

Voorschriften voor het ontwerpen
van Rijkswegen

I N D E L I N G .

- 1 **Algemeen.**
- 1.1 Inleiding en indeling wegen.
- 1.2 Ontwerp-snelheden.
- 2 **Tracé en lengteprofiel.**
- 2.1 Elementen tracé en lengteprofiel.
- 2.2 Horizontaal alignement.
- 2.3 Verticaal alignement.
- 2.4 Verkanting.
- 2.5 Onderzoek belijning.
- 3 **Dwarsprofiel.**
- 3.1 Dwarsprofiel autosnelwegen.
- 3.2 Bermen en belopen.
- 3.3 Dwarsprofiel op en onder viaducten.

VOORSCHRIFTEN VOOR HET ONTWERPEN VAN RIJKSWEGEN.

1. ALGEMEEN.

1.1 Inleiding en indeling wegen.

- 1.11 Met het oog op de wenselijkheid om tot meer uniformiteit te geraken bij het ontwerpen van rijkswegen, zulks in verband met de nieuwe inzichten ten aanzien van lengte- en dwarsprofiel, belijning en het eventuele gebruik van computers, zijn, mede gelet op de normen welke in het buitenland gelden, de volgende voorschriften opgesteld.
- 1.12 Hoewel deze voorschriften in de eerste plaats zijn bedoeld voor het ontwerpen van autosnelwegen, kunnen zij uiteraard ook worden gehanteerd voor de stadsautosnelwegen, de autowegen en overige wegen, al zullen de daarvoor aan te nemen ontwerp-snelheden en de daarmee samenhangende voorwaarden voor wat betreft uitzichtlengte e.d. lager kunnen worden gesteld.
- 1.13 De wegen worden ingedeeld in de volgende categorieën:
Autoweg. Een weg waarvan de hoofdrijbaan of hoofdrijbanen uitsluitend toegankelijk is voor motorvoertuigen, die een grotere snelheid dan 40 km per uur kunnen en mogen bereiken en waarop in het algemeen geen particuliere uitwegen voorkomen.

Autosnelweg. Een autoweg met gescheiden rijbanen, die elk bestaan uit ten minste twee rijstroken en in principe een doorgaande vluchtstrook, met ongelijkvloerse kruisingen, met een beperkt aantal aansluitingen en waarop geen particuliere uitwegen voorkomen.

Stadsautosnelweg. Een autosnelweg met een groter aantal aansluitingen en lager te stellen eisen aan het vereiste afwikkelingsniveau^{*)}, dus met een lagere ontwerpsnelheid en grotere ontwerpintensiteit.

Verbindingswegen bij (stads)auto(snel)wegen.

Overige wegen.

*) Afwikkelingsniveau = level of service, zoals gedefinieerd in Highway Capacity Manual 1965.

1.2 Ontwerp-snelheden.

- 1.21 De ontwerp-snelheid is bepalend voor de te kiezen tracé-ringsgrootheden en is tevens de snelheid, die zonder rijtechnische bezwaren door de weggebruiker veilig kan worden aangehouden.
- 1.22 De ontwerp-snelheid is voor:
- a. een autosnelweg: 120 km/h;
 - b. een stadsautosnelweg: 90 km/h;
 - c. een autoweg: ten minste 90 km/h;
 - d. verbindingswegen: afhankelijk van de te scheppen situaties, welke nader zullen worden toegelicht bij het voorschrift kruispunten;
 - e. overige wegen: afhankelijk van de aard van de weg.

2. TRACÉ EN LENGTEPROFIEL.

2.1 Elementen tracé en lengteprofiel.

- 2.11 De geometrische vorm van een wegtracé is een aan het omringende terrein zo goed mogelijk aangepaste ruimtekromme. Deze wordt in twee projecties - het horizontale en verticale alignement - voorgesteld.
- 2.12 De geometrische elementen in het horizontale alignement zijn de rechte, de cirkelboog en de overgangsboog en in het verticale alignement de rechte en de cirkelboog, in de praktijk benaderd door de parabool.
- 2.13 De toe te laten maximum- en minimumwaarden van stralen, parameters, hellingen en zichtlengten worden door de hiernavolgende voorschriften en richtlijnen vastgesteld.
- 2.14 Horizontaal en verticaal alignement moeten in verband met elkaar worden vastgesteld. Kunstwerken worden hieraan zoveel mogelijk aangepast.
- 2.15 De weg moet zo worden geprojecteerd, dat de weggebruiker uit het zichtbaar voor hem liggende gedeelte het verdere verloop kan concluderen; plotselinge of sterke veranderingen mogen niet voorkomen. Een juiste belijning wordt bereikt door harmonische verhoudingen van de afmetingen tot elkaar.

2.2 Horizontaal alignement.

2.21 De rechte.

De rechte lijn dient als wegelement zo min mogelijk te worden gebruikt. Hij is ten hoogste geschikt voor een vlak gebied zonder hindernis, waarbij bij voorkeur een lengte van 4 km niet mag worden overschreden.

2.22 Cirkelboog.

2.221 In de hiernavolgende tabel zijn voor de verschillende ontwerp-snelheden de absolute minimum-stralen gegeven, bepaald uit de formule:

$$R = \frac{V_o^2}{3,6^2(i + fz)g}$$

Hierin is R = straal van horizontale boog;

V_o = ontwerp-snelheid in km/h;

g = 9,81 m/sec²;

i = verkanting;

fz = zijdelingse wrijvingsweerstand.

Tabel van ontwerp-grootheden

	Ontwerp-snelheid	V_o	km/h	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	90	100	110	120
1.	Minimale horizontale straal	$R_{h_{min}}$	m	35	50	65	85	110	135	160	190	220	260	300	350	450	600	750	900
2.	Bijbehorende maximale verkanting	i_{max}	%	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4,8	4,6	4,4	4,2	4,1
3.	Minimale parameter (rijtechnisch)	A_{min}	m	25	30	40	45	55	65	70	80	90	100	120	125	150	170	200	225
4.	Minimale en maximale parameter (optisch)	A_{min}	m	15	20	25	30	40	45	55	65	75	90	100	120	150	200	250	300
		A_{max}	m	35	50	65	80	110	130	160	190	220	260	300	350	450	600	750	900
5.	Minimale parameter (i.v.m. overgang verkanting)	A_{min}	m	zie 2,236 onder c															
6.	Minimale verticale straal in bovenafronding	R_b	m	95	135	185	240	310	375	550	800	1000	1500	2000	3000	4500	7000	10000	15000
7.	Minimale verticale straal onderafronding (rijtechnisch)	R_o	m	95	135	185	240	310	375	460	550	650	750	850	1000	1250	1500	1850	2200

2.222 De maximale waarden van de verkanting i en de van V_0 afhankelijke zijdelingse wrijvingscoëfficiënt f_z zijn in de grafiek (figuur 1) weergegeven.

Ontwerpsnelheid-verkanting-zijdelingse wrijving

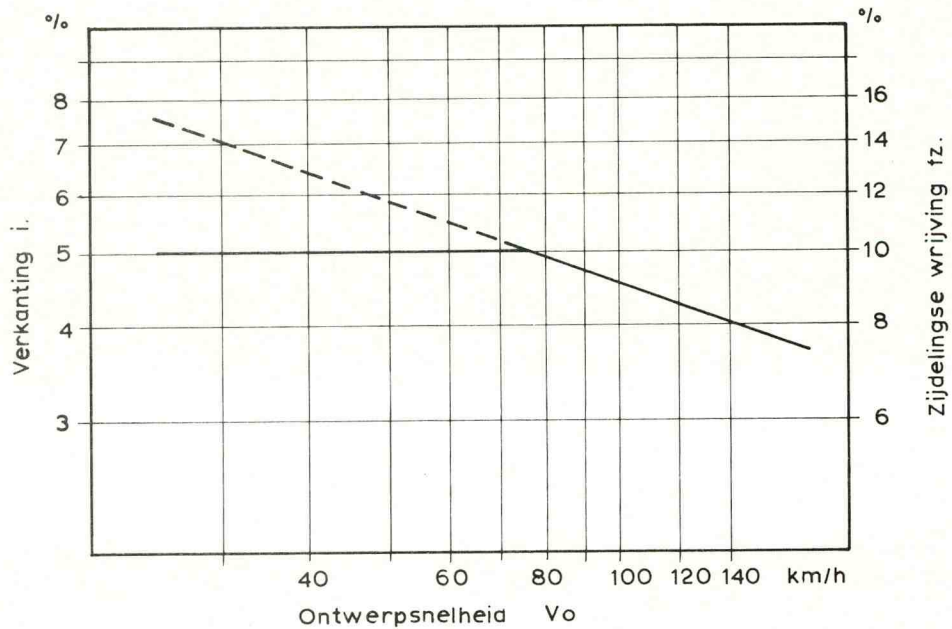


fig. 1

In het buitenland is proefondervindelijk vastgesteld, dat de verhouding $i : f_z = 1 : 2$ het meest aannemelijk is; deze verhouding dient voor alle snelheden te worden aangehouden. Zie voor nadere toelichting bijlage B.

2.223 Uit fig. 1 blijkt, dat de maximum-waarde van i voor snelheden < 78 km/h op 5% is bepaald, ten einde afglijden bij gladheid te voorkomen; in dat geval wordt eveneens $f_z = 2i$ aangenomen, hoewel de toelaatbare waarden van f_z blijkens de grafiek groter zijn. Daarbij is er echter rekening mede gehouden, dat lage ontwerp-snelheden eerder worden overschreden dan hoge ontwerp-snelheden.

- 2.224 Voor de minimale horizontale stralen R_h gelden de waarden uit de tabel van ontwerp-grootheden.
Het toepassen van deze minimum-stralen voor de hoofdrijbanen van autosnelwegen is echter niet gewenst, omdat daardoor het ruime beeld, dat de weg door zijn profiel biedt, zou worden geschaad en de maximum-verkanting zou moeten worden aangebracht. Het verdient daarom aanbeveling in een autosnelweg stralen niet kleiner dan 2000 m aan te brengen.
- 2.225 Het verdient de voorkeur bij bogen met geringe richtingverandering zeer grote stralen (20 000 m of meer) toe te passen.
- 2.226 Lange rechtstanden worden bij voorkeur vervangen door bogen met stralen van 100 000 m en meer. Tussen gelijkgerichte bogen mogen korte, rechte gedeelten niet voorkomen.
- 2.227 Het inrijden in bogen in de hoofdrijbanen van autosnelwegen met relatief kleine straal na een lange rechtstand moet door bogen met grotere straal worden voorbereid.
- 2.228 Een korfboog, d.w.z. twee aan elkaar aansluitende gelijkgerichte cirkelbogen, is toelaatbaar, indien de verhouding der stralen van de aan elkaar sluitende bogen niet groter is dan 1 : 1,5 wanneer de kleinste straal < 1000 m is en 1 : 2 wanneer deze > 1000 m is.
- 2.229 Indien profielveranderingen door verschillende breedte van de middenberm niet kunnen worden vermeden, dient de overgang in een horizontale of verticale boog te worden gevonden.
- 2.23 Overgangsboog.
- 2.231 Als overgangsboog is de clothoïde de meest geschikte, omdat de kromming evenredig is aan de afstand welke van het beginpunt is doorlopen, d.w.z., dat deze kromme de baan is, welke wordt doorlopen, indien de snelheid van het voertuig en de snelheid, waarmee het stuur wordt gedraaid, constant zijn.
- 2.232 De clothoïde biedt vooral bij kleine stralen een bevredigende oplossing.

2.233 De eigenschappen en de methode tot het bepalen van de clothoïde zijn in bijlage A opgenomen; daarin is tevens een literatuur-overzicht gegeven en verwezen naar tabellenboeken, nodig voor de berekening.

2.234 De formule voor de clothoïde is: $A^2 = RL$, waarin A = parameter van de clothoïde, R = de straal aan het einde van de clothoïde en L = de lengte van de clothoïde. Alle clothoïden zijn gelijkvormig.

2.235 De overgangsboog komt in de volgende gevallen voor:

a. tussen een rechte en een cirkelboog als $R < 4000$ m.

Is $R \geq 4000$ m, dan mag de cirkelboog direct aan de rechtstand aansluiten; indien vóór een cirkelboog met $R \geq 4000$ m een lang, recht gedeelte aanwezig is, verdient het echter aanbeveling deze cirkelboog door een overgangsboog in te leiden;

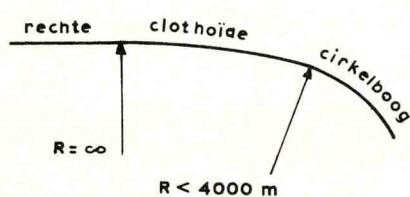


Fig. 2

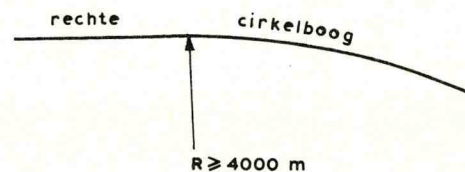
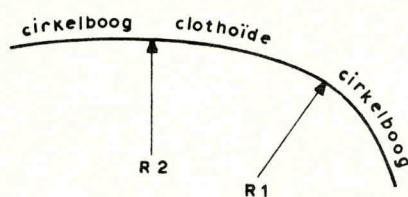


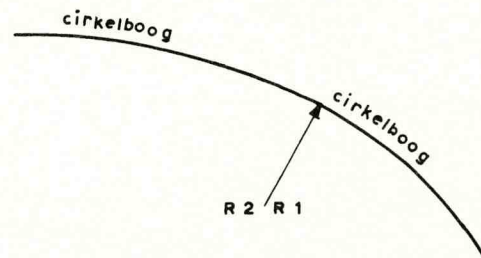
Fig. 3

b. tussen twee gelijkgerichte cirkelbogen, indien de verhouding der stralen $> 1 : 1,5$ à $1 : 2$ (zie 2.228);



$R_2 =$ tenminste
 $1,5 \text{ à } 2 \cdot R_1$

Fig. 4



$R_2 =$ max.
 $1,5 \text{ à } 2 \cdot R_1$

Fig. 5

- c. tussen twee tegengesteld gerichte bogen, wanneer de stralen < 4000 m zijn; in dat geval dienen de tangentialpunten van de clothoïden samen te vallen. Zijn de stralen > 4000 m, dan kunnen de bogen onmiddellijk in elkaar overgaan of is een kort, recht gedeelte tussen de cirkelbogen toelaatbaar;

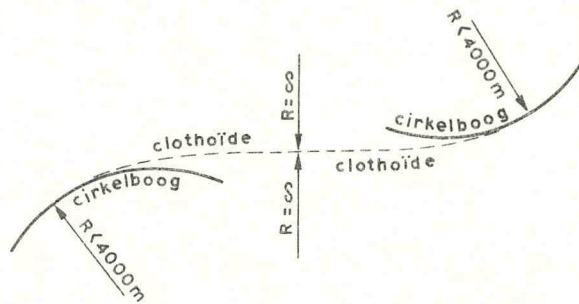


Fig.6

- d. bij de korfclothoïde, welke een boog is, samengesteld uit gelijkgerichte clothoïdegedeelten met verschillende parameter, met dezelfde straal en raaklijn in de aansluitingspunten. Deze zal uitsluitend worden toegepast, waar de situatie dit in de vorm van bijvoorbeeld obstakels noodzakelijk maakt. De parameters van de opeenvolgende clothoïden mogen niet te veel verschillen.

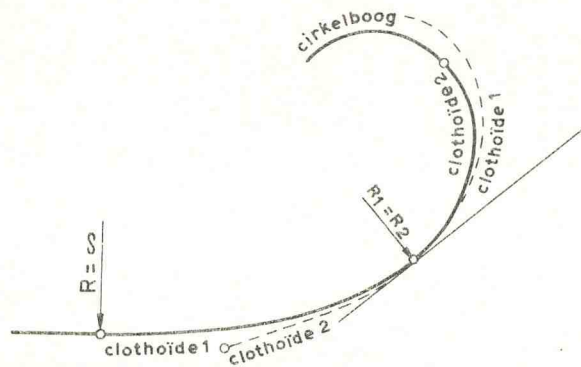


Fig.7

Het is niet gewenst om bij de korfclothoïde clothoïdegedeelten met afnemende straal zonder tussenvoeging van een gedeelte cirkelboog over te laten gaan in een clothoïdegedeelte met toenemende straal. Een bijzonder geval is hierbij de topclothoïde, weergegeven in fig. 8, waarbij twee clothoïden met hun minimum-stralen aan elkaar sluiten.

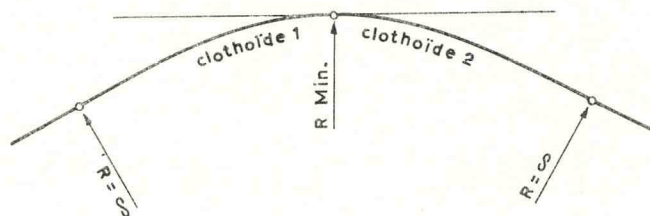


Fig. 8

2.236 Bij het bepalen van de parameter van de clothoïde tussen een rechte en een cirkelboog moet rekening worden gehouden met de volgende drie eisen:

- a. de verkeerstechnische eis, dat de niet door de verkanting opgenomen toename van de versnelling naar het middelpunt tot $0,5 \text{ m/sec}^3$ wordt beperkt.

$$\text{Versnelling naar middelpunt} = \frac{v^2}{R}$$

$$\text{Toename van de versnelling} = \frac{\text{versnelling}}{\text{tijd}} = \frac{\frac{v^2}{R}}{\frac{L}{v}} = \frac{v^3}{RL} = \frac{v^3}{A^2}$$

Hiervan wordt $\frac{2}{3}$ gedeelte niet door de verkanting doch door de wrijving opgenomen, zodat $\frac{2}{3} \cdot \frac{v^3}{A^2} \ll 0,5 \text{ m/sec}^3$ (zie ook 2.222).

$$v \text{ in km/h: } \frac{0,66}{3,6^3} \left(\frac{v^3}{A^2} \right) \ll 0,5 \text{ m/sec}^3$$

$$A \text{ min.} \geq 0,17 \sqrt{v^3} \text{ (zie 3 van tabel van ontwerp-grootheden)}$$

b. de optische eis.

Bij het gebruik van de clothoïde treden in het begin slechts zeer geringe hoekverdraaiingen op; eerst wanneer een hoekverdraaiing van ten minste $3,54^{\text{e}}$ optreedt, wordt deze in het perspectivische beeld merkbaar.

Blijkens de tabel van bijlage A is, als $\tau = 3,54^{\text{e}}$, $r = 3$ of $R = 3A$; de parameter moet derhalve niet kleiner zijn dan $\frac{1}{3} R$ (zie tabel van ontwerp-grootheden).

Omdat het niet gewenst is een overgangsboog een grotere hoekverdraaiing dan $31,83^{\text{e}}$ te geven, in welk geval $r = 1$ of $R = A$, kan in het algemeen worden gesteld, dat de parameter moet worden gekozen tussen $\frac{1}{3} R$ en R ;

c. overgang verkanting.

Met het oog op de overgang van de verkanting is het gewenst de parameter van de clothoïde zodanig te kiezen, dat bij het einde van de overgangsboog, waar de maximale kromming wordt bereikt, een ordinaat ontstaat, die gelijk is aan wegbreedte x het hoogteverschil door de overgang van ooghoogte

de verkanting ontstaan, met dien verstande, dat de ontstane langshelling in deze overgang niet flauwer wordt genomen dan 1 : 200. Dit geldt in het bijzonder voor overgangsbogen naar bogen met een kleinere straal dan 2000 m.

Bij stralen > 2000 m zal de ontstane langshelling doorgaans 1 : 200 worden genomen, waarbij aan het einde van de overgangsboog de vereiste verkanting wordt bereikt.

Voor de wegbreedte wordt hierbij aangehouden de wegbreedte tussen de getrokken verkeersstrepen of bij een te verwachten toekomstige verbreding de uiteindelijke breedte en voor de ooghoogte wordt in dit geval 1,50 m genomen.

De uit deze drie eisen gevonden grootste waarde voor A dient als minimum te worden aangehouden.

In de praktijk blijkt, dat bij kleine stralen (dus bij aansluitingen) de onder c gevonden waarde maatgevend wordt.

2.3 Verticaal alignement.

2.31 Langshelling.

2.311 Bij geringe hoogteverschillen, bijv. ongelijkvloerse kruising van wegen, zal de maximum-helling in de auto-weg veelal worden bepaald door de stralen van de boven- en onderafrondingen. De maximum-helling zal in deze gevallen ten hoogste 2% bedragen.

2.312 Bij grote hoogteverschillen (25 à 30 m) bij rivieroverbruggingen e.d. zal de helling in het algemeen 3% kunnen bedragen; bij tunnels 4%.

Toe- en afritten verkrijgen een langshelling van maximaal 2½%.

2.313 De horizontale rechte lijn kan onbeperkt worden gebruikt; korte rechte stukken tussen twee gelijkgerichte afrondingen worden vermeden, tenzij de weg horizontaal een duidelijk waarneembare boog vertoont.

2.32 Afrondingen algemeen.

2.321 Verticale afrondingen worden zo mogelijk met zeer grote stralen aangebracht; clothoïden zijn over het algemeen in het lengteprofiel niet nodig.

2.322 Overgangen van rechte gedeelten in verticale afrondingen worden in het algemeen in rechte gedeelten of in keerpunten van het horizontale alignement gelegd.

2.323 Overgangen met grotere afrondingsstralen dan 40 000 à 50 000 m kunnen ook in horizontale bogen worden aangebracht.

2.324 Horizontale en verticale keerpunten moeten zo mogelijk samenvallen.

2.325 Bij de overgang van een recht gedeelte in een horizontale boog wordt de straal van de verticale boog zodanig

gekozen, dat de verhouding verticale straal - horizontale straal ten minste is als wegbreedte - ooghoogte.

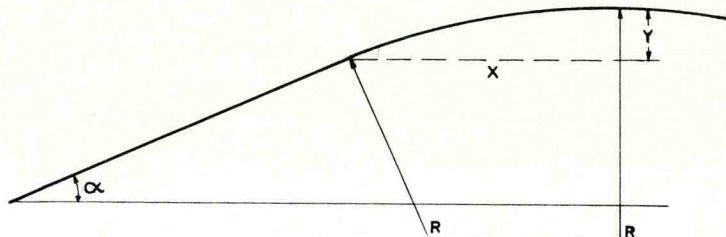
2.326 Indien een verkeersbeveiliging (bijv. geleideplanken) dominerend is in het wegbeeld, zullen in het algemeen grotere verticale stralen worden toegepast.

2.327 Het hoogste of het diepste punt in twee tegengesteld gerichte hellingen mag geen keerpunt in het horizontale alignement zijn; dit is bij het hoogste punt verkeerstechnisch gevaarlijk en bij het diepste punt esthetisch niet fraai.

2.328 Voor berekening van de afrondingen worden de volgende formules gebruikt:

$$Y = \frac{X^2}{2R}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n}{100} = \frac{X}{R}$$



2.33 Bovenaf rondingen (R_b).

2.331 De bovenaf ronding wordt bepaald door de benodigde uitzichtlengte bij een ooghoogte van 1.20 m en een obstakelhoogte van 0,10 m door middel van de bepaling van de remweg, zijnde:

$$L_r = \frac{V_0}{3,6} + \frac{V_0^2}{3,6^2 \cdot 2 \cdot g \cdot ft}, \text{ waarbij}$$

L_r = remweg in m;

V_0 = ontwerpsnelheid in km/h;

g = versnelling zwaartekracht = 9,81 m/sec²

ft = tangentiële wrijvingsweerstand, welke afhankelijk is van de snelheid, de toestand van de banden en van het wegdek.

2.332 Uitgaande van een nat schoon wegdek en gebruikte banden zijn in de navolgende grafiek (fig. 9) de gehanteerde waarden voor f_t aangegeven.

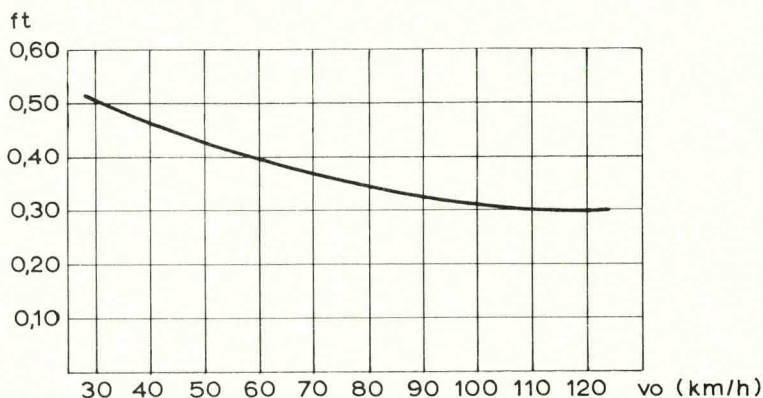


Fig. 9

2.333 Voor de minimum-waarden van de bovenafrondingen R_b , welke bepaald zijn op grond van benodigde uitzichtlengte en rijtechnische eisen, wordt verwezen naar de tabel van ontwerp-grootheden.

Deze waarden mogen alleen dan worden toegepast, wanneer tevens een esthetisch bevredigend resultaat wordt verkregen.

2.34 Onderafrondingen (R_o).

De onderafrondingen, welke op rijtechnische gronden beduidend kleinere stralen zouden kunnen krijgen, (zie tabel van ontwerp-grootheden), dienen op grond van esthetische overwegingen voor een stadsauto-snelweg een $R_o \geq 10\ 000$ m en voor een autosnelweg een $R_o \geq 20\ 000$ m te krijgen.

2.35 Als boven- en onderafrondingen op elkaar volgen, dienen rechte stukken te worden vermeden.

2.4 Verkanting (i).

2.41 De voor de afwatering noodzakelijke verkanting van een rijbaan in de rechte gedeelten dient bij wegen, welke voor nu of in de toekomst als dubbelbanige wegen zijn ontworpen, éénzijdig te zijn.

2.42 Voor deze verkanting wordt aangehouden voor:
cement-betonwegen 1,5%;
asfalt-betonwegen 2%;

2.43 Invoeg-, uitrij- en vluchtstroken dienen dezelfde verkanting als de hoofd baan te krijgen.

2.44 Voor de verkanting in bogen geldt hetgeen is opgemerkt onder 2.22 Cirkelboog.

2.45 Voor het bepalen van deze verkanting geldt de volgende formule (zie bijlage B):

$$i = 0,26 \frac{V_0^2}{R}, \text{ waarin}$$

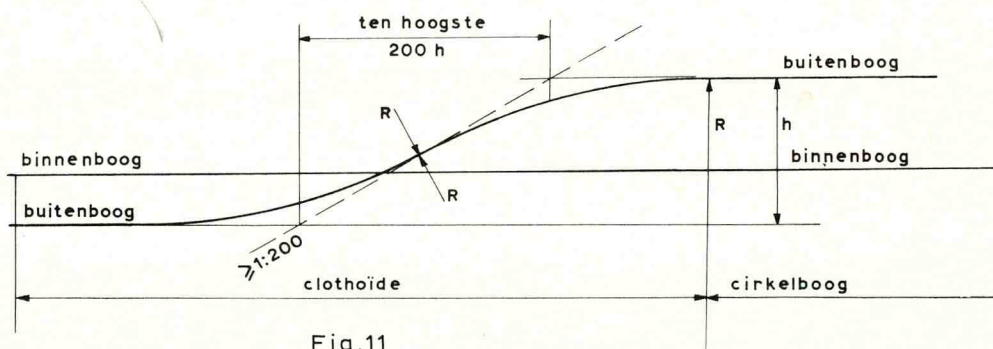
V_0 = ontwerp-snelheid in km/h;

R = straal in m;

i = verkanting in de boog in %.

2.46 Indien $R > 4000$ m kan de verkanting normaal doorlopen.

2.47 De overgang van de verkanting vindt in de regel plaats door verhoging van de buitenboog, door twee aan elkaar sluitende cirkelvormige afrondingen in het gedeelte van de horizontale overgangsboog (clothoïde), met dien verstande, dat de gemeenschappelijke raaklijn een helling van niet minder dan 1 : 200 mag hebben, zoals in fig. 11 is weergegeven.



In hellingen geldt deze eis, welke in verband met de afwatering wordt gesteld, niet of in mindere mate.

2.48 De dwarshelling van de vluchtberm in gebogen gedeelten dient gelijk te zijn aan die van de hoofdrijbaan.

- 2.5 Onderzoek belijning
- 2.51 Het onderzoek naar een vloeiende belijning is bij de uitwerking van het project volstrekt noodzakelijk.
- 2.52 Indien de belijning met inachtneming van de hiervoren gegeven voorschriften niet zonder meer kan worden beoordeeld, moet een modelonderzoek plaats vinden, dan wel perspectivische tekeningen worden vervaardigd naar de methode van de berekende perspectief.
- 2.53 Bij dit onderzoek dienen de hoogte- en lengteschaal gelijk te worden genomen, zodat het verloop van de ruimtekromme in de juiste verhoudingen kan worden beoordeeld.
- 2.54 Slechts in zeer bijzondere gevallen verdient het aanbeveling een maquette van de situatie te vervaardigen, b.v. van ingewikkelde knooppunten.

3. DWARSPROFIEL

- 3.1 Dwarsprofiel autosnelwegen
- 3.11 Dwarsprofiel autoanelweg met 2 x 2 rijstroken
- 3.111 Figuur 12 geeft een overzicht van de afmetingen van het profiel voor een weg met 2 x 2 rijstroken. Tussen de verkeersstrepen wordt een rijstrookbreedte van 3,50 m aangehouden. De breedte van de kantstrepen bedraagt 0,15 m en van de deelstrepen tussen twee rijstroken 0,10 m. Ter voorkoming van het buiten de verharding geraken wordt aan de zijde van de middenberm een extra strook verharding ter breedte van tenminste 1,10 m aangebracht, welke over de gehele lengte van de baan moet worden voortgezet en welkome vrij dient te worden gehouden. De aangrenzende strook van 0,75 m, gerekend uit de kant van de rijbaanverharding, dient eveneens volledig vrij te worden gehouden, echter met dien verstande dat deze strook zodanig voor uitvoering van een goot benut kan worden.
- 3.112 Voor de middenberm dient normaal een breedte tussen de kanten van de rijstroken van ten minste 6 m te worden aangehouden.
- Waar de terreinomstandigheden dit toelaten, is een grotere blijvende breedte van de middenberm dan 6 m aan te bevelen. In dat geval ware te streven naar een breedte van ten minste 12 m, waarbij dan het aanbrengen van een middenbermbeveiliging achterwege kan blijven. Waar de

situatie dit vereist, bijvoorbeeld in stedelijke gebieden, is een breedte van de middenberm tussen de kanten van de rijstroken van 3,80 m nog toelaatbaar.

3.113 Voor de breedte van de vluchtberm naast de kantstreep dient ten minste 3,00 m te worden aangehouden. Zo mogelijk moet de vluchtberm worden voorzien van een aan de rijbaan gelijkwaardige verharding. Aan de zijde van de vluchtberm moet in ieder geval naast de kantstreep een schrikstrook ter breedte van 0,50 m in dezelfde verharding als de rijbaan worden uitgevoerd.

3.12 Dwarsprofiel autosnelweg met 2 x 3 rijstroken

In figuur 13 is het profiel voor een weg met 2 x 3 rijstroken weergegeven.

3.13 Dwarsprofiel autosnelweg met toekomstige mogelijkheid van 2 x 3 rijstroken.

De figuren 14 en 15 geven de mogelijkheden hiervoor weer. Bij de oplossing van figuur 14 worden de drie rijstroken onmiddellijk aangelegd en wordt de buitenste strook voorlopig als vluchtberm in gebruik genomen. Bij de oplossing van figuur 15 wordt de middenberm (met een normale breedte van 6 m) verbreed met 2 rijstroken en wordt de derde rijstrook daarin te zijner tijd aangelegd.

3.2 Bermen en belopen

3.21 Voor de buitenberm dient een breedte van ten minste 2 m te worden aangehouden.

3.22 Belopen bij gedeelten in ophoging

Voor de tot 2 m hoge weggedeelten, waar geen vangrail langs komt, is een beloop van 1:3 met afronding onderin en een onderberm 1:20 afwaterend naar de sloot aan te bevelen (figuur 16).

Waar de belopen hoger zijn en waar vangrail dient te worden aangebracht, wordt tot een hoogte van 2 m het eerdergenoemde profiel en daarboven een helling van 1:2 toegepast. In figuur 17 is het beloop weergegeven tot een hoogte van maximaal 6 m, welke hoogte voor de meeste viaducten en bruggen voldoende is. Bij grotere

hoogte wordt aanbevolen flauwere belopen toe te passen, doch kan zonodig volstaan worden met het aanbrengen van een tussenberm.

3.23 Belopen bij gedeelten in ingraving

Het is gewenst als normaal profiel het in figuur 18 weergegevene aan te houden en waar mogelijk dat van figuur 19.

Waar deze ruimere profielen bezwaarlijk zouden worden met het oog op bebouwing enz., kan eventueel met het in figuur 20 weergegeven minimum-profiel worden volstaan.

3.3 Dwarsprofiel op en onder viaducten en in tunnels

3.31 Dwarsprofiel autosnelweg onder viaduct

In de figuren 21, 22 en 23 zijn deze profielen weergegeven voor respectievelijk wegen met 2 x 2 rijstroken, 2 x 3 rijstroken en 2 x 2 rijstroken met invoeg- of uitrijstrook.

In alle gevallen moet van het beginsel worden uitgegaan, dat het wegprofiel ongewijzigd wordt doorgevoerd en dat de rijstroken respectievelijk vluchtberm tenminste 1,50 m respectievelijk 0,50 m uit wand of vangrail verwijderd blijven.

De doorrijhoogte, welke 4,50 m bedraagt zal zo mogelijk 0,10 m groter moeten zijn.

3.32 Dwarsprofiel autosnelweg op viaducten en bruggen

In de figuren 24, 25 en 26 zijn de profielen weergegeven voor respectievelijk wegen met 2 x 2 rijstroken, 2 x 3 rijstroken en 2 x 2 rijstroken met invoeg- of uitrijstrook.

Ook hier wordt van het beginsel uitgegaan, dat het wegprofiel ongewijzigd wordt doorgevoerd.

3.33 Dwarsprofiel autosnelweg in tunnel

3.331 Diepe tunnels

Dit zijn de tunnels onder de grote scheepvaartkanalen en rivieren, bij welke een hoogteverschil van 20 à 30 m via relatief steile op- en afritten moet worden overwonnen.

In verband met de kostbare constructie van een diepe tunnel, als gevolg van de grote druk, waaraan de tunnelbuis onderhevig is en de noodzaak van relatief lange steile hellingen, geeft:

- a. figuur 27 de normale profielen van vrije ruimte, bestaande uit drie rijstroken voor het gesloten gedeelte, waarvan eventueel tijdelijk de rechter rijstrook als vluchtberm kan worden ingericht, en uit vier rijstroken in de oprit, waarvan één als kruipstrook dienst doet en één tijdelijk als vluchtberm;
- b. figuur 28 de minimum-profielen van vrije ruimte over het gesloten en het open gedeelte, bestaande uit twee rijstroken respectievelijk twee rijstroken met een kruipstrook.

Het aanbrengen van een kruipstrook voor het uitrijdende vrachtverkeer in de open gedeelten is uit een oogpunt van capaciteit zeer gewenst.

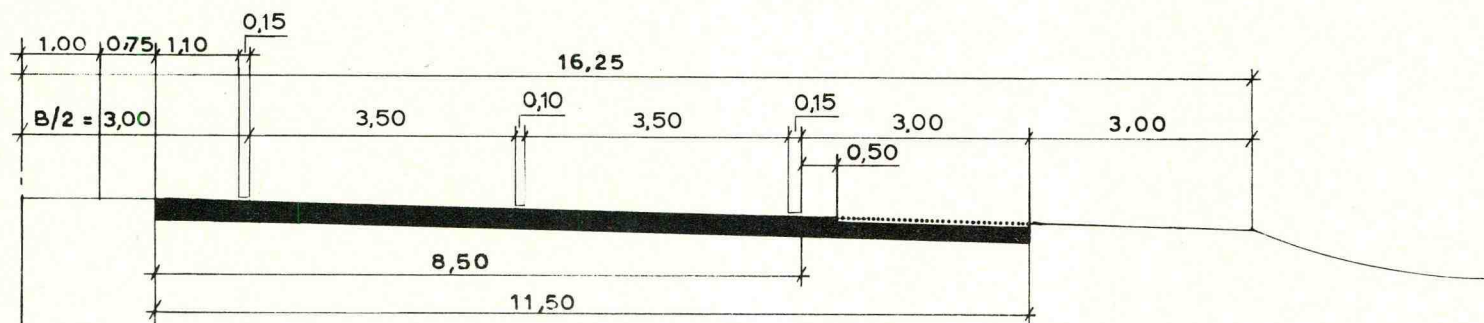
De profielen van vrije ruimte bieden de mogelijkheid tot het aanbrengen van consoles, verkeerslichten en ventilatoren.

3.332 Ondiepe tunnels

Dit zijn tunnels onder spoorwegemplacements, pleinen, vliegvelden e.d., welke slechts tot een diepte van 5 à 7 m reiken en waarvan de op- en afritten ook veelal een relatief steile helling hebben.

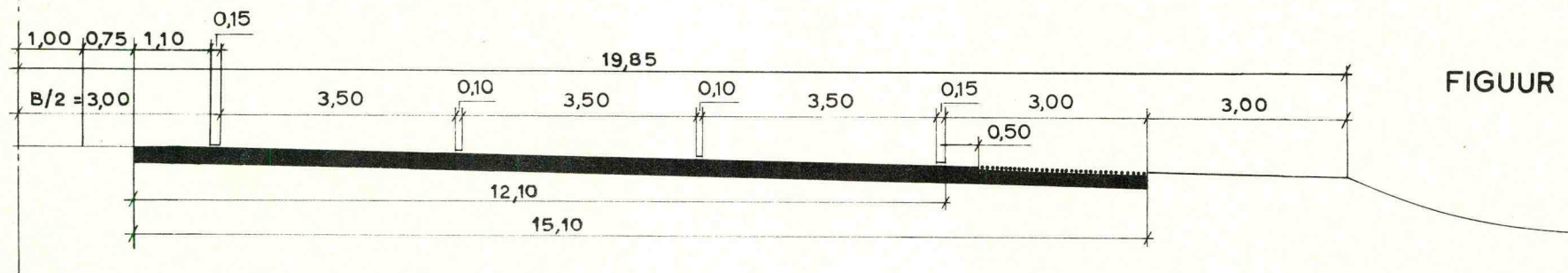
De bovengenoemde bezwaren bij een diepe tunnel komen bij ondiepe tunnels niet of vrijwel niet voor. Voor deze tunnels dienen de profielen van vrije ruimte voor viaducten te worden aangehouden (figuren 21, 22 en 23).

*)
 Normaal dwarsprofiel 2x2 rijstroken
 (zonder starre obstakels in de middenberm)



FIGUUR 12

*)
 Normaal dwarsprofiel 2x3 rijstroken
 (zonder starre obstakels in de middenberm)

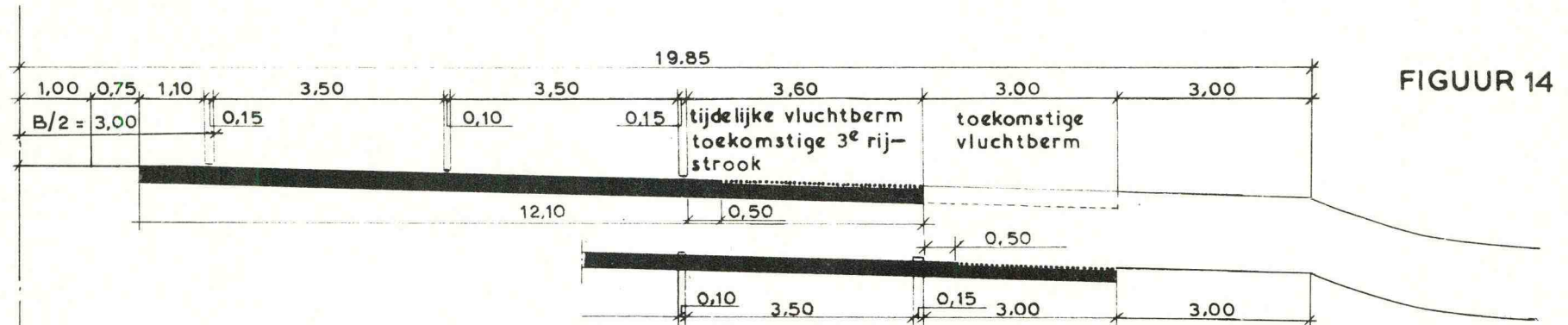


FIGUUR 13

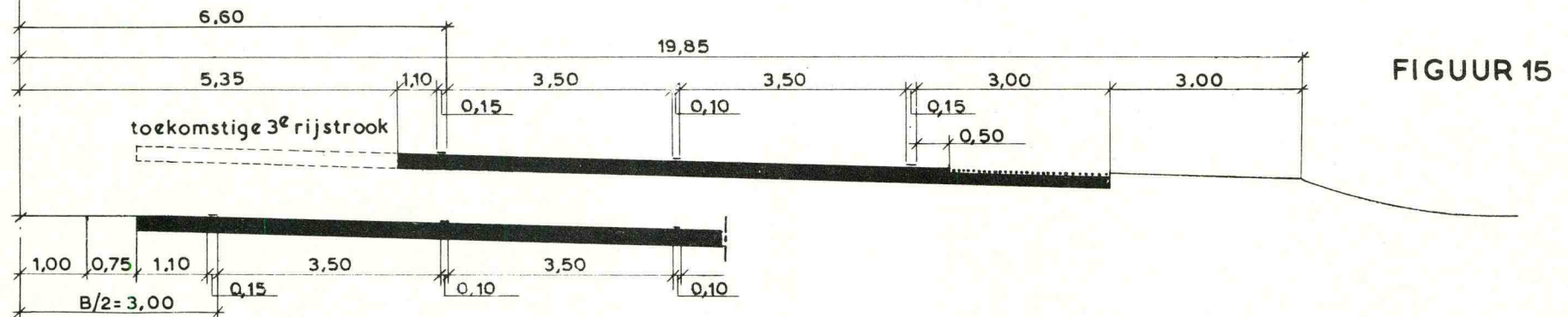
*) B wordt 7,20m, indien vaststaat dat binnen zeer korte termijn starre obstakels worden aangebracht, die op regelmatige afstanden zijn geplaatst (b.v. verlichting)

SCHAAL 1:100

Normaal dwarsprofiel 2x2 rijstroken met mogelijkheid verbreding tot 2x3 rijstroken
(zonder starre obstakels in de middenberm)*)



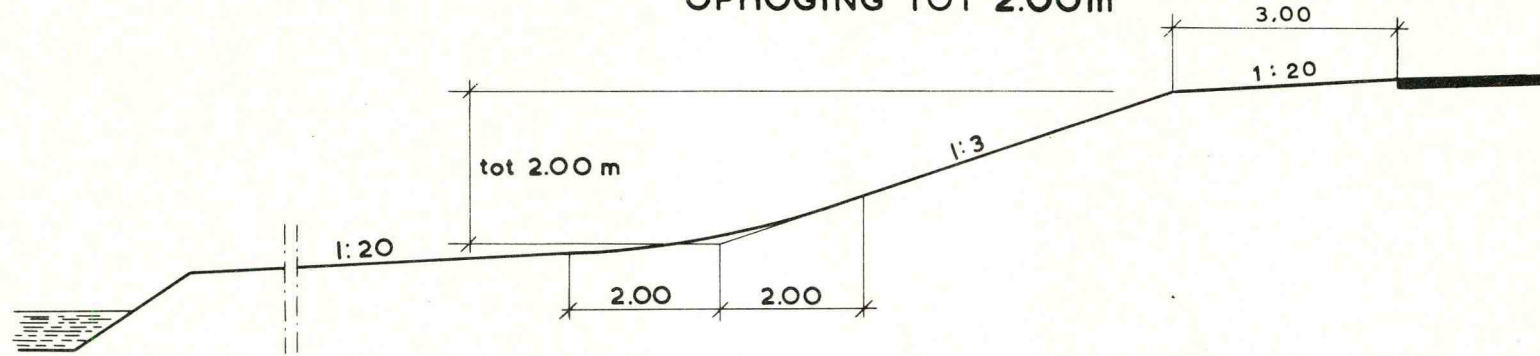
Normaal dwarsprofiel 2x2 rijstroken met mogelijkheid verbreding tot 2x3 rijstroken
(zonder starre obstakels in de middenberm)*)



*) B wordt 7,20m, indien vaststaat dat binnen zeer korte termijn starre obstakels worden aangebracht, die op regelmatige afstanden zijn geplaatst (b.v. verlichting)

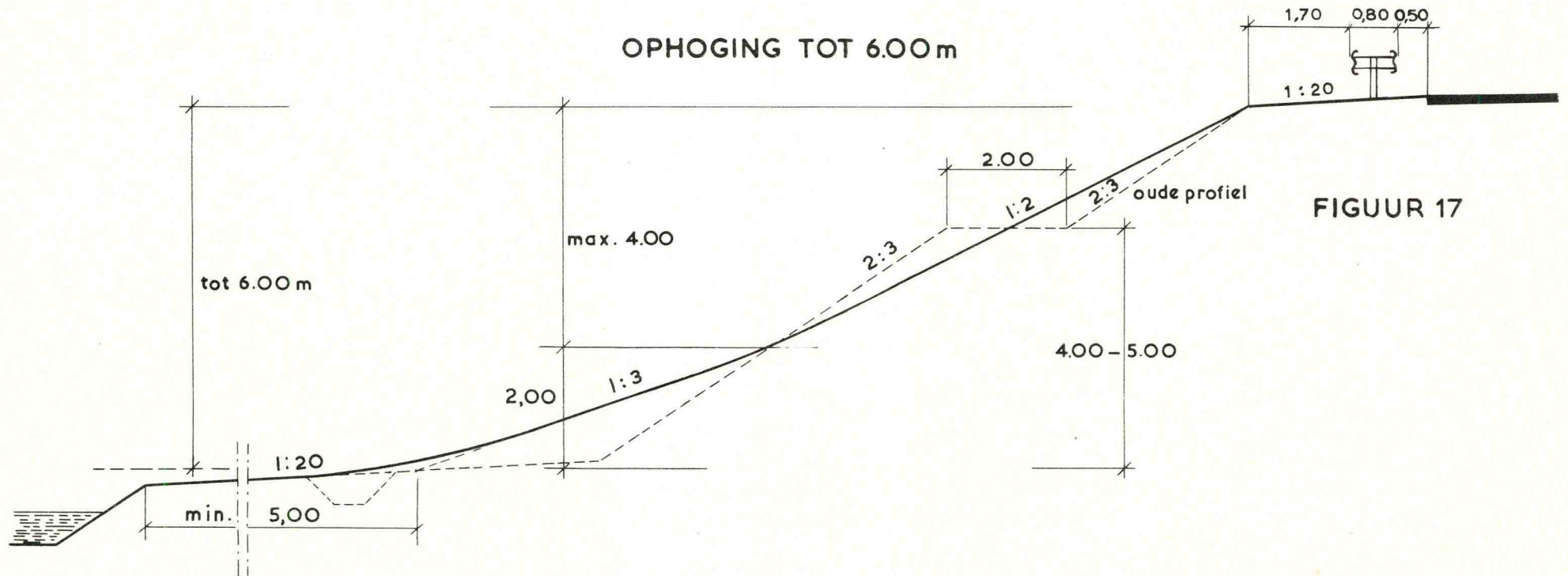
BELOPEN

OPHOGING TOT 2.00m



FIGUUR 16

OPHOGING TOT 6.00m

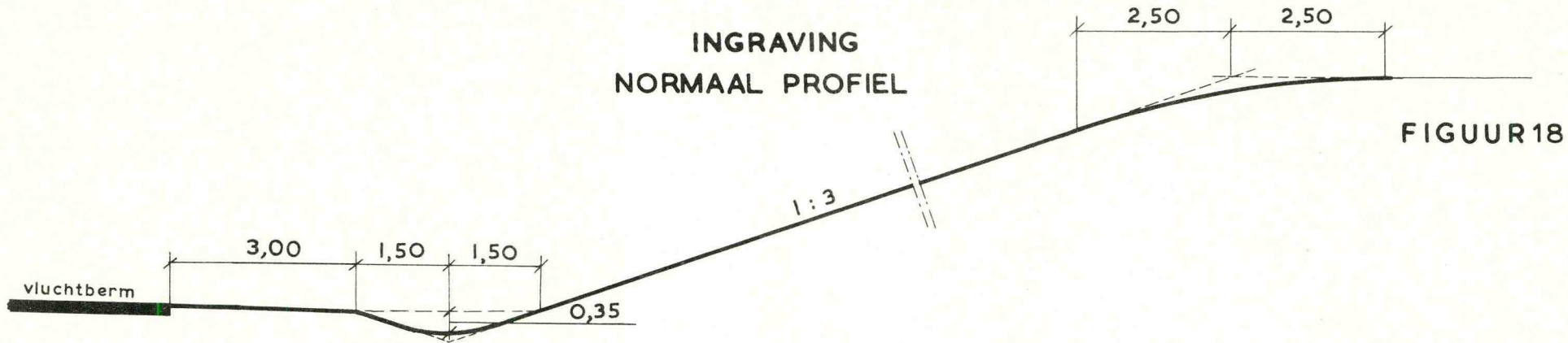


FIGUUR 17

SCHAAL 1:100

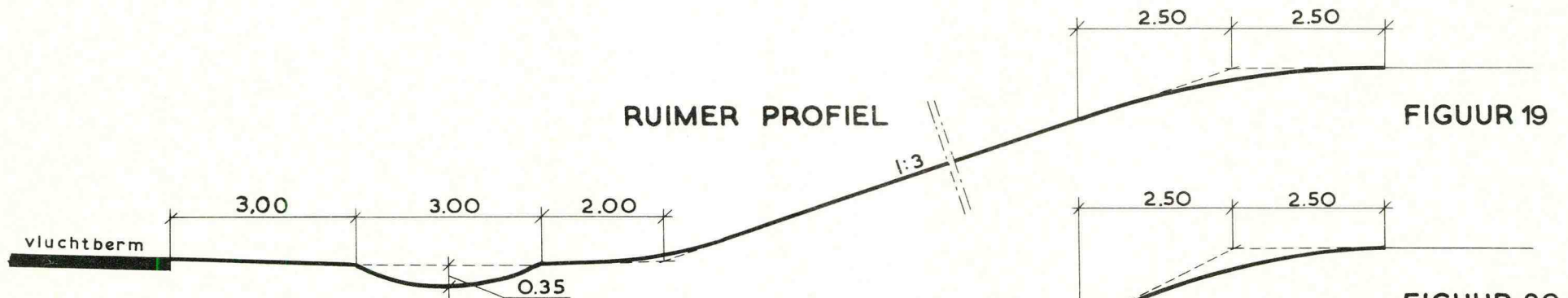
BELOPEN

INGRAVING
NORMAAL PROFIEL



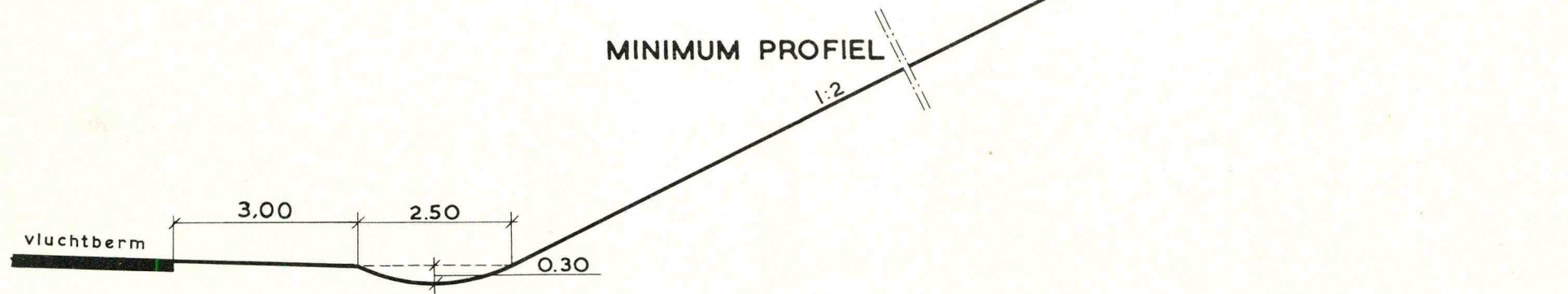
FIGUUR 18

RUIMER PROFIEL



FIGUUR 19

MINIMUM PROFIEL



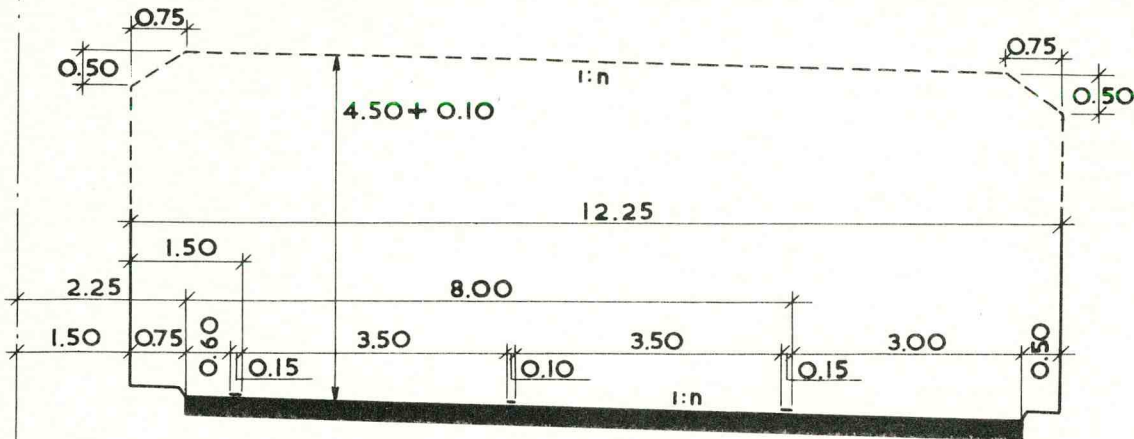
FIGUUR 20

SCHAAL 1:100

PROFIELEN VAN VRJE RUIMTE ONDER VIADUCT

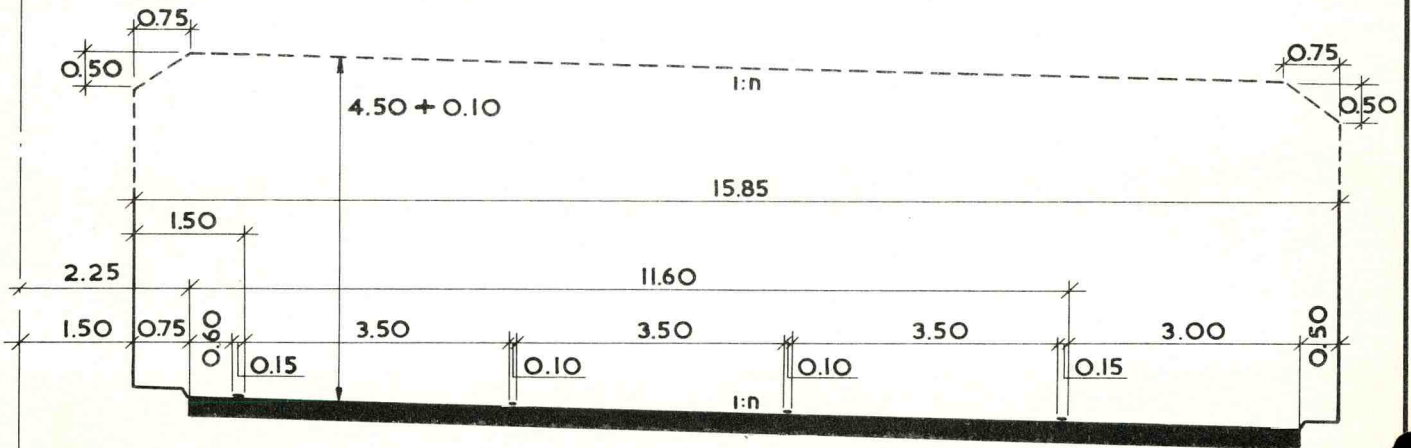
NORMAAL DWARSPROFIEL 2x2 RUISTROKEN

FIGUUR 21



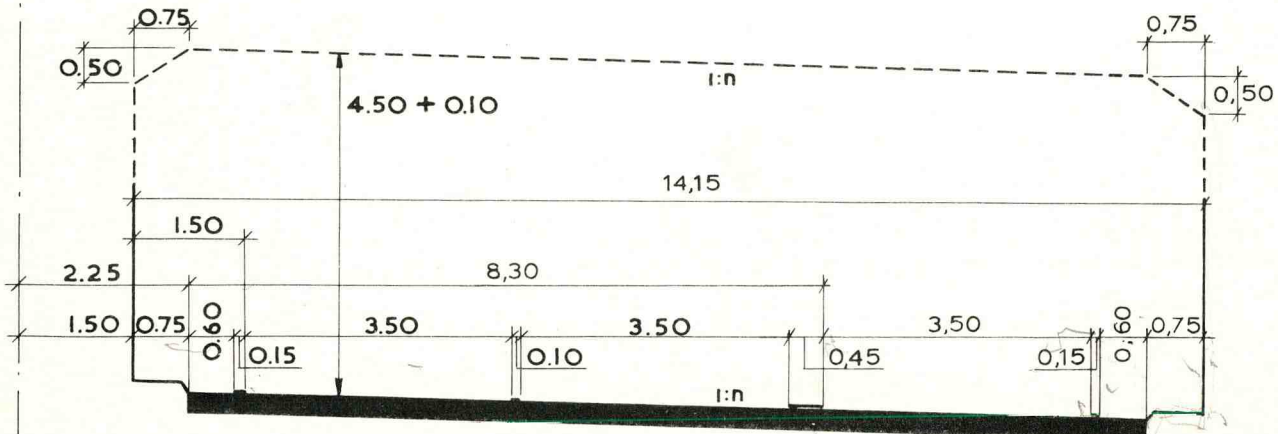
NORMAAL DWARSPROFIEL 2x3 RUISTROKEN

FIGUUR 22



NORMAAL DWARSPROFIEL 2x2 RUISTROKEN
MET INVOEG- OF UITRUISTROOK

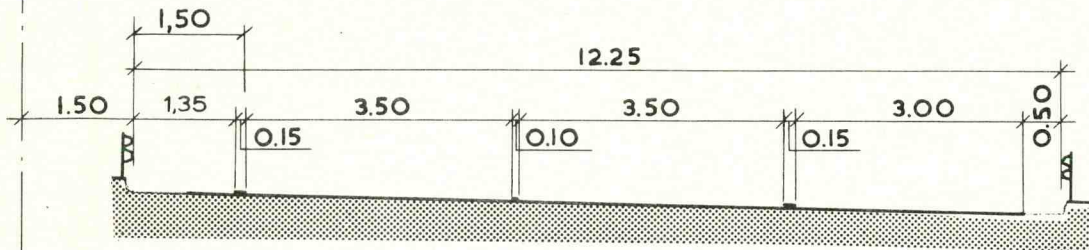
FIGUUR 23



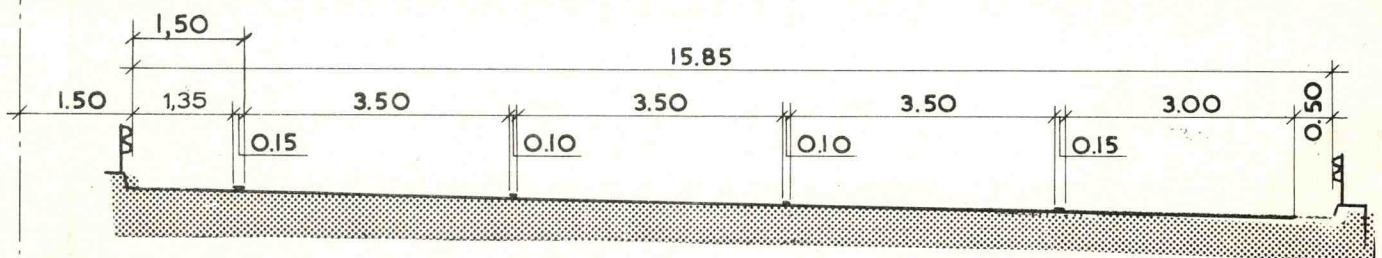
SCHAAL 1:100

PROFIELEN OP VIADUCT OF BRUG

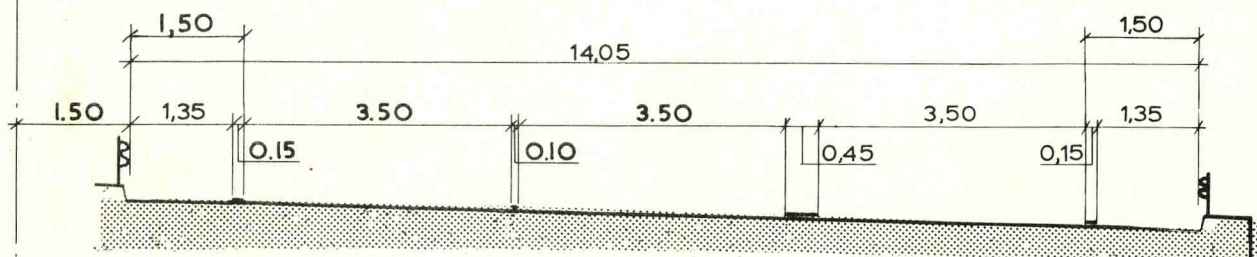
NORMAAL DWARSPROFIEL 2×2 RIJSTROKEN FIGUUR 24



NORMAAL DWARSPROFIEL 2×3 RIJSTROKEN FIGUUR 25



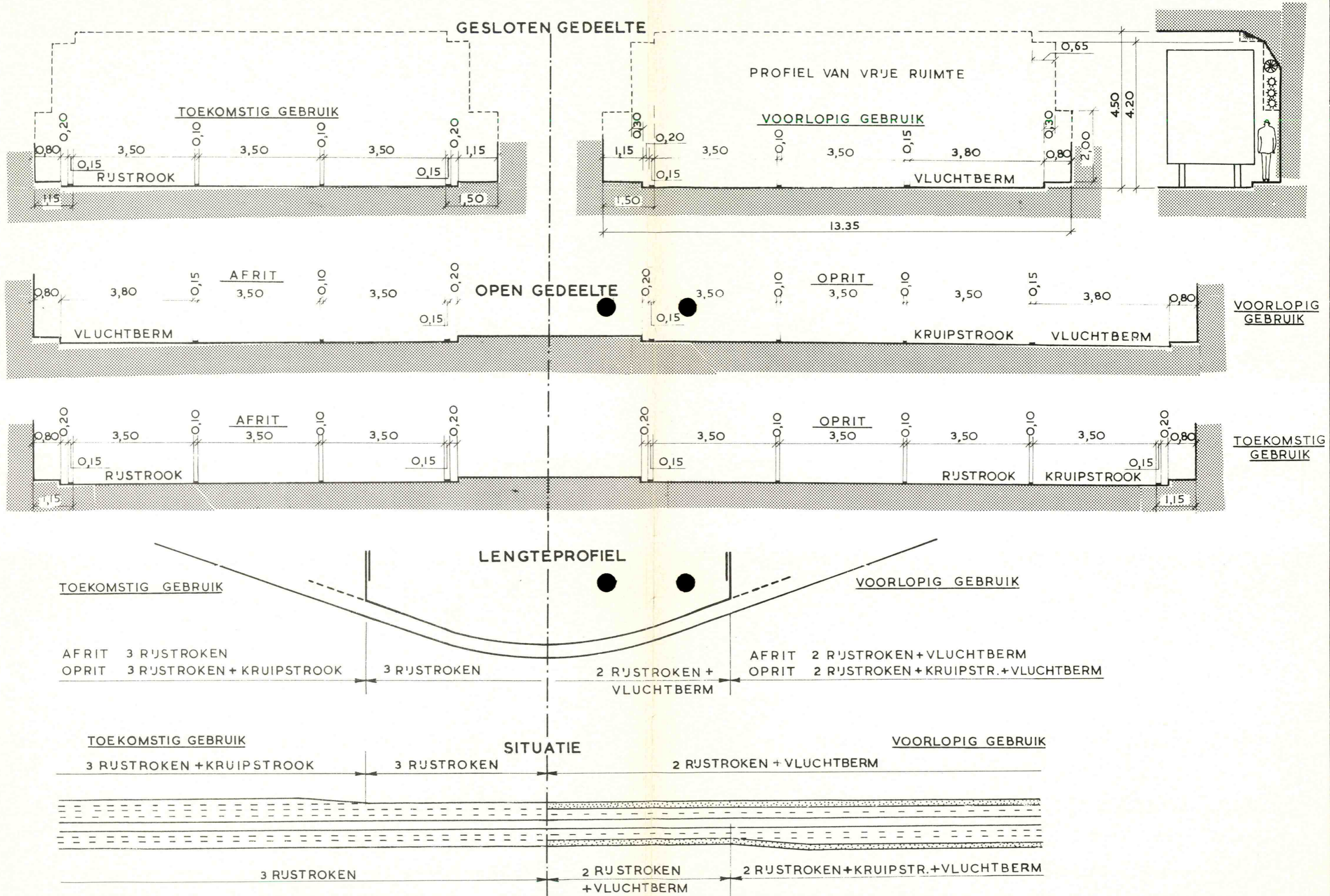
NORMAAL DWARSPROFIEL 2×2 RIJSTROKEN
MET INVOEG- OF UITRIJSTROOK FIGUUR 26



SCHAAL 1:100

SCHAAL 1:100

NORMAAL PROFIEL DIEPE TUNNEL



SCHAAL SCHEMATISCH

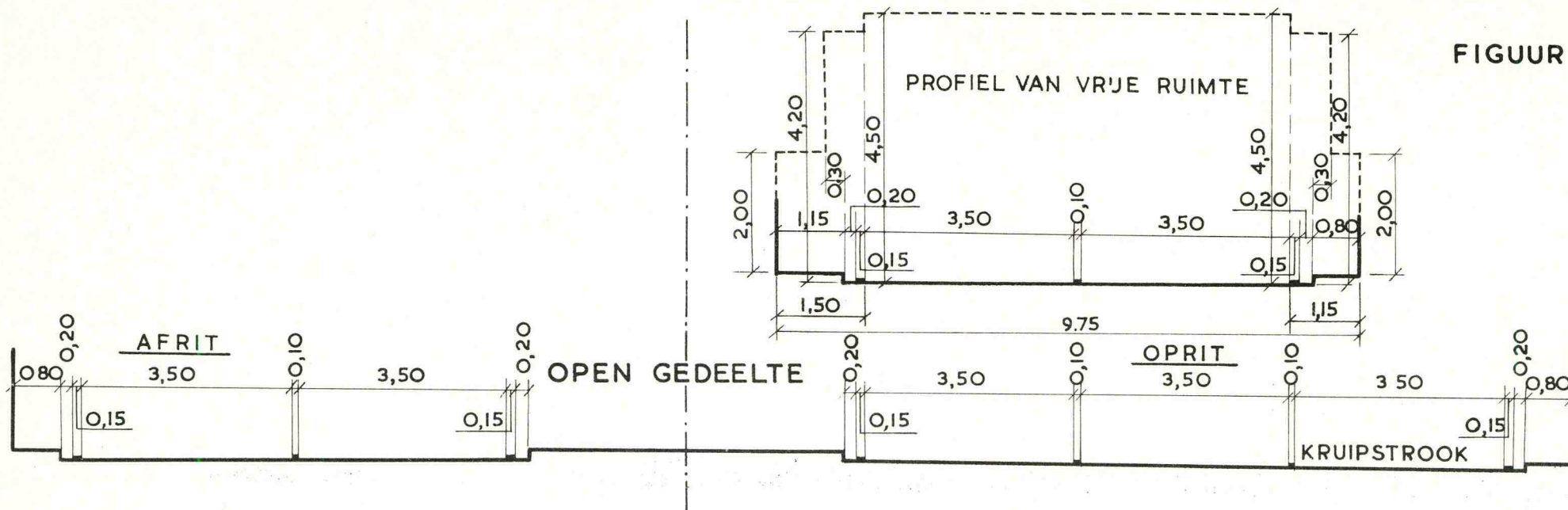
FIGUUR 27

SCHAAL 1:100

MINIMUM PROFIEL DIEPE TUNNEL

GESLOTEN GEDEELTE

FIGUUR 28



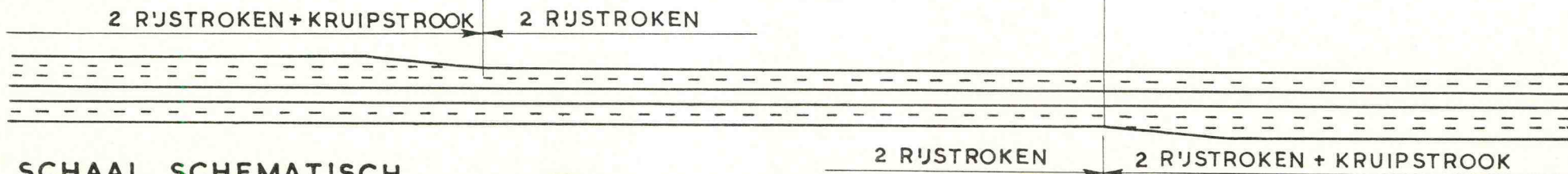
LENGTEPROFIEL

AFRIT 2 RIJSTROKEN
OPRIT 2 RIJSTROKEN + KRUIPSTROOK

2x2 RIJSTROKEN

AFRIT 2 RIJSTROKEN
OPRIT 2 RIJSTROKEN + KRUIPSTROOK

SITUATIE



SCHAAL SCHEMATISCH

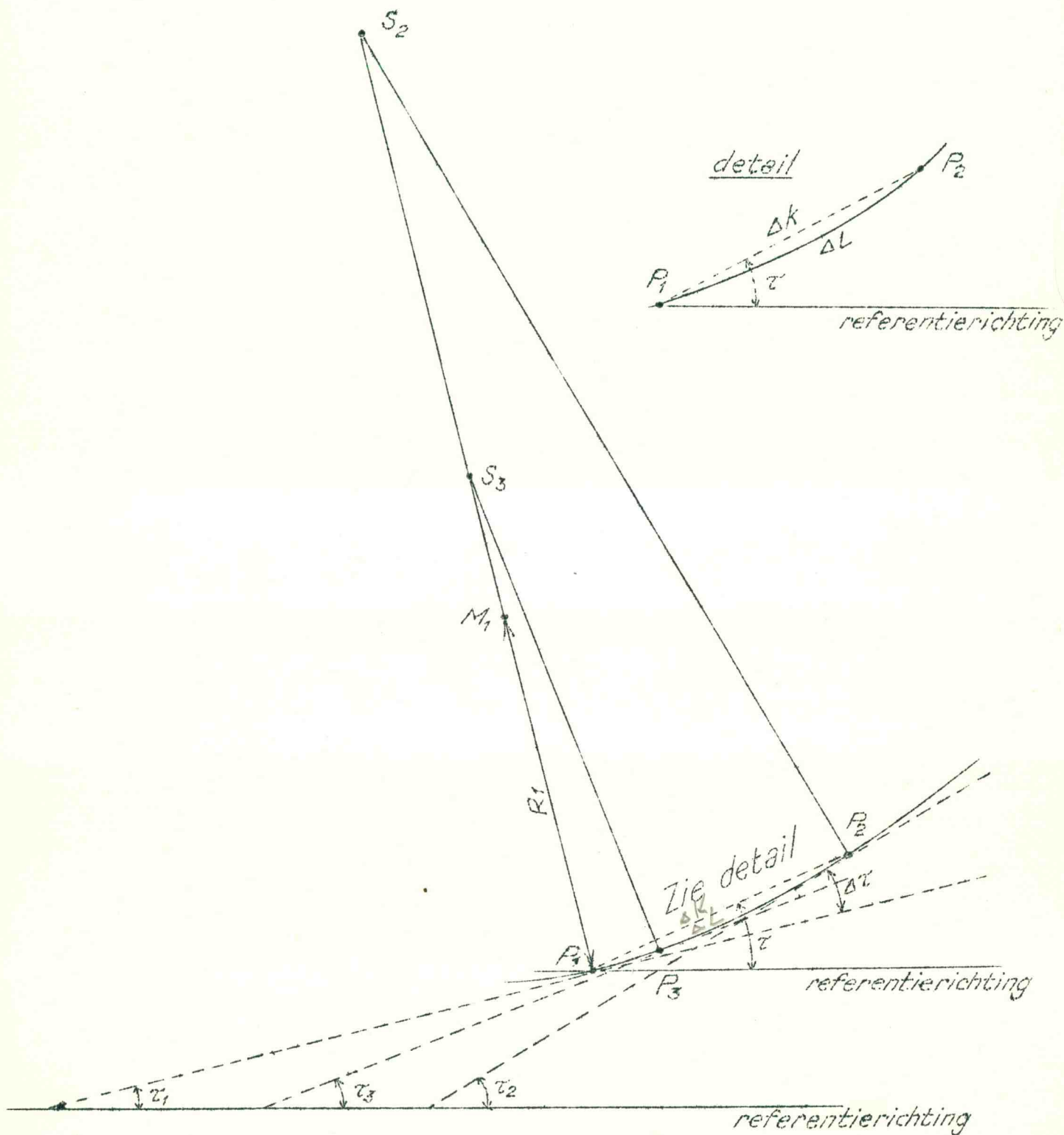
Meetkundige analyse van een wegtracé

De ontwerper van een wegtracé zal de vertikale projectie van de as op een horizontaal vlak samenstellen uit elementen, meetkundig gezien in de vorm van rechtstanden (lijnstukken), cirkelbogen (gedeelten van cirkels) en overgangsbogen (gedeelten van clotoïden). Zowel deze nieuwe elementen als de aansluitende aselementen van reeds bestaande wegen behoren vloeiend in elkaar over te gaan, opdat de toekomstige weggebruikers soepel kunnen rijden.

Dit opstel bedoelt deze meetkundige aspecten van een as-ontwerp te analyseren en te onderzoeken in hoeverre er voor de ontwerper gelegenheid is om rekening te houden met overige factoren, die het tracé bepalen. Via een kaart komen dergelijke factoren het best tot uitdrukking, zodat we de kaart kunnen beschouwen als het stramien, waarin het beloop van de as moet passen.

Op de kaart als achtergrond zou de weg kunnen worden voorgesteld met behulp van een metalen draad. Daarbij betekent ons onderwerp de behandeling van de vraag, hoe een rechte metaaldraad moet worden gebogen om aan de gestelde voorwaarden ten aanzien van de wegas te voldoen.

Enkele algemene facetten treden naar voren. Men zal in de rechte metaaldraad richtingsveranderingen moeten aanbrengen. Dit kan door de draad te knikken, d.w.z. door een abrupte richtingsverandering op één punt. Vanzelfsprekend is dit ontoelaatbaar, richtingsveranderingen zullen op geleidelijke wijze tot stand moeten komen d.w.z. de metaaldraad moet worden gekromd. Hiermede is geïntroduceerd het begrip kromming, hetwelk een nadere meetkundige analyse vraagt.



$$\tau_2 - \tau_1 = \Delta \tau$$

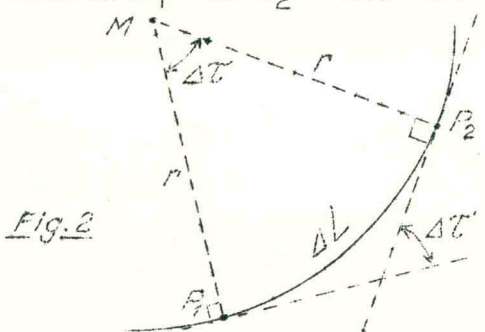
In fig.1 zijn op een kromme de plaatsen P_1 , en P_2 aangenomen. Een punt wordt verondersteld zich te bewegen van P_1 naar P_2 volgens de kromme overens de boog lengte ΔL .

P_2 zou ook bereikbaar zijn via de koord ΔK , waarbij de bewegingsrichting van het punt kan worden aangeduid met $\angle \tau$ volgens een aangenomen referentierichting. Het punt zou daarbij afleggen de kortere weg ΔK , vergeleken met ΔL . Via de boog heeft het punt echter telkens een andere bewegingsrichting. Hoe is deze in P_1 ?

Wordt P_2 steeds dichterbij P_1 gedacht, dan zal de richting τ steeds meer de bewegingsrichting in P_1 , benaderen. In de limietstand, nl. wanneer P_2 met P_1 samenvalt, dus ΔK en $\Delta L = 0$ zijn, zal de richting τ samenvallen met de bewegingsrichting in P_1 ,

In deze limietstand ontstaat in P_1 de raaklijn aan de boog, zodat de bewegingsrichting van ons punt die is van de raaklijn in P_1 , waarmede in het algemeen is afgeleid, dat de richting van een kromme die is van de raaklijn ter plaatse. Zo heeft de getekende kromme in de punten P_1 , P_2 en P_3 respectievelijk de richting τ_1 , τ_2 en τ_3 . De richtingsverandering van de kromme in P_2 ten opzichte van P_1 is $\tau_2 - \tau_1 = \Delta \tau$.

De sterkte van de kromming hangt af van de grootte van de richtingsverandering $\Delta \tau$ en de boog lengte ΔL waarover deze richtingsverandering plaats vindt. De kromtmaat voor de kromming tussen P_1 en P_2 zal dus zijn: $\frac{\Delta \tau}{\Delta L}$



Voor een cirkel met straal r (zie fig.2) is de kromming tussen P_1 en P_2 : $\frac{\Delta \tau}{\Delta L} = \frac{1}{r}$,

wanneer $\Delta \tau$ wordt uitgedrukt in radialen ($\Delta L = \Delta \tau \times r$)

Laten we P_2 tot P_1 naderen, dan gaat de kromming $\frac{\Delta \tau}{\Delta L}$ voor de boog lengte ΔL tenslotte over in de limietstand

voor $\Delta \tau = 0$ en $\Delta L = 0$, d.w.z. er ontstaat de kromming in het punt P_1 , wiskundig aangeduid met $\frac{d\tau}{dL}$, d.w.z. als het quotiënt van oneindig kleine aangroeiingen $d\tau$ en dL . Deze zal eveneens de waarde $\frac{1}{r}$ hebben, omdat $\frac{d\tau}{dL}$ de constante waarde $\frac{1}{r}$ heeft, hoe we de punten P_1 en P_2 ook kiezen. Hieruit volgt, dat de kromming voor ieder punt van een cirkel constant is en aangegeven wordt door de uitdrukking $\frac{1}{r}$.

Van de bijzondere kromme, de cirkel, schakelen we terug naar de algemene kromme, weergegeven in fig. 1. Men kan in P_1 de loodlijn op de raaklijn oprichten, eveneens in P_2 , deze beide loodlijnen snijden elkaar in S_2 . Laat men nu P_2 tot P_1 naderen, dan verplaatst zich dit snijpunt S over de loodlijn $S_1 P_1$; onderweg voor P_3 ontstaat het snijpunt S_3 . Zo zal in de limietstand als P_2 met P_1 samenvalt een punt M_1 ontstaan, gelegen op een afstand R_1 van P_1 . Dit betekent dat een cirkel met middelpunt M_1 en straal R_1 in het punt P_1 , zodanig aan de kromme zal raken, dat zowel voor de cirkel als de algemene kromme de kromming in P_1 gelijk is. Deze straal R_1 heet daarom de kromtestraal der kromme in P_1 , het punt M_1 het kromtemiddelpunt . De kromming in het punt P_1 is dus $\frac{1}{R_1}$, voor een algemeen punt P is de kromming $\frac{1}{R}$. In de algemene kromme heeft deze kromtestraal overal een andere waarde, het kromtemiddelpunt M een andere positie, dit in tegenstelling met de cirkel.

/ met lengte

Ook de rechte kan als een bijzondere kromme worden opgevat, nl. als een cirkel met straal ∞ . Haar kromtestraal is dus overal ∞ , haar kromming overal $\frac{1}{\infty} = 0$.

De vraag rijst nu, hoe de metaaldraad, die de weg op de kaart-schaal representeert, waar nodig mag worden gekromd. Reeds werd gesteld, dat nergens knikken mogen voorkomen, hetgeen geldt zowel voor de rechte als de gekromde gedeelten d.w.z. waar een rechtstand aansluit aan een kromme of waar 2 verschillende krommen in elkaar overgaan, behoort een gemeenschappelijke raaklijn te zijn.

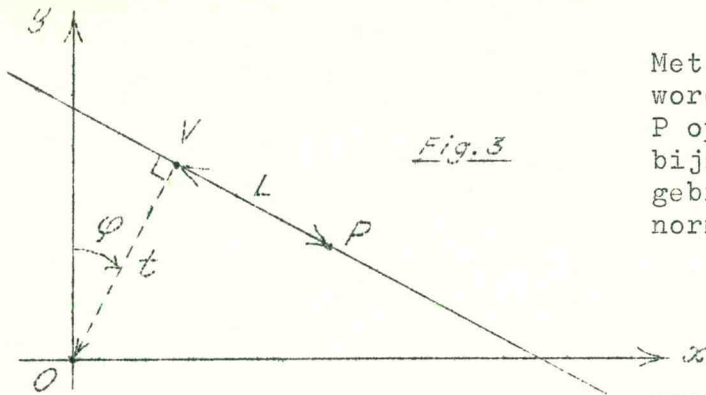
Alleen lettend op deze eis zouden de aselementen kunnen worden gevormd uit lijnstukken en cirkelbogen. Dit is evenwel niet voldoende, omdat er dan bij de overgang van rechte naar cirkelvormige weggedeelten moeilijkheden voor de voertuigbestuurders zouden ontstaan. De bij het doorrijden van cirkelbogen optredende middelpuntvliedende kracht zou plotseling na het raakpunt rechtstand-cirkelboog gaan werken en even plotseling na het raakpunt cirkelboog-rechtstand ophouden. De bestuurders zouden onaangename schokken ervaren en niet veilig kunnen rijden. Deze middelpuntvliedende kracht is uit te drukken als het product van de kromming der weg, de massa van het voertuig en het kwadraat van de snelheid van het voertuig. Er zal alleen soepel kunnen worden gereden, wanneer deze kracht geleidelijk op volle sterkte komt en even geleidelijk verdwijnt. Dit betekent dus dat de kromming van de weg geleidelijk van rechtstand tot begin cirkelboog (straal R) moet oplopen van 0 tot $\frac{1}{R}$, en van cirkelboog tot rechtstand af moet nemen van $\frac{1}{R}$ tot 0. Er behoort dus een "overgangsboog" te worden ingeschakeld, die ideaal is wanneer in deze boog de kromming evenredig aan de booglengte verloopt van 0 tot $\frac{1}{R}$.

Een tweede voordeel van deze overgangsboog is, dat de verandering in de wielstand van het voertuig, om na een rechtstand een cirkelboog of omgekeerd te kunnen doorrijden, geleidelijk tot stand kan komen.

Volledigheidshalve wordt tenslotte vermeld, dat de werking der middelpuntvliedende kracht zoveel mogelijk wordt geneutraliseerd door het aanbrengen van verkantingen in het dwarsprofiel der weg. Beschouwingen hierover vallen buiten het bestek van ons onderwerp.

Op grondslag van de behandelde hoofdprincipes zal nu worden afgeleid hoe de mogelijkheden liggen voor de ontwerper van de as, deze samen te stellen volgens rechtstanden, cirkelbogen en overgangsbogen. Dit probleem zal meetkundig analytisch worden bestudeerd. In het analogon van de metaaldraad is het wel duidelijk dat er tal van mogelijkheden zijn, om deze volgens de gegeven voorschriften te buigen. De ontwerper heeft daarnaast nog rekening te houden met tal van factoren zoals: de toe te laten snelheden op de weg, waarmede de mogelijkheden voor de stralen der te hanteren cirkelbogen aan banden worden gelegd evenals de lengte der te bezigen overgangsbogen; ook moet hij dikwijls rekening houden met dwangpunten, waardoor de as moet lopen of met dwangmaten als de as een minimale afstand buiten een gegeven terreindetail moet blijven.

De rechtstand. Uitgangspunt moet zijn de ligging van de rechte lijn in een plat vlak, d.w.z. de ligging volgens een aangenomen coördinatenstelsel x, y. Immers zullen de rechtstanden (lijnstukken) moeten worden gesitueerd in het kaartcoördinatenstelsel.



Met het oog op ons onderwerp wordt de ligging van de punten P op een rechte lijn op bijzondere wijze in formule gebracht, nl. in de zg. normaalvorm van Hesse:

$$t \sin 2\varphi + L \cos 2\varphi - t = 0$$

waarin t is de lengte van de loodlijn OV , neergelaten vanuit de oorsprong van het coördinatenstelsel O op de lijn, φ is het azimuth OV van deze loodlijn en L de afstand VP , positief rechts van OV , negatief links van OV .

De ligging van de rechte lijn zelf is geheel bepaald door de 2 van elkaar onafhankelijke grootheden φ en t . Dergelijke van elkaar onafhankelijke grootheden waaraan men getalwaarden (hier voor φ een zekere hoek, voor t een zekere lengte) moet toekennen om een puntensysteem (hier een rechte) in den coördinatenstelsel (hier x, y) vast te leggen, noemt men parameters. De rechte is dus bepaald door 2 parameters. Zolang de parameters van het puntensysteem niet bepaald zijn, worden zij met het oog op de vrijheid voor de ontwerper, hiervoor naar believen waarden aan te nemen, vrijheidsgraden genoemd. Geconcludeerd kan worden, dat de rechte lijn aan de ontwerper 2 vrijheidsgraden biedt.

Is eenmaal de rechte eenduidig bepaald, dan zou wanneer men L alle waarden van $-\infty$ tot $+\infty$ laat aannemen meetkundig het punt P de rechte doorlopen. Zodra men voor L een bepaalde waarde aanneemt, wordt een punt op de rechte gefixeerd. M.a.w. L is een parameter voor het vastleggen van een punt op de rechte. Een lijnstuk (rechtstand) wordt aldus bepaald door aanname van 2 punten, nl. door vastlegging van L_1 voor het beginpunt en van L_2 voor het eindpunt. Men heeft hiervoor dus weer 2 vrijheidsgraden beschikbaar. In totaal verbruikt een lijnstuk dus 4 vrijheidsgraden, een lijn slechts 2.

De vergelijking van de rechte werd gekozen met het oog op de parameters die hieruit volgden. Men kan uiteraard andere vergelijkingen voor de rechte opstellen, die aanleiding geven tot andere parameters. Maar omdat parameters onderling onafhankelijke grootheden zijn, waarmede puntensystemen worden vastgelegd zal voor bepaalde puntensystemen steeds een bepaald aantal parameters gelden, aanleiding gevend tot een bepaald aantal vrijheidsgraden voor de ontwerper. Aldus kan men een rechte eveneens vastleggen door een punt $+$ een azimuth of door de waarden voor x_0 en y_0 die respectievelijk van x - en y -as worden afgesneden. Dat een lijnstuk 4 vrijheidsgraden verbruikt komt overeen met het geven van de 4 coördinaten $x_1, y_1; x_2, y_2$ der 2 eindpunten. Dat een lijn slechts 2 vergt, stemt overeen met de meetkundige eigenschap, dat een rechte door 2 punten is bepaald. Een gegeven punt werkt nl. als 1 vrijheidsgraad, als haar ligging op de lijn zelf niet terzake doet, maar slechts de lijn als geheel in ligging aan banden legt.

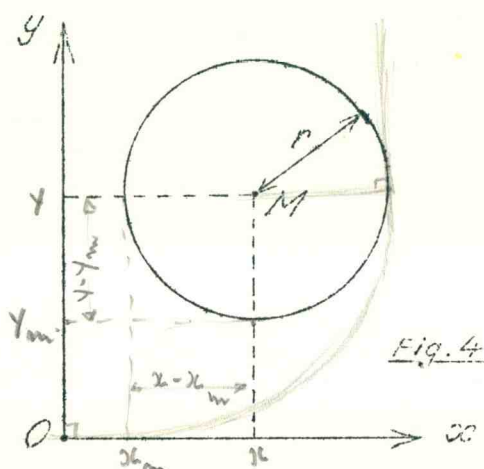
Analoog hiermede komt het brengen van een rechte metaaldraad, ruim van lengte, op een bepaalde plaats in dat vlak neer op 2 handelingen in dat vlak, nl. 1 draaiing om de juiste richting te verkrijgen en 1 verschuiving L , om de juiste plaats te bereiken.

Om er een bepaalde rechtstand (lijnstuk) mee aan te duiden moeten er 2 handelingen worden toegevoegd nl. de verschuiving in de richting van de draad tot het één uiteinde met het einde van de rechtstand correspondeert, en het afknippen op de juiste lengte zodat het andere uiteinde correspondeert of wel het afknippen aan beide zijden voor minder zuinige knutselaars.

L in willekeurige richting

De cirkel. Beginnende met de metaaldraad bereiken we hiermede de cirkelvorm door te zorgen dat zij overal volgens dezelfde kromming wordt gebogen. Een cirkel met straal r is met een eindige draadlengte voor te stellen, de omtrek van de cirkel is immers $2\pi r$. Het formaat van de cirkel is evenredig met de straal, zodat r analytisch een parameter van de cirkel zal zijn en voor de ontwerper een vrijheidsgraad zal betekenen. Nadat r is vastgesteld en de cirkel gebogen, wordt de beoogde plaats in het platte vlak bereikt door het bepalen van de richting, waarin de cirkel moet worden verschoven en het aanbrengen van de verschuiving zelf, alles gerekend ten opzichte van een willekeurige uitgangssituatie.

Een complete cirkel zal dus in een x - y coördinatenstelsel worden vastgelegd door 3 parameters, zoals in de vergelijking:



$$(x-x_M)^2 + (y-y_M)^2 = r^2$$

door x_M , y_M en r . Het punt x , y ligt dan op de cirkelomtrek. Een ontwerper heeft dus voor de cirkel 3 vrijheidsgraden tot zijn beschikking. Voor een afzonderlijke boog uit deze cirkel heeft hij 2 extra vrijheidsgraden, voor te stellen bv. als de booglengten L_1 en L_2 vanuit een willekeurig aangenomen referentiepunt op de cirkelomtrek.

De clotoïde We zagen, dat een ideale overgangsboog tussen een rechtstand en een cirkel met straal R , wordt opgebouwd naar een zodanig krommingsverloop dat de kromming op het raakpunt met de rechtstand O bedraagt en evenredig met de booglengte vanaf dit punt oploopt tot $\frac{R}{L}$ op het raakpunt met de cirkelboog. Deze overgangsboog zal dus een gedeelte zijn van de wiskundige kromme, waarvan de krommingswet is te formuleren als:

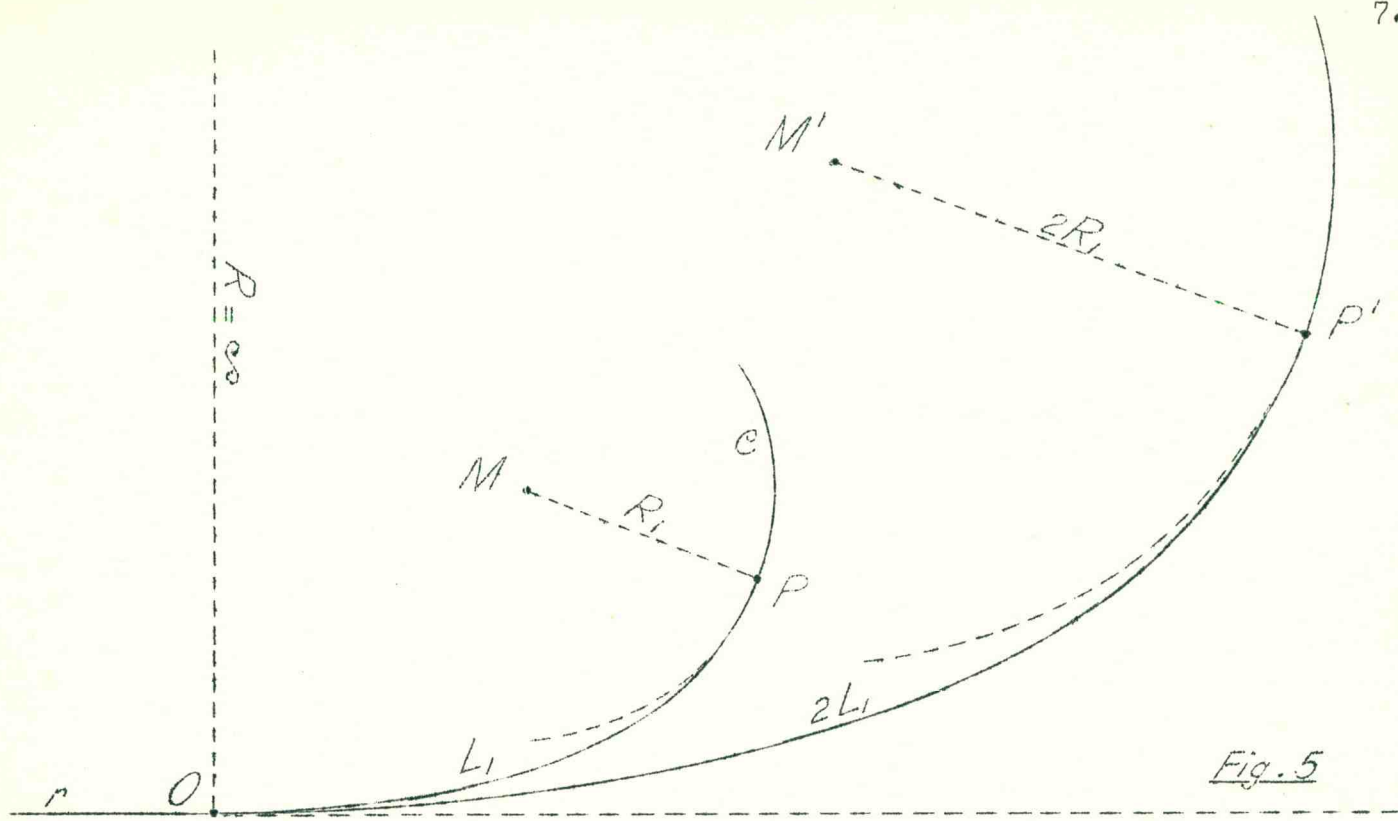
$$L : \frac{1}{R} = C : 1 \quad \text{of:} \quad LR = C \quad (\text{constant})$$

Schrijft men C als kwadraat van A , dan ontstaat de formule van de clotoïde:

$$LR = A^2$$

Deze analytische formule is bijzonder eenvoudig maar heeft geen betrekking op de ligging in een x , y coördinatenstelsel. A is een constante, L en R zijn variabelen voor de tot de clotoïde behorende punten, L is de booglengte vanaf het punt, waar de kromming O is, R is de kromtestraal voor het punt, gelegen op boogafstand L . De formule geeft weer de habitus van de kromme, zoals de uitdrukking $R = C$ (constant) een cirkel voorstelt en $R = \infty$ een rechte.

Uit de formule $LR = A^2$ blijkt, dat voor $L = 0$, $R = \pm \infty$ en voor $R = 0$ is $L = \pm \infty$. Een volledige clotoïde is dus ∞ lang en heeft een positieve en een negatieve tak, gerekend vanaf het punt $L = 0$; voor een figuur wordt verwezen naar het Leerboek der Landmeetkunde van Prof. Schermerhorn en Ir. van Steenis (†) vierde druk blz. 487. Er zullen verschillende clotoïdes ontstaan, wanneer A wordt gevarieerd. In figuur 5 gaat



de rechtstand r in het punt O over in een deel van een clotoïde die in het punt P overgaat in de cirkel C . Voor het gedeelte clotoïde OP is in O de kromtestraal ∞ , in P de kromtestraal R_1 gelijk aan de straal van de aansluitende cirkelboog met middelpunt M . De krommingsvergelijking van de toegepaste clotoïde is: $LR = L_1 R_1 = A_1^2$. Vergroten we deze figuur $2x$, dan ontstaat de rechter figuratie, waarin dus alle afstanden zijn verdubbeld: de boogafstand OP' is nu $2L_1$, de kromtestraat R_1 is $2R_1$. Dit betekent dat P' een punt is van een clotoïde met krommingsvergelijking:

$$LR = 2L_1 \cdot 2R_1 = 4L_1R_1 = (2A_1)^2 = A_2^2.$$

Uiteraard geldt dit voor ieder punt der oorspronkelijke clotoïde, zodat deze $2x$ vergroot wordt door $A_2 = 2A_1$ te stellen.

De betekenis van de constante A_2 is derhalve die van een vergrotingsfactor ten opzichte van de clotoïde $LR = 1$. A bepaalt het formaat van de clotoïde en is dus daarvan een parameter. Tevens blijkt dat alle clotoïden gelijkvormig zijn.

Bij vaststelling van A is dan ook in principe een rechte metaaldraad in de bijbehorende clotoïdevorm te buigen. Haar plaats in het platte vlak wordt ingenomen door deze vanuit een willekeurige aanvangssituatie te draaien, te bepalen in welke richting zij moet worden verschoven en deze verschuiving aan te brengen. Hiermede is vastgesteld dat de clotoïde wat vorm en ligging betreft bepaald wordt door 4 parameters, zodat de ontwerper hiervoor 4 vrijheidsgraden tot zijn beschikking heeft. Een clotoïdefragment levert weer 2 extra vrijheidsgraden op, want de metaaldraad zal op 2 plaatsen moeten worden afgeknipt.

De combineren der aselementen.

Bovenstaande beschouwingen hadden betrekking op de afzonderlijke aselementen, zij resulteerden in de aantallen beschikbaar vrijheidsgraden. De vraag is nu aan de orde hoe het voor het gehele asontwerp totale aantal beschikbare vrijheidsgraden kan worden vastgesteld, waarbij de afzonderlijke elementen worden aaneengeschakeld onder de

voorwaarde dat in de overgangspunten raaklijnen en kromtestralen voor 2 elementen gemeenschappelijk zijn.

Bij een asontwerp wordt aansluiting tot stand gebracht met reeds bestaande assen, hetgeen betekent, dat van deze aansluitingselementen de ligging is gedefinieerd, zonder dat de aansluitingspunten hierop behoeven vast te staan.

Figuur 5 is als zeer eenvoudig voorbeeld voor zulk een probleem te hanteren. Nemen we aan, dat de rechte r en de cirkel C gegeven zijn, zij vormen de aansluitingselementen voor een te ontwerpen clotoïde. Om het aantal beschikbare vrijheidsgraden voor de ontwerper te tellen, moeten we nagaan hoeveel parameters moeten worden gedefinieerd om uitgaande van het ene aansluitingselement het andere aansluitingselement vast te leggen.

Gaan we uit van de rechtstand r , dan is het noodzakelijk hierop het overgangspunt O vast te leggen, hetgeen de vaststelling van 1 parameter vraagt (de ligging van een punt op een gegeven rechte). De aansluitende clotoïde vergt nu ook slechts de vaststelling van 1 parameter, immers haar ligging is reeds gedefinieerd door middel van 1 punt (het punt O), de raaklijn in dit punt (de lijn r) en de kromtestraal in dit punt ($R = \infty$). Alle mogelijke clotoïden zouden kunnen worden aangepast, men moet dus nog de parameter A selecteren. Om vast te stellen welk gedeelte van deze clotoïde zal worden benut is de bepaling van de booglengte L als parameter van de ligging van een punt op de clotoïde voldoende. Daarmede is dan tevens de kromtestraal in dit punt vastgelegd en de ligging van het kromtemiddelpunt, zodat daarmede ook het aansluitingselement is gedefinieerd.

We zien, dat de ontwerper in principe 3 parameters heeft vast te stellen om uitgaande van het ene aansluitingselement het andere te bepalen. Aangezien echter ook het andere aansluitingselement gegeven is, waarvoor eveneens 3 parameters werden vastgesteld, biedt het gestelde probleem voor de ontwerper geen enkele vrijheidsgraad. Hij kan dus noch een dwangpunt of dwangmaat noch een bepaalde lengteboogmaat voorschrijven. Het aantal gegevens was juist voldoende voor de oplossing van het vraagstuk.

Als voorbeeld thans een asontwerp van meer gecompliceerde structuur.

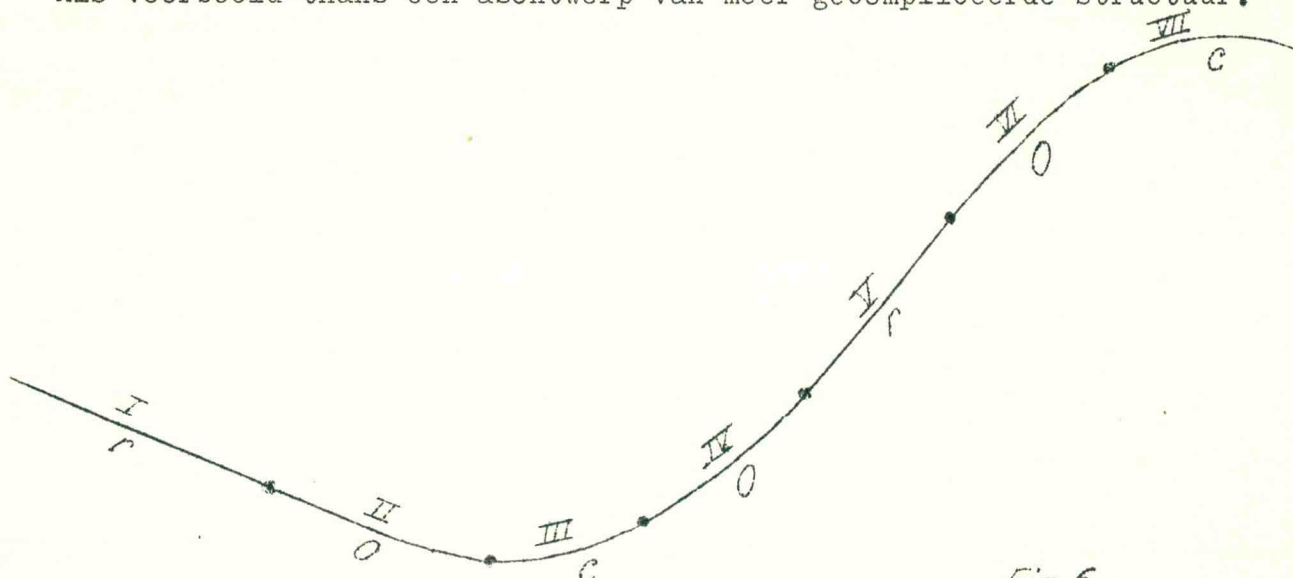


Fig. 6

Een tracé, bestaande uit de aselementen weergegeven in fig. 6 is opgebouwd uit fragmenten van:

rechte I, clotoide II, cirkel III, clotoide IV, rechte V, clotoide VI en cirkel VII. De aansluitingselementen worden gevormd door rechtstand I en cirkelboog VII.

De vraag is, hoeveel vrijheidsgraden biedt dit probleem aan de ontwerper. Het zal de lezer nu geen moeite kosten te verifiëren dat uitgaande van I, de definiëring van VII impliceert de vaststelling van 8 parameters, die als volgt zo eenvoudig mogelijk kunnen worden gehouden:

rechte I	0	parameters	(gegeven)
aansluitingspunt I-II	1	"	(punt op rechte)
clotoide II	1	"	(A clotoide)
overgangspunt II/III	1	"	(punt op clotoide)
cirkel III	0	"	
overgangspunt III/IV	1	"	(punt op cirkel)
clotoide IV	1	"	(A clotoide)
overgangspunt IV/V	0	"	
rechte V	0	"	
overgangspunt V/VI	1	"	(punt op rechte)
clotoide VI	1	"	(A clotoide)
aansluitingspunt VI/VII	1	"	(punt op clotoide)
cirkel VII	0	"	

Door de vaststelling van 8 parameters volgt dus VII uit I. Echter is cirkel VII gegeven zodat hiervan 3 parameters vaststaan. De ontwerper is dus vrij om voor 5 andere parameters geschikte waarden in te voeren, hij heeft dus de beschikking over 5 vrijheidsgraden, waartoe vele mogelijkheden openstaan. Anders gezegd moeten in het uit te werken tracé II, III, IV, V en VI 5 gegevens worden geïntroduceerd (niet meer en niet minder), die van allerlei aard kunnen zijn.

Zij mogen ^{bv.} betrekking hebben op dwangpunten of dwangmaten op lengten van afzonderlijke elementen op stralen van toe te passen cirkelbogen of parameters A van toe te passen clotoïdes, mits deze gegevens maar onafhankelijk zijn en elkaar niet tegenspreken. Men kan bv. geen 3 punten op rechte V invoeren.

Zou men een dwangpunt tevens als overgangspunt willen laten fungeren dan vergt dit punt uiteraard 2 vrijheidsgraden.

De hierboven besproken voorbeelden laten zien, hoe men gemakkelijk kan nagaan of de oplossing van een gesteld vraagstuk bepaald, onbepaald of overbepaald is, op grond van de meetkundige samenhang der aselementen. Houdt men deze nauwkeurig in het oog, dan is dit ook voor varianten in de behandelde opbouw eenvoudig.

Als algemene opmerking moet nog worden gesteld, dat de wijze van beschikking over de vrijheidsgraden voor zo'n probleem van invloed is op de berekening van aspunten in coördinaten.

Daar een elektronisch rekenprogramma niet voor alle denkbare variaties in gegevens kan worden opgezet, betekent de toepassing van elektronische rekenmethoden wel een zekere beperking voor de asontwerper in de wijze waarop hij van zijn vrijheidsgraden gebruik maakt. Hij dient zich dus te voren op de hoogte te stellen van de mogelijkheden, die het beschikbare programma biedt.

In dit opstel zijn de vroeger gehanteerde overgangsbogen in de vorm van gedeelten van een kubische parabool of lemniscaat niet genoemd. De beschouwingen gelden echter onveranderd daar ook deze wiskundige krommen gedefinieerd zijn door 4 parameters.

Bepaling verkanting in de boog

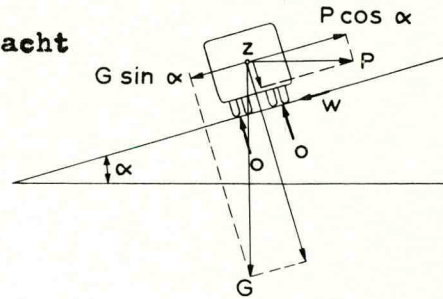
Op een door een boog rijdend voertuig werken de volgende krachten:

P = middelpuntvliedende kracht

G = eigen gewicht

W = wrijvingskracht

O = oplegkrachten



$$G = mg \quad (1)$$

$$P = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

Verondersteld wordt hierbij dat het voertuig een boog doorrijdt met een constante straal R en een snelheid v .

Theoretisch kan men voor iedere boog de grootte van de verkanting zodanig bepalen, dat bij een bepaalde snelheid een voertuig de boog kan doorlopen, zonder dat een zijdelingse wrijvingskracht wordt opgewekt en wel uit de voorwaarde dat:

$$P \cos \alpha - G \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\frac{mv^2}{R} \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0$$

$$\frac{v^2}{R} = g \operatorname{tg} \alpha \text{ of } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gR} \text{ met } \operatorname{tg} \alpha = \frac{i}{100} \text{ (i in \%)}$$

$$\text{verkrijgt men: } i = \frac{v^2}{gR} \cdot 100 \quad (4)$$

Het toepassen van formule (4) kan leiden tot te grote zijdelingse hellingen, met het gevaar dat langzaam rijdende voertuigen naar beneden zouden afzakken. Vooral bij een glad wegdek en mist doet zich dit bezwaar in sterke mate gevoelen. De verkanting i is daarom ook aan maximum waarden gebonden (de minimum waarden worden door ontwateringseisen bepaald). Dit betekent dat men voor de opname van de middelpuntvliedende kracht naast de verkanting i ook de optredende wrijvingskracht in rekening dient te brengen.

De wrijvingskracht is geen constante, maar hangt van vele factoren en invloeden af. Voor de grootte van de wrijvingskracht zijn o.a. zeer belangrijk de snelheid en de toestand van het wegdek. (zie ook 2.332). Uit talloze onderzoeken werd de maximale zijdelingse wrijvingscoëfficiënt f_z vastgesteld afhankelijk van de snelheid, waarbij maatgevend waren de gemeten waarden bij een nat wegdek. Bij hogere snelheden neemt de zijdelingse wrijving af (zie 2.222). Hierbij kwam men tevens tot de volgende aanname, dat van de optredende middelpuntvliedende kracht bij een door een boog rijdend voertuig $1/3$ door de verkanting en $2/3$ door de zijdelingse wrijving wordt opgenomen ($f_z = 2 \frac{i}{100}$).

Door invoering van de factor $1/3$ kan men de verkanting in de cirkelboog bepalen uit de formule:

$$i = \frac{1}{3} \frac{v^2}{gR} \cdot 100 \quad (5)$$

(i in %, v in m/s, g in m/s^2 en R in 100)

Met $g = 9,81 m/s^2$ en $v = \frac{V_0}{3,6} km/h$ verkrijgt men:

$$i = 0,262 \frac{V_0^2}{R} \quad (6)$$

i = verkanting in %

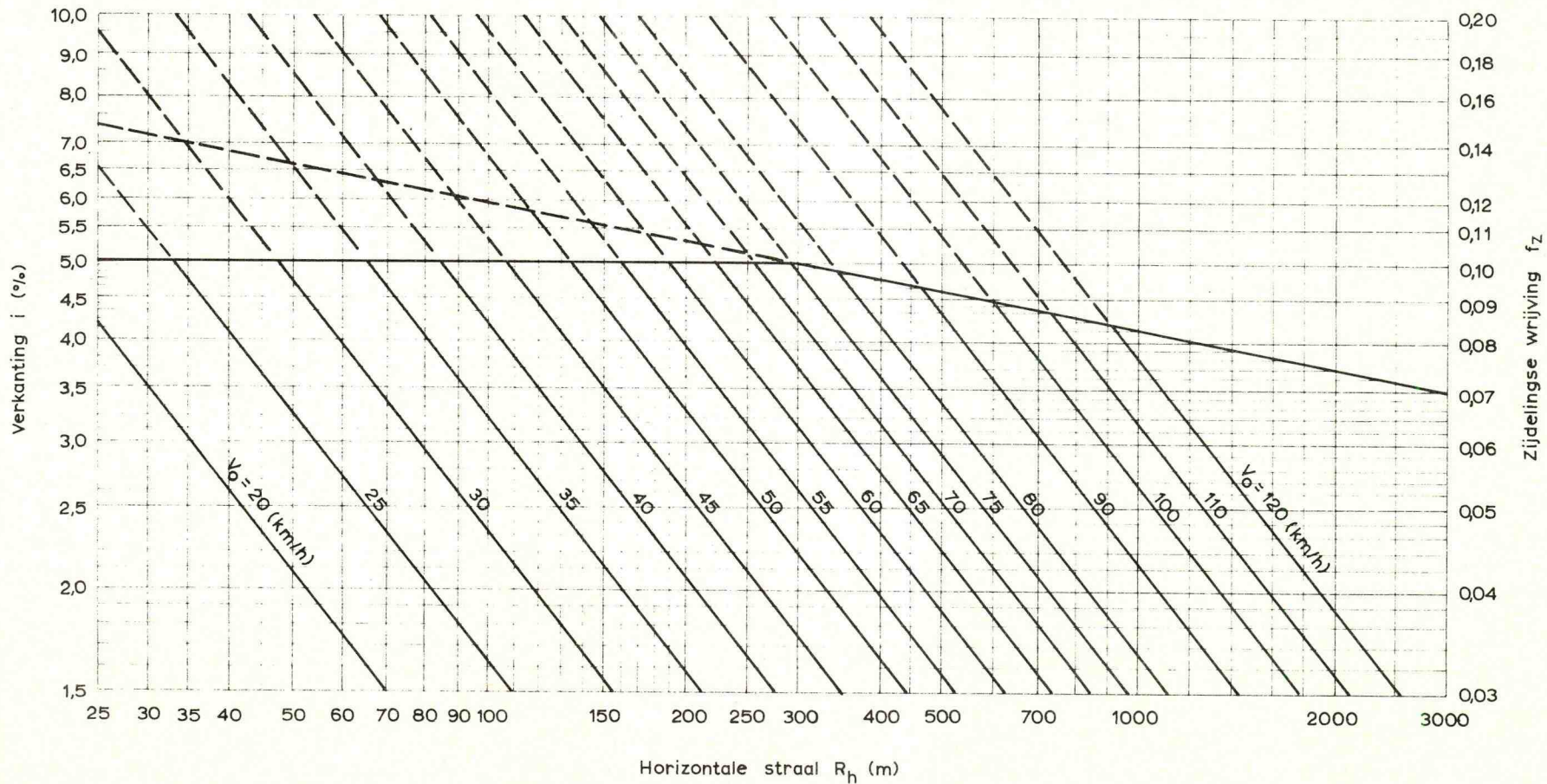
V_0 = ontwerpsnelheid in km/h

R = straal in m.

Het bijgevoegde diagram geeft de verkanting als functie van de snelheid (V_0 (km/h) en de straal R (m). De minimum verkanting in de boog is uit oogpunt van de ontwatering gelijk aan die van de rijweg in rechte gedeelten.

Uit het diagram blijkt dat de maximum verkanting voor $V_0 < 78 km/h$ op 5% is bepaald, ten einde afglijden bij gladheid te voorkomen. Voor deze situatie zijn, zoals uit het diagram blijkt, hogere waarden voor f_z toelaatbaar, doch i.v.m. het feit dat lagere ontwerpsnelheden eerder worden overschreden dan hogere, wordt voor f_z eveneens $2 \frac{i}{100}$ aangenomen.

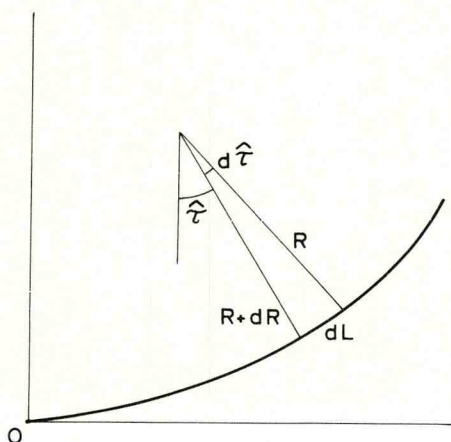
Diagram ter bepaling van de verkanting i in de boog, met aangegeven bovengrens



Theoretische grondslagen der clothoïde

De clothoïde is de kromme waarvan de booglengte, gemeten vanaf het beginpunt en de kromtestraal omgekeerd evenredig zijn, dus $R \cdot L = \text{constant} = A^2$.

(1)



Voor iedere kromme geldt:

$$R d\hat{\tau} = dL$$

Voor de clothoïde geldt dus:

$$d\hat{\tau} = \frac{L dL}{A^2} \quad (2)$$

$$\int d\hat{\tau} = \frac{1}{A^2} \int L dL$$

$$\hat{\tau} = \frac{1}{A^2} \cdot \frac{1}{2} L^2 + C$$

$C = 0$, omdat bij $L = 0$ $\hat{\tau} = 0$

$$\text{dus } \hat{\tau} = \frac{L^2}{2A^2} = \frac{L}{2R} = \frac{A^2}{2R^2} \quad (3)$$

Voor de eenheidsclothoïde ($A = a = 1$) betekent dit dat:

$$\underline{r \cdot l = 1} \quad \text{en} \quad \underline{\hat{\tau} = \frac{l^2}{2} = \frac{1}{2r} = \frac{1}{2r^2}} \quad (4)$$

Het verband tussen een clothoïde met parameter A en de eenheidsclothoïde (grootheden in kleine Latijnse letters weergegeven) wordt bepaald door:

$$\underline{R = A \cdot r}; \quad \underline{L = A \cdot l}; \quad \underline{\Delta R = A \cdot \Delta r}; \quad \underline{X = A \cdot x}; \quad \underline{Y = A \cdot y} \dots \dots \dots (5)$$

Uit de eenheidsclothoïde kan men door eenvoudige vermenigvuldiging van de grootheden met parameter A alle overige clothoïden afleiden.

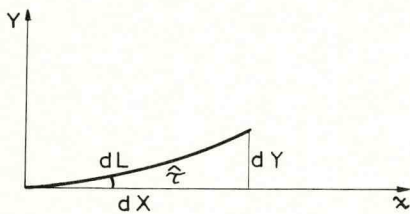
Met rechthoekige coördinaten

Uit de vergelijkingen (2) en (3) is $\hat{\tau}$ direct en exact af te leiden, dit is niet mogelijk voor de rechthoekskoördinaten X en Y .

Men kan echter eenvoudige differentiaal-vergelijkingen opstellen, die na integratie Fresnelsche Integralen geeft:

Uit (2) en (3) : $L = A\sqrt{2\tilde{z}}$ en $d\tilde{z} = \frac{LdL}{A^2}$ verkrijgt men:

$$d\tilde{z} = \frac{\sqrt{2\tilde{z}}}{A} dL \quad \text{of} \quad dL = \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{d\tilde{z}}{\sqrt{\tilde{z}}}$$



$$dX = \cos \hat{z} dL = \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\cos \hat{z}}{\sqrt{\tilde{z}}} d\tilde{z} = \cos \frac{L^2}{2A^2} dL$$

$$dY = \sin \hat{z} dL = \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\sin \hat{z}}{\sqrt{\tilde{z}}} d\tilde{z} = \sin \frac{L^2}{2A^2} dL$$

Na integratie verkrijgen we voor de rechthoekskoördinaten van de clothoïde de Fresnelsche Integralen:

$$X = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^{\tilde{z}} \frac{\cos \hat{z}}{\sqrt{\tilde{z}}} d\tilde{z} \quad \text{of} \quad X = \int_0^L \cos \frac{L^2}{2A^2} dL \quad (6)$$

$$Y = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^{\tilde{z}} \frac{\sin \hat{z}}{\sqrt{\tilde{z}}} d\tilde{z} \quad \text{of} \quad Y = \int_0^L \sin \frac{L^2}{2A^2} dL \quad (7)$$

Deze integralen zijn te bepalen door de cos en sin in reeksen te ontwikkelen, wat tot het volgende resultaat heeft geleid:

$$X = A\sqrt{2\tilde{z}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\tilde{z}^{2n-2}}{(4n-3) \cdot (2n-2)!} = A\sqrt{2\tilde{z}} \left(1 - \frac{\tilde{z}^2}{10} + \frac{\tilde{z}^4}{216} - + \dots \right) \quad (8)$$

$$\text{of} \quad X = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{L^{4n-3}}{(4n-3) \cdot 2^{2n-2} \cdot A^{4n-4} (2n-2)!} =$$

$$L - \frac{L^5}{40A^4} + \frac{L^9}{3456A^8} - + \dots \quad (8a)$$

$$Y = A\sqrt{2\tilde{z}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\tilde{z}^{2n-1}}{(4n-1) \cdot (2n-1)!} =$$

$$A\sqrt{2\tilde{z}} \left(\frac{\tilde{z}}{3} - \frac{\tilde{z}^3}{42} + \frac{\tilde{z}^5}{1320} - + \dots \right) \quad (9)$$

$$\text{of } Y = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{L^{4n-1}}{(4n-1) \cdot 2^{2n-1} \cdot A^{4n-2} (2n-1)!} =$$

$$\frac{L^3}{6A^2} - \frac{L^7}{336A^6} + \frac{L^{11}}{42240A^{10}} - + \dots \quad (9^a)$$

Uit de vergelijkingen (8) en (9) respectievelijk (8^a) en (9^a) kunnen we X en Y bepalen door \tilde{z} respectievelijk L bepaalde waarden te geven.

Eigenschappen clothoïde (figuur 1)

De clothoïde is een spiraal en wordt beschreven door de volgende formule:

$$R \cdot L = A^2 = \text{constant}$$

(het product van krommingsstraal R en booglengte L is in ieder willekeurig punt der clothoïde constant)

A = parameter van de clothoïde (m)

R = krommingsstraal (m)

L = lengte van de clothoïdeboog (m)

Als overgangsboog is de clothoïde de meest geschikte, omdat de kromming ($\frac{1}{R}$) recht evenredig toeneemt met de afstand welke van het beginpunt is doorlopen ($\frac{1}{R} = \text{const.} \cdot L = \frac{1}{A^2} L$). Dit wil dus zeggen, dat deze kromme de baan is, welke wordt doorlopen, indien de snelheid van het voertuig en de snelheid, waarmee het stuur wordt gedraaid, constant zijn.

De clothoïde met parameter a=1 wordt de eenheidsclothoïde (r.l=1) genoemd, hieruit zijn alle grotere of kleinere clothoïden af te leiden. Immers alle clothoïden zijn gelijkvormig en kunnen t.o.v. de eenheidsclothoïde door parameter A, die de verhouding weergeeft tussen de uit te zetten clothoïde en de eenheidsclothoïde, worden vastgelegd.

Met behulp van de formules $R \cdot L = A^2$ en $\hat{\tau} = \frac{L}{2R}$ (zie theoretische grondslagen der clothoïde) en combinaties van deze formules kan men verschillende belangrijke waarden exact bepalen. Voor het verkrijgen van meer grootheden is echter het gebruik van tabellen noodzakelijk (zie literatuur). Uitgaande van de gelijkvormigheid der clothoïden beschouwt men de eenheidsclothoïde als basis-vorm. Kenmerkende punten voor clothoïden met verschillende parameter zijn punten met dezelfde hoek τ en $\hat{\tau}$.

Voor dergelijke punten zijn de verhoudingen $\frac{R}{A}$; $\frac{L}{A}$; $\frac{X}{A}$; $\frac{Y}{A}$; $\frac{\Delta R}{R}$

e.d. constant. Voor de belangrijkste dezer punten, die door straal r van de eenheidsclothoïde worden bepaald, wordt verwezen naar figuur 2 en tabel 1.

Literatuur-overzicht

1. D.N. : Strassenbau vom A-Z, Erich Schmidt Verlag, Berlin.
2. Neuman E : Neuzeitlicher Strassenbau, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1959.
3. Kasper, Schurba en Lorenz : Die Klothoïde als Trassierungselement, F. Dümmlers Verlag, Bonn 1961.

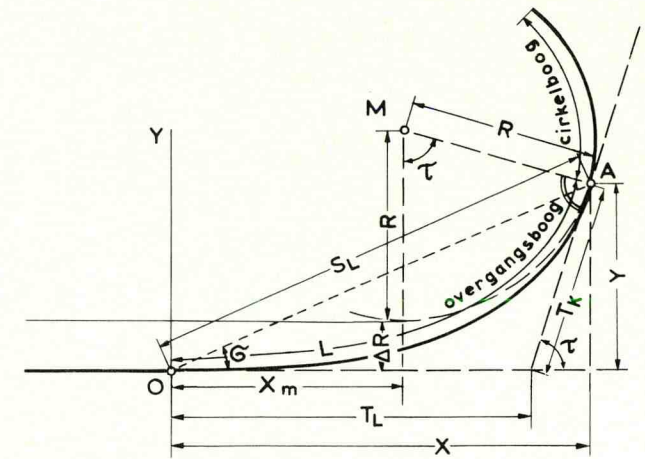


Fig. 1

Clothoïde - elementen:

OA = clothoïdeboog

L = lengte van de clothoïdeboog

R = straal van de cirkelboog resp. minimumstraal van de clothoïde

X_m = ab'scis van het middelpunt van de cirkelboog

ΔR = cirkelboog - verschuiving ("shift")

X, Y = rechthoeks-coördinaten

S, G = pool-coördinaten

τ = hoek van de raaklijn (τ^g 100d - τ^g 60d)

T_k = korte raaklijn

T_L = lange raaklijn (ab'scis X minus sub-raaklijn)

Kenmerkende punten van de clothoïde

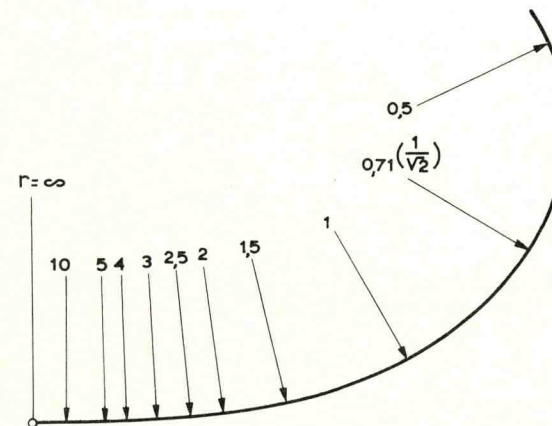


Fig. 2

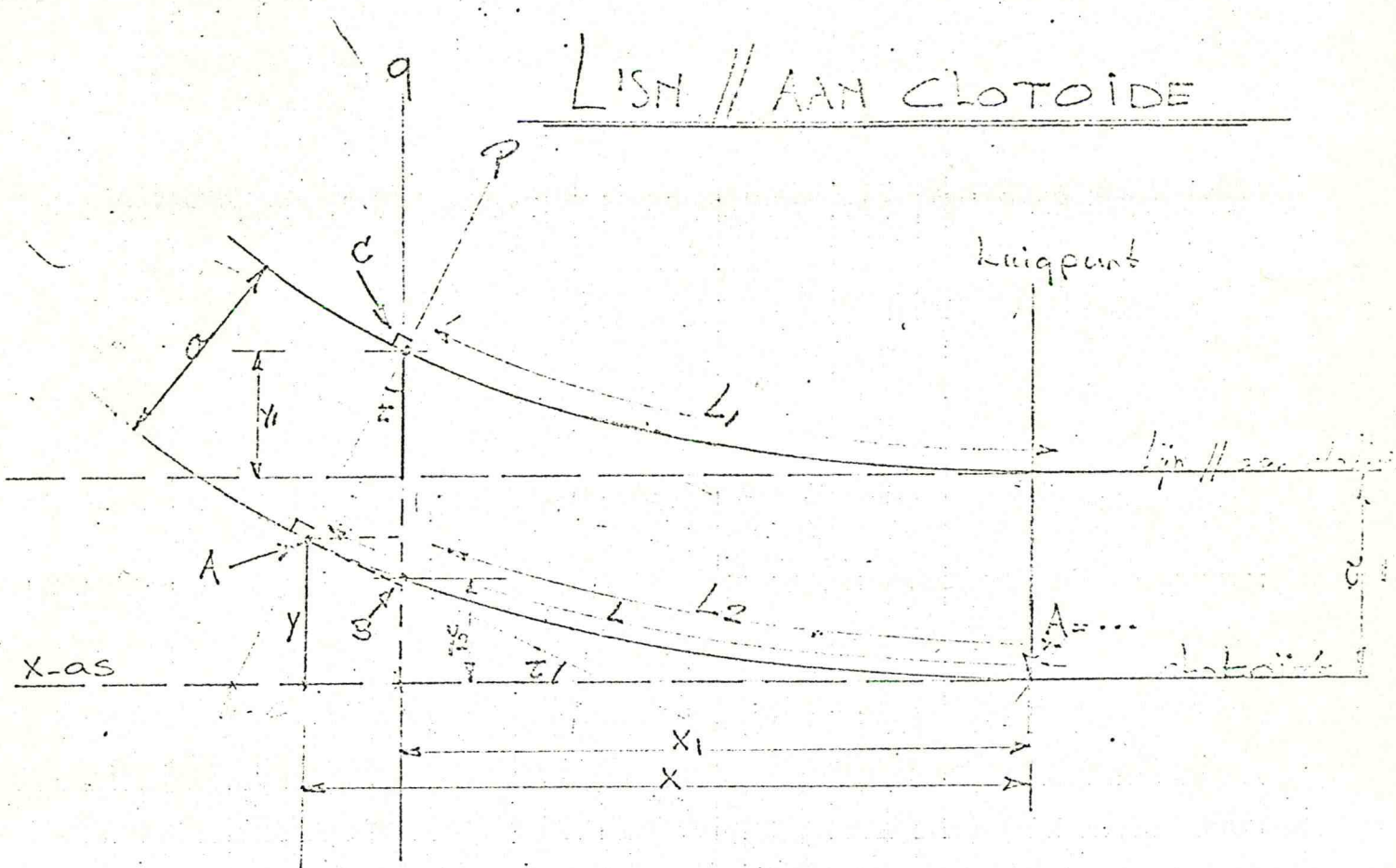
r	τ ^g	A	
$\frac{R}{A}$	$\frac{63,662}{2r^2}$	$\frac{R}{r}$	r L
0,5	127,32	2R	$\frac{1}{2} L$
$0,71 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	63,66	$\sqrt{2} R$	$\frac{1}{\sqrt{2}} L$
1	31,83	R	L
1,5	14,16	$\frac{2}{3} R$	$\frac{2}{3} L$
2	7,95	$\frac{1}{2} R$	2L
2,5	5,09	$\frac{2}{5} R$	$\frac{5}{2} L$
3	3,54	$\frac{1}{3} R$	3L
5	1,27	$\frac{1}{5} R$	5L
10	0,32	$\frac{1}{10} R$	10L

Tabel 1

r = straal eenheidsclothoïde

a = parameter eenheidsclothoïde (=1)

L'ISN // AAN CLOTOIDE



Lijn p ⊥ op clothoide (punt A bekend)

Gegeven zijn de clothoide (x, y, L) en a

dan geldt:

$y_1 = \boxed{y} - a(1 - \cos \tau)$	—
$x_1 = \boxed{x} - a \sin \tau$	—
$L_1 = \boxed{L} - a \cdot \tau$ (in rad)	—

Indien punt C bekend is, geldt onderstaande

Lijn q ⊥ op x-as (punt B bekend) =

Gegeven zijn de clothoide $(x_1, y_2, \text{ en } L_1 (=L_2))$ en a

dan geldt

$$\boxed{x} = x_1 + a \sin \tau$$

$$y_1 = \boxed{y} - a(1 + \cos \tau)$$

$$\boxed{L} = L_1 + a \cdot \tau$$

3 verg met 4.0000
↓
zoek - zoek

b invullen in (3)

$$\begin{aligned} A \sin \alpha (x_2 - a) + y_2 &= y_1 + c \cos \tau_1 & (3) \\ a &= x_1 - c \sin \tau_1 & (4) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A \sin \alpha (x_2 - a) + y_2 &= y_1 + c \cos \tau_1 \\ a &= x_1 - c \sin \tau_1 \end{aligned}} \right\} \text{Hieruit } a \text{ elimineren.}$$

$$(3) \rightarrow x_2 A \sin \alpha - a A \sin \alpha + y_2 = y_1 + c \cos \tau_1$$

$$a = \frac{x_2 A \sin \alpha + y_2 - y_1 - c \cos \tau_1}{A \sin \alpha}$$

$$(4) \rightarrow a = x_1 - c \sin \tau_1$$

Dus $x_2 A \sin \alpha + y_2 - y_1 - c \cos \tau_1 = (x_1 - c \sin \tau_1) A \sin \alpha$

Formule van
Brüno

$$A \sin \alpha \{ x_2 + c \sin \tau_1 - x_1 \} + y_2 - y_1 - c \cos \tau_1 = 0$$

Merkingen: Neem willekeurige x_1 , daarmee volgt y_1 en τ_1 .
 Los verg. op.
 Indien uitkomst $\neq 0$, andere x_1 kiezen, tot mogelijk wel 0 wordt.
 De x_2 eventueel te bepalen m.b.v. een grafiek.

Indien form. > 0 , dan x groter nemen
 " " < 0 , " " x kleiner "

x ongeveer evenveel groter of kleiner nemen, als de uitkomst van de formule

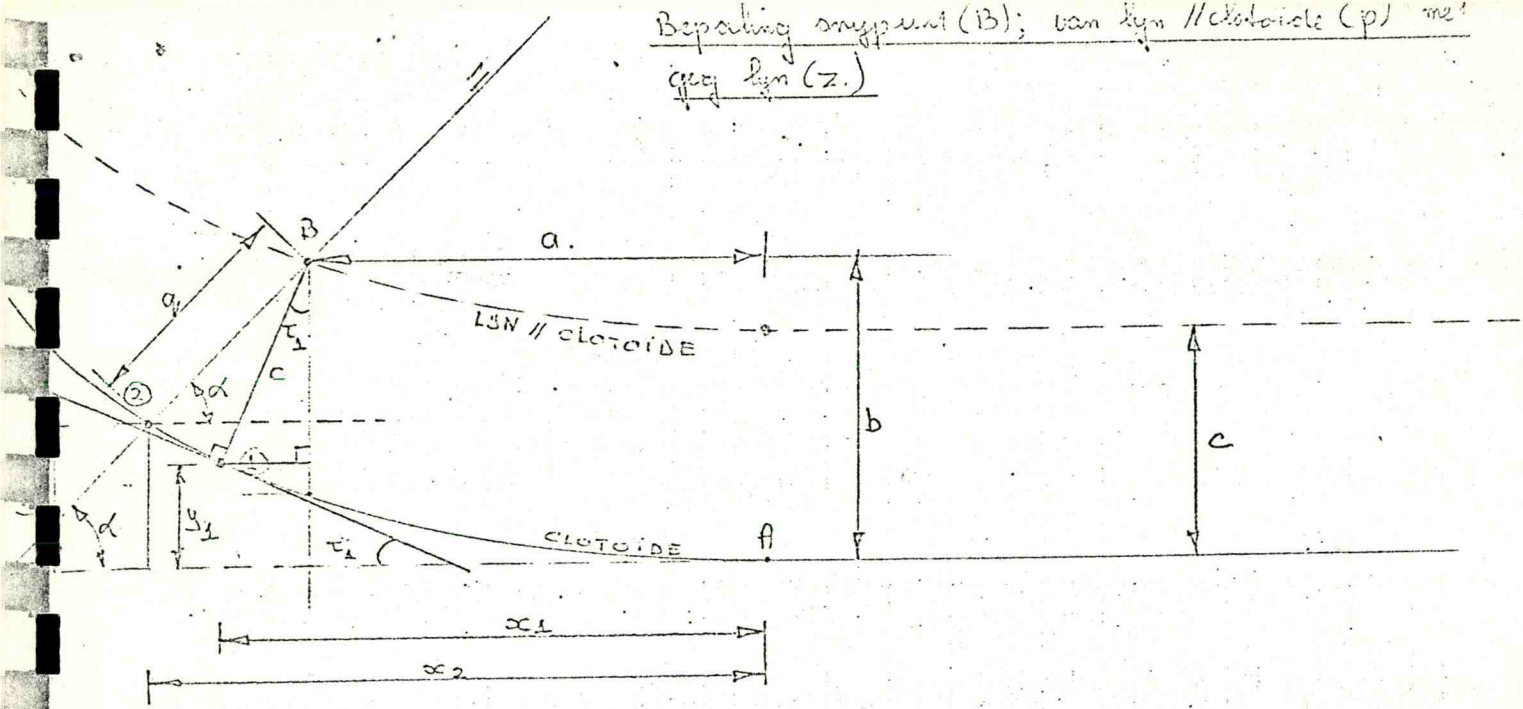
voorbeeld ($A=275$), $x_2=56,29$; $y_2=0,393$ (willekeurige waarden)

x_1	$\frac{x_1}{A}$	$\frac{y_1}{A}$	y_1	τ	formule
49,70	0,18072727	0,0009839	0,27057	0°56'09"	$\sin(49,70 + \sin(0,01633265 - m)) + \sin - \sin - \sin(0,99986661) = -0,015$

stel nu $b \times x_1 = 49,68$

$$\text{uitkomst } \begin{cases} x = 49,681 \\ y = 0,2703 \end{cases}$$

Bepaling snijpunt (B); van lyn // clotoide (p) met
geg. lyn (z.)



- Geg.: a) clotoide $\rightarrow x_2; y_2$ (punt 2)
 b) lyn z. $\rightarrow \alpha$ (door punt 2)
 c) afstand c

Gevoegsel: coördinaten van punt B tov. A (a; b)

Oplissing (van lyn z): $b = y_2 + q \sin \alpha$ (1)
 $a = x_2 - q \cos \alpha$ (2)

(van lyn p) $b = y_1 + c \cos \tau_1$ (3)
 $a = x_1 - c \sin \tau_1$ (4)

Uit (1) en (2) q oplossen.

$$q = \frac{b - y_2}{\sin \alpha} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \frac{b - y_2}{\sin \alpha} + \frac{a - x_2}{\cos \alpha} = 0$$

$$q = \frac{x_2 - a}{\cos \alpha} \quad \downarrow$$

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{x_2 - a}{\cos \alpha} + \frac{y_2}{\sin \alpha}$$

$b = \tan \alpha (x_2 - a) + y_2$

$$A = \frac{1}{2} \frac{4}{m} \frac{2}{3} R$$

$R =$ anschließende steil

$z =$ Krümmung

$z \times L = \text{constant}$

constante = A^2

$$\frac{A^2}{R} = L \text{ max.}$$



Tafel V
L-Tafel

Abstecktafel

enthaltend auf 14 Seiten die rechtwinkligen Koordinaten X und Y zu runden Bogenlängen L von 60 Normklotoiden zwischen $A = 15$ und $A = 3000$.

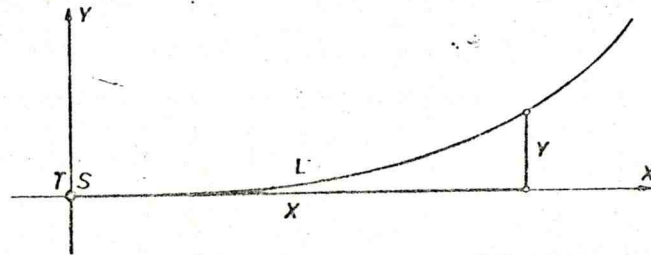


Abb. 108

A = 15								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
2	2,000	0,006	10	9,951	0,738	18	17,089	4,163
4	3,999	0,047	12	11,878	1,271	20	18,477	5,600
6	5,996	0,160	14	13,737	2,005			
8	7,984	0,379	16	15,490	2,965			
A = 20								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
2	2,000	0,003	10	9,984	0,416	18	17,707	2,402
4	4,000	0,027	12	11,961	0,718	20	19,506	3,274
6	5,999	0,090	14	13,916	1,138	22	21,208	4,322
8	7,995	0,213	16	15,837	1,694	24	22,785	5,550
A = 25								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
2	2,000	0,002	12	11,984	0,460	22	21,672	2,809
4	4,000	0,017	14	13,966	0,730	24	23,495	3,631
6	6,000	0,058	16	15,933	1,089	26	25,250	4,590
8	7,998	0,137	18	17,879	1,548	28	26,918	5,691
10	9,994	0,267	20	19,796	2,118	30	28,482	6,938
A = 30								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
2	2,000	0,001	14	13,983	0,508	26	25,636	3,222
4	4,000	0,012	16	15,968	0,757	28	27,473	4,010
6	6,000	0,040	18	17,942	1,078	30	29,259	4,911
8	7,999	0,095	20	19,901	1,476	32	30,980	5,929
10	9,997	0,185	22	21,841	1,962	34	32,624	7,067
12	11,992	0,320	24	23,755	2,541	36	34,178	8,325
A = 35								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,009	18	17,969	0,792	32	31,446	4,403
6	6,000	0,029	20	19,947	1,086	34	33,251	5,263
8	7,999	0,070	22	21,914	1,445	36	35,006	6,222
10	9,998	0,136	24	23,868	1,873	38	36,701	7,282
12	11,996	0,235	26	25,803	2,378	40	38,327	8,446
14	13,991	0,373	28	27,715	2,965	42	39,874	9,713
16	15,983	0,557	30	29,598	3,638			

A = 40

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,007	26	25,884	1,825	40	39,012	6,549
8	8,000	0,053	28	27,832	2,277	42	40,742	7,552
12	11,998	0,180	30	29,764	2,797	44	42,417	8,644
16	15,990	0,426	32	31,674	3,388	46	44,029	9,827
20	19,969	0,832	34	33,559	4,056	48	45,571	11,100
22	21,950	1,107	36	35,414	4,803	50	47,033	12,464
24	23,922	1,437	38	37,233	5,633			

A = 45

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,005	32	31,796	2,685	46	44,760	7,856
8	8,000	0,042	34	33,724	3,216	48	46,470	8,894
12	11,998	0,142	36	35,633	3,812	50	48,128	10,011
16	15,994	0,337	38	37,520	4,475	52	49,729	11,209
20	19,980	0,658	40	39,380	5,209	54	51,267	12,488
24	23,951	1,136	42	41,210	6,016	56	52,734	13,847
28	27,895	1,802	44	43,005	6,897			

A = 50

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,004	32	31,866	2,178	52	50,500	9,180
8	8,000	0,034	36	35,759	3,096	54	52,192	10,245
12	11,999	0,115	40	39,592	4,236	56	53,837	11,383
16	15,996	0,273	44	43,345	5,618	58	55,429	12,593
20	19,987	0,533	46	45,183	6,407	60	56,963	13,876
24	23,968	0,921	48	46,991	7,262	62	58,434	15,230
28	27,931	1,461	50	48,764	8,186			

A = 55

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,004	32	31,908	1,802	58	56,232	10,515
8	8,000	0,028	36	35,835	2,562	60	57,910	11,603
12	11,999	0,095	40	39,721	3,509	62	59,543	12,757
16	15,997	0,226	44	43,552	4,659	64	61,128	13,977
20	19,991	0,441	48	47,309	6,030	66	62,660	15,263
24	23,978	0,761	52	50,971	7,637	68	64,134	16,615
28	27,953	1,208	56	54,514	9,492			

A = 60

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,003	16	15,998	0,190	28	27,967	1,015
8	8,000	0,024	20	19,994	0,370	32	31,935	1,515
12	12,000	0,080	24	23,985	0,640	36	35,884	2,155

(Fortsetzung nächste Seite)

Fortsetzung A = 60

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
40	39,803	2,953	56	54,947	8,021	70	66,827	15,362
44	43,683	3,923	60	58,517	9,823	72	68,356	16,651
48	47,511	5,083	64	61,960	11,859	74	69,833	17,999
52	51,271	6,444	68	65,248	14,134			

A = 65

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
4	4,000	0,003	32	31,953	1,291	60	58,920	8,411
8	8,000	0,020	36	35,915	1,837	64	62,512	10,169
12	12,000	0,068	40	39,857	2,518	68	65,992	12,141
16	15,999	0,162	44	43,770	3,348	72	69,337	14,333
20	19,996	0,316	48	47,644	4,340	76	72,525	16,747
24	23,989	0,545	52	51,470	5,506	80	75,531	19,385
28	27,976	0,865	56	55,234	6,860			

A = 70

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,004	40	39,894	2,173	68	66,502	10,526
10	10,000	0,034	44	43,829	2,889	72	70,011	12,444
15	14,999	0,115	48	47,735	3,747	76	73,402	14,565
20	19,997	0,272	52	51,606	4,757	80	76,655	16,892
25	24,990	0,531	56	55,429	5,930	84	79,749	19,426
30	29,975	0,918	60	59,195	7,276	88	82,662	22,166
35	34,945	1,457	64	62,891	8,806			

A = 75

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,004	40	39,919	1,894	70	68,684	10,026
10	10,000	0,030	45	44,854	2,694	74	72,266	11,805
15	14,999	0,100	50	49,754	3,691	78	75,749	13,770
20	19,997	0,237	54	53,638	4,643	82	79,119	15,925
25	24,992	0,463	58	57,484	5,744	86	82,357	18,272
30	29,981	0,800	62	61,280	7,003	90	85,445	20,813
35	34,959	1,269	66	65,017	8,428			

A = 80

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,003	40	39,938	1,665	75	73,564	10,836
10	10,000	0,026	45	44,888	2,369	80	78,023	13,097
15	15,000	0,088	50	49,810	3,246	85	82,331	15,633
20	19,998	0,208	55	54,694	4,315	90	86,462	18,448
25	24,994	0,407	60	59,527	5,593	95	90,385	21,547
30	29,985	0,703	65	64,295	7,096	100	94,067	24,928
35	34,968	1,116	70	68,981	8,839			

A = 90

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,003	40	39,961	1,316	75	74,101	8,606
10	10,000	0,021	45	44,930	1,873	80	78,760	10,418
15	15,000	0,069	50	49,881	2,568	85	83,325	12,458
20	19,999	0,165	55	54,809	3,415	90	87,776	14,734
25	24,996	0,321	60	59,704	4,429	95	92,094	17,254
30	29,991	0,555	65	64,559	5,623	100	96,256	20,023
35	34,980	0,882	70	69,362	7,012	105	100,240	23,043

A = 100

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,002	45	44,954	1,518	85	83,897	10,140
10	10,000	0,017	50	49,922	2,081	90	88,535	12,008
15	15,000	0,056	55	54,874	2,768	95	93,084	14,083
20	19,999	0,133	60	59,806	3,592	100	97,529	16,371
25	24,998	0,260	65	64,711	4,563	105	101,854	18,879
30	29,994	0,450	70	69,581	5,692	110	106,041	21,610
35	34,987	0,714	75	74,409	6,992	115	110,072	24,567
40	39,974	1,066	80	79,185	8,471			

A = 110

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,002	45	44,969	1,255	85	84,245	8,405
10	10,000	0,014	50	49,947	1,720	90	88,997	9,961
15	15,000	0,046	55	54,914	2,289	95	93,687	11,693
20	19,999	0,110	60	59,867	2,971	100	98,306	13,607
25	24,998	0,215	65	64,802	3,774	105	102,841	15,710
30	29,996	0,372	70	69,714	4,711	110	107,282	18,009
35	34,991	0,590	75	74,596	5,789	115	111,613	20,506
40	39,982	0,881	80	79,442	7,017	120	115,820	23,206

A = 120

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,001	50	49,962	1,446	95	94,071	9,854
10	10,000	0,012	55	54,939	1,924	100	98,801	11,475
15	15,000	0,039	60	59,906	2,497	105	103,472	13,259
20	20,000	0,093	65	64,860	3,174	110	108,074	15,212
25	24,999	0,181	70	69,798	3,962	115	112,599	17,339
30	29,997	0,312	75	74,714	4,870	120	117,035	19,646
35	34,994	0,496	80	79,606	5,905	125	121,371	22,135
40	39,988	0,741	85	84,467	7,076	130	125,594	24,810
45	44,978	1,054	90	89,291	8,390			

A = 125

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,001	50	49,968	1,333	95	94,211	9,091
10	10,000	0,011	55	54,948	1,773	100	98,981	10,589
15	15,000	0,036	60	59,920	2,302	105	103,701	12,239
20	20,000	0,085	65	64,881	2,926	110	108,362	14,046
25	24,999	0,167	70	69,828	3,652	115	112,957	16,016
30	29,998	0,288	75	74,757	4,490	120	117,477	18,154
35	34,995	0,457	80	79,665	5,445	125	121,911	20,464
40	39,990	0,683	85	84,547	6,526	130	126,249	22,950
45	44,981	0,972	90	89,397	7,739	135	130,480	25,613

A = 130

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,001	50	49,973	1,232	95	94,325	8,412
10	10,000	0,010	55	54,956	1,640	100	99,128	9,800
15	15,000	0,033	60	59,932	2,128	105	103,888	11,330
20	20,000	0,079	65	64,899	2,705	110	108,599	13,007
25	24,999	0,154	70	69,853	3,378	115	113,252	14,836
30	29,998	0,266	75	74,793	4,152	120	117,840	16,822
35	34,995	0,423	80	79,714	5,036	125	122,355	18,970
40	39,991	0,631	85	84,612	6,037	130	126,787	21,283
45	44,984	0,898	90	89,485	7,160	135	131,128	23,765

A = 140

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,001	45	44,988	0,775	85	84,712	5,210
10	10,000	0,009	50	49,980	1,063	90	89,616	6,180
15	15,000	0,029	55	54,967	1,414	95	94,498	7,263
20	20,000	0,068	60	59,949	1,836	100	99,351	8,464
25	24,999	0,133	65	64,925	2,333	110	108,956	11,241
30	29,998	0,230	70	69,891	2,913	120	118,391	14,553
35	34,997	0,365	75	74,846	3,582	130	127,604	18,435
40	39,993	0,544	80	79,787	4,345	140	136,540	22,920

A = 150

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
5	5,000	0,001	50	49,985	0,926	95	94,619	6,333
10	10,000	0,007	55	54,975	1,232	100	99,507	7,381
15	15,000	0,025	60	59,962	1,599	110	109,207	9,808
20	20,000	0,059	65	64,943	2,033	120	118,777	12,707
25	25,000	0,116	70	69,917	2,539	130	128,178	16,111
30	29,999	0,200	75	74,883	3,122	140	137,367	20,052
35	34,997	0,318	80	79,838	3,787	150	146,293	24,557
40	39,995	0,474	85	84,781	4,541			
45	44,991	0,675	90	89,709	5,388			

A = 160

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,007	50	49,988	0,814	90	89,775	4,738
15	15,000	0,022	55	54,981	1,083	95	94,705	5,570
20	20,000	0,052	60	59,970	1,406	100	99,619	6,493
25	25,000	0,102	65	64,956	1,787	110	109,387	8,631
30	29,999	0,176	70	69,936	2,232	120	119,054	11,187
35	34,998	0,279	75	74,910	2,744	130	128,591	14,192
40	39,996	0,417	80	79,875	3,330	140	137,962	17,678
45	44,993	0,593	85	84,831	3,993	150	147,129	21,671

A = 170

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,006	55	54,985	0,959	100	99,701	5,755
15	15,000	0,019	60	59,977	1,245	110	109,519	7,652
20	20,000	0,046	65	64,965	1,583	120	119,257	9,921
25	25,000	0,090	70	69,950	1,977	130	128,893	12,593
30	29,999	0,156	75	74,929	2,431	140	138,399	15,695
35	34,998	0,247	80	79,902	2,950	150	147,743	19,254
40	39,997	0,369	85	84,867	3,538	160	156,890	23,293
45	44,995	0,525	90	89,823	4,198			
50	49,991	0,721	95	94,769	4,936			

A = 175

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,005	55	54,987	0,905	100	99,734	5,432
15	15,000	0,018	60	59,979	1,175	110	109,571	7,223
20	20,000	0,044	65	64,969	1,494	120	119,338	9,367
25	25,000	0,085	70	69,955	1,866	130	129,014	11,892
30	29,999	0,147	75	74,937	2,295	140	138,573	14,824
35	34,999	0,233	80	79,913	2,784	150	147,988	18,191
40	39,997	0,348	85	84,882	3,339	160	157,228	22,015
45	44,995	0,496	90	89,843	3,962			
50	49,992	0,680	95	94,794	4,659			

A = 180

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,005	55	54,988	0,856	100	99,762	5,135
15	15,000	0,017	60	59,981	1,111	110	109,617	6,830
20	20,000	0,041	65	64,972	1,412	120	119,409	8,858
25	25,000	0,080	70	69,960	1,764	130	129,119	11,247
30	29,999	0,139	75	74,944	2,169	140	138,725	14,023
35	34,999	0,221	80	79,922	2,632	150	148,202	17,212
40	39,998	0,329	85	84,894	3,156	160	157,521	20,836
45	44,996	0,469	90	89,859	3,746	170	166,650	24,916
50	49,993	0,643	95	94,816	4,404			

A = 190								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,005	55	54,990	0,768	100	99,808	4,610
15	15,000	0,016	60	59,985	0,997	110	109,691	6,133
20	20,000	0,037	65	64,978	1,268	120	119,524	7,955
25	25,000	0,072	70	69,968	1,583	130	129,290	10,104
30	30,000	0,125	75	74,955	1,947	140	138,972	12,602
35	34,999	0,198	80	79,937	2,362	150	148,550	15,474
40	39,998	0,295	85	84,915	2,833	160	158,000	18,741
45	44,996	0,421	90	89,887	3,363	170	167,296	22,424
50	49,994	0,577	95	94,852	3,954			
A = 200								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,004	55	54,992	0,693	100	99,844	4,162
15	15,000	0,014	60	59,988	0,900	110	109,749	5,537
20	20,000	0,033	65	64,982	1,144	120	119,612	7,183
25	25,000	0,065	70	69,974	1,429	130	129,421	9,125
30	30,000	0,113	75	74,963	1,757	140	139,162	11,384
35	34,999	0,179	80	79,949	2,132	150	148,818	13,983
40	39,998	0,267	85	84,931	2,557	160	158,369	16,942
45	44,997	0,380	90	89,908	3,035	170	167,795	20,281
50	49,995	0,521	95	94,879	3,569	180	177,070	24,017
A = 225								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,003	60	59,992	0,711	120	119,757	5,681
15	15,000	0,011	65	64,989	0,904	130	129,638	7,219
20	20,000	0,026	70	69,984	1,129	140	139,476	9,010
25	25,000	0,051	75	74,977	1,389	150	149,261	11,072
30	30,000	0,089	80	79,968	1,685	160	158,980	13,423
35	35,000	0,141	85	84,957	2,021	170	168,620	16,081
40	39,999	0,211	90	89,942	2,399	180	178,166	19,060
45	44,998	0,300	95	94,925	2,821	190	187,599	22,377
50	49,997	0,412	100	99,902	3,290			
55	54,995	0,548	110	109,843	4,377			
A = 250								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,003	60	59,995	0,576	120	119,841	4,604
15	15,000	0,009	65	64,993	0,732	130	129,763	5,851
20	20,000	0,021	70	69,989	0,915	140	139,656	7,305
25	25,000	0,042	75	74,985	1,125	150	149,515	8,979
30	30,000	0,072	80	79,979	1,365	160	159,330	10,890
35	35,000	0,114	85	84,972	1,637	170	169,094	13,051
40	39,999	0,171	90	89,962	1,943	180	178,794	15,478
45	44,999	0,243	95	94,951	2,285	190	188,421	18,182
50	49,998	0,333	100	99,936	2,665	200	197,962	21,178
55	54,997	0,444	110	109,897	3,547			

A = 275

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,002	60	59,997	0,476	120	119,891	3,806
15	15,000	0,007	65	64,995	0,605	130	129,838	4,838
20	20,000	0,018	70	69,993	0,756	140	139,765	6,040
25	25,000	0,034	75	74,990	0,930	150	149,669	7,426
30	30,000	0,060	80	79,986	1,128	160	159,542	9,009
35	35,000	0,094	85	84,981	1,353	170	169,380	10,799
40	40,000	0,141	90	89,974	1,606	180	179,176	12,811
45	44,999	0,201	95	94,966	1,889	190	188,920	15,055
50	49,999	0,275	100	99,956	2,203	200	198,606	17,543
55	54,998	0,367	110	109,930	2,932	220	217,758	23,296

A = 300

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,002	60	59,998	0,400	120	119,923	3,199
15	15,000	0,006	65	64,997	0,509	130	129,885	4,066
20	20,000	0,015	70	69,995	0,635	140	139,834	5,077
25	25,000	0,029	75	74,993	0,781	150	149,766	6,243
30	30,000	0,050	80	79,990	0,948	160	159,677	7,574
35	35,000	0,079	85	84,986	1,137	170	169,562	9,081
40	40,000	0,119	90	89,982	1,350	180	179,418	10,775
45	44,999	0,169	95	94,976	1,587	190	189,237	12,665
50	49,999	0,231	100	99,969	1,851	200	199,015	14,763
55	54,998	0,308	110	109,950	2,464	220	218,415	19,617

A = 325

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,002	90	89,987	1,150	170	169,682	7,742
20	20,000	0,013	100	99,978	1,578	180	179,577	9,187
30	30,000	0,043	110	109,964	2,100	190	189,446	10,800
40	40,000	0,101	120	119,944	2,726	200	199,284	12,591
50	49,999	0,197	130	129,917	3,465	220	218,848	16,739
60	59,998	0,341	140	139,879	4,327	240	238,222	21,698
70	69,996	0,541	150	149,830	5,321			
80	79,993	0,808	160	159,765	6,456			

A = 350

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	90	89,990	0,992	170	169,764	6,678
20	20,000	0,011	100	99,983	1,360	180	179,686	7,925
30	30,000	0,037	110	109,973	1,811	190	189,588	9,318
40	40,000	0,087	120	119,958	2,350	200	199,468	10,864
50	49,999	0,170	130	129,938	2,988	220	219,143	14,447
60	59,999	0,294	140	139,910	3,732	240	238,677	18,734
70	69,997	0,467	150	149,873	4,589	260	258,028	23,783
80	79,994	0,697	160	159,825	5,568			

A = 375

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	90	89,993	0,864	170	169,820	5,818
20	20,000	0,009	100	99,987	1,185	180	179,761	6,905
30	30,000	0,032	110	109,980	1,577	190	189,687	8,120
40	40,000	0,076	120	119,969	2,048	200	199,596	9,468
50	49,999	0,148	130	129,953	2,603	220	219,349	12,593
60	59,999	0,256	140	139,932	3,251	240	238,995	16,335
70	69,998	0,407	150	149,904	3,998	260	258,502	20,745
80	79,996	0,607	160	159,868	4,852	280	277,832	25,873

A = 400

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	100	99,990	1,042	190	189,758	7,138
20	20,000	0,008	110	109,984	1,386	200	199,688	8,324
30	30,000	0,028	120	119,976	1,800	210	209,602	9,634
40	40,000	0,067	130	129,964	2,288	220	219,497	11,074
50	50,000	0,130	140	139,947	2,858	240	239,224	14,367
60	59,999	0,225	150	149,926	3,514	260	258,842	18,250
70	69,998	0,357	160	159,898	4,265	280	278,324	22,769
80	79,997	0,533	170	169,861	5,115			
90	89,994	0,759	180	179,816	6,071			

A = 450

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	100	99,994	0,823	190	189,849	5,642
20	20,000	0,007	110	109,990	1,095	200	199,805	6,580
30	30,000	0,022	120	119,985	1,422	210	209,751	7,616
40	40,000	0,053	130	129,977	1,808	220	219,686	8,755
50	50,000	0,103	140	139,967	2,258	230	229,608	10,002
60	59,999	0,178	150	149,954	2,777	240	239,515	11,361
70	69,999	0,282	160	159,936	3,370	260	259,277	14,437
80	79,998	0,421	170	169,914	4,042	280	278,952	18,019
90	89,996	0,600	180	179,885	4,798	300	298,522	22,144

A = 500

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	110	109,994	0,887	210	209,837	6,171
20	20,000	0,005	120	119,990	1,152	220	219,794	7,094
30	30,000	0,018	130	129,985	1,465	230	229,743	8,105
40	40,000	0,043	140	139,979	1,829	240	239,682	9,207
50	50,000	0,083	150	149,970	2,250	260	259,525	11,702
60	60,000	0,144	160	159,958	2,730	280	279,312	14,609
70	69,999	0,229	170	169,943	3,275	300	299,029	17,958
80	79,999	0,341	180	179,924	3,887	320	318,660	21,780
90	89,998	0,486	190	189,901	4,571			
100	99,996	0,667	200	199,872	5,331			

A = 550

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,001	110	109,996	0,733	210	209,888	5,101
20	20,000	0,004	120	119,993	0,952	220	219,859	5,864
30	30,000	0,015	130	129,990	1,210	230	229,824	6,700
40	40,000	0,035	140	139,985	1,512	240	239,783	7,612
50	50,000	0,069	150	149,979	1,859	250	249,733	8,602
60	60,000	0,119	160	159,971	2,256	260	259,675	9,675
70	70,000	0,189	170	169,961	2,706	280	279,530	12,080
80	79,999	0,282	180	179,949	3,213	300	299,337	14,853
90	89,998	0,402	190	189,933	3,778	320	319,084	18,017
100	99,997	0,551	200	199,912	4,406	340	338,761	21,599

A = 600

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,000	120	119,995	0,800	230	229,876	5,631
20	20,000	0,004	130	129,993	1,017	240	239,846	6,397
30	30,000	0,012	140	139,989	1,270	250	249,812	7,230
40	40,000	0,030	150	149,985	1,562	260	259,771	8,132
50	50,000	0,058	160	159,980	1,896	270	269,723	9,106
60	60,000	0,100	170	169,972	2,274	280	279,668	10,154
70	70,000	0,159	180	179,964	2,700	300	299,532	12,486
80	79,999	0,237	190	189,952	3,175	320	319,353	15,148
90	89,999	0,338	200	199,938	3,703	340	339,125	18,163
100	99,998	0,463	210	209,921	4,286	360	358,835	21,550
110	109,997	0,616	220	219,901	4,928			

A = 650

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
10	10,000	0,000	120	119,996	0,682	230	229,910	4,798
20	20,000	0,003	130	129,995	0,867	240	239,889	5,451
30	30,000	0,011	140	139,993	1,082	250	249,863	6,161
40	40,000	0,025	150	149,989	1,331	260	259,834	6,930
50	50,000	0,049	160	159,985	1,616	270	269,799	7,760
60	60,000	0,085	170	169,980	1,938	280	279,759	8,654
70	70,000	0,135	180	179,974	2,300	300	299,660	10,642
80	80,000	0,202	190	189,966	2,705	320	319,531	12,913
90	89,999	0,288	200	199,955	3,155	340	339,364	15,484
100	99,998	0,394	210	209,943	3,653	360	359,154	18,374
110	109,998	0,525	220	219,928	4,199	380	378,892	21,601

A = 700

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
20	20,000	0,003	80	80,000	0,174	140	139,994	0,933
30	30,000	0,009	90	89,999	0,248	150	149,992	1,148
40	40,000	0,022	100	99,999	0,340	160	159,989	1,393
50	50,000	0,043	110	109,998	0,453	170	169,985	1,671
60	60,000	0,073	120	119,998	0,588	180	179,980	1,984
70	70,000	0,117	130	129,996	0,747	190	189,975	2,333

(Fortsetzung nächste Seite)

Fortsetzung A = 700

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
200	199,967	2,721	260	259,877	5,976	340	339,527	13,355
210	209,958	3,150	270	269,850	6,692	360	359,371	15,850
220	219,947	3,621	280	279,821	7,463	380	379,176	18,635
230	229,933	4,138	290	289,787	8,291	400	398,935	21,727
240	239,917	4,701	300	299,747	9,178	420	418,641	25,142
250	249,898	5,313	320	319,651	11,137			

A = 750

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
20	20,000	0,002	140	139,996	0,813	260	259,906	5,206
30	30,000	0,008	150	149,994	1,000	270	269,887	5,830
40	40,000	0,019	160	159,992	1,214	280	279,864	6,502
50	50,000	0,037	170	169,989	1,456	290	289,838	7,224
60	60,000	0,064	180	179,985	1,728	300	299,808	7,996
70	70,000	0,102	190	189,980	2,032	310	309,774	8,822
80	80,000	0,152	200	199,975	2,370	330	329,691	10,641
90	90,000	0,216	210	209,968	2,744	350	349,585	12,693
100	99,999	0,296	220	219,959	3,155	380	379,375	16,239
110	109,999	0,394	230	229,949	3,605	410	409,086	20,389
120	119,998	0,512	240	239,937	4,095	440	438,699	25,186
130	129,997	0,651	250	249,923	4,629			

A = 800

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
20	20,000	0,002	140	139,997	0,715	260	259,928	4,576
30	30,000	0,007	150	149,995	0,879	270	269,912	5,125
40	40,000	0,017	160	159,994	1,067	280	279,895	5,715
50	50,000	0,033	170	169,991	1,279	290	289,875	6,349
60	60,000	0,056	180	179,988	1,519	300	299,852	7,029
70	70,000	0,089	190	189,985	1,786	310	309,825	7,755
80	80,000	0,133	200	199,980	2,083	330	329,761	9,354
90	90,000	0,190	210	209,975	2,412	350	349,680	11,158
100	99,999	0,260	220	219,969	2,773	380	379,517	14,277
110	109,999	0,347	230	229,961	3,168	410	409,293	17,926
120	119,998	0,450	240	239,951	3,600	440	438,994	22,147
130	129,998	0,572	250	249,940	4,068	470	468,602	26,980

A = 900

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
30	30,000	0,006	90	90,000	0,150	150	149,997	0,694
40	40,000	0,013	100	100,000	0,206	160	159,996	0,843
50	50,000	0,026	110	109,999	0,274	170	169,995	1,011
60	60,000	0,044	120	119,999	0,356	180	179,993	1,200
70	70,000	0,071	130	129,998	0,452	190	189,990	1,411
80	80,000	0,105	140	139,998	0,565	200	199,988	1,646

(Fortsetzung nächste Seite)

Fortsetzung A = 900

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
210	209,984	1,905	270	269,945	4,049	350	349,800	8,818
220	219,980	2,191	280	279,934	4,516	380	379,698	11,284
230	229,976	2,503	290	289,922	5,017	410	409,559	14,171
240	239,970	2,844	300	299,907	5,554	440	439,372	17,510
250	249,963	3,215	310	309,891	6,128	470	469,127	21,334
260	259,955	3,616	320	319,873	6,740			

A = 1000

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,021	250	249,976	2,604	450	449,539	15,176
100	100,000	0,167	300	299,939	4,499	500	499,219	20,810
150	149,998	0,563	350	349,869	7,144			
200	199,992	1,333	400	399,744	10,662			

A = 1100

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,017	250	249,984	2,152	450	449,685	12,545
100	100,000	0,138	300	299,958	3,719	500	499,466	17,205
150	149,999	0,465	350	349,911	5,905	550	549,141	22,891
200	199,994	1,102	400	399,825	8,813			

A = 1200

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,014	250	249,988	1,808	450	449,778	10,543
100	100,000	0,116	300	299,971	3,125	500	499,624	14,460
150	149,999	0,391	350	349,937	4,962	550	549,393	19,241
200	199,997	0,926	400	399,876	7,406	600	599,063	24,972

A = 1300

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,014	250	249,992	1,541	450	449,839	8,984
100	100,000	0,099	300	299,978	2,663	500	499,726	12,323
150	150,000	0,333	350	349,954	4,228	550	549,560	16,398
200	199,997	0,789	400	399,910	6,311	600	599,319	21,284

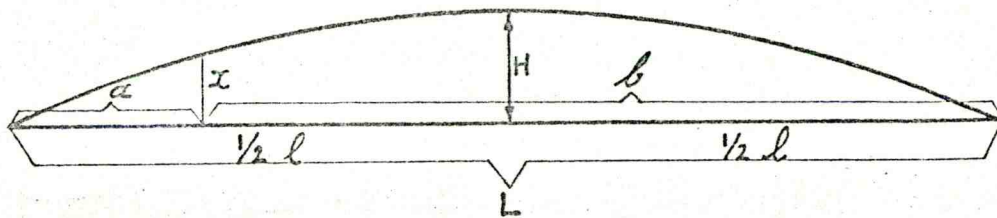
A = 1400

L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,011	300	299,985	2,296	550	549,672	14,142
100	100,000	0,085	350	349,966	3,646	600	599,494	18,356
150	150,000	0,287	400	399,933	5,442	650	649,246	23,333
200	199,998	0,680	450	449,881	7,747			
250	249,993	1,329	500	499,797	10,626			

A = 1500								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,009	300	299,988	2,000	550	549,752	12,320
100	100,000	0,074	350	349,974	3,176	600	599,616	15,993
150	150,000	0,250	400	399,950	4,740	650	649,427	20,330
200	199,998	0,593	450	449,909	6,749			
250	249,996	1,157	500	499,845	9,257			
A = 1600								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,008	300	299,991	1,758	550	549,808	10,829
100	100,000	0,065	350	349,980	2,791	600	599,704	14,058
150	150,000	0,220	400	399,961	4,166	650	649,558	17,871
200	199,999	0,521	450	449,930	5,932	700	699,359	22,316
250	249,996	1,017	500	499,881	8,137			
A = 1700								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,007	300	299,993	1,557	550	549,849	9,593
100	100,000	0,058	350	349,984	2,472	600	599,767	12,453
150	150,000	0,195	400	399,969	3,691	650	649,653	15,832
200	199,999	0,461	450	449,945	5,255	700	699,498	19,771
250	249,997	0,901	500	499,907	7,208	750	749,289	24,313
A = 1800								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,006	300	299,995	1,389	550	549,881	8,557
100	100,000	0,051	350	349,987	2,206	600	599,814	11,109
150	150,000	0,174	400	399,975	3,292	650	649,723	14,123
200	199,999	0,412	450	449,956	4,687	700	699,600	17,637
250	249,998	0,804	500	499,929	6,430	750	749,436	21,690
A = 1900								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,006	350	349,991	1,979	650	649,777	12,676
100	100,000	0,046	400	399,980	2,955	700	699,678	15,831
150	150,000	0,156	450	449,964	4,207	750	749,545	19,469
200	199,999	0,369	500	499,940	5,771	800	799,372	23,625
250	249,998	0,721	550	549,904	7,680			
300	299,996	1,247	600	599,850	9,971			

A = 2000								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,005	350	349,992	1,786	650	649,819	11,440
100	100,000	0,042	400	399,984	2,667	700	699,737	14,288
150	150,000	0,141	450	449,971	3,797	750	749,629	17,572
200	200,000	0,333	500	499,951	5,208	800	799,488	21,324
250	249,999	0,651	550	549,921	6,932			
300	299,996	1,125	600	599,879	8,999			
A = 2200								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,004	350	349,995	1,476	650	649,877	9,456
100	100,000	0,034	400	399,989	2,204	700	699,821	11,809
150	150,000	0,116	450	449,979	3,138	750	749,746	14,524
200	199,999	0,275	500	499,967	4,304	800	799,650	17,625
250	249,998	0,538	550	549,946	5,729	850	849,527	21,139
300	299,998	0,930	600	599,916	7,437			
A = 2500								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,003	400	399,994	1,707	750	749,848	11,249
100	100,000	0,027	450	449,988	2,430	800	799,790	13,651
150	150,000	0,090	500	499,980	3,333	850	849,716	16,373
200	200,000	0,213	550	549,968	4,437	900	899,622	19,434
250	250,000	0,417	600	599,950	5,760	950	949,505	22,855
300	299,999	0,720	650	649,926	7,323			
350	349,997	1,143	700	699,893	9,146			
A = 2700								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,003	400	399,995	1,463	750	749,889	9,644
100	100,000	0,023	450	449,992	2,083	800	799,845	11,704
150	150,000	0,077	500	499,985	2,858	850	849,792	14,038
200	200,000	0,183	550	549,977	3,804	900	899,721	16,663
250	250,000	0,357	600	599,963	4,938	950	949,636	19,596
300	299,999	0,617	650	649,946	6,278	1000	999,529	22,855
350	349,999	0,980	700	699,920	7,841			
A = 3000								
L	X	Y	L	X	Y	L	X	Y
50	50,000	0,002	400	399,997	1,185	750	749,927	7,812
100	100,000	0,018	450	449,994	1,688	800	799,899	9,481
150	150,000	0,062	500	499,991	2,315	850	849,863	11,371
200	200,000	0,148	550	549,984	3,081	900	899,818	13,498
250	250,000	0,289	600	599,976	4,000	950	949,761	15,875
300	299,999	0,500	650	649,964	5,086	1000	999,691	18,515
350	349,999	0,794	700	699,948	6,352			

PARABOOL

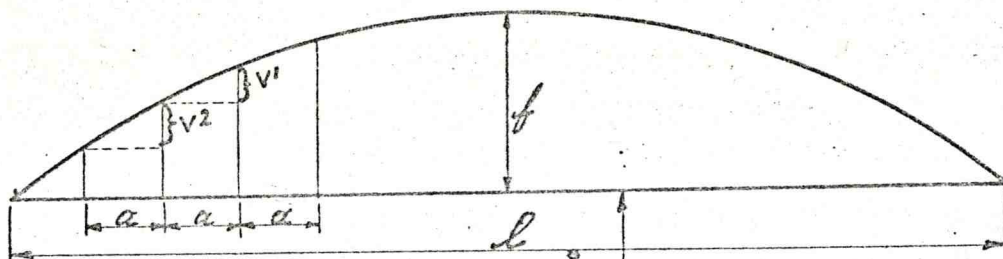


VOORBEELD : $H=50$ $L=1740$ $\alpha=115$ $\beta=1625$ GEVRAAGD x

$$x = \alpha \times \beta \times \frac{4H}{L^2} = 115 \times 1625 \times \frac{4 \times 50}{1740^2} = 12.54 \text{ cm}$$

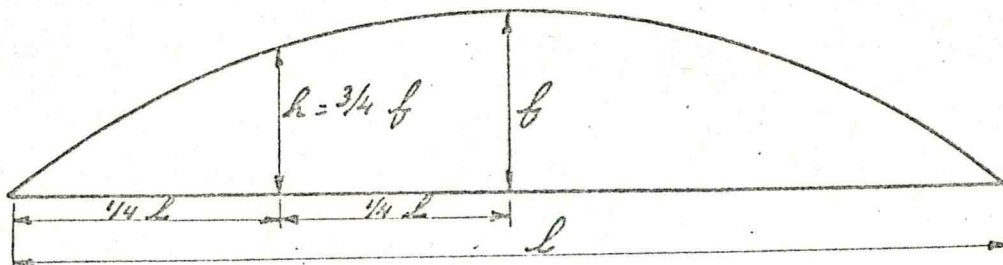
$\alpha \times \beta$ VOOR ELK WILLEKEURIG PUNT x

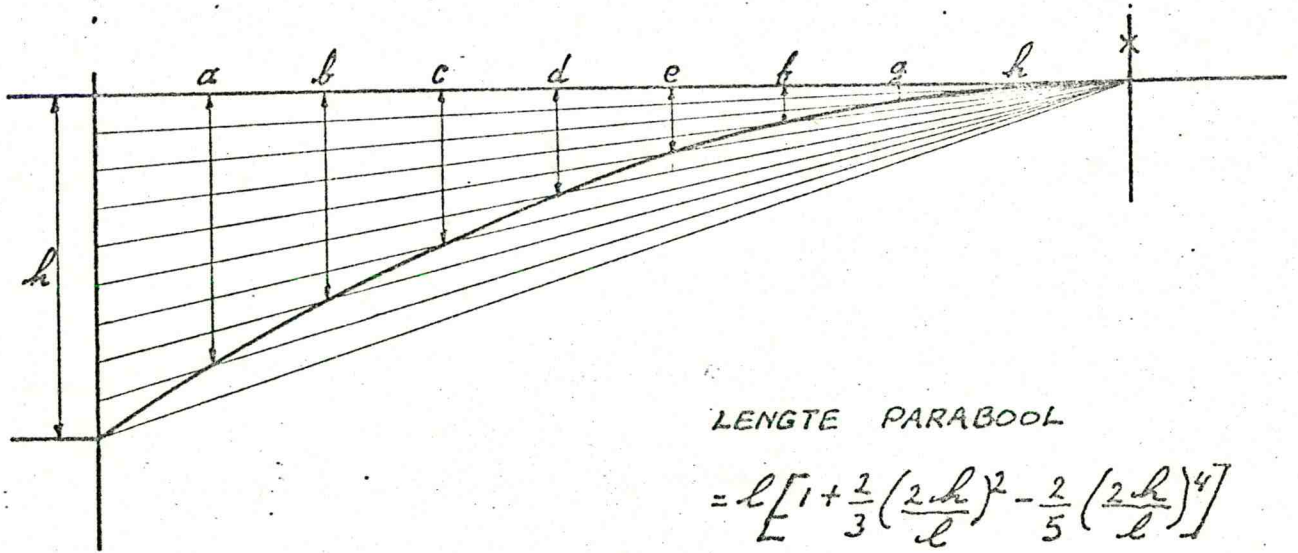
$\frac{4H}{L^2}$ IS VOOR ALLE PUNTEN EEN CONSTANT GETAL



$$v_2 - v_1 = \text{CONSTANT} = \frac{8f}{L^2} \times \alpha^2$$

WANNEER DEZE LIJN HORIZONTAAL IS, OF OOK EEN PARABOOL, EN BIJ GELIJKE AFSTANDEN α , GEEFT HET VERSCHIL IN HOOGTE₁ - HET VERSCHIL IN HOOGTE₂ STEEDS EEN CONSTANT GETAL.





LENGTE PARABOOL

$$= l \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{2h}{l} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{2h}{l} \right)^4 \right]$$

$$a = \frac{8}{9} \times \frac{8}{9} \times h$$

$$b = \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times h$$

$$c = \frac{6}{9} \times \frac{6}{9} \times h$$

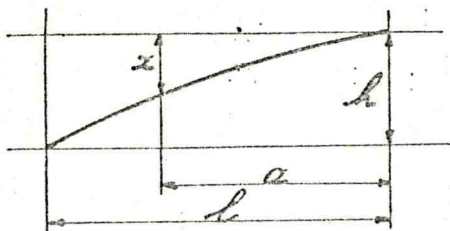
$$d = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times h$$

$$e = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times h$$

$$f = \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times h$$

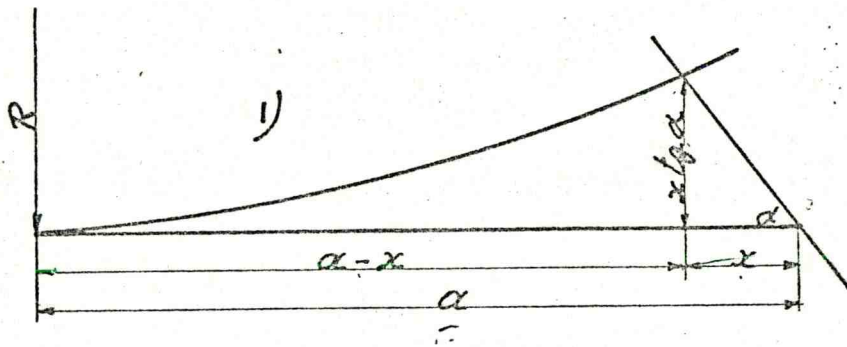
$$g = \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} \times h$$

$$h = \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times h$$



$$x = \frac{a^2}{l^2} \times h$$

(HALVE PARABOOL) $O_{pp} = \frac{2}{3} lh$



$$\frac{(a-x)^2}{2R} = x \operatorname{tg} \alpha \quad (270)^\circ$$

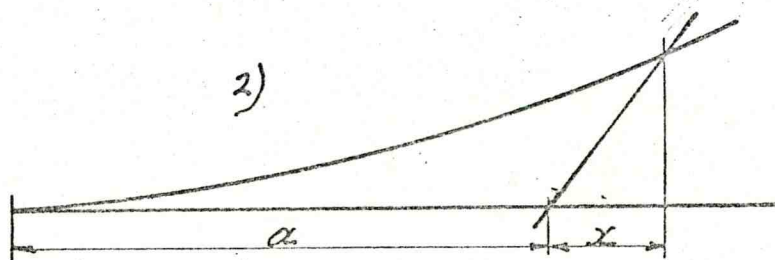
$$(a-x)^2 = x \operatorname{tg} \alpha \cdot 2R$$

$$a^2 - 2ax + x^2 = x \operatorname{tg} \alpha \cdot 2R \quad *$$

$$a^2 = x (\operatorname{tg} \alpha \cdot 2R + 2a)$$

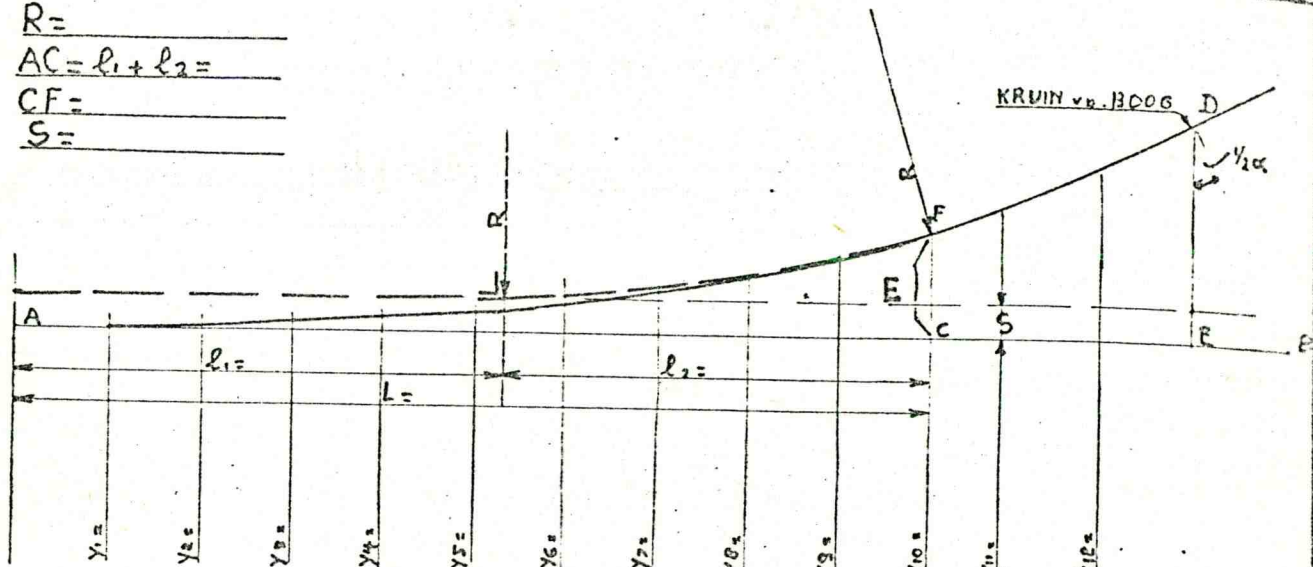
$$1) \quad x = \frac{a^2}{\operatorname{tg} \alpha \cdot 2R + 2a}$$

$$2) \quad x = \frac{a^2}{\operatorname{tg} \alpha \cdot 2R - 2a}$$



* $x^2 = \text{VERWAARLOOED.}$

$R =$
 $AC = l_1 + l_2 =$
 $CF =$
 $S =$



ABCISSEN EN ORDINATEN v. d. BOOG BIJ VERDELING VAN
 AC IN 10 GELIJKE DELEN VANAF TANGENTPUNT A

	CF	Y	X	ONDERLINGE VER- SCHILLEN VAN X
$Y_1 = 0.001 x$				
$Y_2 = 0.008 x$				
$Y_3 = 0.027 x$				
$Y_4 = 0.064 x$				
$Y_5 = 0.125 x$				
$Y_6 = 0.216 x$				
$Y_7 = 0.343 x$				
$Y_8 = 0.512 x$				
$Y_9 = 0.729 x$				
$Y_{10} = 1.000 x$				
$Y_{11} = +$	S			
$Y_{12} = +$				
$Y_{13} = +$				
$Y_{14} = +$				
$Y_{15} = +$				
$Y_{16} = +$				
$Y_{17} = +$				
$Y_{18} = +$				
$Y_{19} = +$				
$Y_{20} = +$				

$$Y = \frac{X^3}{L^3} \times E$$

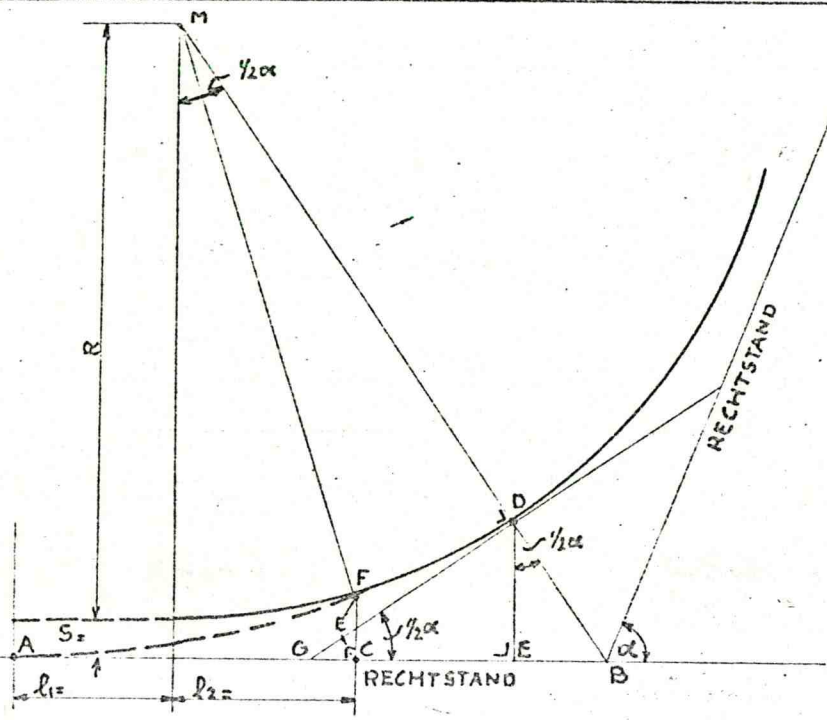
$$E = CF$$

OYERANGSBOOG

CIRKELBOOG

BOOG TUSSCHEN DE RECHTSTANDEN :

EN NABU



$R =$ $S =$
 $\alpha =$
 $\frac{1}{2}\alpha =$
 $AC =$ $CF =$
 $l_1 =$ $l_2 =$
 VERKANTING $= \frac{50}{R} =$
 MAX. VERK. $\frac{1}{15} =$

TANGENTLENGTE AB =

$(R+S) \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha + l_1$

LOG. R+S =

LOG. $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha =$

+

$l_1 =$

AB =

+

AFSTAND BM = $\frac{R+S}{\cos \frac{1}{2}\alpha}$

LOG. R+S =

LOG. $\cos \frac{1}{2}\alpha =$

LOG. BM =

BM =

AFSTAND BG = $\frac{BD}{\sin \frac{1}{2}\alpha}$

LOG. BD =

LOG. $\sin \frac{1}{2}\alpha =$

LOG. BG =

BG =

HALVE HULPTANGENT DG = $\frac{BD}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha}$

LOG. BD =

LOG. $\operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha =$

LOG. DG =

DG =

KRUINSAFSTAND BD = BM - R =

ABCIS v.d. KRUIJ BE = $BD \times \sin \frac{1}{2}\alpha$

LOG. BD =

LOG. $\sin \frac{1}{2}\alpha =$

LOG. BE =

BE =

+

ORDINAAT v.d. KRUIJ DE = $BD \times \cos \frac{1}{2}\alpha$

LOG. BD =

LOG. $\cos \frac{1}{2}\alpha =$

LOG. DE =

DE =

+

TABEL VOOR 0

R	L	E F. C	S	L1	L2
2500	40	0.107	0.027.	20	20
2450	40.82	0.113	0.028	20.41	20.41
2400	41.67	0.121	0.030	20.835	20.835
2350	42.55	0.128	0.032	21.275	21.275
2300	43.48	0.137	0.034	21.74	21.74
2250	44.44	0.146	0.036	22.22	22.22
2200	45.45	0.157	0.039	22.725	22.725
2150	46.51	0.168	0.042	23.255	23.255
2100	47.62	0.180	0.045	23.81	23.81
2050	48.78	0.194	0.048	24.39	24.39
2000	50.	0.208	0.052	25	25
1950	51.28	0.225	0.056	25.64	25.64
1900	52.63	0.243	0.061	26.31	26.32
1850	54.05	0.263	0.066	27.02	27.03
1800	55.56	0.286	0.071	27.77	27.79
1750	57.14	0.311	0.078	28.56	28.58
1700	58.82	0.339	0.085	29.40	29.42
1650	60.61	0.371	0.093	30.295	30.315
1600	62.50	0.407	0.102	31.24	31.26
1550	64.52	0.448	0.112	32.25	32.27
1500	66.67	0.494	0.123	33.32	33.35
1450	68.97	0.547	0.136	34.47	34.50
1400	71.43	0.607	0.152	35.69	35.74
1350	74.07	0.677	0.169	37.01	37.06
1300	76.92	0.759	0.190	38.43	38.49
1250	80.	0.860	0.210	39.96	40.04
1200	83.33	0.966	0.240	41.615	41.715
1150	86.96	1.096	0.274	43.42	43.54
1100	90.91	1.255	0.313	45.38	45.53
1050	95.24	1.445	0.352	47.52	47.72
1000	100.	1.673	0.416	49.875	50.125
950	105.26	1.953	0.485	52.47	52.79
900	111.11	2.299	0.570	55.34	55.77
850	117.65	2.734	0.676	58.54	59.11
800	125.	3.287	0.810	62.11	62.89
750	133.33	3.998	0.981	66.13	67.20

RGANGSBOGEN

R	L	E	S	L1	L2
50	133.00	3.98	0.98	65.96	67.04
00	128.41	3.98	0.97 ^s	63.65	64.76
50	123.65	3.97	0.97	61.25	62.40
00	118.69	3.97	0.97	58.75	59.94
50	113.53	3.97	0.97	56.14	57.39
00	108.11	3.97	0.96	53.40	54.71
50	102.41	3.96	0.96	50.52	51.89
00	96.37	3.96	0.96	47.45	48.92
50	89.93	3.95	0.95	44.18	45.75
00	82.99	3.94	0.94	40.65	42.34
50	75.42	3.93	0.93	36.79	38.63
00	66.99	3.91	0.91	42.47	34.52
75	62.35	3.90	0.90	30.08	32.27
50	57.34	3.88	0.88	27.49	29.85
25	51.85	3.85	0.86	24.64	27.21
00	45.70	3.81	0.82	21.42	24.28
30	42.99	3.79	0.80	19.99	23.00
30	40.10	3.75	0.77	18.47	21.63
50	36.99	3.71	0.74	16.82	20.17
00	33.59	3.64	0.70	15.02	18.57
50	29.80	3.54	0.64	13.01	16.79
5	27.71	3.46	0.60	11.91	15.80
00	25.46	3.35	0.55	10.75	14.71
5	22.98	3.18	0.49 ^s	9.51	13.47
50	20.20	2.93	0.43	8.19	12.01
5	16.97	2.50	0.36	6.83	10.14
00	12.96	1.76	0.28	5.41	7.55

de in het vorig lid genoemde kunnen worden toegepast, verdient dit aanbeveling. Vermindering van den afrondingsstraal in het dieptepunt heeft slechts geringe besparing tengevolge, doch schaadt het aanzien van den weg. Een overgang tusschen een horizontaal weggedeelte en een helling, waarbij een te kleine afrondingsstraal is toegepast, vertoont zich aan het oog als een knik.

Het lengteprofiel van een kunstwerk dient op harmonische wijze in het alignement van den weg te worden opgenomen.

De weg als ruimte-kromme

As- en zijanten van den weg vormen ruimte-krommen, en moeten als zoodanig worden ontworpen. Het is niet voldoende dat tracé en lengteprofiel beide vloeiend verlopen, ook de combinatie van die twee dient een aesthetisch bevredigend verloop te vertoonen. Als voorbeeld moge worden gewezen op de situatie, waarbij een boog in het horizontaal alignement aansluit op of samenvalt met een helling. Hierbij is wel de fout gemaakt, dat de weg in den boog werd verkant om den middenberm of om de as, waardoor in den binnenbocht van den weg aan den voet van de helling een zak ontstaat. Een dergelijke oplossing schaadt het aanzien van den weg.

Bogen

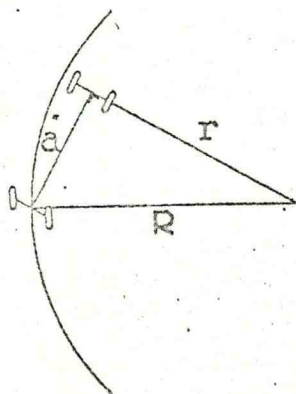
De bogen worden uitgevoerd als cirkelbogen, met als regel overgangsbogen naar de rechte wegvakken.

Waar noodig wordt de weg in de bogen verbreed.

Behoudens in bogen met zeer grooten straal wordt de weg in den boog verkant.

Verbreeding

In bogen met kleinen straal is verbreeding van den weg noodig, omdat de achteras van een lang voertuig een cirkel beschrijft met kleiner straal dan de vooras.



Als grootste wielbasis voor een motorrijtuig kan worden aangenomen 10 m, voor motorrijtuig met aanhangwagen 2×8 m.

Voor een enkel voertuig wordt:

$$R^2 - r^2 = a^2 \text{ of, voor } R - r = u_1 =$$

wegverbreeding:

$$u_1 (R + r) = a^2, \text{ dus } u_1 = \frac{a^2}{R + r}.$$

Voor $a = 10$ m:

$$u_1 = \frac{100}{R + r}.$$

NOTA

betreffende het traceeren van bogen in Rijkswegen.

Inleiding

In verband met de wenschelijkheid bij den aanleg van nieuwe- en de verbetering en verlegging van bestaande wegen het tracé en het dwarsprofiel zooveel mogelijk in overeenstemming te brengen met de eischen, die eenerzijds ter wille van de betere berijdbaarheid en de veiligheid dienen te worden gesteld, anderzijds door de aesthetica worden voorgeschreven, wordt het noodig geoordeeld, bepaalde richtlijnen vast te stellen voor het traceeren van bogen.

De volgende beschouwingen hebben ten doel, tot het vaststellen van dergelijke algemeene richtlijnen te geraken, waarbij evenwel in het oog moet worden gehouden, dat iedere nieuwe situatie haar bijzondere aesthetische eischen kan stellen; eischen waarvoor het niet mogelijk is algemeen geldende voorschriften te geven.

Horizontaal alignement

In autosnelwegen zullen bij voorkeur geen bogen met kleineren straal dan 2000 m worden toegepast. Bogen met kleineren straal dreigen den totalen indruk van den, overigens monumentaal aangelegden, weg te schaden. Na lange rechtstanden dient de straal grooter te worden gekozen, ten einde den boog in harmonie te brengen met de aansluitende rechte wegvakken.

Wil men voorkomen, dat de verbinding tusschen twee rechtstanden, welke nagenoeg dezelfde richting hebben, zich voor het oog als een knik voordoet, dan dient deze verbinding eveneens met een grooteren straal te worden uitgevoerd.

Korte rechtstanden tusschen twee bogen dienen te worden vermeden.

In wegen, waarop een belangrijk autoverkeer is te verwachten, doch die geen autosnelwegen zijn, zullen de stralen der bogen kleiner kunnen worden gekozen, doch bij voorkeur niet kleiner dan 750 m, ten einde het berijden niet te bemoeilijken.

Verticaal alignement

De stralen der afrondingen van het lengteprofiel, voor de toppen, zouden voor autosnelwegen kunnen worden gesteld op ten minste 10 000 m, voor andere wegen op ten minste 6000 m. Voor de dieptepunten zouden afrondingen kunnen worden toegepast van 5000 m straal bij autosnelwegen, en van 2500 m bij andere wegen.

Slechts indien het toepassen van deze afrondingsstralen bijzonder hooge kosten met zich zou brengen, zou een kleinere straal kunnen worden overwogen; echter voor autosnelwegen niet kleiner dan 8000 m aan den top en 2500 m aan den voet. Indien zonder belangrijke kosten stralen grooter dan

Voor een motorrijtuig met aanhangwagen wordt:

$$R^2 = a^2 + p^2 = a^2 + q^2 - b^2 = a^2 - b^2 + c^2 + d^2 + r^2.$$

$$R^2 - r^2 = a^2 - b^2 + c^2 + d^2, \text{ of, daar}$$

$$(R - r = u_2) : u_2 (R + r) = a^2 - b^2 + c^2 + d^2, \text{ dus}$$

$$u_2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{R + r}.$$

Voor $a = d = 8$ m, en $b = c$ wordt:

$$u_2 = \frac{128}{R + r}.$$

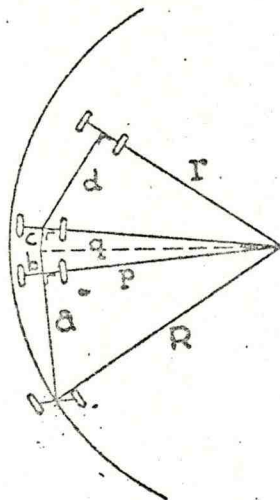
Voor verschillende waarden van R worden de volgende bochtverbreedingen gevonden:

Bochtverbreedingen voor enkele baan

R in m	$u_1 = \frac{100}{R + r}$	$u_2 = \frac{128}{R + r}$	Volgens circ. n°. 7/1931 $u_3 = \frac{100}{R}$
400	0,125	0,16	0,25
100	0,50	0,64	1,—
50	1,01	1,30	2,—
30	1,71	2,22	(3,33)
20	2,68	3,50	(5,—)

Uit bovenstaande gegevens volgt, dat de bij circulaire n°. 7/1931 voorgeschreven boogverwijdingen in het algemeen ruim zijn, doch dat het maximum van 2,00 m onvoldoende is.

Voorts volgt uit bovenstaande beschouwingen, dat de berekende verbreeding slechts ten volle geldt voor bogen met zoodanigen middelpuntshoek, dat de koorde van den boog grooter is dan de lengte van het voertuig. Immers eerst dan begint de achteras een cirkelboog te beschrijven. Vóór dien tijd, alsook bij het uitloopen van den boog, beschrijft de achteras een overgangskromme.



Voor bogen met grooteren straal dan 400 m lijkt verbreeding onnoodig.

De verbreeding in bogen met $R < 400$ m ware te stellen op $u = \frac{128}{R + r}$, welke verbreeding aan de binnenzijde van den cirkelboog moet worden aangebracht en welke met overgangsbogen op de wegvakken met normale breedte wordt aangesloten.

Verkanting

De verkanting dient zoodanig te worden gekozen, dat bij een aangenomen gemiddelde snelheid van 80 km/h de boog wrijvingsloos wordt doorlopen.

Aangezien de snelheid in den boog $v = \sqrt{(i + f) g R}$, waarin:

v = snelheid in m/sec.

i = verkanting

f = zijdelingsche wrijving

g = versnelling van de zwaartekracht

R = straal van den boog,

volgt dat bij $f = 0$ $i = \frac{50}{R}$.

Bij bogen met een straal grooter dan 5000 m lijkt het niet meer noodig de buitenste weghelft te verkanten. Overigens is de minimum verkanting gelijk te stellen aan de normale dwarshelling in den rechtstand (met het oog op den waterafvoer).

De maximum verkanting ware te stellen op $\frac{1}{15}$, welke is toe te passen voor bogen met $R \leq 750$ m. Verhooging van de verkanting (tot b.v. $\frac{1}{10}$) levert gevaren op bij glad wegdek (afglijden naar den binnenberm en werken van de lading van een voertuig met onvoldoende snelheid).

In bogen met kleinere stralen zal dus de verkanting niet verder toenemen; doch men zal noodgedwongen de snelheid moeten verminderen.

In bijgaande grafiek (blz. 15) is aangegeven, met welke snelheden bogen met verschillende stralen en bijpassende verkantingen kunnen worden doorgereden: Indien de zijdelingsche wrijving f wordt genoemd, dan geeft de kromme V ($f = 0$) de snelheden aan, waarbij het doorrijden geschiedt zonder zijdelingsche wrijving. De krommen V ($f = 0,1$) en V ($f = 0,2$) geven de snelheden, waarbij de zijdelingsche wrijving respectievelijk 0,1 en 0,2 bedraagt. Met het oog op slijpgevaar dient de waarde $f = 0,2$ niet te worden overschreden.

Uit de grafiek blijkt, dat bij een verkanting van $\frac{1}{15}$ ($i = 0,067$) zonder slijpgevaar de volgende snelheden kunnen worden bereikt (zie V ($f = 0,2$)):

bij $R = 100$ m : $V = 60$ km/uur	bij $R = 500$ m : $V = 130$ km/uur
„ $R = 200$ m : $V = 84$ „	„ $R = 600$ m : $V = 143$ „
„ $R = 300$ m : $V = 102$ „	„ $R = 750$ m : $V = 160$ „
„ $R = 400$ m : $V = 117$ „	

Deze snelheden lijken voldoende.

De formule voor den overgangsbog wordt derhalve:

$$y = \frac{E}{L^3} x^3, \text{ waarvoor: (uit } R = \frac{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2})$$

$$1 - \left(\frac{4R^2}{L^2} - 3\right) \left(\frac{3E}{L}\right)^2 + 3 \left(\frac{3E}{L}\right)^4 + \left(\frac{3E}{L}\right)^6 = 0.$$

Door $3 \left(\frac{3E}{L}\right)^4 + \left(\frac{3E}{L}\right)^6 = \beta$ te stellen, is deze vorm aldus te schrijven:

$$\left(\frac{3E}{L}\right)^2 = \frac{L^2}{4R^2} \cdot \frac{1+\beta}{1-\frac{3L^2}{4R^2}}, \text{ waaruit:}$$

$$E = \frac{L^2}{6R} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\frac{3L^2}{4R^2}}}$$

β varieert van 0 tot 0,128. Door β te verwaarloozen kan E voor iedere R en L bij benadering worden berekend.

s = de boogverschuiving („shift”), zijnde de binnenwaartsche verplaatsing van de raaklijn aan den cirkelboog en dus ook gelijk aan de verkorting van den straal van den cirkel, wordt:

$$s = E \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{3E}{L}\right)^2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{3E}{L}\right)^2}} \right]$$

Voor benadering kan $s = \frac{1}{4} E$ worden gesteld.

l_1 = de abscis van het middelpunt van den cirkelboog, wordt:

$$l_1 = \frac{L}{2} \left[1 - \left(\frac{3E}{L}\right)^2 \right]$$

$$l_2 = L - l_1; \quad l_2 = \frac{L}{2} \left[1 + \left(\frac{3E}{L}\right)^2 \right]$$

Voor benadering kunnen l_1 en $l_2 = \frac{1}{2} L$ worden gesteld.

Overgangsbogen

Drie gevallen kunnen worden onderscheiden:

a. De straal van den boog is zoo groot, dat een overgangsbog geen zin meer heeft. Dit geval doet zich voor bij bogen met grooteren straal dan 2500 m. Zooals hieronder (staat I) blijkt, is (bij het voorgestelde type van overgangsbog) de ordinaat van den overgangsbog op het punt van aansluiting aan den cirkel slechts ± 10 cm. Een dergelijke overgangsbog is niet alleen in het berijden niet meer te merken, doch is ook niet meer te zien in de as of langs de zijanten van den weg.

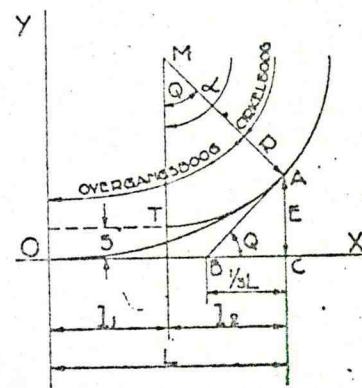
In dit geval wordt de weg reeds in den rechtstand verkant, zoodat bij het ingaan van den boog de verkanting geheel aanwezig is.

b. De straal van den boog ligt tusschen 2500 m en 750 m. Voor deze bogen wordt (zie onder „Verkanting”) de verkanting aangepast aan den straal, zoodat de snelheid, waarbij geen zijdelingsche wrijving optreedt, constant blijft (80 km/h). Bij afnemenden straal wordt derhalve de verkanting sterker. Het ligt voor de hand, eveneens de lengte van den overgangsbog te doen toenemen, naarmate de straal afneemt.

c. De straal van den boog is kleiner dan 750 m. Voor deze bogen is de verkanting constant, en neemt de snelheid, waarbij geen zijdelingsche wrijving optreedt, af bij het kleiner worden van den straal van den boog. De lengte van den overgangsbog zou nu ook constant kunnen worden gehouden, doch dit zou leiden tot een wanverhouding tusschen den straal van de kromming en de lengte van den overgangsbog. In verband met de afnemende snelheid bij kleiner wordenden straal is het ook niet noodig, dezelfde lengte van den overgangsbog te handhaven, doch kan die lengte tegelijk met den straal worden verminderd.

De derdegraadsparabool

Als overgangsbog wordt aanbevolen de 3de-gradsparabool.



In nevenstaand figuur is:

OA = de overgangsbog,

R = de straal van den cirkelboog,

L = de abscis van het eindpunt van den overgangsbog,

E = de eindordinaat van den overgangsbog.

De formule van de derdegraadsparabool:

$y = px^3$ geeft voor het punt A: $E = pL^3$,
waaruit volgt: $p = \frac{E}{L^3}$

Tenslotte is de projectie BC van de raaklijn AB aan het einde van den overgangsboog:

$$BC = \frac{1}{2} L.$$

Door keuze van L is de overgangsboog bij een gegeven R dus geheel bepaald.

De derdegraadsparabool ontleent haar bijzondere geschiktheid als overgangsboog aan het feit, dat, zoolang de hoek tusschen haar raaklijn bij de aansluiting met den cirkelboog, en het rechte vak, waarop zij aansluit, niet te groot wordt, de kromming $\frac{1}{r}$ ($r =$ de kromtestraal) bij benadering even-

redig is aan den afstand L, welke vanaf het beginpunt is doorlopen.

De derdegraadsparabool deelt deze eigenschap met de lemniscaat van Bernouilli en de z.g. „klothoide”, bij welke laatste kromme de eigenschap „ rl is constant” over haar geheele lengte opgaat. De klothoide zou dan ook de ideale overgangskromme zijn, ware het niet, dat zij in de praktijk veel moeilijker is te hanteeren dan de derdegraadsparabool. De bovenstaande eigenschap: „ rl is constant” beteekent, dat, als de overgangsboog met een

eenparige snelheid wordt doorlopen, de centrifugaalversnelling $\left(= \frac{v^2}{r} \right)$ evenals de kromming, van het beginpunt lineair aangroeit, om na het ingaan van den cirkelboog constant te blijven.

Deze aangroeiing van de centrifugaalversnelling vormt, volgens in Engeland genomen proeven (zie „Elements of curve design” van F. G. Royal Dawson), den besten maatstaf voor de meerdere of mindere onaangename gewaarwording, bij het ingaan van een bocht ondervonden.

Dit is begrijpelijk: in hoe korter tijd een bepaalde centrifugaalkracht tot stand komt, des te meer krijgt deze het karakter van een stoot, waarmede het lichaam opzij wordt gedrukt.

Noemen we deze aangroeiing van de centrifugaalversnelling per tijdseenheid

(bij constante snelheid) $= C$, dan is $C = \frac{d}{dt} \frac{v^2}{r}$. Voor de derdegraadsparabool

geeft dit de waarde: $C = \frac{V^3}{RL}$.

Volgens proeven van Shortt wordt het ingaan van een *onverkanten* boog niet gevoeld als $C \leq 0,3$ m/sec³, terwijl waarden van $C > 0,6$ m/sec³ bepaald onaangename gewaarwordingen geven.

Uit proeven van Mdyer is voorts gebleken, dat een cirkelboog ongemerkt wordt doorlopen, zoolang de zijdelingsche wrijving $f \leq 0,1$. Voor de uit veiligheidsoogpunt maximaal toelaatbare waarde $f = 0,2$, treedt een gevoel van discomfort op. Er is dus reden om deze waarden van C en f met elkaar in verband te brengen.

Hierbij dient te worden opgemerkt, dat voor een verkanten boog de waarden van C hooger kunnen worden gesteld, aangezien slechts de ontbondene van centrifugaalkracht en zwaartekracht te zamen evenwijdig aan het wegdek de bedoelde onaangename gewaarwording teweegbrengt. Volgens berekening kunnen bij een verkanting van 1 : 15 de bovengenoemde waarden C worden verhoogd tot $\pm 0,45$ en 0,9 m/sec³, zoodat dan het volgende verband geldt:

1. Aangenaam rijden: $C = 0,45$ en $f = 0,1$.

2. Minder comfortabel rijden, doch nog voldoende veilig: $C = 0,9$ en $f = 0,2$.

Voor de bogen met $R \leq 750$ m, waarvan de verkanting $i = 0,067$ is, valt uit het eerste verband af te leiden: $v = \sqrt{(i+f)gR} = \sqrt{0,167gR}$.

$$L = \frac{v^3}{CR} = \frac{0,167g \sqrt{0,167gR}}{0,45} = \sqrt{21,7R}.$$

en uit het tweede verband op dezelfde wijze: $L = \sqrt{22,2R}$.

Hieruit volgt, dat door b.v. $L = \sqrt{24R}$ te kiezen, men een overgangsboog verkrijgt, die voor de beide genoemde rijwijzen ruim aan de gestelde eischen voldoet. Bij bogen met zeer kleinen straal ($R < 52$ m) is deze formule evenwel ongeschikt, daar in den overgangsboog dan het punt van sterkste kromming van de derdegraadsparabool wordt gepasseerd. Dit is te voorkomen door de lengte van den overgangsboog iets kleiner te nemen, dus $L = \sqrt{24(R-z)}$. Uit de voorwaarde, dat de parabool ten hoogste tot het punt van sterkste kromming mag worden gebruikt, volgt de waarde $z = 12,96$ of ≈ 13 , waardoor de formule voor alle overgangsbogen met $R \leq 750$ m kan luiden: $L = \sqrt{24(R-13)}$.

Door de invoering van den factor $(R-13)$ in plaats van R worden weliswaar voor stralen kleiner dan 150 m, bij V ($f = 0,2$) de waarden voor C grooter dan 0,9 (b.v. bij $R = 50$ m wordt $C = 1$), doch dit beteekent, dat men bij het rijden met de grootste toelaatbare snelheid in een dergelijken boog een iets sterker gevoel van discomfort krijgt. Men is daardoor geneigd iets langzamer te gaan rijden, hetgeen de veiligheid in den boog slechts ten goede kan komen.

Dat volgens bovenstaande formule voor bogen met $R < 13$ m geen overgangsbogen worden toegepast, lijkt weinig bezwaarlijk.

Voor de greswaarde $R = 750$ m wordt $L \pm 133$ m. De waarde RL wordt hierdoor $RL = 100\,000$ m².

Voor bogen met grooteren straal dan 750 m kan L kleiner worden (afnemende verkanting). Houdt men $RL =$ constant $= 100\,000$ m² voor alle bochten met $R > 750$ m, dan verkrijgt men, dat bij een bepaalde snelheid in alle overgangsbogen de C constant blijft.

In de grafiek (blz. 15) is het verloop van L volgens bovenstaande beschouwing aangegeven.

L, E, l_1 , l_2 en s kunnen nu voor iedere waarde van R worden berekend. In den hieronder volgenden staat I is dit voor verschillende waarden van R geschied. Uit dezen staat blijkt, dat de keuze van de formule voor de lengte van den overgangsboog een gelukkige is geweest, aangezien E daarbij niet grooter wordt dan 4 m. Hierdoor kan men bij nadering van een bocht steeds den geheelen overgangsboog overzien en daardoor een indruk krijgen van de kromming van den cirkelboog.

STAAT I

R	L	E	s	l_1	l_2
2500	40	0,107	0,027	20	20
2250	44,44	0,146	0,036	22,22	22,22
2000	50	0,21	0,052	25,00	25,00
1750	57,14	0,31	0,078	28,56	28,58
1500	66,67	0,49	0,123	33,32	33,35
1400	71,43	0,61	0,15	35,69	35,74
1300	76,92	0,76	0,19	38,43	38,49
1200	83,33	0,97	0,24	41,61 ⁵	41,71 ⁵
1100	90,91	1,25 ⁵	0,31	45,38	45,53
1000	100	1,67	0,42	49,87 ⁵	50,12 ⁵
950	105,26	1,95	0,48 ⁵	52,47	52,79
900	111,11	2,30	0,57	55,34	55,77
850	117,65	2,73	0,68	58,54	59,11
800	125	3,29	0,81	62,11	62,89
750	133,33	4,00	0,98	66,13	67,20

Voor bogen met straal < 750 m is aangenomen:..

$$L^2 = 24 (R - 13).$$

L, E, l_1 , l_2 en s kunnen dan weer voor iedere waarde van R worden berekend.

STAAT II

R	L	E	s	l_1	l_2
750	133,00	3,98	0,98	65,96	67,04
700	128,41	3,98	0,97 ⁵	63,65	64,76
650	123,65	3,97	0,97	61,25	62,40
600	118,69	3,97	0,97	58,75	59,94
550	113,53	3,97	0,97	56,14	57,39
500	108,11	3,97	0,96	53,40	54,71
450	102,41	3,96	0,96	50,52	51,89
400	96,37	3,96	0,96	47,45	48,92
350	89,93	3,95	0,95	44,18	45,75
300	82,99	3,94	0,94	40,65	42,34
250	75,42	3,93	0,93	36,79	38,63
200	66,99	3,91	0,91	32,47	34,52
175	62,35	3,90	0,90	30,08	32,27
150	57,34	3,88	0,88	27,49	29,85
125	51,85	3,85	0,86	24,64	27,21
100	45,70	3,81	0,82	21,42	24,28
90	42,99	3,79	0,80	19,99	23,00
80	40,10	3,75	0,77	18,47	21,63
70	36,99	3,71	0,74	16,82	20,17
60	33,59	3,64	0,70	15,02	18,57
50	29,80	3,54	0,64	13,01	16,79
45	27,71	3,46	0,60	11,91	15,80
40	25,46	3,35	0,55	10,75	14,71
35	22,98	3,18	0,49 ⁵	9,51	13,47
30	20,20	2,93	0,43	8,19	12,01
25	16,97	2,50	0,36	6,83	10,14
20	12,96	1,76	0,28	5,41	7,55

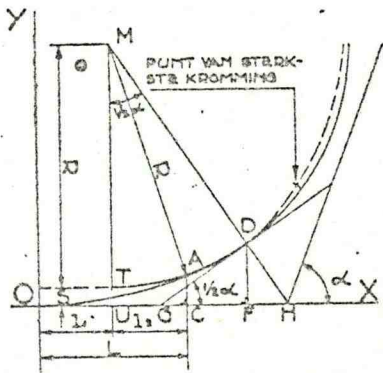
Bij het teekenen en uitzetten worden de tusschenpunten bepaald door L in 10 gelijke deelen te verdeelen en de ordinaten als volgt te kiezen:

STAAT III

(Uit $y = \frac{x^3}{L^3} E$)

x	y
0,1 L	0,001 E
0,2	0,008
0,3	0,027
0,4	0,064
0,5	0,125
0,6	0,216
0,7	0,343
0,8	0,512
0,9	0,729
1,0	1,000

* * *



De gegevens kunnen als volgt worden verwerkt:

In nevenstaand figuur is:

OA = de overgangsboog,

R = straal van den cirkelboog,

s = de shift,

α = de totale middelpuntshoek,

OC = L,

AC = E.

De oorspronkelijke tangentialengte UH wordt berekend uit: $UH = (R+s) \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$.

De tangentialengte OH = UH + L.

De afstand MH wordt gevonden uit:

$$MH = \frac{R+s}{\cos \frac{1}{2} \alpha}$$

De kruinsafstand HD = MH - R.

De ordinat van de kruin DF = HD $\cos \frac{1}{2} \alpha$.

De abscis van de kruin OF = OH - HD $\sin \frac{1}{2} \alpha$.

* * *

De minimumwaarde, welke bij een bepaalden middelpuntshoek voor den straal R gekozen kan worden is die, waarvoor de lengte van den cirkelboog nul wordt en de beide overgangsbogen dus bij elkaar aansluiten,

Dan is: $y = \frac{x^3}{L^3} E$ en $dy = 3 \frac{x^2}{L^3} E dx$.

Aangezien in dat geval voor het punt D : $x = L$ wordt, geldt dan voor de raaklijn in D:

$$\frac{dy}{dx} = 3 \frac{E}{L} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha,$$

waarin:

α = middelpuntshoek.

Derhalve (zie formule blz. 6):

$$0 = 1 - \left(\frac{4R^2}{L^2} - 3 \right) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha + 3 \operatorname{tg}^4 \frac{1}{2} \alpha + \operatorname{tg}^6 \frac{1}{2} \alpha$$

$$\frac{L^2}{4} \left(\operatorname{cotg}^2 \frac{1}{2} \alpha + 3 + 3 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha + \operatorname{tg}^4 \frac{1}{2} \alpha \right) = R^2,$$

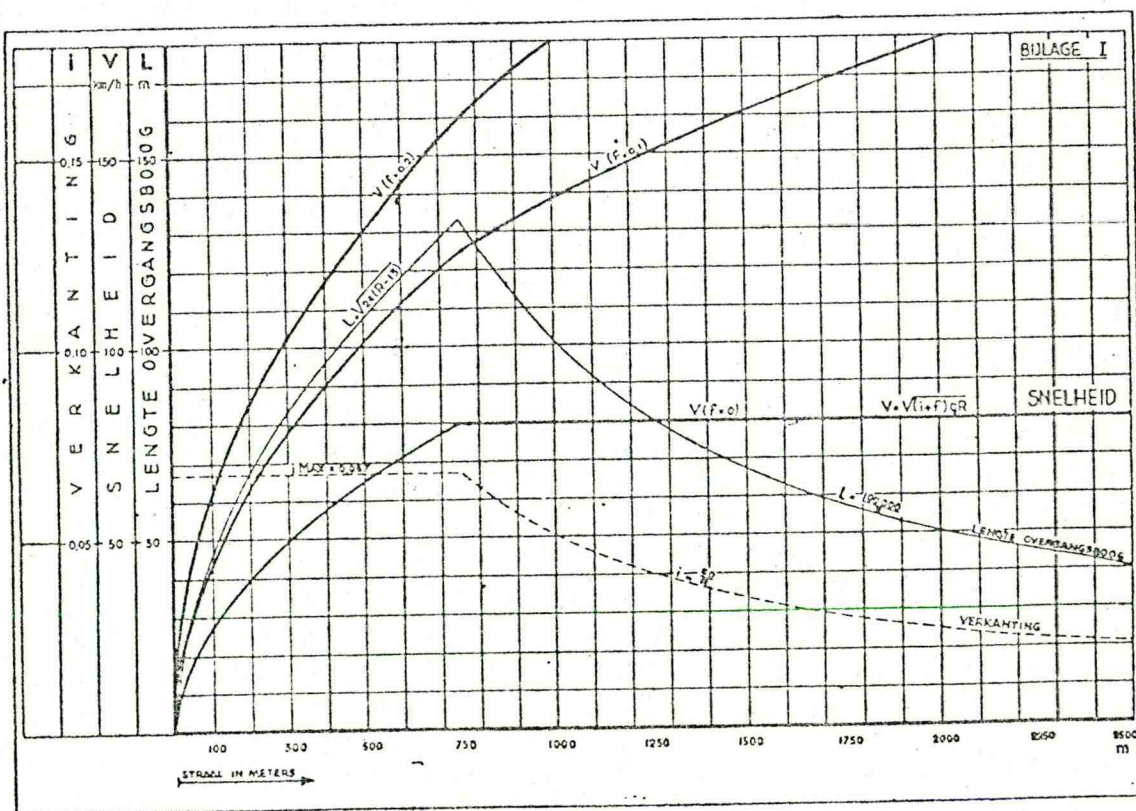
Aangezien is aangenomen:

voor $R \geq 750$ $RL = 100\,000,$

„ $R \leq 750$ $L^2 = 24(R - 13),$

kunnen de minimum waarden voor R en de bijbehorende waarden van L voor iedere waarde van α worden berekend.

α	Rmin	L
1°	2393,76	41,78
2°	1692,87	59,07
3°	1382,53	72,33
4°	1197,98	83,50
5° 44' 47"	1000,00	100,00
6°	978,77	102,17
7°	906,68	110,29
8°	848,70	117,83
9°	800,76	124,88
10°	760,31	131,52
12°	548,02	113,32
14°	402,82	96,72
16°	308,56	84,22
18°	243,90	74,44
20°	197,63	66,57
25°	126,49	52,19
30°	87,63	42,32
35°	63,88	34,94
40°	47,94	28,96
45°	35,83	23,41
48° 3' 31"	26,00	17,66



en $OT = \frac{1}{2}l = \frac{70}{2} = 35,00 \text{ m}$, zodat $OS = 155,04 \text{ m}$.

Op OT worden nu om de 5 m loodlijnen berekend op punten van de parabool volgens de formule

$$y = \frac{x^3}{6r \times l} = \frac{x^3}{210\,000}$$

Beschouwen we nu O als nulpunt en de richting OT als positieve X-as, dan krijgen we dus:

x	y
5,00	0,00
10,00	0,00
15,00	0,02
enz.	enz.
60,00	1,03
65,00	1,31
70,00	1,63

De verschuiving v bedraagt $\frac{70^2}{24 \times 500} = 0,41$.

Het paraboolpunt bij $x = 35 \text{ m}$ (dus bij T) ligt dus op een afstand van 0,205 m van de lijn OT.

Nadat de punten B en H op het terrein zijn aangegeven, is daarmee de raaklijn aan de cirkelboog bepaald. Van het punt B uit, overgang van overgangsbog in cirkelboog, kunnen nu met behulp van het bogenboekje de detailpunten van de cirkelboog op het terrein worden aangegeven.

In de regel zal BE klein zijn t.o.v. HE en kan een kleine fout in de afstand BE de raaklijn aan de cirkelboog aanmerkelijk verplaatsen. Beter is het daarom, de snijding van deze lijn met de andere rechtstand te bepalen. Noemen we dit snijpunt D, dan kan men de afstand van D tot S (het snijpunt der rechtstanden) berekenen in de driehoek HDS, waarin de hoeken τ (bij H) en β (bij S) en de afstand HS bekend zijn.

De andere overgangsbogen, lemniscaat en spiraal, kan men het beste uitzetten aan de hand van tabellenboekjes.

De lemniscaat vindt men uitvoerig behandeld in: „Elements of Curve Design” en „Curves for safe modern traffic” door Royal Dawson. Een verkorte uitgave, echter met alle tabellen, vindt men in „De toepassing van overgangsbogen en verkantingen in wegen voor snelverkeer”, door J. M. Aarnoudse en Ir. A. G. Quack. In „Tabel voor het berekenen en uitzetten van Lemniscaten” door

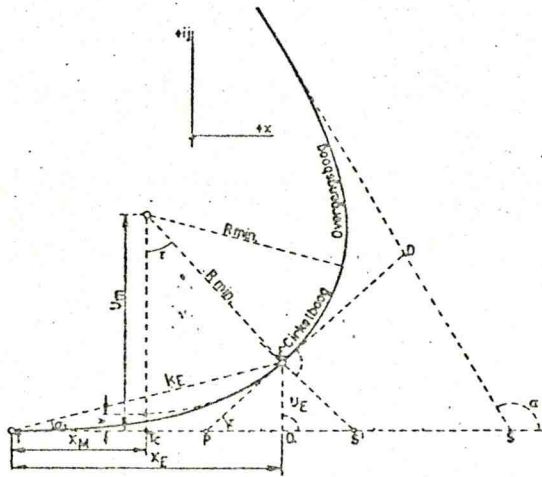


Fig. 150. De spiraal als overgangsbog.

Ir. W. C. Richter vindt men eveneens gegevens voor het uitzetten van overgangsbogen.

De spiraal is zeer uitvoerig behandeld in „Klothoiden Abstecktafeln” door Walther Schürba.

In fig. 150 is een gedeelte van een spiraal aangegeven. In het beginpunt van de spiraal, het tangentpunt T, is de kromtestraal r oneindig groot of de kromming $\frac{1}{r}$ gelijk aan nul.

Naar gelang nu de lengte van de spiraal toeneemt, neemt de kromtestraal af (of de kromming toe).

Noemen we de lengte van de spiraal, gemeten van het beginpunt (hier T) tot een bepaald punt, L en de kromstraal in het eindpunt R , dan bestaat tussen R en L een eenvoudige betrekking, nl.:

$$R \times L = a^2,$$

waarin a een constante voorstelt.

Door het wijzigen van deze constante kan men diverse spiralen construeren.

Maakt men bv. a groot, dan zal de lengte van de spiraal tot een punt waar bv. $R = 300$ m is, groter zijn dan bij een spiraal waarin a klein is, zoals uit de formule blijkt. Wij hebben het dus in de hand, de lengte van de overgangsbog vast te leggen door een juiste keuze van de constante a . Daar nu de snelheid waarmee op de weg gereden zal worden, de lengte van de overgangsbog bepaalt, zoals reeds boven werd aangegeven, zal a dus afhankelijk zijn van de snelheid.

De minimumstraal van de cirkelboog, die dus in het punt E begint, hangt mede af van de gekozen maximumsnelheid en wel volgens de formule

$$V^2 = 16 R, \text{ waarin}$$

V = maximumsnelheid in km/h,

R = minimumstraal in meters.

Onderstaand staatje geeft voor enige maximumsnelheden (V_{max}) de minimumstraal R_{min} , de daarbij behorende minimumlengte van de overgangsbog L_{min} en de constante a .

V_{max}	R_{min}	L_{min}	a
40 km/h	100 m	40 m	ongeveer 65
60 „	200 „	60 „	„ 110
80 „	400 „	80 „	„ 180
100 „	625 „	100 „	„ 250
120 „	900 „	120 „	„ 330
140 „	1425 „	140 „	„ 450
160 „	1600 „	160 „	„ 510

In onderstaande tabel (samengesteld uit het tabellenboekje van W. Schürba) zijn nu voor de eenheidsspiraal ($a = 1$) verschillende waarden gegeven.

	l	v	r	y_E	x_E	k_E	σ in °
1	0,00000	—	—	—	—	—	0,0000
2	0,05000	0,00000	20,0000	0,00002	0,05000	0,05000	0,0266
3	0,10000	0,00004	10,0000	0,00017	0,10000	0,10000	0,1062
4	0,15000	0,00014	6,6667	0,00056	0,15000	0,15000	0,2388
5	0,20000	0,00033	5,0000	0,00134	0,20000	0,20000	0,4245
6	0,25000	0,00065	4,0000	0,00260	0,25000	0,25000	0,6632
7	0,30000	0,00113	3,3333	0,00450	0,29994	0,29997	0,9550
8	0,35000	0,00179	2,8571	0,00714	0,34987	0,34994	1,2998
9	0,40000	0,00267	2,5000	0,01066	0,39974	0,39989	1,6977
10	0,45000	0,00379	2,2222	0,01514	0,44954	0,44980	2,1482
11	0,50000	0,00519	2,0000	0,02081	0,49922	0,49965	2,6523
12	0,55000	0,00693	1,8182	0,02768	0,54874	0,54944	3,2091
13	0,60000	0,00899	1,6667	0,03592	0,59806	0,59914	3,8186
14	0,65000	0,01142	1,5385	0,04563	0,64711	0,64871	4,4812
15	0,70000	0,01426	1,4286	0,05692	0,69581	0,69813	5,1965
16	0,75000	0,01753	1,3333	0,06992	0,74409	0,74737	5,9642
17	0,80000	0,02126	1,2500	0,08471	0,79185	0,79637	6,7847
18	0,85000	0,02548	1,1765	0,10140	0,83897	0,84508	7,6575
19	0,90000	0,03020	1,1111	0,12008	0,88535	0,89346	8,5824
20	0,95000	0,03547	1,0526	0,14083	0,93084	0,94143	9,5593
21	1,00000	0,04130	1,0000	0,16371	0,97529	0,98393	10,5878
22	1,05000	0,04771	0,95238	0,18879	1,01854	1,03590	11,6674
23	1,10000	0,05474	0,90909	0,21610	1,06041	1,08221	12,7984
24	1,15000	0,06239	0,86956	0,24567	1,10072	1,12781	13,9797
25	1,20000	0,07068	0,83333	0,27751	1,13927	1,17258	15,2110

Hierin is l de lengte van de overgangsboog, v de verschuiving van de oorspronkelijke cirkelboog in de richting van het middelpunt (zoals bij de kubische parabool), r de minimumstraal, y_E de ordinaat van het eindpunt, x_E de abscis van het eindpunt, k_E de koorde (de verbindingslijn van beginpunt en eindpunt) en σ de hoek tussen de koorde en de positieve x -as; zoals voorgesteld in fig. 150.

Evenals bij de kubische parabool mag men $X_M =$ de abscis van M (het middelpunt van de cirkel met straal R_{min}) gelijkstellen aan $1/2 x_E$ en de ordinaat $Y_m = R_{min} + v$.

De hoek τ die de raaklijn in E maakt met de positieve X -as, is gelijk aan

$$\frac{L}{2R} \times 63,6620^\circ$$

of ongeveer gelijk aan $3 \times \sigma$.

Aan de hand van het volgende voorbeeld zal een en ander nog verduidelijkt worden.

Voorbeeld. Twee rechtstanden maken een hoek α van 20° . Ze zullen worden verbonden door een cirkelboog met een minimumstraal van 600 m en een overgangsboog. Maximumsnelheid 80 km/h.

Uit de formule

$$L \times R = a^2 \text{ volgt}$$

$$a^2 = 80 \times 600 \text{ of } a \approx 220.$$

Nu berekenen we allereerst de ligging van het punt T_c (dit is het tangentpunt van de nog niet verschoven cirkelboog met $R = 600$ m) ten opzichte van het punt S, het snijpunt der beide rechtstanden:

$$ST_c = 600 \times \operatorname{tg} \frac{20^\circ}{2} = 600 \times 0,15838 = 95,028 \text{ m.}$$

Bij een constante $a = 220$ is $L = \frac{220^2}{600} = 80,667$ m. We vinden nu de waarde l (lengte van de overgangsboog bij $a = 1$) door L te delen door a , dus

$$l = \frac{220^2}{600} : 220 = \frac{220}{600} = 0,36667.$$

Nu zouden we in de tabel op blz. 152 met 0,36667 moeten ingaan, hetgeen interpoleren noodzakelijk maakt. We kiezen daarom de waarde $l = 0,40000$ en stellen

$$a^2 = R \times (a \times l) \text{ of } a = R \times l = 600 \times 0,40000 = 240.$$

L wordt dus $240 \times 0,4 = 96,000$ m, wat groter is dan de minimumlengte en daarom ook gunstiger. Bij $l = 0,40000$ ontlene we nu aan de tabel: $x_E = 0,39974$ of $X_E = 240 \times 0,39974 = 95,938$.

Nu is $TT_c = \frac{1}{2}X_E = 47,969$ m en de afstand $ST = 47,969 + 95,028 = 142,997$ m.

Het beginpunt van de overgangsboog ligt dus nu vast, nl. op 143,00 m van het snijpunt der rechtstanden.

Beschouwen we nu T als nulpunt van een rechthoekig assenstelsel en TS als positieve X-as, dan is:

$$X_E = 240 \times 0,39974 = 95,94 \text{ m}$$

$$Y_E = 240 \times 0,01066 = 2,56 \text{ m}$$

$$v = 240 \times 0,00267 = 0,64 \text{ m (meestal ongeveer } \frac{1}{4} Y_E)$$

$$X_M = \frac{240 \times 0,39974}{2} = 47,97 \text{ m}$$

$$Y_M = 600,00 + 0,64 = 600,64 \text{ m.}$$

Wensen we E uit te zetten met behulp van poolcoördinaten, dan ontlene we

$$k = 0,39989 \text{ of } K = 240 \times 0,39989 = 95,74$$

$$\sigma = 1,6977 \text{ (N.B.: niet vermenigvuldigen met } a).$$

Nu dienen de detailpunten van de spiraal te worden uitgezet. Daartoe ontlenen we aan de tabel

bij	$l = 0,05 \rightarrow y_E = 0,00002, \quad x_E = 0,05000$
	$l = 0,10 \rightarrow y_E = 0,00017, \quad x_E = 0,10000$
	enz.
	enz.
	$l = 0,35 \rightarrow y_E = 0,00714, \quad x_E = 0,37987$

en vermenigvuldigen al deze waarden met 240.

Voor het uitzetten van de punten van de cirkelboog staan twee wegen open.

1°. Aan een bogenboekje ontlenen we de ordinaten van boogpunten bij een straal van 600 m en vermeerderen deze met $v = 0,64$. De abscissen zetten we uit van het punt T_c af, het tangentialpunt van de cirkel, voordat deze werd verschoven. Voor punt E, het begin van de cirkelboog, is dus de abscis gelijk aan 47,97 m. De daarbij behorende ordinat bedraagt 1,92 m. Deze vermeerderd met 0,64 geeft 2,56 m, hetgeen met 1 cm verschil ook uit de tabel werd gevonden.

Uit een tabellenboekje voor het uitzetten van bogen met gelijke boogafstanden kunnen we afleiden, dat bij een abscis van 47,97 m en een straal van 600 m een booglengte behoort van 48,01 m.

Immers bij een booglengte van 48 m is het verschil daarvan met de abscis 4 cm; we mogen dit verschil dus ook omgekeerd toepassen. Voor het uitzetten van een volgend boogpunt bv. op een booglengte van 60 m ontlenen we aan het bogenboekje een abscis van 59,90 m en een ordinat van 3,00 m. Voor het uitzetten op het terrein, hetgeen we doen van punt T uit, vermeerderen we de abscis met 47,97 m (TT_c) en de ordinat met de verschuiving van 0,64 m. De uitzettingsmaten worden dus resp.: $59,90 + 47,97 = 107,87$ m en $3,00 + 0,64 = 3,64$ m.

2°. We construeren de raaklijn PE in E en zetten op deze raaklijn de boogpunten uit aan de hand van een tabellenboekje. E is dan het nulpunt.

We moeten daartoe op het terrein uitzetten de punten E en P. In fig. 150 zien we, dat $\tau = Y_E : PQ$, dus:

$$PQ = \frac{Y_E}{\operatorname{tg} \tau}$$

$$\tau = \frac{96,00}{1200} \times 63,6620 = 0,08 \times 63,6620 = 5,0930^{\circ} \text{ (stemt ongeveer overeen met } 3\sigma = 3 \times 1,6977 = 5,0931).$$

$$PQ \text{ is dus } \frac{2,57}{0,08017} = 32,06 \text{ (ongeveer } \frac{1}{3}TQ).$$

We kunnen dus P op het terrein uitzetten door het afmeten van $TP = 95,94 - 32,06 = 63,88$ m.

In dit voorbeeld zou deze tweede methode minder geschikt zijn, omdat Y_E te klein is. Een geringe fout in het uitzetten van E (bv. doordat de loodlijn niet zuiver wordt genomen of de lengte QE niet precies is uitgezet) veroorzaakt een draaiing van de raaklijn. Evenals we reeds opmerkten bij de uitzetting van de parabool op blz. 150, doen we in zo'n geval beter, het snijpunt van PE met de andere rechtstand te berekenen en uit te zetten. Een kleine fout in de ligging van dat punt D heeft dan slechts een geringe invloed op de ligging van de raaklijn PE.

Als de rechtstanden elkaar onder een kleine hoek α snijden, kan zich een kleine complicatie voordoen, die in het volgende voorbeeld nader zal worden besproken.

Stel, dat in fig. 155 de rechtstanden elkaar snijden onder een hoek $\alpha = 8^\circ$. Maximumsnelheid 80 km/h, minimumstraal = 400 m. De minimumlengte van de overgangsboog is dus 80 m.

De afstand ST_r wordt nu $400 \times \text{tg } 4^\circ = 25,16$ m.

De lengte van de overgangsboog is ruwweg gelijk aan X_E , dus in dit geval zou $X_E \approx 80$ m zijn en $T_rQ \approx 40$ m. Nu zou dus S tussen T_r en Q in moeten vallen, wat een onmogelijkheid is. Blijkbaar is de minimumstraal van 400 m hier te klein, want $R \times \text{tg } 4^\circ$ dient gelijk te zijn aan 40 m of groter.

Door een doelmatige keuze van R kunnen we er nu voor zorgen, dat de lengte van de cirkelboog tussen de beide overgangsbogen nul wordt, m.a.w. dat de ene overgangsboog tegen de andere aansluit. In het eerste voorbeeld hadden we een boog waarvan de kromming eerst toenam (overgangsboog), daarna constant bleef (cirkelboog) en daarna weer afnam (overgangsboog). In dit voorbeeld zal dus de kromming toenemen tot een bepaald maximum en daarna geleidelijk weer afnemen. In het midden E wordt een minimum-kromtestraal gevonden.

In fig. 155 is deze situatie getekend. Duidelijkheidshal-

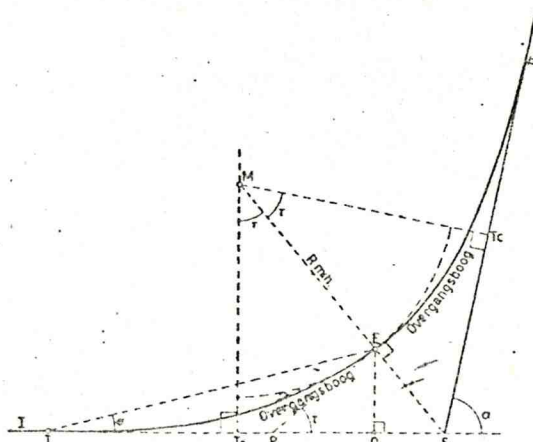


Fig. 155. Beide overgangsbogen sluiten direct op elkaar aan.

ve is de hoek α veel te groot getekend. Zoals uit de figuur blijkt, is de hoek τ bekend, nl. $\frac{\alpha}{2}$ en $\sigma \approx \frac{\alpha}{6} = \frac{8}{6} = 1,3333\%$.

Met deze waarde kunnen we nu in de tabel ingaan. We moeten daartoe interpoleren, hetgeen niet gemakkelijk is.

In het algemeen kunnen we stellen:

$$a^2 = R \times L \text{ en } \tau = \frac{L}{2R} \times 63,6620.$$

Drukken we nu R uit in L en a^2 en substitueren we deze in de vergelijking voor τ , dan wordt:

$$\tau = \frac{L^2}{2a^2} \times 63,6620.$$

Nu is $\angle \tau = 1/2\alpha$, zodat we vinden

$$\alpha = \frac{L^2}{a^2} \times 63,6620 \text{ of } a^2 = \frac{L^2}{\alpha} \times 63,6620$$

en dus

$$a = L \sqrt{\frac{63,6620}{\alpha}}.$$

Berekenen we hieruit a , dan vinden we $a = 225,7$.

Nu is het gemakkelijker, te rekenen met ronde waarden van a dan met een waarde die nog enige decimalen bezit. In plaats van de waarde $a = 225,7$ nemen we daarvoor 250 (we kunnen dan nl. alle waarden uit de tabel met 1000 vermenigvuldigen en daarna door 4 delen).

We doen daarmee niets ongeoorloofds, immers we vergroten daardoor de lengte van de boog, hetgeen voor het berijden een verbetering betekent.

In het bovenstaande voorbeeld wordt dan ook a vastgesteld op 250. De lengte van de overgangsboog wordt nu

$$L = a \sqrt{\frac{\alpha}{63,6620}} = 250 \sqrt{\frac{8}{63,6620}} = 88,62 \text{ m.}$$

De kromtestraal in het midden E van de boog is

$$R = \frac{250^2}{88,62} \approx 705 \text{ m.}$$

Deze is dus groter dan de minimumstraal van 400 m, die bij een snelheid van 80 km/h nog toelaatbaar was.

Hieruit blijkt eveneens, dat de keuze van $a = 250$ gunstig is geweest. Echter moeten we er niet uit concluderen, dat de aan te leggen boog nu met een hogere snelheid kan worden gereden, bv. een snelheid die zou passen bij een straal van 700 m, d.i. ongeveer 110 km/h. Immers hiervoor is de lengte van de overgangsboog weer te gering, deze zou dan *ten minste* 110 m moeten bedragen.

Om nu de tabel te kunnen gebruiken moeten we L delen door a , waardoor we de tabelwaarden l verkrijgen:

$$l = \frac{L}{a} = \frac{88,60}{250} = 0,35440.$$

Nu zien we, dat bij $l = 0,35000$; $k = 0,34994 = l - 0,00006$

en bij $l = 0,40000$; $k = 0,39989 = l - 0,00011$

dat wil zeggen: bij $l = 0,35440$ mag k gesteld worden op

$$0,35440 - 0,00006 = 0,35434.$$

De hoek σ is voor kleine hoeken α (dit is tot ongeveer $\alpha = 24^\circ$) gelijk aan $\frac{1}{6}\alpha$ of

$$\sigma = \frac{8}{6} = 1,3333^\circ.$$

En we vinden hiermee de coördinaten van E:

$$X_E = 250 \times 0,35434 \times \cos 1,3333 = 88,57 \text{ m}$$

$$Y_E = 250 \times 0,35434 \times \sin 1,3333 = 1,86 \text{ m.}$$

Detailpunten van de boog vinden we weer door de waarden y en x aan de tabel te ontleen en te vermenigvuldigen met $a = 250$. We vinden dan punten gelegen op een onderlinge afstand van 12,50 m.

Voor gevallen dat α groter is dan 24° , moeten we gebruikmaken van het genoemde bogenboekje van W. Schürba, dat tevens voorzien is van een uitgebreide bespreking van verschillende gevallen waarin spiralen kunnen worden toegepast.

Voor praktische toepassingen kan „Strassenplanung mit Klothoiden“ van H. Osterloh, uitgegeven bij Bauverlag G.m.b.H. te Wiesbaden worden aanbevolen.

*VIII. Landmeetkundig werk voor de aanleg van kanalen, wegen enz.

1. *Vaststellen van het tracé.* Bij het ontwerpen en uitvoeren van technische werken speelt de landmeetkunde een belangrijke rol. Immers zij levert allereerst de kaarten en andere gegevens, nodig om een goed ontwerp te kunnen vervaardigen; vervolgens interpreteert ze het ontwerp op het terrein.

Bij de uitvoering van grote werken, zoals aanleg van kanalen en wegen, moet de landmeetkunde dus allereerst een overzichtskaart leveren voor het vaststellen van het tracé.

In de regel wil men echter verschillende tracé's bestuderen, alvorens een beslissing te nemen. Het is daarvoor niet nodig, voor het gehele te onderzoe-