyadék veszi körül.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 május 17.-én tartott üléséből.)



## VERSUCHE ÜBER GRAVITATION MIT EINER DREHWAGE, DEREN GEHÄNGE IN WASSER TAUCHT.

Von KARL TANGL, ord. Mitglied der Akademie.

Die Empfindlichkeit der Drehwage kann bedeutend gesteigert werden, wenn das Gehänge ganz in Wasser taucht. Das Gehänge bestand aus einer zylindrischen geschlossenen Dose (Aluminium oder Kupfer); Durchmesser 12 cm, Höhe 6 cm. Im inneren, einander diametral gegenüber sind zwei Bleizylinder von je 280 gr, bzw. 247 gr (s. Abbild. 1). An den Deckel, in der Axe der Dose ist ein Platindraht (Durchm. 0·2 mm.) befestigt, der den Ablesespiegel trägt und an den sich der feine Aufhängedraht aus Platin anschliesst (Durchm. 0·025 mm). Die Dose taucht ganz unter Wasser; der 0·2 Platindraht durchstosst die Wasseroberfläche. Infolge des hydrostatischen Auftriebes betrug die Gesamtbelastung des Aufhängedrahtes nur 15 gr (Tragfähigkeit 30 gr). Die Drehwage ist aperiodisch und stellt sich in etwa drei Stunden in die neue Gleichgewichtslage ein.

Die Drehwage kam in das Gravitationsfeld zweier Bleikugeln von je 47 kg. Masse in gleicher Höhe mit den Bleizylindern (s. Abbild. 2). Das Drehmoment des Feldes auf die Dose, sowie das verdrängte Wasser ist null; nur das Drehmoment auf die inneren Bleizylinder bleibt übrig; die Ablenkung ist daher eben so gross, als ob der Aufhängedraht in Luft die beiden Bleizylinder (560 gr, bzw. 494 gr) tragen würde. Die beiden Bleikugeln gaben aus 36 cm Entfernung bei Umstellen in die symmetrische Lage eine Ablenkung von  $6^\circ$ , in vollem Einklange mit dem berechneten Wert.

Die Drehwage hing in einem doppelwandigen Messing-

gehäuse, wodurch störende Strömungen infolge von Temperaturschwankungen soweit unterdrückt wurden, dass die einzelnen Ausschläge Schwankungen von etwa 1·5% um den Mittelwert zeigten. Nach 3—4 Tagen traten Störungen auf: die Drehwage schien festgeklemmt, die Ausschläge sanken von 6° auf einige zehntel Grade, die Drehwage folgte kaum der Drehung am Torsionskopfe. Wahrscheinlich bildet sich auf der Wasseroberfläche eine feste Haut durch Verunreinigungen aus der Luft. Dem soll so abgeholfen werden, dass die ganze Drehwage, samt Aufhänge draht in Wasser getaucht wird; die Versuche sind im Gange.

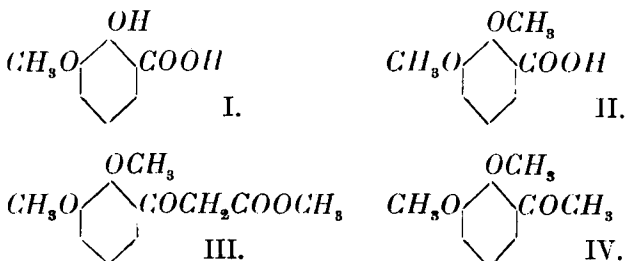
---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 17. Mai 1926.)

## AZ O. ACETOVERATROL EGY ÚJ SZINTÉZISE.<sup>1</sup>

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Flavonszintézisek céljából szükségem volt mint kiindulási anyagra a KRANNICHFELDT<sup>2</sup> által első ízben a 2, 3-dimethoxyphenyl-methyl-carbinol oxidációja útján nyert o. acetoveratrolra. E vegyület előállítására céljából legcélszerűbb a könnyen hozzáférhető guajacol o. karbonsavból kiindulni. A guajacol o. karbonsavnak (I) veratrol o. karbonsavvá (II) való változtatását körül-



ményes módon már FRITSCHÉ<sup>3</sup> a guajacol o. karbonsav káliumsójának methylkénsavas káliummal való alkylációja útján nyerte. Sokkal egyszerűbben lehet jó termeléssel a guajacol o. karbonsav alkylációját lúgos közegben fölös dimethylszulfát segélyével eszközölni. Az o. acetoveratrol szintézisét sikerrel végezhetjük az általam több ízben aromás ketonok szintézisére<sup>4</sup> használt eljárás, a veratrol o. karbonsavnak eceteszterrel való kondenzációja útján,

<sup>1</sup> A budapesti Pázmány Péter tud.-egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> Ber. 46, 4017 (1913).

<sup>3</sup> Ann. der Chemie 301, 355.

<sup>4</sup> Journ. für prakt. Chemie 82, 275; ugyanott 107, 103.

fémes nátrium jelenlétében a CLAISEN-féle módszer szerint. E módon nyert 2,3-dimethoxybenzoylecetsavmethyleszter (III) hig kén-savval való több órás hevítés közben a fenti benzoyleceteszternek ketonra való bomlása közben az o. acetoveratrolt létesítette (IV).

#### KÍSÉRLETI RÉSZ.

### 2, 3-Dimethoxybenzoylecetester.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges veratrol o. carbonsavat a következőképpen állítjuk elő.

50 gr guajacol o. karbonsavat 80 gr nátriumhidroxidból és 350 cm<sup>3</sup> vízből készített oldatban oldunk és szobahőmérsékletre hűtjük le. Ezután 67 cm<sup>3</sup> dimethylszulfátot öntünk hozzá és 20 percig erősen összerázzuk, miközben hideg vízzel való külső hűtés által a reakció hevességét mérsékeljük, szintúgy a túlnyomás elkerülése végett a lombikot elzáró parafadugót többször levesszük. Ezután újból 67 cm<sup>3</sup> dimethylszulfátot adunk a reakcióelegyhez és még 15 percig erősen összerázzuk. Most az oldatot két óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. A képződött eszter elszappanosítására a reakcióelegyhez 20 gr nátriumhidroxidnak 30 cm<sup>3</sup> vízben való oldatát elegyítjük és még két óra hosszat hevítjük. A kihűlt oldatot hig sósavval megsavanyítjuk, a kivalott savat leszűrjük és vízzel kimossuk. A további tisztítás céljából a vegyületet két liter forró vízből kristályosítjuk át. Termelés 45 gr. Olv. pont 122 C°.

A sav eszterré való átalakítása céljából a vegyület 45 gr-ját 150 cm<sup>3</sup> víztől mentes methylalkoholban feloldjuk, egy negyed óra hosszat szárított sósavgázt vezetünk az oldatba és öt óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdön hevítjük. Ezután újból sósavval telítjük az oldatot és öt óra hosszat hevítjük. A kihűlt reakcióelegyet ezután sok vízzel elegyítjük és éterrel kivonjuk. Az étheres oldatot hig szódaoldattal mossuk, vízmentes nátriumszulfáttal szárítjuk és az oldószert ledesztilláljuk. A lombikban visszamaradó terméket fracionálva desztilláljuk, miközben a középső frakció 267—268 C°-on megy át 769 mm nyomás alatt. Termelés 34.7 gr. Olvadási pont 47 C°.

A kondenzáció eszközlése céljából 34·7 gr estert 19 gr víztől mentes ecetessterrel és 4·2 gr fonállá sajtolt fémes nátriummal 16 óra hosszat visszafolyó hűtőcsöves lombikban hevítünk a vízfürdőn. A reakció bevezetésére 2 cm<sup>3</sup> tömény methylalkoholt adunk az oldathoz. Ezután a reakcióelegyet sok vízzel elegyítjük és éterrel kioldjuk. Az éteres oldatot többször egész hig nátriumhidroxidoldattal átrázzuk, a lúgos kivonatokat hig sósavval megsavanyítjuk, az első lúgos oldattal egyesítjük és étherrel kivonjuk. Az étheres oldatot tömény káliumbikarbonátoldattal átrázzuk és vízmentes nátriumszulfáttal szárítjuk. Az oldószer lepárlása után egy gyengén sárgásszinű olaj maradt vissza, melyet hosszabb ideig vakuumexsiccátorban szárítunk ki. Termelés 17 gr.

0·1549 gr anyag adott: 0·3512 gr CO<sub>2</sub>-t és 0·0891 gr H<sub>2</sub>O-t.

C<sub>13</sub>H<sub>18</sub>O<sub>5</sub> képlet alapján a számított értékek: C = 61·90%, H = 6·34%.

A kísérletileg talált értékek: C = 61·82%, H = 6·39%.

A ketonsav tüzetesebb jellemzése céljából a pyrazolonszármazékát állítottam elő.

1 gr ketonsavat 20 cm<sup>3</sup> 50%-os ecetsavban oldunk, 1 gr phenylhydrazin ecetsavas (20 cm<sup>3</sup> 50%-os) oldatát elegyítjük hozzá és rövid ideig hevítjük. A kiválótt kondenzációs terméket a további tisztítás céljából hig alkoholból kristályosítjuk át. Olvadási pontja 125 – 126 C°.

0·2069 gr anyag adott: 0·5230 gr CO<sub>2</sub>-t és 0·1039 gr H<sub>2</sub>O-t.

0·006975 gr anyag adott: 0·60 cm<sup>3</sup> nitrogént (17 C°, 728 mm).

C<sub>17</sub>H<sub>16</sub>O<sub>3</sub>N<sub>2</sub> képlet alapján a számított értékek: C = 68·9%, H = 5·4%, N = 9·4%.

Kísérletileg talált értékek: C = 68·92%, H = 5·09%, N = 9·50%.

A vegyület könnyen oldódik alkoholban és benzolban. Hideg ligroinban nehezen oldódik, könnyen ellenben melegben.

## 2, 3-Dimethoxy 1-methylketon.

17 gr 2, 3-dimethoxy 1-benzoylacettsavat 400 cm<sup>3</sup> 25%-os kénsavval 12 óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítünk. Ez-

után a reakcióelegyet étherrel kivonjuk, az étheres oldatot hig nátronlúggal átrázzuk és klorkalciummal szárítjuk. Az oldószer lepárlása után visszamaradó olajat frakcionálva desztilláljuk, miközben a középső frakció KRANNICHFELDT<sup>1</sup> adataival egyezően 143—144 C°-on 14 mm nyomás alatt megy át a szedőbe. Termelés 4 gr.

0·2183 gr anyag adott 0·5325 gr CO<sub>2</sub>-t és 0·1361 gr H<sub>2</sub>O-t.

C<sub>10</sub>H<sub>12</sub>O<sub>3</sub> képlet alapján a számított értékek: C = 66·70%,  
H = 6·70%.

A keton azonosítására a paranitrophenylhydrazon igen alkalmas.

1 gr ketont feloldunk 20 cm<sup>3</sup> 50%-os ecetsavban, 1 gr p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm<sup>3</sup> 50%-os) oldatát elegyítjük hozzá és rövid ideig hevítjük. A lehüléskor kiváló hydrazont a további tisztítás céljából alkoholból kristályosítjuk át.

0·006485 gr anyag adott: 0·814 cm<sup>3</sup> nitrogént (13 C°, 713 mm).

C<sub>16</sub>H<sub>17</sub>O<sub>4</sub>N<sub>3</sub> képlet alapján a számított érték: N = 13·33%.

Kísérletileg talált érték: N = 13·50%.

A vegyület vörös tűkben kristályosodik, amelyek 155—156 C°-on olvadnak. A termék könnyen oldódik alkoholban és benzolban.

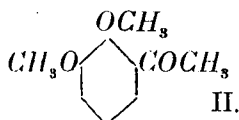
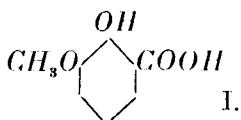
---

<sup>1</sup> Loc. cit.

# ÜBER EINE NEUE SYNTHESE DES O. ACETOVERATROLS.

Von F. MAUTHNER.

Für später zu beschreibende synthetische Versuche bedurfte ich das zuerst von H. v. KRANNICHFELDT<sup>1</sup> durch Oxydation des 2, 3-Dimethoxyphenyl-methyl-carbinols gewonnene o-Acetoveratrol. Zu seiner Darstellung geht man am zweckmässigsten von der leicht zugänglichen Guajacol-o-carbonsäure (I.) aus. Die Überführung dieser Säure in Veratrol-o-carbonsäure ist schon von FRITSCHE<sup>2</sup> auf umständlichem Wege durch Alkylierung von Guajacol-o-carbonsaurem Kalium mit methylschwefelsaurem Kalium durchgeführt worden. Viel einfacher und mit guter Ausbeute verläuft die Alkylierung der Guajacol-o-carbonsäure in alkalischer Lösung bei Verwendung eines grossen Überschusses von Dimethylsulfat. Die Synthese des o-Acetoveratrols gelingt nach der von mir für die Synthese von aromatischen Keton öfters<sup>3</sup> benützten Reaktion durch Kondensation des Veratrol-o-carbonsäureesters mit Essigester bei Gegenwart von metallischem Natrium nach der Methode von CLAISEN. Der auf diesem Wege erhaltene 2, 3-Dimethoxybenzoylessigsäuremethylester lieferte bei mehrstündigem Erwärmen mit verdünnter Schwefelsäure unter Ketonspaltung das o-Acetoveratrol (II).



<sup>1</sup> Ber. 46, 4017 (1913).

<sup>2</sup> Ann. Chem. 301, 355.

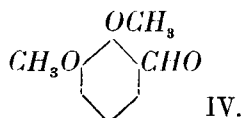
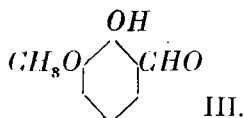
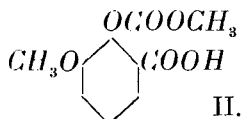
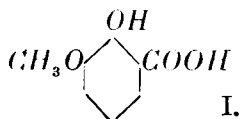
<sup>3</sup> MAUTHNER: Journ. für prakt. Chemie 82. 275 (1910); 107, 103 (1924).

(Aus der Sitzung vom 14. December 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften).

## AZ O. VANILLIN ÉS AZ O. VERATRUMALDEHYD EGY ÚJ SZINTÉZISE.<sup>1</sup>

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

A legbőségebb forrása az o. vanillinnek a p. vanillin ipari előállításánál guajacolból, a TIEMANN-REIMER-féle szintézis szerint, e reakciónál mint melléktermék gyanánt képződő o. vanillin. Kényelmes laboratóriumi előállítási módszerét ez aldehdnek eddig nem ismerjük. A guajacol o. karbonsavval eszközölt szintézisek<sup>2</sup> közben a fenti aldehddek egy új kényelmes szintézisét leltem meg. A guajacol o. karbonsavat (I) lúgos közegben klórszénsavasmethyllel a karbomethoxy-guajacol o. karbonsavvá (II) alakítottam át.



Foszforpentaklorid behatására ez utóbbi vegyületből a karbomethoxy-guajacol o. karbonsav kloridja képződött. E kloridból toluolos oldatban hidrogénnel való katalitikus redukciókor ROSEN-

<sup>1</sup> A budapesti Pázmány Péter tud.-egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> MAUTHNER: Az o. acetoveratrol új szintézise. Math. és Természet-tud. Ért. XLIII. kötet, 353. lap 1926.



MUND módszere szerint a karbomethoxy o. vanillinaldehydet nyertem. A karbomethoxy o. vanillinaldehydet hidrogénáramban nátronlúggal elszappanosítva, az o. vanillin állott elő.

Még egyszerűbb az o. veratrumaldehyd szintézise az immár könnyen hozzáférhető<sup>1</sup> o. veratrumsavból. Az o. veratrumsavat foszforpentakloriddal az o. veratrumsav kloridjává alakítjuk, mely vegyület xylolos oldatban hidrogénáramban redukálva, fémes palladiumnak, mint katalizátornak jelenlétében, o. veratrumaldehyddé (IV) alakul át.

#### KÍSÉRLETI RÉSZ.

##### Carbomethoxy-guajacol o. karbonsav.

25 gr 2-oxy 3-methoxy 1-benzoésavat 36 gr dimetilanilin és 125 gr. benzol keverékében feloldunk, majd egy hűtőkeverékkel erősen lehűtjük. Ezután egy fél óra leforgása alatt, lassacsán, erős rázás közben 11·2 gr klórszénsavas metilt adagolunk hozzá. Az oldatot kétszer 10%-os sósavval átrázzuk és mind a két oldatot külön lehűtjük, miközben a karbomethoxy o. guajacolkarbonsav kikristályosodik. A terméket agyagtányéron szárítjuk ki, azután eceteszerben oldjuk és petróleuméterrel elegyítjük, miközben a vegyület színtelen tükben válik ki. Termelés 16·5 gr. A vegyület bomlás közben 145—146 C°-on olvad. A termék vaskloriddal csak egészen gyenge szineződést ad.

0·1990 gr anyag adott 0·3871 gr  $CO_2$ -t és 0·0823 gr  $H_2O$ -t.

A  $C_{10}H_{10}O_6$  képlet alapján a számított értékek:  $C=53·10\%$ ,  $H=4·42\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C=53·01\%$ ,  $H=4·59\%$ .

A vegyület könnyen oldódik alkoholban és meleg benzolban. A sav oldhatatlan petróleuméterben.

##### Karbomethoxy-guajacol o. karbonsavkloridja.

12 gr karbomethoxy-guajacol o. karbonsavat egy frakcionáló lombikba teszünk, 25 cm<sup>3</sup> kloroformot öntünk rá és 13·8 gr porított

<sup>1</sup> Loc. cit.

foszforpentakloridot adunk hozzá. A lombik elvezető csövét egy klórkalcium csővel látjuk el, hogy a reakcióelegytől a levegő nedvességét távoltartsuk. Miután az első heves reakció alábbhagyott, a lombik tartalmát még 10 percig hevítjük a vízfürdön. Ezután a foszforoxykloridot és kloroformot a vakuumban egy vízfürdőből lepárolgatjuk, miközben ügyelünk, hogy a hőmérséklet  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  fölé ne emelkedjek. A lombikban visszamaradó terméket  $150\text{ cm}^3$  meleg ligroinban oldjuk; az oldat lehűlésekor a klorid kikristályosodik, melyet leszűrünk és petróleuméterrel kimosunk. Termelés 11 gr Színtelen tükben kristályosodik, amelyek  $43\text{—}44\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on olvadnak.

0·2074 gr anyag adott 0·1211 gr  $\text{AgCl}$ -t.

A  $\text{C}_{10}\text{H}_4\text{O}_5\text{Cl}$  képlet alapján a számított érték:  $\text{Cl} = 14\cdot5\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $\text{Cl} = 14\cdot41\%$ .

A klorid könnyen oldódik a használatos organikus oldószerekben.

#### o. Vanillin.

5 gr kloridot  $15\text{ cm}^3$  víztől mentes toluolban oldunk, 2 gr palladium-bariumszulfát katalizátort adunk hozzá és hat óra hosszat szárított hidrogénáramot vezetünk át rajta. A kísérlet egész tartama alatt a reakciós folyadék hőmérsékletét egy olajfürdő segítségével állandóan  $110\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on tartjuk. Ezután még melegen leszűrjük a katalizátort és meleg benzollal jól kimossuk. Az oldószert vakuumban  $35\text{—}40\text{ }^{\circ}\text{C}$  hőmérsékleten ledesztilláljuk és a visszamaradó terméket vakuumexsiccátorban tömény kén-sav felett állni hagyjuk. Az így nyert terméket nem tisztítjuk tovább, hanem közvetlenül elszappanosítjuk. 8·4 gr karbomethoxy o. vanillint<sup>1</sup>  $100\text{ cm}^3$  alkoholban oldunk és egy Woulf-féle palackban, melyen át folytonosan hidrogéngázt vezetünk, lassacskán  $41\text{ cm}^3$  két normál nátronlúgot csepegtetünk. A reakcióelegyet még háromnegyed óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután jeges vízzel lehűtjük és  $45\text{ cm}^3$  két normál kén-savat csepegtetünk hozzá. Az oldatot vakuumban  $40\text{—}50\text{ }^{\circ}\text{C}$  hőmérsékleten egy harmad térfogatára bepáro-

<sup>1</sup> W. MOSIMANN és J. TAMBOR, Ber. 49, 1261 (1916).

logtatjuk és éterrel kivonjuk. Vizmentes nátriumsulfáttal szárítjuk az oldatot, az étert elpárologtatjuk és a visszamaradó terméket a vakuumban frakcionáljuk, miközben a termék 10 mm nyomás alatt 130—138 C°-on átdestillál. Termelés 2 gr. Egy-néhány napi állás után a termék megdermedt és olajos részek eltávolítása céljából agyagtányéron szárítjuk ki. Az aldehydből előállított oxim F. A. M. NOELTING<sup>1</sup> adataival egyezően 123 C°-on olvadt meg. Az aldehydet és oximját analizáltam.

0·0801 gr anyag adott 6·2 cm<sup>3</sup> nitrogént (20 C°, 726 mm).

A  $C_8H_9O_3N$  képlet alapján számított érték:  $N = 8·38\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $N = 8·50\%$ .

Az aldehyd jellemzésére a nitrophenylhydrazon igen alkalmas.

1 gr aldehydet feloldunk 20 cm<sup>3</sup> 50%-os ecetsavban és 1 gr p. nitrophenylhydrazint 20 cm<sup>3</sup> ecetsavban (50%-os) oldva elegyítünk hozzá. Rövid ideig hevítjük az oldatot, miközben a hydrazon vörös tükben válik ki, amelyeket további tisztítás céljából alkoholból kristályosítunk át.

0·006185 gr anyag adott: 0·835 cm<sup>3</sup> nitrogént (21°, 720 mm).

A  $C_{14}H_{13}O_4N_3$  képlet alapján számított értékek:  $N = 14·63\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $N = 14·47\%$ .

A hydrazon 217—218 C°-on olvad meg. A vegyület meleg benzolban igen nehezen oldódik. A termék könnyen oldódik jégecetben és meleg alkoholban.

## 2, 3-Dimethoxy 1-benzoylklorid.

20 gr 2, 3-dimethoxy 1-benzoésavat feloldunk 50 cm<sup>3</sup> száraz kloroformban<sup>2</sup> és 25 gr porított foszforpentakloriddal vízfürdön félóra hosszat hevítjük, miközben a lombik elvezető csövet klórkalciumsóval látjuk el. Ezután a kloroformot vízfürdőről a vakuumban elpárologtatjuk és a visszamaradó terméket frakcionálva desztilláljuk. A vegyület 13 mm nyomás alatt 142—143 C°-on desztillál át és a további tisztítás céljából

<sup>1</sup> Bull. Soc. ind. Mulhouse 79, 401 (1909).

petróleuméterből kristályosítjuk át. Olvadási pontja 54—55 C°. Termelés 18 gr.

0·2126 gr anyag adott 0·1512 gr  $AgCl$ -t.

A  $C_9H_9O_3Cl$  képlet alapján a számított értékek:  $Cl = 17·45\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $Cl = 17·6\%$ .

A vegyület könnyen oldódik a használatos organikus oldószerekben. A vegyület további jellemzése céljából még az amidjét is előállítottam.

2 gr savkloridet 30 cm<sup>3</sup> éterben oldunk és egy tömény ammoniákoldathoz elegyítjük. A kiváltott kristályokat vízzel kimossuk, szárítjuk és ligroinból kristályosítjuk át. Olvadási pontja 93—94 C°.

0·00578 gr. anyag adott 0·42 cm<sup>3</sup> nitrogént (19°, 717 mm).

A  $C_9H_{11}O_3N$  képlet alapján a számított érték:  $N = 7·83\%$ .

A kísérletileg talált érték:  $N = 7·98\%$ .

A vegyület könnyen oldódik alkoholban és benzolban. A termék nehezen oldódik hideg ligroinban, könnyen ellenben melegben.

### o. Veratrumaldehyd.

5 gr savkloridet feloldunk 15 cm<sup>3</sup> fémes nátrium felett szárított xyloban, 2 gr palladium-bárium-szulfát katalizátort adunk hozzá és 140 C° hőmérsékleten hat óra hosszat száraz hidrogénáramot vezetünk át rajta. Ezután a katalizátort leszűrjük és meleg benzollal jól kimossuk. Az oldószert vakuumban lepároljuk és a visszamaradó terméket a vakuumban frakcionálva desztilláljuk. A vegyület 11 mm nyomás alatt 134—135 C°-on desztillál. Termelés 2·1 gr. Az aldehydből előállított oxim F. A. M. NOELTING<sup>1</sup> adataival egyezően 98—99 C°-on olvadt meg.

0·1152 gr anyag adott 8·1 cm<sup>3</sup> nitrogént (19°, 736 mm).

A  $C_9H_{11}O_3N$  képlet alapján a számított érték:  $N = 7·73\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $N = 7·85\%$ .

A vegyület jellemzésére a p. nitrophenylhydrazon igen alkalmas.

<sup>1</sup> Loc. Cit.

1 gr o. veratrumaldehydet 20 cm<sup>3</sup> 50%-os ecetsavban oldunk és 1 gr p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm<sup>3</sup> 50%-os) oldatával elegyítjük. Rövid hevítés után a kondenzációs termék kiválott, melyet alkoholból kristályosítunk át. Olvadási pontja 205—206 C°.

0·00782 gr anyag adott 0·995 cm<sup>3</sup> nitrogént (17 C°, 721 mm).

A  $C_{15}H_{15}O_3N$  képlet alapján a számított értékek:  $N=13·95\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $N=13·91\%$ .

A vegyület könnyen oldódik alkoholban, benzolban és jég-ecetben.

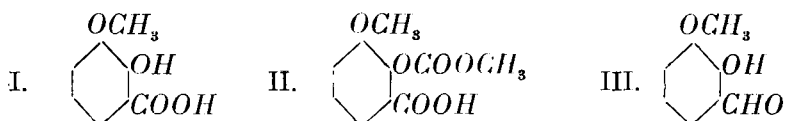
---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 december 14.-én tartott üléséből.)

# ÜBER EINE NEUE SYNTHESE DES O-VANILLINS UND DES O-VERATRUMALDEHYDES.

Von F. MAUTHNER.

Für die Beschaffung des o-Vanillins und des o-Veratrumaldehyds ist die ergiebigste Quelle das bei der technischen Darstellung des Vanillins aus Guajacol nach der TIEMANN—REIMERSCHEN Synthese als Nebenprodukt entstehende o-Vanillin. An einer bequemen Laboratoriumsmethode zur Gewinnung jener Aldehyde fehlte es bisher. Die Beschäftigung mit der Guajacol-o-carbonsäure<sup>1</sup> führte mich zur Ausarbeitung einer solchen. Die Guajacol-o-carbonsäure (I.) wird in alkalischer Lösung durch chlorkohlensaures Methyl in die Carbomethoxy-gujacol-o-carbonsäure (II.) übergeführt. Durch Phosphorpentachlorid entsteht aus



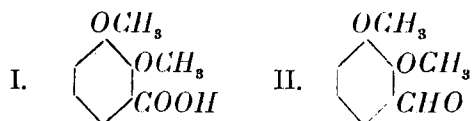
der letzteren Verbindung das Chlorid der Carbomethoxy-gujacol-säure. Dieses Chlorid liefert in toluolischer Lösung bei der katalytischen Reduktion nach der Methode von ROSEN MUND den Carbomethoxy-o-vanillin-aldehyd; und dieser geht bei der Verseifung durch Natronlauge im Wasserstoffstrome in den o-Vanillin-aldehyd (III.) über.

Noch viel einfacher ist die Gewinnung des o-Veratrumaldehyds aus der jetzt in guter Ausbeute aus der Guajacol-o-carbonsäure erhältlichen<sup>2</sup> o-Veratrum-säure. Die o-Veratrum-

<sup>1</sup> F. MAUTHNER: Journ. für prakt. Chemie 112, 58 (1926).

<sup>2</sup> Loc. cit.

säure (I.) wird durch Phosphorpentachlorid in ihr Chlorid übergeführt, das dann bei der Reduktion im Wasserstoffstrom in xylolischer Lösung bei Gegenwart von Palladium in o-Veratrumaldehyd (II.) übergeht.

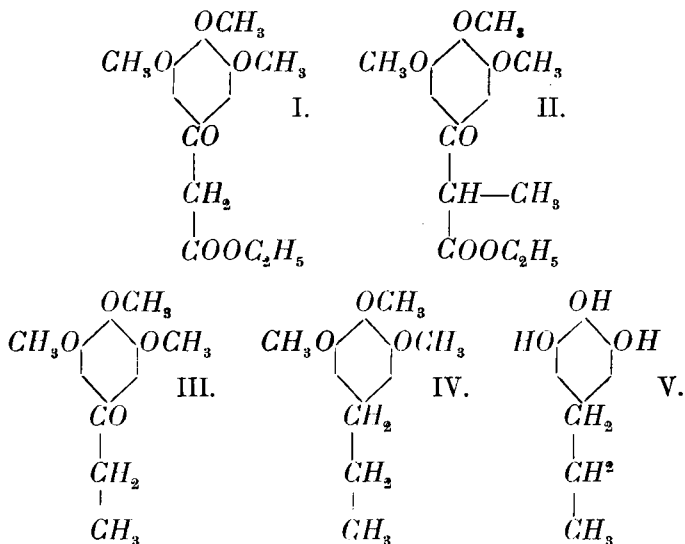


(Aus der Sitzung vom 14. December 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# AZ OXIDIVARIN SZINTÉZISE.<sup>1</sup>

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Egynehány évvel ezelőtt MANZO NAKAO<sup>2</sup> a Ramalina diracerata-ból egy új phenolt különített el, melyet oxidivarinnak nevezett el. A vegyület metilezése és ezt követő oxidációjakor trimethylgallussav képződik. E viselkedése alapján a vegyületet 3, 4, 5-trioxy-1-prophylbenzolnak (V) tartja.



Rövid ideje, hogy közzétettem<sup>3</sup> a Hesse által az Evernia divaricataból elkülönített divarin szintézisét és e vegyület szer-

<sup>1</sup> A budapesti Pázmány Péter tud. egyetem II. sz. chemiai intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> Journ. Pharm. Soc. Japan 1923 Nr. 496, 29—38 Centr. 1925 II. 1768.

<sup>3</sup> Math. és Természettud. Ért. 1925; Journ. für prakt. Chemie [2], 108, 275.



kezetbeli hasonlatossága az oxidivarinnal indított arra, hogy az oxidivarin szintézisét megkísérleljem.

E célból kiindulási anyag gyanánt a már régebben általam előállított<sup>1</sup> 3, 4, 5-trimethoxybenzoylecettestert (I) választottam. E vegyület trimethylgallussavesternek ecetesterrel való kondenzációja útján képződik fémes nátrium jelenlétében. Ez utóbbi vegyület alkylációja útján nátriummethyláttal és jódmethyllel a 3, 4, 5-trimethoxybenzoylmethylecetesztet nyerjük (II). Az esternek hig kénsavval ketonra való bomlása útján a 3, 4, 5-trimethoxyphenylæthyketon képződött (III). E ketonnak redukcója-kor CLEMMENSEN módszere szerint a 3, 4, 5-trimethoxy-1-propylbenzol (IV) állott elő. Ez utóbbi éthernek jódhidrogénsavval való hevítések az alkylgyökök kiválnak és a 3, 4, 5-trioxy-1-propylbenzolt nyerjük (V), mely összes tulajdonságaiban azonosnak bizonyult az oxydivarinnal. E szintézis az oxidivarin szerkezetét mint 3, 4, 5-trioxy-1-propylbenzolt állapította meg. Az oxidivarin szerkezete így igen nagy hasonlatosságot mutat két előzőleg már általam szintézis útján előállított növényi anyaggal, mint az elemicinnel<sup>2</sup> (3, 4, 5-trimethoxy-1-allylbenzol) és a pikamarral<sup>3</sup> (3, 5-dimethoxy-4-oxy-1-propylbenzol).

#### KÍSÉRLETI RÉSZ.

### 3, 4, 5-Trimethoxy-phenylæthyketon.

E vegyület előállításához szükséges trimethylgallussavat előírásom<sup>4</sup> szerint nyertem. A savból methylalkohol és sósavgáz segítségével előállított ester 767 m. m. nyomás alatt 297—298 C°-on desztillál át és így a WILL<sup>5</sup> által megadott forrpointja (274—275 C°) túl alacsony.

<sup>1</sup> Math. és Természettud. Ért. 29. köt. 40. l. (1911); Journ. für prakt. Chemie [2] 82, 275.

<sup>2</sup> Math. és Természettud. Ért. 35. köt. 633. l. (1917); Annalen der Chemie 414. 250 (1917).

<sup>3</sup> Magyar chemiai f. 27. köt. 55. l.; Journ. für prakt. Chemie [2] 101. 1 (1920).

<sup>4</sup> Organic Syntheses Vol 6. New-York 1926.

<sup>5</sup> Ber. 21, 2022 (1888).

A 3, 4, 5-trimethoxybenzoylecetesztér régebben általam megadott előállítását<sup>1</sup> most lényegesen megjavítottam. 64 gr trimethylgallussavmethylesztét, 25·2 gr ecetsavmethylesztét és 6·5 gr fonallá sajtolt fémes nátriumot nyolc óra hosszat visszafolyó hűtőcsöves lombikban vízfürdőn hevítünk. A reakció bevezetésére 2 cm<sup>3</sup> tömény methylalkoholt adunk az elegyhez. A kihült reakcióelegyhez 500 cm<sup>3</sup> vizet adunk, fél óra hosszat rázzuk, miközben a trimethoxybenzoylecetesztér feloldódik. Ezután a reakcióelegyet ætherrel kioldjuk és a lúgos oldatot hűtés közben megsavanyítjuk. Az ætheres kivonatot többször egészen híg nátronlúggal átrázzuk. Az egyesített lúgos kivonatot híg sósavval megsavanyítjuk és a trimethoxybenzoylecetsavesztér fentebbi főtömegével egyesítjük. Az oldatot ætherrel kivonjuk, az ætheres kivonatot kétszeres tömény káliumbikarbonátoldattal átrázzuk és vízmentes nátriumszulfáttal szárítjuk ki. Az oldószer lepárlása után visszamaradó trimethoxybenzoylecetesztér mihamar megdermed és az alábbi kísérletek céljaira vakuum-exsiccatorban tömény kénsav felett szárítjuk ki. Termelés 30·5 gr. Az alkyláció eszközlésére a fentebbi vegyület 15 gr-ját 30 cm<sup>3</sup> tömény æthylalkoholban oldjuk, hűtés közben 1·4 gr fémes nátrium alkoholos oldatának 30 cm<sup>3</sup>-ével elegyítjük. Ezután 40 gr. jódmethylt 30 cm<sup>3</sup> alkoholban oldva adunk hozzá és nyolc óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdőn hevítjük. A reakcióelegyet vízzel elegyítjük és ætherrel kivonjuk. Az oldószer lepárlása után visszamaradó olajat 13 óra hosszat 200 cm<sup>3</sup> 25%-os kénsavval visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. A reakcióelegyet ezután etherrel kivonjuk, az étheres oldatot kétszer híg nátronlúggal, majd nátriumthiosulfatoldattal mossuk és klorkálciummal kiszárítjuk. Az oldószer lepárlása után visszamaradó olajszerű terméket frakcionálva desztilláljuk, miközben a keton 11 mm nyomás alatt 177—178 C°-on átdestillál. 30 gr trimethoxybenzoylecetesztérből 16·5 gr ketont nyertem. A keton további tisztítása céljából ligroinból kristályosítjuk át. Szintelen tükben válik ki, amelyek 51—52 C°-on olvadnak.

---

<sup>1</sup> Loc. cit.

22.170 mgr. anyag adott: 52.270 mgr.  $CO_2$ -t, 14.845 mgr.  $H_2O$ -t.

$C_{12}H_{16}O_4$  képlet alapján a számított értékek:  $C = 64.28\%$ ,  $H = 7.14\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C = 64.27\%$ ,  $H = 7.44\%$ .

A keton könnyen oldódik alkoholban, benzolban és jég-ecetben. Meleg ligroinban és petroleumætherben a vegyület könnyen oldódik.

A keton további jellemzése céljából a p. nitrophenylhydrazonját állítottam elő.

1 gr. ketont feloldunk 20  $cm^3$  50%-os ecetsavban és 1 gr. p. nitrophenylhydrazin ecetsavas oldatát elegyítjük hozzá. Rövid hevítés után a hydrazon kiválik, melyet alkoholból kristályosítunk át. A vegyület vörös tükben válik ki, amelyek 182—183  $C^\circ$ -on olvadnak.

6.730 mgr. anyag adott: 0.735  $cm^3$  nitrogént (21  $C^\circ$ , 706 mm.)

A  $C_{18}H_{21}O_5N_3$  képlet alapján a számított érték:  $N = 11.69\%$ .

Kísérletileg talált érték:  $N = 11.46\%$ .

A hydrazon könnyen oldódik meleg benzolban, alkoholban és jég-ecetben. Meleg ligroinban a vegyület oldhatatlan.

### 3, 4 5-Trimethoxy-1-propylbenzol.

A fentebbi keton redukciójára a vegyület 27.5 gr.-ját 137 gr. amalgámzott zinkkel és 420  $cm^3$  sósavval (1 rész tömény sósav + 1 rész víz) nyolc óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. Ez idő alatt még 210  $cm^3$  tömény sósavat adagolunk a reakcióelegyhez. Ezután a lombik tartalmát többször ætherrel kioldjuk, az ætheres oldatot híg nátronlúggal mossuk és klórkalciummal szárítjuk. Az æther lepárlása után visszamaradó oldat frakcionálva desztilláljuk, miközben a középső frakció 11 mm. nyomás alatt 143—144  $C^\circ$ -on megy át. Termelés 8 gr. Ezenkívül még egynehány gramm súlyú erőfrakció megy át és a lombikban egy magasabb forrponú anyag marad vissza, amely termékek közelebbi vizsgálatával nem foglalkoztam.

19.300 mgr. anyag adott: 48.425 mgr.  $CO_2$ -t és 14.730 mgr.  $H_2O$ -t.

A  $C_{12}H_{18}O_3$  képlet alapján a számított értékek:  $C=68.57\%$ ,  
 $H=8.57\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C=68.39\%$ ,  $H=8.47\%$ .

Szintelen olaj, amely könnyen oldódik alkoholban és ætherben.

### 3, 4, 5-Trioxo-1-propylbenzol (Oxidivarin).

3 gr. 3, 4, 5-trimethoxy 1-propylbenzolt 30 cm<sup>3</sup> tömény jódhidrogénsavval (1.96) 5 óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítünk. Ezután a reakcióelegyet vízzel elegyítjük, kevés olaj-szerű termékről leöntjük az oldatot és többször ætherrel kivonjuk. Az ætheres oldatot előbb nátriumthiosulfátoldattal mossuk és vízmentes nátriumszulfáttal szárítjuk. Az æther lepárlása után visszamaradó terméket benzol és petroleumæther keverékéből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel szintelenítjük. Termelés 1.7 gr. Benzolból még egyszer átkristályosítva a terméket, 78 C°-on olvad meg.

21.010 mgr. anyag adott: 49.710 mgr.  $CO_2$ -t és 13.465 mgr.  $H_2O$ -t.

A  $C_9H_{12}O_3$  képlet alapján a számított értékek:  $C=64.34\%$ ,  
 $H=7.14\%$ .

Kísérletileg talált értékek:  $C=64.49\%$ ,  $H=7.12\%$ .

A vegyület összes tulajdonságaiban azonosnak bizonyult a ΝΑΚΑΟ által <sup>1</sup> a Ramalina diraceratából elkülönített oxidivarinnel.

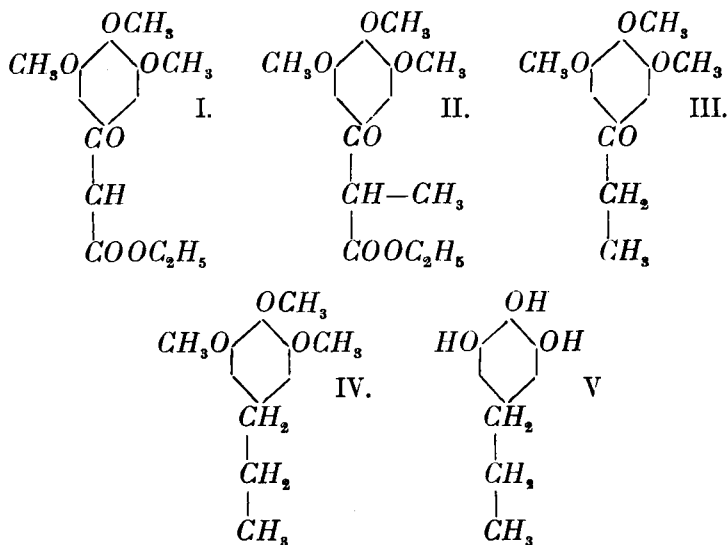
---

<sup>1</sup> Loc. cit.

## DIE SYNTHESE DES OXYDIVARINS.

Von F. MAUTHNER.

Vor einigen Jahren hatte MANZO NAKAO<sup>1</sup> aus *Ramalina diracera* ein neues Phenol isoliert, welches er Oxydivarin nannte. Nach der Methylierung und der darauffolgenden Oxydation lieferte dieses Produkt die Trimethylgallussäure. Auf Grund dieses Verhaltens gab er der Verbindung die Konstitution eines 3, 4, 5-Trioxo 1-propylbenzols (V).



Vor Kurzem berichtete ich<sup>2</sup> über die Synthese des von HESSE aus der *Evernia divaricata* isolierten Divarins und die

<sup>1</sup> Journ. Pharm. Soc. Japan 1923 Nr. 496. 29—38. Centr. 1925. II. 1768.

<sup>2</sup> Journ. für. prakt. Chemie [2], 108. 275.

Ähnlichkeit der Konstitution dieser Verbindung mit dem Oxydivarin veranlasste mich die Synthese des Oxydivarins zu versuchen. Zu diesem Zwecke wählte ich als Ausgangsmaterial den bereits vor längerer Zeit von mir<sup>1</sup> durch Kondensation des Trimethylgallussäureesters mit Essigester bei Gegenwart von metallischem Natrium entstehenden 3, 4, 5-Trimethoxybenzoylessigester (I), dessen Darstellung wesentlich verbessert wurde. Diese Verbindung lieferte bei der Alkylierung mittels Natrium-methylat und Jodmethyl den 3, 4, 5-Trimethoxybenzoylmethyl-essigester (II). Bei der Ketonspaltung mit verdünnter Schwefelsäure entsteht aus dieser Verbindung das 3, 4, 5-Trimethoxyphenyläthylketon (III). Dieses Keton geht bei der Reduktion nach der Methode von Clemmensen in das 3, 4, 5-Trimethoxy 1-propylbenzol (IV) über. Beim Erhitzen mit Jodwasserstoffsäure wird dieser Äther entalkyliert und geht in das 3, 4, 5-Trioxy 1-propylbenzol (V) über, welches in allen Eigenschaften sich identisch erwies mit dem Oxydivarin. Durch diese Synthese ist die Konstitution des Oxydivarins als 3, 4, 5-Trioxy 1-propylbenzol erwiesen. Die Konstitution des Oxydivarins zeigt hiernach grosse Ähnlichkeit mit zwei bereits früher von mir synthetisch dargestellten Pflanzenstoffen, mit dem Elemicin<sup>2</sup> (3, 4, 5-Trimethoxy 1-allylbenzol) und mit dem Pikamar<sup>3</sup> (3, 5-Dimethoxy 4-oxy 1-propylbenzol).

---

<sup>1</sup> Journ. für prakt. Chemie [2]. 82, 275.

<sup>2</sup> Ann. der Chemie 414. 250 (1917).

<sup>3</sup> Journ. für prakt. Chemie [2] 101, 1 (1920).

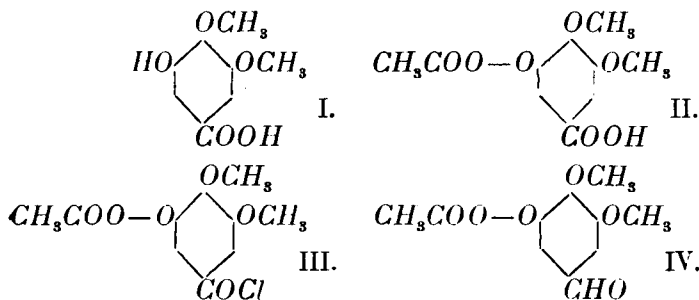
---

(Aus der Sitzung vom 15. Februar der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## AZ IRIDINSAV SZINTÉZISE.<sup>1</sup>

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Az *Iris florentina* gyökeréből TIEMANN és de LAIRE<sup>2</sup> egy iridinnek nevezett glukosidet különítették el, amely vegyület hidroliziskor *d*-glukosera, iretolra és iridinsavra bomlik. Míg a két első bomlási terméket már szintézis útján előállították, addig az iridinsav szintézise még nem sikerült. TIEMANN és de LAIRE vizsgálatai alapján az iridinsav szerkezetére nézve egy dimethylhomogallussav. Előző, a trimethylhomogallussav<sup>3</sup> szintézisével foglalkozó munkám folytatása, újabban az iridinsav szintéziséhez vezetett. Kiindulási anyag gyanánt a 4, 5-dimethylgallussavat (I.) választottam, amely vegyület előállítására egy célszerű



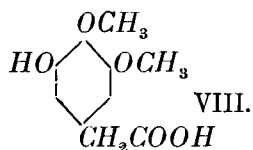
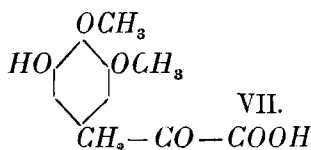
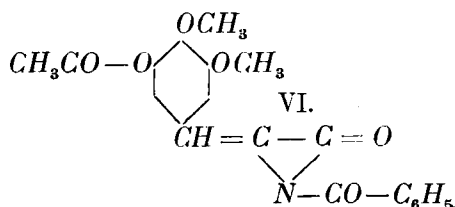
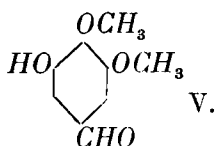
eljárást dolgoztam ki. E sav lúgos oldatát klorszénsavas methyllel összerázva, a 3-carbomethoxy-, 4, 5-dimethylgallussavat (II.)

<sup>1</sup> A Pázmány Péter tud. egyetem II. sz. vegytani intézetében készült dolgozat.

<sup>2</sup> Ber. 26, 2010 (1893).

<sup>3</sup> Ber. 41, 3662 (1908).

nyerjük. Ez utóbbi vegyület phosphorpentachlorid behatására a 3-carbomethoxy 4, 5-dimethylgallussav kloridjává alakul át. A klorid hidrogénáramban való katalitikus redukciójakor ROSENMUND eljárása szerint, a 3-carbomethoxy 4, 5-dimethoxybenzaldehyd (IV.) képződik. A carbomethoxygyököt hidrogénáramban natronlúggal le lehet hasítani és így a 3-oxy 4, 5-dimethoxybenzaldehydet (V.) nyerjük, amely vegyület célszerű elnevezésére az iridinaldehyd nevet ajánlom.



Az iridinsav további szintézisét módszerem<sup>1</sup> szerint végeztem. E célból az iridinaldehydet hyppursavval kondenzáltam a 3-acetoxy 4-, 5-dimethoxy ( $\alpha$ )-benzoyl-imino-fahéjsavanhidriddé (VI.). Ez utóbbi vegyületnek hidrogénáramban hig natronlúggal való hidrolizisekor a 3-oxy 4, 5-dimethoxy-phenylpiroszöllősav (VII.) képződött. Ha a ketosav ecetsavas oldatát közönséges hőmérsékleten hidrogénsuperoxidoldattal állni hagyjuk, akkor a szénsav elemeinek kiválása közben 3-oxy 4, 5-dimethoxy-1-phenylecetsavvá (VIII.) alakul át, amely vegyület összes tulajdonságait azonosaknak ismertem fel az iridinsavéival. E szintézis így a TIEMANN és de LAIRE által elkülönített iridinsav szerkezetét bizonyossággal mint 3-oxy 4, 5-dimethoxy-1-phenylecetsavat állapította meg.

<sup>1</sup> Math. és Természettud. Értesítő 28. köt. 68. l. (1910). Annalen der Chemie 370, 369 (1909).



## KÍSÉRLETI RÉSZ.

## 3-Carbomethoxy 4, 5-dimethylgallussav.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges 4, 5-dimethylgallussavat HERZIG és POLLAK<sup>1</sup> a gallussavmethylesternek diazomethannal való methylálása útján állította elő. E vegyületnek újabban FISCHER és FREUDENBERG<sup>2</sup> által ajánlott előállítási módszere is nagyon körülményes és nagymennyiségű diazomethan szükséglete miatt igen költséges is. GRAEBE és MARTZ<sup>3</sup> ama megfigyelése alapján, hogy a gallussavmethylesternek dimethylsulfattal való alkilációja útján 4, 5-dimethylgallussav is képződik, a következő, sokkal egyszerűbb előállítási módját dolgoztam ki e vegyületnek.

10 gr gallussavmethylestert egy 4·7 gr natriumhidroxidból és 45 cm<sup>3</sup> vízből készített lúgban feloldunk és az oldatot hideg vízzel jól lehűtjük. Ezután 14·5 cm<sup>3</sup> dimethylsulfatot adunk hozzá és újból jól lehűtjük. A reakcióelegyet egy fél óra hosszát erősen összerázzuk, majd fél órát visszafolyó hűtőcsöves lombikban hevítjük. A kihűlt reakcióelegyet 50 cm<sup>3</sup> 10 %-os natronlúggal erősen lúgossá tesszük, lehűtjük és ætherrel kivonjuk, miáltal a képződött trimethylgallussavmethylestert eltávolítjuk. A lúgos oldatot 30 cm<sup>3</sup> tömény sósavval (1·19 f. s.) megsavanyítjuk és 40 gr szilárd vízmentes szódát adunk hozzá. Az oldatot ætherrel extraháljuk és az oldószer lepárlása után visszamarad a 4, 5-dimethylgallussavmethylester. Ha a fentebbi előállításnál jó hűtésről gondoskodunk, akkor csak kevés ester szapánosodik el. Hat kísérletből összegyűjtött estert 20 cm<sup>3</sup> alkoholban oldunk, 100 cm<sup>3</sup> meleg 2 n. natronlúggal elegyítjük és fél óra hosszát hevítjük. A kihűlt reakcióelegyet 25 cm<sup>3</sup> töménysósavval megsavanyítjuk és a savat 140 cm<sup>3</sup> vízből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel szintelenítjük. Még kétszeri átkristályosítás után a fentebbi vízmennyiségből a vegyületet tiszta állapotban nyerjük. Olvadási pontja 193—194 C°. Egy

<sup>1</sup> Monatshefte für Chemie 23, 700 (1902).

<sup>2</sup> Ber. 45, 2716 (1912).

<sup>3</sup> Ann. der Chemie 340, 219.

előző vizsgálatból eredő,<sup>1</sup> a HERZIG-féle eljárás szerint előállított preparátummal azonosítottam. Termelés 7—8 gr.

15 gr 4, 5-dimethylgallussavat feloldunk 151 cm<sup>3</sup> n. natronlúgban és hűtőkeverék segélyével megfagyasztjuk. Ezután 3 gr klorszénsavamethylt négy részletben fél óra lefolyása alatt hozzáadagolunk, miközben erősen összerázzuk és jól lehűtjük. A reakcióelegyet 155 cm<sup>3</sup> n. kénsavval megsavanyítjuk, leszűrjük és vízzel jól kimossuk. Hig acetontól átkristályosítjuk, miközben a termék 146—147 C°-on olvadó tükben válik ki. Termelés 17·6 gr.

20·650 mg anyag adott: 39·010 mg CO<sub>2</sub>-t és 8·695 mg H<sub>2</sub>O-t.

A C<sub>11</sub>H<sub>12</sub>O<sub>7</sub> képlet alapján a számított értékek: C=51·54 %, H=4·72 %.

Kísérletileg talált értékek: C=51·47 %, H=4·67 %.

A vegyület könnyen oldódik alkoholban, acetonban és meleg benzolban, nehezen ellenben meleg ligroinban.

### A 3-carbomethoxy 4, 5-dimethylgallussav kloridja.

A sav átalakítására a vegyület 15 gr-ját teljesen száraz állapotban és finomra porítva 30 cm<sup>3</sup> száraz kloroformmal leöntjük és 15 gr porított phosphorpentakloridot adunk hozzá. Egy klorcalciumesővel ellátott lombikban a reakcióelegyet tíz percig a vízfürdön hevítjük és ezután az illó termékeket vacuumban vízfürdőből ledestilláljuk, miközben ügyelünk, hogy a fürdő hőmérséklete 40 C° fölé ne emelkedjék. A visszamaradó terméket 185 cm<sup>3</sup> meleg ligroinban oldjuk, megsűrjük és az oldat lehülésekor a klorid kiválik. Kétszeri ligroinból való átkristályosítás után a klorid 65—66 C°-on olvad. Termelés 16·6 gr.

0·2337 gr anyag adott: 0·1221 gr AgCl-t.

A C<sub>11</sub>H<sub>11</sub>O<sub>8</sub>Cl képlet alapján a számított érték: Cl=12·93 %.

Kísérletileg talált érték: Cl=12·91 %.

A vegyület könnyen oldódik benzolban és meleg ligroinban.

<sup>1</sup> MAUTHNER. Math. és Természettud. Értesítő 30. köt., 458. l. (1912); Journ. f. prakt. Chemie [2] 85, 308 (1912).

## 3-Oxy 4, 5-dimethoxy-1-benzaldehyd.

(Iridinaldehyd.)

5 gr 3-carbomethoxy 4, 5-dimethoxy 1-benzoylchloridet 15 cm<sup>3</sup> fémes natrium felett szárított toluolban oldunk, 2 gr palladiumbaryumsulfat katalizátort adunk hozzá és hat óra hosszat szárított hidrogénáramot vezetünk a reakcióelegyen keresztül, miközben az oldat hőmérsékletét olajfürdő segítségével állandóan 110 C°-on tartjuk. Ezután a katalizátort még melegen leszűrjük, meleg benzollal jól kimossuk és az oldatot vacuumban 40 C° hőmérsékleten bepárologatjuk. A visszamaradó terméket, az iridinaldehyd carbomethoxyszármazékát, nem tisztítjuk tovább, hanem meleg alkohollal a lombikból kioldjuk, tömény kénsav felett vacuumexsiccatorban kiszáritjuk és az alábbi módon elszappanosítjuk. Termelés 70 %. 14·6 gr carbomethoxyiridinaldehydet 100 cm<sup>3</sup> alkoholban oldunk és egy háromnyílású WouLF-féle palackba öntjük. Miután a levegőt hidrogénnel kiszorítottuk az edényből, 61 cm<sup>3</sup> 2 n. natronlúgot csepegtetünk hozzá. Egy órai állás után közönséges hőmérsékleten, miközben folytonosan hidrogént vezetünk az edényen keresztül, a folyadékot 63 cm<sup>3</sup> 2 n. kénsavval megsavanyítjuk. Ezután a reakcióelegyet vacuumban 40 C°-on bepárologatjuk körülbelül egyharmad térfogatára. Az oldatot ætherrel kivonjuk, víztől mentes natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert elpárologatjuk. A visszamaradó olajszerű terméket vacuumban fracionálva desztilláljuk, miközben az iridinaldehyd 12 mm nyomás alatt 177—180 C°-on desztillál át. Termelés 6·7 gr. A lombikban egy magasabb forrponú termék maradt vissza, amelynek további vizsgálatával nem foglalkoztam. Az aldehyd mihamar megdermed; a terméket aztán agyagtányéron szárítjuk ki és ligroin meg petroleumæther keverékéből kristályosítjuk át. Olvadáspontja 60 - 61 C°.

21·570 mg anyag adott: 46·900 mg CO<sub>2</sub>-t és 11·030 mg H<sub>2</sub>O-t.

A C<sub>9</sub>H<sub>10</sub>O<sub>4</sub> képlet alapján a számított értékek: C=59·33 %, H=5·49 %:

Kísérletileg talált értékek: C=59·20 %, H=5·67 %.

Az iridinaldehyd könnyen oldódik alkoholban, benzolban és jégecetben. Meleg ligroinban a vegyület könnyen oldódik, ellenben nehezen meleg petroleumætherben.

Az aldehyd közelebbi jellemzése céljából még a semicarbazonját és p. nitrophenylhydrazonját is előállítottam.

1 gr iridinaldehydet feloldunk 30 cm<sup>3</sup> alkoholban, 1 gr semicarbazidchlorhydrátból, meg 1·2 gr natriumacetatból és kevés vízből készített oldattal elegyítjük. Három óra hosszat visszafolyó hűtőcsöves lombikban vízfürdön hevitjük, majd sok víz hozzáadagolása által a reakcióelegyből a semicarbazont leválasztjuk. A vegyületet meleg vízből kristályosítjuk át. Szintelen tükben válik ki, amelyek 211—212 C°on olvadnak.

6·446 mg anyag adott: 1·035 cm<sup>3</sup> nitrogént (17 C°, 723 mm).

A C<sub>15</sub>H<sub>15</sub>O<sub>4</sub>N<sub>3</sub> képlet alapján a számított érték: N=17·57 %.

Kísérletileg talált érték: N=17·70 %.

A vegyület könnyen oldódik alkoholban és jégecetben. Meleg benzolban a vegyület csak nehezen oldódik.

1. gr aldehydet feloldunk 20 cm<sup>3</sup> 50%-os ecetsavban és 1 gr p. nitrophenylhydrazin ecetsavas (20 cm<sup>3</sup> 50 %-os) oldatát elegyítjük hozzá. Rövid hevítés után a hydrazon kiválik és további tisztítása céljából 50 %-os ecetsavból kristályosítjuk át. Olvadáspontja 212—213 C°.

7·440 mg anyag adott: 0·91 cm<sup>3</sup> (17 C°, 723 mm) nitrogént.

A C<sub>15</sub>H<sub>15</sub>O<sub>5</sub>N<sub>3</sub> képlet alapján a számított érték: N=13·25 %.

Kísérletileg talált érték: N=13·41 %.

A nitrophenylhydrazon könnyen oldódik alkoholban és jégecetben, nehezen ellenben meleg benzolban. A vegyület oldhatatlan ligroinben.

### 3-Acetoxy 4, 5-dimethoxy (α)-benzoyl-iminofahéjsavanhydrid.

6·7 gr. iridinaldehydet 3·5 vizmentes, porított natriumacetattal, 9·8 hippursavval és 16 cm<sup>3</sup> ecetsavanhidriddel két óra hosszat a vízfürdön hevitünk. Egynapi állás után a kiváltott azlactont leszűrjük, vízzel kimossuk és meleg alkoholból átkristályosítjuk. Termelés 5·2 gr.

5·640 mg anyag adott: 0·21 cm<sup>3</sup> nitrogént (16 C°, 716 mm).

A  $C_{20}H_{17}O_6N$  képlet alapján a számított érték:  $N=3.81\%$ .  
Kísérletileg talált érték:  $N=4.06\%$ .

Az azlacton sárga tűkben kristályosodik, amelyek 140—141 C°-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik alkoholban, benzolban és jégecetben, ellenben oldhatatlan ligroinban.

### 3. Oxy 4, 5-dimethoxy 1-phenylecetsav.

(Iridinsav.)

4.8 gr azlactont 50 cm<sup>3</sup> 10 %-os natronlúggal visszafolyó hűtőcsöves lombikban hidrogénáramban 5 óra hosszat hevítünk. Ezután a reakcióelegyet jeges vízzel 0 C°-ra lehütjük, 20 cm<sup>3</sup> jégcettel elegyítjük és 15 cm<sup>3</sup> 10 %-os hidrogénsuperoxidoldatot adunk hozzá. A reakcióelegyet éjjelen át állni hagyjuk, higitott kénsavat adunk hozzá és a benzoésav eltávolítására két óra hosszat vízgőzzel desztilláljuk. A kihűlt oldatot a kevés gyantaszzerű anyag eltávolítására megszűrjük és ætherrel kivonjuk. Az ætheres oldatot vízmentes natriumsulfattal szárítjuk, az oldószert elpárologtatjuk és a visszamaradó terméket benzol és petroleumæther keverékéből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel szintelenítjük. Ezután a terméket még egyszer benzolból kristályosítjuk át. Végül teljesen tiszta állapotban nyerjük a savat, ha körülbelül ezerszeres mennyiségű forró ligroinból átkristályosítjuk. Termelés 1 gr. Olv. p. 118 C°.

20.560 mg anyag adott: 42.710 mg CO<sub>2</sub>-t és 10.410 mg H<sub>2</sub>O-t.

A  $C_{10}H_{12}O_5$  képlet alapján a számított értékek:  $C=56.60\%$ ,  
 $H=5.66\%$ .

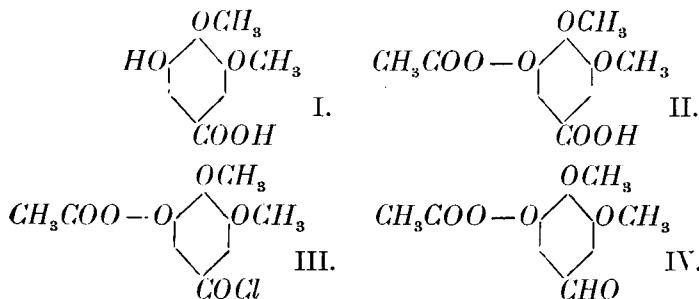
Kísérletileg talált értékek:  $C=56.61\%$ ,  $H=5.62\%$ .

A szintétikus iridinsav összes tulajdonságaiban azonosnak bizonyult a TIEMANN és DE LA LAIRE által az ibolyagyökérből elkülönített termékkel.

## DIE SYNTHESE DER IRIDINSÄURE.

Von F. MAUTHNER.

Aus der Veilchenwurzel (*Iris florentina*) haben F. TIEMANN und G. DE LAIRE<sup>1</sup> ein Iridin genanntes Glykosid isoliert, welche Substanz bei der Hydrolyse in d-Glucose, Iretol und Iridinsäure zerfällt. Während die beiden ersten Spaltprodukte bereits synthetisch dargestellt worden sind, fehlt es bisher an einer Synthese der Iridinsäure. Nach den Untersuchungen von TIEMANN und DE LAIRE ist die Iridinsäure eine Dimethylhomogallussäure. Frühere Arbeiten von mir über die Synthese der Trimethylhomogallussäure<sup>2</sup> führten mich jetzt auch zur Synthese der Iridinsäure. Als Ausgangskörper wählte ich die 4, 5-Dimethylgallussäure (I.), für welche Verbindung zunächst eine bequeme Darstellungsweise ausgearbeitet wurde. Beim Schütteln der alkalischen Lösung dieser Säure mit Chlorkohlensauresmethyl geht die Substanz in die 3-Carbomethoxy 4, 5-Dimethylgallussäure (II.) über. Durch

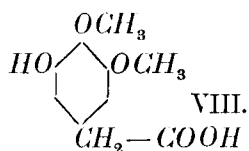
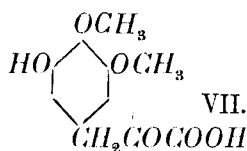
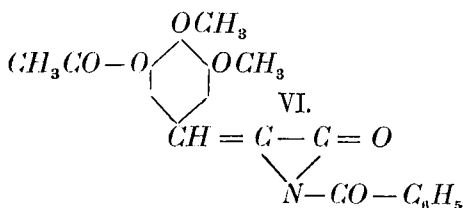
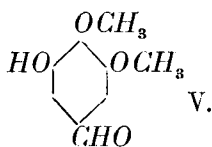


Einwirkung von Phosphorpentachlorid wird die letzte Verbindung in das Chlorid der 3-Carbomethoxy 4, 5-Dimethylgallussäure übergeführt. Bei der katalytischen Reduktion im Wasser-

<sup>1</sup> TIEMANN und DE LAIRE. Ber. 26, 2019 (1893).

<sup>2</sup> F. MAUTHNER. Ber. 41, 3662 (1908).

stoffstrome nach dem Verfahren von ROSENMUND geht das Chlorid in den 3-Carbomethoxy 4, 5-dimethoxy-1-benzaldehyd (IV.) über. Die Carbomethoxygruppe lässt sich im Wasserstoffstrome durch Natronlauge abspalten und man erhält so den 3-Oxy 4, 6-di-



methoxy-1-benzaldehyd (V.), für welche Verbindung ich den zweckmässigen Namen Iridinaldehyd vorschlage. Den weiteren Aufbau der Iridinsäure führte ich nach meiner Methode<sup>1</sup> aus. Zu diesem Zwecke kondensierte ich den Iridinaldehyd mit Hyppursäure zum 3-Acetoxy 4, 5-dimethoxy ( $\alpha$ )-benzoyl-iminozimmtsäure-anhydrid (VI.) Letztere Verbindung geht bei der hydrolytischen Spaltung im Wasserstoffstrome mit verdünntem Alkali in die 3-Oxy-4, 5-dimethoxy-phenyl-brenztraubensäure (VII.) über. Lässt man die essigsäure Lösung der Ketosäure bei gewöhnlicher Temperatur mit Wasserstoffsperoxyd stehen, so geht die Substanz unter Kohlensäureabspaltung in 3-Oxy 4, 5-dimethoxy-1-phenylessigsäure (VIII.) über, welche Verbindung in allen Eigenschaften sich identisch erwies mit der Iridinsäure. Durch diese Synthese ist hiemit die Konstitution der Iridinsäure von TIEMANN und DE LAIRE als 3-Oxy 4, 5-dimethoxy-1-phenylessigsäure erwiesen.

<sup>1</sup> MAUTNER. Annalen der Chemie 370, 369 (1909).

# A MAGYARORSZÁGI CERUSSZITEK KRISTÁLYTANI MONOGRAFIÁJA.

Kivonat.

TOKODY LÁSZLÓ-tól.

A magyarországi ólomércelések másodlagos ásványai között igen elterjedt a cerusszit. Előfordulása 31 bányahelyről ismeretes. Az esetek legnagyobb részében szép kristályokban található, néhol pedig vaskosan mint ólomföld lép fel.

A magyarországi kristályos cerussziteken 49 formát sikerült megállapítanom, melyek között 3 véglap, 23 elsőfajta, 5 másodkfajta, 6 harmadkfajta prizma és 12 bipiramis szerepel.

A formák a következők:

$a \{100\}$	$n \{051\}$	$e \{101\}$
$b \{010\}$	$*\mathfrak{N} \{0 \cdot 14 \cdot 3\}$	$\pi \{302\}$
$c \{001\}$	$z \{041\}$	$l \{201\}$
$m \{110\}$	$C \{072\}$	$g \{113\}$
$*Q \{230\}$	$v \{031\}$	$o \{112\}$
$V \{350\}$	$R \{052\}$	$p \{111\}$
$F \{380\}$	$i \{021\}$	$\tau \{221\}$
$\chi \{120\}$	$*\mathfrak{M} \{094\}$	$\varphi \{131\}$
$r \{130\}$	$B \{095\}$	$s \{121\}$
$h \{0 \cdot 14 \cdot 1\}$	$S \{032\}$	$\beta \{133\}$
$g \{0 \cdot 10 \cdot 1\}$	$k \{011\}$	$a \{122\}$
$n \{091\}$	$q \{023\}$	$w \{211\}$
$\xi \{081\}$	$x \{012\}$	$\Delta \{311\}$
$u \{071\}$	$P \{025\}$	$\mu \{324\}$
$M \{0 \cdot 13 \cdot 2\}$	$\gamma \{013\}$	$x \{351\}$
$t \{061\}$	$y \{102\}$	
$D \{0 \cdot 11 \cdot 2\}'$	$A \{304\}$	



A felsorolt formák között a csillaggal (\*) jelöltek a cerusszitre általában újak.

A magyarországi cerusszitkristályok rendszerint okkeres limoniton vagy galeniten, néha kvarcos alapon fordulnak elő. A társásványok: galenit, szfalerit, pirit, kvarc; ritkábban piromorfít, malachit, elvéve chrysokolla, wulfenit, kalcit és egy esetben johnstonit (Új-Sika) és krokoit (Rézbánya).

Szín tekintetében leggyakrabban a víztiszta, átlátszó kristályok figyelhetők meg, igen elterjedtek a sárgásfehér vagy fehérszínűek. Sárgásbarna, székfűbarna kristályok csak bizonyos lelőhelyeken találhatóak (Dognácska, Rézbánya, Ó-Radna, Borsabánya, Pelsőc-Ardó, Pila). Ritkábbak a feketésbarna vagy egészen feketeszínű cerusszitek, melyek Dognácska, Tarkaica, Ó-Radna, Pelsőc-Ardó és Vaskő teléreiről ismeretesek. Zöldszínű kristályokat Rézbánya, Vaskő és Bocskó lelőhelyekről figyelhetni meg.

A magyarországi cerusszitek általában véve gyémántfényűek.

A véglapok közül mindig a  $b\{010\}$  dominál, az  $a\{100\}$  alárendeltebb, a  $c\{001\}$  ritka. A ruszkaibányai cerusszitek egyik típusánál a véglapok egyensúlyban alakultak ki. Dognácska, Ruszkaibánya, Rézbánya és Pelsőc-Ardó cerusszítjainak egyes típusainál a  $c\{001\}$  szerint táblás kifejlődésű kristályokat figyelhetünk meg.

Az elsőfajta prizmák zónáját az  $i\{021\}$  lapjai dominálják. Gyakori, hogy a  $k\{011\}$  jut erősebb fejlettségre az  $i\{021\}$ -gyel szemben, de ekkor az  $x\{012\}$  is mindig fellép. Gyakran fejlődik ki az  $i\{021\}$  és  $x\{012\}$  egyensúlyban, ebben az esetben azonban a  $k\{011\}$  nem szerepel. Az elsőfajta prizmák többi formája keskeny lapokkal jelent meg. Az  $[100]$  öv lapjai legtöbbször a zónatengellyel párhuzamosan finoman vagy erősebben rostozottak.

A másodfajta prizmák közül csak az  $y\{102\}$  gyakori. Az  $A\{304\}$ ,  $\pi\{302\}$  csak Rézbányáról, az  $l\{201\}$  Rézbányáról és Telekesről ismeretes, az  $e\{101\}$  a rézbányai és kis-almási cerusszitekben lép fel.

A harmadfajta prizmák sorában leggyakoribb az  $m\{110\}$ , amely az összes magyarországi lelőhelyek cerusszitkristályain kimutatható volt. Gyakori az  $r\{130\}$ . Az  $m\{110\}$  lapjai tükörfényesek, az  $r\{130\}$  gyakran függőlegesen rostozott. Az  $m\{110\}$

mindig jobban fejlett, mint az  $r\{130\}$ . A többi harmadikfajta prizma alárendelt lapokkal jelent meg;  $F\{350\}$  és  $Q\{230\}$  Ruzskabányáról,  $V\{350\}$  Rézbányáról és  $\chi\{120\}$  Telekesről ismeretes.

A bipiramisok közül a  $p\{111\}$  csak Botes- és Gyertyánligetről nincs kimutatva, az összes más lelőhelyeken szerepel és pedig igen gyakran tükörfényes, nagy lapokkal. Az  $o\{113\}$  Dognácska, Szászkabánya, Ruzskabánya, Tarkaica és Telekes, a  $g\{112\}$  Rézbánya, Szászkabánya és Telekes kristályain szerepelt. A  $w\{211\}$  Rézbányán kívül Dognácskáról és Telekesről ismeretes. A  $\tau\{221\}$  Kis-Muncsel és Pila cerusszitjein fordul elő. A  $x\{351\}$  a telekesi kristályokon figyeltetett meg. Bipiramisok legnagyobb számmal a rézbányai kristályokon léptek fel.

A formák gyakoriságának vizsgálatakor P. NIGGLI<sup>1</sup> két értéket állapít meg és pedig 1. a kombinatorius perzisztencia és 2. a lelőhely perzisztencia százalékban kifejezett értékét.

A kombinatorius perzisztencia értéke megadja, hogy valamely kristályforma 100 kombinációban hányszor szerepel (a következőkben  $F$ -vel jelölve).

A lelőhely perzisztencia arról nyújt felvilágosítást, hogy valamely kristályforma 100 előfordulás közül hányszor lép fel (a továbbiakban  $F$ -fel jelölve).

A fenti értékek kiszámítása módot nyújt arra, hogy megállapíthassuk valamely ásvány összes kristályalakjai közül azokat, melyek gyakran, kevésbé gyakran vagy csak ritkán szerepelnek az illető ásvány kombinációiban; meghatározhatjuk az illető ásvány általános alakját, alapformáját, melyből a kevésbé gyakran szereplő formák hozzájárulásával az összetettebb kombinációk levezethetők; alkalmunk nyílik az egyes övek különböző fejlettségéről fogalmat alkotni; felvilágosítást nyerünk az egyes lelőhelyeken szereplő formák gyakoriságáról, a szóbanforgó lelőhely kombinációjáról stb.

Mindezek az adatok nagy mértékben elősegítik valamely ásvány morfológiai vizsgálatát, azonban a további kutatások végcélja feltétlenül az kell hogy legyen: *megállapítani, hogy bizonyos lelőhelyen milyen körülmények közreműködése ered-*

<sup>1</sup> P. NIGGLI: Kristallisation und Morphologie des rhombischen Schwefels. Zeitschr. f. Krist. 1923. LVIII. p. 490—521.

ményezte valamely ásvány ama kombinációit és típusait, melyek e lelőhely kristályait jellemzik, és keresni a kapcsolatot más lelőhelyek egyező vagy hasonló megjelenésű kristályai között.

Az alábbi összeállításban közlöm a magyarországi cerusszitek *P* értékeit.

	Megfigyelések száma	<i>P</i> %		Megfigyelések száma	<i>P</i> %
<i>m</i> {110}	195	94·2	<i>n</i> {051}	16	7·7
<i>p</i> {111}	192	92·7	<i>φ</i> {131}	9	7·3
<i>b</i> {010}	185	89·3	<i>s</i> {121}	7	3·3
<i>i</i> {021}	156	75·3	<i>t</i> {061}	7	3·3
<i>x</i> {012}	128	61·8	<i>u</i> {071}	5	2·4
<i>r</i> {130}	106	51·2	<i>q</i> {023}	5	2·4
<i>a</i> {100}	99	47·8	<i>l</i> {201}	5	2·4
<i>k</i> {011}	81	39·1	<i>e</i> {101}	4	1·9
<i>y</i> {102}	56	27·1	<i>w</i> {211}	4	1·9
<i>c</i> {001}	45	21·7	<i>ξ</i> {081}	3	1·4
<i>v</i> {031}	27	13·0	<i>D</i> {0·11·2}	2	0·8
<i>o</i> {112}	24	11·5	<i>τ</i> {221}	2	0·8
<i>g</i> {113}	20	8·6	<i>β</i> {133}	2	0·8
<i>z</i> {041}	17	8·2	<i>α</i> {122}	2	0·8

A többi forma csak egy alkalommal állapítottatott meg, *P* értékük 0·4%, ezek:

<i>χ</i> {120}	<i>B</i> {095}
<i>V</i> {350}	<i>ℳ</i> {094}
<i>Ω</i> {230}	<i>S</i> {032}
<i>F</i> {380}	<i>P</i> {025}
<i>h</i> {0·14·1}	<i>γ</i> {013}
<i>g</i> {0·10·1}	<i>A</i> {304}
<i>n</i> {091}	<i>π</i> {302}
<i>M</i> {0·13·2}	<i>Δ</i> {311}
<i>ℛ</i> {0·14·3}	<i>μ</i> {324}
<i>C</i> {072}	<i>x</i> {351}
<i>R</i> {052}	

A fenti értékekből kitűnik, hogy a magyarországi cerussziteknél a következő formák szerepelnek mint

*főformák:*  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$ ,  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ;

*gyakori formák:*  $x\{012\}$ ,  $r\{130\}$ ,  $a\{100\}$ ,  $k\{011\}$ ,  $y\{102\}$ ,  $c\{001\}$ ;

*kevésbé gyakori formák:*  $v\{031\}$ ,  $o\{112\}$ ,  $g\{113\}$ ,  $z\{041\}$ ,  $n\{051\}$ ,  $\varphi\{131\}$ ;

*ritka formák:*  $s\{121\}$ ,  $t\{061\}$ ,  $u\{071\}$ ,  $q\{023\}$ ,  $D\{0\cdot11\cdot2\}$ ,  $l\{201\}$ ;

*igen ritka formák:*  $e$   $w$   $\xi$   $\tau$   $\beta$   $a$   $x$   $V$   $\Omega$   $F$   $h$   $g$   $n$   $M$   $\aleph$   $CRB$   $\aleph$   $SP\gamma$   $A$   $\pi$   $\Delta\mu x$ .

A magyarországi cerusszitek 49 formája közül tehát mindössze 10 olyat ismerünk, melynek  $P$  értéke a 20%-ot meghaladja és ezek között is csak négy olyan szerepel, melynek kombinatorius perzisztenciája 70%-on felül van.

A  $P$  értékek alapján a magyarországi cerusszitek általános alakja tehát egy olyan kombináció, melyben az  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$ ,  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $x\{012\}$ ,  $r\{130\}$ , ( $a$ ,  $k$ ,  $y$ ,  $c$ ) formák vesznek részt.

Lelőhely perzisztencia ( $F$  érték) szempontjából a formák megoszlását az alábbi összeállítás mutatja:

	Megfigyelések száma	$F$ %		Megfigyelések száma	$F$ %
$b\{010\}$	22	100	$n\{051\}$	4	18.1
$m\{110\}$	22	100	$o\{112\}$	4	18.1
$i\{021\}$	21	95.4	$q\{023\}$	3	13.6
$p\{111\}$	20	90.9	$g\{113\}$	3	13.6
$r\{130\}$	18	81.8	$w\{211\}$	3	13.6
$a\{100\}$	17	77.2	$\xi\{081\}$	2	9.0
$x\{012\}$	16	72.7	$D\{0\cdot11\cdot2\}$	2	9.0
$k\{011\}$	13	59.0	$e\{101\}$	2	9.0
$c\{001\}$	10	45.4	$l\{201\}$	2	9.0
$v\{031\}$	9	40.9	$\tau\{221\}$	2	9.0
$y\{102\}$	8	36.3	$\varphi\{131\}$	2	9.0
$z\{041\}$	6	27.2	$s\{121\}$	2	9.0

A következő formák lelőhelyenként egyszer figyeltettek meg,  $F = 4.5\%$ , ezek a következők:

$Z \{120\}$	$\mathfrak{N} \{094\}$
$F \{380\}$	$B \{095\}$
$\mathcal{Q} \{230\}$	$S \{032\}$
$V \{350\}$	$P \{025\}$
$h \{0.14.1\}$	$\gamma \{013\}$
$g \{0.10.1\}$	$A \{304\}$
$u \{091\}$	$\pi \{302\}$
$u \{071\}$	$\beta \{133\}$
$M \{0.13.1\}$	$\alpha \{122\}$
$t \{061\}$	$\Delta \{311\}$
$\mathfrak{M} \{0.14.3\}$	$\mu \{324\}$
$C \{072\}$	$x \{351\}$
$R \{052\}$	

Az  $F$  érték mindössze 7 olyan formát tüntet fel, melyek a 70%-ot meghaladják és csak négy olyat, melynél  $F$  90%-on felül van. Öt forma lelőhely perzisztenciája 20% feletti. 37 forma csak 1—18%-os  $F$  értéket mutat, ezek között is 25 formának lelőhely perzisztenciája csak 4.5%-ot ér el.

*Szembetűnő a magyarországi cerusszitek  $P$  és  $F$  értékei alapján a főformáknak meghatározott kristályformák egyezése. A  $P$  érték alapján az  $m \{100\}$ ,  $p \{111\}$ ,  $b \{010\}$ ,  $i \{021\}$ ,  $x \{012\}$ ,  $r \{130\}$ ,  $(a, k, y, c)$  formák állapíthatók meg főformák gyanánt, az  $F$  érték ugyancsak a  $b \{010\}$ ,  $m \{110\}$ ,  $i \{021\}$ ,  $p \{111\}$ ,  $r \{130\}$ ,  $a \{100\}$ ,  $x \{012\}$ ,  $(k, c, v, y, z)$  formák gyakoriságának felismerésére vezetett.*

A magyarországi cerussziteken megállapított 49 kristályalak a következő övekbe illeszkedik:

[100] öv. Általában és a magyarországi cerussziteken is a legtökéletesebben fejlett zóna. Ebbe az övbe tartozik a magyar cerussziteken megfigyelt formák 51%-a ( $b \{010\}$ - és  $c \{001\}$ -t is beleszámítva).

Az 1. ábrán e zónára vonatkozóan feltüntettem a kombinatorius és a lelőhely perzisztenciát grafikusan.

Az abszcissa ábrázolja az [100] öv lapjait  $b\{010\}$ -tól  $c\{001\}$ -ig,  $b\{010\}$ -tól számított hajlásszögekkel. Az ordináta a százalékos értékeket mutatja. Az üres körök jelzik az illető formák  $P$  értékeit, míg a kitöltött körök ugyanazoknak a formáknak  $F$  értékeit ábrázolják.

Figyelemre méltó a  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $k\{011\}$ ,  $x\{012\}$ ,  $(c\{001\})$  formák magas értéke. Ugyanez öv  $P$  diagrammjában ugyancsak ezek a formák érnek el magas értéket.

Áttekintve a magyar cerusszitek kombinációit az [100] övre vonatkozólag mindig azt tapasztaljuk, hogy ha az  $i\{021\}$  nem az  $x\{012\}$  és  $k\{011\}$  formákkal lép fel, hanem ez öv más formáival, akkor  $i\{021\}$  erős fejlettségű, az [100] övet dominálja. Ha  $i\{021\}$  az  $x\{012\}$ -vel együtt szerepel, akkor a legtöbb esetben egyensúlyban alakulnak ki.  $i\{021\}$  és  $x\{012\}$  a cerusszitra egyensúlyi formák. Gyakori, hogy  $i\{021\}$  és  $x\{012\}$  között a  $k\{011\}$  is megjelenik, ekkor is az  $i\{021\}$  legtöbbször nagyobb lapokkal figyelhető meg, mint a másik két forma.

Érdekes e formák térbeli elrendeződése, amely a diagrammból is kitűnik, továbbá az alábbi szögadatokból is látható.

$$b : i = 34^\circ 39' 58''$$

$$i : x = 35^\circ 27' 32''$$

$$b : n = 15^\circ 27' 46''$$

$$n : i = 19^\circ 12' 12''$$

$$i : k = 19^\circ 28' 01''$$

$$k : x = 15^\circ 59' 31''$$

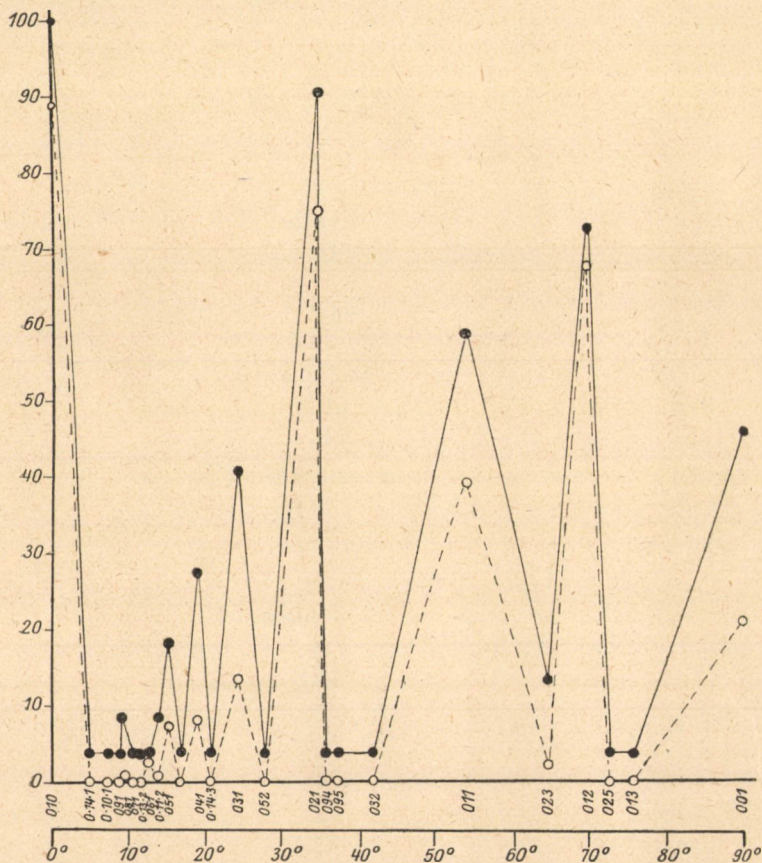
$$x : c = 19^\circ 52' 30''$$

Feltűnő továbbá a formák szaporasága a  $b\{010\}$  közelében és fokozatos ritkulása  $c\{001\}$  felé.

Az [100] öv többi formájának úgy az  $F$ , mint a  $P$  értékei és térbeli fejlettségük alárendelt.

[001] öv. Ebből az övből magas  $F$  értékeket tüntetnek fel a

$b\{010\}$  és  $m\{110\}$  formák (100%), figyelemre méltók az  $r\{130\}$  81·8% és a  $\{100\}$  77·2%-kal. A  $Pm\{110\}$ -ra 94·2%,  $b\{010\}$ -ra 89·3%,  $r\{130\}$ -ra 51·2% és  $a\{100\}$ -ra 47·8%. A  $\chi\{120\}$ ,  $F\{380\}$ ,  $Q\{230\}$  és  $V\{350\}$  csekélyebb jelentőségűek.



1. ábra.

A  $[001]$  övben is a térbeli elrendeződés egyenlő méretű volta szembetűnő, ugyanis:

$$a : m = 31^{\circ} 22' 55''$$

$$m : r = 29^{\circ} 57' 45''$$

$$r : b = 28^{\circ} 39' 20''$$

[010] *öv*. Az előbbiekkal szemben kevésbé fejlett. Jellemző rája az  $y\{102\}$  forma  $P=27.1\%$  és  $F=36.3\%$  értékkel. Az ebbe a zónába tartozó más indexű formák csak bizonyos lelőhelyeken mutatkoznak s nem gyakoriak.

[1 $\bar{1}$ 0] *öv*. Ebben az övben az  $m\{110\}$  és  $p\{111\}$  formák jellegzetesek. Értékeik

	$P$	$F$
$m\{110\}$	94.2%	100. %
$p\{111\}$	92.7	90.9 .

Gyakran lép fel e két forma egyensúlyban. E zóna többi formájának *ogr*  $P$  és  $F$  értéke, valamint kifejlődése alárendelt. Figyelemre méltók még a következő övek.

[ $\bar{2}$ 01] *öv*  $y o a b$  formákat foglalja magába.

[ $\bar{4}$ 03] *övben* az  $A \mu b$  szerepelnek.

[ $\bar{1}$ 01] *öv*  $e p s \varphi b$  formákat tartalmazza.

[ $\bar{1}$ 02] *övben*  $l w \tau b$  formák állapíthatók meg.

[ $\bar{1}$ 03] *öv* a  $\Delta x b$  formák zónája.

[02 $\bar{1}$ ] *övben* az  $a \mu o x$  formák fordulnak elő.

[01 $\bar{1}$ ] *övben* az  $a \Delta w p a \beta k$  figyelhetők meg.

[01 $\bar{2}$ ] *övben* az  $a \tau s i$  formák találhatók.

[01 $\bar{3}$ ] *öv* az  $a \varphi v$  formák öve.

[11 $\bar{2}$ ] *övben* az  $m \Delta l p i \varphi$  lépnek fel.

[3 $\bar{1}$ 2] *övben*  $r i \beta o p$  formák jelennek meg.

[2 $\bar{1}$ 1] *övben*  $\chi p \mu y k \varphi$  formák mutathatók ki.

A fenti zónák lapgazdagsága az alábbi adatokból tűnik ki.

[100]	<i>öv</i>	tartalmaz	25	formát
[001]	"	"	8	"
[010]	"	"	7	"
[1 $\bar{1}$ 0]	"	"	7	"
[01 $\bar{1}$ ]	"	"	7	"
[11 $\bar{2}$ ]	"	"	6	"
[2 $\bar{1}$ 1]	"	"	6	"
[ $\bar{1}$ 01]	"	"	5	"
[01 $\bar{1}$ ]	"	"	4	"
[02 $\bar{1}$ ]	"	"	4	"



[201]	öv	tartalmaz	4	formát
[102]	"	"	4	"
[013]	"	"	3	"
[103]	"	"	3	"
[403]	"	"	3	"

Miként látható, a magyarországi cerusszit-főzóna az [100], mellékszónák: [001], [010], [110], [011], [112], [312], [211].

Az  $F$  és  $P$  értékek szerint a magyar cerussziteken az  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$ ,  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $x\{012\}$ ,  $r\{130\}$ ,  $(a, k, v, z, y, c)$  formák kombinációja adja a legegyszerűbb típust. Ez a 12 forma négy övhöz tartozik, és pedig:

[100]	$b\{010\}$	$i\{021\}$	$x\{012\}$	$k\{011\}$	$c\{001\}$	$v\{031\}$	$z\{041\}$
	$F$	100·0	95·4	72·7	59·0	45·4	40·9
	$P$	89·3	75·3	61·8	39·1	21·7	13·0

[110]

	$m\{110\}$	$p\{111\}$
$F$	100·0	90·9
$P$	94·2	92·7

[001]

	$r\{130\}$	$a\{100\}$
$F$	81·8	77·2
$P$	51·2	47·8

[010]

	$y\{102\}$
$F$	36·3 %
$P$	27·1 %

Ez a 12 formából álló, leggyakrabban szereplő típus egy négy formából alakult kombinációra vezethető vissza, melynél  $b\{010\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$ ,  $i\{021\}$  formák szerepelnek. Ebből az alaptípusból vezethető le a többi összes kombináció két zónának, még pedig főleg az [100]-nak és alárendeltebben a [001] övnek erőteljesebb kifejlődése révén; figyelemreméltó e két övön kívül az [110] is. A többi öv kisebb jelentőségű.

A magyarországi cerusszitek legegyszerűbb kombinációja két, a legösszetettebb 26 formából alakult. A kombinációkban szereplő formák számát a következő táblázat mutatja:

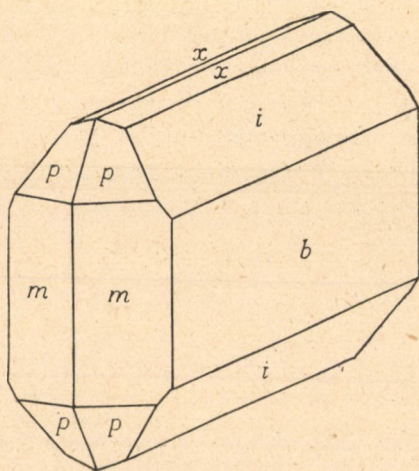
Kombináció	2 formából:	2
"	3	" 3
"	4	" 30
"	5	" 61
"	7	" 21
"	8	" 15
"	9	" 14
"	10	" 4
"	11	" 10
"	12	" 5
"	13	" 3
"	14	" 2
"	15	" 2
"	16	" 4
"	17	" 1
"	18	" 2
"	26	" 1.

Leggyakoribbak tehát az öt, és pedig a  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $x\{012\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$  formákból álló kombinációk. Gyakoriak a  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$  formák kombinációi, továbbá a  $b i k x m p$  és  $b i k x m r p$  formák kombinációi, melyeknél a felsoroltak közül egyes formák helyére  $a\{100\}$  vagy  $y\{102\}$  lép vagy egy további fokon mind a kettő. A 10-nél több alakból álló kombinációk száma ritka és e kristályok főleg Rézbányára jellemzőek.

Típus tekintetében leggyakrabban szerepelnek az  $a$  tengely szerint megnyúlt és a  $b\{010\}$  szerint többé-kevésbé táblás kristályok. A  $c$  tengely szerint megnyúlt kristályok többnyire  $b\{010\}$  szerint táblások is és rendszerint többszörösen összetett ikrek. Kevésbé gyakoriak a  $c\{001\}$  és az  $a\{100\}$  szerint táblás kifejlesztésű cerusszitek (Dognácska, Rézbánya, Ruszkaánya, Pelsőc-Ardó). Ritkák a  $c$  tengely irányában oszlopszerűen kialakult kristályok (Dognácska, Rézbánya) és igen ritkák azok, melyeknél a három véglap dominálólág fejlődött ki (Szászkabánya, Ruszkaánya).

A cerusszit két ikertörvény szerint alkot ikreket, ikerlap az

$m\{110\}$  vagy a  $r\{130\}$  egyik lapja. Mindkét ikertörvény szerint alakult ikerkristályok ismeretesek a magyarországi lelőhelyekről. Az  $m\{110\}$  szerint alakult cerusszitikreknél lehetséges, hogy az ikerlap az  $m\{110\}$  egyik lapja és az összenövési sík maga az ikerlap vagy az ikerlap  $m\{110\}$  egyik lapja, az összenövési sík pedig erre merőleges. Előfordulnak kettes vagy hármas ikrek, igen ritkán többszörös ikrek (Ó-Radna). A két egyénből álló



2. ábra.

ikrek rendszerint az  $a$  tengely szerint megnyúlt kristályokból alakulnak, a hármas ikreket kivétel nélkül a  $b\{010\}$  szerint táblás és  $c$  szerint megnyúlt egyének szolgáltatják. A magyarországi előfordulások cerusszitkristályain majdnem kivétel nélkül mindig megfigyelhetők  $m\{110\}$  szerint képződött ikrek, melyek juxtapozíciósak vagy penetrációsak.

Az  $r\{130\}$  szerinti ikerkristályok ritkák, mindössze három lelőhelyről: Rézbánya, Telekes és Ruszkabányáról ismeretesek. Rézbányáról SCHRAUF, Telekesről SCHMIDT írt le  $r\{130\}$  szerinti ikreket, Ruszkabányáról pedig TOKODY figyelt meg ilyeneket. Mindhárom előforduláson ez ikrek két egyénből alakult juxtapozíciós ikrek.

A fentebbiek alapján a magyarországi cerusszitek általános típusa  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $p\{111\}$ , illetőleg  $b\{010\}$ ,  $i\{021\}$ ,

$x\{012\}$ ,  $m\{110\}$ ,  $r\{130\}$ ,  $p\{111\}$  formákból álló,  $a$  tengely szerint megnyúlt és  $m\{110\}$  szerinti ikerkristály. Ez általános típus egyszerű kristályát a 2. ábra mutatja.

Magyarországi cerusszitek a következő lelőhelyekről ismertek: Dubrava, Jaszena, Szent-András, Tót-Lipcse, \*Pojnik, \*Jaraba, \*Misztbánya, \*Zsarnóca, \*Selmebánya, Ochtina, Telekes, \*Pelsőc-Ardó, \*Bocskó, \*Borsabánya, \*Ó-Radna, Gyertyánliget, Tarkaica, \*Új-Sinka, Rézbánya, \*Brusztur, Offenbánya, Zalatna, Kis-Almás, \*Botes, \*Nagyág, Kis-Muncsel, \*Ruszkabánya, \*Vaskő, \*Dognácska, \*Szászkabánya, Új-Moldova, melyek közül a \*gal jelölt 17 cerusszit-előfordulás vizsgálata saját megfigyeléseimen alapul; a Telekes, Tarkaica, Rézbánya, Kis-Muncsel lelőhelyek cerusszitjait más szerzők részletesen feldolgozták; a többi előfordulás irodalmi adatok alapján ismeretes.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 november 23-án tartott üléséből.)

# KRISTALLOGRAPHISCHE MONOGRAPHIE DER UNGARISCHEN CERUSSITE.

Von L. TOKODY.

An den ungarischen Cerussitkristallen wurden 49 Formen bestimmt:

$a \{100\}$	$n \{051\}$	$e \{101\}$
$b \{010\}$	$* \mathfrak{R} \{0 \cdot 14 \cdot 3\}$	$\pi \{302\}$
$c \{001\}$	$z \{041\}$	$l \{201\}$
$m \{110\}$	$C \{072\}$	$g \{113\}$
$* Q \{230\}$	$v \{031\}$	$o \{112\}$
$V \{350\}$	$R \{052\}$	$p \{111\}$
$F \{380\}$	$i \{021\}$	$\tau \{221\}$
$\chi \{120\}$	$* \mathfrak{R} \{094\}$	$\varphi \{131\}$
$r \{130\}$	$B \{095\}$	$s \{121\}$
$h \{0 \cdot 14 \cdot 1\}$	$S \{032\}$	$\beta \{133\}$
$g \{0 \cdot 10 \cdot 13\}$	$k \{011\}$	$\alpha \{122\}$
$n \{091\}$	$q \{023\}$	$w \{211\}$
$\xi \{081\}$	$x \{012\}$	$\Delta \{311\}$
$u \{071\}$	$P \{025\}$	$\mu \{324\}$
$M \{0 \cdot 13 \cdot 2\}$	$\gamma \{013\}$	$x \{351\}$
$t \{061\}$	$y \{102\}$	
$D \{0 \cdot 11 \cdot 2\}$	$A \{304\}$	

Die Kristalle sind farblos, oder weiss, gelblich weiss, gelb, braun, schwarz und grün gefärbt, sie sind durchsichtig, durch-

---

\* Neue Form.

scheinend, undurchsichtig und besitzen im allgemein Diamantglanz. Die Begleitmineralien sind: Galenit, Pyrit, Quarz, Pyromorphit, Malachit, Chrysocolla, Wulfenit, Calcit, Johnstonit und Krokoit. Zwillinge nach  $m\{110\}$  sind häufig, nach  $r\{130\}$  seltener; die Zwillinge sind in Juxtaposition oder in Penetration. Drillinge und Vierlinge kommen auch vor. Die allgemeine Typen der ungarischen Cerussite sind nach der Brachiachse verlängerte Kristalle mit den Formen:  $b m i x p$ . Die Fundorte der ungarischen Cerussite sind folgende: Dubrava, Jaszena, Szent-András, Tót-Lipce, Pojnik, Jaraba, Misztbánya, Zsarnóca, Selmechánya, Ochtina, Telekes, Pelsőc-Ardó, Boeskó, Borsabánya, Ó-Radna, Gyertyánliget, Tarkaica, Új-Sinka, Rézbánya, Brusztur, Offenbánya, Zalatna, Kis-Almás, Botes, Nagyág, Kis-Muncsel, Ruzskabánya, Vaskó, Dognácska, Szászkabánya, Új-Moldova.

---

(Aus der Sitzung vom 23. November 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## BRANCHIPUSON ÉLŐ CHARACIUMOKRÓL.

FILÁRSZKY NÁNDOR 1. tagtól.

1914-ben két új *Characium*-fajt írtam le, melyet dr. HANKÓ BÉLA Poprádon egy pocsolyában gyűjtött *Branchipus stagnalis* (L.) DADAY kopoltyús lábainak sertéin figyelt meg először nagy számmal.

A *Characium* egysejtű mikroszkopikus zöld alga, különböző fajai különböző más, magasabbrendű algákon és egyéb vízinövényeken mint epiphyták élnek, de több faja kizárólagosan apró rákocskákon, tehát epizoidikusan található.

A leírt két új faj a *Characium saccatum* és a *Characium setosum*.

Elmult nyáron HANKÓ ismét gyűjtött *Branchipust* nagy számmal, ezúttal Révfülöp vidékén Kővágóörs mellett több pocsolyában és ezeknek a kis rákocskáknak kopoltyús lábait is tömegesen és sűrűn lepte el a *Characium*nak említett két faja, valamint még egy harmadik is, a *Characium limneticum* LEMMERMANN, rendkívül változatos alak- és nagyságban.

A *Characiumok* fejlődési ciklusa egészében mindeddig még ismeretlen; észleltek ugyan kis és nagy rajzókat, de ezeket némelyek ivartalan rajzóknak, zoogonidiumoknak tartották, mások gametáknak tekintették, a nélkül azonban, hogy ezeknek párosodását, a populációt és annak eredményét megfigyelték volna. Csak legújabban jelent meg SCHILLER J.-tól egy dolgozat (Beiträge zur Kenntnis des Pflanzenlebens mitteleuropäischer Gewässer I—III. in Österr. Bot. Zeitschr. LXXX. Jhg. No 1—3. Wien, 1924), melyben a *Characium limneticum*nak általa megfigyelt ivaros szaporodásáról is beszámol, de ez a megfigyelés még hiányos.

A Magyar Nemzeti Múzeum biológiai állomásán rövid tartózkodásom alatt a rendelkezésemre bocsátott élő anyag megvizsgálásakor a szerencsés véletlen egyszerre feltárt nekem

több olyan eddig ismeretlen fejlődési fázist, amelyekből e növénykék egész fejlődési ciklusának lefolyására következtetni lehet.

A *Branchipus* sertéin négyféle *Characium saccatum*-egyént figyeltem még: teljes nyugalomban lévő vegetatív egyéneket különböző nagyságban, azután egyéneket, melyeknek tartalma számos, 32 vagy kétszerannyi, 64 és több apró csupasz rajzó sejtre oszlott, vagyis egyéneket, melyek gametangiumokká alakultak, még pedig mikrogametákkal telt mikrogametangiumokká ( $\sigma$ ) és makrogametákkal telt makrogametangiumokká ( $\varphi$ ), végül olyan egyéneket, melyek csak 2—4, nagyrészt azonban 8 nagy, vékony hártáival bíró rajzót, vagyis zoogonidiumokat tartalmaztak, tehát zoogonidangiumokká alakultak át.

Déltájban eszközölt vizsgálataim alatt a gametangiumos egyének sorban kiürültek. A sok apró gömbalakú, kétszillangós gameta már az anyasejtben kezdett mind gyorsabban forgolódni, majd egyszerre eltűnt, mintegy feloldódott, az anyasejt hártájára és a kis sejtek kezdetben még egy csoportban összetömörülve hemzsegték az anyasejt kiterjedtebb helyén, majd mindinkább elszéledtek és utóbb minden irányban gyors szabad rajzásnak indultak. A zoogonidangiumos egyénekből a nagy körteképű, szintén két csillangóval ellátott zoogonidiumok az anyasejt falának hosszanti repedésén át szép egymásutánban kirajzottak.

A mikrogameták körülbelül félakkorák voltak, mint a makrogameták és a zoogonidiumok körülbelül 10-szer nagyobbak, mint a mikrogameták.

Rajzás közben a mikrogameták tömegesen körülvettek egy-egy makrogametát, vele együtt tovább rajzottak vagy egy helyen végezték gyors rajzó mozgásukat; majd egyik a mikrogameták közül mellső csillangós végével odatapadt a makrogameta mellső végéhez és most mind a kettő együttesen tovairamodott, míg a többi mikrogameta egyszerre minden irányban széjjelrebbent. A párosodási folyamatnak ezen első stádiumát követő többi stádiumát, valamint a párosodás végeredményét, a gametospóra (zygota) kialakulását, sajna, már nem sikerült megfigyelnem, de mindezen megfigyelések után bizton lehet gametospóra képzésére következtetni, valamint arra is, hogy a gametospórából bizonyára itt is úgy, mint más rokon egysejtű algáknál, a kellő nyugalmi

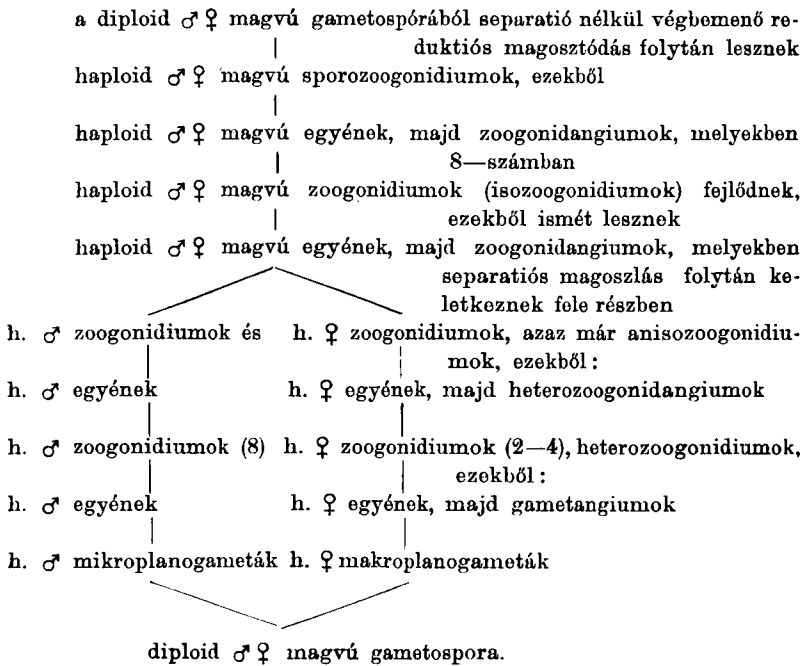


időszak eltelte után egy, valószínűleg két vagy négy zoogonidium úgynevezett sporozoogonidium fejlődik, melyekkel e növénykéek új fejlődési ciklusa veszi kezdetét, úgy, hogy ezen belül ivartalan és ivaros generációk váltakoznak egymással.

A zoogonidiumok kirajzásán kívül sikerült ezeknek megállapodását is megfigyelni; a rákocskák lábainak sertéibe beleakadva, mellső végükkel, ahol úgylátszik hártájuk is elnyálkásodik, azokra rátapadnak, majd eltűnnek a csillangóik és hamarosan gyarapodva új egyénekké fejlődnek. A zoogonidiumokból fejlődött fiatal egyéneknek egész sorát különböző nagyságban lehetett látni a rákocskák sertéin.

A négyféle egyén közül a még nyugalomban lévő vegetatív egyének minden készítményemben domináltak, de igen sok volt a zoogonidiumos egyén is, elég bőven fordultak elő mikrogametás egyének és legkevesebb volt a makrogametás egyén.

Mindezeket a megfigyeléseket szem előtt tartva és separációs magosztódási elméletemet segítségül véve, a *Characium saccatum* egész fejlődési ciklusát a következő sémával lehet elötüntetni:



Ez a fejlődési ciklus legvalószínűbbnek látszik, de van még két lehetőség.

Az egyik az, hogy az összes gametospórákban a reduktíós magosztódás separatióval és nem separatió nélkül folyik le; ez esetben a gametospórából fejlődő sporozoogonidiumok már két-félék, nevezetesen  $\sigma$  és  $\varphi$  sporozogonidiumok volnának, ezekből  $\sigma$  - illetőleg  $\varphi$  - egyének fejlődnének, melyek azonban még nem gametangiumokká, hanem  $\sigma$  - illetőleg  $\varphi$  - értékű zoogonidiumokká alakulnának, tehát  $\sigma$  - illetőleg  $\varphi$  - értékű zoogonidiumokat létesítenének és csak ezekből a heterozoogonidiumokból vagy még egy későbbi generációból állanának elő az utóbb gametangiumokká alakuló különböző értékű egyének vagyis az ivaros generáció. Ezzel a fejlődési menettel az a jelenség is jól megmagyarázható volna, hogy a mikrogametangiumok jóval nagyobb számmal találhatók, mint a makrogametangiumok.

A másik lehetőség, hogy a reduktíós osztódás némely gametospórában separatióval, más gametospórában separatio nélkül menne végbe, ami mellett ismét az ivaros és ivartalan egyének egyidejű együttes fellelése szólna. De ez a jelenség, úgy mint az előbbi is, az első, legvalószínűbbnek tartható schema keretén belül is jól magyarázható.

Ha a gametospórából csak egy sporozoogonidium fejlődnék, ez természetesen diploidmagvú volna és a belőle alakuló első egyén is  $\sigma$   $\varphi$  - értékű diploidmagvú egyén lehetne; a reduktíós magosztódás csakis ebben mehetne végbe, még pedig vagy separatióval vagy separatio nélkül, első esetben aniso-, utóbbi esetben izozoogonidiumok fejlődnének. A fejlődés további menete mindkét esetben a közölt sémából is kitetszik. Egy diploidmagvú sporozoogonidiummal kezdődő fejlődési ciklusnak tehát csak két esete volna lehetséges.

A némely Balatonmelléki *Branchipus* a *Characium sacca-*  
*tum*mal együttesen elég gyakran előforduló *Characium setosum-*  
*ból*, valamint a még gyakrabban ezekkel keverten található *Characium limneticum*ból, mely utóbbit a Poprádról származó *Branchipus*okon nem láttam, rajzósejteket nem észleltem, de a sejttartalomnak többszörös harántosztódását több példányon megfigyeltem, sőt néhány nagyobb *Characium setosum*on a sejttar-



talom hosszanti osztódását is lehetett észlelni, vagyis ezek az egyének mindkét esetben a gametakepzés bevezető stádiumában konzerváltattak.

SCHILLER említett dolgozata szerint a *Characium limneticum*ot nem *Branchipuson*, hanem másfajta apró rákocskákon, *Daphnia longispinan*, *Bosmina longirostrison* és *Diaptonus gracilis*-en találta egy más apró egysejtű zöld alga, a *Colacium vesiculosum* EHBG. társaságában. Ez az utóbbi kis növényke a mi vizeinkben is igen gyakori *Daphnia*-t gyakran teljesen ellepi és zöldre festi. HANKÓ a Balatonmelléki *Branchipus*okkal együtt ilyeneket is gyűjtött nagyobb mennyiségben és ezeknek már ismeretes szaporodási és fejlődési módját szintén sikerült végig megfigyelnem a rendelkezésemre állott élő anyagon.

---

(A M. T. Akadémia III. osztálya 1925. évi okt. hó 26-án tartott üléséből.)

## ÜBER CHARACIEN, DIE AUF BRANCHIPUS LEBEN.

Von F. FILARSZKY, k. Mitglied der Akademie.

Von zwei weit voneinander entfernten Fundorten stammende *Branchipus stagnalis*-Krebschen waren dicht mit *Characien* besetzt; das noch im Jahre 1913 bei Poprad gesammelte Material ergab zwei Arten: *Characium saccatum* und *Characium setosum*, die im Jahre 1914 als neu veröffentlicht wurden; auf den im Sommer 1. Jahres bei Kővágóórs am Balaton gesammelten Krebschen hingegen fand sich ausser diesen auch noch eine dritte Art vor: *Characium limneticum* LEMMERMANN.

Von *Characium saccatum* beobachtete Verfasser viererlei Individuen an den Fussborsten der Krebschen: in der Mehrzahl vegetative Individuen von verschiedener Grösse und Entwicklung, dann zu Zoogonidangien umwandelte Individuen, von welchen die kleineren 2--4, die grösseren 8 Zoogonidien enthielten und zu Makro- und Mikrogametangien umgebildete Individuen. Beiderlei Gametangien waren von kleinen kugelförmigen zweigeisseligen Gameten erfüllt; die Mikrogametangien enthielten 64 oder noch mehr Mikroplanogameten, die ungefähr zehnmal kleiner erschienen, als die Zoogonidien, die Makrogametangien hingegen enthielten halb so viel Makroplanogameten, die ungefähr doppelt so gross waren, als die Mikroplanogameten.

Während das Ausschwärmen der Zoogonidien zufolge eines Längsrisses in der Mutterzellenmembran in bekannter Weise vor sich ging, geschah das Freiwerden der Gameten auf ganz eigentümliche Weise: es verschwand auf einmal, fast spurlos die ganze Membran der Gametangien, so dass sämtliche Gameten jedweden Gametangiums auf einmal frei wurden.

Die birnförmigen, ebenfalls zweigeisseligen grossen Zoogonidien hefteten sich nach kürzerem oder längerem Herumschwärmen mit ihrem Vorderende an die Borsten der Krebschen fest, bürsteten hier ihre Geisseln ein und wuchsen rasch zu neuen Individuen heran; solche waren in verschiedener Grösse auch schon an den Borsten zu sehen.

Die herumschwärmenden Mikroplanogameten sammelten sich gruppenweise um je einen schwärmenden Makroplanogameten, alsbald heftete einer der Mikroplanogameten sich mit seinem Vorderende an das Vorderende des Makroplanogameten und beide schwärmten zusammen vereint von dannen, während die übrigen Mikroplanogameten sofort nach allen Richtungen auseinander stoben. Die weiteren Phasen der Copulation, wie auch die Bildung der Gametospore (Zygote) und deren weitere Entwicklung konnte nicht mehr beobachtet werden. Verfasser folgert aber, dass die Copulation auch hier wie bei anderen ähnlichen Grünalgen vor sich gehe und aus der Gametospore nach einer gewissen Ruhepause 1 oder 2—4 Sporozoogonidien entstehen, mit welchen ein neuer Entwicklungscyklus mit einer ungeschlechtlichen Generation seinen Anfang nimmt und schliesslich wieder mit einer geschlechtlichen Generation endet.

Die Theorie über Zellkern-Separationsteilung vor Augen haltend, lassen sich in dem Falle, wenn aus der Gametospore 2—4 Sporozoogonidien entstehen, drei Möglichkeiten im ganzen Entwicklungsgange aufstellen, je nachdem in allen Gametosporen die Reduktionsteilung mit oder ohne Separation erfolgt oder aber in manchen Gametosporen die Reduktionsteilung mit Separation, in andern ohne Separation vor sich geht; in jenem Falle, wo aus der Gametospore nur ein Sporogonidium entstände, gäbe es im ganzen Entwicklungsgange nur zwei Möglichkeiten, je nachdem die Reduktionsteilung in dem aus dem Sporozoogonidium entstandenen Zoogonidangium mit oder ohne Separation stattfindet. In allen Fällen lassen sich in ein und demselben Zoogonidangium entstandene gleichwertige Zoogonidien oder Isozoogonidien, in ein und demselben Zoogonidangium entstandene ungleichwertige Zoogonidien oder Anisozoogonidien und in verschiedenen Zoogonidangien entstehende ungleichwertige Zoogo-

nidien oder Heterozoogonidien unterscheiden, aus welch' letzteren schon die Gametangien hervorgehen.

An *Characium setosum* und *Characium limneticum* hat Verfasser nur erst eine Querteilung, an grösseren Individuen auch schon eine Längsteilung des Inhaltes, aber noch keinerlei Schwärmzellen beobachtet.

An mit *Branchipus* meist gemeinschaftlich vorkommenden *Daphnien* fand Verfasser eine andere einzellige Grünalge: *Colacium vesiculosum* EHBG. ebenfalls in grosser Menge und konnte auch deren schon bekannte Entwicklungs- und Fortpflanzungsweise leicht beobachten.

---

(Aus der Sitzung vom 26. Oktober 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften).

## A FA SZILÁRDSÁGÁNAK VÁLTOZÁSA, NEDVESSÉ- GÉNEK FÜGGVÉNYÉBEN.

REJTŐ SÁNDOR r. tagtól.

Ismert tény, hogy a fa nedvességtartalma, hygroskopos tulajdonságánál fogva, a levegő relatív nedvességéhez képest folyton változik: hogy ezzel nemcsak fizikai, de mechanikai tulajdonságai is megváltoznak.

A fának szerkezeti célokra való gazdaságos felhasználása azonban szükségessé teszi, hogy a nedvességnek a szilárdságra gyakorolt hatását alaposan ismerjük.

Ezt a hatást kiterjedt és költséges kísérletekkel lehet csak megállapítani, éppen azért ilyenekkel kevesen foglalkoznak. Az újabb irodalomban az osztrák JANKA<sup>1</sup> és az ausztráliai H. WARREN<sup>2</sup> kísérleteire történnek hivatkozások.

JANKA kísérletei nálunk teljes terjedelmükben ismereteseek, miért is faipari technológiám megírásakor ezeket használtam fel, míg WARREN kísérleteit, mert azok az anyagvizsgálók közleményeiben kivonatossan közöltettek s mert bővebb adatokat WARRENTől, az akkor dúlt világháború miatt nem kérhettem, nem használhattam fel. WARREN azonban 1925. évi január havában meglátogatott s ekkor megígérte, hogy kísérleteinek teljes anyagát rendelkezésemre fogja bocsátani. Küldeményét 1925. augusztus havában megkaptam, tanulmányozásához azonnal hozzáfogtam s minthogy ezzel elkészültem, szerencsém van az eredményekről beszámolni.

---

<sup>1</sup> JANKA : Mitteilungen aus dem fürstlichen Versuchswesen Österreichs.

<sup>2</sup> Prof. H. WARREN : The Strength, Elasticity, and Other Properties of New-South Wales Hardwood-Timbers. Sydney, 1911.

WARREN, az európai szokástól eltérően, nagy méretű próbatestekkel, sőt egész fatörzsekkel kísérletezett; adatai ennél fogva közel állanak az átlagértékekhez, míg JANKA adatai nagy határok között ingadoznak.

A nedvesség hatását WARREN a húzó-, nyomó-, nyíró-, csavaró- és hajlítoszilárdságra vonatkozólag állapította meg. Jelentésében megadja a próbadarabok viztartalmát ( $\omega$  %) és azok szilárdságát ( $\sigma$ ), sőt a számértékeket derékszögű koordináta rendszerbe is felvitte. Az ez utóbbi eljárással nyert görbék fel-tűnően szabályosak.

Feladatomban abban állott, hogy a görbék egyenletét, illetőleg a nedvesség befolyásának törvényszerűségét állapítsam meg. Amidőn ennek eleget tettem, kitűnt, hogy a nedvesség minden szilárdsági fajtára ugyanazt a hatást fejti ki és hogy ez a hatás, ha ordinátának a kérdéses szilárdságot ( $\sigma$ ), abszcisszának pedig az egységgel megnövelt nedvességet ( $1 + \omega$ ) vesszük fel, a hiperbola törvénye szerint változik, vagyis hogy egyenlete:

$$\sigma_1(1 + \omega_1) = \sigma_2(1 + \omega_2) = \dots = \sigma_0(1 + 0)$$

Ez egyenlet szerint minden szorzat a teljesen kiszáritott fának szilárdságát adja meg.

Ez egyszerű, de nagy horderejű összefüggés alapján az összes szilárdsági fajtákat közös alapra vonatkoztathatjuk és azoknak egymáshoz való viszonyait kidomboríthatjuk.

WARREN kísérleti adatait, ez alapra átszámítva, az idecsatolt táblázatba foglaltam. E számadatokból kitűnik, hogy a nyomószilárdságnak ( $q$ ) a húzószilárdsághoz ( $p$ ) való viszonya, amely a maradó alakváltozások mechanikája szerint az elmozdulás irány-szögének ( $\beta$ -nak)  $tg^2$ -vel egyenlő, állandóan  $0.5$  értékű;<sup>1</sup> ennél fogva

$$\frac{q}{p} = tg^2 \beta = 0.5, \text{ vagyis } \beta = 35^\circ.$$

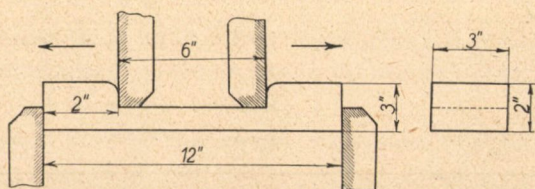
A  $\beta$ -nak kis értékénél fogva állott elő az az érdekes jelenség, hogy a kockák nyomószilárdsága teljesen akkora, mint a rövid rudaké,

<sup>1</sup> A táblázat szerint csak egyetlen fánál, t. i. a Bruschi Box (*Tristania conferta*) nevűnél:  $\beta = 45^\circ$ .



holott más anyagoknál a kocka szilárdsága rendszerint jóval nagyobb.

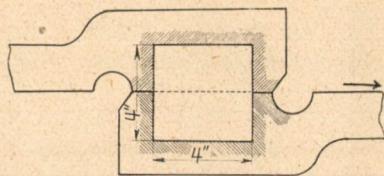
WARREN kísérlettel akarta kimutatni, hogy a nyírófeszültség ugyanakkora, mint a csavarásnál a tangenciális feszültség. Ezt azonban nem érte el, mert úgy a nyíró, mint a csavarókísérletekbe zavaró körülmények csúsztak be, amelyeket nem ismert fel s így elhárításukról sem gondoskodhatott.



1. ábra.

WARREN ugyanis, hogy nyíráskor tiszta elesúsztatást létesítsen, arra törekedett, hogy a próbatétel elhajlítását — elforgatását — megakadályozza. E célból első kísérleti sorozatához (1892-ben) az 1. számú ábrán látható alakkal bíró próbatételeket használt, amelyeknél a kettős nyírás az elforgatást kizárta. Ez a kísérleti sorozat azonban a nyírófeszültségre oly csekély értéket adott, hogy ennek helyes voltát ő maga sem fogadhatta el.

Ez okból 1911-ben újabb kísérleti sorozathoz fogott, de most már kockaalakú próbatételeket használt, amelyeket a 2. ábrán látható módon nyírt szét. Ámbár ez alkalommal az előbbi értékek majdnem kétszeresét kapta, az eredmény most sem volt kielégítő, mert a kapott értékek még mindig kisebbek voltak a csavarás útján nyert értékeknél. E jelenség okát kétségtelenül zavaró körülmények okozzák; de mert ezeket WARREN a szilárdságtan tételeivel felismerni nem tudta, megpróbáltam azokat a maradó alakváltozások mechanikája tételeivel feltárni.

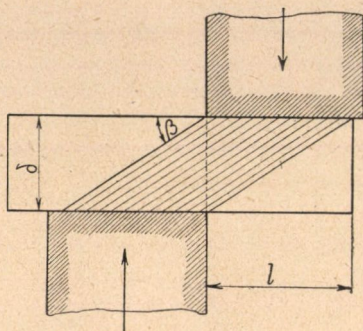


2. ábra.

A maradó alakváltozások mechanikája szerint ugyanis ahhoz, hogy tiszta nyírás álljon elő, nemcsak az elforgatást kell meg-



gátolnunk, de gondoskodnunk kell arról is, hogy a nyirandó test, a nyirósíktól számítva, legalább is  $l = \delta \operatorname{ctg} \beta$  hosszúságú legyen, ha ugyanis a nyírott síknak az erő irányában vett méretét  $\delta$ -val jelöljük. Ez azért kell, mert a szerszám, amint azt a 3. ábra láttatja, ilyen darabon fejt ki nyomó hatását.



3. ábra.

Ha a tárgy e megkívánt  $l$  méretnél kurtább, azaz  $l_1 < l$ , akkor a szerszám mindaddig csak forgácsol, de nem nyír, amíg a nyiróélek egymástól mért távolsága:  $\delta$ , arra az értékre nem csökkent, amely az  $l_1$  hosszal a megkívánt viszonyban áll:  $l_1 = \delta_1 \operatorname{ctg} \beta$ . Ez esetben a tényleges nyiróerő a remélt erőnek csak  $l_1/l$ -ed része. Minthogy WARREN első kísérleti sorozatában  $\delta = 3''$  volt így a szükséges hosszúság:  $l = 3'' \operatorname{ctg} \beta = 3 \cdot 1.4 = 4.2''$ -nek adódik s mert a második sorozatban  $\delta = 4''$  volt, így  $l = 4 \cdot 1.4 = 5.6''$ . Ámde WARREN ezeknél kurtább hosszúságokat alkalmazott, még pedig az első sorozatban  $l_1 = 1''$  lett volna, ha a tárgynak, a szerszámmal való érintkezése oldalát egyenesnek vette volna, ő azonban a tárgy élét legömbölyítette s ezzel az érintkezés hosszát  $0.75''$ -re csökkentette, ez okból kísérleteinél a nyiróerőnek csak  $\frac{0.75}{4.2} = \frac{1}{5.6}$  része érvényesülhetett, míg a második sorozatnál, mert  $l_1 = 2''$  volt, már  $\frac{2}{5.6} = \frac{1}{2.8}$  része érvényesült.

Ha tehát első sorozatának eredményeit  $5.6$ -tal, második sorozatáéit pedig  $2.8$ -cal szorozzuk, azonos értékeket kell kapnunk s ezek kell, hogy megegyezzenek a maradó alakváltozások mechanikájának nyiró képletével  $\left( \frac{q \sin 2\alpha}{2} = 0.47 q \right)$  kiszámított értékekkel is.

Álláspontom helyes voltát a táblázat adatai igazolják.

WARREN, amint már említém, a tiszta nyirófeszültség számértékét csavarókísérletekkel is akarta meghatározni. Ámde célját

nem tudta elérni, mert a fa csavarás közben előbb reped el az évgyűrűk mentén, még mielőtt a nyirófeszültség teljes egészében érvényesülhetne.

E feszültség érvényesülésének hányada a fa szerkezetétől, vagyis az évgyűrűk mentén való szilárdságtól függ.

A vizsgált ausztráliai fáknál, amint azt WARRENnek BRINELL-féle kísérletei igazolják, az évgyűrűk mentén a keménység 0·6 részét teszi ki a végfa keménységének, ennél fogva ezeknél a nyirófeszültség 0·6 része érvényesülhetett.

Ha tehát a WARREN által kimutatott torzioszilárdságot  $\frac{1}{0·6} = 1·66$ -tal megszorozzuk, a teljes, vagyis a 0·47  $q$  képlettel kiszámított értékeket kell, hogy kapjunk.

Álláspontom helyes voltát a táblázat adatai igazolják.

## TÁBLÁZAT.

Szám Nummer	A fa elnevezése Benennung der Hölzer	Húzás Zug ℔/squinch			Nyomás Druck ℔/squinch			Viszony sz. Verhältniss		1892. évi nyírás Scherversuche ℔/squinch		
		$p_z$	$\omega$	$p(1+\omega)$	$q$	$\omega$	$q(1+\omega)$	$\frac{q}{d} = tg^2\beta$	$\beta \angle$	$r$	$\omega$	$r(1+\omega)$
		1.	Blackbutt E. pilularis	19,850 16,120	0,11 0,127	22,030 18,160	9,250 7,800	0,10 0,20	10,170 9,360	0,5	35°	651 716
2.	Tallow Wood E. microcorys	21,400 21,120	0,13 0,10	24,180 23,310	8,700 9,150	0,15 0,10	10,060 10,070	0,5	35°	751 807	0,141 0,143	858 922
3.	Grey Gum E. punctata	15,020 14,620	0,13 0,17	17,000 17,220	10,000 8,800	0,10 0,20	11,000 10,560	0,5	35°	725	0,171	848
4.	Grey Ironbock E. paniculata	13,730 11,470	0,13 0,13	15,530 13,000	10,250 8,950	0,10 0,20	11,270 11,740	0,5	35°	772	0,166	900
6.	Blue Gum E. saliana	16,390	0,13	18,560	8,240 7,000	0,10 0,20	9,070 8,410	0,5	35°	852	0,162	986
7.	Brush Box Tristania conferia	15,480 11,470	0,12 0,13	16,380 13,000	12,150 8,000	0,10 0,20	12,260 9,600	1	45°	730	0,148	938
8.	Turpentine Syncarpia laurifolia	14,880 9,650	0,13 0,15	16,950 15,340	9,850 7,000	0,10 0,20	10,800 8,400	0,5	35°	690	0,140	786
10.	White Mahogany E. aemenoides	12,290 8,740	0,12 0,11	12,290 9,770	7,990 8,100	0,10 0,20	8,800 8,100	0,5	35°	611	0,138	701
12.	Grey Box E. hemiphloia	21,000	0,18	23,760	9,500	0,20	11,400	0,5	35°			
13.	Wooly Butt E. longifolia	19,120	0,15	22,040	11,250 8,650	0,10 0,20	12,310 10,380	0,5	35°			

\* WARREN megjegyzése szerint e törzs szúvas volt, húzó-szilárdsági  
WARREN bemerkte, dass dieser Baum wurmstichig war, dessen Zugspannung

**ZÁHLENTAFEL.**

1911. évi nyírás <i>Scherversuche</i> τ, squinch			A nyírásból kiszámított értékek <i>Berechnete</i> <i>Scherspannungen</i>			Csavarás <i>Torsion</i> τ, squinch				Hajlítás <i>Biegung</i> h, squinch		
r	ω	r(1+ω)	r <sub>1892</sub> +56	r <sub>1911</sub> +28	0,47 g(1+ω)	τ	ω	τ(1+ω)	τ(1+ω) + 1,66	h	ω	h(1+ω)
1,690	0,157	1,950	4,160 5,330	5,400	4,770 4,400	2,480 2,040	0,158 0,146	2,870 2,330	4,764 3,880	19,400	0,25	22,300
1,530	0,150	1,650	4,800 5,100	4,600	4,728	2,720 2,420	0,149 0,147	3,100 2,770	5,146 4,598	21,400	0,16	24,800
1,783	0,158	2,050	4,800	5,600	5,170	2,700	0,15	3,100	5,146	15,600	0,17	18,200
1,957	0,167	2,280	5,000	6,300	5,290 5,510	2,720 3,330	0,159 0,157	3,150 3,850	4,518 5,470	22,400	0,16	25,900
1,530	0,162	1,770	5,400	4,900	4,240	2,680 3,130	0,155 0,156	3,090 3,610	5,129 5,990	16,000	0,22	19,520
—	—	—	4,690	—	6,700 4,800	3,760 3,180	0,147 0,154	4,310 3,660	7,150 7,070	—	—	—
1,673	0,174	1,910	4,700	5,300	5,070 4,000	3,000 3,170	0,149 0,167	3,440 3,690	5,710 6,125	16,100	0,16	18,670
1,480	0,148	1,700	3,900	4,760	4,130 3,800	3,180 2,880	0,166 0,169	3,700 3,360	6,155 5,571	13,300	0,14	15,040

értékét a hajlító kísérletek alapján 25,000-nek vehetjük.

kann auf Grund der Biegespannung auf 25,000 angenommen werden.

# DER EINFLUSS DER FEUCHTIGKEIT AUF DIE MECHANISCHEN EIGENSCHAFTEN DER HÖLZER.

Von A. REJTÖ, ord. Mitglied der Akademie.

Verfasser untersuchte, in wiefern die Versuchsergebnisse des Prof. H. WARREN aus Sydney, die er unter dem Titel: «The Strength, Elasticity and Other Properties of New-South Wales Hardwood-Timbres» veröffentlichte, mit den Ergebnissen der Mechanik der bleibenden Formänderungen übereinstimmen.

Er fand, dass:

1. der Feuchtigkeitsgehalt ( $\omega$ ) auf jede Festigkeitsgattung ( $\sigma_x$ ) denselben Einfluß ausübt, und daß dieser mit der Gleichung:

$$\sigma_{x_1}(1 + \omega_1) = \sigma_{x_2}(1 + \omega_2) \cdot \dots = \sigma_{x_0}(1 + 0)$$

ausgedrückt werden kann.

2. Das Verhältnis der Druckspannung ( $q$ ) zur Zugspannung ( $p$ ) besitzt bei allen Hölzern mit Ausnahme eines<sup>1</sup> den folgenden Wert

$$\frac{q_2(1 + \omega_2)}{p_2(1 + \omega_2)} = tq^2 \beta = 0.5,$$

wie dies aus beiliegender Zahlentafel ersichtlich ist. Es ist folglich der Gleitungswinkel:  $\beta = 35^\circ$ .

3. Zufolge des geringen Wertes von  $\beta$ , ist die Druckspannung der Würfel gleich der der kurzen Stäbe.

4. Bezüglich der Scherspannung hat WARREN keine befriedigende Resultate erhalten. Er bestrebe sich das Verdrehen des

---

<sup>1</sup> Bei dem Bruch Box-Holz (*Tristania conferia*) ist  $\beta = 45^\circ$ .

Versuchsstückes zu vermeiden und benützte deshalb zu seinen ersten Versuchen Stücke mit der in Abb. 1. ersichtlichen Form. Da aber diese Versuche für die Scherfestigkeit einen zu geringen Wert ergaben, benützte er zu den weiteren Versuchen Würfel, die er auf die in Abb. 2. dargestellter Art beansprucht hat. Diese Versuche ergaben zwar schon einen doppelt so großen Wert, als die früheren, doch war auch dieser viel geringer, als die Ergebnisse der Torsionsversuche. Die Ursache dieser Erscheinung kann man mit der Festigkeitslehre zwar nicht, jedoch mit REYRÖ'S Mechanik der bleibenden Formänderung vollkommen bestimmen.

Laut dieser ist es nötig, um eine reine Scherwirkung zu erlangen, nicht nur das Verdrehen des Werkstückes zu verhindern, sondern auch darauf zu achten, dass das Werkstück, von der Scherfläche an gerechnet, wenigstens die Länge:

$$l = \delta \cotg \beta = \delta \cotg 35 = \delta \cdot 1.4$$

besitze, wie die Abb. 3. veranschaulicht; weil wenn dessen Länge kürzer ist  $l_1 < l$ , entsteht in solange nur eine Spannabnahme, bis die Scherklingen in solch einer  $\delta_1$  Entfernung gelangen, die mit der wirklichen Länge  $l_1$  in dem angegebenen Verhältnis gelangt.

Bei WARRENS Werkstücken, war im ersten Falle  $\delta = 3''$ , folglich ist die nötige Länge:  $l = 3'' \cdot 1.4 = 4.2''$ , im zweiten Falle  $\delta = 4''$ , also  $l = 4.1, 4 = 5.6$ . Da aber bei den Versuchskörper der ersten Serie zufolge der Kantenabrundung  $l_1 = 0.75''$  war, so konnte bei diesen Versuchen nur  $\frac{0.75}{4.2} = \frac{1}{5.6}$  Teil und bei der zweiten Serie, weil  $l_1 = 2''$  war, nur  $\frac{2}{5.6} = \frac{1}{2.8}$  Teil der Scherkraft zur Geltung gelangen.

Wenn man also die Werte der ersten Versuchsreihe mit 5.6, die der zweiten mit 2.8 multipliziert, erhält man den Wert der wirklichen Scherspannung, welchen auch die Gleichung der Mechanik der bleibenden Formänderung:

$$r = q \cdot \frac{\sin 2\alpha}{2} = 0.47 q.$$

ergibt.

Aus der beiliegenden Zahlentafel ist die Richtigkeit unserer Folgerung ersichtlich.

5. Auch die Torsionsversuche ergaben nicht den Wert der Scherspannung, weil die Versuchskörper früher spalteten, bevor die Scherspannung zur Geltung gelangte. WARRENS Brinell-Proben ergaben, dass die Festigkeit der untersuchten Hölzer in den Jahresringen den 0·6 Teil der Längsfestigkeit besitzen, demzufolge konnte auch bei der Torsion ein 0·6 Teil der Scherspannung zur Geltung gelangen. Multipliziert man nun die Versuchsdaten mit  $\frac{1}{0\cdot6} = 1\cdot66$ , erhält man den Wert der Scherspannung, wie dies aus der Zahlentafel ersichtlich ist.

---

(Aus der Sitzung vom 15. Februar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)



## A KENDERTERMÉSKÉK NAGYSÁGA ÉS A NEMI JELLEG.

GREGUSS PÁL-tól.

A kétlaki növények magvainak általában az a tendenciájuk, hogy némelyikből hím, a másiktól nőpéldány fejlődik, vagyis a kétlaki növények populációjában nemcsak a kétféle genotypus, de a kétféle phänotypus is kifejezésre jut.<sup>1</sup> Ezzel szemben az egylaki és hímnősvirágú növények egyedei általában monomorphok. Előfordulhat olyan eset is, amikor egy kétlaki populációban olyan monoikus egyedek fejlődnek, amelyekben mindkét nem sajátosságai észrevehetők.<sup>2</sup>

Ilyen közismert tények alapján joggal merülhet föl az a kérdés:

1. vajjon a kifejelett kétlaki növények nemi dimorphizmusa nem jut-e kifejezésre a dimorph-egyedeket létrehozó magvakon is,
2. ha ez lehetséges, van-e akkor a magvak kettős genotypusa és phänotypusa között valami genetikai kapcsolat?

Az első kérdéssel a bűvárok mindezideig nem igen foglalkoztak, míg a másodikra már kísérleti alapon megállapított értékes eredményekre is hivatkozhatunk.<sup>3</sup>

Mínt hogy e kettős kérdést a maga összefüggésében elméleti fejtegetésekkel elintézni nem lehet, ezért én is a biológiai kutatások módszeréhez, a kísérlethez folyamodtam. Az idevonatkozó

<sup>1</sup> GOEBEL K.: Über sexuellen Dimorphismus bei Pflanzen. (Biol. Centralbl. 1910. XXX. 657—737.)

<sup>2</sup> HOLUBY J.: Cannabis sativa monoica. (Ö. B. Z. XXVIII. p. 367—9.)

<sup>3</sup> MÁGOCY D. S.: A kenderrel végzett tenyésztési kísérletek (Math. és term.-tud. értesítő XXIV. 1906. p. 145—165.)

irodalmi adatok áttanulmányozása után — de még a kísérlet előtt — a következőket kellett szem előtt tartanom. Ha bármely populációban dimorph egyének vannak, ez a körülmény a biometrika ismert módszereivel könnyen megállapítható.<sup>1</sup> Ez a dimorphizmus azonban egymagában nem sokat jelent, mert például genetikai következtetésre csak akkor használható fel, ha azt a biológiai megfigyelések és kísérletek is igazolják.<sup>2</sup>

Ilyen megfontolással fogtam a kender magvainak, helyesebben terméseinek a fenti szempontok szerint való megvizsgálásához. Vizsgálatom anyagául azért választottam a kendert, mert egyrészt a termései elég nagyok, a növény fejlődése is könnyen ellenőrizhető, másrészt, hogy a kapott eredményt az eddigiekkel összehasonlítsam.

A megvizsgált anyagot egy zirci kisbirtokos 1922. évi kenderterméséből szereztem be. A populációból válogatás nélkül 500 magot különítettem el. Igen érzékeny vastagságmérővel <sup>1</sup>/<sub>100</sub> mm pontosságra megmértem minden magnak a nagyságát, lehetőleg pontosan megállapítottam a mag színét és mustrázatát, hogy esetleg az érés fokából — amire a színből véltem következtetni — a kifejlett növény nemére is következtessék. A pontosan megmért magvakat azután megszámozott kapszulákba raktam, hogy azokat tavasszal külön-külön vethessem el.

Az így kapott hosszúsági értékeket azután biometrikai vizsgálat alá vettem, amelynek eredménye az 1. sz. variációs-görbe. E görbének legjellemzőbb sajátága, hogy két csúcsa van, ami — kétlaki növényről lévén szó — a vizsgálatot gondolkozásra készíti. A biometrikában ugyanis a kétszűcsű görbe azt sejteti, hogy az illető populációban esetleg dimorph és kettős genotypusú egyének fordulnak elő.<sup>3</sup> (A görbe további és részletes analizálása azonban fölöslegesnek látszik, mert ennek a végső következtetésre úgy sincs befolyása.)

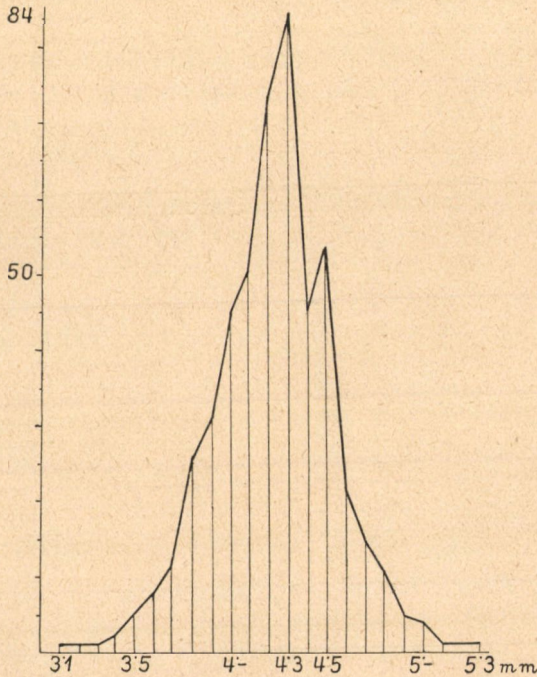
<sup>1</sup> JOHANNSEN W.: Elemente der exakten Erblichkeitslehre. Jena, 1913.

<sup>2</sup> GOLDSCHMIDT R.: Einführung in die Vererbungswissenschaft. Leipzig, 1911. p. 96.

<sup>3</sup> BAUER E.: Einführung in die experimentelle Vererbungslehre. Berlin, 1914. p. 29.

E biometrikai vizsgálat után kíváncsian vártam e látszólagos dimorfizmus kísérleti igazolását.

A pontosan lemért, lajstromozott és külön kapszulázott magvakat a budapesti polgáriskolai tanárképző botanikus kertjében 1924 május 7-én 20 cm-nyi távolságra vettem el. A sorok távolsága 25 cm volt. Minden elvetett mag mellé a magvakkal megegye-



1. ábra.

zően számozott fácskát is dugtam, hogy a kikelt növények bármelyikéről azonnal megállapíthassam, milyen nagyságú és színű magból fejlődött.

A kísérleti hely talajára és fekvésére vonatkozólag azt is meg kell jegyeznem, hogy a talaj silány minőségű volt és hogy az egyik épület és még két nagyobb fa d. u. 3— $\frac{1}{2}$ 5 órától árnyékot vetett reá.

A csirázás nem egyenletesen történt. Egyik-másik jól fejlőd-



dött és természetes növényé lett, míg mások egészen törpék maradtak. A nemet azonban mindegyiken jól megállapíthattam.

Az elvetett 500 mag közül csupán 317 (63·4%) csirázott ki, ami az átlagos eredménynél is (72·34%) 9%-kal gyengébb. Ennek okát részben abban látom, hogy a magvak 1½ évesek voltak;<sup>1</sup> tehát némelyik a csirázó képességét is elveszthette, másrészt a külső tényezők sem voltak elég kedvezőek.

A kifejlett növények nemét augusztusban állapítottam meg és a lajstromban minden lemért és megszámozott mag mellé odajegyeztem, hogy milyen nemű egyén fejlődött belőle. A kísérlet eredményét az alábbi összeállítás világosan szemlélteti.

	A	3·1	3·2	3·3	3·4	3·5	3·6	3·7	3·8	3·9	4·0	4·1	4·2	mm-esből
	volt	1	1	1	2	5	8	11	26	31	45	55	74	
kicsirázott	♂	—	—	—	—	1	2	3	7	8	12	14	21	
	♀	—	—	—	—	2	3	3	7	10	13	16	25	
nem csirázott		1	1	1	2	2	3	5	12	13	20	25	28.	
	A	4·3	4·4	4·5	4·6	4·7	4·8	4·9	5·0	5·1	5·2	5·3	mm-esből	
	volt	84	45	53	21	15	11	5	4	1	—	1	= 500	
kicsirázott	♂	22	18	13	6	5	4	2	2	—	—	—	= 140	
	♀	28	21	19	9	7	7	3	2	1	—	1	= 177	
nem csirázott		34	6	21	6	3	—	—	—	—	—	—	= 183.	

Ebből a kimutatásból az is kitűnik, hogy a kikelt 317 növény között 177 nő- és csak 140 hím-példány volt, vagyis %-ban kifejezve 100 hím egyénre 126·3 nő jut, ami az átlagos arányszámnál (120·43) is nagyobb.

Az így kapott kísérleti eredményből azután megszerkesztetem a hím és nő egyedek variációs görbéjét és a kettőt egymás mellé állítottam. (2. rajz.)

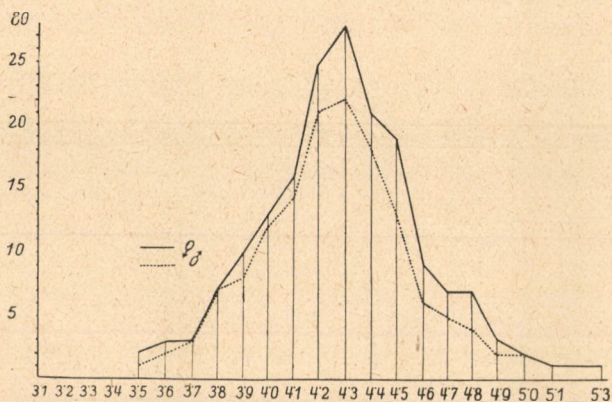
Az 1. sz. variációs görbéből és a 2. számú kettős görbéből a kétlaki kender terméseinek természetére már igen fontos következtetéseket lehet levonni, amelyek az idevonatkozó kísérleteket részben kiegészítik, másrészt igazolják. Az eddigi és a mostani kísérletről feltétlenül megállapítható, hogy úgy a kicsiny, mint a nagy magvakból egyaránt fejlődhetnek hím- és nőpéldányok, tehát a ter-

<sup>1</sup> CSERHÁTI S.: Általános és különleges növénytermelés. Budapest, 1922. II. kötet.



més nagysága és a nem keletkezése között semmi kapcsolat nincs. Ugyanez mondható a termések színére és mustrázatára is.

Ez a görbe azonban még más jelenségre is rávilágít. Fel-tűnő, hogy a legapróbb és zöld színű termések nem csíráztak ki. Ez az adat MÁGOCY<sup>1</sup> hasonló megfigyeléseit igazolja, aki az igen könnyű magvokról ugyanezt állapította meg. Megegyezik az én kísérletem eredménye a MÁGOCY-éval abban is, hogy minden nagyságból (nála súlykategóriákból) több nőpéldány fejlődött.



2. ábra.

Érdekes jelenség az is, hogy a 22 legnagyobb mag mind kicsírázott és közülök aránylag sok (14) nőpéldány fejlődött, ami szintén azt a látszatot kelti, hogy ez a talaj és egyéb külső tényező inkább a nőpéldányok kifejlődésére alkalmas. A legújabb vizsgálatok ugyanis azt látszanak igazolni, hogy a külső tényezők (pl. árnyék) a nemek arányszámát befolyásolhatják.<sup>2</sup> De az

<sup>1</sup> MÁGOCY D. S.: i. d. 154. 1.

<sup>2</sup> CORRENS C.: Die Bestimmung und Vererbung des Geschlechtes. (Berlin 1907. p. 51.)

CZAJA A. TH.: Zur Frage der habituellen Diözie bei *Onoclea Struthiopteris* Hoffm. (Ber. Dtsch. Bot. Ges. 1924. 42. p. 300—304.)

WINGE Ö.: On sex chromosomes, sex determination and preponderance of female in some dioecious plants. (C. R. trav. Labor. Carlsberg 1923. 15. N. 5, 26 S. Biol. Centralbl. ism. 1925.)

sem lehetetlen, hogy itt olyan változattal van dolgunk, amelyben a nőpéldányok száma az átlagnál jóval nagyobb.<sup>1</sup>

Összefoglalva a kísérlet eredményét, meg kell állapítanunk, hogy az 1. számú kétsúcsú variációs görbe valami ismeretlen okból keletkezhetett. Lehet, hogy két különböző rassz (faj) keveréke, tehát a populáció nem volt tisztavonalú.<sup>2</sup> Az azonban kétségtelen, hogy a mag nagysága a nemi dimorphizmussal összefüggésben nincs és hogy a kétlaki kender szexuális jellege a mag külső morfológiájában nem jut kifejezésre.

---

<sup>1</sup> FISCH C.: Über die Zahlenverhältnisse der Geschlechter beim Hanf (Ber. d. d. bot. Gesellschaft. 1887. p. 136—146.)

<sup>2</sup> BAUR E.: i. m. p. 28.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 febr. 15. napján tartott üléséből.)

# DIE GRÖSSE DER HANFSAMEN UND IHR GESCHLECHTSCHARAKTER.

Von PAUL GREGUSS.

Die Samen der diözischen Pflanzen haben im allgemeinen die Tendenz, dass aus einigen männliche, aus anderen weibliche Exemplare entstehen, d. h. in einer diözischen Population kommen nicht nur die zweierlei Genotypen, sondern auch die zwei Phänotypen zum Vorschein. Dagegen sind die Exemplare der monözischen und zwittrigen Pflanzen fast immer monomorph. Es kommt auch vor, dass in einer diözischen Population solche monözische Individuen entstehen, an welchen die Merkmale beider Geschlechter aufzufinden sind.

Auf Grund solcher bekannten Beobachtungen kann man die Frage aufstellen:

1. ob der sexuelle Dimorphismus der diözischen Pflanzen nicht auch an dem dimorphe Individuen erzeugenden Samen zu beobachten sei,
2. sollte dies möglich sein, besteht dann zwischen den zweierlei Genotypen und Phänotypen der Samen ein genetischer Zusammenhang?

Die erste Frage wurde bisher noch nicht näher untersucht, hingegen können wir uns die zweite betreffend schon auf experimentell festgestellte Ergebnisse berufen.

Da die Entscheidung dieser Doppelfrage in ihrem Zusammenhang nur experimentell möglich ist, hat auch der Verf. diese Methode gewählt.

Zum Gegenstand seiner Untersuchung hat der Verf. die Nüsschen des Hanfs gewählt, weil diese Samen ziemlich gross sind, und die Entwicklung der Pflänzchen gut kontrollierbar ist.

Aus der Population der Nüsschen hat der Verf. 500 Stück ohne Auswahl separiert. Mit einem sehr empfindlichen Pachometer hat er die Grösse aller Nüsschen mit  $\frac{1}{100}$  mm Genauigkeit abgemessen, auch die Farbe und die Flecken auf den Samen möglichst genau festgestellt, damit er daraus auf das Geschlecht der Pflanzen schliessen könne.

Die genau abgemessenen Nüsschen legte er dann in kleine Kapseln, um jede im Frühling separiert beobachten zu können.

Die so erhaltenen Werte untersuchte er dann biometrisch, und das Ergebnis dieser Arbeit ist die Variations-Kurve Nr. 1. Die Kurve ist zweigipfelig, deswegen — da von einer diözischen Pflanze die Rede ist — muss man vorsichtig sein.

Es musste dann experimentell festgestellt werden, ob dieser scheinbare Dimorphismus genetisch begründet ist. Um dies festzustellen, hat der Verfasser die genau abgemessenen Samen am 7. Mai 1924 ausgesät. Neben sämtlichen Nüsschen hat er auch gleich bezifferte Absteckstäbchen gestochen, um gleich feststellen zu können, welche Pflanzen aus den Samen verschiedener Grösse und Farbe entstanden sind.

Es ist noch zu bemerken, dass die Lage und der Boden des Untersuchungsplatzes minderwertig war, und die Pflänzchen Nachm. von 3— $1\frac{1}{2}$  Uhr ab im Schatten waren.

Aus den 500 ausgesäten Samen sind nur 317, d. h. 63·4% ausgekeimt, was um 9% weniger ist, als das Durchschnittsergebnis (72·43). Die Ursache liegt vielleicht darin, dass die Samen  $1\frac{1}{2}$  Jahre alt waren, also einige ihre Keimungsfähigkeit verloren haben oder dass die äusseren Lebensbedingungen ungünstig waren.

Das Geschlecht wurde im August festgestellt, und das Ergebnis ist die Variations-Kurve Nr. 2. Aus dieser Kurve ist gut ersichtlich, dass sowohl aus den kleinen, wie aus den grossen Samen sowohl männliche als weibliche Individuen entstehen können, d. h., dass zwischen der Grösse der Samen und des Geschlechtes kein genetischer Zusammenhang besteht. Dasselbe bezieht sich auch auf die Farbe und das Muster der Samen.

Diese Kurve zeigt auch, dass die kleinsten und grünen



Samen überhaupt nicht auskeimten, was die gleiche Beobachtungen von MÁGOCY bestätigt, welcher von den sehr leichten Samen dasselbe festgestellt hat. Das Resultat stimmt mit den Untersuchungen von MÁGOCY auch darin überein, dass aus den Samen jeder Grösse mehr weibliche Individuen entstehen.

Aus den obigen Untersuchungen zieht der Verfasser die Konklusion, dass zwischen der Grösse der Samen und dem sexuellen Dimorphismus kein erkennbarer Zusammenhang besteht und dass der geschlechtliche Charakter des Samens äusserlich nicht wahrnehmbar ist.

---

(Aus der Sitzung vom 15. Februar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

# VIZSGÁLATOK A GENYKELTŐ STAPHYLOCOCCUSOK ELŐFORDULÁSÁRÓL ÉS BIOLÓGIAI TULAJDONSÁGAIRÓL.

DARÁNYI GYULÁ-tól.

A staphylococcusok a levegőben és a környezetben leggyakrabban talált baktériumfélésekhez tartoznak. PREISZ HUGÓ-nak 1899-ben megjelent Bakteriológiáját olvasva (249.l.), melyben többek között a staphylococcusok előfordulását leírta «a lakott helyiségekben, kórtermekben, ruhaneműeken, emberi- és állati bőrfelületen», arra a megfontolásra jutottam, hogy a környezetben található staphylococcusok vajjon nem az emberi bőrfelületről kerülnek-e oda? A staphylococcusok ugyanis eredetileg a faggyú- és verejtékmirigyek kivezető csöveinek állandó lakói, ahonnan ezen mirigyek váladékával az egész bőrfelületre elterjednek. A bőrfelület nagyszámú mikróbai közt kb. 90—95 %-ban találjuk meg a *Staphylococcus albust*, úgy hogy fel kell tételeznünk, hogy ennek a *Coccus cutis*-nak valamely eddig nem ismert élet-tani hivatása van éppúgy, mint azt a belekben a *Bacillus colira* nézve felveszik. A bőr állandó hámlásban lévén, ezek az epiphyta staphylococcusok a hámpikkelyekkel a környezetbe jutnak és ilyformán érthető az is, hogy a staphylococcus egyike a leggyakrabban talált baktériumféléseknek.

Kiterjedt vizsgálatokat végeztem abban az irányban, hogy a környező levegőben milyen baktériumfajok találhatók? Ezekből a kísérletekből csak a *Staphylococcus*ra vonatkozó adatokat emelem ki. Különböző helyeken a levegőnek kitett agarlemezekben a fejlődött baktériumkolóniák közül a *Staphylococcus* a következő %-okban találtam :

Szabad levegő (Hungária-úton) _ _ _ _ _	18 %
Villamosvasúti kocsik levegője _ _ _ _ _	26 %
Laboratóriumi dolgozó helyiség levegője _ _ _	51 %
Lakószoba levegője _ _ _ _ _	62 %
Hálószoba levegője _ _ _ _ _	76 %
Gőzfürdő levegője _ _ _ _ _	93 %

Ebből az összeállításból látjuk, hogy a levegőben a staphylococcusok ott vannak a legnagyobb számmal, ahol hámpikkelyeknek a környezetbe való jutására különösen sok alkalom van. Így a szabad levegő, lakó-, hálószoba, gőzfürdő levegője emelkedő mennyiségben 18 %- 93 %-ig tartalmazta a többi baktériumfaj között a staphylococcusokat.

Mennyiben vannak már most ezek a staphylococcusok felruházva pathogén tulajdonságokkal? Ez a kérdés nem lényegtelen, ha meggondoljuk, hogy a staphylococcus okozta genyedés a leggyakoribb minden betegség között, mert alig van talán ember, aki át ne ment volna rajta, ha csak kis folliculitis vagy furunculus alakjában is. Minthogy a mikroszkópos vizsgálat a pathogén és nem pathogén staphylococcusok közt nem mutat állandó és jellemző különbséget, ezért a biológiai viselkedést, a különböző táptalajokon való növekedést és az állatkísérletben való pathogenitást tettem vizsgálat tárgyává.

Legrégbben használt differenciálási eljárás a staphylococcusok közt a staphylolysin kimutatása. E hámolysist okozó toxinnak a bouillon-szűrletben való kimutatása helyett manapság jóformán csak Petri-csészébe öntött véres agart szoktak használni. Kísérleteimben arra az eredményre jutottam, hogy a véres agaron a hámolytikus udvar létrejötte a staphylococcus hámolysáló képességén kívül nagy mértékben függ a használt vér minőségétől és mennyiségétől. Legkönnyebben hámolysálónak találtam a nyúlvért, azután az embervért, majd a lóvért. Nézetem szerint a vérmennyiség eltérő volta okozhatta elsősorban, hogy különböző szerzők a környezetben levő pathogén staphylococcusokra való vizsgálat alkalmával más és más eredményeket kaptak. J. KOCH 10 %-ban talált a környezet, kéz, ruha, levegő staphylococcusainál hámolysist, míg GRISSE csak 5 %-ban. Eleinte nagyobb mennyiségű vért, így 1—2 cm<sup>3</sup>-t

használva egy agarlemezre, én is aránylag kis  $^{\circ}$ o-okban találtam hæmolysáló törzseket a levegőben, általában 1—3 $^{\circ}$ o-ot, míg a bőrön ugyanakkor 8—15 $^{\circ}$ o-ot. A hæmolysist a véres agarlemezre való kimutatásánál szükséges megadni, hogy milyen állat vérét és hány  $^{\circ}$ o-os véres agarlemezre használunk. Általában a genyből kitenyésztett staphylococcusok adják a legerősebb hæmolysist, mely még az 1 $^{\circ}$ s résznyi ember- vagy lóvérrel kevert agaron is mutatkozik, míg a környezetből eredő staphylococcusok túlnyomó része oly gyengén hæmolysál, hogy csak 1 $^{\circ}$ o-os nyúl-  
véres agarlemezre kikenve ad hæmolytikus udvart. A hæmolysis vizsgálatakor legjobb a kérdéses kolóniákat 1 $^{\circ}$ o-os nyúl-  
véres agarlemezre kenni, amikor is másnap a kikenés határán jelentkezik az udvar, ami sokszor egyes kolóniák körül nem is tűnik fel. Ha az agarhoz adott vér mennyiségét emeljük, akkor mindig kevesebb lesz a hæmolysáló coccustelep. Ilyformán nem hæmolysáló, gyöngén és erősen hæmolysáló törzsek közt nem találtam éles határt. Erre vall az is, hogy gőzfürdő levegőjét vizsgálva, míg eleinte 25 $^{\circ}$ o-os véres agart használtam, csak legfeljebb 10 $^{\circ}$ o-ban mutattam ki hæmolytikus staphylococcusokat, addig 10 $^{\circ}$ o-os vérnél már 15 $^{\circ}$ o-ban, 1 $^{\circ}$ o vérnél pedig 57 $^{\circ}$ o-ban voltak hæmolysáló coccusok. Különböző staphylococcus-törzsek hæmolysáló képességét összehasonlítva, 12 törzs közül 7·5 $^{\circ}$ o-os nyúl-  
véres agaron 7 törzs nem mutatott hæmolysist, 2·5 $^{\circ}$ o-os agaron már csak 4, míg 1 $^{\circ}$ o-os agarnál csak 2 volt az an-  
hæmolytikus coccusok száma.

A hæmolysisen kívül elsősorban a gelatina-folyósítást szokták mint a pathogén staphylococcusok jól kimutatható jellemző tulajdonságát megadni. A gelatinánál jóval ritkábban használják a tejtáptalajt, melynek megalvadását idézi elő a staphylococcusok egy része. Vizsgálatokat végeztem úgy a gelatina-folyósítás, mint a tej alvasztása tekintetében, hogy mennyiben felel meg e fermentatív folyamatok erőssége a virulencia fokának. A gelatina-folyósítás vizsgálatát azonban hamar elhagytam, mert azt láttam, hogy a gelatinára való hatás a virulenciával nem halad eléggé párhuzamosan. Csak azt mondhatjuk általában, hogy nem virulens staphylococcusok gelatinát többnyire nem folyósítanak, míg a virulens törzsek többnyire igen. A gelatina-

folyósítással ellentétben a tejalvasztással sokkal jobb eredményeket értem el. A tejalvadás 1–7 nap alatt szokott bekövetkezni. Harminc különböző, nagyobb genyes folyamatból tenyésztett narancsszínű törzs egy kivételével a tejet 1–3 nap alatt megalvasztotta. E genystaphylococcusoknál a legtöbb esetben még egy érdekes jelenség mutatkozott. Az előbb egyenletesen megalvadt tejből másnapra a savó különválik, a megalvadott rész retrahálódik és öblös, csipkézett, kirágott szélű lesz. Ezt a casein emésztésén alapuló tünetényt egyéb baktériumoknál nem találtam akkor sem, ha különben a tej alvadását előidéztek. (*B. coli*, *pyocyaneus*, *anthracis*, *prodigiosus*.) A *virulens* genystaphylococcusokon kívül itt-ott, így két esetben egészséges bőrről tenyésztett, erősebben *hæmolysáló* törzs is mutatott a tejben már két nap alatt úgy alvadást, mint peptonizálást. A környezetből kitenyésztett kisebb-nagyobb *hæmolysist* mutató 40 staphylococcus közül 22 hozta létre a tej alvadását 1–7 nap alatt. A tejalvadást mutató staphylococcusok kisebb-nagyobb mértékben *hæmolysáló* is voltak. Viszont atoxikus staphylococcusoknál tejalvasztást sem tapasztaltam. Így 10 vizsgált, egyáltalában nem *hæmolysáló* staphylococcus tejalvadást sem okozott. Az alvadási idő gyorsasága, az emésztés foka és a virulencia közt általában bizonyos parallelizmust lehetett észlelni. Így leggyorsabban, sokszor már 1–2 nap alatt, alvasztottak és emésztettek frissen tenyésztett genystaphylococcusok, már lassabban, 4–5 nap alatt vagy 6–7 nap alatt *ubiquitarius hæmolysáló* staphylococcusok. E kísérleteim alapján azt mondhatom, hogy a tejalvasztás nagyjában erősebb fermentumképződésre és nagyobb biológiai aktivitásra vall, mint a *hæmolysis* és a *pathogénebb* fajok általában az alvasztáson kívül az alvadék emésztését is mutatják.

Már régebbi szerzők, köztük 1908-ban MUCH leírta, hogy a *Staphylococcus aureus* a citrátplasmát meg tudja alvasztani. Ezt a tulajdonságot később oxalatplasmával v. GONZENBACH és UEMURA tanulmányozták. GRATLA a hatást egy coagulase-nak nevezett fermentumnak tulajdonítja. Saját vizsgálataimmal megállapítottam, hogy a plasma, illetőleg a citrátos vér alvasztása a szövetközi genyedékes folyamatokból (*furunculus*, *panaritium*, *mastitis* stb.) származó *pyogén* staphylococcusok állandó tulajdonsága, míg nem

gyenes folyamatokból származó, hanem a bőrben vagy a környezetben élő saprophyta staphylococcusok vizsgálataimban azt soha sem mutatták, akkor sem, ha a hæmolysis alapján különben pathogéneknek voltak is tekinthetők. Vizsgálataimban citrátos nyúlvért használtam, melyet szívszűrással vettem. A szűrés előtt 2<sup>o</sup>/<sub>o</sub> *Na citric.*-ot tartalmazó fiziologiai konyhasóoldatot szívunk a fecskendőbe. A szívből a citrát-oldattal egyenlő mennyiségű vért veszünk ki és jól összekeverjük. Ebből a keverékből 0·5—1·0 cm<sup>3</sup>-t kis steril kémcsőbe viszünk és a vizsgálandó staphylococcus 24 óras agar tenyészetéből egy kacsnyit emulgeálunk el benne. Míg 80 vizsgált nem pathogén vagy saprophyta pathogén staphylococcus alvadást nem okozott, addig 30 genyből tenyésztett aureus törzs már 5—6 órai thermostatban tartás vagy másnapig szobahőn való tartásnál alvadást okozott. Az ily módon szívszűrással nyert nyúlvér véres agarlemezre is alkalmas, úgy hogy 20 cm<sup>3</sup> megolvasztott és 50° C-ra hűtött agarba 0·4 cm<sup>3</sup>-t keverünk a citrátos vérből és ezt az 1<sup>o</sup>/<sub>o</sub>-os nyúlvéres agart Petri-csészébe kiöntjük. A steril citrátoldatot úgy nyerjük, hogy egy tartós alapoldatot, mely 20<sup>o</sup>/<sub>o</sub> *Na citr.*-ot és 8·5<sup>o</sup>/<sub>o</sub> konyhasót tartalmaz, használat előtt 1:10 arányban destillált vízzel felhígítunk és epruvettában (kémlőcsőben) lángon főzéssel sterilizálunk.

A toxintermelés és az ismertetett fermentatív hatások csak nagyjában tájékoztatnak a staphylococcusok pathogenitása tekintetében. Biztos feleletet erre csak az állatkísérlet ad. A kisállatok közül csak a nyúl és a fehér egér érzékeny a staphylococcus iránt. Az egér érzékenysége kisebb lévén, kísérletre leginkább csak a nyulat szoktuk felhasználni. A nyúl oltását régebben bouillonkulturával endovénásan végezték. Az endovénás eljárás azonban a staphylococcusok legjellemzőbb tulajdonságának, a genykeltésnek kimutatására nem nagyon alkalmas, mert kevésbé virulens kulturáknál sokszor hatástalan, míg nagyon virulensek gyakran általános toxinhatás miatt ölnek, a nélkül, hogy multiplex tályogok keletkeznének. A genykeltés kimutatáskor nemcsak a legmegfelelőbb állat kiválasztása fontos, hanem a megfelelő oltási mód is. Nem térek ki részletesebben a már ismert cutan, subcutan, intracutan, muscularis, endoarticularis oltási módokra. Mindezeknél az oltási módoknál, bár sokszor értékes szol-

gálatot tehetnek, nincs eléggé szemünk előtt a kórbonctani kép. A genyesztő hatást legjobban a következő oltási móddal tudtam kimutatni. A nyúl hátsó combjának belső felületéről a szőrt lenyírva, a laza bőrt csipővel redőbe jól felemelve, ollóval átvágjuk. Így kb. 0·5 cm-es bőrnyílást készítve, a bőr alatt a csipővel az így keletkezett kis tasakot mélyítjük. Ebbe a tasakba azután egy normál kacs 24 órás agarkulturát viszünk. Az egész művelet finoman végezve semmi vérzéssel sem jár és ha ártalmatlan baktériumokat juttatunk be, a tasak nyílása néhány nap alatt simán, minden duzzadás vagy genyedés nélkül összeforr. Oltottam nyulakat a legkülönbözőbb nem patogén mikrobákkal, így *Saccharomyces cerevisiæ*, *Sarcina alba* és *lutea*, *Micrococcus cinnabareus*, *B. lactis aërogenes*-törzsekkel és egy kacsnyi mennyiségnél genyedés nem állott be. Ha azonban pyogén staphylococcusokat vittem be, így 15-féle különböző genyedéssel járó folyamatból származót, akkor a virulencia foka szerint különböző kórképeket kaptam a genystaphylococcusok hatására. 24 órás, genyből közvetlenül oltott tenyészetet használva, 2—3 nap múlva az oltás helyén és környékén duzzadást látunk, a szőrök kihullanak, a tasaknyílás nem forr össze és ami a legfontosabb, a bőr sárgás elszíneződést vesz fel, mely a környező bőrtől élénken elüt. Ezt az elváltozást eleinte phlegmonénak gondoltam, de azután rájöttem, hogy nem egyéb, mint necrotikus vagy necrobiotikus szövet, mely a staphylococcusok erős necrotoxin-termelése következtében áll elő. A bőrelhalással egyidejűleg azután a szövetbe a staphylococcus aureus narancssárga festékanyaga ivódik be. Ez a sárgára festődött szövet később pörkszerűvé válik, le is lökődik és helyén fekély marad vissza. Kisebb virulenciájú és olyan staphylococcusoknál, melyeket mesterséges táptalajon többször átvittünk, necrosis már nem keletkezik, hanem csak infiltráció és genyet üritő sipoly vagy genyes fekély, mely szintén 2—3 nap múlva mutatkozik. Ez a viselkedés, vagyis a 2—3 nap múlva keletkező necrosis, sipoly, fekély vagy duzzadás csak genyeredésű staphylococcusoknál észlelhető. Három nyulat apathogén, anahæmolytikus staphylococcusokkal oltva, genyedés nem keletkezett és a sebzés helye 3 nap múlva simán összeforrott. Érdekes volt azonban, hogy bizonyos biológiai

aktivitást mutató, így hæmolysáló, tejet 4—5 nap alatt alvasztó staphylococcusokkal, melyek közül különben kettőt levegőből, négyet egészséges bőrről tenyésztettem ki, hat nyúlnál oltási kísérletet végezve, az oltási tasak először begyógyult úgy, hogy három nap múlva egészen síma, gyulladásmentes volt, a 6.—10. napon azonban kisebb duzzadás mutatkozott, a tasak nyílása felfakadt és kevés genyedés jelentkezett. Itt tehát a genyedés e staphylococcusoknak csekélyebb virulenciája miatt csak hosszabb, 6—10 napi lappangási idővel állott be. A genyedés incubációja tehát a virulenciával arányban megrövidül és a virulens staphylococcusoknál 2—3 napra csökken.

Egy másik irányban is végeztem kísérleteket, aminek, úgy gondolom, teoretikus és praktikus jelentősége van. Fertőtlenítő szereknek a bakteriológiai intézetben történt vizsgálatánál ugyanis nem egyszer találtuk, hogy a használt régi laboratóriumi staphylococcus törzs kisebb ellenállást mutatott, mint a colibacillus, holott a staphylococust éppen azért szokták fertőtlenítő kísérleteknél alkalmazni, a coli-csoportba tartozó bacillusok és valamely sporás bacillus mellett, mert ellenálló képessége kb. a kettő között áll. Buzna dr.-ral együtt 30 különböző staphylococcus-törzset tettem vizsgálat tárgyává hét különböző desinficienssel szemben. Ezek a kísérletek azt mutatták, hogy a különböző, levegőből kitenyésztett staphylococcusok ellenállás tekintetében igen különböznek. Az eltérés a resistenciában az egyes törzsek közt kisebb mértékben megtalálható a régi laboratóriumi genyeredésű törzseknél is. Ezzel szemben a frissen genyes folyamatokból (panaritium, hydrosadenitis, mastitis, furunculus stb.) származó staphyl. pyog. aureus-törzsek ellenállása jóformán egyforma értékeket ad. De nemcsak hogy nagyjában egyformán viselkednek a különböző pyogén staphylococcus-törzsek a különböző fertőtlenítő szerekkel szemben, hanem ez az ellenállóképességük átlag legnagyobb a staphylococcusok közt.

Nagy nehézséggel jár a staphylococcusok osztályozása. GORDON különböző cukorfajtákkal kísérletezett, de differenciál-diagnosztikailag használható eredményeket nem tudott elérni. GEISSE sem talált így felhasználható különbségeket. A színbeli eltérések sem oly jellemzők, hogy felosztás alapját tehetnék. Új csoporto-



sitási állapot kerestem tehát és ezt a virulencia és a biokémiai aktivitás vizsgálatában találtam meg. Tekintetbe kell venni, hogy a staphylococcusoknál az atoxikus törzsektől a gyengén toxikus és erősen toxikus törzsekig jóformán minden átmenetet megtalálunk. Úgy a hæmolysis, mint a módszeremmel történt állatoltások eredményei bizonyítják, hogy az avirulens saprophyta-törzsektől a legvirulensebb, genyben található parazita staphylococcus-törzsekig fokozatos átmenet van. Olyan rendkívül hosszú fokozatos virulencia-skála, mint a staphylococcusoknál, talán egy más baktérium-fajnál sem ismeretes. A virulenciát tekintetbe véve mégis bizonyos csoportosítás önként adódik. A fertőtlenítő szerekkel végzett kísérleteim, továbbá a tejalvasztás és emésztés, a fibrinogén-alvasztás közös tulajdonsága, azonkívül J. KOCH vizsgálatai, aki genystaphylococcusokkal végzett endovénás oltással meglehetősen egyformán 0·05—0·1 ccm.-t talált nyulakra 24—48 óra alatt lethalis dosisnak, szóval mindezen vizsgálatok azt bizonyítják, hogy az emberi genyedésekből kitenyésztett aureus staphylococcusok virulenciája meglehetősen állandó fokot ért el és jóformán külön fajnak tekinthető már, szemben a bőrben levő saprophyta, többé-kevésbé hæmolytikus vagy anhæmolytikus törzsekkel. Ilyen virulens, fibrinogén-alvasztó staphylococcusokat saprophyta módra a bőrben vagy a környezetben vizsgálataimnál egy esetben sem találtam. A saprophyta staphylococcusok felosztása szintén önként adódik, még pedig a toxikus és atoxikus staphylococcusok csoportjára. A toxicitás megállapítására legjobb a hæmotoxin, a staphylolysin kimutatása, 1 %-os nyúlvéragnarlemezre kenve a kérdéses kolóniákat. A toxikus saprophyták és a genystaphylococcusok közt mintegy átmenetet alkotnak, bár tulajdonképpen az utóbbi csoportba tartoznak, a felületes genyedési folyamatok (acne, folliculitis stb.) staphylococcusai, melyeknek fibrinogén-alvasztó képességük ugyan nincsen, de 1 %-os nyúlvéragnaron hæmolysálnak és nyúloltásnál már 2—3 nap múlva okoznak genyedetést, illetőleg duzzadást necrosis nélkül. Az elmondottak alapján tehát a következő három csoportba oszthatjuk a staphylococcusokat a virulencia és a biológiai aktivitás szerint:

I. csoport: toxint nem termelő saprophyták, melyek a

bőrben, környezetben fordulnak elő, hæmolysist, tejalvasztást, citrátvéralvasztást nem mutatnak. Nyúloltásnál a tasaknyílás 2—3 nap alatt simán, duzzadás és gyulladás nélkül begyógyul.

II. csoport: toxint termelő saprophyták, melyek szintén a bőrben, a környezetben vannak jelen, hæmolysáló hatásúak, több mint felerészük tejet tud alvasztani 3—7 nap alatt. Erősebben toxinképzőknél a tejalvadék oldását is észleljük. Citrátvért nem tudnak alvasztani. Nyúlkisérletnél az oltási tasak 2—3 nap alatt begyógyul ugyan, de 6—10 nap múlva felfakad és geny ürül.

III. csoport: toxint termelő paraziták (genystaphylococcusok), melyek a környezetben nem, hanem genyes folyamatokban találhatóak. Az esetek túlnyomó részében erős hæmolysist mutatnak. A tejet már többnyire 2—3 nap alatt alvasztják és az alvadékat peptonizálják. Citrátvéralvasztást jóformán mindig találunk, legfeljebb felületes és kisebb genyedések, főleg staphylococcus albus törzseinél hiányzik. Nyúlnál 2—3 nap alatt az oltás helyén duzzadást, genyes fekélyt, sipolyt okoznak vagy pedig necrosist sárga festékbeivódással.

Igen fontos és még talán nem egészen tisztázott kérdés a staphylococcusoknál az infekció és dispozició kérdése. Bizonyos, hogy ez a két tényező szerepel itt is úgy, mint minden baktériumos megbetegedésnél. Minthogy a staphylococcusok főleg a faggyú- és verejtékmirigyek kivezető csöveiben élnek leginkább saprophyta módra, érthető, hogy a staphylococcus-betegségek legtöbbször a bőr mirigyek szerveiben lokalizálódnak és innen hatolnak tovább. Míg a sepsis-streptococcus bemeneti kapuja többnyire a mandula, a női nemi szervek, a pneumococcusé a tüdő, a fül, a felső légutak, addig a staphylococcusé leginkább a bőr. A dispoziciónak pedig alapja a necrotikus, necrobiotikus vagy ellenálló képességében gyengített szövet, mely a staphylococcusok számára a legkedvezőbb életfeltételeket és a virulencia emelkedését biztosítja. A gyengült vagy elhalt szövet a staphylococcusok fejlődésére azért kedvező, mert a normális nedvkeringés az ilyen helyen hiányzik vagy csökkent. POLANO, R. KRAUS és L. Löw, NOEGERATH, NEUFELD vizsgálataiból tudjuk, hogy a normális emberi savó és szövetnedvek immun-anyagokat tartalmaznak staphylococcusok ellen, még pedig nevezett szerzők anti-

hæmotoxinokat, opsoninokat, agglutinineket tudtak kimutatni tetemes mennyiségben. Ez tehát azt bizonyítja, hogy a specifikus ellenanyagok odajutásának gátlása adja az okát a necrotikus szövet nagyobb dispoziójának. Ezért van, hogy a BIER-féle hyperämiasálás, kataplasmák, melyek a nedvkeringést és az ellenanyagok odajutását elősegítik, oly jó hatásúak. Általános rendellenes állapot (diabetes, adipositas, alkoholismus) csak elősegítheti a helyi dispoziót.

A második csoport staphylococcusai, a toxint termelő saprophyta-törzsek annyira ubiquitarius csirák, hogy ellenük védekezni sem igen lehet és minden ember staphylococcus-baktériumgazdának tekinthető. Kedvező körülmények közt ezek a fakultatív patogéneknek tekinthető coccusok, melyek sokszor alig hæmolysálnak, virulenciájukban annyira megnövekednek, hogy fibrinogént is alvasztani tudó staphylococcusokká válnak, olyanokká, melyek csoportosításunk szerint már a harmadik vagyis a toxint termelő paraziták csoportjába tartoznak. Míg más betegségeknel, így a koleránál, meningitiseknél a megbetegedettek jó része egy ideig a betegség előtt veszély nélkül hordhatta a teljesen virulens baktériumokat, a szervezet gyengülésével, a dispozió emelkedésével az előbb még saprophyta-baktériumok, úgylátszik a nélkül, hogy virulenciájuk emelkednék, parazitákká válnak, addig a staphylococcusoknál maguk a baktériumok is megváltoznak, aggresszivitásuk nő és virulenciájuk oly mértékben emelkedik, amint a szövetellenállás gyengül. Általában, bár a szöveti læsio, a locus minoris resistentiæ fontosságát nagyjában elismerik, mégis a legtöbb esetben külső infekciónak tekintik a genyedéses folyamatokat (NEISSER).

Az infekció és a dispozió körülményeiből érthető, hogy a staphylococcus az összes baktériumok közül a leggyakrabban tud másodlagos fertőzést előidézni. Ez a fertőzés ott áll be, ahol a talajt már más baktérium az infekcióra előkészítette és a szöveti dispoziót létrehozta. A staphylococcust másodlagos infekcióra igen széles elterjedtsége is képesíti.

# INVESTIGATIONS CONCERNING THE DISSEMINATION AND THE BIOLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE STAPHYLOCOCCUS PYOGENES.

By J. DARÁNYI D. M.

The staphylococci are the most widely disseminated micro-organisms in our environment, which arise chiefly from the shedding of the epidermis. They are permanent inhabitants of the excretory ducts of the sweat and sebaceous glands, with whose secretions they are spread over the entire body surface. This connection between the dissemination in our environment and the shedding of the epidermis has been determined by qualitative investigations of the bacteria flore of the air (free air, room air, turkish bath etc.).

The determination of the virulence is best done by hæmolytic on 1% rabbit-bloodagar-plates. 2. By coagulation of milk and peptonisation of the coagulum. (Liquefaction of gelatine is less advisable.) 3. By coagulation of citrated blood and 4. By animal experimentation. Coagulation of citrated blood is brought about only by the st.-i, derived from pus-processes. The animal experimentation is done by subcutaneous inoculation of the inner side of the thigh with a normal platinum loop agar culture. There follows after 2—3 days a necrotic, purulent process, if the staphylococcus is derived from the pus. However, if the staphylococcus is of ubiquitous origin, there follows a purulent process after 6—10 days incubation. With non-pathogenic staphylococci, there is no pus formation but a smooth healed inoculation scar. The above methods allow a new classification of the staphylococci, based on their pathogenity. To the first

group belong the atoxic staph.-i, non hæmolysing, non milk coagulating, non pathogenetic for rabbits. To the second group belong the toxic saprophytic, hæmolytic staph.-i, partly coagulating milk, producing pus in rabbits after 6—10 days incubation period. In the third group are the toxic staph.-i parasites of pus processes, strongly hæmolytic, milk and almost always coagulating citrated blood, producing necrosis and pus in rabbits in 2—3 days.

---

(From the session of the III<sup>d</sup> Class of the Hungarian Academy of Science the 18<sup>th</sup> January 1926.)

## A GYÍKOK BŐRÉNEK IDEGVÉGZŐDÉSEI.

ÁBRAHÁM AMBRUS-tól.

(Két táblán 8 rajzzal.)

Amióta HOYER-nek (1868) krómsavval kezelt és sósavval keményített præparatumain sikerült megállapítania azt a sarkalatos tényt, hogy a hámszövetbe az alatta levő kötőszövetből idegek lépnek be, azóta a buvároknak beláthatatlan sora foglalkozott a szabad idegvégződésekkel. HOYER jelölte ki az utat, amelyre a kutatóknak hosszú sora rálépve betetőzte a házat, melynek alapkövét HOYER rakta le. Kezdetleges módszerével még nem sikerült követnie a hámba belépő idegrostok útját s csak magát a tényt állapíthatta meg. Munkáját azzal az óhajjal adta át a tudományos világnak, «hogy talán egy másik kutató szerencsésebb lesz», mint ő volt és sikerül megtalálnia a hámba belépő idegek útját.

Nem is kellett sokáig várákozni, mert COHNHEIM még ugyanabban az évben kimutatta, hogy a cornea hámjába belépő idegek kis fejecskékben végződnek a hámsejtek között. COHNHEIM felfedezése s a vele egyidőben hasonló irányban működő hisztológusok vizsgálati eredményei sok vitás kérdést vetettek felszínre. Ezekre a kérdésekre reflektál HOYER és egyúttal közli az ember-, az emlősök-, madarak-, hüllők-, kétéltűek- és halak corneájára vonatkozó vizsgálati eredményeit. (13) A *Lacerta stirpium* (mai nevén *Lacerta agilis*) corneáját aranyozta, de sikertelenül. Mindamellettt oda nyilatkozik, hogy bár az aranyozás nem sikerült, mégis azt hiszi, hogy a hüllők szaruhártyájának idegei úgy viselkednek, mint a kétéltűekéi, amit sikerült is kimutatnia a gótén, de a békán nem.

A szaruhártya hámidegrostjainak tanulmányozásával kapcsolatban nagy buzgalommal fordultak a buvárok a másfajta hámkokhoz. Vizsgálták az embernek, az emlősöknek, madaraknak, kétéltűeknek és halaknak a bőrét, ahonnan a szabad idegvégződéseket s ezeken kívül az irhának betokozott és be nem tokozott idegvégződéseit, még pedig ezeknek egész sorozatát mutatták ki. Különösen a madarak bőre mutatkozott alkalmasnak arra, hogy az irhában levő sokféle idegvégtestben egyúttal a rostoknak a lefutását is megfigyelhessék. A hullók, a szem szaruhártyáját nem tekintve, a vizsgálatnak mostoha gyermekei maradtak. A vizsgálatnak lényeges akadályai voltak a pajzsok és pikkelyek vastag szarurétege, a bőrnek teljesen száraz és mirigytelen volta s főképen a festéksejteknek az irhában való nagy tömegű felhalmozódása. Ennek tulajdonítható, hogy a buvárok a hullók bőrével általában nem foglalkoztak s másrészt ennek tulajdonította néhány vizsgáló kutatásának eredménytelenségét. Mindez különösképpen a gyíkokra vonatkozik, amelyeknek legtöbb fajánál oly sűrű az irha festékrétege és oly vastag határt von a hám és a corium között, hogy az idegek még a legmodernebb eljárásokkal is csak nagyon nehezen és csak részlegesen tüntethetők elő.

Ezeknek előrebecsátása után rátérhetek a gyíkok bőrének idegeire vonatkozó eddigi vizsgálatok eredményére. Az első, aki a gyíkok bőrében idegeket látott, LEYDIG volt. Ő megállapította, hogy az irhában idegtörzsek vannak, melyek a kötőszövetben hálózatot alkotnak és valószínűleg festéksejtekkel állnak összeköttetésben. LEYDIG azt is észrevette, hogy az idegrostok egészen a hám határáig jutnak el, azonban módszereinek kezdetlegessége mellett az idegrostoknak a hámszövetbe való átlépését nem tudta megállapítani (25). LEYDIG szerint az idegek vékony primitív rostokból álló törzsecskék, melyeknek végágai valószínűleg a bőrérzékszervekkel állnak összefüggésben. Ezek az adatai az *Anguis*-ra vonatkoznak. Később a *Lacerta agilis* bőrét vizsgálta s itt sikerült megfigyelnie, hogy az idegrostoknak az osztódásából finom idegszalacsók keletkeznek, melyek összeköttetésben állnak a fekete pigmentsejteknek a nyujtványaival.

BRUN (25) 1887-ben szintén látott a gyíkoknál corialis

(írhabeli) idegrostokat, azonban végződésüket «a mindent elfedő fekete chromatophorok» miatt nem tudta felismerni. Intraepithelialis idegvégződéseket szintén nem látott.

Az első, akinek a nevéhez a gyíkok bőrében levő intraepithelialis idegvégzódéseknek a felfedezése fűződik, FR. MERKEL. A gerinces állatok bőrének az érzőidegvégződéseiről szóló alapvető munkájában (20) a következőket mondja: «Ámbár a hüllők bőre pigmentben való rendkívüli nagy gazdagsága miatt, amely éppen a cutisnak a legfelső rétegeiben igen zavarólag hat, általában negatív vizsgálati eredményeket szolgáltatott, nekem mégis sikerült az ajkakon, különösen a *Tropidonotus natrix*-nál, gyakran látnom idegrostokat, melyek velőhüvelyük elvesztése után beléptek a hámba. Ott nem lehetett őket tovább követni, azonban, mivel ezeken a helyeken sajátos végszerveknek a legcsekélyebb nyoma sem volt látható, azt kell hinnem, hogy ezekenél az állatoknál is szabad idegvégzódések vannak». MERKEL volt tehát az első, aki a hüllők szabad idegvégzódéseit meglátta s ámbár eredményei a kígyókra vonatkoznak, a kígyó- és gyíkbőrnek mondhatni azonos szövettani szerkezetét tekintve, a gyíkokra is átvihetők.

Ugyanabban az évben, melyben MERKEL munkája megjelent, BATTELI tett közzé egy értekezést (1), amelyben különösen a gyíkbőr hámközi idegeire vonatkozó pontos adatokat közöl. BATTELI abból a feltevésből indul ki, hogy a hüllőknél a specifikus bőrérzékszerveken kívül más idegvégzódéseknek is kell lenniök, és pedig a bőr egész terjedelmében, melyek a külvilág közérzeteit közvetítik. Arra törekedett, hogy megtalálja azokat az idegvégeket, melyek ezt a célt szolgálják s amelyek a magasabbrendű gerinceseknél már ismeretesekek voltak. Vizsgálatai eredményeseknek bizonyultak. A RANVIER-féle aranyozási módszerrel sikerült kimutatnia, hogy *L. agilis* ajakbőréből velőhüvelyes idegrostok haladnak a hám felé és miután velőhüvelyüket elvesztették, belépnek a hámba. Az idegek a *tela subcutanea* idegtörzseiből indulnak ki és a *stratum limitans superius*-ig haladnak, azután pedig közvetlenül az epidermis alatt sűrűn elágazódnak. Ezekből az ágakból mennek velőtlen rostok a hámba, ahol a MALPIGHI-réteg tüskés sejtjei között vagy szabadon, vagy fejecskekben végződnek.



BATTELI vizsgálati eredményeivel kétségtelenné vált, hogy valamint a magasabb- és alacsonyabbrendű gerinceseknek, úgy a gyíkoknak a bőrében is szabad idegvégződésesek vannak és hogy ezek úgy végződnek, mint a magasabbrendű gerinceseknél és az embernél.

BATTELI után R. BLANCHARD a *Lacerta ocellata* bőrét vizsgálta (25) s ennek irhájában sűrű ideghálózatot látott, mely a subcutan kötőszövetben lévő vastag idegtörzsből eredt, azonban az idegrostoknak a hámba való belépéséről nem tudott meggyőződést szerezni. Érdekes megfigyelése, amit a későbbi bűvárok figyelmen kívül hagynak, hogy az idegrostok a tulajdonképpeni bőrben velőtlenek, mert velőhüvelyüket azonnal elvesztik, mihelyt a subcutan kötőszövetet elhagyják. RETZIUS (1892.) a *L. agilis* bőrét vizsgálta. GOLGI szerint kezelt præparatumain azt vette észre, hogy a pigmentben rendkívül gazdag cutisból számos finom idegrostocska lép be a hámba, melyek ott egyideig érintői irányban haladnak és azután merőlegesen kifelé fordulnak s a legkülső rétegekben egyszerűen vagy szétágazva szabadon végződnek. Jellemző a hámba belépő rostokra, hogy kevésbé ágaznak el és hogy véggömbjeik a halak, kétéltűek és emlősök hasonló vég szerveivel összehasonlítva, rendkívül nagyok és oválisan kerek (25).

MAURER (1895) a *L. agilis* bőrében a subcutan kötőszövetben szintén látott idegtörzsecskéket, amelyek függőlegesen haladnak felfelé, a coriumnak vastag durva rostos rétegén mennek keresztül s a subepidermoidalis rétegben divergáló rostokká sugárzanak szét és az epidermissel szoros vonatkozásba lépnek (18). Rajzain az idegrostoknak a hámba való belépése nincs feltüntetve, a rostocskák csak az epidermis határáig futnak.

SCHMIDT 1910-ben hosszabb tanulmányt közöl a *Voeltzkowia mira* BTRGR bőréről (25), azonban idegtani vizsgálatra alkalmas anyag hiányában nem figyelhette meg a cutisban gazdagon elágazó és egészen a hám határáig követhető velőhüvelyes idegrostoknak a hámba való belépését. A subcutan idegfonadék, amely szerinte érző természetű, részben a bőrérzékszervekkel lép összeköttetésbe, részben pedig szabadon fekszik a coriumban.

Ennyit kellett a kérdés történetéről előrebocsátanom, hogy

az alábbiakban a gyíkok bőrének idegvégződéseit saját vizsgálataim alapján tárgyalhassam.

Az elmúlt években a MÉHELÝ L. professzor által megkülönböztetett *Archaeo- és Neolacertae-gyíkcsoportok* combmirigy-eivel foglalkoztam s mivel a combmirigyekkel kapcsolatban a gyíkbőr szövettani felépítését is alaposan tanulmányoztam, feltűnt nekem a gyíkbőr idegvégződéseire vonatkozó adatoknak rendkívüli szegénysége. Éppen azért MÉHELÝ professzor ajánlatára vizsgálat tárgyává tettem a gyíkbőrnek azt a részét, amelyről tudomásom szerint az idegek végződése szempontjából még semmi nemű adat sincs az irodalomban.<sup>1</sup> Ez pedig a phallus bőre. Ezenkívül vizsgáltam a bőr más részeit és a combmirigyeket is. Az utóbbiakra vonatkozó vizsgálati eredményeimmal később szándékszem foglalkozni, most csak azokra a vizsgálati adatokra szoritkozom, amelyek a phallusra vonatkoznak. Vizsgálati anyagul a Neolacerták közül a *L. viridis* LAUR. és az Archæolacerták közül a *L. monticola* BLGR. szolgált.<sup>2</sup>

Vizsgálataim módszereim: BIELSOWSZKY-féle ezüstözés, egészben, metszeteken, fagyasztott metszeteken; RAMÓN Y CAJAL-féle ezüstözés, CAJAL—LENHOSSÉK-féle utóaranyozás és STÖHR-féle aranyozási módszer. Ezek közül egyedüli eredményre vezetőnek csak a STÖHR módszerét mondhatom. E szerint készültek mindazok a præparatumok, melyek vizsgálati eredményeimet szolgáltatják. Sajnos, anyag hiányában nem próbálhattam ki az idegvizsgálatnak még nem említett két legmodernebb eljárását: a methylenkék-festést és a GOLGI-féle króm-ezüstözést. Ezeket majd később fogom kipróbálni, mihelyt friss vizsgálati anyaghoz juthatok.

A gyíkok phallusának a vizsgálatakor két eddig ismeretlen

<sup>1</sup> Meg kell említenem, hogy főnököm, MÉHELÝ L. professzor úr régebben egy formalinban rögzített újguineai gyík (*Lygosoma Méhelýi* WERNER) phallusának NABIAS-féle aranyozással kezelt sorozatos metszeteit mutatta nekem, melyekben a hámréteg szabad idegvégződései láthatók, azonban a professzor úr idevágó adatait eddig még nem tette közzé.

<sup>2</sup> Ezt az utóbbi, rendkívüli becses anyagot MÉHELÝ prof. úrnak köszönhetem, aki viszont egyik szaktársától, CYRÉN OTTÓ-tól kapta. Ez a buzgó herpetológus azért utazott Stockholmból Portugáliába, hogy ezt a nevezetes gyíkot megszerezhesse.

tényt sikerült megállapítanom: 1. hogy a phallus hámjában szabad idegvégződések vannak, 2. hogy a hámot határoló, cavernosus (barlangos) kötőszövetben nagyrészt megtalálhatók azok a különböző tokkal bíró és tok nélküli idegvégkészülékek, amelyek az embernél, az emlősöknél és madaraknál már igen régóta ismeretesek.

### I. Szabad idegvégződések.

A gyíkok phallusa KRAUSE leírása szerint (16) egy hosszúkas izmos szerv, melynek több mint háromnegyed részét egy hatalmas, hosszában futó, keresztben csikolt izom, a *musculus retractor penis* alkotja. Ez az izom a penis nyelétől indul ki és egészen a glans penisig vonul, ahol csipkésen végződik. A penis alapján lateralis irányban elhajlik és itt egy nyirokúreg veszi körül. Az izomrostok közötti laza kötőszövetben zsírral telt hasadékok vannak. Az izmot kívülről barlangos kötőszövet veszi körül, mely a phallus alapján a kloaka *propria* kötőszövetébe megy át, amely szintén barlangos kötőszövet. A phallus kötőszöveve distalisan a glansba folytatódik.

A glans a nyélnék distalis végén ül sapkaalakúan és barlangos kötőszövetből áll, melyet sokszorosan kanyargó, elágazó és oldalágakkal megtüzdelt hámoszlopok járnak át. A glans felületét egészen alacsony, csaknem lapos, kétrétegű kockahám határolja. Ugyanilyen hám vonja be a penis nyelét is körös-körül és azután fokozatosan átmegy a kloaka többretegű laphámjába. A phallus tehát szövettanilag izomból, barlangos kötőszövetből és hámszövetből áll, hozzászámítva természetesen a véredényeket és idegeket is.

A hámgerendák hámja úgy a *L. viridis*-nél, mint a *L. monticola*-nál többretegű laphám, mely összefügg a szomszédos gerendákéval s végül az egész azzal a kétrétegű kockahámmal, amely a glans penist befedi, körülveszi a nyelet és végül átmegy a külbőr többretegű laphámjába. Az egész penis hámját tehát egy hosszú, változó vastagságú hámhártyának kell felfognunk, mely a kloakában bélés, a penisen fedő, a glansban bélés-hám, amely physiologiai feladatának megfelelően módosult, de

minden esetben megtartotta a testnek fedőhámjával való összefüggését és ezzel kapcsolatban epidermis jellegét.

A hámgerendáknak többrétegű laphámján megtalálhatók mindazok a rétegek, mint a külbőr epidermisén; ugyanaz a szarusodási folyamat megy végbe és ugyanolyan periodikus a szarusodott rétegek leválása, mint a külbőrnél, eltérés csak abban van, hogy a szarusodási periodusok nem esnek egybe a külbőrével. Erre különben még visszatérünk.

A hámgerendákat köröskörül mindenütt barlangos kötőszövet határolja, amelyben igen sok a rugalmas rost. A barlangos szövet rendkívül gazdag véredényekben, sűrű véredényhálózat járja át, mely sok egymáson keresztül-kasul haladó és hurkokat alkotó ágat küld egészen a hám határáig. A barlangos szövet szemölcszerű nyujtványokat bocsát a hámba, melyek a vastag és a párzás idején rohamosan osztódó hámnak táplálékot szállítanak; másrészt ebben vannak az idegeknek sűrű papillaris subepithelialis hálózatán kívül az idegvéggomolyoknak különböző alakjai.

A phallus szövettani ismertetése után áttérek most az említett és megvizsgált két gyíknak a phallus szövetében talált idegvégződéseire, még pedig először is a hámszövet szabad idegvégződéseire.

### Intraepithelialis idegvégzések.

*Lacerta viridis* LAUR. A barlangos szövetnek subpapillaris részén, közel a papillák tövéhez, rendszerint a véredények tövében futó nagyszámú idegtörzsecskét látunk, melyek mindegyike a papilla felé irányul. Az idegtörzsecskék átlag vékonyak, kevés rostból állnak. A vastagabb törzsecskék rendszerint még a subpapillaris szövetben elágaznak s így haladnak a papilla felé. Útközben oldalágakat bocsátanak, melyek vagy eltérnek és tangentialis irányban haladnak, vagy a testvérágakkal szinte párhuzamosan haladva lépnek át a papillába. A papillában újra elválnak egymástól a még együtt lévő neuritek és a hámathár felé haladnak. A subepithelialis kötőszövetben azután a tengelyfonalak, amelyek mindannyian erősen varicosusak, rendkívül finom,

laza rosthálózatot alkotnak, amelyet plexus subepithelialisnak szoktak nevezni. (1. rajz.)

Ennek a hálózatnak az ágai rendszerint párhuzamosan haladnak a hámszövet stratum cylindricumának sejtsorával, vagy részben merőlegesen futnak a papilla hosszára. A rostoknak egy kisebb része keresztül-kasul halad az előbbieket alatt vagy fölött. Ebből a subepithelialis plexusból igen sok egyes rost belép a hámszövetbe. (2. rajz.) Itt haladnak a hámsejtek között és a *stratum dentatum*-ban végződnek.

A belépő rostok rendkívül finomak, varicosusak és tapasztalatom szerint *sohasem ágaznak el*. Legtöbbször egyenesen, szinte függőleges irányban haladnak a hám felszíne felé és legkésőbb a *stratum dentatum*-ban szabadon, véggömböcskék nélkül végződnek. Fejecskében végződő rostot egyet sem láttam. Hiányukat egyelőre csak a kikészítés hibájának merem tartani.

Az idegtörzsecskéket, melyekből a kötőszöveti papillaris elágazások kiindulnak, a barlangos szövetben nem követhettem tovább, mint amennyiről az 1. rajz tájékoztat.

*L. monticola* BLGR. Ami a penis megvizsgált részének szövettani szerkezetét illeti, itt is állnak a *L. viridis*-nél elmondottak. Azonban egy nagy különbség volt a kettő között és ez a hámgerendákra vonatkozik. A gyíkok penisében — mint MÉHELÝ professzor úrtól tudom — a hámgerendák hámjának fejlettsége az év különböző szakaiban más és más. Ha tavaszkor a párosodás idején vizsgáljuk, azt látjuk, hogy a hám virulásának teljességében van. A *matrix*-réteg sűrűn osztódik, a hám igen sokrétegű, a szarusodás fokozott és az elpusztult hámgenerációk leválása gyakori. A párzási idő elmúltával azonban a hám virulentiája kezd megcsappanni. Az egymás felett többszörösen elhelyezkedő, szarusodó, szarusodott és leváló rétegeket már nem szorítja maga előtt a *matrix*-réteg fokozott osztódásából létrejövő sejtömeg. A levált szarurétegek eltávoznak a hámcsövek lumenjéből. Ezután a szarusodott rétegek sorban leválnak s a *matrix*-sejtek nem osztódnak többé, vagy már csak nagyon lassan. Ily módon csak a *stratum profundum* és a *stratum dentatum* marad meg. Igen szépen látható ennek a folyamatnak végső stádiuma a *L. monticola* phallushámján (3. rajz.)

Szinte kietlennek tűnik fel a kép, ha összehasonlítjuk azzal az állapottal, mikor a hám virul. A *L. monticola* phallusának hámjából is csak a *stratum profundum* rétegei maradtak meg és ennek is felső sejtszelei egyenként vagy cafatosan hullnak bele a lumenbe. A többi szövetben nem áll be változás, de ezeknél is látni, hogy nagyobb a szegénység, mint tavasszal. Egyébként a barlangos szövet olyan, mint a *L. viridis*-nél, véredényekben, vérlakunákban nagyon gazdag. Az idegek számában, vastagságában, elágazódásában, végződésében a *viridis*-nél ismertetett viszonyoktól sok eltérést láttam. Az ideghálózat aránytalanul sűrűbb és vastagabb.

A cutis papillák idegszövedéke itt is a subpapillaris kötőszövetnek a mélyebben fekvő rétegéből indul ki kis idegtörzsecskékből. Ezek a törzsek vékonyabbak, kevesebb rostból állnak, mint a *viridis*-nél. A törzsecskék itt is a capillariskok mentén haladnak csaknem függőlegesen a hosszúkás, tangenciálisan megnyúlt papillák felé. Közben elágaznak. Az oldalágak részint letérnek és a szomszédos papilla felé veszik útjukat, részint függőleges irányban igyekeznek a papilla felé. A szemölcsbe lépő ágak újra elágaznak, többszörösen egymás után és jóval a hám alatt sűrű, faalakú plexust formálnak. (3. rajz.) Ebből a plexusból lépnek be az idegrostok a hámba, de másképp, mint a *viridis*-nél. Az oldalágak egy része közvetlenül az epidermis alatt halad párhuzamosan az alsó hámsejtréteggel, átmegy a következő papilláig és ennek a plexusával lép összeköttetésbe. Az idegrostoknak egy másik része belép a hámba, ebben fölfelé halad, azután elágazik és visszahajlik a *stratum cylindricum*-ba, ahol szabadon végződik a sejtek között. A rostoknak egy másik része érintői irányban halad hosszú darabon a *stratum dentatum* sejtszelei között s ott feltűnően nagy végfejecskében végződik vagy több sor hámsejt között áthaladva visszatér a kötőszövetbe. A rostoknak egy következő csoportja függőlegesen halad a hám felszíne felé; ott közel a legfelső réteghez vagy éppen abban elágazik s ágai vagy szabadon, vagy véggömböcskében végződnek a hámsejtek között. Ezekon kívül láthatók olyan rostok is, melyek a hám felületi rétegeiben hosszában haladnak, egymás után több oldalágat bocsátanak, melyek úgy, mint maga a főág, gömböcskében végződnek. (3. rajz.)

Ha most összehasonlítást teszek a két phallus hámjának intraepithelialis idegvégei, valamint a subepithelialis plexus között, akkor azt kell mondanom, hogy, az általános megegyezés ellenére is, nagy a különbség a kettő között.

1. A *L. monticola*-nál a subepithelialis plexus sokkal sűrűbb s az alkotó idegrostok vastagabbak, mint a *L. viridis*-nél.

2. A *L. monticola*-nál az intraepithelialis rostok aránytalanul nagyobb számmal és gazdagabb elágazódással fordulnak elő a hámban, mint a *viridis*-nél.

3. A *L. monticola* intraepithelialis rostjai nagy gömbalakú, kissé ovoid végekkel végződnek, míg a *viridis*-nél ilyeneknek nyomát sem láttam.

Ezek a különbségek, amelyek a papillák és a hám beidegzésében fennállnak, azt hiszem, sokban támogatják MÉHELÝ professzor nézetét, aki az *Archæo-* és *Neolacertae* gyíksoportok szétválasztásakor mint aetiologiai sajátóságot említette fel, hogy az *Archæolacerták* sokkal sensibilisebbek, gyöngédebb alkatúak, s farkuk is vékonyabb és törékenyebb. Ezt a nagyobb fokú érzékenységet nézetem szerint a MÉHELÝ professzortól említett,<sup>1</sup> de eddig még le nem írt bőrérzékszervükön kívül a bőr gazdag beidegzésének köszönik.

KOLMER-rel (15) egyetértően még arra is rá kell mutatnom, hogy a hámban ismertetett idegrost-végelágazások egymás között egészen egyformák. Morphologiai különbségeket, mint BOTEZAT (5) a kutyánál, TRETJAKOFF (28) a disznónál, nem vettem észre.

## II. Idegvégkészülékek (terminalis testek).

### A) *Betokozatlan terminalis testek.*

A phallus barlangos kötőszövetében a már leírt idegrostokon kívül gomolyalakú idegvégeket, kéjttestecskéket és módosult VATER-PACINI-féle testeket találtam, melyeket az alábbiakban ismertetek.

Gomolyalakú idegvégkészülékek már régen ismeretesek voltak

<sup>1</sup> L. v. MÉHELÝ, *Archæo- und Neolacerten*; *Ann. Mus. Nat. Hung.*, V. 1907., p. 492.

az embernek és az emlősöknek a bőréből, mikor BOTEZAT kimutatta, hogy ezek nemcsak az ember és az emlősök bőrének sajátos idegvégei, hanem a madarak irhájában is megtalálhatók. BOTEZAT ebben a munkájában (3. p. 148.) annak a véleménynek ad kifejezést, hogy «az idegvégződéseknél ilyen formája a gerinceseknél általános jelenség s kivételt talán csak a halak képezhetnek».

Egy másik dolgozatában a véggomolyra vonatkozólag ugyancsak hasonló értelemben nyilatkozik (2. p. 239.). «Gomolyalakú elágazások minden gerinces állat irhájára nézve sajátos végkészülékek — bár eddig a hullóknél és halaknál nincsenek kimutatva — és jellemzők a csupasz, t. i. a szőrrel vagy tollal nem fedett bőrre.» BOTEZAT kimondotta, hogy gomolyalakú végkészüléknek a hullók bőrében is kell lennie, de állítását tudtommal eddig sem ő, sem más nem bizonyította be.

A gyíkok bőrére vonatkozó vizsgálatok a bőr szövettanára, a pikkelyekre és az újabbak főképp a bőrérzékszervekre vonatkoznak, idegvégzésekkel — nem tekintve az előbb említett néhány adatot — egyáltalán nem foglalkoztak a buvárok.

R. HULANICKA foglalkozik a teknősök bőrének az idegvégzésekkel (14). Ismerteti a szabad idegvégzéseket, ismerteti a cutis tapintósejtjeit, foglalkozik az izlelőszervek beidegzésével, de gomolyalakú végkészülékekről nem tesz említést. Ezenkívül más újabb vizsgálatot, mely a hullók vagy specialiter a gyíkok bőrének idegvégzésekkel foglalkoznék, nem ismerem.

Véggomoly alatt az idegrostnak vagy idegrostoknak gomolyalakú végződését értjük. Az ideggomolyoknak vagy van kötőszöveti tokjuk, vagy nincs. E szerint vannak toknélküli és betokozott gomolyok. A toknélküliek vagy egyszerűek, vagy összetettek.

1. Egyszerű gomoly a terminalis idegvégzéseknek az a fajtája, mely egyetlenegy velős idegrostból jön létre. Csekély kiterjedésűek és idegrostban szegények. Ezeket DOGIEL fedezte fel az ember kéz- és lábújbőrének cutis stromájában. Ilyen terminalis testet nem találtam a barlangos kötőszövetben.

2. Összetett vagy komplikált véggomoly alatt olyan gomoly szerűen alakult terminalis testet értünk, melynek alkotásában több idegrost vesz részt. Ilyeneket talált DOGIEL az ember bőré-



ben, BOTEZAT a macska orrbőrében, MICHAÏLOW az emlősök húgyhólyagjában, BOTEZAT a madaraknál s úgy hiszem, ilyeneket találtam én a *L. viridis* phallusában.

Ez a gomolyalakú terminalis készülék (4. ábra) a subpapillaris cavernosus kötőszövetben fekszik, de nem messze a hámtól. Részletesebb ismertetésébe nem bocsátkozom, mert az embernek és a két felső gerinces osztálynak a bőrből már aprólékosan le vannak írva. Az általam kimutatott végkészülékre legjobban annak a gomolyalakú terminalis testnek leírása illik rá, melyet DOGIEL az ember glans penis-ének corium stromájából ismertetett, azonban ettől eltér abban, hogy míg amannak kötőszöveti tokja van, ennél a toknak nyoma sincs.

A stromából, vagyis a subpapillaris barlangos szövetből több, a jelen esetben három, rost indul ki, melyek egy jó darabon párhuzamosan haladnak egymással. Azután egy hosszúkás, megnyúlt gomolyt alkotnak, melyből átmennek a tulajdonképpeni nagy gomolyba, a véggomolyba. A véggomoly körtealakú. Rosthálózata nagyon laza s a praeparatumok alapos megtekintése arról győz meg bennünket, hogy nem a rostok ágai, hanem maguk a rostok alkotják benne a gomolyt. Egyébként az egész gomoly nagyon egyszerű, amit híven illusztrál a 7. rajz.

Az idegrostok a gomolyba belépve kanyarulatokat alkotnak, egymáson többször áthajlanak és azután a felület felé széles lapátalakban végződnek. Sajnos, az aranyozott készítmények nem egészen alkalmasak arra, hogy az idegrostoknak a terminalis testekben való finom elágazásait és lefutási viszonyait pontosan feltüntessék, azonban talán lesz még alkalmam, hogy ezeket is behatóan tanulmányozhassam.

Ilyen gomolyalakú végkészülékekkel úgy egyes, mint sorozatos készítményeimen többször találkoztam. Vannak kisebbek és nagyobbak, kerek-körtealakúak és megnyúltak. Ez utóbbiak különösen a szemölcsökben találhatóak. Az utóbbiak egyébként nagyon hasonlítanak a KRAUSE-féle végbunkóhoz, de kötőszöveti tokjuk nincs.

B) *Betokozott terminalis testek.*1. *Betokozott idegvéggomoly.*

A betokozott idegvéggomolyokat W. KRAUSE fedezte fel az embernél a nemi szervekben és a szem kötőhártyájában (conjunctiva). Ezek közül azokat, amelyeket a külső nemi szervek irhájában talált, *kéjtestecskéknek* nevezte el, a conjunctivában levőknak azonban semmiféle külön nevet nem adott. Ez utóbbiakat a későbbi bűvárok KRAUSE-féle végbunkónak nevezték.

A kéjtestet és a KRAUSE-féle végbunkó között az a főkülönbség, hogy a KRAUSE-féle bunkóba csak két idegrost nyomul be. Ezek egyike a főrost. A főrost a toknak a nyirok üregében rendszerint bunkószerűen megvastagodott tengelyfonál, amely sűrű neurofibrilla hálózattól és perifibrillaris állományból van összetéve. Ezt a bunkót egy mellékrostnak kosárszerű terminalis hálózata veszi körül. Ilyen testeket nem találtam.

A kéjtestet a KRAUSE-féle végbunkóval szemben különösen az jellemzi, hogy a kötőszöveti tok által határolt üregbe, melyet a legtöbb észlelő nyiroküregeknek mond, több rostból álló idegtörzsecske nyomul be. (5. rajz.)

A kéjtestek alakja az irodalom szerint — ARONSON, SCHWALBE, RETZIUS és mások — sokféle. Rendszerint kerek, tojásdadok vagy hosszában megnyúltak. DOGIEL szerint az ember külső nemi szerveiben rendszerint csoportosan fordulnak elő és úgy helyezkednek el, hogy hosszanti átmérőjük többé-kevésbé párhuzamos a bőr felületével (10).

A kéjtesteket már az első vizsgálók (W. KRAUSE, FINGER, MERKEL, IZQUERDO, SCHWALBE, RETZIUS) megállapítása szerint különböző vastagságú kötőszöveti tok veszi körül, amely nagyszámú magot tartalmaz. DOGIEL szerint a tok koncentrikusan egymásra rétegzett kötőszöveti hártyák (lemezek) sorozatából áll. A lemezek száma az embernél 3—4, esetleg 6—8 is lehet. A toknak a legbelső lemezét a nyiroküregtől, illetőleg az idegtörzs végdarabjától egy nagymagvú réteg választja el. Ez a magvas réteg mélyen benyomul az idegtörzs vége felé, amiről már SCHWALBE és RETZIUS is megemlékezett. Ezen belül van az idegvég szerv,

melynek belső szerkezetére vonatkozólag kissé eltérő a buvárok véleménye.

W. KRAUSE és FINGER leírása szerint minden kéjtest belső bunkójába két vagy több idegrost lép be, melyek finom terminális rostokra oszlanak s azért látszik a belső bunkó szemecskézettnek. RETZIUS a belépő idegrostokat nem tudta egészen a végükig követni. SCHWALBE körülbelül a KRAUSE véleményén van, amikor odanyilatkozik, hogy a belépő idegtörzsek a rostjai valószínűleg gombszerű duzzanatban végződnek s ezzel együttjár a belső bunkó oszlása úgy, hogy minden idegrost egy külön belső bunkóba volna beillesztve. DOGIEL szerint a belépő idegtörzsecskének kötőszöveti hüvelye a SCHWANN-féle hárttyával együtt átmegy a tok kötőszövetébe, még pedig mielőtt a rostok a belső bunkóba lépnének be.

A belépő rostoknak a száma bizonyos vonatkozásban van a kéjtest nagyságával. A rostok a testnek valamelyik pólusán, vagy mind a kettőn, vagy pedig a felület valamelyik más részén lépnek be. A belső bunkóba belépő idegrostok elveszítik velőhüvelyüket, és pedig vagy a test közvetlen közelében, vagy csak a felületén. Ezután a rostok egy része néhány ágacskára oszlik, melyek a testecske körül egy-két kanyarulatot alkotnak, a többi pedig belép a belső bunkóba. A belépő tengelyfonalak a bunkónak középponti vagy kerületi részén kisebb-nagyobb számú hurkot alkotnak és oldalt számos különböző vastagságú és hosszúságú ágat bocsátanak. A megmaradó ágak tovább kanyarognak, hurkokat alkotnak és finom ágacskákra oszlanak, melyek kigyózva oly sokféle módon és irányban kanyarognak, hogy DOGIEL szerint pontosan le sem írhatók.

A kéjtest belső bunkójának további részletes irodalmi ismertetését mellőzve még csak azt említem meg, hogy DOGIEL szerint a belső bunkónak a rostok végágaitól üresen hagyott helyét valami finoman szemecskézett félfolyékony anyag tölti ki. Ez az anyag metylénkéekkel tartós festés hatására intenzív kékre festődik.

A kéjtesteket az embernél fedezték fel s nemsokára azután megtalálták az emlősöknél is. Tudtommal a hüllőknél még nem irtak le ilyeneket. Én a *Lacerta viridis* párzószervében találtam kéjtesteket, melyeknek rövid leírása a következő.

A kéjtestek a barlangos kötőszövetnek subpapillaris rétegében a barlangos testek között, vagy ezeknek közvetlen közelében fekszenek. A testek változó nagyságúak, gömbölydedek vagy tojásdadok, a befutó idegtörzsszel lombikalakúak. (5., 6. rajz.) A terminalis testet kívülről 3--4 kötőszöveti lemezből álló tok veszi körül. A lemezek szorosan egymáshoz záródnak. Belső lapos magvas réteget, amilyent W. KRAUSE, SCHWALBE és DOGIEL az ember kéjtesteiről említ, nem vettem észre s nem gondolnám, hogy más módszerrel készült præparatumokon látható volna a magvas réteg, mert más magvak a jelen esetben is jól előtűnnek. (3. rajz.)

A lemezes szerkezetű tok egy ovális belső üreget zár körül, melyben az idegvégkészülék fekszik. A végkészülék sohasem tölti ki teljesen az üreget (5. rajz), hanem mindig kisebb-nagyobb hézagokat hagy üresen, melyben a præparatumokon semmi különös anyag nem látható. Valószínűleg az a bizonyos félfolyékony állomány töltheti ki, melyről a régi buvárok és DOGIEL is megemlékeznek.

A belső bunkóba egy aránylag vastag idegtörzsecske lép be, melynek lefutása a kötőszövetben egyes esetekben elég hosszú pályán követhető. Az idegtörzset 1—2 lemezből álló kötőszöveti hüvely veszi körül, mely fokozatosan megy át a tok szövetébe s ennek külső lemezeit alkotja. (5., 6. rajz.)

Az idegtörzsecskében futó rostok száma minden esetben tekintélyes. (5. rajz.) Egyesekben 8—10, de több is lehet. A rostok egyenesen hatolnak be a végtestbe. Itt a tengelyfonalak a kerület felé oldalágakat bocsátanak, melyek megfigyelésem szerint véggombokban végződnek. Bizonyos beállításnál olyan képet kapunk, mely a mellett szól, mintha a belső bunkó ürege sejtes felépítésű volna. (6. rajz.) Ebben az esetben az üregnek egy lapos hámbélése volna, ami valószínűtlen. A sejthatárokat a kerület felé haladó rostocskák, a magvakat pedig a véggombok szolgáltatják. Az idegrostoknak a végződésére vonatkozó megállapításaim némileg megegyeznek SCHWALBE véleményével, tudniillik, hogy a rostok gömbalakban végződnek úgy, mint a *L. monticola* hámjában.

## 2. Golgi—Mazzoni végtestecske.

G. MAZZONI-testecske alatt egy fő- és egy mellékrostnak gomolyalakú, szabályos tokkal körülvelt végdarabját értjük. Ezt a testcskét az irodalomban legtöbbször módosult VATER-PACINI-test néven emlegetik. Módosult PACINI-test, mert lemezrendszere sokkal vékonyabb és keskenyebb rétegzésű, másrészt belső ürege jóval nagyobb, mint az előbbié. Idegrostjainak a végelágazásában a véggomolyokhoz és a RUFFINI-testcskékhöz hasonlít.

Az ideghálózatot egy fő- és egy mellékrost szolgáltatja. A főrost alkotja a gomolyt, melyet a mellékrostnak kosárszerű fonadéka vesz körül. A testecske az ember bőréből ismeretes, ahonnan már gyakran leírták, utóbb TRETJAKOFF a szarvasmarha orrbőrének a coriumában, a stratum subpapillareban talált ilyen terminalis testeket.

BOREZAT két formáját különbözteti meg; tudniillik egyszerű és bonyolódott testcskét.

Az egyszerűek kicsinyek, golyóalakúak vagy megnyúltak. Belső bunkójukban a főrostnak kismértékű elágazását a mellékrostnak terminalis hálózata kosárszerűleg veszi körül. Ismeretesek az ember bőrének a cutisából és TRETJAKOFF az ökör orrbőréből mutatott ki hasonlókat.

Az összetett G. MAZZONI-testcskék jóval nagyobbak, sokszor kolbászalakban megnyúltak. A főrost vastag, a tengelyfonal gazdagon elágazik, a tok közepében gomolyszerű hálózatot alkot és ezt, mint az előbbi esetben, a mellékrost hálózata veszi körül.

G. MAZZONI-féle végkészülék a gerincesek alsó három osztályában tudtommal még nincs kimutatva. Én a *L. viridis* penisbőrében az előbb leírt terminalis testek társaságában akadtam rájuk. A G. MAZZONI-test szintén a barlangos kötőszövetben, a stratum subpapillareban fordul elő közvetlen a vérüreggel mellett. Véleményem szerint ezek az összetett testek közé sorozhatók.

Alakjuk tojásdad s kívülről aránylag vékony kötőszöveti lemezekből álló tok veszi őket körül. Ez a tok ovális üreget zár be, melyben az idegvégtest fekszik.

A testcskébe két idegrost lép be s miután kötőszöveti hü-

velyük a tokba megy át, ennek külső lemezét alkotja. A tok lemezeinek a száma 4—5. (8. rajz.)

A belépő rostok közül az egyik feltűnően vastag és erős nagytással élénken szembetűnő rostozottságot tüntet fel. Miután az üregbe belépett, nagyobb szemű hurkokat alkot a nélkül, hogy oldalágakat bocsátana. A hurokdarabok hosszmetsetén szintén látszanak a neurofibrillák.

A mellékrost sorsáról nem sok mondanivalóm van, mert a végdarab több metszetre került. Egyébként úgy itt, mint az eddig leírt végtestekben a rostoknak pontos végelágazását még más módszerekkel is tanulmányoznom kell. Mostani értekezésemben főleg az egyes terminalis testecskék előfordulásának kiderítése volt a célom s ez teljes mértékben sikerült is, mert *mindaz, amit e helyen a gyíkok páرزószervének idegvégződéseiről közöltem, az irodalomban eddig teljesen ismeretlen volt.*

### Összefoglalás.

A megvizsgált gyíkoknak a páرزószervében intraepithelialis és corialis idegvégződések vannak. Intraepithelialis végkészülékeket két fajon mutattam ki. Az irhában fekvő idegvégződések közül a papillaris subepithelialis plexust szintén mind a két megvizsgált gyíknál megtaláltam. Betokozatlan és betokozott véggomolyokkal csak a *L. viridis*-nél találkoztam.

\*

Dolgozatom végeztével kedves kötelességet teljesítek, amikor mesteremnek, dr. MÉHELY LAJOS egyetemi tanár úrnak, aki nemcsak rendkívül ritka vizsgálati anyagot bocsátott rendelkezésemre, hanem kutatásaimban is állandóan támogatott, ezennel hálás köszönetet mondok. Nemkülönben hálával emlékszem meg arról is, hogy ANDRASOVSKY ISTVÁN középisk. tanár t. barátom szíves volt készítményeimet lerajzolni.

## A RAJZOK MAGYARÁZATA.

## I. tábla.

1. A *Lacerta viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Véredények az irhában, szabad idegvégződés az irhában és a hámban. Nagyítás: Reichert obj-8 a, comp. oc. 4, rendes tubus-hosszúság.

2. A *L. viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Véredényhálózat az irha-szemölcsben. Ideg-plexus a szemölcsben, szabad idegvégzések a hámban. Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , oc. 3, rendes tubus-hosszúság.

3. A *Lacerta monticola* BLGR phallusának keresztmetszete. Hajszálerék és ideghálózat az irhában. Idegrostháló a szemölcsben, gömböcskében és szabadon végződő idegvégzések a pusztuló hámban. Különböző beállítással készült kombinált kép. Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , comp. oc. 4, tubus félig kihúva.

4. A *L. viridis* LAUR. kitürt phallus keresztmetszete. Habitus-kép. Nagyítás: Reichert obj. 3, comp. oc. 4.

## II. tábla.

5. A *Lacerta viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Kéjtest a barlangos kötőszövetből a belépő idegrostok végfejecskéivel. (Kombinált kép.) Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , comp. oc. 4, félig kihúzott tubus.

6. A *L. viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Ugyanaz a kéjtestecske pontos beállítással az idegrostok finom elágazásával. Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , comp. oc. 4, félig kihúzott tubus.

7. A *L. viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Összetett véggomoly az irhából. Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , comp. oc. 4, félig kihúzott tubus.

8. A *L. viridis* LAUR. phallusának keresztmetszete. Összetett GOLGI-MAZZONI-féle végtest. Nagyítás: Reichert obj. hom. imm.  $\frac{1}{12}$ , comp. oc. 4, teljes tubus hosszúság.

## Irodalom.

1. BATTELI ANDREA: Beiträge zur Kenntniss des Baues der Reptilienhaut. Arch. f. mikr. Anat. 17. 1880.

2. BOTEZAT E.: Über das Verhalten der Nerven im Epithel der Säugethierzunge. Zeitschr. f. wiss. Zool. 71. 1902. p. 211.

3. BOTEZAT E.: Die Nervenendapparate in den Mundteilen der Vögel und die einheitliche Endigungsweise der periphoren Nerven bei den Wirbelthieren. Zeitschr. f. wiss. Zool. 84. 1906. p. 205.

4. BOTEZAT E. : Beiträge zur Kenntnis der Nervenenden in der Mundschleimhaut. *Anat. Anz.* 31. 1907. p. 621.
5. BOTEZAT E. : Die Nerven der Epidermis. *Anat. Anz.* 33. 1908. p. 45.
6. BOTEZAT E. : Knäuelartige Nervenendigungen in der Vogelhaut. *Anat. Anz.* 39. 1911. p. 143.
7. BOTEZAT E. : Die Apparate des Gefühlsinnes der nackten und behaarten Säugetierhaut, mit Berücksichtigung des Menschen. *Anat. Anz.* 42. 1912. p. 193. 273.
8. BIELSCHOWSKY MAX. : Über die sensiblen Nervenendigungen in der Haut zweier Insectivoren. (*Talpa europæa* und *Centetes ecaudatus*.) *Anat. Anz.* 31. 1907. p. 187.
9. BRONN : Klassen und Ordnungen des Thierreichs. Sechster Band. III. Abt. p. 451.
10. DOGIEL A. S. : Die Nervenendigungen in der Schleimhaut der äusseren Genitalorgane des Menschen. *Arch. f. mikr. Anat.* 41. 1893. p. 585
11. DOGIEL A. S. : Über die Nervenendapparate in der Haut des Menschen. *Zeitschr. f. wiss. Zool.* 75. 1903. p. 46.
12. DOGIEL A. S. : Über die Nervenendigungen in den Grandry'schen und Herbst'schen Körperchen im Zusammenhange mit der Frage der Neurontheorie. *Anat. Anz.* 25. 1904. p. 558.
13. HOYER H. : Über die Nerven der Hornhaut. *Arch. f. mikr. Anat.* 9. 1873. p. 220.
14. HULANICKA R. : Über die Nervenendigungen bei der Schildkröte. *Anat. Anz.* 46. 1914. p. 485.
15. KOLMER W. : Über die Tastorgane von *Elephas indicus*. *Anat. Anz.* 54. 1921. p. 73.
16. KRAUSE R. : Mikroskopische Anatomie der Wirbeltiere in Einzeldarstellungen. II. Vögel und Reptilien. Berlin und Leipzig 1922.
17. LEYDIG Fr. : Über die äusseren Bedeckungen der Reptilien und Amphibien. *Arch. f. mikr. Anat.* 9. 1873. p. 753.
18. MAURER : Die Epidermis und ihre Abkömmlinge. Leipzig. 1895.
19. MÉHELÝ L. v. : Archæo- und Neolacerten. (Erwiderung an die Herren G. A. Boulenger F. R. S. und dr. Fr. Werner.) *Annales musei nationalis Hungarici.* V. 1907.
20. MERKEL Fr. : Endigungen der sensiblen Nerven in der Haut der Wirbeltiere. Rostock. 1880.
21. MICHAILOW SERGIUS : Über die sensiblen Nervenendigungen in der Harnblase der Säugetiere. *Arch. f. mikr. Anat.* 71. 1908. p. 254.
22. OSAVA GAKUTARO : Beitrag zur feineren Struktur des Integumentes der *Hatteria punctata*. *Arch. f. mikr. Anat.* 47. 1896. p. 570.
23. PLATE : Allgemeine Zoologie und Abstammungslehre. Zweiter Teil. Die Sinnesorgane der Tiere. Jena, 1924.
24. SALA GUIDO : Über den innersten Bau der Herbst'schen Körperchen. *Anat. Anz.* 19. 1901. p. 595.



25. SCHMIDT: Das Integument von *Voeltzkowia mira* Bttgr. Ein Beitrag zur Morphologie und Histologie der Eidechsenhaut. Zeitschr. f. n. Zool. 94. 1910. p. 605.
26. SCHMIDT: Studien am Integument der Reptilien. I. Die Haut der Geckoniden. Zeitschr. f. wiss. Zool. 101. 1912. p. 139.
27. SCHUHMACHER S.: Beiträge zur Kenntnis des Baues und der Funktion der Lamellenkörperchen. Arch. f. mikr. Anat. 77. p. 157.
28. TRETJAKOFF: Zur Frage der Nerven der Haut. Zeitschr. f. wiss. Zool. 71. 1902. p. 625.
29. VAN DE VELDE: Die fibrilläre Struktur in den Nervenendigungen der Vögel und der Säugetiere. Anat. Anz. 31. 1907. p. 575.
- 

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 február 15-én tartott üléséből.)

## NERVENENDIGUNGEN DER EIDECHSENHAUT.

Von AMBROSIVS ÁBRÁHÁM.

Über die Nervenendigungen der Eidechsenhaut finden wir nur spärliche Angaben in der Literatur. Wir kennen hierüber bloss drei genaue Mitteilungen, welche sich den Namen BATTELI, MERKEL und RETZIUS anschliessen. Diese beziehen sich alle auf freie Nervenendigungen der Cutis und Epidermis. Von den Angaben dieser Forscher sind diejenigen von RETZIUS die wertvollsten, der die Haut von *Lacerta agilis* L. untersucht hatte und konstatierte, dass hier, so wie bei höheren Wirbeltieren, die ihre Markscheide eingebüsstcn Nervenfasern in das Epithel eintreten und dann im *Stratum dentatum* mit Endknöpfchen endigen.

Meine Untersuchungen beschränken sich auf zwei Vertreter der Archæo- und Neolacerten, deren männliche Kopulationsorgane ich auf ihre Nervenendigungen untersuchte, wobei es mir gelang Folgendes festzustellen:

1. bei beiden Eidechsen gewährte ich in der Cutis einen subepithelialen Nervenplexus, der bei *L. monticola* BLGE um vieles dichter und kräftiger ist, als bei *L. viridis* LAUR.;

2. ein Teil der Nervenfasern endigt frei in der Cutis, der andere Teil tritt bei beiden Tieren in das Epithel ein und endigt bei *L. viridis* ohne Kollateralen, bei *L. monticola* aber zahlreiche Kollateralen bildend, meistens mit Endknöpfchen;

3. betreffs Zahl, Verzweigung und Verteilung der Nervenfasern obliegen namhafte Unterschiede bei beiden Eidechsen-Gruppen v. MÉHELÛ's;

4. das Stroma des männlichen Kopulationsorgans von *L. viridis* enthält eingekapselte und freie Nervenendorgane, deren ich drei Arten wahrnahm: a) zusammengesetzte Endknäuel, b) Genitalkörperchen, c) G. MAZZONI'sche Endkörperchen.

---

(Aus der Sitzung vom 25. Februar 1926 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften).

## ADATOK A COMBFORGATÓ IZMOK ÖSSZEHASON- LÍTÓ ANATOMIÁJÁHOZ.<sup>1</sup>

ZIMMERMANN ÁGOSTON I. tagtól.

Az emlősök medencei végtagjainak izmai közül a combforgatók rejtett helyzetük, állatfajok szerint különböző eredési viszonyaik, sajátos eltérő innervációjuk, részben a működésükről is eltérő nézetek és leírások miatt méltán különösebb érdeklődésre tarthatunk számot. A jelzett változatos anatómiai viszonyok az idesorozott izmok együvé tartozásának, csoportosításának meghatározását is megnehezítik. A következőkben azokat a vizsgálatokat ismertetem, melyeket a rendelkezésemre álló nagyobb anyagon, patásokon és húsevőkön, részben tanítványaim közreműködésével végeztem és melyek alapján a combforgatókat skeletopiájuk, idiotopiájuk és innervációjuk szerint két csoportba oszthatjuk.

A combforgató izmok csoportjába a belső és alsó medencei izmokat sorolják, melyeket az obturator-csoport névén is szoktak összefoglalni, mert a csontos váz legnagyobb nyílása, a borított vagy dugott lyuk, foramen obturatum, környékén foglalnak helyet. Ide tartozó négy izom a belső borító izom, *musculus obturator internus*, az ikerizmok, *musculi gemelli*, a négy-szögű combizom, *musculus quadratus femoris*, és a külső borító izom, *musculus obturator externus*.

A *belső borító izom*, synonymái: belső dugott izom (NÁDASKAY), *musculus obturator internus*, innerer Verstopf(ungs)muskel, obturateur interne, sous-pubio-trochantérien interne (CHAUSSIER), in-

---

<sup>1</sup> A m. kir. állatorvosi főiskola anatómiai intézetéből.

trapelvio-trochantérien (DUMAS), pelvi-trochantérien interne, otturatore-interno, internal obturator, musculus marsupialis (COWPER), m. bursalis (DOUGLAS); a medence fenekén a foramen obturatum dorsalis felületén található lapos izom. Az ungulatak közül a lóféléknél és sertésféléknél két részlettel ered. Az egyik a pars iliaca, a csípőoszlopon veszi eredetét, a suidáknál pedig, melyeknél különösen erős, még a keresztcsont szárnyán is, több inrossal átszótt, hosszú, lapos, vékony izomrostokkal, melyek a medencei pólya, fascia pelvis, által fedetten distalisan inba mennek át és a legtöbb állatfajnál (l. utobb) a kisebb ülőcsonti bevágás, incisura ischiadica minor, felé térnek, hol a másik részlettel egyesülnek. Ez a másik részlet a pars ischiadica, a kérődzőknél és a húsevőknél az egyedüli, mely úgy a patás állatoknál, mint a húsevőknél, a borított lyuk csontkeretén, különösen az ülőcsont két ágán, ramus acetabularis és ramus symphyseos, a spina ischiadican és a symphysisen, kérődzőknél és sertésnél csaknem az ülőgumóig, veszi eredetét; ez a nagyjában félköralakú izomlemez még laposabb, mint a pars iliaca, a borított lyukat és a ligamentum obturatumot (quadrupedáknál csak vékony póyalemez) befedi, finom izomrostjai legyezőszerűen összetérnek és széles, lapos, szalagszerű inba (NÁDASKAY szerint gömbölyű inba) mennek át, mely lónál és sertésnél a pars iliaca inával is egyesül. A belső borító nevével jelölt izom inának lefutása lényeges eltérést mutat állatfajok szerint, amennyiben az equidáknál és a carnivoráknál éppen úgy, mint az embernél, a belső borító izom ina az ülőcsont lateralis ágán, ramus acetabularis, az incisura ischiadica minorhoz tér, itt inhüvelybe foglaltan szögben megtörik és a széles medenceszalag alatt, a foramen ischiadicum minuson átsiklik, majd az ikerizmokon, részben ezekkel egybefoglalva, a combsontra húzódik és a fossa trochanterican, közel a nagy tomporhoz, megtapad; kérődzőknél és sertésnél a belső borító izom nevével jelölt izom széles, lapos ina nem a kisebbik ülőcsonti bevágáson fordul ki a medencéből, hanem magán a borított lyukon át, ennek kranialis szélén hagyja el a medencét és így jut el a fossa trochantericába, ahol végződik, de közben a külső borító izommal lép összeköttetésbe.

Az equidák és carnivorák belső borító izmának az ülőcsont

szélén való kifordulása helyén található *inhüvely*, *tendovagina musculi obturatoris interni*, az ember egyik legnagyobb nyálkátűszőjének, a bursa mucosa musculi obturatoris interni-nek felel meg, csakhogy a jelzett állatfajoknál ez nem lapos tojásdad-alakú, hanem hüvelyszerűen teljesen körülfogalja az inat, sőt a medencén túl még egy darabon kíséri azt a comb felé.

A medencében a belső borító izmot, a medencepólyától eltekintve, a húgycső és a húgyhólyag is fedi, a borított lyuk lateralis szélén a nervus obturatorius, az arteria és vena obturatoria, hátrább a nervus pudendus és a vasa pudenda interna mennek át rajta; az ischiofemoralis részletében a farpólya, fascia glutæa, mély lemeze fogja be, melyben zsírpárnába foglaltna a nervus ischiadicus halad lefelé.

A belső borító izom ina a medencéből való kilépése után a lóféléknél és a húsevőknél egybeolvad az ikerizmokkal, az egybeolvadás foka, terjedelme nemcsak állatfajonkint, hanem individualisan is különböző. Mielőtt ennek jelentőségére, valamint a belső borító izomnak a ruminantiáknál és suidáknál való megjelenésére és sajátos heidegzési viszonyaira áttérnék, célszerűnek látszik előbb az ikerizmokat ilyen vonatkozásukban ismertetni.

Az *ikerizmok*, synonymái: *musculi gemelli* (superior et inferior), Zwillingsmuskeln, die kleinen Zwillinge, jumeaux du bassin, ischio-trochantériens (CHAUSSIER, GIRARD), ischio-spini-trochantériens (DUMAS), gemelli del bacino, gemelli of the pelvis, secundus et tertius quadrigimeni (RIOLANI), marsupium carneum (COLOMB., SPIGELIUS), musculi gemini marsupiales externi; a patás állatoknál és a húsevőknél összeolvadtak, egységesek. Míg az embernél a felső ikerizom a spina ischiadican, az alsó pedig attól elkülönülten a tuber ischiadicum felső részén ered, addig a lóféléknél azok egységes vékony izomlemez alakjában az ülőcsont ramus acetabularisáról az incisura ischiadica minoron veszik eredetüket a musculus glutæus profundus mögött és a belső borító izom ina által fedve a fossa trochantericába térnek; a kérődzőknél az ikerizmok jóval erősebbek, de éppen úgy, mint a sertésnél, egységesek; a sertés és a húsevők ikerizmai szintén erősek és a belső borító izomtól elég jól elkülöníthetők. Ezek-

kel szemben az ember ikerizmai közrefogják a m. obturator internus inát és össze is nőnek vele, miközben az inferior befedi az inat; a három izom a belső borító ina alatt levő nyálkátömlőtől kiindulva választható szét, az ikerizmok mély izomágyat adnak a belső borító izom ina részére. MIHÁLKOVICS<sup>1</sup> szerint az embernél a felső ikerizom gyakran hiányzik (majom-hasonlatosság), vagy ha megvan, a combizület tokszalagához tapad, vagy a körteidomú izomhoz csatlakozik. HENLE és utána GEGENBAUR a belső borító izmot és a két ikerizmot összetartozónak tekinti, GEGENBAUR<sup>2</sup> szerint az ikerizmok annak az izomnak, mely az eredési részletével a medencébe vándorolt (a m. obturator internusnak), künnrekedt részletei. Az emberre vonatkozó ez a megállapítás az equidákra, canidákra és felidákra éppen úgy, mint a majmokra és a rágcsálókra is minden nehézség nélkül kiterjeszhető, mert ezeknél a belső borító izom lefutása általában hasonló viszonyokat tüntet fel, mint az embernél. A kérődzőknél és a sertésnél azonban már eltérők a viszonyok, ezeknél az izom előrevándorlása nem haladt annyira, nem jutott el a medenceüregbe való bevándorlásig, hanem már az ülőcsont lateralis ágánál, ramus acetabularis, megállapodott. (LEISERING a kérődzők belső borító izmának ezt a részét tévesen musculus piriformisnak nevezi, holott ez az izom a kérődzőknél éppen úgy, mint a sertésnél, a többi patás állatéhoz hasonlóan, elhegyesedő izom alakjában a m. glutæus medius hátulsó szélén található).

A borító izmok anatómiai viszonyainak elbírálásakor, különösen pedig e csoport egyes tagjainak hovátartozását megállapítandó, legcélszerűbbnek látszik az izmok innervatiója nyomán indulni.

A belső borító izmot a patás állatoknál és a húsevőknél éppen úgy, mint az embernél, az ülőideg, nervus ischiadicus, látja el (SCHMALTZ szerint lónál az elülső farideg, n. glutæus cranialis vagy superior). A n. ischiadicus hátulsó széléről, esetleg

<sup>1</sup> MIHÁLKOVICS: A mozgószervek anatómiája. Budapest, 1898.

<sup>2</sup> GEGENBAUR: Vergleichende Anatomie der Wirbeltiere. I. Leipzig, 1898. — Lehrbuch der Anatomie des Menschen. VII. Aufl. Leipzig, 1898.

alsó felületéről distalisan a *n. cutaneus femoris caudalis* (posterior) kilépésétől veszi eredetét az az ág, mely azután párhuzamosan a *n. ischiadicusszal* halad a széles medenceszalag külső felületén, ennek széle mentén, ahol ez a *spina ischiadicán* tapad (RICHTER)<sup>1</sup>, majd úgy, mint az embernél, a kisebb ülőcsonti bevágás táján áthatol a széles medenceszalagon és így a medence belsejébe jut, a belső borító izom felületére. Az ideg itt zsírba, faggyúba ágyazottan több ágú fonatot alkotva oszlik el a belső borító izomban. Az embernél azonban a kisebb ülőcsonti bevágáson a belső borító izom medencei felületére térő ideg nem a *n. ischiadicusból* ered, hanem némelyek szerint a *n. pudendusból* (FRÄNKEL—FROHSE<sup>2</sup>), mások szerint közvetlenül a keresztfonatból jönnek ezek az idegágak (LENHOSSÉK<sup>3</sup>). Az utolsó ágyéki és az első két keresztideg ventralis ágaiból azonban a *plexus ischiadicus* is alakul ki, úgy hogy lényegében a belső borító izom innervációjában valamennyi itt most tárgyalt fajnál ugyanazok a *sacralis* idegek szerepelnek.

Az ikerizmokhoz és a négyszögű combizomhoz is az ülőideg bocsát ágakat, melyek a *n. ischiadicus ventromedialis* felületéről egységesen lépnek ki a széles medenceszalagra, egyes esetekben a belső borító izomhoz térő ággal is összeköttetésben állnak, az ülőideg és a széles medenceszalag között még mindig egységesen a *musculus glutæus profundus caudalis* széléig haladnak, ezután faggyúba foglaltan a *m. glutæus profundus* és *mm. gemelli* között található, közben a külső borító izom felületén is áthaladnak, a nélkül azonban, hogy ebbe ágakat bocsátának (ezt a *nervus obturatorius* az ágyéki fonatból látja el) vagy feloszlanának, hanem csak utóbb az ikerizmokhoz érve bocsátanak ágakat és végül a négyszögű combizomban oszlanak el. Az ikerizmokba két külön ág tér, ami azok kettős eredetére enged következtetni.

A beidegzésnek leírt módja arra utal, hogy a belső borító

<sup>1</sup> RICHTER H.: Innervation der Musculi glutæus profundus, obturator internus, gemelli, quadratus femoris bei Pferd und Rind. Anatomischer Anzeiger, 45. Band, p. 417—424.

<sup>2</sup> FRÄNKEL—FROHSE: Die Muskeln des menschlichen Beines. Jena, 1913.

<sup>3</sup> LENHOSSÉK: Az ember anatómiája. I. Budapest, 1922.

izom, az ikerizmok és a négyszögű combizom fejlődéstanilag összetartoznak vagy legalább is szomszédos izomszelvényekből származnak. Ha a beidegzés mellett még figyelembe vesszük a belső borító izomnak az incisura ischiadica minoron túl következő lefutását, helyeződését, az ikerizmokhoz való viszonyát, akkor teljesen megokoltnak látszik a belső borító izmot az ikerizmokkal egybefoglalni (ezért rotator triceps is a közös nevük: *musculus obturator internus cum gemellis*). Az ikerizom a belső borító izom medencén kívül eső részét, inát körül foglalva, többnyire mély izomágyat alkotnak, s a belső borító izom extrapelvinus eredetét szolgáltatják. Azoknál az állatfajoknál, melyeknél a belső borító izom ina az incisura ischiadica minoron lép ki a medencéből, ez a viszony szembeötlő, azoknál azonban, amelyeknél a belső borító izom nevével jelölt izom nem a kisebbik ülőcsonti bevágáson, hanem a borított lyukon hagyja el a medenceüreget, már nehezebb az összetartozóságot megállapítani. Itt is az innervatio az iránytadó, mint egyéb hasonló összehasonlító anatómiai kérdés, izmok identifikálásának elbírálásakor.

A kérődzőknél és a sertésnél az imént említett izomrészletet, mely a belső borító izom helyének megfelelően a borított lyukat belső medencei felülete felől borítja és azután a borított lyukon keresztül távozik a medenceüregből, nem a nervus ischiadicus, hanem a nervus obturatorius látja el, mely közvetlenül a borított lyukon való átlépés előtt bocsát ágakat ehhez az izomrészlethez. A borított lyukon való áthatolása után ez az izom a külső borító izomhoz csatlakozik, melytől pontosan nem különíthető többé el. Ehhez járul még az is, hogy a külső borító izom idege az ágyéki fonatból eredő n. obturatorius. Mindezek figyelembe vételével megállapítható, hogy a kérődzőknél és a sertésnél a medence belsejében a borított lyukon helyet foglaló és ezután a borított lyukon átlépő izom nem felel meg a *musculus obturator internus*nak, hanem úgy a medencén kívül eső részletének anatómiai viszonyai, mint pedig különösen innervatiója alapján a külső borító izom, *musculus obturator externus*, medencébe vándorolt részletének, *musculus obturator externus intrapelvinus*, kell tekinteni.



Felmerül már most az a kérdés, hogy ezeknél az állatfajoknál van-e és hová lett a belső borító izom.

A kérődzőknél és a sertésnél a belső borító izom az ikerizmokban található meg. Ezt is az innervatio alapján sikerül megállapítani. A kérődzőknél és a sertésnél ugyanis az ikerizmokhoz nem egy egységes ideg tér, mint a lóféléknél és a húsevőknél, hanem azokat a n. ischiadicus két különálló ággal látja el. Ezek közül az egyik, a vékonyabb ág az ülőideg hátulsó, caudalis széléről ered, úgy mint más állatfajoknál a belső borító izom idege, azután az ikerizmok közepe tájáig haladva, ennek felületes rétegeiben oszlik el. A másik, az erősebb ág az ülőideg alsó, ventralis felületéről indul ki és az előbbivel párhuzamosan haladva az ikerizmokhoz több ágat bocsát, míg egy erősebb ága tovább halad a négyszögű combizomhoz, ami szintén megfelel ez ülőidegág más állatfajoknál észlelhető viselkedésének. Az elsőnek leírt ág elkülönült volta, eredési helye és elágazódása arra utal, hogy a kérődzőknél és a sertésnél a belső borító izom az ikerizmokba olvadt be és nem húzódott a medence belsejébe. Fiatal borjúk és marhafetusok ikerizmmainak gondos præparálása közben kitűnik egyébként, hogy az izom felületes rostjai nem az ülőcsonton, hanem a széles medence-szalag ama részletén veszik eredetüket, mely a kisebbik ülőcsonti kivágás mellett foglal helyet, ahol tehát más állatfajoknál a belső borító izom ina halad. Nem ritkán e mellett a marha ikerizmaiban egy felületes inarészlet is mutatható ki, mely az előadottak szerint a belső borító izom inának felel meg.

A *négyszögű combizom*, synonymái: *musculus quadratus femoris*, viereckiger Schenkelmuskel, kleiner Gesässbackbeinmuskel (SCHWAB), carré crural, ischio-trochantérien (CHAUSSIER), ischio-fémoral grêle (GIRARD), tubero-ischio-trochantérien (DUMAS), quadrato crurale, square crural, quartus quadrigeminus; a belső borító izomhoz csatlakozik, a fانسonton eredő közelítők mögött, a külső borító, a kétfejű combizom és a félighártyás izom között foglal helyet. A patásállatoknál gyengén fejlett, keskeny, lapos, többnyire nem is négyszögletes, hanem inkább prizmalakú, szakadékony izom, mely az ungulatak közül még aránylag legerősebb a sertésnél; a húsevőknél még erősebb, rövid és

nevéhez híven inkább négyszögletes, bár lekerekített szélekkel, a hüsvőknél a harántmetszete is erősebb, mint a patásoknál, melyeknél pettyhűttnék látszik.

A négyfejű combizom az ülőcsont ventralis felületén, a ramus acetabularison, csaknem az ízületi vápától kezdve az ülőgumó elülső széléig ered és ferdén kranioventralisan s lateralisán irányul, a combcsont plantaris felületére tér és a linea, ill. crista intertrochanterica posterior alsó szélén, a kis tompor közelében, a trochanter tertiusától medialisán, lónál a fossa trochanterica alatt húsosan tapadva végződik. Kedvező eredési és tapadási viszonyai miatt inrostot alig foglal magában (FROHSE szerint a m. pronator quadratushoz ebben is úgy, mint alakjában hasonlít).

A négyfejű combizmot az ikerizmokról reátérő ülőcsonti idegág, nervus rotatorius, látja el (l. előbb), ereit a hátulsó farerekből, de a circumflexa femoris medialisból, sőt az obturatoriából is kapja.

Jelentősége, működése, származása az ikerizmokéhoz hasonló.

A *külső borító izom*, synonymái: *musculus obturator externus*, äusserer Verstopfungsmuskel, Hüftbeinlochmuskel, obturateur externe, sous-pubio-trochantérien ext. (CHAUSSIER), extrapelvio-pubi-trochantérien (DUMAS), pelvi-trochantérien externe (LAVOCAT); e csoport legerősebb izma, egyben a legelrejtettebb helyeződésű, amennyiben egészen a mélyben, a m. pectineus, adductor, semimembranosus által fedve, a belső borító izommal szemben a borított lyuk ventralis körületén és a csípőízületen található. Laza izomrostokkal szélesen ered a fan- és ülőcsontnak a borított lyukat szegélyező szélén, kranialis része, különösen a kérődzőknél és a sertésnél erősebben fejlett és a lyuk peremén túlterjed, míg a lyuk lateralis szélén kevés rosttal indul ki, sőt néha az szabadon is marad. Kérődzőknél és sertésnél, mint azt az előzőekben már kifejtettem, egy részlete a medence belsejéből kerül ki a borított lyukon át, ezt a részletet tévesen a belső borító izommal azonosították. A borított lyuktól a különböző hosszúságú és lazán összefüggő izomnyalábok keskenyednek, összetérnek, a fossa trochanterica felé irányulnak,

miáltal a külső borító izom jellemző piramis-alakját nyeri. Közben szorosan a csipőízület mellett halad el és megkerülve a combcsont nyakát, hátra plantarisan jórészt inba megy át, míg kisebb részével húosan, nagyobb részét azonban inasan tompa heggyben végződve a fossa trochanterica legmélyebb helyén, az ikerizmoktól és a belső borító izomtól distalisan, tőle többnyire zsírszövet által elválasztva megtapad. Az embernél a csipőízületi tokon a combcsont nyakának megfelelően a külső borító izom ina alatt található (2 cm hosszú, 1 cm széles) nyálkatüsző, bursa musculi obturatoris externi, sem a patásállatoknál, sem a húsevőknél nem fejlődik ki. A csipőízületi tokon fekvő izomrészletet a nervus obturatorius, az arteria és a vena obturatoria fúrja át. Medialis felületét, közte és az adductorok között a mély comberek ferdén szelik át, míg alsó szélén az arteria és vena circumflexa femoris medialis megy hátra- és kifelé, elől a vena pudenda externa és a vena femoris profunda határolja, lónál az egyenes hasizomnak a combcsont fejéhez térő inas részlete, a ligamentum accessorium. A külső borító izomhoz első sorban a medialis combizmok és a kétfejű combizom átmetszése után lehet hozzáférni, teljes kipræparálása azonban csak valamennyi szomszédjának eltávolítása után sikerül.

A külső borító izom úgy, mint a közelítők, az ágyéki szelvényből nyeri az idegét, a nervus obturatorius innerválja (l. előbb), mi arra utal, hogy a közelítőkkel együtt fejlődik, eltérően a többi forgatótól.

\*

Az innervatio alapján tehát a combforgató izmok két csoportba oszthatók. Az egyik csoport a nervus ischiadicus területeére esik, a belső borítót, az ikerizmokat és a négyszögű combizmot foglalja magában, melyek közül a belső borító izom a kérődzőknél és a sertésnél teljesen az ikerizmokkal olvadt egybe és nem húzódott be úgy, mint más állatfajoknál, az incisura ischiadica minoron a medenceüregbe a borított lyuk fölé. Az innerválás alapján a combforgatók másik csoportja a combközeli-  
lítőkhöz tartozónak vehető, mert a nervus obturatorius látja el; ilyen izom a külső borító, melynek azonban a kérődzőknél és

sértésnél egy medencebeli részlete is fejlődött ki; ez az izomrészlet egyéb állatfajok belső borító izmához sok tekintetben hasonló helyeződést foglal el, azzal a lényeges különbséggel, hogy a borított lyukon áthatolva a külső borítóhoz csatlakozik és hogy a nervus obturatorius látja el, miért is a külső borító izomhoz tartozónak veendő.

A combforgató izmok működése a patás állatoknál alárendelt jelentőségű, ezért gyengébben is fejlettek, egyedül a külső borító izom erősebb. Összehúzódásukkal a combot hátrafelé rotálják, a külső borító izom a mellett azonban mint combközéltő is működik és a test súlypontjának áthelyezésénél is szerepel; további fontos szerepe, hogy adott esetben, lefutása következtében, a combcsont fejét a medence ízületi vápájába beszorítani képes.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1925 december 14.-én tartott üléséből.)

## ZUR VERGLEICHENDEN ANATOMIE DER OBERSCHENKELDREHER.<sup>1</sup>

Von AUGUST ZIMMERMANN, k. Mitglied der Akademie.

Von den Huftieren und Fleischfressern gehört bei den Equiden, Caniden und Feliden der *Musculus obturator internus* nach dem Verlauf der Sehnen, hauptsächlich jedoch auf Grund der Nervenversorgung, der Innervationsbefunde mit den *Musculi gemelli* zusammen und die Zwillingsmuskeln können als die extrapelvine Ursprünge, Satelliten des *Musculus obturator internus* angesehen werden (*Rotator triceps* = *Musculus obturator internus cum gemellis*), da teils ihre Endabschnitte (Sehnen) sich mehr-minder vereinigen, teils beide vom *Nervus ischiadicus* ihre Nerven bekommen.

Bei den Bovinen und Ovinen hingegen, sowie bei den Suiden, wo die dem inneren Verstopfmuskel entsprechende Muskelpartie nicht über die *Incisura ischiadica minor* aus dem Becken tritt, sondern durch das *Foramen obturatum* die Beckenhöhle verlässt, um nachher zum *Musculus obturator externus* zu treten, und gleich diesem vom *Nervus obturatorius* versorgt wird, soll diese an der Innenseite des Beckens entspringende Muskelplatte nicht als *Musculus obturator internus*, sondern als dem äusseren Verstopfmuskel angehörig, als die in die Beckenhöhle hineingewanderte, eingedrungene Portion desselben, *Musculus obturator externus intrapelvinus*, gedeutet werden.

Der eigentliche *Musculus obturator internus* ist bei den

---

<sup>1</sup> Aus dem anatomischen Institut der kön. ung. tierärztlichen Hochschule.

Wiederkäuern und beim Schwein in den Zwillingsmuskeln nachweisbar. Bei Feten und jungen Kälbern lassen sich nämlich in den *Mm. gemellis* die oberflächlichen Muskelfasern zu jenem Teil des breiten Beckenbandes, *Ligamentum sacrospinusum et -tuberosum*, verfolgen, der sich bei der *Incisura ischiadica minor* befindet, wo also bei den anderen Tierarten der *M. obturator internus* aus dem Becken tritt. Ausserdem ist nachweisbar, dass der *Nervus ischiadicus* bei Wiederkäuern und beim Schwein mehrere Äste zu den Zwillingsmuskeln sendet; einer von diesen Nervenästen entspringt und verläuft derart, wie bei den anderen Tierarten der zum inneren Verstopfmuskel tretende *Nervus rotatorius*, während der stärkere Ast in die tiefere Portionen der Zwillingsmuskel zwei Äste abgibt und nachher zum *Musculus quadratus femoris* tritt. Letzterer, bei Ungulaten schwache, prismatische Muskel gehört also ebenfalls zu dieser Muskelgruppe.

Hingegen wird der ganz versteckt in der Tiefe liegende *Musculus obturator externus*, der grösste der Umdreher, vom *Nervus obturatorius* innerviert, also aus dem *Plexus lumbalis* und nicht, wie die übrigen, von Sakralnerven.

Die Muskeln der Obturatorgruppe wirken bei den untersuchten Ungulaten und Carnivoren als Anzieher, Auswärtsroller und Strecker des Oberschenkels, weiters als Überzieher der Schwerlinie; der äussere Verstopfmuskel fixiert ausserdem im Hüftgelenk den Femurkopf und ist Synergist der Adduktoren.

Die Sehne des *Musculus obturator internus* wird bei der Umknickung an der *Incisura ischiadica minor* bei den Equiden und Carnivoren von einer Sehnenscheide (nicht Schleimbeutel, wie beim Menschen) umgeben, dem *M. obturator externus* jedoch liegt auch kein Schleimbeutel unter.

---

(Aus der Sitzung vom 14. Dezember 1925 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## A KÖSSENI RÉTEGEK FACIESKIFEJLŐDÉSEI ÉS SZTRATIGRÁFIAI HELYZETE A BIHAR- ÉS BÉLI-HEGYSÉGBEN.

PÁLFY MÓRIC I. tagtól.

Ismeretes, hogy a triászkorokban az alpesi középtenger keleten a sziléziai kapun volt összeköttetésben a germán kontinentális triással, s míg a középtengerből tengeri szedimentumok rakódtak le, addig a germán terület csak a triász korok közepén, a kagylómész lerakódásának idején volt tengerrel borítva, míg a korok elején és végén ott kontinentális képződmények ülepedtek le.

A Kárpátokon belül a triász végén egyrészt a germán kontinentális hatás látszik meg a keuper lerakódásában, míg másrészt a rhetikumi transzgresszió már az Északi-Alpesekkel azonos lerakódásokat, az úgynevezett kösseni rétegeket hozta létre.

Az északi és északnyugati Kárpátok rhetikumával GOETEL<sup>1</sup> foglalkozott legutóbb egy igen értékes kimerítő munkában, amelyben kimutatta, hogy a rhetikumi tenger északi szélé felé a partközeli úgynevezett sváb és kárpáti faciesű lerakódásokat találjuk, míg délebbre, még mindig a keuper fölé települve, egyedül a hibbei előfordulás képviseli a parttól távolabbi kösseni faciest. Tovább dél felé pedig az egészen tengeri jellegű dernői facies fejlődött ki, amely már a dachstein faciesre emlékeztet. Ez a facies azután a Balkánon és Kis-Ázsián át a Kaukázusig húzódik.

GOETEL e megállapításához hozzátehetjük, hogy a Kárpátoktól dél felé haladva tényleg mindig mélyebb tengeri lerakódások képviselik Magyarország területén a rhetikumot, úgy hogy a Pilisi-hegységben és a Bakonyban csak a rhetikum alján talál-

---

<sup>1</sup> GOETEL W.: Die rhätische Stufe und der unterste Lias der subtatrischen Zone in der Tatra. (Bull. de l'Acad. sc. de Cracovie 1916.)

ták meg a kösseni rétegeket, míg a rhetikum felső nagyobb részét már típusos dachsteini mészkő alkotja.

Ennek a rhéciai tengernek déli szélét hazánk területén a Pécsi-hegység lerakódásaiban kell keresnünk, ahol a szenet tartalmazó alsó liászrétegek alatt a nagy vastagságú kontinentális rhéti homokkő települ a kagylómészre, illetőleg a kagylómész felett levő, ezideig a wengeni rétegekhez sorolt, édesvízi képződményre. Tehát ez a pont és az Északi-Kárpátok lerakódásai jelzik azt az utat, amelyen a triásztenger Magyarország területére benyult.

Ennek a triászkorú geoszinklinálisnak egy kisebb délkeleti részletét a Biharhegységben és a vele nyugatról párhuzamos Béli- vagy Kodruhegységben találjuk, amely területen a permtől kezdve az alsókréta közepéig folytonos szedimentáció történt, még pedig az egykori tenger mélységeinek megfelelőleg különböző faciesben.

A felső permtől a rhetikumig — kisebb eltérésektől eltekintve — mindkét hegység területén hasonló szedimentumok rakódtak le. A felsőtriász végén beállott regresszió a hegységek területén egy sekélyebbvízű öblöt hozott létre, melynek kontinentális maradványa, a keuper, még mindkét hegység részben megvan, ha ugyan némileg eltérőleg kifejlődve is, de a rhetikumban beállott transgresszió, a kösseni rétegek lerakódása idején, a Biharhegység területére már nem terjedt ki s csak a középső-liászban nagyobb mértékben továbbterjedő transgresszió érte el a Biharhegységet is. A felsőtriász végétől az alsókréta közepéig terjedő időben a képződmények ismételtén változó faciesei — minthogy a transgressziók és regressziók más viszonyokat hoztak létre a Biharhegységben és mást a Bélihegység területén — nem egyeznek meg a két hegységben.

Ez alkalommal csakis a felsőtriászban beállott regressziónak és főleg a rhetikumban bekövetkezett transgressziónak, a keupernek és a kösseni rétegeknek faciesbeli kifejlődésével, paleontológiai jellegével és sztratigráfiai helyzetével óhajtok röviden foglalkozni.

Tanulmányom ama munka egyik fejezetének kivonata, amelyet ROZLOZSNIK PÁL kollégámmal együtt készítettünk a Biharhegységről.



Az egykori geoszinklinális keleti határát a Biharhegység környékén kétségtelenül a Gyalui-havasok kristályos masszívuma alkotta.

Ézidőszerint még nincsen biztos adatunk arra, hogy a triász-tenger a mai Bélihegységnél tetemesen messzebbre nyult-e nyugat felé tovább, s hogy azok a kristályos palák, amik e hegység nyugati szélén előbukkannak, az egykori triásztenger szélét alkotnak-e vagy pedig csak pikkelyszerűleg kiemelkedett rész. Ha arra a megfontolásra helyezkedünk, amit id. Lóczy Lajos vetett fel,<sup>1</sup> hogy az Alföld mai területén a mezozoikumban szárazulat volt, akkor a Bélihegység nyugati szélén lévő kristályos palák az egykori tenger nyugati szélét jelezhetik.

Az egykori geográfiai viszonyokról jelenleg csak annyit állapíthatunk meg kellő biztossággal, hogy a Béli- és Biharhegység területe a triász végén beállott regresszió, sőt még a rhetikumi transgresszió idején is tengerből volt, melynek szélein kontinentális, közepén pedig tengeri lerakódások üledtek le.

Ennek a tengerbőlnek lerakódásai eredetileg a mainál sokkal nagyobb területet foglaltak el, míg az alsókréta-korban beállott közel horizontális irányú összenyomás folytán az öböl közepén lerakódott üledékek az alattuk levő idősebb és a felettük levő fiatalabb képződményekkel együtt nyugat felé a Bélihegység, kelet felé a Biharhegység fővonulatának hasonló korú, de más faciesű képződményeire pikkelyszerűleg lettek feltolva.

A rhetikum a Bélihegység fővonulatában a partok közelében képződött úgynevezett kárpáti és sváb faciesben van meg, ellenben úgy a Béli-, mint a Biharhegység fővonulatának mezozoikumára nyugati, illetőleg keleti irányban feltolódott pikkelyekben a mélyebb vízben, a parttól távolabb képződött úgynevezett kösseni faciesben fejlődött ki. Míg a Bélihegység fővonulatának kárpáti és sváb faciesének alján legalább 100—150 m vastag rétegsorozatban van meg a terresztrikus keuper, addig ez a kifejlődés a pikkelyekben hiányzik s a kösseni rétegek közvetlenül a norikumi mészkövekkel érintkeznek.

---

<sup>1</sup> Lóczy Lajos: Magyarország földtani szerkezete, p. 29. (A magyar szent korona országainak földrajzi stb. leírása. Kiadta a Magyar Földrajzi Társaság. Budapest, 1918.)

A rhetikumnak hatalmas irodalma van s különös érdekességet e képződményeknek az kölcsönöz, hogy faunájának rokonsága alapján hol a felette következő liászhoz, hol pedig az alatta levő norikumhoz, tehát vagy a jurához vagy a triászhoz számítják s a kérdés még ma is megvitatás tárgya.

### Keuper.

Míg a Biharhegységben a kösseni rétegeknek megfelelő képződmény a keuperbe beleolvadva kizárólag csak teresztrikus, kemény, a permihomokkövekhez csalódásig hasonló kvarcithomokkövekből és vörös palákból áll szerves zárvány nélkül, addig a Bélihegységben a lycodusoktól jellemzett felsőtriász — valószínűleg norikumi — mészkő és a kösseni rétegek között egy része már a felsőmagyarországihoz nagyon hasonló faciesben fejlődött ki. A Bélihegységre és a Biharhegységre feltolódott pikkelyekben azonban hiányzik s helyét tengeri üledék foglalja el.

A Bélihegység fővonulatának északi részén szintén egészen kontinentális kifejlődésű, de a homokkövek mellett igen nagy szerepet játszanak benne a vörös és zöld palák is, míg mészkövek csak igen ritkán találhatók közbetelepülve. Ebben a kifejlődésben szerves maradványra nem akadunk. A fővonulat északi részén eltérő kifejlődést csak a várasfenesi Nagypatak völgyében a Jápapatak környékén találunk, ahol a kösseni rétegek alatt meszes homokkövek fordulnak elő megalodonta és koráll átmetsetekkel. Valószínűleg ebbe a szintjába tartozik a Nagypatakban az a kilúgozott, sárga érdes homokkő is a kösseni rétegek alatt, melyben gyéren *Spiriferina cf. uncinata* kőmagja található. A Jápapatakban még mélyebben meszes márgában erősen összenyomott *Modiola cf. minuta*, továbbá *Pinna* sp. és *Worthenia* sp. fordulnak elő, melyek közül a két utóbbi új fajt képvisel s így pontosabb kormeghatározásra alkalmatlan. Ezek alatt a rétegek alatt már csak igen vékony kontinentális képződést kapunk, holott tőle nem messzire a Nagypatak völgyében az 100-150 m-re tehető. Ebből a körülményből azt gyaníthatjuk, hogy a keuperben a Jápapatak táján mélyebbvízű öböl lehetett; erre utal itt

a kösseni rétegeknek az úgynevezett kösseni facieshez nagyon hasonló kifejlődése is.

A fővonulat déli végén, Menyháza környékén, a keuper faciese megváltozik, amennyiben minél délebbre haladunk, annál több lesz benne az ibolyás és szürkepala és márga, valamint sűrűn és hatalmas padokban jelentkeznek a közbetelepült, többnyire sötétszürke mészkőrétegek, amelyek ki nem szabadítható brachiopodákat, korálokat és gyéren megalodontákat (lycodusokat?) zárnak magukba.

Mint említettük, a hegységek fővonulatára feltorlódott pikkelyekben a keuper helyét tisztán tengeri képződmény, a sötétszürke mészkő foglalja el, amely a tárkánykai pikkelyben és a Fericsé környékén a Bélihegység felsőtriászában levőtől eltérő lycodusokat, valamint korálokat zár magába. Legfelső rétegpadjaiiban a lycodusokkal típusos kösseni fajok (*Terebratula pyriformis*, *T. gregaria*, *Waldheimia norica*, *Rhynchonella subrimosa*) fordulnak elő, míg a tárkánykai Lapytesten a triászra jellemző kagylófauna keveredett a kösseni fajokkal.

A Bélihegység tisztán kontinentális kifejlődésű keuperjétől a jápapatáki, majd a menyházai előfordulásokon keresztül átmenetet látunk a tisztán tengeri faciesű tárkánykai és fericséi kifejlődésig, s minél inkább közeledünk a keupernek tengeri æquivalense felé, annál bizonytalanabb lesz a határ a keuper és a kösseni rétegek között, míg a fericséi és tárkánykai pikkelyekben a két képződmény nemcsak faciesben, hanem faunában is átmegegyésbe.

A keuper korának pontos szintjét megállapítani nem tudjuk. A várasfenesi Nagypatakban a keuper alatt lévő felsőtriász mészkőnek legmagasabb padjaiban előforduló lycodusok Rozlozsnik PÁI. megállapításai alapján új fajhoz tartoznak a *Lycodus cor* csoportjában. E mészköveket tehát a norikumnál mélyebbre alig tehetjük. E szerint a felette levő keuper a norikum legfelső részét és a rhetikumba való átmenetet képviselheti. A pikkelyek æquivalens tengeri lerakódásaiban a kösseni rétegek alatt előforduló lycodus szintén új fajt képvisel; Tárkánykán vele együtt *Rhynchonella subrimosa*, Fericsén *Terebratula gregariaeformis* fordult elő, amikből azt lehet gyanítani, hogy e rétegcsoportnak

legalább felső része körülbelül határréteget képviselhet a norikum és a rhetikum között, de nincsen kizárva, hogy annak nagyobb része is még a rhetikumba tartozik.

### Rhetikum.

A keuper fölött a rhetikum települ, ami — mint láttuk — a típusos kontinentális keuper üledékéből a sötétszürke homokos-márgás rétegek közbeiktatása révén lassan fejlődik ki kösseni rétegek alakjában, úgy hogy a keuper és rhetikum között éles határt megvonni nem lehet. A kösseni rétegek alakjában fejlődött rhetikumban általában három faciest lehet itt is megkülönböztetni: a sváb, kárpáti és kösseni faciest.

Ezek közül a típusos sváb és kárpáti facies csakis a Bélihegységben fordul elő, a típusos kösseni facies pedig csakis azoknak a pikkelyeknek a mezozoikumában, amik részint a Béli-részint a Biharhegység fővonulatára reátolódtak.

**A svábfacies,** éppen úgy, mint más területeken, itt is főleg agyagos mészkövektől, márgapaláktól és sötétszürke palás agyagoktól van képviselve, amelyekben majdnem kizárólag kagylófaunát találunk. A brachiopodák a Bélihegységben is — éppen úgy, mint más területen — teljesen hiányoznak. Legjellemzőbb faunája: *Gervillia praecursor* QU., *Leda alpina* WINKL., *Lima praecursor* QU., *Cardita austriaca* HAU., *Modiola minuta* GR. Ez a facies mindenütt a kárpáti faciessel kapcsolatban, de mindig a kárpáti facies alatt vagy a kárpáti facies mélyebb részével váltakozva fordul elő.

Egyik legjellemzőbb előfordulását a várasfenesi Nagypatak-nak Jápapatak nevű mellékágában az erdőkihasználás végett épített gördülő pálya tárta fel.

A mélyebb agyagos-palás rétegekben elég gyakran törpe fauna fordul elő, hasonló ahhoz, aminőt GOETEL a Mały Kopianec-ről, a Kárpátokból leír.

**Átmenet a sváb és kárpáti facies között.** A Biharhegység mezozoikumára tolódott pikkelyekben Ferice mellett a Froncipatakban a kösseni típusú rétegek felett egy agyagos-homokos kövületes márgaréteg fordul elő, amelynek faunája körülbelül

átmenetet mutat a kárpáti facies és a sváb facies között. Ebből a rétegből ugyanis *Alectryonia Haidingeriana* EMM., *Avicula contorta* PORTL., *Pecten dispar* TERQ., *P. cf. Landranus* BITTN., *Myophoriák*, *Modiola Schafhäutli* STUR., *Modiola minuta* GF., *Dymnopsis intusstriata* EMM., *Cassianella sp.* mellett gyéren *Terebratula gregaria* SSS. és *T. pyriformis* SSS. is előfordul. Ez alatt a kövületes réteg alatt brachiopodás mészkövek következnek, amiket már a kösseni facieshez kell számítanunk.

Kevert fanuát találunk a Froncipataktól északra a Branculujpatak jobb lejtőjén levő márgás mészkövekben is, amit azonban már talán inkább a sváb és a kösseni facies keveredésének kell tekintenünk, bár megvannak benne a kárpáti faciesre utaló alakok is. Ennek faunája ugyanis a következő: *Terebratula cf. gregaria* SSS., *Spiriferina austriaca* SSS. (vagy *Sp. uncinata* SCHAFH.?), *Pecten dispar* TERG., *P. Hehli* D'ORB., *Avicula contorta* PORTL., *Gervillia inflata* SCHAFH., *Modiola minuta* GF., *Anomia Schafhäutli* STUR., *Cardita austriaca* HAU., *Dymnopsis intusstriata* EMM., *Myophoriák*.

**Kárpáti facies.** Legjellemzőbb és kövületben leggazdagabb kifejlődése a várasfenesi Nagypatakban van, de a vonulat egész mentében többé-kevésbé gazdagon van kifejlődve. Homokos, majd márgás, szürkeszínű mészkövekből áll, amelyeknek egyes padjai helyenkint igen nagy mennyiségben zárják magukba a *Terebratula gregaria* SSS. teknőit. Igen elterjedt e képződményben a *Thecosmilia clathrata* EMM., részint brachiopodás meszekben, részint pedig magányosan, de az utóbbi esetben mindig csak vékonyabb palás mészkőrétegekben, ahol nagy telepeket nem alkot. Jellemző faunája: *Terebratula gregaria* SSS., *T. pyriformis* SSS., *Waldheimia norica* SSS., *Waldh. elliptica* ZUGM., *Spiriferina uncinata* SOW., *Rhynchonella cornigera* SSS. var. *Karpatica* ZUGM., *Rhy. austriaca* SSS., *Avicula contorta* PORTL., *A. (Oxytoma) inaequalis* SOW. var. *intermedia* EMM., *Anomia Mortilleti* STOP., *Alectryonia Haidingeriana* EMM., *Dymnopsis intusstriata* EMM., *Gervillia praecursor* QU., *Plagiostoma praecursor* QU., *Modiola minuta* GF., *Cardita austriaca* HAU., *Pecten Valoniensis* DEFER., *Gryphaea sp. cf. arcuata* LAM.

E fajok közül a *T. pyriformis*, *Waldheimia norica*,

*W. elliptica* és a *W. austriaca* tulajdonképpen a kösseni faciesre jellemzők s a Bélihegység fővonulatának kárpáti faciesében csak kevés helyen fordulnak elő s igen alárendelt szerepet játszanak.

Feltűnő, hogy a várasfenesi Nagypatak felett a Vrf. Petri középsőliász mészkő sziklájának aljában a kárpáti faciesre utaló kövületek között előfordul a *Rhynch. subrimosa* is, ami úgy a Kárpátokban, mint az Alpeselekben, valamint nálunk is más helyen, csakis a kösseni típusú kifejlődésben található.

A Bélihegység fővonulatának kárpáti faciesű kifejlődésére jellemző, hogy az igen gyakori *Terebr. gregaria* is majdnem kivétel nélkül sokkal kisebb termetű, mint a kösseni faciesben előforduló példányok, éppen úgy, mint a *Rhynchonella cornigera* is, melynek a kárpáti faciesben előforduló kisebb alakját *Karpatica* varietas név alatt választják külön.

**Átmenet a kárpáti és a kösseni facies között.** A Bélihegység fővonulatában a kárpáti faciestől eltérő kifejlődést találunk a Jápapatak kösseni rétegeinek legfelső kövületes padjában, ahonnan: *Terebratula gregaria* (a kárpáti facies alakjaival szemben igen nagy példányokban), *T. pyriformis*, *Waldheimia norica*, *Rhynchonella cornigera*, var. *kössenensis*, *Lythophagus? faba*, *Lima praecursor*, *Alectryonia Haidingeriana*, *Modiola sp.* került ki. Ez a fauna majdnem teljes egészében a kösseni faciesre utal, ami annál feltűnőbb, mert a Bélihegység egész fővonulatában a kárpáti facies van mindenütt kifejlődve, amelyben csak gyéren találjuk meg itt-ott egy-egy képviselőjét a kösseni faciesnek. Minthogy a kösseni faciest a kárpáti faciesnél valamivel mélyebb vízben képződöttnek kell felfognunk, ez is megerősíti azt a véleményünket, amit a keuper tárgyalásakor kifejtettünk, hogy a Jápapatak környékén egy mélyebbvízű öböl lehetett. Ez az öböl észak felé a Karsátkő irányában terjedhetett ki, mert a Karsátkőről a *Terebratula pyriformis*, *T. gregariát* (nagy példány!) *Waldheimia noricát*, *W. ellipticát* és *Spiriferina austriacát* gyűjtöttünk.

Úgy a Jápapataki, mint a Karsátkővön levő rétegeket, ha nem is számítom még teljesen a kösseni facieshez, ahhoz már igen közeli átmenetnek tekintem.

**Kösseni facies.** A kösseni facies a Bélihegység fővonulatá-

ból fennebb említett átmeneti tagon kívül a Biharhegység és a Bélihegység fővonulatainak mezozoikumára feltolódott pikkelyekben van szépen kifejlődve s aljáról teljesen hiányzik a teresztrikus keuper és így közvetlenül érintkezik a keuperrel egykorú tengeri lerakódásokkal.

A Biharhegység fővonulatára tolt pikkelyekben a fericesi Magura oldalain és lejtőin, Bondoraszón és Kereszély környékén van jól kifejlődve, de ott, ahol bővebben tartalmaz kövületeket, némi vonatkozást majd mindenütt találunk benne felsőbb részén a kárpáti facieshez is, míg alsóbb része átmenetet mutat a triászhoz. A kösseni típusra különösen jellemző ezeken a helyeken a *Terebratula gregariának* nagy példányokban való előfordulása, a *T. pyriformis* SSS., *Waldheimia norica* SSS., *W. elliptica* ZUGM., *Rhynchonella cornigera* var. *kösseniensis* ZUGM., *Rh. fissicostata* SSS., *Rh. subrimosa* SCHAFH. sp., *Spiriferina austriaca* SSS., *Sp. kösseniensis* ZUGM. Ezek mellett előfordul az *Alectryonia Haidingeriana* EMM., *Avicula contorta* POEHL., *Modiola minuta* GF., *Modiola Schafhäutli* STUR., *Myophoriák*, közöttük *My. cf. Reziae* STOPP., *Cassianella inaequiradiata* STOPP. sp., *Pecten cf. Landranus* BITTN., *Dymnopsis intusstriata* EMM. sp., *Gryphaea* sp. *Pecten dispar* TERQ., *Avicula* sp. stb. is. A kösseni facies fő vezérlő kövülete azonban, a *Spirigera oaxcolpos*, a bihari pikkelyekben teljesen hiányozni látszik.

A Bélihegység fővonulatára tolódott tárkánykai pikkelyben ezzel szemben már egészen kösseni faciesű kifejlődést találunk, sőt, amint alább látni fogjuk, igen szoros rokonságot is a triázi rétegekkel. Tárkánykától Ny-ra, a tárkánykai fővölgybe torkolló Balanyeszkupatakából, valamint a Lapyestről a következő fauna került elő: *Spirigera oaxcolpos* EMM., *Terebratula gregaria* SSS. (nagy példányok), *T. pyriformis* SSS., *Waldheimia norica* SSS., *W. austriaca* ZUGM., *Rhynchonella fissicostata* SSS., *Rh. subrimosa* SCHAF., *Spiriferina fortis?* BITTN., *Pecten Valoniensis* DETR., *P. Massalongoi* STOPP., *P. cf. dispar* TERQ., *Lima cometes* DUM., *Alectryonia Haidingeriana* EMM., továbbá a triással rokon *mysidiopterák*, *gervilleiák*, *cassianellák* stb.

Feltűnő itt a triásztípusú alakokon kívül a Fericese környéki kösseni típusú faunával szemben a *Spirigera oaxcolpos* jelen-

léte és a *Rh. subrimosa* nagy szerepe, ellenben a *Rh. cornigerának* hiánya, ami pedig úgy Fericsé környékén, a *kössenensis* var.-ban, mint pedig az ottani kárpáti faciesben, a var. *karpatica* kifejlődésben, igen gyakori.

A faciesek képződési viszonyairól a Bihar- és Bélihegységekben szerzett tapasztalatok alapján majdnem teljesen elfogadhatjuk azt, amit GOETEL a Kárpátokban a faciesek képződési viszonyairól mond.

A *svábfaciesnek* főleg kagylókat magabazáró lerakódásait a tenger szélén levő öblöknek, a folyók esztuáriumainak iszapos vizeiben képződöttnek kell felfognunk, míg a *kárpáti facies* képződése a parttól távolabb oly pontokon történt, ahol a tenger vízből már mészkő is rakódott le, de azt a szárazról bekerülő agyagos-homokos anyag még zavarossá tette. A tenger oscillálása vagy még inkább a szedimentáció körülményeinek megváltozása felváltva agyagos-homokos és meszesebb lerakódásokat eredményezett. Ebben a vízben jól tenyésztek a különböző kagylók, sőt igen nagy számmal — ha csenevészebben is — a brachiopodák bizonyos fajai.

A *kösseni facies* a partoktól még távolabb és még mélyebb és tisztább vízben képződött, mint a kárpáti facies. Ebben a tisztább vízben a brachiopodák is már igen jól kifejlődhettek.

A Bélihegység fővonulatában, ahol a kösseni rétegek fekvőjét a keuper alkotja, az egész rétegsorra kiterjedőleg sem a sváb, sem a kárpáti faciest nem találjuk meg. A sváb facies, mint említettük, rendszeren a rétegsor alján és a kárpáti faciesrel váltakozva az alsó részében fordul elő. A rétegsor legfelső részét itt rendszerint a kárpáti facies alkotja. Pár ponton azonban (Jápapatak), ahol a partok közelében is mélyebbvízű öböl lehetett, a kárpáti facies átmenetet mutat a kösseni facieshez.

A pikkelyekben a kösseni rétegek alatt sehol sincsen meg a keuper s itt mindenütt a kösseni facies fejlődött ki, azonban Fericsén a tiszta kösseni faciesű lerakódás felett a kárpátiból a sváb faciesbe átmenő rétegsor települ, ami itt valószínűleg a tengerfenék időleges emelkedése következtében keletkezett.

Már a facieseknek egymással való váltakozása is igazolja, hogy azoknak chronologikus értéket nem tulajdoníthatunk, mert



keletkezésüket csakis a tenger különböző bathimetrikus viszonyaival és a szedimentáció természetének megváltozásával magyarázhatjuk.

### Paleontológiai és sztratigráfiai megjegyzések.

A Bihar- és Bélihegység rhetikumának faunája, mint az előbbieken láttuk, fővonásaiban megegyezik a kösseni rétegek faunájának más területekről, és pedig elsősorban a Kárpátokból ismeretes kifejlődésével. Áll ez különösen a Bélihegység fővonulatának sváb és kárpáti faciesű faunájára, míg a pikkelyek mezozoikumában levő kösseni faciesű fauna már a mélyebb tengeri faunának jelenléte révén közelebbi rokonságba kerül a triással.

GOETEL a Kárpátokban arra az eredményre jutott, hogy «Das Rhät das in dem Tátragebirge (wie überall) die Bildung einer einzigen Entwicklungsphase, also einen geologischen Horizont darstellt, bildet hier die natürliche tiefste Stufe des Lias, es ist ein echter Infralias».

A keuper és rhetikum fennebbi leírásából láthatjuk, hogy amíg a Bélihegység fővonulatában a keuper fölött kifejlődött kárpáti faciesű rhetikum egyes pontokon faciesben tényleg átnegy a gresteni típusú liászba, sőt faunája is a határretegben kevert, addig a pikkelyekben, amik az egykori keuper és rhetikumi tengeröböl középrészének üledékét képviselik, a rhetikum faciesben a legteljesebb hasonlóságot mutatja a keupernek az egykori öböl közepén képződött tengeri æquivalensével, ellenben lényegesen különbözik a felette következő és mélyebb tengeri lerakódásra utaló liász márgapaláktól. Úgy hogy itt már nyoma sincsen a Bélihegység fővonulatában levő gresteni típusú liázmészköveknek.

Hogyha a rhetikum szerves zárványait tekintjük, akkor feltűnik, hogy a kösseni faciesű képződménynek nemcsak petrográfiai kifejlődése, hanem faunája is nagyobb átmenetet és rokonságot mutat a triászhoz, mint a liászhoz. Míg Fericsén a *cassianellák*, a *Myophoria Kefersteinival* és *Pecten Landranusszal* rokon kagylók utalnak a triással való rokonságra, addig a tárkánykai *Laptyesten* a típusos kösseni fajokkal együtt előforduló cassiani típusú *mysi-*

*diopterák* (*My. cf. vixcostata* STOPP., *My. aff. ornata* SALOM var. *lombardica* BITTN. *M. cf. costata* BITTN. *Mis. n. sp.*) *Trigonodus* sp. *Avicula exilis*, *Gervilleia angusta*, *Nucula expansa*, *Myophoria cf. bicarinata* és *cassianellák* révén tűnik ki a triással való szoros rokonság. Ezeknek a mélyebb triással rokon kagylóknak ily magas szintjába való felnyúlása mindenesetre szokatlan, de hasonlót tapasztalhatunk a szomszédos Moma-hegységben is, ahol az igen gazdag tipusos cassiani csigafauna mellett karninori szintekre jellemző cephalopodák is fordulnak elő. Különben a STOPPANI-tól leírt lombardiai fauna *cassianellái* és *myophoriái* is a triássszal való közelebbi rokonságra mutatnak.

A fericsői kösseni rétegekben előforduló és TERQUEM leírásaival és rajzaival jól megegyező *Pecten dispar* nemcsak az Alpések, hanem a Kárpátok kösseni rétegeiből is ismeretlen s a franciaországi infraliászbán fordul elő. Hasonló hozzá a kösseni rétegekben általánosan elterjedt *P. Valoniensis*, de a kettő egymással össze nem téveszthető.

A triással való rokonságra utalnak a tárkánykai pikkelyekben és Fericsén a kösseni határrétegében tipusos kösseni fajokkal egyesesen előforduló lycodusok, valamint a Fericsén talált *Terebratulula gregariaeformis* is. Különben a kösseni rétegeknek majdnem összes brachiopodái, amint arra már a dernői brachiopodákat illetőleg ZUGMAYER<sup>1</sup> és BITTNER<sup>2</sup> is reautalt, inkább triász, mint liászjellegűek.

A faciesek petrográfiai kifejlődésénél láttuk, hogy az egykori öböl szélein a felsőtriász mészkő fölött lerakódott kontinentális keuperből a kösseni rétegek lassan, fokozatosan, a tenger oszcilláló mozgásával egybekötve fejlődtek ki, majd pedig a transzgresszió továbbterjedésével a kösseni rétegek felett a liázmészkő rakódott le. Míg más területen, ahol a kontinentális keuper a szedimentációnak minden átmenete nélkül érintkezik a kösseni rétegekkel, csak a kösseni és alsóliász rétegek között találunk faciesbeli és faunisztikai átmenetet: területünk parthoz közelebbi részein, ahol a szedimentációban már a keuper és kös-

<sup>1</sup> ZUGMAYER: Rhätische Brachiopoden. p. 1.

<sup>2</sup> BITTNER: Brachiopoden d. alpinen Trias. p. 286.

seni rétegek között is megvan az átmenet, a fauna rokonságát nemcsak felfelé, hanem lefelé is kísérelhetjük.

Vizsont az egykori öböl közepén, ahol a szárazföldi keupernek megfelelő képződmény ugyanolyan mészkőfaciesben van kifejlődve, mint a felette következő rhetikum (kösseni facies), nemcsak a szedimentáció volt teljesen azonos, hanem a határon a fauna is kevert: ellenben a rhetikumtól felfelé itt az alsóliász a továbbterjedő transgresszióknak megfelelően már mély tengeri faciesben van kifejlődve és a rhetikummal sem a petrográfiai faciesben, sem a faunában nem látunk semmi közösséget. Úgy a tárkánykai pikkelyben, mint Fericse és Bondoraszó környékén a liázmész-kő faciesnek nyoma sincsen, hanem azt a szürke palák és márgák helyettesítik, amikben csak igen ritkán akad egy-egy belemnites átmenet.

Az egyes faciesek paleontológiai jellege a faciesek petrográfiai kifejlődésével változik, ami az egykori bathimetrikus viszonyokkal függ össze.

A sváb facies főleg vékonyhéjú kagylófaunája, gyakran törpe kifejlődésében, a legsekélyebb vízre utal, míg a kárpáti facies kevert kagyló- és brachiopodafaunájából már mélyebb, de még mindig zavaros vízre következtethetünk, amelyben a brachiopodáknak csak egyes fajai éltek, de azok sem fejlődtek ki teljesen (*Terebratula gregaria*, *Rhynchonella cornigera* var. *karpatica*), míg mások, a tisztább és mélyebb vizet kedvelők, csak igen gyéren és elkorcsosodva fordulnak elő (*Terebratula pyriformis*, *Waldheimia norica*, *Rhynchonella subrimosa*), egyesek pedig itt még teljesen hiányoznak (*Rhynchonella fissicostata*, *Spiriferina kössenensis* és *austriaca*, *Spirigera oxycolpos*, *Waldheimia elliptica*), ellenben a *Spiriferina uncinata* már kevésbé volt kényes. A *Thecosmilia clathrata* ebben a faciesben nagyobb telepeket még nem alkot.

Az öböl közepe táján, mélyebb vízben fejlődtek ki legszebben a brachiopodák. Különösen a *Terebratula gregaria*n és *pyriformis*on, valamint a *Rhynchonella cornigera*n lehet ezt feltűnően észlelni, úgy hogy ZUGMAYER a *Rh. cornigera* e jobban megtermett példányaikat, ellentétben a kárpáti faciesben levő csenevészebb *karpatica* varietásával, *kösseni* varietásnak

nevezte el. Itt éltek azok a fajok, amik a zavaros vízben lét-feltételeiket nem találták meg, mint a *Spirigera oxycolpos*, *Rhynchonella fissicostata* és *subrimosa*, *Spiriferina kössenensis* és *austriaca*, a *Waldheimia norica* és *elliptica*. A *Thecosmilia clathrata* is már nagy telepeket alkot. A lamellibranchiatáknak ugyanazokat a fajait megtaláljuk itt is, mint amik a sváb és kárpáti faciesben előfordulnak, de ezek is jobban fejlettek és vastagabb héjúak, mint ott (pl. *Ostrea Haidingeriana*, *Modiola minuta*), de ezek mellett már számos mélyebb, illetőleg tisztább vizet kedvelő faj is csatlakozik hozzájuk (*Gervillia inflata*, *cassianellák*, *mysidiopterák*, *myophoriák*, egyes *pectenfajok* stb.).

Feltűnő a gasteropodáknak úgy a kárpáti, mint a kösseni faciesben való majdnem teljes hiánya.

A rhetikum és a kösseni rétegek sztratigráfiai helyzetét a különböző vizsgálók különbözőképpen fogták fel. Kezdetben önálló szintajnak tekintették a triász és jura határán, majd pedig felváltva, hol a jurához, hol pedig a triászhoz tartozónak vették, mint faciesképződményt. Felfogásunk szerint mindkét, sőt talán az elsőt is beleszámítva, mindhárom tábornak igaza volt a szerint, hogy a rhetikumnak minő kifejlődését vizsgálta és hasonlította össze a jurával vagy a triászsal.

A kösseni rétegeknek a jurával és a triászsal való faunisztikai rokonságára a fennebbiekben már utaltam. E szerint *területünkön, legalább a rhetikum kösseni kifejlődése, ahol alatta nincsen kontinentális lerakódás, a triászba, a partközeli kárpáti és sváb facies, melynek alján megvan a kontinentális keuper, a liászba mutat átmenetet.* A triászsal való rokonság még szembe-tűnőbb, ha nem a kösseni faciest hasonlítjuk össze a triászsal, hanem a teljesen tengeri rhetikumot, mint aminő Dernön, a Pilishegységben és a Bakonyban van kifejlődve.

Így tehát teljesen indokoltnak lehet tartani GOETEL felfogását is, aki a Kárpátoknak kizárólag a keuperre települt és főleg sváb és kösseni faciesű rétegeit vizsgálta és azokon állapította meg a rhetikumnak a liászsal való legszorosabb összefüggését. Ez a megállapítás, ha csekély mértékben is, a Béli-hegység fővonulatára még alkalmazható lenne. Ha azonban oly területeken vizsgáljuk a rhetikum helyzetét, amelyeken a norikum

utáni regresszió hatására terresztrikus lerakódás nem képződött, hanem a regresszió csak annyiban nyilvánult meg, hogy a tenger sekélyebbé vált és a part közelsége miatt parthoz közelebbi fauna fejlődött ki és a szedimentáció is sekélytengerivé vált, a triász és rhetikum között a legszorosabb rokonságot és átmenetet találjuk.

Még szembetűnőbb a rhetikumnak és a triásznak közelebbi rokonsága, ha a rhetikumnak tiszta tengeri faciesét, a rhetikumi dachstein mészkövet tekintjük, melynek faunája az alsóliász faunájával alig mutat rokonságot.

Ezek szerint a rhetikum kérdését még mindig nem látom eldöntve, mert hogyha területünkön a mélyebb tengeri rhetikum és a tengeri liász faunáját tekintjük, a kettő között éles határt tudunk vonni és ez a határ a kösseni rétegek felső határával esik egybe. Ha ellenben a rhetikumnak partközeli rétegeit — a kárpáti és sváb faciesű kösseni rétegeket — vizsgáljuk, akkor abban kevesebb rokonságot találunk a triászsal, mint a liászsal, sőt azt mondhatjuk, hogy a kösseni rétegek némely ponton éles határ nélkül mennek át a gresteni típusú liászba.

Dacára annak a nagy rokonságnak, ami a gresteni rétegek és különösen a kárpáti faciesű s talán még inkább a sváb faciesű kösseni rétegek között fennáll, mégis inkább a tengeri képződmények faunáját tartanám alkalmasnak a triásznak és liásznak elhatárolásához. *Ebben az esetben pedig a tengeri rhetikumot éppen úgy, mint annak parti faciesét, a kösseni rétegeket, GOETEL-lel ellentétesen a triászhoz kell számítanunk, mint a hasonlókorú lerakódások faciesképződményét, amint azt ZIMMERMANN,<sup>1</sup> MOJSISOVICS<sup>2</sup> és SUESS<sup>3</sup> is tette.*

Ennek megítélésénél tekintetbe vehetjük még a dernői kösseni rétegeket is, amelyekben már triászra jellemző ammonitok fordulnak elő, valamint triászjellegűek BITTNER és ZUGMAYER szerint a brachiopodák is. A hibbei rétegeket, amiket GOETEL a Kárpátokban a kösseni facies képviselőjének vesz, még elég

<sup>1</sup> Über das deutsche und alpine Rhät. 1884.

<sup>2</sup> Dolomitriffe, 1879. p. 74.

<sup>3</sup> Antlitz d. Erde II., 1888. p. 337.

jól össze tudom hasonlítani a fericeai rétegekkel, de lényegesebb különbséget találunk egyrészt a hibbei és lapyesti, másrészt a lapyesti és fericeai fauna között. Ezt a különbséget inkább a lapyesti rétegeknek valamivel mélyebb tengeri eredetében keresem, mint idősebb korában. Ugyanilyen különbséget látok a különböző kösseni faciesű faunák és a dernői fauna között is,<sup>1</sup> amelyben az utóbbit talán kevésbé lehet más szintájának tekinteni, mint inkább a közöttük levő különbséget mélyebb tengeri képződéssel magyarázni. Ezek szerint pl. a dernői faunát bathimetrikus átmenetnek tarthatjuk a kösseni rétegek és a rhetikumi dachstein mészkő között.

A fennebb elmondottak alapján tehát — mint a Kárpátokra vonatkozólag GOETEL is tette — a rhetikum faciesének képződésére vonatkozólag mi is csatlakozunk SUESS-nek a felfogásához, hogy: «die rhätischen Fazies sind als Vertreter ebenso vieler bathymetrischen Stufen des rhätischen Meeres aufzufassen».<sup>2</sup>

*Ezek szerint a rhet, mint a triász legfelső szintje, magában foglalná a tiszta tengeri eredetű dachstein mészkövet, a sekély tengeri kösseni faciest, a partmenti kárpáti és sváb facieseket és a germán triászban a teresztrikus rhetikumi keupert.*

---

<sup>1</sup> Antlitz der Erde II., 1888. p. 337.

<sup>2</sup> A dernői előfordulást STÜRZENBAUM írta le (Földtani Közlöny 1879), de leírásából nem tűnik ki, hogy vajjon a gyűjtött ammonitok és brachiopodák egy rétegből származnak-e, vagy hogy az ammonitok nem képviselhetnek-e mélyebb szintájt? Ettől eltekintve azonban a brachiopodákra vonatkozólag már BRITNER (Brachiop. d. alpinen Trias, 1890. p. 286.) is kimutatta a tengeri triásszal való nagy rokonságot.

# DIE FAZIESENTWICKELUNG UND DIE STRATIGRAPHISCHE POSITION DER KÖSSENER SCHICHTEN DES BIHAR- UND DES BÉLERGEBIRGES.

Von MORITZ v. PÁLFY, k. Mitglied der Akademie.

Das Bihar- und Bélergebirge (Kodrugebirge) wird durch eine vom Perm bis in die Mitte der unteren Kreide anhaltende kontinuierliche Sedimentation charakterisiert. Innerhalb dieser concordanten Series ist es gelegentlich der in der oberen Trias einsetzenden Regression zur Abschnürung einer Meeresbucht gekommen. An dem östlichen und westlichen Rande der so entstandenen Bucht lagerten die kontinentalen Bildungen des Keupers ab, während gegen des Innere der Bucht zu sich ein Übergang in marine Ablagerungen beobachten lässt. Die Produkte der sich darauf im Rhätikum einstellender Transgression: die Kössenschichten überlagern daher teils den Keuper, teils die damit äquivalenten marinen Schichten.

Das einstens eine bedeutend breitere Fläche einnehmende Gebiet wurde im Laufe der intrakretazäischen Gebirgsbildung in ost-westlicher Richtung zusammengeschoben, wobei die in der Mitte der Keuperbucht abgelagerten Sedimente nach W zu dem Bélergebirge und nach O zu dem Bihargebirge schuppenförmig überschoben wurden.

Im nördlichen Teile des Hauptzuges des Bélergebirges ist der Keuper mächtig ausgebildet, nach S zu nimmt seine Mächtigkeit infolge der Einschaltung von Kalksteinbänken, die hin und wieder Lycoduseinschlüsse erkennen lassen, ab. Sowohl im nördlichen, insbesondere aber im südlichen Teile des Bélergebirges bilden sich aus dem Keuper stufenweise die schwäbische

als auch die karpatische Fazies der Kössenerschichten aus, im Hangenden aber kamen als Produkte der weiter anhaltenden Transgression Liaskalke vom Grestener Typus zur Ablagerung. An einigen Stellen kann zwischen den Kössenerschichten und den Liaskalken sowohl faziell als auch faunistisch ein Übergang festgestellt werden.

In den, dem Béler- und Bihargebirge aufgeschobenen Schuppen ist der Keuper nicht vorhanden und wird von dunklen Lycoduskalken ersetzt. Die Fazies der Lycoduskalke stimmt mit jenen der Kössenerschichten überein, auch die Fauna der Lycoduskalke lässt Übergänge in jene der Kössenerschichten erkennen. Die Kössenerschichten der Schuppen besitzen eine typische kössener Ausbildung und die Fauna der basalen Teile weisen auf Grund von Myophoria-, Casianella- und Mysidioptera-Arten eine innige Verwandtschaft mit den tieferen Faunen der Trias auf. Auf die Kössenerschichten der Schuppen lagerten während der weiter andauernden Transgression die spärliche belemnitenführenden grauen Mergelschiefer der Lias ab, die sich von den Kössenerschichten scharf abheben.

Während daher im Hauptzuge des Bélergebirges, wo auf dem Keuper die schwäbische und karpatische Fazies der Kössenerschichten folgt, letztere faziell und faunistisch in den Lias übergehen, ist in den Schuppen, wo die Kössenerschichten die marinen Äquivalente des Keupers überlagern, ein stetiger Übergang zwischen den Kössenerschichten und der Trias vorhanden und scheiden sich die Kössenerschichten vom Lias scharf ab.

GOETEL hat den Nachweis erbracht, dass in den Karpaten, wo die Kössenerschichten von typischen Keuper unterlagert werden, ein inniger Zusammenhang zwischen der vorherrschend in schwäbischer oder karpatischer Fazies ausgebildeten Kössenerschichten und dem Lias beobachtet werden kann. Demnach werden die Kössenerschichten GOETEL als das basale Glied des Lias, als echter Infralias betrachtet. *Im Bélergebirge, wo der Keuper des Hauptzuges auch marine Zwischenlagerungen einschliesst und in den Schuppen ganz von marinen Ablagerungen ersetzt wird, lässt nur die schwäbische und karpatische Fazies einen Zusammenhang mit dem Lias erkennen, aber auch diese*



*Fazies schliessen sich eng dem Keuper an. Die kössener Fazies steht aber nur mit der Trias im Zusammenhange.*

Bezüglich der stratigraphischen Position der Kössenerschichten müssen wir aus Obigem folgern, dass *in ufernahen Gebieten, wo die kössener Transgression auf die kontinentalen Ablagerungen des Keupers erfolgte, die Kössenerschichten infolge der weiter andauernden Transgression mit dem Lias zusammenhängen.*

*In uferweiten Gebieten, wo der Keuper in eine marine Fazies übergeht, oder ganz davon ersetzt wird, stehen die Kössenerschichten mit der Trias in inniger Verbindung und sondern sich vom Lias scharf ab.*

Die vorliegende Mitteilung ist ein Auszug eines Abschnittes der Monographie des Bihargebirges, mit der sich der Autor und Herr Chefgeologe PAUL ROZLOZNIK gegenwärtig befasst.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

# KORLÁTOS HATVÁNSOROK EGYÜTTHATÓIRÓL.

SZÁSZ OTTÓ-tól.

## Bevezetés.

Legyen a

$$c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu}z^{\nu} \quad (1)$$

hatványsor az egységkörben, azaz ha  $|z| < 1$ , összetartó, és legyen az (1) hatványsor által definiált  $f(z)$  függvény az egységkörben korlátos, azaz létezzék egy  $M$  állandó úgy, hogy

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu}z^{\nu} \right| \leq M, \quad \text{ha } |z| < 1.$$

Ebben az esetben röviden azt mondjuk, hogy az (1) hatványsor korlátos az egységkörben. Legyen egyelőre  $M=1$  és rövidség kedvéért

$$c_0 + c_1 + \dots + c_n = s_n; \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

akkor tudjuk,<sup>1</sup> hogy (LANDAU-féle egyenlőtlenség)

$$|s_n| \leq 1 + \sum_{\nu=1}^n \left( \frac{1 \cdot 3 \dots (2\nu - 1)}{2 \cdot 4 \dots 2\nu} \right)^2, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

és (FEJÉR-féle egyenlőtlenség)<sup>2</sup>

<sup>1</sup> V. ö. pl. E. LANDAU: Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie, Berlin, 1916 (1, 2. §§).

<sup>2</sup> FEJÉR: Rend. del Circ. Matem. di Palermo 38 (1914), p. 79–97 (lásd 95. old.). STEFFENSEN (ibidem, 382. old.) a  $c_0=0$  feltevés mellett csak az

$$|s_0 + s_1 + \dots + s_n| < \frac{e}{2} (n+1)$$

$$|s_0 + s_1 + \dots + s_n| \leq n + 1. \quad (3)$$

(2) alatt az egyenlőség akkor és csak akkor áll be, ha

$$f(z) \equiv e^{\gamma z^n} \frac{\sum_{\nu=0}^n \binom{-\frac{1}{2}}{\nu} \left(-\frac{1}{z}\right)^\nu}{\sum_{\nu=0}^n \binom{-\frac{1}{2}}{\nu} (-z)^\nu}; \quad (\gamma \text{ valós állandó}),$$

(3) alatt pedig csak akkor, ha  $f(z) \equiv e^{\gamma z}$ .

Én kimutattam,<sup>1</sup> hogy ha

$$(\lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_n z^n)^2 = \mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n + \dots,$$

és ha

$$\lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_n z^n \neq 0 \quad \text{a } |z| < 1 \text{ körben,}$$

akkor

$$|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \dots + \mu_0 c_n| \leq |\lambda_0|^2 + |\lambda_1|^2 + \dots + |\lambda_n|^2;$$

egyenlőtlenséget találta. Egyébként — erre FEJÉR úr terelte figyelmemet — (3) már egy régebbi FEJÉR-féle képletből [Math. Annalen 58, 1904, p. 51—69. (lásd 54. old.)] következik; e szerint

$$\frac{s_0(x) + s_1(x) + \dots + s_{n-1}(x)}{n} = \frac{1}{2n\pi} \int_0^{2\pi} F(\alpha) \left( \frac{\sin n \frac{\alpha-x}{2}}{\sin \frac{\alpha-x}{2}} \right)^2 d\alpha,$$

ahol  $s_0(x), s_1(x), \dots$  az  $F(x)$  függvény FOURIER sorának részletösszegei. Innen könnyen nyerjük, hogy

$$\frac{nc_0 + (n-1)c_1 r + \dots + c_{n-1} r^{n-1}}{n} = \frac{1}{2n\pi} \int_0^{2\pi} f(re^{i\alpha}) \left( \frac{\sin n \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right)^2 d\alpha;$$

$$(0 < r < 1),$$

tehát

$$\frac{|nc_0 + (n-1)c_1 r + \dots + c_{n-1} r^{n-1}|}{n} \leq \frac{1}{2n\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\sin n \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right)^2 d\alpha = 1;$$

innen a (3) képlet közvetlenül adódik.

<sup>1</sup> Szász: Ungleichungen für die Koeffizienten einer Potenzreihe. Mathematische Zeitschrift 1, 1918, p. 163—183.

és az egyenlőség csakis az

$$f(z) \equiv e^{\nu i} \frac{\bar{\lambda}_n + \bar{\lambda}_{n-1}z + \cdots + \bar{\lambda}_0 z^n}{\lambda_0 + \lambda_1 z + \cdots + \lambda_n z^n}$$

esetben következik be. Innen a (2) és (3) relációkat a

$$\mu_\nu = 1, \quad \lambda_\nu = (-1)^\nu \binom{-\frac{1}{2}}{\nu}, \quad \text{illetőleg} \quad \mu_\nu = \nu + 1, \quad \lambda_\nu = 1$$

helyettesítéssel nyerjük.

A következőkben meghatározom minden esetben  $(\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n)$  tetszőszerint megadott értékei mellett a  $|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \cdots + \mu_0 c_n|$  kifejezés pontos felső határát. E cél elérésére egyrészt LANDAU egy gondolatmenetét követve (l. pl. az 488. old. <sup>1</sup> jegyz. alatt i. h.) a  $\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \cdots + \mu_0 c_n$  összeg integrálkifejezéséhez zérus értékű alkalmasan választott tagokat hozzáadok,<sup>1</sup> másrészt felhasználom RIESZ FRIGYES úr egy tételét, melyet alább részletesen idézek. E tételnek döntő szerep jut e kérdés elintézésében. Az általános eredményekből speciális tételeket nyerek a  $\mu_\nu$  faktorok különleges megválasztásával.<sup>2</sup>

### 1. §. A főtétel.

Legyen egyelőre  $f(z)$  reguláris a *lezárt* egységkörben, akkor nyilván

$$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{z^{\nu+1}} dz = \begin{cases} c_\nu, & \text{ha } \nu = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{ha } \nu = -1, -2, \dots, \end{cases} \quad (4)$$

tehát

$$\begin{aligned} \sum_{\nu=0}^n \mu_{n-\nu} c_\nu &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{z^{n+1}} (\nu_0 + \mu_1 z + \cdots + \mu_n z^n) dz = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{z^{n+1}} (\mu_0 + \cdots + \mu_n z^n + a_1 z^{n+1} + \cdots + a_n z^{2n}) dz. \end{aligned} \quad (5)$$

<sup>1</sup> V. ö. még FEJÉR: Sur les polynomes harmoniques quelconques, C. R., Paris, 157 (séance du 29 sept. 1913).

<sup>2</sup> L. még a 489. old. <sup>1</sup> jegyz. alatt idézett dolgozatomat, valamint I. SCHUR: Über Potenzreihen, die im Innern des Einheitskreises beschränkt sind, Journal für Mathematik a) 147 (1917), p. 205—232; b) 148 (1918), p. 122—145.

Az integrációt a  $|z|=1$  körön pozitív irányban végezzük;  $a_1, \dots, a_n$  tetszésszerű számok.

Már most RIESZ FRIGYES a következő tételt bizonyította be:<sup>1</sup>

Azok között az egységkör belsejében és kerületén reguláris  $h(z)$  függvények közt, melyeknek hatványsora a megadott

$$\mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n$$

tagokkal kezdődik, egy és csak egy olyan van, melyre az

$$\int_0^{2\pi} |h(e^{i\alpha})| d\alpha$$

integrál értéke a lehető legkisebb. Ezt a  $h^*(z)$  függvényt teljesen jellemzik a következő sajátosságai:

1. legfeljebb  $2n$ -edrendű polinom;
2. zérus helyei párosával úgy csoportosíthatók, hogy egy-egy pár két eleme vagy azonos — és ez esetben az egységkörön vagy azon kívül fekszik — vagy pedig az egységkörre nézve egymásnak tükörképe.<sup>2</sup>

Válasszuk most az (5) alatti  $a_1, \dots, a_n$ -t úgy, hogy

$$\mu_0 + \dots + \mu_n z^n + a_1 z^{n+1} + \dots + a_n z^{2n} = h^*(z),$$

akkor

$$\sum_{v=0}^n \mu_{n-v} c_v = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{z^{n+1}} h^*(z) dz;$$

<sup>1</sup> RIESZ F.: a) Megadott tagokkal kezdődő hatványsorokról. (Székfoglaló értekezés.) *Mathematikai és Természettudományi Értesítő* XXXV. 1917), p. 605—632; l. 628. old. b) Über Potenzreihen mit vorgeschriebenen Anfangsgliedern, *Acta Mathematica* 42, 1919, p. 145—171. — RIESZ FRIGYES szíves volt magyar dolgozatának egy kefelevonatát még annak megjelenése előtt nekem átengedni. Ez vezetett annak idején jelen dolgozatom megírására; hogy most közzéteszem, arra egy nemrégén megjelent rokontárgyú dolgozat adta meg az impulzust: I. SCHUR und G. SZEGÖ: Über die Abschnitte einer im Einheitskreise beschränkten Potenzreihe, *Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften* 1925, p. 548—560. V. ö. különösen a 2. §-t és az én I'' tételmet.

<sup>2</sup> E szerint tehát létezik pontosan egy, legfeljebb  $2n$ -edfokú polinom, mely a megadott  $\mu_0 + \dots + \mu_n z^n$  tagokkal kezdődik és a 2. tulajdonsággal bír. (Ha a polynomnak  $z=0$  az  $s$ -szeres zérushelye, akkor fokszáma  $2n-s$ .) Kívánatos volna e tisztán algebrai tétel egy közvetlen bebizonyítása.

a  $z=e^{ai}$  helyettesítés után ez az egyenlet ily alakot ölt:

$$\sum_{v=0}^n \mu_{n-v} c_v = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} \frac{f(e^{ai})}{e^{nai}} h^*(e^{ai}) da,$$

innen pedig közvetlenül nyerjük, hogy

$$\left| \sum_{v=0}^n \mu_{n-v} c_v \right| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{ai})| da.$$

Itt az egyenlőség nyilván akkor és csak akkor érvényes, ha  $|f(e^{ai})| \equiv 1$  és  $f(e^{ai}) e^{-nai} h^*(e^{ai})$  állandó amplitudójú, azaz ily alakú:

$$f(e^{ai}) e^{-nai} h^*(e^{ai}) = e^{\gamma i} g(e^{ai}) \quad (6)$$

ahol  $\gamma$  valós állandó és  $g(e^{ai}) \geq 0$ ,  $0 \leq a < 2\pi$ .

De innen

$$g(e^{ai}) = |h^*(e^{ai})| = \sqrt{h^*(e^{ai}) \cdot \bar{h}^*(e^{-ai})}, \quad (6')$$

ahol a jobboldali kifejezés pozitív értéke veendő és  $\bar{h}^*(z)$  a  $h^*(z)$  polynomból úgy keletkezik, hogy az együtthatókat konjugált komplex értékeikkel helyettesítjük. Már most (6)-ból és (6')-ből

$$f(e^{ai}) = e^{\gamma i} e^{nai} \frac{\sqrt{h^*(e^{ai}) \bar{h}^*(e^{-ai})}}{\sqrt{h^*(e^{ai}) h^*(e^{-ai})}} = e^{(\gamma+na)i} \sqrt{\frac{\bar{h}^*(e^{-ai})}{h^*(e^{ai})}},$$

[mert  $h^*(e^{ai}) = \sqrt{h^*(e^{ai}) h^*(e^{ai})}$ , ha a négyzetgyök főértékét vesszük és  $a$ -t a  $(-\pi, \pi)$  intervallumra szorítjuk], tehát a keresett függvény:

$$f(z) = e^{\gamma i} z^n \sqrt{\frac{\bar{h}^*\left(\frac{1}{z}\right)}{h^*(z)}} = e^{\gamma i} \sqrt{\frac{z^{2n} \bar{h}^*\left(\frac{1}{z}\right)}{h^*(z)}} = f_0(z).$$

E függvény a  $h^*(z)$  polynom 2. tulajdonságánál fogva valóban a lezárt egységkörben reguláris. E szerint ugyanis  $h^*(z)$  ily alakú:

$$h^*(z) = k ((z-a_1)(z-a_2)\dots(z-a_p))^2 (z-\beta_1)\dots \\ \dots(z-\beta_q) \left(z-\frac{1}{\beta_1}\right)\dots\left(z-\frac{1}{\beta_q}\right) z^s,$$

ahol  $k$  egy állandó és

$|\alpha_\nu| \geq 1$ ,  $|\beta_\nu| < 1$ ,  $2p + 2q + s = 2n - s$ , azaz  $p + q + s = n$ ;

innen

$$\begin{aligned} \bar{h}^* \left( \frac{1}{z} \right) &= \bar{k} \left[ \left( \frac{1}{z} - \bar{\alpha}_1 \right) \dots \left( \frac{1}{z} - \bar{\alpha}_p \right) \right]^2 \left( \frac{1}{z} - \bar{\beta}_1 \right) \dots \\ &\dots \left( \frac{1}{z} - \bar{\beta}_q \right) \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{\beta_1} \right) \dots \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{\beta_q} \right) z^{-s}, \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} z^{2n} \bar{h}^* \left( \frac{1}{z} \right) &= \bar{k} [(1 - \bar{\alpha}_1 z) \dots (1 - \bar{\alpha}_p z)]^2 (1 - \bar{\beta}_1 z) \dots \\ &\dots (1 - \bar{\beta}_q z) \left( 1 - \frac{z}{\beta_1} \right) \dots \left( 1 - \frac{z}{\beta_q} \right) z^s = \\ &= \bar{k} \frac{\bar{\beta}_1 \dots \bar{\beta}_q}{\beta_1 \dots \beta_q} [(1 - \bar{\alpha}_1 z) \dots (1 - \bar{\alpha}_p z)]^2 \left( z - \frac{1}{\beta_1} \right) \dots \\ &\dots \left( z - \frac{1}{\beta_q} \right) (z - \beta_1) \dots (z - \beta_q) z^s, \end{aligned}$$

tehát

$$f_0(z) = \varepsilon \frac{(1 - \bar{\alpha}_1 z) \dots (1 - \bar{\alpha}_p z)}{(z - \alpha_1) \dots (z - \alpha_p)}, \quad |\varepsilon| = 1.$$

Ha  $f(z)$ -ről csak annyit teszünk fel, hogy a  $|z| < 1$  körben reguláris és ugyanott  $|f(z)| \leq 1$ , akkor bármely  $0 < \rho < 1$  értékre  $f(\rho z)$  reguláris a  $|z| \leq 1$  tartományban és ugyanott  $|f(\rho z)| \leq 1$ , tehát fenti eredményünk szerint

$$|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 \rho + \dots + \mu_0 c_n \rho^n| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{i\alpha})| d\alpha, \quad 0 < \rho < 1;$$

de innen a  $\rho \rightarrow 1$  határátmenettel rögtön nyerjük, hogy most is

$$|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \dots + \mu_0 c_n| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{i\alpha})| d\alpha.$$

Annak kimutatására, hogy most is az egyenlőség csak az  $f_0(z)$  függvény esetében áll be, megjegyezzük, hogy FAROU<sup>1</sup> eredmé-

<sup>1</sup> P. FAROU: Séries trigonométriques et séries de Taylor, Acta Mathematica 30, 1906. p. 335—400 (lásd 364—367. old.).

nyei szerint  $f(z)$  korlátossága következtében a  $\lim f(\rho e^{i\alpha})$  «radialis» limes legfeljebb egy zérus méretű halmaztól eltekintve  $\alpha$  minden értékére létezik és az  $\alpha$  változónak LEBESGUE szerint integrálható függvénye; tehát  $f(z)$  az egységkörön is értelmezhető és a (4) képlet (az integrált LEBESGUE szerint véve) érvényben marad. Innen állításunk, előbbi megfontolásunk elismétlésével, rögtön következik. Ezzel a következő tételt nyertük:

I. tétel. Ha  $\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v$  összetartó a  $|z| < 1$  körben és

$$\left| \sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \right| \leq 1, \quad |z| < 1, \quad (7)$$

akkor adott  $\mu_0, \dots, \mu_n$  állandók esetében

$$\begin{aligned} & \left| \mu_0 c_n + \mu_1 c_{n-1} + \dots + \mu_n c_0 \right| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mu_0 + \dots + \\ & + \mu_n z^n + a_1 z^{n+1} + \dots + a_n z^{2n}|_{z=e^{i\alpha}} da = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{i\alpha})| da, \end{aligned}$$

és itt az egyenlőség csak a

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \equiv e^{\gamma} \sqrt{\frac{z^{2n} \bar{h}^*\left(\frac{1}{z}\right)}{h^*(z)}} = f_0(z) \quad (\gamma \text{ valós állandó})$$

esetben érvényes. Az  $a_1, \dots, a_n$  együttthatók a  $h^*(z)$  polynom következő tulajdonságával vannak meghatározva:

$h^*(z)$  zérushelyei párosával úgy csoportosíthatók, hogy egy-egy pár két eleme vagy azonos és ez esetben az egységkörön vagy azon kívül fekszik, vagy pedig az egységkörre nézve egymásnak tükörképe.  $f_0(z)$  a  $|z| \leq 1$  körben reguláris racionális törtfüggvény, melynek abszolút értéke a  $|z| = 1$  körön állandó.

## 2. §. $h^*(z)$ meghatározása.

Két speciális esetben a  $h^*(z)$  polynom könnyen megadható.

1. Legyen

$$(\mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n)^{\frac{1}{2}} = \sum_{v=0}^{\infty} \lambda_v z^v,$$



akkor nyilván

$$\left(\sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu}\right)^2 = \mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n + \dots \quad (8)$$

Ha most

$$\sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu} \neq 0 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben,}$$

akkor nyilván a (8) polynom bír azokkal a tulajdonságokkal, amelyek a  $h^*(z)$  polynomot jellemzik, tehát a jelen esetben

$$h^*(z) = \left(\sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu}\right)^2 \text{ és } f_0(z) = \frac{\bar{\lambda}_n + \bar{\lambda}_{n-1}z + \dots + \bar{\lambda}_0 z^n}{\lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_n z^n} e^{ri}.$$

Mindez a bevezetésben idézett tételre vezet, amely így fogalmazható:

I. tétel. Ha

$$\left|\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}\right| \leq 1 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben,} \quad (7)$$

ha továbbá

$$\left(\sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu}\right)^2 = \mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \dots,$$

akkor

$$|\mu_0 c_n + \mu_1 c_{n-1} + \dots + \mu_n c_0| \leq |\lambda_0|^2 + |\lambda_1|^2 + \dots + |\lambda_n|^2.$$

Ha még

$$\lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_n z^n \neq 0 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben,}$$

akkor itt az egyenlőség is beállhat, még pedig csak a

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} \equiv e^{ri} \frac{\lambda_n + \bar{\lambda}_{n-1}z + \dots + \bar{\lambda}_0 z^n}{\lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_n z^n}$$

esetben.

Megjegyzés. A  $\lambda_{\nu}$ -k és  $\mu_{\nu}$ -k közötti összefüggés még a következő egyenletekkel fejezhető ki:

$$\lambda_0 \lambda_{\nu} + \lambda_1 \lambda_{\nu-1} + \dots + \lambda_{\nu} \lambda_0 = \mu_{\nu}, \quad \nu = 0, 1, \dots, n.$$

2. Legyen  $\mu_n$  valós, akkor a

$$\mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_{n-1} z^{n-1} + \mu_n z^n + \bar{\mu}_{n-1} z^{n+1} + \dots + \bar{\mu}_0 z^{2n} = 0 \quad (9)$$

egyenletnek nem az egységkörön fekvő gyökei nyilván párosával úgy csoportosíthatók, hogy egy-egy pár két eleme az egységkörre nézve egymásnak tükörképe; mert ha  $a$  a (9) egyenlet egy gyöke, akkor nyilván  $\frac{1}{\bar{a}}$  is gyök és pedig ugyanazzal a multiplicitással. Ha tehát még feltesszük, hogy az egységkörön fekvő gyökök páros multiplicitásúak, akkor

$$h^*(z) = \mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \bar{\mu}_{n-1} z^{n+1} + \dots + \bar{\mu}_0 z^{2n}.$$

De az imént említett feltevés még úgy is fejezhető ki, hogy a

$$z^{-n}(\mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \bar{\mu}_{n-1} z^{n+1} + \dots + \bar{\mu}_0 z^{2n}) = 0$$

egyenlet mindegyik az egységkörön fekvő gyöke páros multiplicitású, azaz

$$\mu_0 z^{-n} + \dots + \mu_n + \bar{\mu}_{n-1} z + \dots + \bar{\mu}_0 z^n \Big|_{z=e^{ai}} \geq 0, \quad \text{ha } 0 \leq a < 2\pi,$$

avagy

$$2R(\mu_0 e^{-nai} + \mu_1 e^{-(n-1)ai} + \dots + \mu_{n-1} e^{-ai} + \frac{1}{2}\mu_n) \geq 0,$$

ha

$$0 \leq a < 2\pi.$$

Már most a jelen esetben

$$\int_0^{2\pi} |h^*(e^{ai})| da = \int_0^{2\pi} |e^{-nai} h^*(e^{ai})| da = 2\pi\mu_n;$$

végül pedig

$$f_0(z) = e^{zi}.$$

Érvényes tehát e

I'. tétel. Ha  $\mu_n$  valós szám és

$$\left| \sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \right| \leq 1 \quad \text{a } |z| < 1 \text{ körben,} \quad (7)$$

ha továbbá a  $R(\mu_0 e^{nai} + \mu_1 e^{(n-1)ai} + \dots + \mu_{n-1} e^{ai} + \frac{1}{2}\mu_n)$  trigonometrikus többtagú nem vesz fel negatív értéket, akkor

$$|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \dots + \mu_0 c_n| \leq \mu_n,$$

és itt az egyenlőség csak a  $c_0 = e^{vi}$ ,  $c_1 = 0$ ,  $c_2 = 0, \dots$  esetben érvényes.

E tétel közvetlenül is könnyen levezethető;<sup>1</sup> ugyanis

$$\sum_{\nu=0}^n \mu_{n-\nu} c_{\nu} = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{z} (\mu_0 z^{-n} + \mu_1 z^{-(n-1)} + \dots + \mu_n + \bar{\mu}_{n-1} z + \dots + \bar{\mu}_0 z^n) dz,$$

tehát

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(e^{ai}) R(\mu_0 e^{-nai} + \dots + \mu_{n-1} e^{-ai} + \frac{1}{2} \mu_n) da.$$

Innen

$$\left| \sum_{\nu=0}^n \mu_{n-\nu} c_{\nu} \right| \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |R(\mu_0 e^{nai} + \dots + \mu_{n-1} e^{ai} + \frac{1}{2} \mu_n)| da = \mu_n;$$

és az is látnivaló, hogy az egyenlőség csak az  $f(z) \equiv e^{\nu i}$  esetben érvényes.

Ha pl.

$$\mu_0 = 1, \mu_1 = 2, \dots, \mu_n = n + 1,$$

akkor

$$\begin{aligned} R\left(e^{nai} + 2e^{(n-1)ai} + \dots + ne^{ai} + \frac{n+1}{2}\right) &= \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\sin(n+1)\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \geq 0, \end{aligned}$$

és nyerjük újra a (3) relációt.

### 3. §. Az I. tétel általánosítása.

Legyenek

$$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$$

a  $p$ -edik egységgyökök, tehát

$$\omega_{\nu}^p = 1, \quad \nu = 1, 2, \dots, p;$$

és legyen  $r$  egy pozitív egész szám a

$$0 \leq r \leq p-1$$

<sup>1</sup> V. ö. még SCHUR, a 490. old. 2 alatt i. h., II. rész, 125-126. old.

határok között. (7)-ből következik, hogy

$$\frac{1}{p} \left| \sum_{\nu=1}^p \omega_\nu^{p-r} (c_0 + c_1 \omega_\nu z + c_2 \omega_\nu^2 z^2 + \dots) \right| \leq 1, \quad |z| < 1,$$

azaz

$$|c_r z^r + c_{r+p} z^{r+p} + c_{r+2p} z^{r+2p} + \dots| \leq 1, \quad |z| < 1;$$

és innen az ismert SCHWARZ-féle Lemma értelmében

$$|c_r + c_{r+p} z^p + c_{r+2p} z^{2p} + \dots| \leq 1, \quad |z| < 1,$$

tehát végül

$$|c_r + c_{r+p} z + c_{r+2p} z^2 + \dots| \leq 1, \quad |z| < 1, \quad 0 \leq r \leq p-1.$$

Most az I-tétel szerint

$$|\mu_n c_r + \mu_{n-1} c_{r+p} + \dots + \mu_0 c_{r+np}| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{ai})| da;$$

és itt az egyenlőség csak akkor érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{r+\nu p} z^\nu \equiv e^{\gamma i} \sqrt{\frac{z^{2n} \bar{h}^*\left(\frac{1}{z}\right)}{h^*(z)}};$$

de akkor

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} |c_{r+\nu p}|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left| \frac{\bar{h}^*(e^{-ai})}{h^*(e^{ai})} \right| da = 1.$$

Másrészt azonban (7) értelmében

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} |c_\nu|^2 \leq 1,$$

tehát  $c_\nu = 0$ , ha  $\nu \not\equiv r \pmod{p}$ , és végül

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{r+\nu p} z^{r+\nu p} = e^{\gamma i} z^r \sqrt{\frac{z^{2np} \bar{h}^*(z^{-p})}{h^*(z^p)}}.$$

Érvényes tehát a

II. tétel. Ha

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu \right| \leq 1 \quad \text{a} \quad |z| < 1 \quad \text{körben,} \quad (7)$$

és  $p, \mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$  adott számok, akkor

$$|\mu_n c_r + \mu_{n-1} c_{r+p} + \dots + \mu_0 c_{r+np}| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{ai})| da, \quad (10)$$

ahol  $0 \leq r < p$ , és  $h^*(z)$  az I. tételben meghatározott polynom. Az egyenlőség csak akkor áll be, ha

$$\Sigma c_r z^r \equiv e^{ri} z^r \sqrt{\frac{z^{2np} \bar{h}^*(z^{-p})}{h^*(z^p)}}.$$

#### 4. §. Alkalmazás speciális esetre.

*Előzetes megjegyzés.* A (7) feltétel mellett még

$$|\sum_{v=0}^{\infty} c_v e^{r\varphi i} z^v| \leq 1, \text{ ha } |z| < 1 \text{ és } 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

tehát a (10) egyenlőtlenség a következő általánosabbikkal helyettesíthető:

$$\begin{aligned} &|\mu_n c_r + \mu_{n-1} c_{r+p} e^{\varphi i} + \dots + \mu_0 c_{r+np} e^{n\varphi i}| \leq \\ &\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{ai})| da; \quad 0 \leq r < p; \end{aligned} \quad (10')$$

itt az egyenlőség csak akkor áll be, ha

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v e^{\frac{v}{p} \varphi i} z^v = e^{ri} z^r \sqrt{\frac{z^{2np} \bar{h}^*(z^{-p})}{h^*(z^p)}}.$$

Legyen  $u$  egy pozitív szám, továbbá

$$n = 1, \mu_0 = 1, \mu_1 = 2u \quad (u \geq 0);$$

most

$$\sqrt{1 + 2uz} = 1 + uz + \dots,$$

tehát

$$\lambda_0 = 1, \lambda_1 = u.$$

Ha  $u \leq 1$ , akkor  $1 + uz \neq 0$  a  $|z| < 1$  körben, tehát ebben az esetben a 2. §. 1. pontja szerint

$$h^*(z) = (1 + uz)^2.$$

Ha  $u > 1$ , akkor  $R(e^{a i} + u) > 0$ ,  $0 \leq a < 2\pi$ , tehát a 2. § 2. pontja szerint

$$h^*(z) = 1 + 2uz + z^2.$$

Tehát

$$|2uc_r + c_{r+p}e^{\varphi i}| \leq \begin{cases} 1 + u^2, & \text{ha } 0 \leq u \leq 1 \\ 2u, & \text{ha } u \geq 1 \end{cases}, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi. \quad (11)$$

Itt az egyenlőség érvényes az  $u \leq 1$  esetben, ha

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v e^{\frac{v}{p} \varphi i} z^v = e^{r i} z^r \frac{u + z^p}{1 + uz^p},^1$$

és az  $u > 1$  esetben, ha

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v e^{v \varphi i} z^v = e^{r i} z^r.$$

Mivel (11)-ben  $\varphi$  tetszésszerint választható, azért még

$$2u |c_r| + |c_{r+p}| \leq 1 + u^2, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq r < p, \quad (12)$$

$$2u |c_r| + |c_{r+p}| \leq 2u, \quad 1 \leq u, \quad 0 \leq r < p. \quad (13)$$

Az imént mondottak szerint (12) alatt biztosan az egyenlőség áll be, ha

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v e^{\frac{v}{p} \varphi i} z = e^{r i} z^r \frac{u + z^p}{1 + uz^p} = e^{r i} z^r [u + (1 - u^2)z^p + \dots], \quad (14)$$

azaz

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v = e^{i(\gamma - r\varphi)} z^r \frac{u + e^{-\varphi i} z^p}{1 + ue^{-\varphi i} z^p},$$

$\gamma$  és  $\varphi$  tetszésszerinti valós számok; mert hiszen ekkor

$$|2uc_r + c_{r+p}e^{\varphi i}| = 1 + u^2;$$

együttal világos, hogy itt  $c_r$  és  $c_{r+p}e^{\varphi i}$  ugyanazzal az argumentummal bírnak. Világos, hogy ezzel az egyenlőség esetei (12) alatt ki vannak merítve, mert ha

$$2u |c_r| + |c_{r+p}| = 1 + u^2,$$

<sup>1</sup> Ha  $u = 0$ ,  $r = 0$ , akkor a CAUCHY óta ismert  $|c_v| \leq 1$  relációt nyerjük; itt az egyenlőség csak az  $e^{r i} z^r$  függvény esetében érhető el.

akkor létezik egy  $\varphi$  érték, úgy hogy

$$|2uc_r + c_{r+p}e^{i\varphi}| = 1 + u^2.$$

Hasonló megjegyzés érvényes (13)-ra, de ezzel nem foglalkozunk bővebben, mert rögtön látni fogjuk, hogy (12)-ből a (13) reláció következik.

Ugyanis (12) így írható

$$|c_{r+p}| \leq (u - |c_r|)^2 + 1 - |c_r|^2;$$

itt a legkedvezőbb eredményt az  $u = |c_r| \leq 1$  érték szolgáltatja; s ekkor nyerjük, hogy

$$|c_{r+p}| \leq 1 - |c_r|^2, \quad 0 \leq r < p; \quad (15)$$

itt az egyenlőség nyilván a (14) esetben érvényes, ahol az  $u = |c_r|$  feltétel a limine teljesítve van.

Hasonlóan a (13) reláció így írható

$$|c_{r+p}| \leq 2u(1 - |c_r|), \quad 1 \leq u,$$

s e helyett nyilván írhatjuk, hogy

$$|c_{r+p}| \leq 2(1 - |c_r|);$$

de ez az egyenlőtlenség (15)-ből is következik, mert

$$1 - |c_r|^2 \leq 2(1 - |c_r|);$$

(15)-ből az  $r = 0$  esetben ered

$$|c_p| \leq 1 - |c_0|^2, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

A  $|c_1| \leq 1 - |c_0|^2$  egyenlőtlenséget LANDAU már 1906-ban bizonyította be.

Legyen  $0 < \varrho < 1$ ; akkor (16)-ból

$$\sum_{p=0}^{\infty} |c_p| \varrho^p \leq |c_0| + (1 - |c_0|^2) \frac{\varrho}{1 - \varrho};$$

ha  $\varrho \leq \frac{1}{2 + |c_0|}$ , akkor nyilván

$$\frac{\varrho}{1 - \varrho} \leq \frac{1}{1 + |c_0|},$$

és

$$\sum_{p=0}^{\infty} |c_p| \varrho^p \leq 1, \quad \varrho \leq \frac{1}{2 + |c_0|}.$$

Nevezetesen minden esetre

$$\sum_{p=0}^{\infty} |c_p| \frac{1}{3^p} \leq 1.^1$$

*Záró megjegyzés.* Ha csak azt tesszük fel, hogy

$$\left| \sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \right| \leq M, \quad |z| < 1, \quad \text{akkor az } \frac{1}{M} \sum_0^{\infty} c_v z^v$$

függvényre alkalmazhatjuk eredményeinket.

---

<sup>1</sup> Lásd LANDAU, a 488. old. i. h. <sup>1</sup>, p. 26—29.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 május hó 3.-án tartott üléséből.)



# ÜBER DIE KOEFFIZIENTEN BESCHRÄNKTER POTENZREIHEN.

Von OTTO SZÁSZ.

Wir beschäftigen uns mit der Frage:  
Gegeben seien  $n + 1$  beliebige Zahlen

$$\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n;$$

welches ist die obere Grenze des Ausdrucks

$$|\mu_n c_0 + \mu_{n-1} c_1 + \dots + \mu_0 c_n|$$

im Bereiche der für  $|z| < 1$  konvergenten Potenzreihen  $\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}$ ,  
die daselbst der Bedingung  $|\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}| \leq 1$  genügen?

Wir suchen also die kleinste Zahl  $\eta(\mu_0, \dots, \mu_n)$ , so dass für  
die Gesamtheit der hier betrachteten Potenzreihen

$$|\mu_n c_0 + \dots + \mu_0 c_n| \leq \eta(\mu_0, \dots, \mu_n)$$

gilt. Die Frage wurde bisher nur in speziellen Fällen behandelt.

Die allgemeine Lösung gelingt mit Hilfe eines Satzes von  
F. RIÉSZ. Dieser lautet: unter allen im abgeschlossenen Ein-  
heitskreise regulären Funktionen  $h(z)$ , deren Potenzreihe mit  
den Gliedern

$$\mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n$$

beginnt, gibt es genau eine für die das Integral

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h(e^{i\varphi})| d\varphi = I(h)$$

möglichst klein wird; diese ist ein Polynom höchstens  $2n$ -ten  
Grades. Bezeichnen wir es mit  $h^*(z)$ , so ist unser Resultat:  
 $\eta = I(h^*)$ . Wir bestimmen sodann  $h^*(z)$  in zwei allgemeinen  
Fällen und geben eine Anwendung dieser Resultate. Weitere  
Anwendungen folgen in einer zweiten Arbeit.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissen-  
schaften vom 3. Mai 1926.)

# KORLÁTOS HATVÁNSOROKRÓL.

SZÁSZ OTTÓ-tól.

Legyen  $f(z)$  egy a  $|z| < 1$  körben reguláris függvény,

$$f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}, \quad (1)$$

és legyen  $|f(z)| \leq 1$ , ha  $|z| < 1$ . Ekkor röviden azt mondjuk, hogy az (1) hatványsor *korlátos*.

Megelőző dolgozatomban<sup>1</sup> RIESZ FRIGYES úr egy eredményére támaszkodva, a következő tételeket bizonyítottam be:

1. Legyen

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} \right| \leq 1, \quad |z| < 1,$$

és legyenek  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$  ( $\mu_0 \neq 0$ ) megadott állandók; akkor

$$\left| \mu_0 c_n + \mu_1 c_{n-1} + \dots + \mu_n c_0 \right| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |h^*(e^{i\varphi})| d\varphi = I(h^*); \quad (2)$$

$h^*(z)$  egy  $2n$ -ed fokú polynom, amelynek első  $n+1$  tagja  $\mu_0 + \mu_1 z + \dots + \mu_n z^n$ , és amely ily alakú:

$$h^*(z) = k [(z-a_1) \dots (z-a_p)]^2 (z-\beta_1) \dots \\ \dots (z-\beta_q) \left(z - \frac{1}{\beta_1}\right) \dots \left(z - \frac{1}{\beta_q}\right),$$

ahol  $k$  egy állandó,  $|\alpha_{\nu}| \geq 1$ ,  $|\beta_{\nu}| < 1$ ,  $p+q=n$ .

E  $h^*(z)$  polynom azzal a tulajdonsággal bír, hogy  $I(h^*) < I(h)$ , ha  $h(z) = \mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \dots$  egy a megadott kezdő tagokkal

---

<sup>1</sup> Korlátos hatványsorok együtthatóiról.

bíró hatványsor, mely a lezárt egységkörben reguláris függvényt állít elő.

2. (2) alatt az egyenlőség csak akkor érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} = \varepsilon \frac{(1 - \bar{a}_1 z) \dots (1 - \bar{a}_p z)}{(z - a_1) \dots (z - a_p)} = f_0(z), \quad |\varepsilon| = 1.$$

3. Ha

$$(\mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \dots)^{\frac{1}{2}} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \lambda_{\nu} z^{\nu},$$

és ha

$$\sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu} \neq 0 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben,}$$

akkor

$$h^*(z) = \left( \sum_{\nu=0}^n \lambda_{\nu} z^{\nu} \right)^2, \quad I(h^*) = \sum_{\nu=0}^n |\lambda_{\nu}|^2,$$

$$f_0(z) = \varepsilon \frac{\bar{\lambda}_n + \dots + \bar{\lambda}_0 z^n}{\lambda_0 + \dots + \lambda_n z^n}.$$

4. Ha  $\mu_n$  valós és

$$R\left(\frac{1}{2}\mu_n + \mu_{n-1}e^{i\varphi} + \dots + \mu_0 e^{in\varphi}\right) \geq 0, \quad 0 < \varphi < 2\pi,$$

akkor

$$h^*(z) = \mu_0 + \dots + \mu_n z^n + \bar{\mu}_{n-1} z^{n+1} + \dots + \bar{\mu}_0 z^{2n},$$

$$I(h^*) = \mu_n, \quad f_0(z) = \varepsilon.$$

5. Ha  $0 \leq r < p$ , akkor ugyancsak

$$|\mu_n c_r + \mu_{n-1} c_{r+p} e^{i\varphi} + \dots + \mu_0 c_{r+np} e^{in\varphi}| \leq I(h^*), \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad (3)$$

és az egyenlőség csak a

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} e^{\frac{\nu}{p} \varphi} = f_0(z^p) \cdot z^r \cdot \varepsilon$$

esetben érvényes.

A következőkben folytatólagosan e tételek néhány alkalmazását adom.

### 1. §.

Legyen  $n \geq 1$ ,  $u$  egy pozitív szám ( $u \geq 0$ ) és  $\mu_0 = 1$ ,  $\mu_1 = u$ ,  $\mu_2 = 0, \dots, \mu_n = 0$ .

Mivel

$$\begin{aligned} \left( \sum_{\nu=0}^n \mu_{\nu} z^{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} &= (1 + uz)^{\frac{1}{2}} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{\nu} u^{\nu} z^{\nu} = \\ &= 1 + \frac{1}{2} uz + \sum_{\nu=2}^{\infty} (-1)^{\nu-1} \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 3 \dots (2\nu-3)}{4 \cdot 6 \dots 2\nu} u^{\nu} z^{\nu}, \end{aligned} \quad (4)$$

azért a jelen esetben

$$\lambda_{\nu} = \binom{\frac{1}{2}}{\nu} u^{\nu}, \quad \nu = 0, 1, \dots, n.$$

Legyen

$$0 \leq u \leq 1;$$

akkor könnyen kimutatható, hogy

$$\sum_{\nu=0}^n \binom{\frac{1}{2}}{\nu} u^{\nu} z^{\nu} \neq 0 \quad \text{a} \quad |z| < 1 \quad \text{körben.}$$

Ugyanis nyilván

$$\left| \sum_{\nu=0}^n \binom{\frac{1}{2}}{\nu} u^{\nu} z^{\nu} \right| > 1 - \sum_{\nu=1}^n \left| \binom{\frac{1}{2}}{\nu} \right|, \quad \text{ha} \quad |u| \leq 1 \quad \text{és} \quad |z| < 1; \quad (5)$$

ha továbbá  $\varrho$  egy szám a  $0 < \varrho < 1$  számközben, akkor (4)-ből

$$\sqrt{1-\varrho} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{\nu} (-\varrho)^{\nu} = 1 - \sum_{\nu=1}^{\infty} \left| \binom{\frac{1}{2}}{\nu} \right| \varrho^{\nu} > 0,$$

tehát

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left| \binom{\frac{1}{2}}{\nu} \right| \varrho^{\nu} < 1, \quad 0 < \varrho < 1.$$

Innen a fortiori

$$\sum_{\nu=1}^n \left| \binom{\frac{1}{2}}{\nu} \right| \varrho^{\nu} < 1, \quad n = 1, 2, \dots, \quad 0 < \varrho < 1,$$

tehát

$$\sum_{\nu=1}^n \left| \left( \frac{1}{\nu} \right) \right| \leq 1, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

De (5)- és (6)-ból közvetlenül nyerjük, hogy

$$\sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right) u^\nu z^\nu \neq 0, \quad \text{ha } |u| \leq 1 \text{ és } |z| < 1.$$

Alkalmazható tehát a bevezetésben idézett 3. tétel és (3) szerint

$$|uc_{r+(n-1)p} e^{(n-1)\varphi i} + c_{r+np} e^{n\varphi i}| \leq \sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right)^2 u^{2\nu}, \quad 0 \leq r < p,$$

avagy

$$|uc_t + c_{t+p} e^{p i}| \leq \sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right)^2 u^{2\nu}, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad (7)$$

ahol  $t$  és  $p$  tetszőszerinti pozitív egész számok, és  $n-1$  a  $\frac{t}{p}$  törtben foglalt legnagyobb egész szám:  $n-1 = \left\lfloor \frac{t}{p} \right\rfloor$ . (7)-ben az egyenlőség csak a

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu e^{\frac{\nu}{p} \varphi i} z^\nu = e^{i\varphi z^r} \frac{\sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right) u^\nu z^{(n-\nu)p}}{\sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right) u^\nu z^{\nu p}}, \quad t = r + (n-1)p, \quad 0 \leq r < p \quad (8)$$

esetben érvényes.

Végül pedig (7)-ből

$$u|c_t| + |c_{t+p}| \leq \sum_{\nu=0}^n \left( \frac{1}{\nu} \right)^2 u^{2\nu},$$

és az egyenlőség ismét csak a (8) esetben érvényes.

Ez az eredmény a következő tételben foglalható össze:

I. tétel. *Ha*

$$\left| \sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \right| \leq 1 \quad \text{a} \quad |z| < 1 \quad \text{körben}$$

és  $0 \leq u \leq 1$ , akkor

$$u |c_t| + |c_{t+p}| \leq \sum_{v=0}^n \binom{\frac{1}{2}}{v} u^{2v},$$

és az egyenlőség csak a

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v = e^{\gamma i} z^r \frac{\sum_{v=0}^n \binom{\frac{1}{2}}{v} u^v (z e^{\frac{\varphi}{p} i})^{(n-v)p}}{\sum_{v=0}^n \binom{\frac{1}{2}}{v} u^v (z e^{\frac{\varphi}{p} i})^{vp}}$$

esetben érvényes, Itt  $\gamma$  és  $\varphi$  valós állandók és

$$t = r + (n-1)p, \quad 0 \leq r < p.$$

Az  $n=1$  esetben ez előző dolgozatom 4. §-ából következik.

Az  $u > 1$  esetben  $u |c_t| + |c_{t+p}|$  pontos felső határa nem ismeretes; csak a  $t < p$  (tehát  $n=1$ ) esetre ad az idézett 4. §. fejeletet.

*Ha*

$$u = 1, \quad p = 1, \quad r = 0, \quad \varphi = 0, \quad \gamma = 0,$$

és

$$\frac{\sum_{v=0}^{t+1} \binom{\frac{1}{2}}{v} z^{n-v}}{\sum_{v=0}^{t+1} \binom{\frac{1}{2}}{v} z^v} = \sum_{v=0}^{\infty} a_v z^v,$$

akkor (7) és (8) szerint

$$|a_t + a_{t+1}| = \sum_{v=0}^{t+1} \binom{\frac{1}{2}}{v}^2,$$

továbbá az I. tétel értelmében

$$|a_t| + |a_{t+1}| = \sum_{v=0}^{t+1} \binom{\frac{1}{2}}{v}^2,$$

tehát  $a_t$  és  $a_{t+1}$  egyenlő előjelűek. Minden más hatványsor esetében pedig

$$|c_t| + |c_{t+1}| < \sum_{\nu=0}^{t+1} \left(\frac{1}{\nu}\right)^2.$$

Már most nyilván

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\nu}\right)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |1 - e^{i\vartheta}| d\vartheta = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \frac{\vartheta}{2} d\vartheta = \frac{4}{\pi};$$

e szerint

$$|c_t| + |c_{t+1}| < \frac{4}{\pi}, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

és e határ tetszés szerint megközelíthető, ha  $t$  elég nagy.

## 2. §.

Legyenek  $k$  és  $n$  pozitív egész számok és legyen

$$1 < k < n < 2k;$$

akkor nyilván

$$(1 + az^k + bz^n)^2 = 1 + 2az^k + 2bz^n + a^2z^{2k} + \dots;$$

$a$  és  $b$  tetszésszerűen állandók. Ha tehát  $\mu_0 = 1$ ,  $\mu_k = 2a$ ,  $\mu_n = 2b$ , és minden más  $\nu < 2k$  indexnél  $\mu_\nu = 0$ , akkor  $\lambda_0 = 1$ ,  $\lambda_k = a$ ,  $\lambda_n = b$  és egyébként  $\lambda_\nu = 0$ ,  $\nu < 2k$ .

Legyen

$$|a| + |b| \leq 1;$$

akkor

$$1 + az^k + bz^n \neq 0 \quad \text{a } |z| < 1 \text{ körben,}$$

tehát

$$\begin{aligned} h^*(z) &= (1 + az^k + bz^n)^2, \\ \lambda_0 &= 1, \lambda_1 = 0, \dots, \lambda_{k-1} = 0, \lambda_k = a, \lambda_{k+1} = 0, \dots, \\ \lambda_{n-1} &= 0, \lambda_n = b, \lambda_{n+1} = 0, \dots, \lambda_{2k-1} = 0; \\ \mu_0 &= 1, \mu_1 = 0, \dots, \mu_{k-1} = 0, \mu_k = 2a, \mu_{k+1} = 0, \dots, \\ \mu_{n-1} &= 0, \mu_n = 2b, \mu_{n+1} = 0, \dots, \mu_{2k-1} = 0. \end{aligned}$$

Tehát (3) szerint

$$\left| \mu_{2k-1} c_r + \mu_{2k-2} c_{r+p} + \dots + \mu_n c_{r+(2k-1-n)p} + \dots + \mu_k c_{r+(k-1)p} + \dots + \mu_0 c_{(2k-1)p+r} \right| \leq 1 + |a|^2 + |b|^2,$$

azaz

$$\left| 2bc_{r+(2k-1-n)p} + 2ac_{r+(k-1)p} + c_{(2k-1)p+r} \right| \leq 1 + |a|^2 + |b|^2, \\ 0 \leq r < p.$$

Általánosabban (ha  $n+\nu \leq 2k-1$ )

$$\left| \mu_{n+\nu} c_r + \mu_{n+\nu-1} c_{r+p} + \dots + \mu_n c_{r+\nu p} + \dots + \mu_k c_{r+(n+\nu-k)p} + \dots + \mu_0 c_{(n+\nu)p+r} \right| \leq 1 + |a|^2 + |b|^2,$$

azaz

$$\left| 2bc_{r+\nu p} + 2ac_{r+(n+\nu-k)p} + c_{r+(n+\nu)p} \right| \leq 1 + |a|^2 + |b|^2, \quad (9) \\ n + \nu \leq 2k - 1, \quad 0 \leq r < p.$$

Az egyenlőség csak az

$$f_0(z) = \frac{\bar{b}z^{p\nu} + \bar{a}z^{p(n+\nu-k)} + z^{p(n+\nu)}}{1 + az^{pk} + bz^{pn}}$$

esetben érvényes.

Ha

$$r = 0, \quad p = 1, \quad \nu = 0,$$

akkor tehát

$$\left| 2bc_0 + 2ac_{n-k} + c_n \right| \leq 1 + |a|^2 + |b|^2,$$

és az

$$f_{00}(z) = \frac{\bar{b} + \bar{a}z^{n-k} + z^n}{1 + az^k + bz^n} = \\ = \bar{b} + \bar{a}z^{n-k} - \bar{b}az^k + z^n(1 - |a|^2 - |b|^2) + \dots$$

esetben az egyenlőség érvényes. Nyilván

$$f_0(z) = z^{\nu p} f_{00}(z^p). \quad (10)$$

Legyen

$$a = ue^{ai}, \quad b = ve^{bi};$$

mivel (9)  $a$  és  $\beta$  bármely értékeire érvényes, tehát még

$$2v|c_{r+\nu p}| + 2u|c_{r+(n+\nu-k)p}| + |c_{r+(n+\nu)p}| \leq 1 + u^2 + v^2; \quad (11)$$

itt nyilván az egyenlőség érvényes a (10) függvények esetében  $a$  és  $\beta$  tetszésszerű értékei mellett, és csakis ezekben az ese-



tekben; mert ha (11) fennáll, akkor (9) is érvényes  $\alpha$  és  $\beta$  alkalmas értékei mellett, tehát  $\sum c_\nu z^\nu$  a (10) függvényosztályba tartozik. Ezzel a következő tételt nyertük:

II. tétel. *Legyenek  $u$  és  $v$  pozitív számok és*

$$u + v \leq 1,$$

*legyen továbbá*

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu \right| \leq 1 \quad \text{a} \quad |z| < 1 \quad \text{körben};$$

*akkor*

$$2v |c_{r+\nu p}| + 2u |c_{r+(n+\nu-k)p}| + |c_{r+(n+\nu)p}| \leq 1 + u^2 + v^2, \quad (12)$$

$$0 \leq r < p, \quad 2 \leq k < n < 2k, \quad \nu < 2k - n.$$

*És nevezetesen, ha*

$$r = 0, \quad p = 1, \quad u = \frac{1}{2}, \quad v = \frac{1}{2}$$

$$|c_\nu| + |c_{n+\nu-k}| + |c_{n+\nu}| \leq \frac{3}{2}; \quad 2 \leq k < n < 2k; \quad \nu + n < 2k. \quad (13)$$

(12) alatt az egyenlőség érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu = z^{n\nu} \cdot \frac{\nu e^{-\beta i} + u e^{-\alpha i} z^{p(n-k)} + z^{p\nu}}{1 + u e^{\alpha i} z^{pk} + v e^{\beta i} z^{pn}};$$

$\alpha$  és  $\beta$  tetszőszerinti számok.

Ha pl. (13)-ban  $n = 3$ ,  $\nu = 0$ , akkor nyerjük, hogy

$$|c_0| + |c_1| + |c_3| \leq \frac{3}{2}.$$

Ha  $r = 0$  és  $p = 1$ , akkor (12) szerint

$$2v |c_\nu| + 2u |c_{n+\nu-k}| + |c_{n+\nu}| \leq 1 + u^2 + v^2; \quad (14)$$

ha  $n+\nu$  helyébe  $(2k-q)$ -t írunk, akkor innen

$$2v |c_\nu| + 2u |c_{k-q}| + |c_{2k-q}| \leq 1 + u^2 + v^2, \quad \nu \geq 0, \quad q > 0, \quad k > q + \nu.$$

Itt az egyenlőség érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu = \frac{v e^{-\beta i} \cdot z^\nu + u e^{-\alpha i} z^{k-q} + z^{2k-q}}{1 + u e^{\alpha i} z^k + v e^{\beta i} z^{2k-q-\nu}} = v e^{-\beta i} z^\nu +$$

$$+ u e^{-\alpha i} z^{k-q} - u v e^{(\alpha-\beta) i} z^{k+\nu} + (1 - u^2 - v^2) z^{2k-q} + \dots \quad (15)$$

(14) még így írható:

$$|c_{2k-q}| \leq 1 + u^2 + v^2 - 2v |c_\nu| - 2u |c_{k-q}|.$$

Legyen most  $v = 1 - u$ , akkor

$$|c_{2k-q}| \leq 2 - 2u + 2u^2 + 2u(|c_v| - |c_{k-q}|) - 2|c_v|,$$

avagy

$$\frac{1}{2}|c_{2k-q}| \leq \left(u - \frac{1 - |c_v| + |c_{k-q}|}{2}\right)^2 + 1 - |c_v| - \left(\frac{1 - |c_v| + |c_{k-q}|}{2}\right)^2.$$

Innen nyilvánvaló, hogy  $|c_{2k-q}|$ -ra a legkedvezőbb felső határt nyerjük, ha  $2u = 1 - |c_v| + |c_{k-q}|$ ; és pedig

$$\frac{1}{2}|c_{2k-q}| \leq 1 - |c_v| \left(\frac{1 - |c_v| + |c_{k-q}|}{2}\right)^2, \nu \geq 0, q > 0, k > q + \nu. \quad (16)$$

Világos, hogy itt is az egyenlőség csak a (15) hatványsor esetében érvényes, ahol szintén  $v$  helyébe  $(1 - u)$  irandó. (16)-ból nyilván a következő egyszerűbb alakú egyenlőtlenség ered

$$|c_{2k-q}| \leq 2(1 - |c_v|)(1 - |c_{k-q}|);$$

itt is egyenlőség áll be a

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n = \frac{(1-u)e^{-\beta i} z^\nu + ue^{-\alpha i} z^{k-q} + z^{2k-q}}{1 + ue^{\alpha i} z^k + (1-u)e^{\beta i} z^{2k-q-\nu}}, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad (17)$$

hatványsor esetében.

Összefoglalva érvényes e

II'. tétel: Ha  $|\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n| \leq 1$  a  $|z| < 1$ , körben, akkor

$$\frac{1}{2}|c_{2k-q}| \leq 1 - |c_v| - \left(\frac{1 - |c_v| + |c_{k-q}|}{2}\right)^2 \leq (1 - |c_v|)(1 - |c_{k-q}|); \quad (18)$$

$$q > 0, \quad 0 \leq \nu < k - q.$$

Az egyenlőség csak a (17) hatványsor esetében érvényes.

Ha nevezetesen  $\nu = 0$ , akkor innen

$$|c_{2k-q}| \leq 2(1 - |c_0|)(1 - |c_{k-q}|), \quad 0 < q < k,$$

avagy

$$|c_{t+k}| \leq 2(1 - |c_0|)(1 - |c_t|), \quad 0 < t < k.$$

Ha  $\nu = k - q - 1$ , akkor (18)-ból ered:

$$|c_{2k-q}| \leq 2(1 - |c_{k-q-1}|)(1 - |c_{k-q}|), \quad 0 < q < k,$$

avagy

$$|c_{t+k}| \leq 2(1 - |c_{t-1}|)(1 - |c_t|), \quad 0 < t < k.$$

3. §.

Legyen

$$\mu_0 = 1, \mu_1 = \nu, \mu_2 = \binom{n}{2} \nu^2, \dots, \mu_n = \nu^n, \mu_{n+1} = 0, \dots,$$

$$\mu_{n+t} = 0, \quad |v| \leq 1;$$

akkor

$$\sum_{\nu=0}^{n+t} \mu_\nu z^\nu = \sum_{\nu=0}^{n+t} \binom{n}{\nu} \nu^\nu z^\nu = (1 + \nu z)^n, \quad t \geq 0,$$

és

$$\left( \sum_{\nu=0}^{n+t} \mu_\nu z^\nu \right)^{\frac{1}{2}} = (1 + \nu z)^{\frac{n}{2}} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \binom{\frac{n}{2}}{\nu} \nu^\nu z^\nu = \sum_{\nu=0}^{\infty} \lambda_\nu z^\nu,$$

tehát

$$\lambda_\nu = \binom{\frac{n}{2}}{\nu} \nu^\nu, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots$$

Ha  $n$  páros szám:

$$n = 2m,$$

akkor

$$\sum_{\nu=0}^{n+t} \lambda_\nu z^\nu = \sum_{\nu=0}^m \binom{m}{\nu} \nu^\nu z^\nu = (1 + \nu z)^m \neq 0 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben};$$

ebben az esetben tehát

$$|v^n c_t + \nu v^{n-1} c_{t+1} + \binom{n}{2} \nu^{n-2} c_{t+2} + \dots + c_{t+n}| \leq \sum_{\nu=0}^m \binom{m}{\nu}^2 |v|^{2\nu},$$

$$n = 2m;$$

itt az egyenlőség érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu \equiv e^{\nu z} z^{n+t} \frac{\left(1 + \frac{\bar{\nu}}{z}\right)^m}{(1 + \nu z)^m} = e^{\nu z} z^{t+m} \frac{(z + \nu)^m}{(1 + \nu z)^m}.$$

Általában

$$|v^n c_t + nv^{n-1} c_{t+1} + \dots + c_{t+n}| \leq \sum_{v=0}^{n+t} \binom{\frac{n}{2}}{v}^2 |v|^{2v};$$

ezzel a következő tételt nyertük;

III. tétel. Ha

$$\left| \sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v \right| \leq 1 \quad \text{a} \quad |z| < 1 \quad \text{körben,}$$

akkor

$$\left| \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} v^{n-v} c_{t+v} \right| \leq \sum_{v=0}^{n+t} \binom{\frac{n}{2}}{v}^2 |v|^{2v}, \quad |v| \leq 1;$$

ha nevezetesen  $n$  páros szám:  $n = 2m$ , akkor

$$\left| \sum_{v=0}^{2m} \binom{2m}{v} v^{2m-v} c_{t+v} \right| \leq \sum_{v=0}^m \binom{m}{v}^2 |v|^{2v},$$

és itt az egyenlőség érvényes, ha

$$\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v = e^{vz} z^{t+m} \left( \frac{z+\bar{v}}{1+vz} \right)^m.$$

Páratlan  $n$  esetére ( $n > 1$ ) a pontos felső határ nem ismeretes; megállapítására a bevezetés 1. tétele értelmében az  $a_1, a_2, \dots, a_{n+t}$  állandókat úgy kell meghatározni, hogy a

$$h^*(z) = 1 + nvz + \binom{n}{2} v^2 z^2 + \dots + \binom{n}{n} v^n z^n + a_1 z^{n+t+1} + a_2 z^{n+t+2} + \dots + a_{n+t} z^{2(n+t)}$$

polynom az ott jelzett feltételeket kielégíti. Ha  $|v|$  elég kicsiny, akkor a keresett polynom

$$h^*(z) = \left( \sum_{v=0}^{n+t} \binom{\frac{n}{2}}{v} v^v z^v \right)^2,$$

mert

$$\sum_{\nu=0}^{n+t} \binom{\frac{n}{2}}{\nu} v^{\nu} z^{\nu} \neq 0 \text{ a } |z| < 1 \text{ körben, ha } |v| < r_{n,t}$$

és  $r_{n,t}$  egy alkalmasan választott szám.

De ha például

$$v = 1, n = 3, t = 0,$$

akkor

$$\left( \sum_{\nu=0}^3 \binom{\frac{3}{2}}{\nu} z^{\nu} \right)^2 = \left( 1 + \frac{3}{2}z + \frac{3}{8}z^2 - \frac{3}{48}z^3 \right)^2$$

nem szolgáltatja a keresett polynomot, mert az

$$l(z) \equiv 1 + \frac{3}{2}z + \frac{6}{8}z^2 - \frac{3}{48}z^3 = 0$$

egyenletnek *nem* gyöke a  $|z| < 1$  körben; ugyanis

$$l(0) = 1 > 0, l(-1) = 1 - \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{16} = -\frac{1}{16} < 0.$$

#### 4. §.

Azt mondjuk, hogy a  $\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu}$  sor a RIESZ-féle  $r$ -edrendű közeppekkel summabilis és összege  $s$ , ha

$$\sum_{\nu=0}^n \left[ 1 - \frac{\lambda(\nu)}{\lambda(n)} \right]^r c_{\nu} \rightarrow s, \quad n \rightarrow \infty;$$

itt  $\lambda(x)$  egy  $x$ -szel együtt minden határon túl monoton növekvő függvény.<sup>1</sup> Írjunk  $\lambda(\nu)$  helyett röviden  $\lambda_{\nu}$ -t.

Legyen most

$$\mu_n = \left( 1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_n} \right)^r, \mu_{n-1} = \left( 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^r, \dots, \mu_1 = \left( 1 - \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n} \right)^r, \mu_0 = 0;$$

<sup>1</sup> M. RIESZ: Sur la sommation des séries de Dirichlet. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris, t. 149 (1909, II.), p. 18—21.

vizsgáljuk e trigonometrikus többtagút:

$$t_r(a) = \left(1 - \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n}\right)^r \cos(n-1)a + \dots + \\ + \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_n}\right)^r \cos a + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_n}\right)^r.$$

Ha speciálisan  $\lambda_n = n$ , akkor a RIESZ-féle summabilitás äquivalens a CESÄRO-félével;<sup>1</sup> ebben az esetben

$$n^r t_r(a) = \cos(n-1)a + \dots + (n-1)^r \cos a + \frac{1}{2} n^r.$$

Mivel  $t_1(a)$  sehohsem negatív, azért  $t_r(a)$  szintén sehohsem negatív, ha  $r$  pozitív egész szám és a bevezetés 4. tétele alkalmazható. Tehát érvényes a

IV. tétel. Ha

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu z^\nu \right| \leq 1 \quad a \quad |z| < 1 \quad \text{körben,} \quad (E)$$

akkor a RIESZ-féle  $r$ -edrendű közepek szintén az egységkörön belül esnek:

$$\left| \sum_{\nu=0}^n \frac{(n-\nu)^r c_\nu}{n^r} \right| \leq 1, \quad n = 1, 2, \dots; \quad r = 1, 2, \dots;$$

az egyenlőség csak a  $c_0 = \varepsilon$ ,  $c_1 = 0$ ,  $c_2 = 0, \dots$  esetben érvényes.

## 5. §.

Egy régebbi dolgozatom<sup>2</sup> 9. §-ában megmutattam, hogy LANDAU gondolatmenetének felhasználásával miképen bizonyítható be a következő tétel:<sup>3</sup>

<sup>1</sup> RIESZ: 12. old. i. h.

<sup>2</sup> Ungleichungen für die Koeffizienten einer Potenzreihe [Mathem. Zeitschrift 1 (1918), p. 163—183].

<sup>3</sup> V. ö. M. RIESZ: Eine trigonometrische Interpolationsformel und einige Ungleichungen für Polynome [Jahresbericht d. Deutschen Mathem.-Vereinigung, 23. Bd., 1914, p. 354—368], 357. old.

Ha

$$f_n(z) = \sum_{\nu=0}^n c_\nu z^\nu$$

egy  $n$ -edfokú polynom és ha

$$|f_n(z)| \leq 1 \text{ a } |z| \leq 1 \text{ körben,}$$

akkor

$$|f'_n(z)| \leq n \text{ a } |z| \leq 1 \text{ körben.}$$

A következőkben e relációnak egy közvetlen levezetését adom, amely két lépésből áll. Első lépés gyanánt bebizonyítom a következő lemmát:

Ha

$$|c_0 + c_1 z + \dots + c_n z^n| \leq 1 \text{ a } |z| \leq 1 \text{ körben,}$$

akkor egyúttal

$$|c_n + c_{n-1} z + \dots + c_0 z^n| \leq 1 \text{ a } |z| \leq 1 \text{ körben.} \quad (19)$$

Ugyanis feltevésünk értelmében

$$|c_0 + c_1 e^{i\varphi} + \dots + c_n e^{in\varphi}| \leq 1, \text{ ha } 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

és innen  $e^{-n\varphi}$ -vel való szorzás után

$$|c_n + c_{n-1} e^{-\varphi} + \dots + c_0 e^{+n\varphi}| \leq 1, \text{ ha } 0 \leq \varphi < 2\pi;$$

de innen közvetlenül ered a (19) reláció.

Második lépésként alkalmazzuk a  $c_n + c_{n-1}z + \dots + c_0 z^n$  polynomra a számtani közepekre vonatkozó FEJÉR-féle egyenlőtlenséget;<sup>1</sup> akkor

$$|nc_n + (n-1)c_{n-1} + \dots + c_1| \leq n.$$

E szerint

$$|c_1 + 2c_2 z + \dots + nc_n z^{n-1}| \leq n, \text{ a } |z| \leq 1 \text{ körben.}$$

Nyilvánvaló, hogy az egyenlőség csak a  $\sum_{\nu=0}^n c_\nu z^\nu \equiv e^{\gamma i} z^n$  esetben áll be;  $\gamma$  valós állandó.

<sup>1</sup> A IV. tétel  $r=1$  esete.

## 6. §.

Felvetjük végül e kérdést: mi a

$$c_t + c_{t+1} + \dots + c_{t+n} = s_{t,n}$$

összeg felső határa az (E) feltétel mellett? Jelöljük a keresett számot  $G_{t,n}$ -nel. Az ismeretes LANDAU-féle egyenlőtlenség szerint

$$G_{0,n} = 1 + \sum_{\nu=1}^n \left( \frac{1 \cdot 3 \dots (2\nu-1)}{2 \cdot 3 \dots 2\nu} \right)^2 = G_n, \quad G_{0,0} = 1.$$

Továbbá (7)-ből

$$|c_t + c_{t+1}| \leq \sum_{\nu=0}^{t+1} \left( \frac{\frac{1}{2}}{\nu} \right)^2 = 1 + \frac{1}{4} + \sum_{\nu=2}^{t+1} \left( \frac{1 \cdot 3 \dots (2\nu-3)}{2 \cdot 4 \dots (2\nu-2)(2\nu)} \right)^2,$$

és itt az egyenlőség érvényes, ha

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} = e^{\gamma i} \frac{\sum_{\nu=0}^{t+1} \left( \frac{\frac{1}{2}}{\nu} \right) z^{t+1-\nu}}{\sum_{\nu=0}^{t+1} \left( \frac{\frac{1}{2}}{\nu} \right) z^{\nu}};$$

e szerint

$$G_{t,1} = \sum_{\nu=0}^{t+1} \left( \frac{\frac{1}{2}}{\nu} \right)^2 < \frac{4}{\pi}.$$

Ha általában  $G_{t,n}$ -t az 1. tétel segítségével meg akarjuk határozni, akkor keresnünk kell az

$$a_1, a_2, \dots, a_{n+t}$$

számokat úgy, hogy a

$$h^*(z) = 1 + z + \dots + z^n + a_1 z^{n+t+1} + a_2 z^{n+t+2} + \dots + a_{n+t} z^{2(n+t)}$$

polynom az ott megadott tulajdonsággal bírjon. E feladat meg-



oldását nem ismerem, de  $G_{t,n}$  értéke megbecsülhető. Mivel a  $\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^v$  hatványsorral együtt a  $\sum_{v=0}^{\infty} c_v z^{v+1}$  sor is eleget tesz a (E) feltételnek, azért

$$G_{t,n} \leq G_{t+1,n}, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Továbbá

$$|c_t + c_{t+1} + \dots + c_{t+n}| \leq |c_0 + \dots + c_{t+n}| + |c_0 + \dots + c_{t-1}| \leq \\ \leq G_{t+n} + G_{t-1}, \quad t \geq 1,$$

tehát

$$G_{t,n} \leq G_{t+n} + G_{t-1}, \quad t \geq 1,$$

FABRY kimutatta,<sup>1</sup> hogy

$$|c_t + c_{t+1} + \dots + c_{t+n}| < 2 \left( 1 + \frac{\log(n+1)}{\pi} \right),$$

tehát

$$G_{t,n} \leq 2 \left( 1 + \frac{\log(n+1)}{\pi} \right), \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

---

<sup>1</sup> V. ö. E. FABRY: Module d'une série de Taylor [Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris, t. CII. (1909. II.), p. 767—768.]. Egyszerűbb levezetést adott LANDAU [Abschätzung der Koeffizientensumme einer Potenzreihe, Archiv der Mathematik und Physik. III. Reihe. XXI., p. 42—50. (§. 4.)].

## ÜBER BESCHRÄNKTE POTENZREIHEN.

Von OTTO SZÁSZ.

Die in meiner vorhergehenden Arbeit (Über die Koeffizienten beschränkter Potenzreihen) gewonnenen allgemeinen Sätze werden hier auf spezielle Fälle angewendet. Für Potenzreihen  $\sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu}$ , die im Kreise  $|z| < 1$  konvergieren und daselbst der Bedingung

$$\left| \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} z^{\nu} \right| \leq 1; \quad (|z| < 1)$$

genügen, ergeben sich unter anderem die Ungleichungen:

$$|c_n| + |c_{n+1}| \leq \sum_{\nu=0}^{n+1} \binom{n+1}{\nu}^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$|c_{n+k}| \leq 2(1 - |c_{\nu}|)(1 - |c_n|), \quad 0 \leq \nu < n < k,$$

$$\left| \sum_{\nu=0}^n (n - \nu)^k c_{\nu} \right| \leq n^k, \quad n > 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

Ich bestimme auch die Potenzreihen, für die hier Gleichheit gilt.

In § 5 wird ein verwandter Satz über Polynome elementar bewiesen.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 17. Mai 1926.)

## A LÉGNYOMÁS ELOSZLÁSA LÉGHAJÓKON.

ANDERLIK ELŐD-TÖL.

Folyadékkal telt, nagy kiterjedésű térben mozgó testre lényegesen más hatást gyakorol a folyadék, ha az súrlódásmentes, vagy ha a folyadékban normális erőkön kívül nyíró feszültségek is felléphetnek. Ha a test egyenletes sebességgel mozog, akkor összenyomhatatlan, súrlódástól mentes folyadékban csakis erőpár mutatható ki, mint a testre ható folyadéknyomások eredője. Specialis esetekben ennek az erőpárnak értéke zérus. A tapasztalat arra késztet, hogy a súrlódásmentes folyadék képét el kell ejtenünk, ha oly jelenségeknek keressük a magyarázatát, mint például az aëroplán-szárnyakra ható erő. Ennek ellenére az aërodinamikában vannak oly kérdések, amelyek a súrlódásmentes folyadék feltételezése mellett is tárgyalhatók. A léghajótestek alakja a legtöbb esetben hosszúkás forgásfelület; az erre ható kis légellenállás egészen jó összhangban van a D'ALEMBERT paradoxonnal; abban az esetben, ha a haladás iránya és a test geometriai tengelye zérus szöget képeznek egymással (ezt a szöget beállítási szögnek nevezik), a számítás és mérés által nyert nyomáseloszlás képe jól egyezik, amint azt FUHRMANN göttingeni disszertációjában kimutatta. Számításaiban oly módszert használt fel, amely igen könnyen alkalmazható arra az esetre, ha a beállítási szög zérus. E soroknak a célja e módszer kiterjesztése arra az esetre, ha a beállítási szög zérustól különbözik. E kérdést ebben a formában dr. L. PRANDTL göttingeni egyetemi tanár úr vetette fel és e sorok írójának a munkája, amely e kérdéssel foglalkozik, 1924. év február végén elkészült; e dolgozat ennek a munkának az elvi részéről ad tájékoztatást. Tudomásom szerint dr. KÁRMÁN TÓDOR

aacheni műegyetemi tanár úr is megoldotta ezt a kérdést, azonban az ő munkája eddig nem jelent meg és így tőle függetlenül készült el ez a dolgozat.

Ha nagy kiterjedésű, összenyomhatatlan, súrlódásmentes folyadékban mozog egy test, a mozgás egy  $\Phi$  sebességi potenciálfüggvénnyel írható le, mely a

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = 0 \quad (1)$$

egyenletnek tesz eleget a tér minden pontjában; a test felületén

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0; \quad (2)$$

a testtől igen nagy távolságban (a végtelenben)

$$(\operatorname{grad} \Phi)_{\infty} = \bar{v}_0,$$

ahol  $\bar{v}_0$  egy adott sebességvektor. Mint ismeretes, a sebességi vektor és a  $\Phi$  összefüggése

$$\bar{v} = \operatorname{grad} \Phi. \quad (3)$$

Ha a test adva van és  $\Phi$  függvényt akarjuk meghatározni, akkor a felületi értékproblémák módszereit kell igénybe vennünk. FUHRMANN a disszertációjában egy közvetett módszert használt fel, amely lényegében RANKINE-től származik. (On the Mathematical Theory of Stream-Lines, Phil. Trans. 1871.) E módszer lényege a következőkben foglalható össze. Ha egy adott esetben a  $\Phi$  ismeretes és ezt a függvényt a test belsejében is folytatjuk, akkor e térrész minden pontjában nem teljesülhet az (1) alatti feltétel. Ugyanis  $d\tau$ -val jelölve a test térfogatelemét,  $d\sigma$ -val a határoló felületelemet, a GREEN-formulát alkalmazva a tér belsejére:

$$\int_{\tau} (\operatorname{grad} \Phi)^2 d\tau = - \int_{\tau} \Phi \operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi d\tau + \int_{\sigma} \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} d\sigma.$$

Tekintve, hogy a baloldalon levő térfogatintegrál a térben mozgó folyadék kinetikus energiája (a folyadék sűrűségét 1-nek véve), a (2) feltétel szerint a jobboldal második integrálja 0, tehát a belső tér minden pontjában nem teljesülhet az (1) fel-

tétel. E feltétel azt a követelést fejezi ki, hogy összenyomhatatlan folyadék mellett bármely pontban egy kis térrészt körülzárva, abba annyi folyadék ömlik be, mint ki. A  $\mathcal{O}$  kiterjesztése a  $\tau$  tér belsejébe oly pontokra figyelmeztet, ahol ez a feltétel nem teljesül; tehát e pontokban állandóan folyadék keletkezik, vagy emésztődik fel, ezek a pontok a  $+$  vagy  $-$  források. A (2) feltétel szerint e zárt térből folyadék nem folyhatik ki, tehát a  $+$  és  $-$  források bősége együttesen 0-t eredményez. Ezek szerint, ha egy  $\bar{v}_0$  vektorú párhuzamos folyadékáramlást és megfelelően választott forrásokat veszünk fel, az áramfelületek seregében egy zárt felület lesz; ha e zárt felület belsejébe a teret kitöltő testet helyezünk, az nem változtatja meg a külső áramlás képét és a zárt felületen fellépő folyadéknyomás egyúttal a testre ható folyadéknyomás. Ennek a ténynek az eddig ismert egyedüli alkalmazása az volt, hogy a  $\bar{v}_0$  vektorral párhuzamos egyenesdarabon  $+$  és  $-$  forrásokat veszünk fel; RANKINE izolált forrásokat alkalmazott, FUHRMANN kiterjesztette ezt a módszert egyenletesen megoszló forrásokra. Ha a források bősége együttesen zérust eredményez, egy zárt forgásfelületet nyerünk, melynek geometriai tengelye az egész áramlás szimmetriatengelye, a beállítási szög természetesen zérus.

Egészen egyszerű forráskombinációk segítségével olyan forgástesteket kaphatunk, melyek igen hasonlóak a léghajótestekhez és az így nyert numerikus értékek a gyakorlati célokra is igen jól felhasználhatók. E módszer igen nagy előnye az, hogy az analitikus eljárás helyett, amely az egyszerű esetekben is gömb- és ellipszoidikus függvények használatát teszi szükségessé, egy szintetikus eljárást ad, ahol jóformán elemi műveletekkel sikerül egy felületi értékproblémát megoldani, számszerűen.

Tekintve, hogy az ez úton nyert eredményeket a léghajók aerodynamikája igen jól felhasználhatja, indokolt az a kísérlet, hogy ezt a módszert az általános esetre kiterjesszük. Az első és legfontosabb kérdés, melynek megoldása lehetővé tenné a módszer kiterjesztését, a következő: Nem lehet-e az előzőhöz hasonló egyszerű módon azt az esetet is előállítani, amikor az áramlása a forgástest tengelyére ( $\bar{v}_0$ ) merőleges? A felelet, amelynek a bizonyítását a következő sorban adjuk, az, hogy egy, a  $\bar{v}_0$  vektorra merő-

leges egyenesdarabon kettős forrásokot úgy helyezve el, hogy azok tengelye a  $\bar{v}_0$  vektorral párhuzamos: a  $\bar{v}_0$  vektorral párhuzamos áramlás és a források okozta áramlás eredője az áramfelületek seregében egy zárt forgásfelületet szolgáltat.

Az  $xyz$  derékszögű koordinátarendszert felvéve, az  $x$  tengelyen kettős forrásokot helyezünk el úgy, hogy azok tengelye a  $z$  koordinátatengellyel párhuzamos legyen az  $x$  tengely  $O'$  pontjában a kettős forrás intenzitása  $m(\xi)$ , ennek értéke pozitív vagy negatív, a szerint, hogy a tengely  $+$  értelme a  $+$ z iránnyal egybe esik vagy sem.

Jelöljük a koordinátarendszer kezdőpontját  $O$ -val, az  $OO'$  távolságot  $\xi$ -vel, továbbá a tér egy  $P$  pontjának a távolságát az  $O'$  ponttól  $\rho$ -val. Ha a kettős forrás tengelye és az  $O'P$  sugár által képezett szöget  $\vartheta$ -val jelöljük, akkor a kettős forrás potenciálja a  $P$  pontban

$$\Phi = \frac{m \cos \vartheta}{\rho^2}. \quad (4)$$

Vezessük be az  $y$  és  $z$  koordináták helyett az  $r$  és  $\varphi$  koordinátákat az

$$\begin{aligned} y &= r \sin \varphi \\ z &= r \cos \varphi \end{aligned}$$

helyettesítéssel, akkor a potenciál

$$\Phi = \frac{m \cdot r \cos \varphi}{[r^2 + (x - \xi)^2]^{3/2}}. \quad (5)$$

Ha a  $\Delta\xi$  vonaldarabon  $\mu(\xi)$  fajlagos intenzitású megoszló kettős forrásokot helyezünk el, akkor (feltéve, hogy  $\Delta\xi$  elemi mennyiség) az előző formula érvényes, azonban  $m$  helyett  $\mu(\xi) \Delta\xi$  teendő. Ha a megoszló kettős forrásokot a  $\xi = a$  és  $\xi = b$  pontokkal határolt vonaldarabon helyeztük el, akkor, feltéve, hogy a fajlagos intenzitás  $\mu$  a  $\xi$  függvénye, a potenciál

$$\Phi = \cos \varphi \int_b^a \frac{r \mu(\xi) d\xi}{[r^2 + (x - \xi)^2]^{3/2}}. \quad (6)$$

Ha az  $x$  tengelyen izolált kettős forrásokat helyezünk el, akkor  $\mu(\xi) d\xi$  helyébe az egyes források intenzitása teendő, az integrálás helyett összegezés ( $\Sigma$ ) végzendő.

Azonban mind a két esetben a potenciál alakja

$$\Phi = \cos \varphi F(r, x), \quad (7)$$

ahol  $F(r, x)$  az  $x$  és  $r$  függvénye.

A sebességi összetevők az  $x$ ,  $r$  és  $\varphi$  irányban:

$$\begin{aligned} v_x &= \cos \varphi \frac{\partial F}{\partial x} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \\ v_r &= \cos \varphi \frac{\partial F}{\partial r} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \\ v_\varphi &= -\frac{1}{r} \cdot \sin \varphi \cdot F = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ha ezt a kettős források által létrehozott áramlást olyan párhuzamos áramlással szuperponáljuk, amelyik a  $z$  tengellyel párhuzamos, akkor az áramfelületek seregében könnyen kimutatható egy zárt forgásfelület. Ha a párhuzamos áramlást jellemző sebesség  $v_0$ , akkor + intenzitású kettős forrásoknál a  $v_0$ -t - -nak kell felvennünk, úgy hogy egy  $xr\varphi$  koordinátákkal adott pontban, ha  $\varphi \leq \frac{\pi}{2}$ , a  $v_0$ -nak vetületei az  $x$ ,  $r$ ,  $\varphi$  irányban:

$$\begin{aligned} &0; \\ &-\cos \varphi v_0; \\ &\sin \varphi v_0. \end{aligned} \quad (9)$$

Ha a két áramlás együttesének egy áramfelülete forgásfelület, akkor az  $r$  irányban a megfelelő sebességek vetületeinek 0-t kell eredményezniök a felület minden pontjában. Ha az  $x$  tengelyen keresztül egy síkot fektetünk, ez a forgásfelület egy meridiánját metszi ki; e meridián érintőjének (egy tetszőszerinti pontban) és az  $x$  tengelynek hajlásszögét  $a$ -val jelölve, forgásfelület esetén a sebességi komponensek a következő feltételt tartoznak kielégíteni:

$$v_x \sin a + v_r \cos a - v_0 \cos \varphi \cdot \cos a = 0, \quad (10)$$

ahol ennek a feltételnek a  $\varphi$  értékétől független összefüggésnek kell lennie. A (8) alatti  $v_x, v_r$  értékeket helyettesítve és  $\cos \varphi$ -vel osztva, némi átalakítás után

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dr}{dx} = \frac{v_\alpha - \frac{\partial F}{\partial r}}{\frac{\partial F}{\partial x}} \quad (11)$$

összefüggést kapjuk, amely a kívánt  $\varphi$ -től független reláció és egyúttal a meridiángörbe differenciálegyenlete. Könnyen belátható, hogy a  $\cos \varphi = 0$  eset nem befolyásolja az eredményt, ebben az esetben az áramlás sebességi vektorai merőlegesek az  $xy$  síkra.

Abban az esetben, midőn a  $\xi = +1$ ,  $\xi = -1$  darabon egyenletes egységnyi intenzitású kettős forrásokot helyezünk el, a potenciál

$$\begin{aligned} \phi &= r \cos \varphi \int_{-1}^{+1} \frac{d\xi}{[r^2 + (x - \xi)^2]^{3/2}} = \\ &= \frac{\cos \varphi}{r} \left[ \frac{x+1}{\sqrt{r^2 + (x+1)^2}} - \frac{x-1}{\sqrt{r^2 + (x-1)^2}} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

A sebességi összetevők

$$\begin{aligned} v_x &= r \cos \varphi \left[ \frac{1}{[r^2 + (x+1)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[r^2 + (x-1)^2]^{3/2}} \right] \\ v_r &= \frac{\cos \varphi}{r^2} \left[ \frac{x-1}{[r^2 + (x-1)^2]^{3/2}} - \frac{x+1}{[r^2 + (x+1)^2]^{3/2}} \right] \\ &+ \cos \varphi \left[ \frac{x-1}{[r^2 + (x-1)^2]^{3/2}} - \frac{x+1}{[r^2 + (x+1)^2]^{3/2}} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Ezeket a kifejezéseket a (11) alatti differenciálegyenletbe helyettesítve, a meridiángörbe meghatározható. Ez legcélszerűbben grafikus integrálással (RUNGE módszerével) történik. Ebben az esetben nyilvánvaló, hogy az  $x=0$  sík az egész áramlásnak és annak a forgástestnek egy szimmetriasíkja, amelyben  $v_x=0$ . Ebből következik, hogy a (10) feltétel a  $v_r = v_0 \cos \varphi$  alakot veszi fel, amely így is írható:



$$\frac{\partial F}{\partial r}(0, r) = v_0,$$

ebből az egyenletből a meridiángörbe  $r_0$  ordinátája az  $x = 0$  pontban meghatározható.

Azok az áramlási esetek, amelyek ez úton a  $90^\circ$  beállítási szögnek felelnek meg, önmagukban nem olyan érdekesek, mert a számítás teljes szimmetriát mutat a test előtt és után, ami nyilvánvalóan ellenkezik a tapasztalattal, sőt OSEEN sűrűlódó folyadék feltételezésével tényleg kimutatta, hogy ilyen esetben a test mögött örvénylő folyadékkal telt tér keletkezik (az angol wake).

A  $90^\circ$  beállítási szögnek megfelelő kettős forrásokat, továbbá a  $0^\circ$  beállítási szögnek megfelelő egyszerű forrásokat ismerve, minden más beállítási szögnek megfelelő forrásrendszer a két előző rendszernek (potenciáljának) lineáris függvénye. Ugyanis, ha általában valamely adott felülethez a hozzátartozó forrásrendszert keressük, oly  $\Phi$  függvény határozandó meg, amely a  $\text{div grad } \Phi = 0$ ,  $(\text{grad } \Phi)_\infty = 0$  és  $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_\sigma = v_0 \cos(v_0 n)$  feltételeknek tesz eleget, ahol  $\sigma$  a test felszíne,  $n$  a külső normálisa,  $v_0$  a párhuzamos áramlás sebessége. Ha ismerjük e test második GREEN-függvényét,  $H(P_0)$ -t, ahol  $P_0$  a térnek,  $P_0$  a felületnek egy pontja, akkor a keresett potenciál

$$\Phi = \int_\sigma H \cdot v_0 \cos(v_0 n) d\sigma. \quad (14)$$

Felvéve az  $xyz$  rendszert, tegyük fel, hogy a test geometriai tengelye az  $x$  koordinatatengely, a  $\bar{v}_0$  vektor az  $xz$  síkkal párhuzamos és az  $x$  tengellyel  $a$  szöveget zár be. Ha a felület egy pontjának (ezt  $x, r, \varphi$  koordinátákkal jellemezve) a normálisa az  $x$  tengellyel  $\nu$  szöveget zár be, akkor könnyen kimutatható, hogy

$$\cos(v_0 n) = \cos a \cos \nu + \sin a \sin \nu \cos \varphi. \quad (15)$$

Ezt az előbbi  $\Phi$  kifejezésébe téve, azt kapjuk, hogy

$$\Phi = \cos a \int_\sigma H \cdot v_0 \cos \nu d\sigma + \sin a \int_\sigma H \cdot v_0 \sin \nu \cos \varphi d\sigma.$$

Könnyű belátni, hogy az első integrál a  $0^\circ$ , a második a  $90^\circ$  beállítási szögnek megfelelő forráspotenciált jelenti, tehát ezeket  $\Phi_1$  és  $\Phi_2$ -vel jelölve

$$\Phi = \cos \alpha \Phi_1 + \sin \alpha \Phi_2. \quad (16)$$

Ez a formula megvilágítja a  $\Phi_2$  potenciál és így az előbb le-származtatott tény alkalmazhatóságát. Ha ismerjük egy test szingularitásait, helyesebben azokat a szingularitásokat, amelyeket egy egyenletes, egyenes vonalú áramlással összetéve ugyanazt a felületet kapjuk  $0^\circ$  és  $90^\circ$  beállítási szögnél, akkor minden más beállítási szögre ismerjük a szingularitásokat. Matematikai szempontból így ez a felületi értékprobléma két, egyváltozós függvény meghatározására vezethető vissza, ez a két függvény a források és a kettős források eloszlása. Igen megkönnyítené a továbbiakat az, ha a két forrásrendszer között egyszerű összefüggést lehetne találni, azonban úgylátszik, ilyen egyszerű összefüggés nem található.

Az aerodinamika szempontjából főleg az az eset fontos, midőn  $\alpha < 10^\circ$ , tehát  $\sin \alpha$  kis mennyiség, úgy hogy ebben az esetben a  $\Phi_2$  egy közelítő meghatározása is gyakorlati szempontból jó eredményt ad. Itt úgy járunk el, hogy megfelelő  $+$  és  $-$  források felvételével nyerjük a  $\Phi_1$  forráspotenciált és a forgástestet. A  $\Phi_2$  forráspotenciál meghatározására a geometriai tengelyt  $n$  részre osztjuk, minden részre egyenletes eloszlású kettős forrásokat helyezünk, ahol az egyes részek intenzitása egyelőre ismeretlen, azt egységnek vesszük. Jelölje az  $i$ -edik szakasznak megfelelő egy pontjában a felületnek az érintő hajlásszögét  $\alpha_i$ , az egyes források intenzitását  $\mu_{ki}$ , a sebességi összetevőit  $v_{rki}$  és  $v_{xki}$ , akkor a (11) egyenlet szerint a felület  $i$  pontjára:

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{v_0 - \sum_1^n \mu_k v_{rk}}{\sum_1^n \mu_k v_{xk}}, \quad (17)$$

vagy

$$\sum_{k=1}^n \mu_k (\operatorname{tg} \alpha_i v_{xki} + v_{rki}) = v_0 \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (18)$$

Látható, hogy a  $\mu_1\mu_2\dots\mu_n$  intenzitások meghatározására  $n$  lineáris egyenlethől álló rendszert kapunk, amely egyenletek azt fejezik ki, hogy a meridián  $1, 2, \dots, n$  pontjaiban a határfeltétel valóban teljesül. Ha az egyes szakaszokban elhelyezett kettős források potenciálja  $\Phi_{21}, \Phi_{22}, \Phi_{23}, \dots$ , akkor

$$\Phi_2 = \mu_1\Phi_{21} + \mu_2\Phi_{22} + \mu_3\Phi_{23} + \dots \quad (19)$$

Ismerve a  $\Phi_1$  és  $\Phi_2$  potenciálokat, a sebesség és így a folyadéknyomás is meghatározható a BERNOULLI-egyenlet segítségével. Ezzel a módszerrel több léghajótesten határoztuk meg a nyomás eloszlását, ezekről a számításokról más helyen szeretnék beszámolni. Itt csak annyit említek, hogy különösen a léghajó első részén a számítás és kísérletek összehasonlítása nemcsak qualitative (mennyilegesen), hanem quantitative (minőlegesen) is jó megegyezést mutat.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 május 27.-én tartott üléséből.)

## DIE VERTEILUNG DES LUFTDRUCKES AUF LUFTSCHIFFEN.

Von ELÖD ANDERLIK.

Diese Arbeit, die auf Anregung von Prof. L. PRANDTL in Göttingen entstanden ist, bedient sich zur Untersuchung des Luftdruckes auf eine geschlossene Fläche der von RANKINE erdachten und von FUHRMANN in seiner Göttinger Dissertation auf kontinuierlich verteilte Quellen übertragenen Methode. Ihr Hauptresultat ist das folgende: Es wirke eine Strömung  $\bar{v}_0$ ; belegen wir eine auf  $\bar{v}_0$  senkrechte Axe mit Doppelquellen so, dass deren Axe zu  $\bar{v}_0$  parallel ist, so gibt es unter den Stromflächen der Resultante von  $\bar{v}_0$  und der durch die Quellen verursachten Strömung immer eine Rotationsfläche. Wie der Verfasser nachträglich erfahren hat, ist auch Prof. v. KÁRMÁN zu diesem Resultate gekommen, hat jedoch seine Arbeit nicht veröffentlicht. Die vorliegenden Untersuchungen sind von seiner Arbeit unabhängig entstanden.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 27. Mai 1926.)

## A SKENE-FÉLE JÁRATOKRÓL.

ZIMMERMANN ÁGOSTON I. tagtól.

A m. kir. állatorvosi főiskola anatómiai intézetében már másfél évtized óta beható és rendszeres vizsgálatok folynak a házinyúl összehasonlító anatómiájáról, hogy ennek az általánosan használt biológiai kísérleti állatnak, mely több, másirányú hasznosításánál fogva (hús, gerezna) is, úgy tudományos, mint gyakorlati nézőpontból egyaránt jelentőséggel bír, egyes szervei, készülékei és rendszerei anatómiai és szövettani szerkezetére vonatkozó, esetleg hiányos vagy téves ismeretek kiegészítésre, pótlásra, illetőleg helyesbítésre találjanak. Az ilyen irányban folytatott vizsgálatok során, melyek eddig 30, részben német nyelven is megjelent dolgozatban kerültek a nyilvánosság elő, a közelmúltban HORVÁT JENŐ (4) egyebek között az urethrával is foglalkozott, miközben a ductus paraurethralesre emlékeztető részletekre akadt, melyeket azután nagyobb anyagon, 17 esetben, részletesebb vizsgálat alá vettem és az esetek nagyobb felében (11 — 64 %) sikerült ezt a csökevényes szervet a házinyúlnál (részben ugyan csak mikroszkópos metszetekben) kimutatni. Érdemesnek látszott ezzel a kérdéssel behatóbban foglalkozni már azért is, mert a paraurethralis járatok előfordulásáról, jelentőségéről, homológiájáról még eltérők és nem eléggé tisztázottak a nézetek.

A nőnemű házinyulak urethrájának külső nyílásához közel a nyálkahártyán számos apró, gödörszerű bemélyedés látható, melyek a MORGAGNI-féle lacunáknak felelnek meg, ugyanolyan szerkezetűek, mint az urethra fala, a nyálkahártya behuzódásai aránylag sok rugalmas rosttal és sok vénával. Egyes nagyobb bemélyedések szinte csőszerű járatokként tűnnek fel. E bemélye-

dések és járatok falában éppen úgy, mint az urethra egyéb szomszédos részleteiben a nyálkahártya hámja alatt közvetlenül a hímneműek urethrájának falában előforduló LITTRÉ-féle mirigyekhez hasonló apró, rövid, egyszerű vagy elágazódó csöves mirigyeket lehet látni, melyeket világosan festődő sejtek bélelnek ki. A női urethra külső nyílásának közvetlen szomszédságában két oldalt egy-egy kerekded vagy pedig patkóalakú rés tűnik fel, különösen süldőnyulaknál jobban észrevehetően. E résen át rövid, legfeljebb 1·5 mm hosszú járatba lehet jutni. Egyes házi-nyulaknál, többnyire az idősebbeknél (egy hónapostól öt éves korig került anyag vizsgálat alá) e járatok csak mikroszkóppal különböztethetők meg. A járatok az urethra falában foglalnak helyet, a nyálkahártya alá követhetők s az izomzatba mélyedve végződnek. A felületről kiinduló részletükben bő, axialis ürrel bírnak, melyből azután több, rendszerint aránylag mély és sokszorosan elágazó, csillagalakú mellékjáratok, oldalsó kiöblösödések veszik eredetüket. A járatok belső, vakzsákszerű vége felé a kiöblösödések apróbbak és inkább bogyszerűek. A járatok kezdetét magas többretegű hengerhám béleli ki, mely azután a belső részletben kétrétegűvé lesz, míg a járatok végén levő bogyszerű kiöblösödéseket feltüntető végső részleteket egyszerű hengerhám vagy köbhám béleli, világos, halványabban festődő mirigyhámsejtek rétege. A hám alatti laza, mesenchymaszerű kötőszövetben rugalmas rostok és helyenkint, elvétve, síma izomsejtek is feltűnnek. A járatoknak kezdetén bővebb üre csakhamar szűkül, apró résként különböztethető meg. A mikroszkópos metszetek egyes látóterein első pillantásra olyan kép tárul elő, mintha kettős urethra lenne jelen. A járatok ürében idősebb állatoknál besűrűsödött váladékot, kolloidszerű anyagot, mely a rést egyes esetekben teljesen kitölti, sőt benne koncentrikus rétegzettség nyomait is lehet észrevenni.

Az ismertetett lelet szerint a nőnemű házi-nyulak urethrájának külső nyílásánál található járatok úgy topografiai viszonyaik alapján, mint szerkezetük szerint is megfelelnek a több más fajhoz tartozó nőnemű emlősállatok orificium urethrae externum-a két oldalán, nőknél pedig az e nyílást közrefogó labia minorakon egy-egy pontszerű nyílással nyíló, többnyire rövid *para-*

*urethralis járatoknak*. Ezeket már a régebbi anatomusok is ismerték, így REGNIER DE GRAAF, MORGAGNI és mások; némelyek MALPIGHI-féle járatoknak nevezték el (NAGEL 8), de általában kevés figyelemben részesítették, míg SKENE (11), brooklyni orvos 1880-ban újra felfedezte azokat, melyeket azóta róla SKENE-féle járatoknak neveznek. Hovátartozásuk, jelentőségük felől eltérők a nézetek. Némelyek (OBERDIECK 8) a MORGAGNI-lacunához hasonlóan az urethra nyálkahártyájának járatszerű kiöblösődéseit látják bennök. Többen mások, közöttük nagyon tekintélyes, elismert szerzők, a primitív ureterek maradványainak, a GARTNER-féle járatoknak végső részeit vélik bennök felismerhetni. Végül ismét mások a himneműek járulékos nemi mirigyei közül a prostatával homologizálják.

A házinyútnál a SKENE-féle járat szerkezete nem azonos az urethra nyálkahártyájának szerkezetével, mirigyei sem felelnek meg az urethra LITTRÉ-féle mirigyeinek, úgy hogy a paraurethralis járatok nem tekinthetők az urethra fala kiöblösődéseinek úgy mint a MORGAGNI-féle lakunák. A SKENE-járatokat ugyanis kivezetőcsőszerű részletüknek csupán az urethrába való benyílásuk táján béleli többrétegű hám, míg az ellenkező végükön levő bogvószerű kiöblösődéseiket egy rétegben mirigyhámsejtek bélelik, ezek azután kétrétegű hámmal borított járatrészletbe, kivezető útba mennek át.

A másik, szélesebb körben elterjedt nézet szerint a SKENE-féle paraurethralis járatok a GARTNER-féle ductus epoophori longitudinales végső, terminális részletei volnának, vagyis a WOLFF-féle csöveknek, a primitív ureterek maradványainak felelnének meg. Eltekintve attól, hogy a szerzők egy része, akik ezt a nézetet vallják, csupán elméleti elgondolás, megfontolás alapján jutott erre a feltevésre, eddig még senkinek sem sikerült kifejlett állatoknál a GARTNER-féle járatokat szakadatlanul az urethra nyílásáig követni. Régebben (1916) más állatfajnál végzett vizsgálataim (12) során több esetben volt alkalmam a GARTNER-féle járatokat a hüvelyben követni, de azok minden esetben a hüvely falában foglaltak helyet és nem az urethra falában voltak követhetők, még ha az orificium urethræ externum közelébe is jutottak el, bár közvetlenül e nyílásnál egy esetben sem volt, még

a hosszabb baloldali GARTNER-járat sem felfedezhető, hanem ettől kraniolateralisan végződött. A VAN ACKEREN (2) és mások által az urethra nyílásánál leírt WOLFF-cső leletekről kitűnt, hogy azok vagy a BARTHOLINI-féle mirigyek kezdeményeinek, vagy pedig fölösszámú uretereknek felelnek meg (NAGEL 8), nem pedig persistáló WOLFF-féle csöveknek. Ennek ellenére még FELIX (3), SCHMALTZ (6), és mások is számolnak azzal a lehetőséggel, hogy a SKENE-féle járatok a primär ureter maradványai lehetnének, sőt SCHMALTZ a sertés paraurethralis járatait a GARTNER-féle járatok distalis kivezető részletének írja le, éppen így a juhét is, de a leírásából kitűnik, hogy a sertésnél paraurethralis járatként leírt szerv a hüvely falában, annak izomzatában foglalt helyet és az urethrától kraniolateralisan nyílt, a juhánál pedig a kutanjellegű hámmal kibélelt cső falában mirigynek nyoma sem volt, tehát tulajdonképpen egyik állatfajnál sem feleltek meg azok a SKENE-féle járatoknak a leírásuk szerint, sem a helyeződésük, sem a szerkezetük alapján. Egyébként a vizsgált házinyulaknál 17 eset közül négyben a széles méhszalagban az uterus mentén párhuzamosan haladó, azzal közel szomszédságban a hüvelyig követhető GARTNER-féle járatokat sikerült kimutatni, melyek azonban egy esetben sem jutottak az orificium urethraehez, pedig a pozitív esetek közül kettőben a SKENE-járatok is jelen voltak; ezekkel együtt összesen 11 esetben (17 közül) voltak a házinyúlnál SKENE-járatok kimutathatók.

NAGEL (8) fejlődéstani vizsgálataiból megállapítást nyert, hogy a SKENE-féle járatok nyomai először a 7—9 cm hosszú emberi embrióknál vehetők észre a sinus urogenitalis hámjából kiinduló behúzóadások alakjában, a fejlődés e szakában azonban a primär ureter már hanyatló átalakulásban található (FELIX (3) öt cm hosszú embriónál), a GARTNER-féle járatok alakjában a széles méhszalagokba húzódik vissza. Az általam vizsgált legfiatalabb (egy hónapos) házinyúlnál a SKENE-féle járatok fejlettsége alig különbözött a valamivel idősebb nyulakétól, míg a korosabb, több éves állatoknál aránylag gyengébb fejlettséget mutattak az urethrához képest. Sajátszerű és említést érdemel, hogy KRAUSE R. (6), ki a közelmúltban megjelent mikroszkopos anatómiájában a házinyúl urethráját behatóbban ismertette, vele szomszédos



Cowper-mirigyeket és kétféle inguinalis mirigyet is ír le, a paraurethralis járatokról egyáltalában nem tesz említést; lehetséges, hogy az általa vizsgált, talán idősebb nyulaknál nem voltak jelen, vagy pedig a hólyaghoz, a belső orificiumhoz közelebb eső urethrarészleteket vizsgált.

A SKENE-féle paraurethralis járatok előfordulása, helyi viszonyai és szerkezete arra engednek következtetni, hogy azok a hím-nemű állatok járulékos nemi mirigyei közül a *prostatával homologok*. E nézet mellett foglal állást LENHOSSÉK (7) is (szerinte néha még egy harmadik ilyen járat is előfordul az urethra nyílása alatt), továbbá RAUBER és KOPSCH (9), kik a női urethra alsó részletében levő mirigyhalmazokat, melyek külön csővel, a ductus paraurethralesszel nyílnak, a prostata basalis mirigyeivel homologizálják. FELIX (3) kérdésesnek mondja HERTWIG nagy fejlődéstani kézi könyvében (III. k. 1. r., pag. 804.), hogy a SKENE-féle járatok neve alatt leírt szervek mindannyian a primär uretereknek felelnének meg, majd a prostata fejlődésének ismertetésénél (l. c., pag. 850.) leírja, hogy a női urethra distalis részletéből a hím prostata kraniális részének megfelelő mirigytelepek indulnak ki, melyek kezdetben mindkét nemnél többretegű hámmal kitöltöttek és csak a postfetalis életben keletkezik ür. A BARTHOLINI-mirigyek éppen úgy, mint a COWPER-féle mirigyek a sinus urogenitalis hámjából fejlődnek. BROMAN (2) szintén az alsó prostata-mirigyekkel «analog»-oknak tartja a paraurethralis járatokat, melyek szerinte az urethratól kaudolaterálsan nyílnak, de hozzáfűzi, hogy a SKENE-féle járatok könnyen összetéveszthetők a WOLFF-féle járatok ritkán előforduló kaudalis maradványaival.

A felsorolt adatok szerint tehát a SKENE-féle paraurethralis járatok előfordulási helye, megjelenése valóban a hím állatok prostatájával való homologia feltevését engedi meg. Még inkább megerősítik ezt a nézetet a SKENE-járatok szerkezetére vonatkozó adatok. A paraurethralis járatok tubuloalveolaris szerkezetet mutatnak. A kezdetben tág csövek, melyeket eleinte több-, majd kétrétegű hám bélel ki, sokszorosán elágazó, bogyószerű, szűkebb részletekbe vezetnek, melyeket egyrétegű hám bélel és ez alatt rugalmas rostok és néhány síma izomsejt is található. Mindez éppen úgy, mint az idősebb állatoknál a járatok lumenét néha

kitöltő, fehérjeszerű, helyenkint koncentrikus rétegzettségű váladék, mely a prostatakonkreciókra emlékeztet, arra a feltevésre jogosít, hogy a nőnemű házinyulaknál az orificium urethrae externum közelében aránylag nem ritkán előforduló elágazó tubuloalveolaris mirigyes szervek, a SKENE-féle paraurethralis járatok, a hímnemű állatok prostatamirigyeinek felelnek meg, nem pedig a GARTNER féle ductus epoophori longitudinales végső, distalis részletei.

### Irodalom. — Literatur.

1. VON ACKEREN: Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der weiblichen Sexualorgane des Menschen. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. 48. Bd.

2. BROMAN: Normale und abnormale Entwicklung des Menschen. Wiesbaden, 1911.

3. FELIX: Entwicklung der Harnorgane. Hertwig's Handbuch der vergleichenden und experimentellen Entwicklungslehre der Wirbeltiere. III. Bd. 1. Teil. Jena, 1906.

4. HORVÁT JENŐ: A házinyúl húgyvezetői, húgyhólyagja és húgycsöve. Közlemények az összehasonlító élet- és kórtan köréből. XVII. k. 5/6. f.

5. KLEIN G. u. GROSSCHUFF K.: Über die intraepithelialen Drüsen der Urethralschleimhaut. Anatomischer Anzeiger. XII. Bd.

6. KRAUSE R.: Mikroskopische Anatomie der Wirbeltiere in Einzeldarstellungen. 1921. I. Bd. Berlin-Leipzig, 1921.

7. KRAUSE W.: Anatomie des Kaninchens. II. Aufl. Leipzig, 1884.

8. LENNEOSSÉK: Az ember anatómiája. II. kötet. Budapest, 1923.

9. NAGEL W.: Die weiblichen Geschlechtsorgane. Bardeleben's Handbuch der Anatomie des Menschen. VII. Bd. 2. T. 1. Abt. Jena, 1906.

10. RAUBER-KOPSCHE: Lehrbuch der Anatomie des Menschen. VIII. Aufl. Abt. 4. Leipzig, 1909.

11. SCHMALTZ: Die weiblichen Geschlechtsorgane. Ellenberger's Handbuch der vergleichenden mikroskopischen Anatomie der Haustiere. II. Bd. Berlin, 1911.

12. SKENE A. J. C.: The anatomy and pathology of two important glands of the female urethra. Americ. Journal of Obstetr. 1880. (Jahresbericht nyomán).

13. ZIMMERMANN: A tehén Gartner-féle járatai. Húszszemle, 1916.

14. ZIMMERMANN: Fejlődéstan. II. kiadás. Budapest, 1922.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926. március 22.-én tartott üléséből.)

## ÜBER DIE SKENE'SCHEN GÄNGE.

Von AUGUST ZIMMERMANN, k. Mitglied der Akademia.

Im Laufe der Untersuchungen, die im anatomischen Institut der kön. ung. Tierärztlichen Hochschule bezüglich der vergleichenden Anatomie des Kaninchens nun seit mehr als ein Jahrzehnt im Gange sind, kam unlängst auch die weibliche Urethra an die Reihe. Bei der eingehenderen Untersuchung fand man bei 11 von 17 Kaninchen im Alter von ein Monat bis fünf Jahren neben den zahlreichen MORGAGNI'schen Lakunen an der äusseren Harnröhrenmündung beiderseits rundliche Öffnungen, die in bis 1·5 mm. lange Gänge führen; bei manchen, meist älteren Tieren können letztere nur mikroskopisch nachgewiesen werden. Die Gänge befinden sich in der Wand der Urethra; unterhalb der Schleimhaut dringen sie in die Muskelschicht, wo sie enden. Ihr Anfang ist weiter und mit mehrschichtigem Zylinderepithel bedeckt, das nachher in eine zweischichtige Epithelauskleidung übergeht, während in den tiefergelegenen, kleineren und engeren Ausbuchtungen sich einschichtiges Drüsenepithel vorfindet. Bei älteren Tieren fand sich in einzelnen Gängen kolloidartiger, teils konzentrisch geschichteter Inhalt.

Die beschriebenen Gebilde entsprechen den SKENE'schen paraurethralen Gängen. Manche betrachten diese als den MORGAGNI'schen Lakunen entsprechende Ausbuchtungen der Urethra, doch unterscheidet sich ihr Bau, besonders in ihren drüsigen Abteilungen von diesen. Auch können diese Gänge nicht als zu den GARTNER'schen Ductus epophori longitudinales gehörig, d. h. als Reste der primären Harnleiter, der WOLFF'schen Gänge, aufgefasst werden, denn sie standen in keinem Falle mit diesen

in Verbindung, ausserdem befinden sich die SKENE'schen Gänge nicht in der Scheidenwand, wie die GARTNER'schen Gänge, sondern in der Wand der Urethra, auch spricht ihr Bau, insbesondere die Gegenwart der Drüsenhalveolen an diesen Gängen gegen diese Annahme. Die Entwicklung der SKENE'schen Gänge geht nach NAGEL aus dem Epithel des Sinus urogenitalis schon zu einer Zeit hervor, da die primären Ureteres sich bereits in Rückbildung befinden. Nach ihrem Erscheinen, ihrem Vorkommen, ihren anatomischen Verhältnissen und ihrem Bau können die SKENE'schen Gänge als der männlichen Prostata homologe Bildungen gedeutet werden, ihre Lage, der tubuloalveolare Bau mit dem einschichtigen Epithel in den engeren Ausbuchtungen, auch die elastischen Fasern, die spärlichen glatten Muskelzellen unterhalb der Epithelschicht, schliesslich der gelegentliche Lumeninhalt: Konkremente mit konzentrischer Schichtung, ähnlich den Prostatakonkretionen, sprechen dafür.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

# VIZSGÁLATOK AZ ERDŐTALAJ ÉLETÉT BEFOLYÁSOLÓ ÉLETTANI TÉNYEZŐK BIOKÉMIAI, BIOFIZIKAI ÉS BAKTERIOLÓGIAI KÖLCSÖNHATÁSÁRÓL.

FEHÉR DÁNIEL és VÁGI ISTVÁN-tól.

Az erdő élő növények által alkotott társadalom s nagyon természetes, hogy az erdőgazdasági többtermesztés problémáját tudatosan megoldani csak akkor fogjuk, ha exakt kémiai és fizikai kutató módszerekkel megismerjük azokat a törvényszerűségeket, amelyek ennek az élő társadalomnak az életfolyását szabályozzák. Azok a fontosabb kérdés-komplexumok, amelyeknek a vizsgálata a probléma megoldására elsősorban szükséges, a következők: 1. A fák  $CO_2$  táplálkozása. 2. A fény hatása a fák  $CO_2$  táplálkozására és a talaj életére. 3. A talaj biológiája: a humusz mikroflórája és faunája és ennek szerepe a talaj tápláló anyagának a kialakulásában. 4. A talaj kémiai összetételének és főképpen a talaj savanyúságának ( $H$ -ion koncentrációnak) hatása a humusz mikroflórájának a kifejlődésére. 5. A most felsorolt faktorok egymás közötti kölcsönös összefüggése és ezeknek az állományok növekedésére gyakorolt összhatása. 6. Az erdőgazdaság gyakorlati, főképpen erdőművelési módszereinek a fenti tényezőkkel való okozati összefüggése.

A  $CO_2$  táplálkozási vizsgálatainknál elsősorban az erdei levegő tényleges  $CO_2$  tartalmát térfogat-százalékokban mértük közvetlenül a föld feletti és a 2 m magas levegőrétegekben a

HESSE-féle módszerrel:  $\frac{n}{10} HCl$ -el titrált  $Ba [OH_2]$  segítségével.

Az ellenőrző méréseket a PETERSON—PALMQUIST-féle  $KOH$  absorp-

ciós készülékkel végeztük. Az így nyert adatokból azután, hogy hozzávetőleges képet kapjunk, a MITSCHERLICH-BAULE-féle  $\log [A-y] = \log A - w \cdot x$  egyenletből

$$y = A(1 - e^{-wx}) \quad (\text{I.})$$

értéket kiszámítottuk. Ebben az egyenletben  $x$  a változó táplálkozási faktort, jelen esetben a  $CO_2$  térfogat százalékait,  $w$  a faktor hatásfokát,  $A$  a faktor fokozásával elérhető legnagyobb terméseredményt,  $e$  a logaritmus naturalis alapszámát,  $y$  pedig az  $x$  változtatásának megfelelő terméseredményeket adja, a változó  $y$  görbében ábrázolva egy exponenciális (logarithmikus) görbét ad.

Minthogy pedig MITSCHERLICH-SPIRGATIS vizsgálatai szerint a  $CO_2$  hatásfoka  $w$  a fény intenzitása szerint a

$$\log w = 2i - 0.3447 \quad (\text{II.})$$

egyenlet szerint változik, a mért fényintenzitásoknak megfelelő

$$w_1 w_2 \dots w_n$$

értékeket kiszámítottuk és ezeket behelyettesítve, megkaptuk  $y$ -nak

$$[100-y] = \log 100 - wx$$

az értékeit, vagyis azokat a számokat, amelyek kifejezik, hogy a meglévő  $CO_2$  koncentráció mellett az elérhető legnagyobb termés hány %-át érhetjük el és egyúttal kiszámítottuk azt is, hogy a termés százalékfokozásához milyen mértékben kellene a  $CO_2$  koncentrációt fokozni.

A fényintenzitás méréséhez az EDER-HECHT-féle úgynevezett szürke ékfotométert használtuk, amely ha  $l$ -el jelöljük a fény mennyiséget BUNSEN-ROSCOE egységekben,  $p$  a használt fényérzékeny klorezüstpapír abszorpciós állandója,  $k$  a szürke ék vastagsági növekedése 1 cm-ként,  $d$  a fényérzékeny papír elfektetett részének hosszúsága, akkor az

$$1 = p \cdot 10^{kd}$$

egyenlet szerint azon fény mennyiséget adja, amelyből a fényintenzitást  $i$ -t, ha, megfigyelési idő  $t$  sec. volt, az

$$i = \frac{1}{t}$$

képlettel számítottuk ki.

A legtöbb esetben csak összehasonlító méréseket végeztünk, vagyis megmértük, hogy az erdőben a fák koronája által átengedett fény intenzitása hány %-át teszi ki a szabad téren ható teljes fény intenzitásának és ezeket az adatokat helyettesítettük azután be a II. egyenletbe.

A talaj savanyúságát a felszínén és azután 20, 40, 60, 80 cm és 1 m mélyen mértük. Eljárásunk alapjául a német kísérleti állomások 1924. évi hamburgi kongresszusán megállapított normát vettük. 100 gr kiszáritott talajpróbát 250 cm<sup>3</sup> KCl oldattal 1 órán át kiráztunk, azután vakuumban átfiltráltuk és a szürletek egy részében a MICHAELIS-féle kolorimetrikus eljárással az aktuális *ph* értéket meghatároztuk s azután a szürlet másik részében  $\frac{1}{10}$  NaOH-oldattal a titrálási savanyúságot is meghatároztuk  $\frac{1}{10}$  NaOH cm<sup>3</sup>-ban kifejezve.

A fenti eljárás tehát az úgynevezett cseresavanyúság értékeit adta; ehhez összehasonlításként vizes kivonatban a szabad aktuális savanyúság adatait is meghatároztuk. Ezeket kívül a szokásos talajtani eljárásainkkal a talaj következő alkatrészeit határoztuk meg:

1. Humusztartalom.
2. CaCO<sub>3</sub> tartalom.
3. Porusvolumen.
4. Abs. vízkapacitás.
5. « levegőkapacitás.
6. Mechanikai összetétel.

Ezeket a vizsgálatokat szervesen egészítik azután ki Bokor talajbakteriológiai vizsgálatait, amelyeknek főbb eredményeit itt szintén összefoglaltuk. (I. táblázat.)

A vizsgálatok gyakorlati vonatkozásának kísérleti úton való felderítése céljából a főiskola tanulmányi erdejében kísérleti

területeket jelöltünk ki, amelyen a gazdasági műveleteknek a fenti problémákra való hatását fogjuk tanulmányozni.

A magunk részéről nyomatékosan kívánjuk hangsúlyozni, hogy az általunk kitűzött probléma teljes megoldását a kérdés-komplexum minden vonatkozására kiterjedő részletes vizsgálatok adhatják meg s természetesen ezek az erdőgazdaságban a fák hosszú élettartamánál fogva sok időbe fognak kerülni s azért az elmúlt három év munkáját ezen a téren csak kezdetnek és első tájékozódásnak tekintjük.

Eljárásaink folyamán ismételten alkalmaztuk a matematikai módszereket. Természetesen azonban ezeknek a jelentőségét a biológiai összefüggések terén túlbecsülni nem óhajtjuk s fontosságot ezeknek csak annyiban tulajdonítunk, amennyiben a már meglévő kísérleti adatok kvantitatív összefüggéseinek a felderítése terén kiváló segédeszközül szolgálnak, de ezeknek az eredményeit ezen a téren exakt matematikai értelemben venni egyelőre még nem szabad.

A vizsgálatok eddigi főbb eredményeit a következőkben adjuk:

1. Az erdei levegő  $CO_2$  tartalma a talaj színétől számítva felfelé csökken.

2. A  $CO_2$  mennyiség térfogatszázalékokban kifejezve azonban még a sűrű záródású, érintetlen humusztakaróval bíró állományokban is legfeljebb 50—60%-al haladja meg a levegő normális  $CO_2$  tartalmát.

3. Az állományok koronái által bebocsátott fény intenzitása nagyon csekély: 5—25%-a a szabad fény erősségének és ezért valószínűleg a csekély fényintenzitás mellett a fák a levegőnek a normálist alig meghaladó  $CO_2$  tartalma mellett a számításaink alapjául vett matematikai megfontolásokkal kifejezett élettani jelenségek folytán a  $CO_2$  koncentráció fokozása mellett elérhető legnagyobb fatömegnövekedésük csak egy kis %-át képesek elérni.

4. A  $CO_2$  koncentráció fokozása tehát a fatömegnövekedés nagyobbodását eredményezné.

5. Tekintettel azonban arra, hogy a sűrű záródással bíró állományok levegőjének  $CO_2$  tartalma a normálisnál nagyobb



$CO_2$  koncentrációt nem mutat, a magunk részéről nagyon problematikusnak tartjuk az állomány levegő  $CO_2$  tartalmának egyszerűbb állomány ápolási eszközökkel való növelését.

6. Miután pedig a fényintenzitás növelése a  $CO_2$  hatásfokát növeli, szükségesnek tartjuk annak a kísérleti úton való megvizsgálását és eldöntését, hogy a zárlat gyengítése és erősebb gyéritése nem fog-e viszonylag nagyobb fatömegnövekedést eredményezni.

7. A talaj savanyúságával szemben az erdei fák sokkal kevésbé érzékenyek, mint a gazdasági növények s a talaj savanyúságának olyan fokát eltűrrik, amely mellett az előbbieket tenyészni egyáltalában nem képesek. A talajok elsavanyodása tehát akkor, ha ez az állapot állandósítottnak tekinthető és a savanyú humuszképződés még be nem állott, az erdő életében nem gyakorolja azt a befolyást, amelyet neki a mezőgazdasági növények tenyészésénél tulajdonítani kell.

8. A baktériumflóra, főleg pedig a baktériumok relatív száma a talajok elsavanyodásával, tehát a *ph* értékének kisebbedésével csökken és ilyen módon az erdő többi biológiai tényezőjével, amelyek az elsavanyodásra befolyással vannak: zárlat, fafaj, elegyarány, fényintenzitás, aljnövényzet, a talaj fizikai tulajdonságai, stb. szoros összefüggésben állanak.

9. A talaj szintje fölött közvetlenül észlelt %-os  $CO_2$  tartalom szoros összefüggésben van a baktériumok számával, valamint az ezek működését és szaporodását befolyásoló többi tényezővel, úgymint a talaj savanyúságával, mechanikai struktúrájával, fizikai tulajdonságaival stb.

10. A talaj aciditása csökken, illetőleg a *ph* értéket kifejező számadat nagysága emelkedik a mélységgel. A baktériumflóra a mélységgel csökken és körülbelül 150 cm-en alul teljesen megszűnik.

11. A lombfaerdők, illetőleg a lombfával elegyített fenyőerdők és a tiszta fenyőerdők talajának savanyúsága a következőképpen változik:

a) A legnagyobb savanyúság a teljes záródású elegyetlen fenyőerdőben van;

b) ezt követi a teljes záródású elegyetlen lombfaerdő,



I. sz. táblázat.  
Összesítő táblázat.

A kísérleti terület száma	CO <sub>2</sub> tartalom				Az átérésztett fény % <sub>0</sub> -a	A talajra vonatkozó							
	a földön % <sub>0</sub>	2-0 m. magasságban % <sub>0</sub>	CO <sub>2</sub> faktor 0-03% <sub>0</sub> -ra vonatkoztatva			A talaj csere-savanyúsága							
			a földön % <sub>0</sub>	2-0 m. magasságban % <sub>0</sub>		pH.				100 gr talaj elhasznált Na(OH)-t			
						0-15 cm	20 cm	40 cm	60 cm	0-15 cm	20 cm	40 cm	60 cm
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
I.	0-039	—	+30	—	2-26	4-8	6-6	6-5	6-3	4-909	—	—	—
Ia.	—	—	—	—	2-26	4-8	4-6	—	4-8	5-53	4-04	—	8-87
II.	0-0308	—	+ 2-67	+ 2	100-0	4-8	5-5	4-4	5-0	0-37	—	—	5-28
III.	0-03225	0-0306	+ 7-50	+ 2	3-98	5-6	4-6	5-1	5-9	—	11-61	2-71	2-26
IV.	0-0330	0-0302	+10	+ 0-67	21-37	5-6	4-7	4-8	4-9	—	13-31	8-68	9-44
V.	0-03076	0-032	+ 2-53	+ 6-67	13-99	4-2	5-2	5-2	5-3	7-19	1-69	2-64	0-94
VI.	0-045	0-0433	+50	+44-33	21-40	7-5	7-6	—	—	0	0	—	—
VII.	—	—	—	—	—	4-6	4-7	4-5	6-4	4-05	3-87	19-54	0
VIII.	0-0330	0-030	+10	—	12-17	4-3	4-7	4-6	4-4	1-55	10-95	12-83	4-15
IX.	0-0385	0-0275	+28-33	— 8-33	100-0	4-3	4-6	4-6	—	1-45	10-95	13-40	0
X.	0-0368	0-0300	+22-67	—	9-21	6-8	7-2	7-0	—	0	0	0	0
XI.	0-050	0-0329	+66-67	+ 9-33	3-19	6-0	4-8	4-9	4-8	0-37	6-98	1-51	6-04
XIII.	0-040	0-0306	+33-33	+ 2-0	19-95	4-4	4-7	0	0	2-11	15-48	0	0
XIV.	0-035	—	+16-67	—	100-0	—	—	—	—	—	—	—	—
XV.	0-0397	0-036	+32-33	+20-0	6-04	4-9	6-8	7-0	5-8	0	0	0	0-75
XVI.	—	—	—	—	16-11	4-8	4-6	4-7	4-7	0	19-36	18-31	18-31
XVII.	—	—	—	—	12-18	—	—	—	—	—	—	—	—
XVIII.	—	—	—	—	100-0	4-4	—	—	—	15-29	—	—	—

Nummer der Versuchsfläche	CO <sub>2</sub> Gehalt				% der durchgelassenen Lichtintensität	Biochemische Eigenschaften des Bodens							
	auf der Erde % <sub>0</sub>	in 2-0 m Höhe % <sub>0</sub>	CO <sub>2</sub> Faktor			Austauschacidität							
			auf der Erde % <sub>0</sub>	in 2-0 m Höhe % <sub>0</sub>		pH.				pro 100 gr. Boden verbrauchte Na(OH)			
						0-15 cm	20 cm	40 cm	60 cm	0-15 cm	20 cm	40 cm	60 cm
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.

Tabelle Nr. I.  
Übersichtstabelle.

biokémiai adatok													
A talaj aktív savanyúsága		Teljes savanyúság Daikuhara szerint (3-5)	Humusz tartalom 0-15 cm. mélységben % <sub>0</sub>	CaCO <sub>3</sub> tartalom 0-15 cm. mélységben % <sub>0</sub>	Bakteriumok száma a nedves föld 1-0 gr.-jában	A talaj neve és anyakőzet	Víz tartalom % <sub>0</sub>	Szemcsenagyság		Porusvolumen % <sub>0</sub>	Abszolút vízkapacitás volumen % <sub>0</sub>	Levegőkaptatás volumen % <sub>0</sub>	
ph.	100 gr. talaj felhasznált Na(OH)-t							Két m/m-nél nagyobb % <sub>0</sub>	Két m/m-nél kisebb % <sub>0</sub>				
0-15 cm.	0-15 cm.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	
6-0	0-47	17-18	4-0	0	6.802,010	—	13-5	40	60	49-8	28-8	21-0	
6-0	—	19-36	3-1	0	3.322,000	—	12-5	40	60	—	—	—	
4-2	6-61	1-30	2-2	0	3.826,110	—	19-5	20-4	79-6	47-0	33-3	13-7	
6-6	0	40-64	2-8	0	3.462,000	—	9-0	18-0	82-0	51-3	33-2	17-1	
6-6	0	46-59	—	0	5.910,110	—	10-2	20-3	79-7	44-6	35-3	9-3	
6-0	0-47	25-17	0-9	0	603,110	—	15-8	15-0	85-0	42-0	30-0	12-0	
7-0	0	—	6-5	15-5	1.065,150	—	13-6	25-0	75-0	43-0	36-1	6-9	
6-2	0-09	14-18	—	—	—	I. II. táblázatot S. II. Tabelle	—	—	—	—	—	—	
6-4	0	5-43	2-3	0	1.315,200	—	10-5	2-6	97-4	46-9	29-2	17-7	
—	—	5-08	—	—	—	—	—	4-0	96-0	—	—	—	
6-8	0	—	11-3	0-7	5.515,110	—	13-8	19-0	81-0	42-2	36-1	6-1	
5-0	0-94	1-30	—	0	—	—	—	21-0	79-0	—	—	—	
6-2	0-09	7-39	—	—	—	—	—	16-0	84-0	—	—	—	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
6-4	0	—	1-8	15-6	766,000	—	11-5	17-5	82-5	61-6	30-7	30-9	
6-2	0-11	68-71	3-0	0-1	2.303,000	—	20-8	20-0	80-0	—	—	—	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
6-8	0	53-52	—	0-4	475,100	—	24-0	50-0	50-0	48-9	20-3	28-6	

senschaften des Bodens													
Aktive Acidität		Totalacidität nach Daikuhara (3-5)	Humusgehalt in 0-15 cm. Tiefe % <sub>0</sub>	CaCO <sub>3</sub> Gehalt in 0-15 cm. Tiefe % <sub>0</sub>	Anzahl der Bakterien pro 1-0 gr. feuchter Erde	Bodenart u. geologische Untergrundsichten	Wassergehalt in % <sub>0</sub>	Grösse der Bodenkörnerchen		Porusvolumen in % <sub>0</sub>	Absolutes Wasserkapazitätsum % <sub>0</sub>	Luftkapazitätsum % <sub>0</sub>	
pH.	pro 100 gr. Boden verbrauchte Na(OH)							von zwei m/m grösser % <sub>0</sub>	von zwei m/m kleiner % <sub>0</sub>				
0-15 cm.	0-15 cm.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	
15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	



c) legkisebb pedig a megbontott záródású elegyes fenyő és lombfa állományokban.

Általában a döntő befolyást az elegyarány és záródás gyakorolja. A lombfaelegyítés általában a savanyúság mértékét csökkenti.

12. A fényintenzitás növekedése abban az esetben, ha elegendő aljnövényzet a megbontott záródás védő hatását nem pótolja, egyébként a talajnak egyenlő kémiai és fizikai sajátságai mellett a baktériumok számát csökkenti.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 március 22-én tartott üléséből.)

Függelék az I. sz. táblázathoz.  
*Anhang zur Tabelle Nr. I.*

A fák és cserjék növekedésének pH határai.  
*Die pH Werte der untersuchten Bäume und Sträucher.*

Fafaj <i>Art der Bäume und Sträucher</i>	HARTMANN adatai <i>Hartmann's Daten</i>	NEMEC és KVAPIL adatai <i>Nemec's und Kvapil's Daten</i>	Saját adataink <i>Eigene Daten</i>
Abies alba	—	—	4·8
Larix europæa	—	—	4·7—6·8
Picea excelsa	—	3·3—4·3	4·5—6·8
Pinus nigra	—	—	4·4—4·8
Pinus silvestris	3·9—6·5	3—3·9	4·4—4·8
Alnus glutinosa	—	—	4·8
Betula alba	—	—	4·3—4·6
Carpinus betulus	—	4·3	4·3—5·8
Fagus sylvatica	4·1—4·8	5—5·9	4·8
Populus tremula	—	—	4·3—4·8
Prunus avium	—	—	4·3
Quercus cerris	—	—	4·3
Quercus pedunculata	—	—	4·3
Quercus sessiliflora	4·1—4·3	4—5	4·3—6·0
Robinia pseudoacacia	—	—	4·6—7·5
Tilia parvifolia	—	—	4·3
Cornus mas	—	—	4·3
Cytisus nigricans	—	—	4·6
Evonymus europæus	—	—	4·3
Ligustrum vulgare	—	—	4·3
Rubus Idæus	4·35	—	4·2—4·6
Rubus cæsius	—	—	4·2—4·6
Sambucus nigra	—	—	4·2
Viburnum opulus	—	—	4·3

## Aljnövényzet és pH értékek.

*Bodenflanzen und pH Werte.*

Növényfaj <i>Art der Pflanzen</i>	HARTMANN adatai <i>Hartmann's Daten</i>	OLSEN adatai <i>Olsen's Daten</i>	ARRHENIUS adatai <i>Arrhenius's Daten</i>	Saját adataink <i>Eigene Daten</i>
<i>Achillea millefolium</i> .....	—	—	—	7·5
<i>Aegopodium podagraria</i> .....	—	6·0	—	—
<i>Ajuga reptans</i> .....	—	—	—	4·2
<i>Asperula odorata</i> .....	—	4·5—6·0	—	4·6
<i>Calluna vulgaris</i> .....	—	—	—	4·4
<i>Caltha palustris</i> .....	—	—	—	4·2
<i>Campanula rotundifolia</i> .....	—	—	—	5·8—6·8
<i>Cirsium oleraceum</i> .....	—	—	—	4·3
<i>Convallaria majalis</i> .....	—	3·5—4·4	—	4·2—6·8
<i>Cyclamen europæum</i> .....	—	—	—	4·2—5·8
<i>Epilobium hirsutum</i> .....	—	—	—	4·2
<i>Erodium cicutarium</i> .....	—	—	—	4·2
<i>Euphorbia amygdaloides</i> .....	—	—	—	4·2—5·8
<i>Fragaria vesca</i> .....	4·5	—	—	4·3
<i>Galeopsis pubescens</i> .....	—	—	5·5	4·2
<i>Galium silvaticum</i> .....	—	—	—	4·3—5·8
<i>Geranium Robertianum</i> .....	—	—	5·5	4·2
<i>Glechoma hederaceum</i> .....	—	—	—	4·2
<i>Inula spiraeifolia</i> .....	—	—	—	4·3
<i>Knautia arvensis</i> .....	—	—	—	4·3—5·8
<i>Lamium album</i> .....	—	—	5·5—8·8	7·5
<i>Lamium maculatum</i> .....	—	—	—	4·3
<i>Lathyrus vernus</i> .....	—	—	—	4·6
<i>Leontodon autumnale</i> .....	—	—	—	7·5
<i>Lysimachia nummularia</i> .....	—	—	—	4·3
<i>Majanthemum bifolium</i> .....	—	—	3·5—4·4	4·2
<i>Malva silvestris</i> .....	—	—	—	7·5

Növényfaj <i>Art der Pflanzen</i>	HARTMANN adatai <i>Hartmann's Daten</i>	OLSEN adatai <i>Olsen's Daten</i>	ARRHENIUS adatai <i>Arrhenius's Daten</i>	Saját adataink <i>Eigene Daten</i>
Marrubium vulgare	—	—	—	7·5
Melittis melissophyllum	—	—	—	4·3—4·6
Melampyrum pratense	—	—	—	4·3—5·8
Orchis maculata	—	—	—	4·3
Oxalis acetosella	4·0	—	4·5—6·0	4·2—4·6
Plantago lanceolata	—	—	—	7·5
Polygonatum officinale	—	—	—	4·3—5·8
Pulmonaria officinalis	—	—	—	4·3—6·8
Scrophularia nodosa	—	—	—	4·3
Senecio Fuchsii	—	—	5·5—8·8	4·3—5·8
Sonchus oleraceus	—	—	—	4·3—7·5
Stachys silvatica	—	—	—	5·8
Stellaria media	—	5·5—5·8	—	5·8
Symphytum officinale	—	—	—	4·6
Trifolium pratense	—	—	6·8—7·6	7·5
Vaccinium myrtillus	4·0—4·35	3·5—4·4	—	4·2—6·8
Valeriana officinalis	—	—	—	4·3
Viola silvestris	—	—	6·0—7·6	4·2

## II. sz. táblázat.

*Kivonat a Részletes Erdőleírásból.*

Kísérleti terület sorszáma	Fafaj, elegyarány, erdőalak	Kor, záródás	Talaj, fekvés, kitétség, hajlás szöge, tengerszínfeletti magasság	Aljnövényzet
I.	Lucfenyő 0·5 Feketefenyő 0·1 Vörösfenyő 0·1 Lombfák 0·3 Szálérdő	22 év Z = 1·0	Mély, üde, tele- vényes, homokos agyag, kavics- ágyon DNy. 20° 360—400 m.	Fű- és lomb- takaró növényzet nélkül
II.	Lucfenyő 0·4 Jegenyefenyő 0·3 Gyertyán 0·3 Előzőleg sarjérdő	4 év Z = 0·9	Mély, üde, agya- gos homok, altalaja északról kavics, délről gneisz és pala ÉK 30° 360 m.	Zárt fűtakaró és aljnövényzet
III.	Gyertyán 0·9 Nyír, nyár 0·1 Sarjérdő	48 év Z = 0·8	Mély, üde, tele- vényes, homokos agyag, altalaj ka- vics Ny 10° 360—380 m.	Növényzet nélküli lombtakaró
IV.	Lucfenyő 0·6 Vörösfenyő 0·2 Gyertyán 0·2 Szálérdő	25 év Z = 1·0	Mély, üde, tele- vényes homokos agyag, altalaj ka- vics Ny 15° 320—400 m.	U. a.
V.	Lucfenyő 1·0	48 év Z = 0·7	Mély, homokos agyagtalaj ÉK 0° 264 m.	Lombtakaró erős növényzettel tar- kítva
VI.	Ákáclegelőerdő	20 év Z = 0·4	Mély, kavicsos agyag mészkövön	Fűtakaró
VII.	Ákác, sok bodzá- val Sarjérdő	15—16 év Z = 0·8	Homokos agyag, mély, üde, nedves talaj gneiszon ÉK 20° - 25° 280—300 m.	Aljnövényzet zárt takarót szolgáltat
VIII.	Csertölgy 0·4 Kocsántölgy 0·2 Lombfák 0·4 Sarjérdő	30 év Z = 0·8	Száraz, igen se- kély, homokos agyagtalaj ÉK 10° 300—320 m.	Fű- és növényzet- takaróval

Kísérleti terület száma	Fajaj, elegyarány, erdőalak	Kor, záródás	Talaj, fekvés, kitettség, hajlás szöge, tengerszínfeletti magasság	Aljnövényzet
IX.	Csertölgy 0·6 Kocsántölgy 0·4 Középerdő	7 év és 50 év Z = 0·7	Agyagos homok, vékony humuszréteggel $K 2^{\circ}-10^{\circ}$ 240—300 m.	Fűtakaró
X.	Lucfenyő 0·7 Vörösfenyő 0·3 Szálérdő	47 év Z = 0·9	Nedves, mély, televényes agyagtalaj, gneisz fölött $K 0^{\circ}$ 250—260 m.	Nyershumusz növényzet nélkül
XI.	Lucfenyő 0·6 Kocsántölgy 0·3 Erdei- és fekete-fenyő 0·1 Szálérdő	35 év Z = 0·9	Homokos, gneisztörmelékkal kevert talaj $ÉK 25^{\circ}-30^{\circ}$ 280—360 m.	Helyenként fűtakaróval
XIII.	Kocsántalan tölgy 0·6 Csertölgy 0·3 Kocsános tölgy 0·1 Sarjérdő	132 év Z = 0·5	Mély, száraz agyagtalaj sziklán $K 0^{\circ}$ 250—260 m.	Fűtakaró
XV.	Gyertyán sarjérdő	50 év Z = 0·9	Üde, homokos agyag gneisz fölött $K 15^{\circ}-20^{\circ}$ 260—300 m.	Lombtakaró kevés füvel tarkítva
XVI.	Gyertyán 0·6 Bükk 0·4 Bükk hagyásfákkal Sarjérdő	42 év 120—150 év Z = 0·9	Mély, porhanyós agyag, kevés kavicssal $K 20^{\circ}$ 360—460 m.	U. a.
XVII.	Vörösfenyő 0·5 Erdei fenyő 0·3 Lombfák 0·2 Szálérdő	60 év Z = 0·9	Mély agyagtalaj, kavicságyon $DK 10^{\circ}$	Vastag tű- és lombtakaró
XVIII.	Kopár, fásítva erdei és fekete-fenyővel	10 év Z = 0·2	Sekély kavicsalaj, szericitalján $ENy 45^{\circ}$ 200 m.	Calluna-telepek



BIOCHEMISCHE UND BIOPHYSIKALISCHE  
UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE EINWIRKUNG EINIGER WICH-  
TIGEN BIOLOGISCHEN FAKTOREN DES WALDES AUF DAS  
LEBEN UND WACHSTUM DER WALDBÄUME.

Von DÁNIEL FEHÉR und STEPHAN VÁGI.

1. Das Zusammenwirken der das Waldleben beeinflussenden biologischen Faktoren ist ein äusserst komplizierter physiologischer Vorgang, dessen richtige Erkenntnis erst dann möglich sein wird, wenn wir dieselben nicht nur in ihrer Einzelwirkung, sondern auch in ihrem gegenseitigen Zusammenhange erfassen können. Diejenigen biologischen Faktoren, welche den Massenzuwachs der Waldbestände regeln, werden nur dann einen positiven und günstigen Einfluss auf das Wachstum der Bäume ausüben, wenn ihr physiologisches Gleichgewicht in allen seinen Beziehungen ein für das Wachstum optimales Stadium erreichen wird.

2. Von den wichtigsten biologischen Faktoren des Waldes haben wir bis jetzt die folgenden untersucht:

*a)* Die Kohlenstoffernährung und die damit zusammenhängende Kohlensäurekonzentration der Waldluft in Zusammenhang mit der Intensität des Lichtes und der Bakterienflora des Waldbodens.

*b/* Die Azidität der Waldböden und ihr Zusammenhang mit den in *P. a.* angeführten Faktoren und ihr Einfluss auf das Gedeihen der einzelnen Baumarten.

*c)* Der Humus- und Kalkgehalt des Bodens.

*d)* Die absolute Wasser- und Luftkapazität des Waldbodens, sowie dessen mechanische Zusammensetzung in ihrem Zusammenhange mit den in den *P. a—c.* angeführten Faktoren.

e) Die Bodenflora des Waldes mit Berücksichtigung der Azidität.

f) Die Bakterienflora des Waldbodens und die physiologischen Beziehungen derselben zu den übrigen biologischen Faktoren.

3. Die Kohlensäurekonzentration der Luft der untersuchten Versuchsbestände ist fast immer höher, als die Konzentration der freien Luft. Die Konzentration nimmt aber von der Bodenfläche gerechnet nach aufwärts ständig zu, so dass sie in einer Höhe von 2 m kaum von der Kohlensäurekonzentration der normalen Luft abweicht.

4. Die Lichtintensität unter den Kronendach der gut geschlossenen Bestände zeigt sehr niedrige Werte. Im Durchschnitt kaum mehr als 2–15% des Freilandlichtes und nur in dem lockeren Bestände der rechenweise angepflanzten Akazienweidewaldes 27.5%.

5. Aus diesem Grunde, wenn man die Mitscherlich-Baulesehe Gesetzmässigkeit als vorläufige Grundlage der weiteren Überlegungen wählt, kann ohne weiteres festgestellt werden, dass die bestehenden Kohlensäurekonzentrationen der von uns untersuchten Waldbestände bei den bestehenden niedrigen Lichtintensitäten verhältnissmässig nur geringe %-te des theoretisch durch die Steigerung des Kohlensäuregehaltes erreichbaren Höchstertrages an Baumzuwachs liefern. Es könnte daher durch die Steigerung der Kohlensäureproduktion eine wesentliche Mehrproduktion erreicht werden.

6. Berücksichtigen wir jedoch den Umstand, dass selbst in den gut geschlossenen Beständen der Kohlensäuregehalt der Waldluft in 2 m Höhe von der normalen Konzentration keine nennenswerte Abweichung zeigt, so müssen wir es vorläufig zu mindestens als recht problematisch bezeichnen, ob in der Forstwirtschaft mit einfachen und natürlichen waldbaulichen Massnahmen ohne Anwendung von kostspieligen Düngemitteln eine wesentliche Erhöhung der Kohlensäurekonzentration und damit eine Steigerung des Massenzuwachses erreicht werden könnte.

7. Auf Grund unserer Untersuchungen, welche mit den

übrigen von NEMEC und KVAPIL (XXXV), sowie von HARTMANN (XXXIV) durchgeführten Beobachtungen grosse Übereinstimmung zeigen, glauben wir feststellen zu können, *dass der Aziditätsfrage in der Forstwirtschaft nicht die gleiche Bedeutung beigemessen werden kann, welche diesem Problem in der Landwirtschaft zweifellos zukommt.*

8. Die Anzahl der Bakterien sinkt mit der Erhöhung der Azidität, bezw. mit Erniedrigung der  $pH$  Werte und zeigt besonders dann starken Rückgang, wenn wir die Werte von  $pH$  unter 4 suchen: In diesem Falle werden auch die Zersetzungs Vorgänge im Waldhumus und damit auch das Wachstum der Bäume schädlich beeinflusst.

9. Die Kohlensäurekonzentration der knapp über der Bodenoberfläche liegenden Luftschichten steht in mittelbarem Zusammenhang mit der Entwicklung der Bakterienflora und mittelbar mit denjenigen Faktoren, welche die Entwicklung derselben beeinflussen.

10. Nach unseren Untersuchungen:

a) Die niedrigsten  $pH$  Werte zeigen die gut geschlossenen mittelaltrigen Nadelholzbestände.

b) Die Böden der gut geschlossenen Laubholzwälder zeigen ebenfalls niedrigen  $pH$ .

c) Die höchsten Werte von  $pH$  zeigen die schwach geschlossenen-Laubholz-, hauptsächlich Akazienbestände.

d) Beimischung von Laubholzarten erhöht die  $pH$  Werte in Nadelholzwäldern.

11. Nach unseren Erfahrungen konnte vorläufig ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Azidität und der geologischen Bodenkultur nicht ermittelt werden.

12. Die Lichtintensität als Ausdruck des Bestandesschlusses beeinflusst ebenfalls *mittelbar* die Azidität.

13. Die absolute Wasser- und Luftkapazität erreichen ihre niedrigsten Werte bei vollständigem Bestandesschluss. Nachdem mit diesen Faktoren auch die Bakterienflora sich proportional ändert, so folgt daraus, dass die erwähnten Faktoren das Waldleben unmittelbar beeinflussen. Die besten Resultate erreicht man in den mit Laubhölzern vermischten Nadelholzwäldern.

14. Der Humusgehalt beeinflusst ebenfalls günstig die Entwicklung der Bakterienflora. Das Optimum desselben liegt ebenfalls in den Mischwäldern.

14. Auf Grund unserer bisherigen Resultate glauben wir bereits feststellen zu können, dass durch Beimischung, bzw. Unterbau von Laubhölzern die Wachstumsverhältnisse der Nadelholzwälder günstig beeinflussen würden.

---

Tabelle Nr. II.

*Auszug aus der Bestandesaufnahme.*

Nummer der Versuchfläche	Holzart und Bestandesform	Alter und Bestandesabschluss	Boden, Geologische Schichte, Exposition, Neigung, Meereshöhe	Unterwuchs Streudecke
I.	Fichte 0·5, Lärche 0·1, Schwarzkiefer 0·1 Gruppenweise Laubhölzer 0·3 Hochwald	22jährig geschlossen 1·0	Tiefer Tonboden auf Schotter SW, 20° 360—400 m	Unberührte Streudecke ohne Vegetation
II.	Fichte 0·4, Tanne 0·3, Weissbuche 0·3 Früher Sprosswald	4jährig mit Aussteckung 0·9	Frischer, mit Sand gemischter Tonboden. Nördlich: Schotter, Südlich: Gneiss, Schiefer. NO 30° 360 m	Üppige Grasdecke und Bodenpflanzen
III.	Weissbuche 0·9, Birke 0·1, Einige Pappeln. Sprosswald	48jährig Geschlossen bis 0·8	Frischer, mit Sand gemischter Tonboden. Schotter. W 10° 360-380 m	Unberührte Streudecke ohne Vegetation
IV.	Fichte 0·6, Lärche 0·2, Weissbuche 0·2. Hochwald	25jährig geschlossen 1·0	Tiefer, sandiger, humöser Tonboden. Schotter. W 15° 320—400 m	Ohne Streudecke und Vegetation
V.	Fichte 1·0, Zerstreut einige Eschen u. Ahorn	48jährig, 0·7	Tiefer, sandiger Tonboden. NW 0° 264 m	Wenig Streudecke und üppige Bodenvegetation
VI.	Akazie, Weidwald	20jährig 0·4	Tiefer, schotteriger Ton auf Kalkgestein	Graswuchs
VII.	Akazie, Sprosswald	16jährig, 0·8	Tiefer, sandiger Tonboden, Gneiss NO 10° 280-300 m	Viele Bodenpflanzen (Sambucus.)
VIII.	Zerreiche 0·4, Traubeneiche 0·2, Weissbuche 0·4, Sprosswald	30jährig, 0·8	Trockener, sandiger Ton auf Kalkgestein. NO 10° 300 -- 320 m	Viele Bodenpflanzen und Graswuchs

Nummer der Versuchfläche	Holzart und Bestandesform	Alter und Bestandeschluss	Boden, Geologische Schichte, Exposition, Neigung, Meereshöhe	Unterwuchs Streudecke
IX.	Zerreiche 0·6, Traubeneiche 0·4, Mittelwald	7 und 50jährig 0·7	Trockener Sandboden über Sandgestein $O, 2^{\circ}$ — $10^{\circ}$ 240—300 m	Graswuchs
X.	Fichte 0·7, Lärche 0·3, Hochwald	47jährig, geschlossen 0·9	Tiefer Tonboden, Gneiss $O, 0^{\circ}$ 250 m	Dicke Streudecke ohne Vegetation
XI.	Fichte 0·6, Traubeneiche 0·3, Kiefer 0·1, Hochwald	35jährig, geschlossen 0·9	Sandiger Tonboden, Gneiss $NO$ $25^{\circ}$ 320 m	Lockere Streudecke mässig begrast
XIII.	Eiche Sprosswald	132jährig 0·5	Trockener Tonboden. Gneiss $O, 0^{\circ}$ 250—260 m	Üppiger Graswuchs
XV.	Weissbuche Sprosswald	50jährig, 0·9	Frischer, tiefer sandiger Tonboden. Gneiss $O$ 250—260 m	Streudecke mit mässigen Gras- und Bodenpflanzen
XVI.	Weissbuche 0·6, Buche 0·4, Sprosswald	42jährig 0·9	Tiefer Sandboden auf Sandgestein $O, 20^{\circ}$ 360—460 m	Lockere Streudecke, spärlicher Graswuchs
XVII.	Lärche 0·5, Föhre 0·3, Laubholz 0·2, Hochwald	60jährig 0·9	Tiefer Tonboden über Sandgestein $SO, 10^{\circ}$	Streudecke
XVIII.	Kiefer und kümmerlicher Wuchs	10jährig 0·2	Kahle Fläche, Schotter über Sericit. $NW$ $45^{\circ}$ 200 m	Calluna-Vegetation

## Irodalom. — Literatur.

- I. OELKERS: Kohlensäure und Jahrring. Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen. 1922. p. 170.  
 U. ö. Kohlensäureversorgung des Bestandes. Forstarchiv. 1925. H. 12. p. 177.
- MICHAELIS: Wie bringt Durchforsten die grössere Stärke und Wertzunahme des Holzes. 1923.
- ERDMANN: Der zweialtrige Hochwaldbetrieb. Silva 1920. p. 197.
- V. ö. még: FEHÉR: Erd. Lapok. 1922. p. 304. és 1925. p. 46.
- II. V. ö. CIESLAR: Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Österreichs. XXIII. 1897.
- GAYER: Forstbenutzung. 1923.
- III. FISCHER: Kohlensäure und Pflanzenbau.
- IV. REINAU: Kohlensäure und Pflanzen 1920.
- U. ö. Kritische Bemerkungen zum Wirkungsgesetz der Wachstumsfaktoren. Angew. Botanik 1924. VI., p. 361.
- V. BORNEMANN: Kohlensäure und Pflanzenwachstum. 1920.
- VI. LUNDEGARDH: Der Kreislauf der Kohlensäure in der Natur. 1924. Ugyanott a kérdés részletes irodalmi adatai is közzölve vannak. (Mit ausführlichen literarischen Angaben.)  
 U. ö. Klima und Boden. 1925.  
 U. ö. Über die Kohlensäureproduktion des Waldbodens. Archiv. für Botanik. 1923., 18. köt., 13. f. 3
- VII. LIEBIG: Die Chemie in ihrer Anwendung auf Agrikultur und Physiologie. Fünfte Auflage. 2. Teil. Die Naturgesetze des Feldbaues.
- VIII. BLACKMANN: Optima and limiting Factors. Annals of Botany. 1925. p. 281.
- V. ö. Jahrbücher für wiss. Botanik. 60. p. 531., 1921.
- IX. RIEDEL: Mitteilungen der deutsch. landw. Gesellschaft. 1919. p. 455.
- X. DENSCH u. HUNNIUS: Zeitschrift f. Pflanzenernährung u. Düngung. Bd. II. H. 5.
- XI. KRUSLER: Landw. Jahrbücher. 1885. Bd. 14., p. 951.
- XII. MITSCHERLICH: Das Gesetz des Minimums. Landw. Jahrb. 1909. 38. p. 537.  
 Das Wirkungsgesetz der Wachstumsfaktoren. Landw. Jahrbücher 56. H. 1. 1921.  
 Die pflanzenphysiologische Lösung der chemischen Bodenanalyse. Landw. Jahrb. 58. H. 4. Bodenkunde 1924.  
 Ein Beitrag zur Kohlensäuredüngung. Angew. Bot. VII. 1. 1925.
- XIII. JANERT: Beiträge zur Beurteilung der klimatischen Wachstumsfaktoren Kohlensäure, Sauerstoff und Luftdruck. Botan. Archiv. I. p. 155., 1922.
- XIV. SPIRGATIS: Untersuchungen über den Wachstumsfaktor Kohlensäure. Bot. Archiv. 4. p. 381., 1923.

- V. ö. SCHMIDT: Vegetationsversuche zum Ertragsfaktor Licht. Zeitschrift f. Forst- u. Jagdw. 1924. H. 8.
- XV. BAULE: Zu Mitscherlichs Gesetz der physiologischen Beziehungen. Landw. Jahrb. 51. p. 363., 1920.
- U. ö. Ibidem 54. p. 493., 1920. és 59. p. 344., 1921.
- XVI. RUPPEL: Wachstumsgesetze bei höheren und niederen Pflanzen. Teljes irodalmi összefoglalással. (Nebst Literatur). Naturw. und Landw. H. 3., 1925.
- XVII. PFEIFER: Der Vegetationsversuch. 1918.
- XVIII. VATER: Das Verhältnis zwischen Mitscherlichs Wirkungsgesetze etc. Landw. Versuchsstation. 53. p. 53., 1924.
- XIX. HESSE: Anleitung zur Bestimmung der Kohlensäure in der Luft. Vierteljahrschrift f. gerichtl. Medizin 31. köt., 2. f.
- V. ö. még: ABDERHALDEN: Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden. T. 10. H. 1. 1920.
- XX. PETERSON: Luftanalyse nach einem neuen Prinzip. Zeitschr. f. analyt. Chemie. 25. k., p. 477., 1896.
- XXI. RODEWALD: Die Bedeutung der Fehlerausgleichung f. die Lösung landw. Fragen. Führ. Landw. Zeitung. Bd. 58., 1909.
- XXII. PFEIFFER: Der Vegetationsversuch. 1918.
- XXIII. LANDOLT—BÖRNSTEIN: Physikalisch-Chemische Tabellen. 1925. Bd. I.
- XXIV. Meinecke: Kohlenstoffernährung des Waldes. Giessen, 1924.
- XXV. EDER: Das Graukeilphotometer im Dienste der Pflanzenkultur. Sitzungsberichte der Akad. der Wissenschaften in Wien. II. Abt. 127., 1918.
- V. ö. ABDERHALDEN: Handb. der biolog. Arbeitsmethoden. Abt. II. Teil 1.
- XXVI. WIESNER: Der Lichtgenuss der Pflanzen. 1907.
- XXVII. CIESLAR: Einiges über die Rolle des Lichtes im Walde. Mitteilungen aus dem forstl. Versuchswesen Österreichs. XXX., 1904.
- XXVIII. HOAGLAND: The relation of the plant to the reaction of the nutrient solution. Science. 48. p. 422. 1918.
- ATKINS: Relation of the hydrogen ionconcentration of the soil to plant distribution. Nature. 108. p. 80., 1921.
- CLARK and LUBS: The colorimetric determination of the hydrogen ionconcentration. Journal Wash. Acad. Sc. 6. p. 483., 1916.
- KRAUSS: Zur Aziditätsbestimmung in Waldböden. Forstw. Centralblatt. 1924., p. 85.
- GILLESPIE: The reaction of soils and measurements of the hydrogen ionconcentration. Journal Wash. Acad. Sc. 1916.
- KNICKMANN: Untersuchungen zur Frage der Bodenazidität. Zeitschr. f. Pflanzenernährung u. Düngung 5., 2. 1925., p. 1.
- ARRHENIUS: Die Anwendungen der Bodenreaktions-Untersuchungen in der Praxis. Zeitschrift für Pflanzenernährung und Düngung. 5. 1925., H. 3., p. 129.



- KIRSTE : Über Pflanzenwachstum auf saueren Böden. Ugyanott.
- NICKLAS u. HOCK : Zur Frage der Austauschazidität der Böden u. des Zusammenhanges zwischen Titrations- u. aktueller Azidität. Ugyanott : 5., 1925. H. 6., p. 370.
- ARRHENIUS : Der Kalkbedarf des Bodens vom pflanzenphysiologischen Standpunkt. Ugyanott. 3. 1924. H. 3., p. 129.
- Die Bodenreaktion u. das Wachstum höherer Pflanzen. Ugyanott. 4., 1925. H. 12. p. 30.
- XXIX. GANS : Internationale Mitteilungen f. Bodenkunde 1920. S. 192.
- SCHUCKENBERG : Zur Kenntniss der Pflanzenschädigung auf sauren Böden. Ugyanott. 1924. III. H. 2., p. 65.
- XXX. KAPPEN : Über Wesen und Bedeutung der Bodenazidität. Ugyanott. 1924., 3. H. 4., p. 209.
- XXXI. Billmann : Annales de Chimie, Série 9., 15. és 16. k.
- CHRISTENSEN u. JENSEN : Mitteilungen f. Bodenkunde. 1924. 14. k., H. 12.
- KAPPEN u. BELING. Über die Chinhydromethode etc. Zeitschr. f. Pflanzenernährung u. Düngung. 6., 1925. H. 1., p. 1.
- XXXII. Verhandlungen des Ausschusses f. Boden und Düngungen des Verbandes Landw. Versuchsstationen im Deutschen Reiche. Zeitschrift f. Pflanzenernährung u. Düngung. 1924. Bd. III., H. 4., p. 247.
- V. ö. még MICHAELIS : Praktikum der Kolloidchemie. 1922.
- XXXIII. DAIKUHARA : Über saure Mineralböden. BULLETIN of the Imp. Contr. Agriculture Exp. Stat. Japan. 1924.
- XXXIV. HARMANN : Untersuchungen zur Azidität märkischer Kiefern und Buchenstandorte etc. Zeitschrift f. Forst- u. Jagdw. 1925. 6. p. 321.
- XXXV. NEMEC und KVAPIL : Biochemische Studien über die Azidität der Waldböden. Zeitschrift f. Forst- u. Jagdw. 1924, 6. H. Ugyanott. Beitrag zur Frage des Einflusses reiner Fichten- u. Buchenbestände, sowie durch beide Holzarten gebildeter Mischbestände auf einige Eigenschaften der Waldböden. Ugyanott. 1925. H. 6., p. 193.
- XXX. OLSEN : Studies on the hydrogen ionconcentration of the soil and its significance on the vegetation especially to the natural distribution of plants. Comptes Rendus des travaux du Laboratoire Carlsberg. 1923.
- XXXVII. STOKLASA : Methoden zur biochemischen Untersuchung des Bodens. Abderhalden's Handbuch. T. 3. H. 1. 1924.
- Ugyanott. MITSCHERLICH : Die physikalische Untersuchung des Bodens. 1924.
- PUCHNER : Bodenkunde. 1922.
- WAHNSCHAFFE : Wissenschaftliche Bodenuntersuchung. 1923.
- XXXVIII. TREADWELL : Analytische Chemie II. 1922.
- XXXIX. BOKOR : Vizsgálatok az erdőtalaj mikroflórájáról. Mat. és Term. Értesítő. XLIII. k. 561. J. 1926.

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

## VIZSGÁLATOK AZ ERDŐTALAJ MIKROFLÓRÁJÁRÓL.

Vitéz BOKOR REZSŐ-től.

Az erdők talaját az élőlények milliói népesítik be, amelyeknek a munkája a fatermelés szempontjából rendkívül fontos fiziológiai tényező. Az erdő növénytársadalom, amelyben minden tényezőnek sajátos munkája van, amely az összhatást nemcsak létrehozza, hanem befolyásolja is. Az ember célja: az erdőként kezelt területeken minél nagyobb mennyiségben és minél jobb minőségben fatömeget termelni. A meliorizáció a javára történik, de, miután a fatermelésre az erdő társadalmának egyéb tagjai és tényezői is befolyással bírnak, ezeket is megfelelően figyelembe kell vennünk.

Az erdőgazdaság mai állása szerint nem gondolhatunk arra, hogy azt a nagymennyiségű anyagot, amelyet évente fa, rözse, lomb, széna stb. alakjában kiviszünk az erdőből, másként pótolni tudnók, mint a baktériumok munkája révén termelt anorganikus anyagokkal. A termelés alapját képezi a talaj, tehát ennek figyelembe vételével kell összes ténykedéseinket megállapítani.

Az erdőtalaj termékenységének megítélésakor nem elég a kémiai összetétel, vagy az újabban figyelemre méltatott fizikai állapot ismerete, hanem ismernünk kell a talaj biológiai tulajdonságát is. Legnagyobb termést nyújtja az a talaj, ahol a három tényező: a kémiai, fizikai és biológiai tulajdonságok optimális viszonylatban vannak egymáshoz. Egyik tényező változása a másakra hatással van és a talajbakteriológia feladata megállapítani e hatások eredőjét, majd egyes biológiai komponensek mint független változók függvényeit, végül azt az ideális viszonyt, amelynek elérésére törekednünk kell, hogy a maximális termés létrejöjjön.

Az eddigi mezőgazdasági bakteriológiai kutatások arra az eredményre vezettek, hogy a biológiai komponens hatékonyságára befolyással vannak:

1. Klimatikai faktorok.
2. A talaj kémiai, fizikai tulajdonságai.
3. A mikroorganizmusok, nevezetesen a baktériumok száma.
4. A felszíni vegetáció.
5. A talaj levegőjének összetétele.
6. A talaj hőmérsékletének változása.

Mindezek közül a faktorok közül az első és negyedik az emberi tevékenység körén kívül esik. Mivel megállapítást nyert sorozatos kísérletek révén, hogy a talaj mikroorganizmusainak munkája évszakonként, periodusonként változik, megközelítőleg egyenlő klimahatásúaknak vehetjük az ugyanaz alatt az évszak alatt végzett kísérletek eredményeit, ha azokat összehasonlítani akarjuk. Hogy figyelembe főleg a baktériumokat vesszük, annak oka az, hogy 1. legnagyobb számúak, 2. apró voltukhoz viszonyított aránylag nagy felületük révén a legintenzívebb áthasonító munkát végzik. Az edaphon többi tagja érdeklődésre csak annyiban tarthat számot, amennyiben a baktériumok munkáját elősegíti, vagy hátrányosan befolyásolja. Kivétel néhány humuszlakó fonalás gomba, amelyek vizsgálatát ezidőszerint nem volt módunkban figyelembe venni.

Az erdőtalaj biológiai vizsgálatánál célunk: *A)* a fent említett tényezők optimális viszonylatait megállapítani, különös tekintettel a fatömegtermelésre. Itt kapcsolódik be a  $CO_2$  fokozásának kérdése, mint többtermelési tényező, amely jó részben a baktériumok munkájának eredménye és ezek működése intenzitásának emelésével fokozható. *B)* az egyes fafajok, elegyes és elegyetlen állományok befolyását és az erdőgazdasági ténykedések, beavatkozások (ápolás, gyérités, ritkítás, tarvágás, természetes felújítás stb.) hatását a biológiai tényezőkre megismerni.

Kísérleteink felállításakor a következő szempont vezetett: megőrizíteni a kísérlet idején uralkodott állapotot a fenti tényezők figyelembevételével. Ezért elhagytuk azt a kitaposott utat, amely az egyes faktorok izolálásában áll és ezen a módon a faktorváltozás hatását kutatja és nem veszi ugyanakkor a másik faktort

tekintetbe. Az összhatások megnyilvánulását óhajtottuk regisztrálni akkor, amikor az összes lényeges faktorok nagyságát meghatároztuk, illetőleg eleve célunknak megfelelőleg választottuk.

Ad. 1. Klimatikai faktor szempontjából különböző kitettségi területeket választottunk hegytetőn, hegyoldalon és völgyben s a kísérleteket ősszel végeztük.

Ad. 2. Meghatároztuk a talajok fizikai és főbb kémiai tulajdonságait.

Ad. 3. Meghatároztuk az összes baktériumok számát fiziológiai csoportok szerint, hogy mélyebb bepillantást nyerjünk életükbe. Itt abból a feltevésből indultunk ki, hogy a baktériumok száma munkájuk intenzitását is nagyrészen kifejezésre juttatja, amennyiben élettani szabály, hogy élénk működésben lévő csoport nagyon gyorsan szaporodik is. Viszont stagnáló működés esetén sem veszíti el azt a képességét, hogy a viszonyok javul-tával élénk működésbe ne kezdjen, és nekünk az illető csoport jelenlétével is számolnunk kell, hogy pótolni tudjuk kívülről abban az esetben, ha a rossz biológiai viszonyok teljes kipusztulásukhoz vezettek volna. Ezzel egyszersmind megállapíthatjuk azt is, mik azok a tényezők, amelyek egyes fontos fiziológiai csoportok kipusztulására vezethetnek.

Ad. 4. Az erdőtípusok megválasztásában módunkban van a *B)* alatt felemlített célnak megfelelő állományokat kiválasztani, még pedig elegyetlen és elegyes állományokat, aljnövényzettel bírókat, vagy anélkülieket, helyesen kezelt és rontott különböző korú erdőket, különböző záródásban lévő és ezáltal a teljes fény több vagy kevesebb részét átengedő állományokat, miáltal a fény is, mint faktor, bekapcsolódik a  $CO_2$  problémájába.

A baktériumok számának megállapításakor az általános bakteriológiai elveket tartottam szem előtt. Így meghatároztam az agaron és gelatinán aerob és cukoragaron anaerob kimutatható összes baktériumokat, majd azokat a fiziológiai csoportokat, amelyek ezeken nem tenyésznek és termelés szempontjából fontosak. A kvantitatív meghatározás szilárd táplálótalajokon egyenes megolvasással, a folyékony kultúrákban pedig a higitásos elektív tenyésztés elve alapján történt, amely elvet HILTNER és STÖRMER alkalmazott először. Az alkalmazott eljárások ismertetésén kívül

kritikai megvilágításba helyezem az alkalmazható egyéb módokat és eszközöket. Az eredményeket az I. sz. táblázat közli.

Ama kérdés eldöntésére, milyen mélységig vonjuk a talajokat vizsgálataink körébe, egyik kísérleti területünkön 150 cm mélységig egy talajprofil teljesen feldolgoztam 30 cm szintkülönbségekben.

Az eddigi vizsgálat főbb eredményei a következőkben foglalhatók össze:

I. A baktériumok számára legnagyobb befolyással van a talaj reakciója. Egyenlő reakciójú talajokon ott van több baktérium, ahol nagyobb az organikus anyagtartalom és nagyobb a talaj szellőzőtsége (levegőkapacitása). A levegő szabad nitrogénjét megkötő baktériumok az erdő talajában nagyobb H-ion koncentrációt bírnak ki, mint mezőgazdasági talajoknál.

II. Legnagyobb a baktériumok száma a lombfával elegyes fenyőerdőkben, majd az elegyes lomberdők, elegyes fenyőerdők, elegyetlen lomb- és fenyőerdők következnek sorrendben. Ez összefügg azzal a körülménnyel, hogy ugyanabban a sorrendben csökken a humusztartalom, a levegőkapacitás is az egyes típusoknál.

III. Teljes záródású állományok nagyobb aciditást és kisebb levegőkapacitást mutatnak, mint a mérsékeltén gyéritettek ( $z = 0.8$ -ig) és baktériumaik száma is kisebb. Viszont a napfény teljes élvezetében lévő, növényzettel nem fedett talaj nagy levegőkapacitása mellett is a legalacsonyabb baktériumszámot adja.

IV. A záródás nagyobb mérvű megbontásának fényhatása pótolható dús aljnövényzetről való gondoskodással.

V. Az abszolút vízkapacitás az abszolút levegőkapacitással indirekte proportionális. Legnagyobb teljes záródás mellett.

VI. A levegő  $(CO_2)$  tartalmának a talaj felszínén mért mennyisége összefüggésben van a baktériumok számával.

VII. Az anaerob cellulose- és pektinbontó baktériumok száma fordított arányban áll a talaj abszolút levegőkapacitásával.

VIII. Az anaerob vajsavas erjedés baktériumai a legnagyobb számúak.

IX. A talaj levegőkapacitására befolyással van a mechanikai összetétel, még pedig a két mm felüli szemecskék százalékos mennyiségével arányosan.

X. Egyenlő életkörülményeket feltételezve a baktériumok számára befolyással van a 0·01 mm átmérőjű szemecskék mennyisége. Nagymennyiségű előfordulásuk kedvez az anaerob baktériumok túlsúlyra jutásának és ezzel a talajok elsavanyodásának.

XI. A nitrifikáló baktériumok száma az erdő talajában nagyon alacsony és a denitrifikálók száma legtöbbször meghaladja. Ennek oka egyelőre még nem volt meghatározható.

XII. A talaj biológiáját a külső tényezők nagyon befolyásolják és ennél fogva következmény, hogy az erdőműveléstani szabályok exakt tudományos alapokon való felépítésénél a talajok biológiájának teljes ismeretére szükség van.

Jelen sorozatok bevezetését képezik a további hasonló kereketek között mozgó kísérleteknek, amelyekben már az V-ik biológiai faktort: a talaj levegőtartalmának változását is figyelembe fogjuk venni, amelynek szükségességéről eddigi kísérleteink meggyőztek. További kísérletektől várunk azokra a kérdésekre feleletet, amelyek még eldöntetlenek és a fentebbi eredményeknek megerősítését vagy módosítását fogják eredményezni.

I. sz. táblázat.

A bakteriologiai vizsgálat eredményei és a talajok főbb biogén komponensei.

Ergebnisse der bakteriologischen Untersuchung.

A talaj fizikai és kémiai tulajdonságai. Bakterium-csoportok Physikalische und chemische Eigenschaften des Bodens. Bakterien-Gruppen		I.	Ia.	II.	III.
1.	A talaj reakciója Reaktion des Bodens	savanyú sauer	savanyú sauer	savanyú sauer	gyengén savanyú mässig sauer
2.	Cseresavanyúság pH értékekben Austauschazidität in pH	4.8	4.8	4.8	5.6
3.	Aktív savanyúság pH értékekben Aktive Azidität in pH	6.0	6.0	4.2	6.6
4.	Víz tartalom a nedves föld súly %-ában Wassergehalt in % der feuchten Erde	13.5	12.5	19.5	9.0
5.	Humus tartalom súly %-ban Humusgehalt in %	4.0	3.1	2.2	2.8
6.	Szén-savas mész (CaCO <sub>3</sub> ) %-ban Gehalt an kohlensaurem Kalk in %	0	0	0	0
7.	Porosítás térfogat %-ban Porosität in Volumprozenten	49.8	—	47.0	51.3
8.	Abszolút vízkapacitás térfogat %-ban Abs. Wasserkapazität in Volumproz.	28.8	—	33.3	33.2
9.	Abszolút levegőképesség térf. %-ban Abs. Luftkapazität in Volumprozenten	21.0	—	13.7	17.1
10.	Agarlemezben tenyésztett bakt. száma Auf Agarplatte wachsende Anzahl	4.500,000	1.500,000	3.100,000	2.100,000
11.	Gelatinalemezben tenyésztett bakt. Auf Gelatineplatte gedeihend	1.200,000	400,000	500,000	950,000
12.	Anaerob cukoragaron tenyésztettek Anaerob in Zuckeragar h. Schicht ged.	1.000,000	1.300,000	200,000	400,000
13.	A levegő szabad N-t megkötő bakt. Aerob stickstoffbindende Bakterien	0.1	0.1	0	10
14.	Anaerob levegő szabad N-t megk. bakt. Anaerob stickstoffbindende Bakterien	10,000	10,000	0	10,000
15.	Nitrifikáló bakt. száma Nitrifizierende Bakterien	1000	10,000	100	1
16.	Denitrifikáló bakt. száma Denitrifizierende Bakterien	10,000	10,000	10,000	1000
17.	Anaerob cellulóz bontó bakt. száma Anaerob Zellulosevergärer	10	1000	10	1000
18.	Aerob cellulóz bontó bakt. száma Aerob Zellulosevergärer	1000	1000	6000	100
19.	Fehérjebontó bakt. száma Eiweisszersetzer	120,000	10,000	100,000	10,000
20.	Aerob pektin bontó bakt. száma Aerob Pektinvergärer	100	100,000	1000	10,000
21.	Anaerob pektin bontó bakt. száma Anaerob Pektinvergärer	1000	100,000	10,000	1000
22.	Aerob karbamid bontó bakt. száma Aerob Hamstoffvergärer	100,000	100,000	10,000	10,000
23.	Anaerob vajsavas erjedés bakt. száma Anaerob Buttersäurebacillen	100,000	10,000	20,000	10,000

## Tabelle Nr. I.

Az adatok egy gramm nedves földre vannak vonatkoztatva.

Keimzahlen pro Gramm feuchter Erde.

IV.	V.	VI.	VIII.	X.	XV.	XVII.	XVIII.
gyengén savanyú mássig sauer	savanyú sauer	alkalikus alkalisch	savanyú sauer	közel neutralis beinahe neutral	savanyú sauer	savanyú sauer	savanyú sauer
5·6	4·2	7·5	4·3	6·8	4·9	4·8	4·4
6·6	6·2	7·0	6·4	6·8	6·4	6·2	6·8
10·2	15·8	13·6	10·5	13·8	11·5	20·8	24·0
—	0·9	6·5	2·3	11·3	1·8	3·0	0
0	0	15·5	0	0·7	0	0	0
44·6	42·0	43·0	46·9	42·2	61·6	—	48·9
35·3	30·0	36·1	29·2	36·1	30·7	—	20·3
9·3	12·0	6·9	17·7	6·1	30·9	—	28·6
3.150,000	300,000	800,000	600,000	2.500,000	350,000	1.000,000	380,000
1.000,000	50,000	150,000	500,000	2.000,000	200,000	600,000	60,000
1.540,000	200,000	10,000	200,000	900,000	90,000	600,000	35,000
10	0	100	0	10	0·1	0	0
100,000	0	0	0	10,000	1000	10,000	0
10,000	100	1000	1000	100	1000	100	0
10,000	1000	1000	100	0	10,000	1000	0
100,000	1000	50	100	10,000	1000	1000	100
100	1000	3000	4000	5000	14,000	1000	0
100,000	10,000	10,000	25,000	1000	100	10,000	10,000
1000	1000	10,000	50,000	0	10,000	100,000	10
100,000	10,000	10,000	10,000	100,000	5000	10,000	100
100,000	50,000	100,000	10,000	100,000	100,000	200,000	0
200,000	10,000	10,000	1000	200,000	10,000	10,000	1000

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 március 22-én tartott üléséből.)



# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE MIKROFLORA DER WALDBÖDEN.

(Aus dem botanischen Institute der k. ung. Hochschule für Berg- und Forstingenieure in Sopron. Vorstand: Prof. Fehér.)

Von R. BOKOR.

Der Verfasser weist in der Einleitung seiner Arbeit auf die grosse Wichtigkeit und Bedeutung der biologischen Tätigkeit der Bakterienflora des Waldbodens im Leben des Waldes hin. Der Zweck seiner Untersuchungen ist die Mikroflora der einzelnen Bestandestypen zu erforschen und jene biologischen Faktoren, welche die Entwicklung derselben beeinflussen, eingehend zu ermitteln. Er will auch die Einwirkung der Bodenbakterien auf die Gesamtheit der biologischen Faktoren des Waldes untersuchen, um schliesslich die Bedeutung dieses Problems auf die praktischen waldbaulichen Maassnahmen erfassen zu können.

Seine Untersuchungen bilden den wesentlichen und ergänzenden Teil der Untersuchungen von FEHÉR und VÁGI (9) und er hat die dort bestimmten und untersuchten biochemischen und biophysikalischen Faktoren bei seinen Untersuchungen eingehend berücksichtigt. Als für das Bakterienleben entscheidend wichtige Faktoren des Bodens wurden von ihm berücksichtigt:

1. Die mechanische Bodenstruktur ermittelt nach dem Verfahren von KOPÉCZKY.
2. Absolute Wasserkapazität.
3. Bodenporosität.
4. Absolute Luftkapazität.
5. Humusgehalt.
6.  $CaCO_3$  Gehalt.
7. Wassergehalt.
8. Aktive und Austauschazidität.
9. Streudecke
- und 10. Die Bodenflora.

Die Resultate seiner Untersuchungen hat er in der Tabelle I. zusammengestellt.

Er beschreibt detailliert die bei seinen Untersuchungen benutzten bakteriologischen Verfahren, welche auf Grund der Regeln der allg. bakt. Untersuchungsmethoden durchgeführt worden sind. Es wurde die Gesamtzahl der Bakterien pro Gramm feuchter Erde bestimmt. Bei der Züchtung der Aeroben hat er die Methoden mit Agar, Gelatine, und der Anaeroben die Methode «Zuckeragar hoher Schicht» angewendet.

Die den einzelnen physiologischen Gruppen zugehörigen Bakterien wurden mit dem elektiven Verfahren, das mit der Verdünnungsmethode kombiniert wurde, untersucht.

Zur Entscheidung bis zu welcher Bodentiefe die bodenbakteriologischen Untersuchungen geführt werden sollten, wurde ein 1·5 m tiefes Bodenprofil bearbeitet.

Im Anbetracht der grossen Ausdehnung des Problems, dessen Erforschung lang andauernde und mühevollere Massenuntersuchungen notwendig macht, können vorläufig aus den bisherigen Ergebnissen keine weitgehende Schlüsse und Gesetzmässigkeiten aufgestellt werden und die nachfolgend zusammengestellten Resultate müssen vorläufig nur als Orientierung aufgefasst und betrachtet werden.

Zusammenfassung der wichtigsten Resultate:

1. Die Bakterienflora des Waldbodens bleibt rein zahlenmässig hinter dem Bakteriengehalt der gedüngten landwirtschaftlich benützten Böden bedeutend zurück. Es macht sich jedoch dieser Unterschied in der Anzahl der einzelnen Bakterienarten nicht so deutlich bemerkbar.

2. Die Gesamtzahl der Bodenbakterien hängt hauptsächlich von der Reaktion, bzw. von dem  $pH$  der Böden. Bei gleichen  $pH$  Werten wächst die Bakterienzahl proportional dem Gehalt an organischen Material, bzw. mit dem Humusgehalt und mit der Luftkapazität.

3. Die den freien Luftstickstoff bindenden Bakterien vertragen in den Waldböden grössere Azidität bzw. viel niedrigere  $pH$  Werte, als in den landwirtschaftlich bebauten Gründen.

4. Nach der Zusammensetzung der Waldbestände zeigt die Anzahl der Bakterien folgende steigende Reihe:

Reine Nadelholzwälder < Reine Laubholzwälder < Mit Laubhölzern vermischte Nadelholzwälder.

Dieser Umstand ist nach unseren Beobachtungen wahrscheinlich auf den gleichfalls steigenden Humusgehalt und auf die steigende Luftkapazität der genannten Waldtypen zurückzuführen.

5. Die Böden der vollkommen geschlossenen Bestände zeigt die niedrigsten Werte von  $pH$ , bzw. die höchste Bodenazidität und die kleinste Bakterienzahl. Die Lichtung des Kronendaches bis zu dem Bestandesschluss von 0·8 übt guten Einfluss auf die Entwicklung der Bakterienflora. Schwacher Bestandesschluss 0·7—0·4 und damit zusammenhängende hohe Lichtintensität vermindert wieder die Bakterienzahl, wenn durch die gut entwickelte Pflanzendecke des Bodens, die ja bei grösseren Lichtmengen üppiger gedeiht, dieser schädliche Einfluss des Lichtes nicht paralisiert wird.

6. Die absolute Wasserkapazität verhält sich annähernd umgekehrt proportional der absoluten Luftkapazität, dagegen scheint die absolute Wasserkapazität mit dem prozentuellen Anteil der Bodenteilchen unter 0·5 mm Durchmesser in gerader Proportion zu stehen.

7. Der Wert der absoluten Luftkapazität des Bodens steigt mit dem Anwachsen der Zahl der Bodenpartikel über zwei mm. Durchmesser und senkt mit der Steigerung der Menge der Teilchen von 0·01 mm Durchmesser.

8. Unter gleichen physiologischen Verhältnissen wird die Gesamtzahl der Bakterien von den prozentuellen Anteil der Bodenpartikeln von 0·01 mm Durchmesser abwärts mittelbar beeinflusst. Bei Aufwachsen der Zahl derselben sinkt die Anzahl der Bakterien und ausserdem ihr Überwiegen begünstigt das Wachstum der anaeroben Bakterien und somit indirekt die Erhöhung der Azidität des Waldbodens.

9. Die Zahl der anaeroben pektin- und zellulosezersetzenden Bakterien steht im umgekehrten Verhältniss mit der absoluten Luftkapazität des Bodens.

10. Unter den anaeroben Bakterien habe ich in der verhältnissmässig grössten Zahl die anaeroben Buttersäurebazillen gefunden.

11. Die Anzahl der nitrifizierenden Bakterien in dem Waldboden ist meistens, wahrscheinlich infolge der saueren Bodenreaktion, sehr gering und wird von der Menge der denitrifizierenden Bakterien meistens weitaus übertroffen.

12. Der Kohlensäuregehalt jener Luftschichten, welche unmittelbar über der Bodenfläche liegen, steht im Zusammenhange mit der Gesamtzahl der Bakterien.

13. In dem Waldboden geht bis zu einer Tiefe von 50—60 cm ein sehr intensives Bakterienleben von statten, es sollten daher bei den künftigen bodenbakteriologischen Untersuchungen die in der fraglichen Tiefe liegenden Bodenschichten möglichst berücksichtigt werden.

14. Die bisherigen Untersuchungen haben mich davon ganz entschieden überzeugt, dass die zielbewusste Durchführung der praktischen waldbaulichen Maassnahmen der Forstwirtschaft die Erkennung und Beherrschung der biologischen Faktoren des gesamten Waldlebens unbedingt und kategorisch erheischt.

\*

Die jetzt abgeschlossenen Untersuchungen bilden die erste Etappe meiner Arbeit auf dem Wege zur Erreichung meines vorgesteckten Arbeitszieles; ihnen sollen bald die Untersuchungen über die übrigen Waldtypen und Waldgebiete Ungarns folgen.

### Irodalom      Literatur.

1. DUCLAUX: Sur la durée de la vie chez le germes des microbes. C. P. 1885. Sur la conservation des microbes 1889. Traité de microbiologie I. et II. 1881. Ref. 2.
2. STOKLASA: Methoden zur biochemischen Untersuchungen des Bodens, 1924.
3. M. DÜGELLI: Forschungen auf dem Gebiete der Bodenbakteriologie, 1921.

4. TH. REMY: Bodenbakteriologische Studien, Zentralblatt f. Bakt. 8. N. 21. (Ref. 2. alatt, 154. oldal.)
  5. LÖHNIS: Vorlesungen über landwirtschaftliche Bakteriologie, 1913.
  6. ATTERBERG: Int. Mitteilung. f. Bodenkunde 4., 3., 1914. Ref. 10.
  7. LÖHNIS: Handbuch der landwirtschaftlichen Bakteriologie, 1910.
  8. NEMEC és KVAPIL: Studien über einige physikalische Eigenschaften der Waldböden etc. Zeitschrift f. Forst- und Jagdwesen 1925. 9. füzet.
  9. FEHÉR és VÁGI: Vizsgálatok az erdőtalaj életét befolyásoló élet-tani tényezők biokémiai, biofizikai és bakteriológiai kölcsönhatásáról. Mat. és Termittud. Értesítő XLIII. kötete, 539. lap, 1926.
- 

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. März 1926.)

# VIZSGÁLATOK

## A PAPILIONACEÁK CSALÁDJÁBA TARTOZÓ EGYES FAFAJOK GYÖKÉRSYMBIOSISÁRÓL.<sup>1</sup>

FEHÉR DÁNIEL és BOKOR REZSŐ-től.

Az általunk lefolytatott vizsgálatoknak célja a következő volt:

1. Az idetartozó nálunk is honos vagy betelepített fajok gyökérsymbiosisának az anatómiai és bakteriológiai vizsgálata.

2. A gyökérrel symbiosisban élő baktériumfajták rokonsági viszonyainak vérsavós vizsgálati módszerekkel serum-agglutinatio útján való megállapítása. Ez utóbbi folyamán tehát megállapítottuk, hogy a tiszta baktériumtenyésztéssel fokozatosan intravénásan oltott nyúl véréből termelt vérsavó (serum) különböző és fokozott hígítás mellett hogyan agglutinálja a vizsgálandó baktériumokat.

Az eddigi vizsgálatok folyamán a következő fajokot vettük elő: *Amorpha fruticosa*, *Gleditsia triacanthos*, *Laburnum vulgare* és *Sophora japonica*.

### 1. *Amorpha fruticosa*.

A gyökereken már szabadszemmel meg lehet figyelni a baktériumokat tartalmazó gyökérgumók előfordulását, amelyek legtöbbször gömbölyded formájúak és sötétbarna színűek. Az akác gyökérgumóinál még idősebb korokban is kisebbek maradnak és rendszerint nem lesznek elágazó vagy hosszúkás alakúak. Az egészen fiatal, egy és két éves gyökereken találjuk meg őket. Nem maradnak sokáig életben. Rendszerint már az első év végén

---

<sup>1</sup> A m. kir. Bányamérnöki és Erdőmérnöki Főiskola Növénytani Intézetéből.

elveszítik élő tartalmukat s azután fokozatosan kiürülnek és a periderma hatására az anyagyökértől elválnak.

Nagyságuk 1—2, nagyon ritkán 3 mm átmérőjű. Belső anatómiai szerkezetük megegyezik a hüvelyesek már ismert gyökérgumóinak a szerkezetével. (I.) <sup>1</sup> Kívül periderma fedi őket. Ez alatt a gumók táplálására szolgáló edénynyaláb-elágazódásokat tartalmazó parenchymasejteket találjuk. Ez utóbbiak által vannak azután a baktériumokat tartalmazó viszonylag nagy és vékonyfalú parenchymasejtek bezárva. A baktériumokat tartalmazó



1.

2.

3.

4.

1. ábra.

parenchymasejtek belsejét teljesen kitöltik az itt rendkívül nagy számmal élő baktériumok s e körülmény folytán az erős baktériumfestőanyagokkal, fuchsinnal, spirsillel stb. kezelt metszeteken ez a belső szövet élénkebb színeződést vesz fel, mint a környező sejtek és plasztikusan elötünik. A *Bacterium radicecola* továbbhaladására és kifejlődésére jellemzők a legelőször FRANK (II.) által megfigyelt tömlők, amelyeket úgy ezekben a sejtekben, mint pedig a környező parenchymasejtekben egyaránt kitűnően ki lehet mutatni. Ha a fiatal gyökérgumók tartalmát egy bontó törrel óvatosan kiszedjük és tárgylemezen kiterítve megfestjük és megvizsgáljuk, azonnal láthatjuk, hogy a *Bact. radicecola* mellett töme-

<sup>1</sup> Az (I), (II), (III), (IV), (V) jegyek vonatkoznak az értekezés végén lévő irodalmi összeállításra.

gesen egy másik baktériumfajta is megjelenik. Az idetartozó egyedek pálcikaalaknál kisebbek és jóval vékonyabbak, mint a *Bact. radicecola*. Egyes gumókban ez a másik fajta olyan nagy számmal fordul elő, hogy vele szemben a *Bact. radicecola* teljesen a háttérbe szorul.

Figyelmes vizsgálattal a gumókban is ki lehet mutatni egymás mellett a két fajtát.

A kérdéses baktériumokat azután a szokásos steril eljárásokkal minden további nehézség nélkül sikerült a Koch-féle baktérium-ágon (III.) kitenyészteni és azután egymástól elválasztani.

A *Bact. radicecola* tiszta tenyészetete az ismert jellegeket mutatta. Meghatározása tehát viszonylag könnyű szerrel volt végrehajtható.

Viszont a másik fajtát már az ágárlemezen lehet a kolóniának elütő alakulása alapján a *Bact. radicecola* telepétől megkülönböztetni.

Hogy a *Bact. radicecola* biológiáját behatóbban megismerhessük, különböző tápláló talajokon próbáltuk ki a tenyésztését.

Az idevonatkozó megfigyeléseink a következők:

A legjobban tenyészik a már említett Koch-féle agaron. A telepek épszélűek, kevésbé kiemelkedők, színük kezdetben fehér, tejszerű és fényes. Később ez a szín teljesen fehérre válik és a kémcső fenekén hasonló színű üledék jelentkezik.

A baktérium ezen a tenyésztő talajon a következő formát mutatta:

Rövid, vastag, a végein lekerekített pálcika, amelyet idősebb korában nyálkahártya vesz körül.

Méretei:

fiatal tenyészetekben	0.8--0.9 $\mu$	széles és	1.2 - 2.4 $\mu$	hosszú
idősebb	cca	1.8 $\mu$	• •	3.6 $\mu$ •

Az utóbbiakban a baktérium alakja teljesen elliptikussá válik.

*Talajextraktumos ágon* a telepek a fentebbiekhez hasonló, de valamivel lassúbb ütemű fejlődést mutatnak.

*Hús-peptonágon* a növekedés szintén lassú lesz, a telep hullámos szélűvé, középen kiemelkedővé és durván szemcsés szerkezetűvé válik, felülete pedig sárga színt vesz fel.

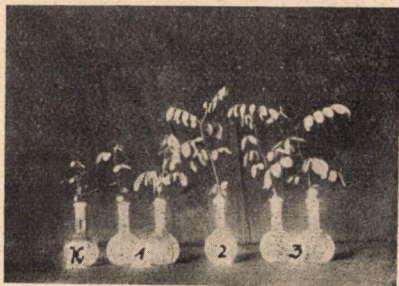
*Hús-peptongelatinán és húsbouillonban* egyáltalában nem fejlődik ki.



*Tejben* a növekedés szintén nagyon lassú. A baktériumok az osztódásuk után láncszerűen együtt maradnak fonálszerű kolóniákat alkotva, amelyeket legtöbbször nyálkahüvely vesz körül, ugyanúgy, mint azt a tömlők alakjában a gumók baktérioid szövete mutatja.

*Burgonyán* viszont kitűnően tenyészik és idővel vastag bevonatot alkot. A telep hullámosszélű és szürkés-sárga.

A levegővel, illetőleg annak *O* tartalmával szemben támasztott igénye meglehetősen változó. Anaerob körülmények között nagyon gyengén és akkor is csak a babextraktumos ágáron növekedik.



2. ábra.



3. ábra.

Húspeptongelatinon és ágáron viszont egyáltalában nem fejlődik anaerob viszonyok között.

Ezeknek az eredményeknek alapján az eddigi felfogástól eltérően a *Bact. radicolat* fakultatív aerob baktériumnak kell tekintenünk. Az a körülmény viszont, hogy anaerob-módon csak babextraktumos ágáron tenyészik, azt mutatja, hogy csak nagyobb mennyiségű szénhidrát jelenlétében tud megélni, amely neki az intramolekuláris lélegzésnél szolgál dissimilatorius anyagnak.

A második baktériumfajta könnyűszerrel lehetett izolálni. Morfológiai és tenyésztési magatartása alapján *Bacillus mycoïdes* (Flügge)-nek határoztuk meg (IV. és V.) és ezzel egyúttal beigazoltuk, hogy az *Amorpha* gyökereiben a *Bact. radicola* mellett egy másik baktériumfajta is él az anyanövényvel symbiosisban.

Ennek a különös jelenségnek az élettani vizsgálata végett steril tenyészeteket létesítettünk a kísérleti üvegházban. Az előzőleg gondosan sterilizált magvakat steril feltételek mellett kicsiráztattuk és a teljesen baktériummentes csiranövényeket steril Crone-f. tápoldatban neveltük tovább lombikokban, amelyeknek a nyílása vattával gondosan el volt zárva. A tiszta tenyészetekből vett baktériumokkal való oltás az első lomblevelek megjelenése után történt. A kísérlet átlagos eredményeit az I. sz. táblázat adja:

## I. sz. táblázat.

I. Ellenőrző, II. oltva *Bac. mycoides*szel, III. oltva *Bact. radicolával*,  
IV. oltva *Bac. mycoides* és *Bact. radicolával*.

Nr.	A kísérleti növények hossza a kis. végén átlag cm	A gumók kifejlődése	Az oldalágak száma átlag	Időtartam	Megjegyzés
I.	7	—	1	1925 június 16-tól 1925 október 30-ig 136 nap	—
II.	10	—	1		—
III.	18	Kis gyökér-daganatok, mint a gumók kezdetei	3		Nagyon erőteljes növekvés
IV.	20		4		

A kísérlet adatai beigazolják, hogy a legjobb növekedést az *Amorpha fruticosa* csak a két baktériummal való együttes oltás esetén éri el.

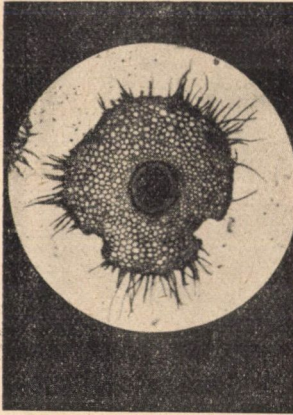
A *Bact. radicola* rokonsági viszonyait az ákác *Bact. radicolájához* viszonyítva serológiai úton az agglutinációs módszer segítségével határoztuk meg. Az eredményeket a munka végén a II., III. és IV. sz. táblázatok jelzik, amelyek mutatják, hogy a két fajta egymással teljesen azonosnak tekinthető.

***Gleditschia triacanthos.***

Ennek a fának a gyökerein a gyökérgumók nem fejlődnek ki. Csak a behatóbb morfológiai vizsgálat mutatta azután meg, hogy 1—2 éves gyökereken kisebb daganatok vannak, amelyek



a többi gyökérrésztől eltérő vastagságuktól eltekintve, már ama sajátosságuk folytán is feltűnnek, hogy gyökérszálak által vannak vastagon beborítva, amelyek egyébként ezeken a helyeken ilyen korban már rendszerint hiányzanak. A szőrök oly sűrűn fedik ezeket a daganatokat, hogy már külsőleg, mint vörösbarna szőrbevonatot, észrevehetjük őket. Az anatómiai vizsgálat azután azt mutatta, hogy ezek a daganatok a gyökér elsődleges kéregszőreiből keletkeznek. Ennek a szőrzetnek a sejtjeiben azután a *Bac. radicola* jellemző tömlői és maga a baktérium már az anatómiai præparátumokon is kitűnően kimutatható. Ezek a daganatok



4. ábra.



5. ábra.

megfigyeléseink szerint legfeljebb két, ritkábban három évig maradnak életben. A mindinkább erősödő periderma azután lassankint leválasztja őket. A gyökérdaganatokon levő gyökérszőrök homogén sárgás-barna színű folyékony tartalommal bírnak. Ezekben is nagyon gyakran meg lehet figyelni a baktériumtömlőket és magukat a baktériumokat.

Az 1—2 éves daganatokból bab- és talajextraktumos ágáron tenyésztett tiszta tenyészetek segítségével azután a megfigyelt baktériumokat szintén mint *Bac. radicolát* identifikáltuk. Hasonlóan a többihez ezek is fakultatív aërob sajátosságokkal bírnak. Rokonsági viszonyaikat a már ismertetett módon agglutináció útján határoztuk meg. Az eredményeket a II., III. és IV. táblázatok mutatják.

**Laburnum vulgare.**

A gyökérgumók a Robinia-típus szerint vannak fölépitve. Belőlük az ismert bab- és talajextraktumos ágáron szintén a *Bact. radicola* ismert kolóniáit sikerült tenyészteni.

**Robinia pseudacacia.**

Mint hogy az ákác baktériumai a fás növények közül viszonylag a legjobban ismertek, ezeket vettük a serologiai vizsgálatainknál alapul és a többi fafaj gumóiból tenyésztett *Bact. radicola* fajtákat ezekre vonatkoztattuk. A tenyésztett tiszta kultúrák itt is *fakultatív aerobok* voltak.

**Sophora japonica.**

A gyökereken baktériumsymbiosist nem sikerült kimutatni.

**II. sz. táblázat.**

Az *Amorpha fruticosa* gyökérgumójáról tenyésztett *Bact. radicolával* oltott nyúl vérsavójának agglutinációs hatása :

Hígítások	Az agglutináció bekövetkezett			
	Robinia	Amorpha	Cytisus	Gleditschia
	anyanövény gyökérgumójából tenyésztett baktériumokkal			
1 : 10	+	+	+	+
1 : 100	+	+	+	+
1 : 200	+	+	+	+
1 : 500	+	+	+	+
1 : 1000	+	+	+	0
1 : 2000	+	+	0	0
1 : 3300	0	+	0	0
1 : 4000	0	+	0	0
1 : 5000	0	+	0	0
1 : 10000	0	0	0	0

## III. sz. táblázat.

A *Cytisus laburnum* gyökérgumójából tenyésztett *Bact. radiceolával* oltott nyúl vérsavójának agglutinációs hatása:

Hígítások	Az agglutináció bekövetkezett			
	Robinia	Amorpha	Cytisus	Gleditschia
	baktériumával			
1:10	+	+	+	+
1:100	+	+	+	+
1:200	+	+	+	+
1:500	+	+	+	+
1:1000	+	+	+	0
1:2000	+	0	+	0
1:3300	+	0	+	0
1:4000	+	0	+	0
1:5000	+	0	+	0
1:10000	0	0	+	0

## IV. sz. táblázat.

A *Robinia pseudacacia* gumójából tenyésztett *Bact. radiceolával* oltott nyúl vérsavójának agglutinációs hatása:

Hígítások	Az agglutináció bekövetkezett			
	Robinia	Amorpha	Cytisus	Gleditschia
	anyanövény gyökérgumójából tenyésztett baktériumokkal			
1:10	+	+	+	+
1:100	+	+	+	+
1:200	+	+	+	+
1:500	+	+	+	+
1:1000	+	+	+	+
1:2000	+	+	+	0
1:3300	+	0	+	0
1:4000	+	0	+	0
1:5000	+	0	+	0
1:10000	+	0	0	0

A nem oltott nyúl vérsavója szintén agglutinálja a fenti *Bact. radiceicola*-fajtákat, azonban titerje nagyon alacsony, mert 1:100-nál fekszik.

### Az eredmények összefoglalása :

1. Az *Amorpha fruticosa* gyökérgumóiban két baktériumnak az anyanövénnyel való egyidejű symbiosisát sikerült kimutatni. Ezek: a *Bact. radiculicola* és a *Bac. mycoides* (Flügge).

2. Az *Amorpha fruticosa* gyökérgumói eltérnek a *Robinia*, típustól. Nem ágazódnak el, kerekük maradnak és nagyságuk is jóval kisebb marad.

3. A steril tenyészkísérleteinkkel sikerült beigazolnunk, hogy az *Amorpha fruticosa* optimális növekedést csak a két baktérium-faj együttes jelenlétében mutat.

4. Az a tény, hogy a *Bacterium radiculicola* fakultative *aerob*, vagyis baktérium-ágáron — ahol bőségesen áll a szén-dioxid — anélkül is tenyészni képes, arra enged következtetni, hogy elegendő levegő hiányában parazita életmódot is tud folytatni. Ennek fogva a talaj fizikai állapotára, nevezetesen a talaj levegőkapacitására e fajok tenyésztésekor különös figyelmet kell fordítani.

5. A *Bacillus mycoides* feltétlenül *aerob*, vagyis anélkül körülmények között elpusztul, uralkodóvá lesz tehát a bakteroid-szövetek belsejében a *Bacterium radiculicola*. A valóságnak tényleg ez a helyzet felel meg, mert míg az ágárlemezekben a *Bac. mycoides* gyors növekedésénél fogva valósággal elnyomja a *Bact. radiculicola*-t, addig a gumócskákban a számottevő szerepet a *Bact. radiculicola* viszi az ott uralkodó levegőhiány miatt. Ezt egyébként a gumókból közvetlenül kivett készítményekben is megállapíthatjuk.

6. A *Gleditsia triacanthos* gyökerein a *Bact. radiculicola* a primár-kéregből képződött daganatokban él, amelyek jellegzetes sajátossága, hogy még az idősebb, 2—3 éves gyökereken is gyökérszőrből álló sűrű bevonattal vannak borítva.

7. A megvizsgált *Bact. radiculicola*-fajták agglutinációs titerjét a II., III. és IV. táblázatok mutatják, amelyek világosan bizonyítják, hogy az *Amorpha*, *Gleditschia* és *Laburnum*-gyökér baktériumai szoros rokonsági viszonyban vannak egymással.

## Ábrák jegyzéke.

### 1. ábra.

*Jelmagyarázat.*

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 1. <i>Robinia pseudoacacia</i>    | } gyökerei a gumócskákkal kb. $\frac{1}{5}$ . |
| 2. <i>Laburnum vulgare</i>        |   |
| 3. <i>Amorpha fruticosa</i>       |   |
| 4. <i>Gleditschia triacanthos</i> |   |

### 2. ábra.

*Amorpha fruticosa* tenyésztete.

K. Ellenőrző.

1. Oltva *Bacillus mycoidesszel*.
2. Oltva *Bacterium radicolával*.
3. Oltva *Bacterium radicolával* és *Bacillus mycoidesszel*.

### 3. ábra.

*Amorpha fruticosa* gyökérgumójának átmetszete.

Fotografálva ZEISS-féle „Phoku” készülékkel. Okular L. Achromat. Nagyítás kb. 100-szoros.

### 4. ábra.

*Gleditschia triacanthos* gyökérgumójának átmetszete.

Fotografálva, mint a 3. ábra.

### 5. ábra.

*Laburnum vulgare* gyökérgumójának átmetszete.

Fotografálva, mint a 3. ábra.

---

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1926 május 3.-án tartott üléséből.)

# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE WURZELSYMBIOSE EINIGER LEGUMINOSENHÖLZER.

(Aus dem bot. Institut der k. ung. Hochschule für Berg- und Forstingenieure  
in Sopron.)

Von D. FEHÉR und R. BOKOR.

Die Arbeit behandelt die bakterielle Wurzelsymbiose folgender Holzpflanzen:

1. *Amorpha fruticosa*,
2. *Gleditschia triacanthos*,
3. *Laburnum vulgare*,
4. *Sophora japonica*.

Es wurden untersucht *a)* die Anatomie und allgemeine Morphologie der Wurzelknöllchen, *b)* die Verwandtschaft der mit dem kulturellen Verfahren reingezüchteten Wurzelbakterien der einzelnen Holzpflanzen. Die Verwandtschaft wurde auf serologischem Wege mit der Hilfe der Serumagglutination bestimmt. Ausserdem wurden bei *Amorpha fruticosa* mit dem sterilen Kulturverfahren Vegetationsversuche angestellt. Die wichtigsten Resultate der Untersuchungen sind die Folgenden:

1. In den Wurzelknöllchen der *Amorpha fruticosa* ist das Zusammenleben zweier Bakterien: des *Bacterium radicola* und des *Bacillus mycoides* (Flügge) einwandfrei nachgewiesen.

2. Die Wurzelknöllchen der *Amorpha* sind von dem Robinientyp abweichend gebaut. Sie haben keine Verzweigungen, zeigen meistens rundliche und keine birnenförmige Formen und ihre Grösse bleibt verhältnismässig klein.

3. Mit dem sterilen Vegetationsversuchen haben wir den Nachweis erbringen können, dass die *Amorpha fruticosa* ihr optimales Wachstum nur bei dem gleichzeitigen Beisein beider Bakterienarten erreichen kann.

4. Auf Grund unserer Versuche folgern wir, dass das *Bacterium radicola* fakultativ aerobe Eigenschaften besitzt, da



dasselbe auf Bohnenextractagar, wo Eiweiss und Kohlenhydrate reichlich geboten werden, auch unter anaeroben Bedingungen gedeihen kann. Infolgedessen glauben wir annehmen zu können, dass dasselbe dort, wo ihm die Luft nicht in genügender Menge zur Verfügung steht, auch zu der parasitischen Lebensweise befähigt ist.

5. Der *Bacillus mycoides* ist unbedingt aerob; im Innern des bakteroiden Gewebes wird er daher von dem *Bacterium radicola* unterdrückt. Auf den Kulturplatten wächst *Bacillus mycoides* viel rascher, wie *Bacterium radicola*, dagegen in den Knöllchen bleibt das letztere vorherrschend. Diesen Umstand kann man auch auf Klatschpräparaten, die man unmittelbar aus dem Knöllchen bereitet, ganz einwandfrei feststellen.

6. Auf der Wurzel der *Gleditschia triacanthos* lebt das *Bacterium radicola* in den Wurzelanschwellungen, wo dasselbe auch in anatomischen Präparaten gleich nachgewiesen werden kann. Charakteristische Eigenschaften dieser Wurzelanschwellungen sind, dass sie auch im älteren Stadium mit einem aus Wurzelhaaren bestehenden dichten Filzüberzug bedeckt sind.

7. Die Agglutinationstiter der untersuchten *Radicicola*arten zeigen Tabellen II, III, und IV. Aus ihnen kann man klar ersehen, dass die Wurzelbakterien dieser drei Holzpflanzen nahe verwandt sind.

#### Irodalom. — Literatur.

- I. V. ö. FEHÉR: Az ákác anatómiája: gyökerek. Erd. Lapok, 1922.  
U. o. a kérdés irodalma is. (Dortselbst ist auch die Literatur dieser Frage.)
- II. FRANCK: Untersuchungen über die Wurzelsymbiose der Leguminosen, 1890.
- III., KOCH: Mikrobiologisches Praktikum 1922.
- IV. LEHMANN und NEUMANN: Atlas und Grundriss der Bakteriologie, 1899.
- V. PRINGSHEIM und LANGER: Zur Entwicklungsphysiologie der *Bacillus mycoides*. (Centralblatt für Bakteriologie II. Abt. Bd. 61. H. 11/18.)

---

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 3. Mai 1926.)

## ADATOK A MAGAS-TÁTRA ÉS KÖRNYÉKE PLANÁRIA-FAUNÁJÁHOZ.

MÖDLINGER GUSZTÁV-tól.

Dr. MÉHELÛ LAJOS egyetemi tanár úr «A Magyar Középhegység, jelesen a Bükk, a Bakony és a Mecsek planáriai» című munkájában említi, hogy a planáriák elterjedési viszonyai az előfordulási hely geológiai eredetével, közzetani felépítésével s települési módjával kapcsolatosak s hogy ez örvényférgek elterjedéstana messzemenő következtetésekre jogosít bennünket.

Abban a szerencsés helyzetben vagyok, hogy az integer Magyarország egyik legérdekesebb helyéről származó nagyobb örvényfereg-anyagot elterjedéstani szempontból megvizsgálhattam. Ugyanis dr. GYÖRFFY ISTVÁN, a szegedi egyetem botanikus professzora a múlt év július és augusztus havát a Magas-Tátrában töltötte, ahol számos helyre tett gyűjtő-kirándulást. Különösen sok planáriát gyűjtött dr. MÉHELÛ LAJOS egyetemi professzor számára, aki azonban más irányú elfoglaltsága miatt a gyűjtött anyag feldolgozásával engem bízott meg. A nagy fáradsággal gyűjtött anyag a Magas-Tátra, Fáttra és a Szepesi Magurából való s töményalkoholban, illetőleg formalinban volt rögzítve.

A Magas-Tátra planáriáinak elterjedésével a korán elhalt ÖRLEY LÁSZLÓ gyűjtése alapján MICOLETZKY (9), majd dr. HANKÓ BÉLA (3, 4) foglalkozott, aki 1910-ben a Kőpataknak Tátra-Lomnicztól keletre eső két ágából, továbbá a Fehér-viznek fő- és mellékágaiból és a Fekete-vizből *Planaria alpina* DANA-t és *Planaria gonocephala* DUGES-t gyűjtött. Mindezek a patakok a Tátra keleti lejtőjén fekvő tengerszemekből, illetőleg forrásokból fakadnak és valamennyi a Poprádba ömlik. A patak felső folyá-

sában mindenütt a *Planaria alpina*, az alsóbb fekvésű helyeken pedig a *Planaria gonocephala* él.

MÉHELY (6) professzor 1918-ban megjelent munkájában behatóan foglalkozik a Magas-Tátra örvényférgeivel és különösen a *Planaria alpina* jégkorszakbeli relictum voltát palaeontologiai alapon is bebizonyította. Gyűjtési területe Lucsivna-fürdő és környéke volt és pedig a Lucsivna-fürdőt (735 m) átszelő névtelen patakából, a Menguszfalvát átszelő Vesnik-patakából, továbbá a Poprádból, a Nagy- és Kiszúgó-patakából a *Planaria-gonocephala*-t mutatta ki. Az Alsó-Hági (900 m) mellett húzódó Száraz-vizpatakban és a Csorba-tótól keletre folyó Mlinicza-patakban a *Planaria alpina* fordul elő.

Az irodalomban még egy tátrai lelőhely fordul elő, amelyet már MÉHELY professzor is említ fentebbi munkájában. MICOLETZKY H. (9) többek között megemlíti, hogy ÖRLEY LÁSZLÓ-tól kapott *Planaria alpina*-kat, amelyek Szepes Béláról (1000 m), Tarpatakról (1200—1300 m) és egy 2000 m magasságban fekvő befagyott tóból származnak, mely utóbbi valószínűleg a 2047 m magasságban levő Gefromer See.

A GYÖRFFY professzor által gyűjtött anyag a Magas-Tátra déli és keleti oldaláról, a Szepesi Magurából és a Fátrából származik, úgy hogy egy nagy, többé-kevésbé összefüggő terület féreganyagát tanulmányozhattam. A Magas-Tátrai és Szepesi-Magurai anyag a Poprád vízrendszeréhez tartozó patakokból származik.

A *Magas-Tátrában* (1. rajz) gyűjtött örvényféreg-anyagot meghatároztam és az állatok előfordulását következőképpen állapíthattam meg:

*Planaria gonocephala* fordul elő:

a Bélai mészhavasok részén:

a Fekete vízben a Lersch-villa mellett (790 m),  
 Barlangliget mellett Kotlinánál a Béla-patakban (800 m),  
 Barlangliget mellett Markseifen (800 m),  
 Zsdjár: Zlebadovni-patak (880 m; + 156°),  
 a Magas-Tátra gránit-területén,  
 a Matlárháza fölötti Kőpatakban (920 m; 8·5 C°),

a Matlárháza és a Hunfalvy kerülőlak között a Kand-patak (830 m),  
Tátraháza (700 m).

*A Planaria alpina lelethelyei:*

a Béla-i mészhavasok részén:

Fekete-víz a Lersch-villa mellett (790 m),  
Tokarnya-patak (800 m),  
Rothbaumgrund-völgy (Sucha dolina; 790 m),  
Schossgrund alatt (800 m),  
Barlangliget mellett a Béla-patakban (Kotlina; 800 m),  
Barlangliget mellett Johannes Quelle (800 m; + 5.5 C°),  
Tscheckengrund (930 m; + 5 C°),  
Siebenbrünnen (1200 m; + 5 C°),  
Markseifen (800 m),  
Katinka-forrás (1580 m; + 3.5 C°),  
Fehértavak lefolyása (1560 m),

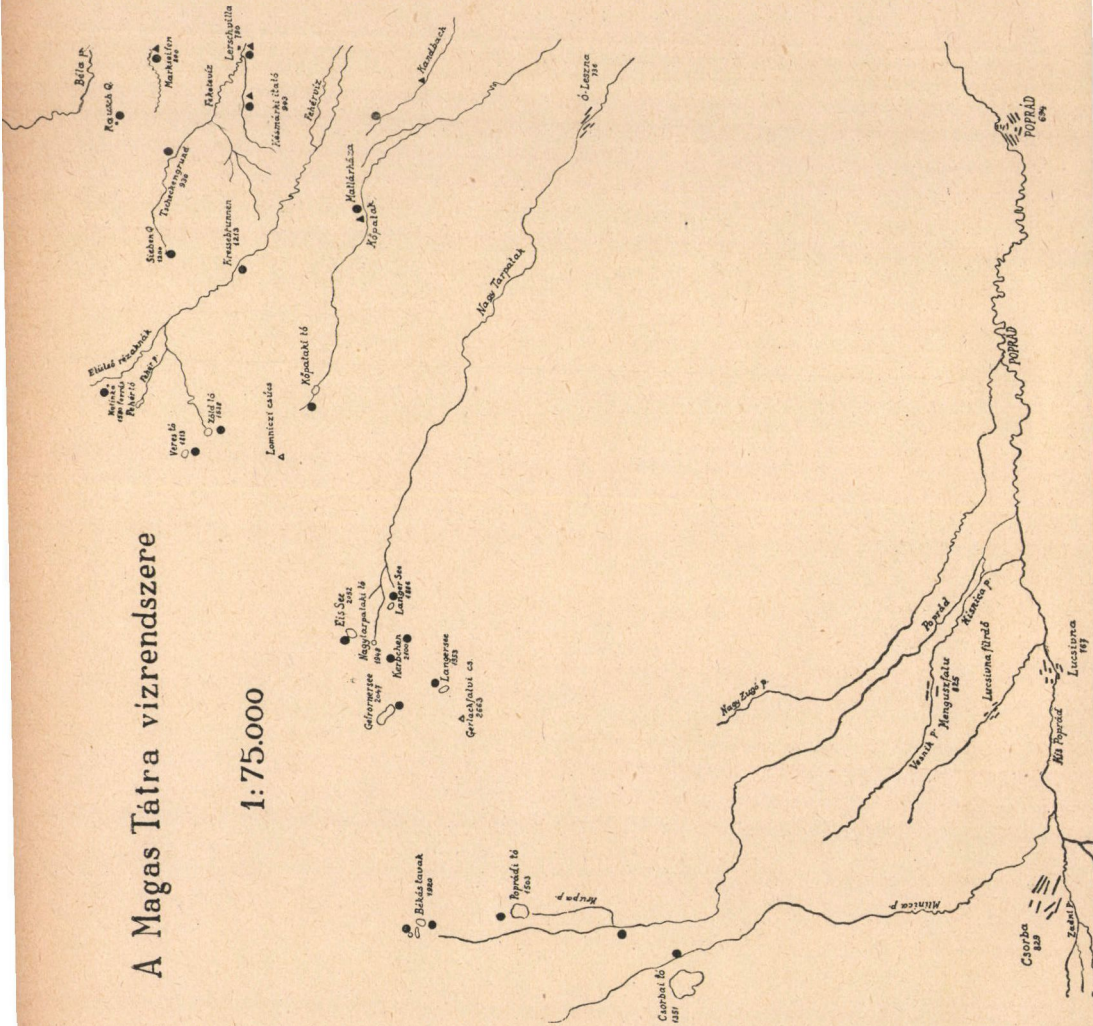
a Magas-Tátra gránitterületén:

a Késmárki Zöld-tó völgyében Kressebrunnen (1213 m),  
Veres-tó fala (1813 m; + 4 C°),  
Késmárki Zöld-tó (1538 m),  
Matlárháza fölött a Kőpatak (920 m; + 8.5 C°),  
Matlárháza alatt Wasserchen (880 m),  
a Fekete-víz és a Késmárki-itató között (840 m; + 9 C°),  
a Kőpataki-tó fölött Koethe-forrás (1800—1850 m),  
a Nagytarpataki völgyben: Langer See (1886),  
" " " Eis See (2052 m; + 3 C°),  
" " " Kerbechen (1970—2100 m; + 1 C°),  
Poduplasky-völgy: Gefroner See (2047 m; + 1.5 C°),  
Felkai-völgy: Langer See (1953 m),  
Menguszfalvi-völgy: Poprád folyó,  
" " a Poprádi-tó feletti kis érben,  
" " a Poprádi-tó felett (1580 m; + 4 C°),  
" " Alsó-Békás tó (1920 m; + 6 C°),  
" " Békás-tavak lefolyása (1710 m; + 4 C°),  
Mlinicza-patak a Csorba-tónál (1350 m).

Ezen területen a *Planaria gonocephala* 790—920 m magas

A Magas Tátra vízrendszere

1:75.000

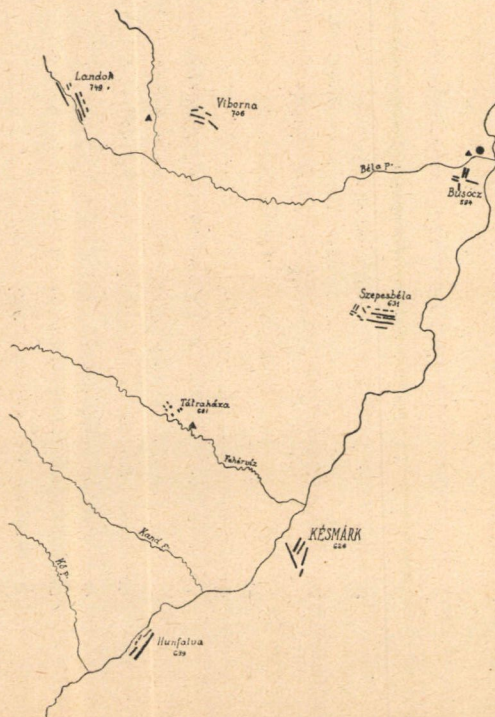




# A Szepesi Magura és a Poprád vízrendszere

Jelmagyarázat: ▲-Planaria gonocephala, ●-Pl. alpina, ■-Polycelis cornuta.

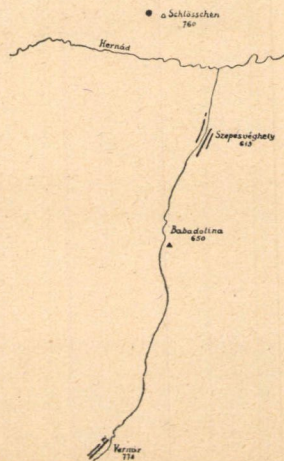
1:75.000



3. rajz.

# A Szepesség déli részének vízrendszere

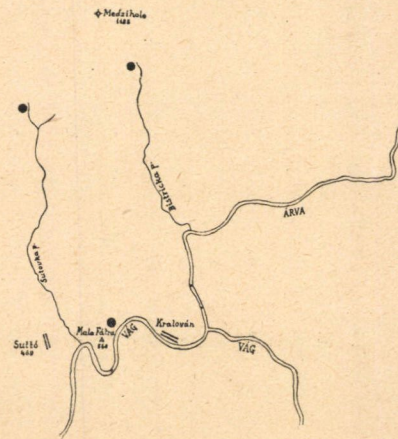
1:75.000



4. rajz.

# A Fátra vízrendszere.

1:75.000



2. rajz.

szintben fordul elő és pedig legmagasabb előfordulási helye Matlárháza mellett a Kőpatak, ahol a *Planaria alpina*-val együtt él. Ami a Magas-Tátrában a planáriák függőleges elterjedését illeti, azt mondhatjuk, hogy a *Planaria alpina* előfordulásának legmagasabb szintája 2100 m (Kerbchen), a legalacsonyabb pedig 790 m (a Lersch-villa mellett). Ugyancsak itt a *Planaria gonocephala* legmagasabb előfordulása 920 m a Kőpatakban, legalacsonyabb pedig a Lersch-villa (790 m) mellett a Fekete-vízben, ahol a két faj együtt él.

A víz hőmérséklete  $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$  —  $+9\text{ }^{\circ}\text{C}$  között ingadozik. Legmelegebb, vagyis  $+9\text{ }^{\circ}\text{C}$  a késmárki itató mellett;  $+8\text{ }^{\circ}\text{C}$  a Veres-tó fala,  $+5.5\text{ }^{\circ}\text{C}$  Johannis Quelle,  $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$  Veres-tó fala, Békás-tavak lefolyása,  $+3.5\text{ }^{\circ}\text{C}$  Katinka-forrás (igen sok *Planaria alpina*) és a minimum  $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$  a Nagytarpataki-völgyben a Kerbchen, ahol az állat olvadó hólében él.

A *Planaria alpina* mint jégkorszaki relictum a hegység magasabb fekvésű helyeit lakja, ahol neki megfelelő hőmérsékletű patakok vannak, tehát a *Planaria alpina* elterjedése szoros viszonyban van az illető vidék vizeinek hőmérsékletével. Ezt bizonyítja a múlt év nyarán dr. ÁBRAHÁM AMBRUS adjunktussal és WOLSKY SÁNDOR tanársegéddel a Mátra-hegységbe tett gyűjtőkirándulásunk tapasztalata is, ahol  $3\text{--}4\text{ }^{\circ}\text{C}$  vízben különböző magasságokban fordul elő a *Planaria alpina*. Természetesen annak is nagy jelentősége van, hogy az illető vidék a jégkorszakban el volt-e jegesedve, vagy legalább is arktikus volt-e ott a klíma. A Magas-Tátrára vonatkozó palaeontologiai bizonyítékokat MÉHELY professzor már összegyűjtötte. Geológiai adatok szintén állnak rendelkezésünkre, amennyiben RÓTH SAMU (10) a Magas-Tátra déli oldalán igen sok helyről jégáratokat mutatott ki. Így pl. Tiefengrund-, Fehérvíz-, Tarpataki-, Menguszfalvi-, Felkai- és a Mlinicza-völgye. SONKLAR (11) jégkorszaki nyomokat a Tarpataki völgy alsó részéről, a Felkai-tó környékéről állapít meg.

A planáriák ökológiai viszonyai a Magas-Tátrában a nyugati országok viszonyaitól eltérnek, amint azt már MÉHELY professzor a Magas-Tátráról szóló munkájában is kifejtette. A patakok felső szakaszában mindenütt a *Planaria alpina*-t találjuk, az alsó folyásában a *Planaria gonocephala* jelenik meg. Európa nyugati

országában a *Planaria alpina* és *gonocephala* közé a *Polycelis cornuta* ékelődik, amely azonban a Magas-Tátrában hiányzik. Ilyen eset azonban nem ritkaság, mert hazánkban MÉHELY (6) professzor szerint a Kőszegi-hegységben sem fordul elő a *Polycelis cornuta*. Hasonlóképpen a Mátra-hegységben is a *Planaria gonocephala* közvetlenül csatlakozik a *Planaria alpina*-hoz, sőt sok helyen együtt fordul vele elő. Egyedül a Bükk-hegységben találjuk meg a pataokban élő planáriák tipikus előfordulását, ahol MÉHELY professzor szerint a *Planaria alpina*, *Polycelis cornuta* és *Planaria gonocephala* ugyanabban a pataokban fordul elő.

A *Polycelis cornuta* hiánya a Magas-Tátrában nehezen magyarázható meg. A hőmérsékleti viszonyok és a termőhelyek magassága általában véve kedveznének a *Polycelis cornuta*-nak, így tehát más okokra kell gondolnunk, amelyek a *Polycelis cornuta* életfeltételeit lehetetlenné teszik. STEINMANN (12) szerint a *Polycelis cornuta* csak olyan forráspatakokban lép fel tömegesen, ahol a *Planaria alpina* már kipusztult. Lehetséges azonban, hogy a Magas-Tátra geológiai viszonyai, vagy a patakok vizének kémiai összetétele a *Polycelis cornuta*-nak nem kedvezők.

A második gyűjtési terület (2. rajz) a *Fátra-Kriváncsoport*, amelyből Trencsén- és Árvamegyék határán, a Suttói-vizesés (770 m) és a Kis-Fátra nyergéről (480 m), továbbá Árvamegyéből a Bisztriczka-patak felső szakaszából származnak a férgek, utóbbi patak az Árva folyó jobboldali mellékpatakja és a Medzihole alatt 920 m magasságban fekszik. Mindenütt a *Planaria alpina* fordul elő, amelynek tehát a maximális függőleges elterjedése itt 920 m, a minimális pedig 480 m. Az oekológiai viszonyok a Magas-Tátrához hasonlóak, azonban a gyűjtött anyag között a *Planaria gonocephala*-t nem találtam. Ennek az lehet a magyarázata, hogy e patakok mindegyike erős áramlású és nagy folyókba torkolló, úgyhogy a *Planaria alpina*-hoz csatlakozó *Polycelis cornuta* és *Planaria gonocephala* nem találja meg életfeltételeit. GYÖRFFY professzor írásbeli közlése szerint nagyobb vizekben nem fordulnak elő, így pl. a Poprádban Ó-Lubló mellett; a Béla-pataokban; a Hernádban Szepesvéghely mellett; az Árva vizében Kralován és Parnica között; a Vág folyóban Suttó és Kralován között planáriákat nem talált.



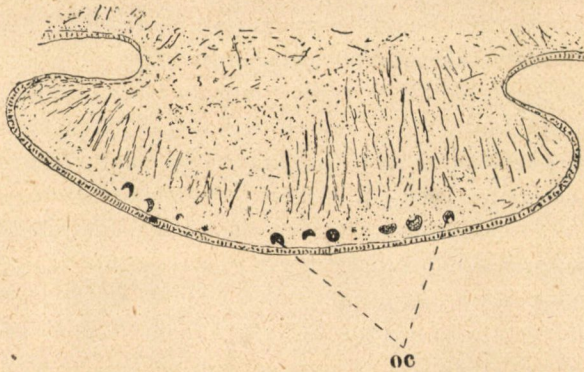
A harmadik terület a *Szepesi-Magura* (3. rajz) és általában Szepes megye. Az előbbihez tartoznak a következő lelethelyek: Landoki-hid, Landok mellett a Najdecki jarek (781 m) és Viborna mellett a Milseif (720 m). Itt mindenütt *Planaria gonocephala* fordul elő.

Azonban planáriák Szepes megye egyéb helyeiről is származnak. Így Poprádtól délre Virágosvölgy (Blumental) fürdőhely mellett a «Schlösschen»-en (4. rajz) a *Planaria alpina* 757—922 m magasságban fordul elő és pedig GyÖRFFY professzor írásbeli közlése szerint zöldszinű, azonban már STEINMANN (11) hangsúlyozta, hogy a *Planaria alpina* színe nagyon változatos. Teljesen fekete, (főleg alpesi példányok) barna, vöröses, zöld, sőt fehér példányok is fordulnak elő, mert az állat színe a felvett táplálék színétől függ. Szepesvéghelyen túl, Vernár felé a Babadolinában (650 m; + 13 C°) és a Vernár-patakban a *Planaria gonocephala* él.

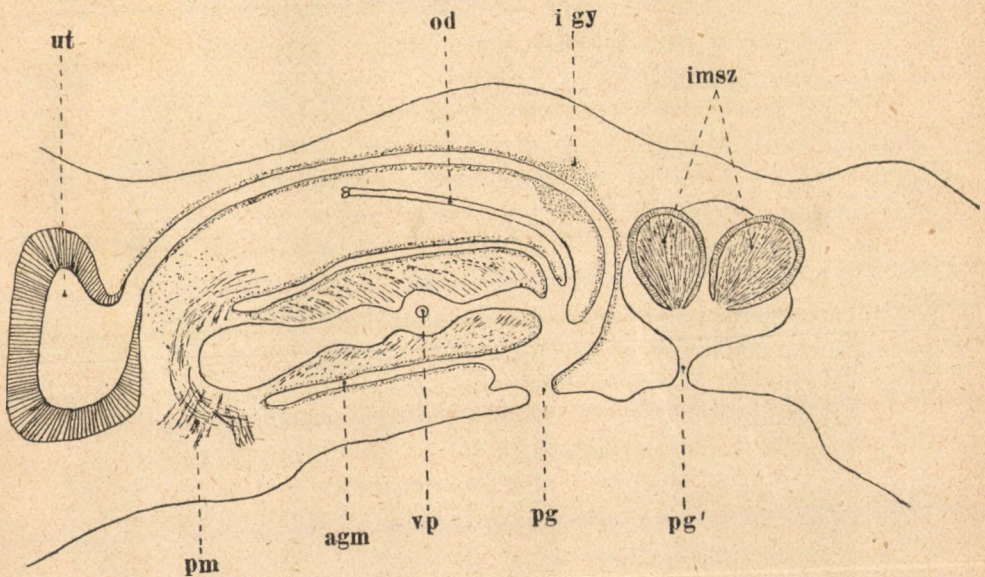
A Poprád folyó mentén Busócnál a Béla-patakban (594 m) a *Planaria alpina* és *gonocephala* együttesen fordul elő, azonban GyÖRFFY professzor szerint a planáriák itt nagyon ritkák, ellenben a Lublói-vár alatt (523 m) és Gnédzánál (540 m) annál gyakoribb a *Planaria gonocephala*.

GyÖRFFY professzor gyűjtésének legnevezetesebb eredménye az, hogy a Poprád folyó balpartján fekvő Alsó-Zúgó (559 m) mellett levő vízesésből a *Planaria gonocephala*-val együtt egy példányban a *Polycelis cornuta* került elő. A tömény formalinban rögzített állat teljesen el volt torzulva, miért is, hogy a fajt meghatározhassam, ketté vágtam s az APÁTHY-féle kettős paraffin-celloidin eljárással beágyazva metszetsorozatokat készítettem belőle. A fejeget frontálisan metszettem és ekkor kiderült, hogy a fejeveg elülső szélén szép sorjában ocellusok rendezkednek el (5. rajz, *oc*). Mivel azonban ennyi a faj megállapítására még nem elegendő, a féreg hátulsó feléből sagittalis metszetsorozatot készítettem, hogy a planáriák meghatározásánál oly fontos párosodószervek alkatát kideríthessem.

A *Polycelis cornuta* párosodó szerveit az jellemzi (6. rajz), hogy a szájnyílás mögött egy igazi és egy járulékos genitális porus van (*pg* és *pg*<sup>1</sup>), mely utóbbi tekintélyes táskába vezet és ebbe nyílik a két izmos mirigyszerv (imsz). Az *atrium genitale*



5. rajz. A *Polycelis cornuta* JOHNS. fejkéének frontális metszete. Tömény formalinnal rögzítve. *oc* = ocellusok. 95 ×.



6. rajz. A *Polycelis cornuta* JOHNS. párosodó szerveinek rekonstruált rajza. *agm* = atrium genitale masculinum, *pg* = ivarnyílás, *pg'* = járulékos ivarnyílás, *igy* = izomgyűrű, *imsz* = izmos mirigyszerv, *od* = petevezető, *pm* = penis-mirigyek, *ut* = uterus, *vp* = vas-deferens.

élesen két részre oszlik: *atrium genitale commune* és *atrium genitale masculinum* (agm), amelyet a himvessző teljesen kitölt. A párosodószerv széles kúphoz hasonlít és az ondóvezetők (vp) feltűnően hátratulódtak. A penis izomzata főleg körkörös izmokból áll; a hosszanti izmok kevésbé fejlettek. Egy vastag körkörös izomréteg közvetlenül a penis hámrétege alatt fekszik, a fal mélyebb rétegeiben pedig a körkörös rostok kisebb-nagyobb csoportokat alkotnak, amelyeket egymástól a penis-mirigyek (pm) kivezetőcsatornáit határolnak el. Az «uterus» (ut) zacskóalakú és kivezetője a penis fölött gyenge ívben hajolva az *atrium genitale* felé halad. A ventralis irányba való kanyarulatánál az izomzat (igy) erősen kifejlődött.

A sagittalis metszetek alapján rajzok segítségével rekonstruáltam a párosodószerveket és ekkor kitűnt, hogy valóban a *Polycelis cornuta*-val van dolgunk, mert a rekonstruált rajz (6. rajz) megegyezik BÖHMIG (2) vázlatos rajzával. A rögzítésre használt tömény formalinban göresös fájdalommal múlik ki az állat, miért is szervei kissé torzultak s az állat testvége a párosodó szervekkel együtt megnyúlt.

Ezek szerint tehát a *Polycelis cornuta* előfordul: a Szepes-Gömöri-Érchegységben, ahonnan ANDRASOVSKY ISTVÁN által gyűjtött példányok alapján MÉHELÝ (8) professzor vezette be a magyar fauna ismeretébe. Előfordul továbbá a Bükk-hegységben is, ahonnan MÉHELÝ professzor (7), DUDICH (6) és HANKÓ (4), a Mecsekben, ahonnan DUDICH (2) és MÉHELÝ (7) ismertette. Az Alsó-Zügórol származó *Polycelis cornuta* tehát kétségtelenné teszi, hogy e féregfaj a Szepesi-Magurától keletre, a Poprád folyó mentén is előfordul.

Mindezekből kitűnik, hogy a *Polycelis cornuta* hazánkban a magasabb hegyvidékeket elkerüli és csak a középhegységekben fordul elő. Alsó-Zügórol a *Polycelis cornuta* csak egy példányban került elő és így az állat elterjedéstani viszonyaihoz igen nehéz hozzászólni. Lehetséges, hogy a hegység geológiai eredete és közettani felépítése, esetleg a patak vízének kémiai minősége szabja meg az állat életfeltételeit. Természetes, hogy erre csak abban az esetben lehetne kimerítő választ adni, ha a viszonyokat ott a helyszínen tanulmányozhatnók.

A nagy területről származó anyagon végzett vizsgálatok eredménye mindenben igazolja MÉHELÝ (6) professzornak azt a megállapítását, hogy a Magas-Tátrában a *Polycelis cornuta* közbeékelődése nélkül csak a *Planaria alpina* és *gonocephala* fordul elő, azonban a Magas-Tátra masszívumától keletre, a Poprád mentén most a *Polycelis cornuta* is előkerült.

### Irodalom.

1. BÖHMIG L., Turbellaria (Die Süßwasserfauna Deutschlands). Jena, 1909. p. 174.
2. DUDICH E., Faunisztikai jegyzetek. Állattani Közlemények; XXII. köt. p. 39. 1925.
3. HANKÓ B., Adatok a magyarországi Planariák faunájának ismeretéhez; Állattani Közlemények IX. 1910. p. 184—186.
4. HANKÓ B., Beiträge zur Planarienfauna Ungarns; Zool. Anz. XXXVI., 1911., p. 136.—137.
5. HANKÓ-DUDICH, Über das Vorkommen von *Polycelis cornuta* (Johns) in Ungarn. Verh. d. Intern. Vereinig. f. Limnologie, Innsbruck, 1924., p. 324—331.
6. MÉHELÝ LAJOS, A planariák elterjedése a Magas-Tátrában és a Kőszegi-hegységben, Mathem. és Természettud. Értesítő XXXIV. k., 1918.
7. MÉHELÝ LAJOS, A Magyar Középhegység, jelesen a Bükk, a Bakony és a Mecsek planáriái. Mathem. és Természettud. Értesítő XLI., 1924. p. 160—168.
8. MÉHELÝ LAJOS, Új adatok a magyarországi féregfauna ismeretéhez, Mathem. és Természettud. Értesítő XLI. k., 1924.
9. MICOLETZKY H., Zur Kenntn. des Nerven- u. Excretionssystems einiger Süßwassertrieleden nebst and. Beitr. zur Anatomie von *Planaria alpina*; Zeitschr. f. wiss. Zool., LXXXVII., 1907., p. 382.
10. RÓTH S., A Magas-Tátra déli oldalának hajdani jégáraitól. Földt. Közl., XV. 1885. p. 9.
11. SONKLAR C., Reiseskizzen aus den Alpen u. Karpathen. 1857. p. 112.
12. STEINMANN P. u. BRESSLAU E., Die Strudelwürmer. (Monographien einheimischer Tiere), Leipzig. 1913.

---

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1926 március 22-én tartott üléséből.)

# BEITRÄGE ZUR PLANARIENFAUNA DER HOHEN-TÁTRA UND DEREN UMGEBUNG.

Von G. MÖDLINGER.

Im Monat Juli und August des verflossenen Jahres (1925) hat Professor St. GYÖRFFY auf dem südlichen Abhang der Hohen-Tátra, ferner in der Szepeser Magura und in der Tátra Planarien gesammelt. Das Material wurde mir zur Bearbeitung anvertraut, wobei sich folgende Resultate ergaben:

In der Hohen-Tátra lebt von einander gesondert *Planaria gonocephala* bei 790—920 m und *Planaria alpina* bei 750—2100 m Seehöhe; das Schwarze Wasser (bei Villa Lersch, 790 m) bevölkern sie gemeinsam. Die Temperatur schwankt zwischen +1 C° bis +9 C°. *Planaria alpina* kommt in den oberen Regionen des Gebietes vor, wo kältere Gebirgsbäche vorhanden sind. Dasselbe Verhalten beobachtete ich auch im Mátra-Gebirge, wo die betreffenden Arten in +3 bis 4 C° warmen Wasser leben. Die ökologischen Verhältnisse der Planarien in der Tátra weichen von denen der westlichen Länder Europas beträchtlich ab, da hier *Polycelis cornuta* fehlt und das Verbreitungsgebiet der *Planaria alpina* und *gonocephala* in einander übergeht. In der Tátra kommt nur *Planaria alpina* bei 480—770 m Seehöhe vor. Nun ist es von Wichtigkeit, dass *Polycelis cornuta* am linken Ufer des Poprád-Flusses bei Alsó-Zugó (559 m) entdeckt wurde. Diese Turbellarie fehlt in Ungarn allenthalben im Hochgebirge und bewohnt, wie auch der angegebene Fundort beweist, nur das Mittelgebirge.

Das untersuchte, von einem ausgedehnten Gebiet herstammende Material spricht abermals dafür, dass — wie bereits Prof. L. v. MÉHELY feststellte — in der Hohen-Tátra nur *Planaria alpina* und *gonocephala* vorkommt und *Polycelis cornuta* nur östlich vom Massiv der Hohen-Tátra angetroffen wird.

---

(Aus der Sitzung vom 22. 1926 März der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.)

## ADATOK KORZIKA FLÓRÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

Báró ANDREÁNSZKY GÁBOR-tól.

Livorno felől jövet 1925 május 6-án hajnalban szálltam Korzika partjára Bastiánál. A város, amely az olasz kisvárosok minden bélyegét magán viseli, a tengerparton elhúzódó csekély lapályra, egy, a tengerbe kiugró sziklafokra és a mögötte emelkedő hegyoldalra van építve. E hegyek már néhány kilométernyire a parttól 1000 méter fölé emelkedve, egy kevéssé tagolt hegyhátként húzódnak végig az egész szigeten s igen gyakran felhőkbe és ködökbe vannak burkolva.

Első utam a várostól dél felé vezetett. Messzire kőfalak határolták az utat, amelyeken a következő növényeket találtam: *Allium pendulinum* TEN., *Thelygonum cynocrambe* L. *Cotyledon umbilicus* L., *Thapsalmon saxatile* (L.) CASS.; lazított talajon kertek körül nőnek; *Allium roseum* L. var. *carneum* TARG. TOZZ., nagy, rózsaszín virágokból alkotott ernyővel és virágzati hagymácskákkal, *Fumaria capreolata* L., *Lepidium graminifolium* L., *Alyssum maritimum* (L.) LAMK., *Hirschfeldia incana* (L.) LOWE, *Raphanus raphanistrum* L., *Lathyrus ochrus* (L.) D. C., *Echium violaceum* L., *Borrago officinalis* L. és *Pterotheca nemausensis* (GOUAN) CASS.; útmelletti nedves árkokban; *Ranunculus muricatus* L. és *Oxalis cernua* THUNB., egy Dél-Afrikából behurcolt és teljesen meghonosodott növény nagy arany-sárga virágokkal.

A falak és kertek közül kikerülve, egy szikár kecskelegelőre értem, egy nagyobbára nyílt formációra, amely csak itt-ott van tüskés bokrokkal fedve. A nyílt helyeken állati táplálékra alkalmatlan növényeken kívül csak igen apró termetű növények élnek.

Itt tűnt fel először az *Asphodelus microcarpus* Viv. nagy egyed-száma, úgy, hogy itt vezérnövényként szerepel s a formációt róla lehetne elnevezni. Később azonban kitűnt, hogy ez a növény Korzikán úgyszólván az összes formáció alkotásában részt vesz, egészen az alhavasi tájakig. Ugyanez áll az itt nagy mennyiségben fellépő *Allium pendulinum* Ten.-ről, amely a mediterrán és submontán tájakon rendkívül elterjedt. E helyen mindkét növény már nagyobbrészt termésben volt. Ezt a formációt, amely itt-ott visszatér s amelynek jellegét az erős legeltetés szabja meg, kecskelegelő névvel kívánom megjelölni.

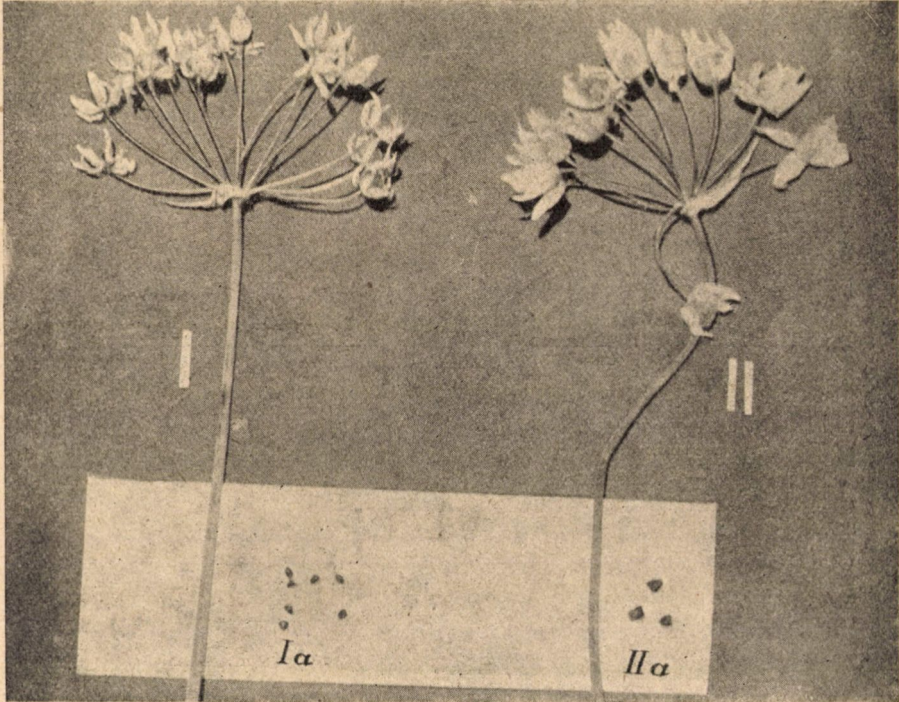
Állati táplálékul alkalmatlan növények itt még: *Ruta bracteosa* DC., *Euphorbia pinca* L. és *Cirsium polyanthemum* (L.) DC. Ezeken kívül a következő fajok igen apró példányai találhatóak: *Aira caryophyllaea* L., *Briza minor* L. *Festuca geniculata* (L.) W., *Luzula Forsteri* DC., *Trifolium stellatum* L. és *scabrum* L., *Lotus angustissimus* L., *Vicia lathyroides* L., *Plantago Bellardi* All. f. *pygmaea* (LAM.), *Valerianella puberula* (BERT.) DC. és *Reichardia picroides* (L.) ROTH. Az itt-ott fellépő bozótot alkotják: *Calycotome villosa* LINK, *Cistus monspeliensis* L. és *salvifolius* L., melyek közt néhány kényesebb lágyszárú növény, különösen pillangós, húzza meg magát: *Gladiolus segetum* KER-GAWL, *Lathyrus sphaericus* RETZ. és *cicera* L., *Vicia sativa* L.

Ettől a kecskelegelőtől a tenger melléki homokterületet egy sor *Eucalyptus globulus* LABILL. és *Agave* választja el. Mindkét növény az őshonosság benyomását kelti, valamint a köztük növekvő tuskés *Solanum mediterraneum* DUN. is, amelynek őshonossága még nincs tisztázva.

A tengerparti homokterület, amelyre itt leértem egy, a Golo folyó torkolata és a Biguglia-tó körül elterülő, aránylag nagyobb lapálnak legészakibb pontja, egy tipikus mediterrán tengerparti homokformáció. Itt leptett meg legelőször az, hogy Korzikán a vegetáció földrajzi fekvéséhez képest mennyire hátra van. A *Glaucium flavum* CRANTZ, melyet egy héttel későbbben a dél-francia tengerparton teljes virágban találtam, valamint az *Eryngium maritimum* L., itt még nem is bimbóztak; pár nap múlva különben a *Glaucium*-ot Ajacciónál bimbóban láttam. A gyepe-



sebb homokterület növényei: *Lagurus ovatus* L., *Ammophila arenaria* (L.) LK. VAR. *arundinacea* HUSNOT, *Avena barbata* BROU., *Medicago litoralis* ROHDE, *Vicia villosa* ROTH, f. *Godroni* (ROUY), sötét violaszín virágokkal, *Convolvulus soldanella* L. (bimbóban), *Plantago coronopus* L., *Urospermum Dalechampii*



1. ábra.

- I. *Allium subhirsutum* L., Ia, ennek magvai.  
 II. *Allium bastiense* species nova, IIa, ennek magvai.  
 $\frac{3}{4}$  term. nagyság.

(L.) F. W. SCHMIDT; míg a legsivárabb homokon a következő, mélyen gyökerező növények élnek: *Cyperus mucronatus* LABILL, *Scirpus holoschoenus* L., *Juncus maritimus* Lam., *Paronychia argentea* LAM. mint szétterült, ezüstfehér foltok, *Silene nicaensis* ALL., *Cakile maritima* SCOP., *Matthiola sinuata* (L.) R. BR., *Medicago marina* L.



Még aznap délután Bastiától északra San Martino di Lota hegyi falucska felé tettem egy kirándulást. Az út eleinte a tengerpart mellett vitt, majd emelkedni kezdett s egy gyéren macchiás területre értem, amelyet itt-ott a kultúra hódított meg, gyümölcsösök, kisebb burgonya- és lóbabföldek részére, a talaj nem mindenütt lévén túlságosan köves. A természetett *Vicia faba*-n igen gyakori a hatalmas *Orobanche crenata* FORSK. Cserjék itt: *Crataegus monogyna* JACQ., *Cistus salvifolius* L., *monspeliensis* L. és *corsicus* LOIS. (Az utóbbi egy *C. incanus* alak, azonban kiszélesedő levélkocsányai összenöttek az átellenes levelével és kissé felfújt hüvelyt alkotnak; a csésze hosszú-fehérszőrű; a *C. villusostól* abban különbözik, hogy fiatal hajtásai, kocsányai stb. mirigyszőrösök.) *Euphorbia characias* L., *Erica arborea* L., *Lavandula stoechas* L., valamint *Stachys glutinosa* L., egy tuskés féleserje, Korzika s a szomszédos szigetek endemizmusa.

A bokrok között és alatt egy dús lágyszárú növényzet él: *Tinea intacta* (Lk.) BOISS., *Serapias lingua* L., *Fumaria capreolata* L. subvar. *albiflora* BRIQ. és subvar. *speciosa* BRIQ., az első fehér, az utóbbi hiboresíkos virágokkal, *Lupinus hirsutus* L., *Ornithopus compressus* L., *Lotus edulis* L., *Lathyrus tenuifolius* DESF., *Erodium moschatum* (BURM.) L'HÉRIT, *Verbascum* sp., *Linaria Pelisseriana* (L.) MILL., *Plantago psyllium* L., *Crupina crupinastrum* (MORIS) VIS., *Chrysanthemum segetum* L. Ez a formáció, miután rajta mérsékelt legeltetés lehetséges, macchiás legelőnek nevezhető el.

Itt és különösen a következő formációban találtam meg az *Anemone appenniná*-t. egy kora tavaszi növényt, nagyrészt még virágzásban. Ennek virágzási ideje az Apennineken márc.-ápr., Sziciliában 800—1200 m. magasságban él és ez Korzikán a tengertől pár lépésnyire május 6-án még virágzik.

Amint az út elpártol a tengertől és San-Martino di Lota felé nyugatra s meredekebben a hegyek közé igyekszik, megváltozik a növényzet. A meredek, sziklás, köves talajt egy két-három méter magas, áthatolhatatlan bozót fedi, a tipikus korzikai macchia. Ez az egyéb mediterrán macchiától bujaságára, fajokban való gazdagságára és magasságára nézve elüt. Ennek alkotásában a következő cserjék vesznek részt: *Osyris alba* L.,



*Daphne gnidium* L., *Cytisus monspessulanus* L. és *triflorus* L'HÉRIT, és *scoparius* L. (ez utóbbi bimbóban), *Genista corsica* (LOIS.) DC. f. *divaricata* nova f., *Calycotome spinosa* (L.) Lk. és *villosa* (BOIR.) Lk., *Cistus salvifolius* L., *monspeliensis* L. és *corsicus* LOIS., *Arbutus unedo* L., *Erica arborea* L., *Olea oleas-*



2. ábra.

I. *Briza minor* L., II. *B. corsica* sp. n. f. *minor*, III. *B. corsica* f. *colorata* IV *B. maxima* L.

$\frac{3}{4}$  természetes nagyság.

*ter* HOFF. et LK., *Phyllirea angustifolia* L., *Fraxinus ormus* L., *Pistatia lentiscus* L., *Quercus ilex* L. és *Lavandula stoechas* L.

Ez egy rendkívül színpompás formáció, különösen ha hozzávesszük a bokrok tövében élő feltűnő virágú növényeket: *Pancreatium illyricum* L., *Orchis morio* L., *papilionacea* L. és *provinciális* BALB., *Tinea intacta* (LK.) BOISS., *Serapias vomeracea* (BURM.) BRIQ., és *lingua* L., *Helleborus triflorus* MILL., subsp. *corsicus* (W.) BRIQ., *Lathyrus chymenum* L., *tenuifolius*

DESF. és *sphaericus* RETZ, *Cyclamen vernale* MILL., *Centranthus calcytrapa* (L.) DUFR., *Carex distachia* DESF.

És mégis, ha tekintetbe vesszük, hogy e formáció Korzikán óriási területeket borít, követve bennünket fel 1200 m magasságig, palán, grániton, mészen keresztül, áthatolhatatlan sűrűjével s vakon végződő gyalogútjainak útvesztőjével elzárva utunkat, egy fárasztóan egyhangú benyomást tesz reánk.

San Martino di Lotáról még felkapaszkodtam egy a falutól keletre eső, kb. 500 m magas kloritpala-csúcsra. Ennek rendkívül köves talaja miatt gyérebb a bozótja s ennek főalkotója a *Rosmarinus officinalis* L. A csúcs maga Orchidaceæben és apró növényekben gazdag. Az előbb említett növényeken kívül találtam még: *Selaginella denticulata* (L.) SPRING, *Lamarkia aurea* (L.) MOENCH., *Arisarum vulgare* TARG. TOZZ., *Cerastium* sp., *Arabis verna* (L.) R. BR., *Helianthemum guttatum* (L.) MILL., *Sedum stellatum* L., *Anthyllis vulneraria* L. var. *illyrica* (G. BECK) BRIQ. (egy igen változékony alak, állandó tulajdonsága, hogy a kehely felső része és a virág csúcsa bíborszínű, az egész növény finom selyemszörű, mely a szárazon elálló), *Trifolium spumosum* L., *Ornithopus compressus* L., *Vicia lutea* L. és *disperma* DC., *Mercurialis annua* L., *Asterolinum linum stellatum* (L.) DUBY, *Bartschia latifolia* (L.) S. et S., *Kopsia nana* (NOË), *Plantago psyllium* L., *Bellardi* All. és ennek alakja *b. maxima* PASQ.

Másnap, május 7-én délelőtt Bastiától nyugatra, a Col de Teghime felé indultam, hol egy paratölgyerdő volt a térképen jelezve. A város felett a kőfalakról a gyönyörű *Convolvulus althaeoides* L. csüng alá, feljebb egy rakott kőfalon egy az *Allium subhirsutum* L.-hez közelálló alakot találtam sokkal nagyobb virágokkal, már elviritva, melyet *Allium bastiense* n. sp., név alatt dolgozatomban végén irok le. A kertek és szőlők közül kiérve, macchiás legelőkön halad át az út. Itt *Satureja graeca* L. és *Anthyllis Hermanniae* L. az érdekesebb növények, míg lazított talajon *Tragopogon porrifolius* L.-t, nedvesebb árkokban pedig *Oxalis cernua* Thunb.-t találtam. A paratölgyerdő öreg, görbe, terebélyes, derékon a parakéregtől megfosztott fákból áll s oly ritka, hogy az egész talajt sűrű *Cistus-macchia* borítja a követ-



kező egyéb növényekkel: *Pancreatium illyricum* L., *Smilax aspera* L., *Ophrys sphegodes* MILL., *Limodorum abortivum* (L.) Sw., *Cephalanthera longifolia* (L.) FRITSCH, *Helleborine latifolia* (L.)



3. ábra.

*Genista corsica* (Lois) DC., f. *divaricata* f. nova.

$\frac{1}{2}$  természetes nagyság.

DRUCE, *Aristolochia rotunda* L., *Daphne gnidium* L., *Polygala vulgaris* L., *Phyllirea angustifolia* L., f. *media* (L.) és a Cistuskon élősködő chlorophyll nélküli lathraeaserű *Cytinus hypocistis* L.

Délben utaztam Ajaccio felé. A vasút eleinte a sziget keleti partja közelében délnek halad, kecskelegelő és kőfalakkal körühatárolt kaszálók közt; itt-ott Eucalyptus-sorok, kisebb paratölgyerdők és néhol, leginkább házak körül, csekély burgonya- és articsókaföldek, legritkábban gabonatóblák. Rendkívül meglepett a földművelésnek csekély mértéke s ezt a szigeten mindenütt tapasztaltam. Ennek oka egyrészt a talajban, annak kövességében, másrészt a korzikai ember indolenciájában rejlik.

Casamozza után a vonat bekanyarodik a Golo folyó völgyébe, magas hegyek közé, amelyeket túlnyomóan macchiák borítanak, néhol gesztenyefák, olajfakertek, dió- és paratölgyültetvények szakítva meg egyhangúságukat. Egy hágót átlépve, a vasút leereszkedik Corte régi sziklavárosához. Jobbra a vadregényes Restonica-völgy végén látni a hóval takart Monte Rotondo 2625 m magas csúcsát.

Cortetől a vonat csodaszép vidéken, alagutakon és viaduktokon át kanyarog fel a Vizzavona-hágó felé. A gesztenyefák még teljesen lombtalanok, a természet alig ébred. Nagyobb fenyőerdőkön keresztül elérjük Vizzavonát, a 950 m magasságban fekvő gyönyörű üdülőhelyet, aznapi utam célját.

A helyet egy nagy erdő, a Forêt de Vizzavona veszi körül, néhol még érintetlenül, máshol állandó kitermelés alatt s miután utánpótlás sehol sem történik, az egész erdő halad biztos sorsa, a pusztulás felé. Az erdő úgyszólván tisztán *Pinus nigra* Arn.-ból áll; *Abies*, *Picea* sehol sem látható. Az *Ilex aquifolium* L. amely itt-ott 10—12 m magas kúpalakú fává nő, az erdő alkotásában csak alárendelt szerepet visz. A talaj itt a magas csúcsokkal egyetemben szürke gránit.

Még megérkezésem napján, május 7-én meglátogattam a Monte d'Oro oldalán aláomló vizesés környékét. Csak a koratavaszi növények virágoztak, így: *Helleborus trifolius* MILL. subsp. *corsicus* (W.) BRIQ., mely 1000 m-nél éppen virágozott, 1200 m felett akkor bujt ki a földből: *Asphodelus microcarpus* Viv. bimbóban, *Daphne laureola* L., *Erica arborea* L. Nem annyira erdős, szabadabb helyeken: *Carex caryophyllea* Latourette var. *insularis* (CHRIST) BRIQ., *Luzula campestris* (L.) DC. és *Forsteri* DC., *Allium triquetrum* L. virágban, *Teesdalea coronopifolia*



THELL., *Barbarea rupicola* MORIS, *Potentilla micrantha* RAMOND,  
*Trifolium subterraneum* L. f. *brachycladum* GIB. et BELLI (ez  
 az alak szerintem faj értékével bír) és *Viola collina* BESS. Hama-



4. ábra.

*Genista corsica* (Lois) DC., f. *adscendens* f. nova.

rosan egy igen kedves, Korzikán és a szomszédos szigeteken élő  
 endemizmusra akadtam: *Hyacinthus Pouzolziü* GAY. Ez a nö-  
 vény a mediterrán és submontán régiók szikár helyein is előfordul.  
 A lapályalagnak s ennek a montán, hygrophil alagnak virágzása

ideje körülbelül összeesik. A növény habitusa a két szélső helyen rendkívül elüt egymástól. A fenyvesekben erőteljesebb sokvirágú példányok találhatók, erősen megvastagodott gyökerekkel, míg a xerophilalak filigrán, gyérvirágú, keskeny levelein a föld színén kis hegymácskák képződnek. Ezek közt azonban úgy lelőhely, tengerszint feletti magasság, valamint habitus tekintetében annyi az átmenet, hogy még típusok felállítása is nehézségbe ütközik. Így BRIQUET-t (Prodrome d. l. Fl. Corse I. pp. 314—15) követve, formák felállításától el kell állanunk.

Május 8-án a Monte Renoso felé vettem utamat azzal a szándékkal, hogy egészen a hóig felmegyek. Amit ezen a hihetetlenül fárasztó kiránduláson találtam, igen kevés volt. A természet itt még csak alig-alig ébredezett.

Eleinte fenyveseken vitt keresztül a kezdetleges gyalogút, az előző napon gyűjtött növényekkel, de hamarosan ráakadtam egy kis *Crocus* elvirított példányaira. Feljebb a fenyves ritkább lesz és 1300 m magasságban alatta kezd jelentkezni a törpeboróka, valamint hófoltok is láthatók. Egyes sziklákon a Pinusok rendkívül görbe, hatalmasan terebélyes példányokban tűntek fel. 1400 m-nél a fenyőt kezdi felváltani a bükk, mely 1500 m táján összefüggő erdőt képez, melynek talaját akkor métermagas olvadó hó fedte. A bükkfa még teljesen a téli álmat aludta.

A bükkerdő felett e helyen közvetlenül a törpefák öve következik, tehát már körülbelül 1550 m magasságban, míg szemben a Monte d'Oro oldalán, ahogy innen megállapíthattam, a fenyő 1800 m felé is felmegy. A törpefák övét itt *Crocus corsicus* (GAY) Maw-formációnak is nevezhetjük, amely növény a hóval nem fedett területeket milliónyi kis tarka virágaival lepte be. E növénynél a helyszínén két típust lehetett megkülönböztetni; az egyik alacsonyabb, keskenyebb lepellevelű, a másik magasabb széles, lekerekített lepellevellel. Rendszertani alakok felállítására kevés adat van kezeim között. Ezenkívül virágoztak: *Gagea bohemica* ROEM. et Sch. var. *corsica* (JORD.) ROUY, és *fistulosa* KER-GAWL., *Corydalis pumila* (HOST) RCHB., *Thlaspi brevistylum* (DC.) JORD. (endemizmus). A törpefák szövetkezetét a következő, akkor még lombtalan cserjék alkották: *Juniperus nana* W., *Alnus suaveolens* REQ., *Berberis aetnensis* R. et S. *Pinus mon-*

*tana* MILL.-t seholsem láttam. A továbbhaladás a Monte Renoso felé a Pta dell'Oriente csúcsot fedő összefüggő magas hóréteg miatt lehetetlen, de hiábavaló is lett volna s így egy más úton visszafelé igyekeztem. A fenyőerdőbe érve *Saxifraga rotundifolia* L.-t *Anthoxanthum odoratum* L.-t és *Vicia lathyroides* L.-t találtam. Tattone felett Vizzavonától délre, körülbelül 1100 m magasságban *Cistus*-macchiák közé értem, melyek akkor még lombtalanok voltak, alattuk *Helleborus trifolius* MILL. subsp. *corsicus* (W.) BRIQ., *Asphodelus microcarpus* VIV. és *Cyclamen vernale* MILL. (középső bimbóban, másik kettő virágban) tűntek fel, majd ismét *Hyacinthus Pouzolzii* GAY. egy kevésbé tipikus montánalakban. Lejjebb 900 m magasságban, fenyőerdőben *Tinea intacta* (Lk.) BOISS. és *Mercurialis perennis* kerültek előm. A *Cyclamen vernale* MILL. 1200 m magasságig úgyszólván mindenütt igen gyakori.

Vizzavonáról az út Ajaccio felé körülbelül olyan, mint Bastia felől. A fenyvest gesztenyefák, lejjebb olajfaligetek, illetőleg gyakran macchiák váltják fel, míg néhol merész sziklák kopáran meredeznek az égnek.

Az ajacciói tengeröböl hozótos s néhol *Pinus pinaster* hatalmas példányaival díszített domboktól körülvéve, a parton hosszan elterülő kikötővárossal, a város tereit és sétányait szegélyező pálmákkal s hátul hótakarta hegyekkel tökéletes mediterrán képet nyújt.

Másnap, május 9-én Ajaccióról kiindulva a Monte Salario oldalán elhaladva, a Pta Pozzo di Borgo 730 m magas csúcsa felé igyekeztem. A ruderalis területeket elhagyva, ahol viszont láttam a bastiai ilyenmű növényeket, egy macchiás legelőre értem, melynek legjellemzőbb növénye az *Allium pendulinum* TEN. Cserjék leginkább a három *Cistus*, *Cytisus triflorus* L'HÉR., *Calycotome villosa* Lk. és cserjenemű *Quercus suber* L. A dús mediterrán lágyszárú növényzet a következőkből áll: *Asplenium adiantum nigrum* L., *Gymnogramme leptophylla* (L.) DESV., *Aira caryophyllea* L., *Melica latifolia* Coss., *Festuca myuros* L., *Allium subhirsutum* L. (virágzásban), *Ruscus aculeatus* L., *Orchis papilionacea* L., *Rumex bucephalophorus* L., *Silene gallica* L., *Tunica velutina* (Guss.) F. et M., *Helianthemum Vivianii*



POLL., *Lupinus linifolius* ROTH., *Trifolium subterraneum* L. var. *longipes* GAY., *Lathyrus angulatus* L., *Oxalis corniculata* L., *Erythraea maritima* L., *Digitalis tomentosa* HOFF. et Lk. (a D. purpureától eltér nagyobb termete, leveleinek erős hamvassága s fonákán fehér-gyapjassága és a virág világosabb színe által; Korzikán úgylátszik, csak ez a D. honos), *Linaria Pelisseriana* (L.) MILL., *Orobanche minor* SUTTON, *Plantago Bellardi* All. f. *maxima* PASQ., *Centranthus calcytrapa* DUF. és *Reichardia picroides* (L.) ROTH. Ugyancsak e formációban, a Monte Salarío északkeleti lejtőjén, a S. Antonióhoz vezető út közelében talál-  
tam a *Briza minor* L. és *maxima* L. példányai közt egy nagy-  
ságra körülbelül e két faj közé eső új alakot, melyet *Briza cor-  
sica* sp. nova névvel kívánok megjelölni, valamint a *Hyacinthus  
Pouzolzü* GAY. xerophil alakját.

Az útmenti nedves árkokban s az északra fekvő völgy ned-  
vesebb helyein élnek: *Cyperus longus* L., *Scirpus cernuus* VAHL.,  
*Juncus bufonius* L., *Montia rivularis* GMEL., *Polycarpon tetra-  
phyllum* L., *Ranunculus ophioglossifolius* VILL., *Lathyrus aphaca*  
L. *Bartschia latifolia* (L.) S. et S. (e két utóbbi szikár helyeken  
is található) és *Stachys arvensis* L.

A Maison de Lisa körüli forrásos helyeken: *Vicia lutea* L.,  
*Scrophularia peregrina* L. és *trifoliata* L. (endemikus), néhány  
hatalmas *Digitalis tomentosa* HOFF. et Lk. és *Rhagadiolus edulis*  
GAERTN.

Maga a Pta de Lisa—Pta de Pozzo di Borgo gerinc és az  
északi oldal macchiás legelőkből áll. Néhol forrásos, ingoványos  
helyek elütő vegetációt rejtenek: elvirágozott *Narcissus* sp. a cupu-  
laris csoportból, *Ranunculus velutinus* TEN., *Roripa nasturtium  
aquaticum* (L.) SCHINZ et THELL. A Pozzo di Borgo csúcs és az  
egész hegyhát déli és délkeleti lejtője embermagasságú növény-  
zettel vannak fedve. Ahol a Cistus-macchiák megszakadnak, ott  
már messziről más színű foltok tűnnek fel. A kék foltok vezér-  
növénye *Lupinus linifolius* ROTH., vagy *Rosmarinus officinalis*  
L.; sárga foltok alkotója csaknem kizárólagosan *Cytisus triflo-  
rus* L'HÉR.; az *Asphodelus microcarpus* Viv. alkotta mezők fehér-  
resek, az élénk zöld foltok vezérnövénye *Pteridium aquilinum*  
(L.) KUHN. Ezeket a foltokat sötétzöld, feketés kerettel veszik körül

az itt teljes bujaságukban fellépő áthatolhatatlan *Cistus-macchiák*. A csúcs alatt egy nagyobb ültetett *Acacia*-erdő és ritka *Pinus pinaster* Soland.-ligetek is tarkítják a képet. Az említetteken kívül igen gyakori az *Erica arborea* L. hatalmas ezüstös rózsaszínű bugáival, *Orchis papilionacea* L., *morio* L. és ezek hibridjei, *Trifolium laevigatum* POIR., *Lathyrus clymenum* L. és igen sok, az előbbi formációkban már felemlített növény kisebb-nagyobb mennyiségben. Castelluccio felett egy három méter magas szederindákkal és mindenféle tüskés bokrokkal összefont teljesen áthatolhatatlan bozót fedi a hegyoldalt. Az ember ötven lépésnyire látja az *Eucalyptus* sort, ahol közlekedési utat sejt és mégis órák kellenek amíg teljesen összetépve, odáig elvergődik. Ha egy ilyen bozótba beleveszi magát egy körözött bandita, úgy nincs rá mód kézrekeríteni őt.

Május 10-én Pianára indultam. Az út először a Gravone síkján visz Platanusokkal beültetett országúton, majd felemelkedik a Col de Listincone és Col de S. Sebastiano hágókra. Itt a kevés búzavetésen kívül macchiák és különösen nagy terjedelmű kecskelegelők borítják a vidéket. Ezeken tűnt fel a *Ferula nodiflora* L. hatalmas alakja. Calcatoggio körül néhány olajfaliget és szőlőkert húzódik meg. A szőlőt e vidéken úgy metszik, mint nálunk. Innen az út valamivel üdőbb tájon lekanyarodik a tengerhez, melynek homokos partján Sagone mellett a következő növényeket gyűjtöttem: *Corrigiola telephiiifolia* POURR., *Paronychia argentea* LAM., *Silene sericea* ALL., *Matthiola sinuata* (L.) R. Br., *Malcolmia ramosissima* (DESF.) THELL. *Linum gallicum* L., *Trifolium Cherleri* L. *Hedypnois cretica* W.

Innen az út eleinte a tengerpart nagyobbbrészt kopár szikláiin halad, majd a Chioni patak üde, macchiás völgyében ismét emelkedve és a Col de la Croix-n áthaladva, eléri Pianát.

Itt megérkezésemkor hatalmas zápor fogadott s így csak késve juthattam el az innen csak pár kilométernyire levő világhírű piros gránitsziklák, a Calanche di Piana közé. E sziklák rendkívül merészek, a tengerből meredeken emelkednek ki s egész 1300 m magasra nyúlnak fel. Repedéseikben egy igen érdekes flórát rejtegetnek. Cserjék: *Cistusok*, *Genista Lobelii* DC. és *corsica* (Lois.) DC. f. *adscendens* nova f., *Euphorbia dendroides* L.

és *Stachys glutinosa* L. Lágyszárúak: *Cheilanthes fragrans* (L.) W. et B. b. *Tinei* TOD., *Melica latifolia* Coss. *Hyacinthus Poulzoi* GAY., *Tinea intacta* (Lk.) BOISS., *Arenaria balearica* L., *Asterolinum linum stellatum* (L.) DUBY., *Jasione montana* L. és *Hypochaeris glabra* L. f. *minutissima* D. NTRS., valamint a legrejtettebb helyeken a *Leucojum longifolium* F. GAY. a sziget egyik legszebb endemizmusa.

Tovább Porto felé, már kevésbé sziklás és több termőtalajjal rendelkező területen egy *Pinus pinaster* Soland. erdő maradványai látszanak ritkás ligettként. Ennek talaját aljafás növényzet, különösen: *Juniperus oxycedrus* L., *Quercus coccifera* L. (BRIQUET szerint l. c. I. pp. 411—12. Korzika szigetén e faj nem fordul elő), *Cytisus monspessulanus* L. és *Erica stricta* DONN. takarják.

Mikor Piana faluhoz visszaértem, a nap a tenger felé hajlott és sugarait a piros sziklákra vetette. A körülbelül 450 m magas nézőpontról lábam alatt a csipkézett partú sötét-azurkék tenger látszott, a nyugat-északnyugat felé lenyugvó nappal, északkelet felé a tűzpiros sziklacsúcsok, repedéseikben zöld cserjékkel, mögöttük pedig a fölénk emelkedő Capo Tafonato és Monte Cinto (2710 m) hófedte csúcsai. Majd ködök emelkedtek fel a tenger felől s míg a nap a tenger fölött tisztán ragyogott, e ködök nedves átlátszó, fehér lepellel vonták be a sziklákat. még tündéribbé téve a látványt. Lassan azután lebukott a nap, sűrűbbé vált a köd s az egész látvány elenyészett a hűvös alkonyatban. Május 10-én Korzikán, a Földközi-tenger közepén, ahol az ember ugyanoly meleg éjszakát vár, mint amilyen a nappal volt, mindenki dideregve fázott.

És ekkor megérteni véltem Korzika flóráját. Mintha ezek a ködös, hűvös éjszakák indokolnák montán elemeknek már a tenger közelében való előfordulását, az egész sziget flórájának egyöntetűségét és a vegetációnak határozott késését. Ugyanaz a macchia Bastiánál, mint Tattone felett 1100 m magasságban. *Asphodelus*-mezők a tenger mellett és Vizzavona felett alhavasi régiókban; *Anemone apennina* a tenger mellett május 6-án virágzásban. Így valószínű, hogy a *Leucojum longifolium*, mint montán növény, e sziklák között már a tengerpart közelében is

előfordul s az is, hogy a *Hyacinthus Pouzolzii* ősalakja montán növény és mégis elterjedhetett s fennmaradhatott az egész sziget területén.

E klímának okozója az, hogy az aránylag nem nagy sziget (mintegy 8000 km<sup>2</sup>) belső medencével egyáltalában nem rendelkezik, amely medence a napsütés következtében erősen felmelegedve, szárazságot tudna előidézni; ezzel ellentétben a sziget belsején egy hatalmas égbenyúló hegyhát vonul végig, ahol a tenger fölött úszó párák megsűrűsödnek, ködökké, felhökké s végül csapadékká alakulnak. Olyan helyek is, mint pl. Ajaccio környéke, ahol az esőt alig ismerik, portól alig szenvednek, mivel a levegő eléggé páratelt. Ezt oly módon is tapasztaltam, hogy gyűjtött növényeim rendkívül nehezen száradtak. Mialatt Pianán esett, Ajaccióban a nap süttött és mikor visszaértem, az autó port alig vert fel.

Ezért van az is, hogy Korzika flórájának flóraidékekre való tagosítása eddig nem sikerült. Itt t. i. elsősorban a talajnak van befolyása a növényzet kifejlődésére, a klíma egyöntetű lévén, változásokat vidékenkint nem igen hoz létre. Kell azonban, hogy a sziget végnyúlványain, mint Sartenétől délre, Bonifacio vidékén, és egyéb, a tengerbe messzebbre kiugró félszigeteken és apróbb szigeteken úgy a klíma általában szárazabb legyen, valamint a flórában is visszalépjenek a montán alakok, helyet adva xerophyta típusoknak. Ennek köszönhető az is, hogy igen sok faj Korzikában ez utóbb említett helyekre szorítkozik s ezek közt igen sok az endemizmus. Ez eltérések bővebb tanulmányozása kell, hogy újabb kutatások célja legyen.

Május 11-én még meglátogattam a Gravone torkolatának vidékét Ajaccio mellett. A tengerpart itt két emeletre tagolódik. Az alsó a tengerparti és folyó-torkolati finom homok; itt leginkább a Biguglia síkon és Sagone mellett gyűjtött növények tűntek fel, különösen: *Cyperus longus* L., *Scirpus pungens* VAHL., *Juncus maritimus* LAM., *Polygonum maritimum* L., *Spergula arvensis* L., *Callitriche palustris* L., *Cakile maritima* L. és *Bunias erucago* L. A felső emelet egy terraszszerűen elhatárolt, köves magaspart, ahol egy méter magas Cistus- és Thymelaea hirsuta (L.) Endl.-macchiák lepik el a teret; köztük leginkább

*Hypericum australe* TEN. és *Bartschia trixago* L. terem. Sziklás partokon gyakori a behurcolt, hatalmas rózsaszín virágokkal bíró *Mesembryanthemum acinaciforme* L.

*Briza corsica* nov. sp. Annua, erecta vel adscendens, 1·5—3·5 dm alta. Folia linear-lanceolata (6—8 mm longa), superne subscabra subtus scabra. Panicula 4—7 deltoideo-ovatis spiculis, 5—10 floris, suberectis, Glumis ovatis *f. i. minor*, foliis brevioribus latioribusque, spiculis minoribus, 6—8 mm longis, 5—6 mm latis; glumis paleisque plus minus decoloratis.

*f. 2. colorata* foliis longioribus angustioribusque, spiculis majoribus, subnutantibus, 8—10 mm longis, 8—9 mm latis; glumis paleisque inferioribus purpureo-brunneis marginibus decoloratis.

*F. minor* ad *Brizam* minorem, — *f. colorata* ad *Brizam* maximam vergens.

Habitat in locis apricis in monte Salario supra oppidum Ajaccio.

In societate: *Briza maxima*, *Briza minor*, *Hyacinthus Pouzolzii*, *Silene gallica*, *Trinia velutina*, *Helianthe mum Viviani*, *Erythraea maritima*, Forsan hybrida inter *Brizam maximam* et *Brizam minorem*.

*Allium bastiense* n. spec. Bulbo globoso, tunica interna decolorata, externa grisea; scapo tereti, 2—3 dm alto, subrigido; foliis linearibus, planis, marginibus denticulatis, in exemplaribus lectis maturis, glabris; umbella capsulifera convexa, 8—10 flora, pedunculis 2—3 cm longis, subconniventibus, subrigidis, haud mucronatis; floribus magnis, perigoniis 1—1·2 cm longis membranaceis, albis; filamentis basi dilatatis, edentulis; capsulis magnis, compresso-ovatis; seminibus 2—3 mm latis, nigris.

Habitu *Allii subhirsuti* L. sed differt floribus, capsulis seminibusque majoribus et foliis denticulatis.

Habitat in insula Corsica prope Bastiam. Legi 9 m. Maio fructu maturo.

*Genista corsica* De. Fl. Fr. VI, 1815, p. 548.

1. *f. adscendens* (= ? *G. corsica*  $\beta$  *pubescens* De.). Rami adscendentes, robusti, juveniles cinereo vel viride pubescentes, pinosissimi, spinis robustis, rectis; foliis parvis, 1 cm longis,

pubescentibus, oblongo lanceolatis vel ovalibus; floribus bibracteolatis, bracteolis lanceolatis, adpressis. Carina vexillumque subaequantes. Floribus aurantiaco-luteis.

Habitat in insula Corsica ad Pianam versus Porto.

2. *f. divaricata*. Rami patentissimi, filiformes, spinosissimi, spinis longioribus subtilioribusque, ramosis, curvatis; foliis longioribus (1—2 cm), lineari-lanceolatis, vel lineari spathulatis, emarginatis; ramulis juvenilibus, foliis calicibusque subpubescentibus. Bracteis filiformibus, plus minus patentibus.

Habitat in insula Corsica prope Bastiam, St. Martin di Lote.

Május 12-én hagytam el Korzika szigetét. A hajó kikerülve az Ajacciói-öbölből, egyenesen Marseille irányában vágott neki a hullámoknak. A sziget magasabb hegyei pár óráig még látszóttak; mikor ezek eltűntek, Korzika irányában egy felhőcsoportot lehetett megkülönböztetni az egyébként teljesen derült látóhatáron.

A Korzikán gyűjtött s itt felsorolt 220 edényes növényfaj a Budapesti Növényrendszertani és Növényföldrajzi Intézet gyűjteményében van és annak tulajdonát képezi.

E helyen is köszönetet kell mondanom dr. Tuzson János egyet. nyilv. r. tanár úr Öméltóságának, hogy nemcsak az anyag feldolgozásához szükséges minden eszközt rendelkezésemre bocsátott, hanem felvilágosításaival és útmutatásával állandóan támogatott.

A dolgozatnál elsősorban használt művek a következők:

BRIQUET: Prodrome de la Flore Corse I. (1910.), II. 1. (1913.)

BRIQUET: Spicilegium corsicum, ou Cat. des plantes réc. en Corse par M. Emile Burnat en 1904. (1905.)

FIORI e PAOLETTI: Flora analitica d'Italia. I., II., III., IV.

MORIS: Flora sardoa.

ROUY-FOUCAUD: Flore de France. I—XIII.

## ADDITIONS A LA CONNAISSANCE DE LA FLORE CORSE.

Par le Baron ANDREÁNSZKY GÁBOR.

Du 6 à 12 mai 1925 j'ai fait un voyage phytogéographique en Corse.

Arrivé à Bastia le matin du 6 mai je visitais la plaine en sud de la ville et les sables maritimes à côté du lac de Biguglia. Les plantes caractéristiques aux sables maritimes de la Méditerranée ne fleurissaient pas encore et ainsi je remarquais qu'en mai la végétation de l'île est en retard en comparaison de la côte Tyrrhénienne.

L'après-midi je montais vers S. Martino di Lota, un petit village, entouré de montagnes. Partout les collines et les vallées sont couvertes d'épais maquis, hauts de 2—3 mètres. Les broussailles se composent d'espèces de *Cistus*, *Cytisus*, *Quercus*, *Erica arborea*, *Phyllirea* et d'autres. Aussi la flore annuelle est très variée. Ici se rencontre la très épineuse *Genista corsica* (Lois) DC, que je nomme *f. divaricata*.

Le 7 mai j'allai vers le col de Teghime, à l'ouest de Bastia. Sur les murs près de la route je trouvai une sorte d'ail, déjà en fruits, avec l'habitus de *Allium subhirsutum*, mais de fleurs et graines beaucoup plus grandes et de l'floraison plus précoce. L'*Allium subhirsutum* je le retrouvai deux jours plus tard, près d'Ajaccio, en fleurs. Le nom de l'espèce nouvelle est *Allium bastiense*.

Le même jour je partis pour Vizzavona par chemin de fer. En Corse il n'y a que très peu de terres cultivées. Les pentes des montagnes sont rocheuses, ou couvertes de broussailles,

nommées «macchia» par les corses. Vizzavona se trouve même entouré d'une grande forêt, la forêt de Vizzavona, composée entièrement de *Pinus nigra* Arn. Le sol y est granitique. Dans ces forêts se trouve *Hyacinthus Pouzolzii* Gay dans une forme très hygrophile. Le lendemain je montais le Monte Renoso jusqu'aux neiges fondantes, c'est-à-dire 1600 m d'hauteur. Là je trouvai deux espèces endémiques de la Corse, *Crocus corsicus* (Gay) Maw et *Thlaspi brevistylum* (DC.) Yord. Le *Helleborus trifolius* Mill. subsp. *corsicus* (W) Briq, que j'avais trouvé aussi près de S. Martino di Lota, est très abondant ici, et d'autre part, l'*Asphodelus microcarpus* Viv s'étend de la région littorale jusqu'à la région subalpine dans toutes les formations. Le soir du 8 mai j'arrivais à Ajaccio.

Le lendemain parti d'Ajaccio je me dirigeais par le Mont Salario vers le Pta de Pozzo di Borgo. Au versant est du Salario je retrouvai le *Hyacinthus Pouzolzii* Gay en une forme xérophile et parmi la *Briza maxima* L. et *minor* L. une forme moyenne, peut-être leur bâtards, que je nomme comme espèce nouvelle, *Briza corsica*. Les pentes du Pozzo di Borgo sont couvertes de maquis entièrement impraticable aux marcheurs.

Le 10 mai je passai par la poste à Piana à la côte ouest de l'île, dans un site magnifique. 2 km au-delà sont les «Calanche di Piana», roches granitiques rouges. Dans les fissures de ces roches vit une espèce endémique dans la Corse, *Leucojum longifolium* F. Gay, et une autre forme de la *Genista corsica* (Lois) DC. f. *adscendens* n. f.

Le soir à Piana était froid et humide, des brouillards montaient de la mer et couvraient les roches rouges, et alors je compris que ces nuits de mai fraîches causent le retard de la végétation, et je vis pourquoi les formes montanes se trouvent près de la mer et pourquoi la flore de l'île entière est uniforme.

Retourné le 11 mai à Ajaccio je visitai encore les bouches de la Gravone et repartis le lendemain pour le continent.

---

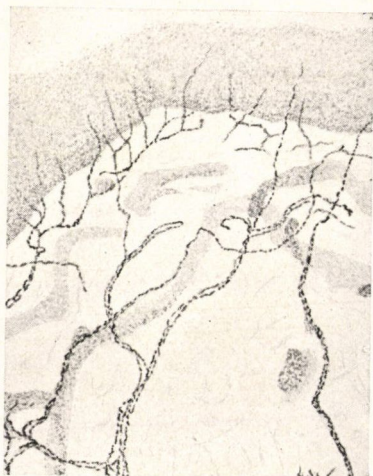
(Lu en séance du 3. mai 1926 de la 3<sup>e</sup> classe de l'Académie des Sciences Hongroise.)



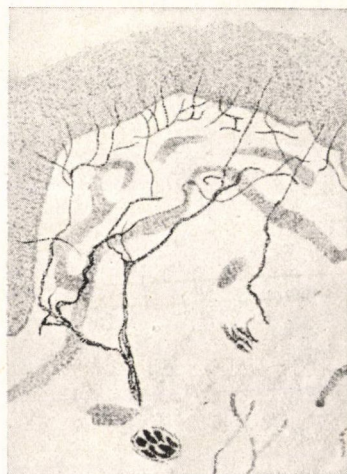




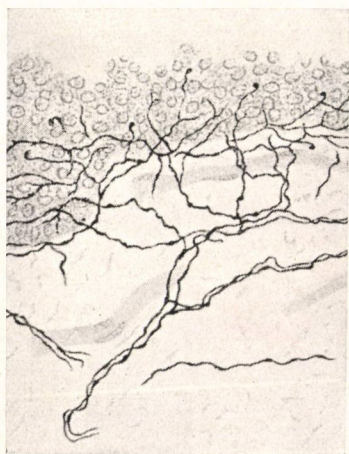
Ábrahám Ambrus:  
A gyíkok bőrének idegvégződései.



1.



2.



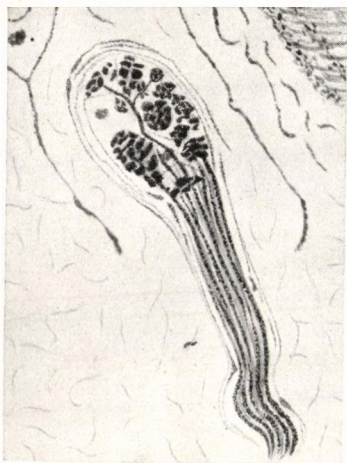
3.



4.



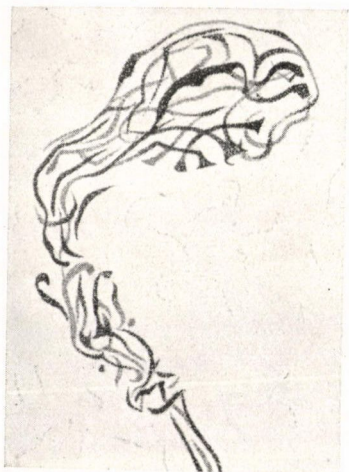
Ábrahám Ambrus:  
A gyíkok bőrének idegvégződései.



5.



6.



7.



8.

