



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



室蘭工業大学研究報告 第2巻第2号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/2928

室蘭工業大学

研 究 報 告

第 二 卷 第 二 号

昭 和 三 十 一 年 六 月

MEMOIRS
OF
THE MURORAN UNIVERSITY OF ENGINEERING

VOL. 2 NO. 2

JUNE 1956

MURORAN HOKKAIDO
JAPAN

Editing Committee

T. Ohga	President,	<i>Chairman of the Committee</i>
T. Kashiwagi	Asst. Prof.	<i>Chemistry</i>
S. Kita	Prof.	<i>Mining Engineering</i>
S. Kitamura	Asst. Prof.	<i>Electrical Engineering</i>
M. Naito	Asst. Prof.	<i>Mechanical Engineering</i>
S. Ohta	Prof.	<i>Civil Engineering</i>
H. Sato	Prof.	<i>Chemical Engineering</i>
A. Tanaka	Asst. Prof.	<i>Metallurgical Engineering</i>
D. Washiyama	Prof.	<i>Literature</i>

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee

These publications are issued at irregular intervals. When they amount to about 800 pages, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第二卷 第二号

目 次

	頁	総頁
助触しない銀触媒によるエチレンの空気酸化の 速度に関する研究 ……………	加 納 久 雄 金 塚 高 次	2 (1) 241
不銹鋼製硫黄精錬釜に関する調査ならびに研究…	西 田 惠 三	2 (9) 249
平面三角網の調整計算について ……………	森 田 健 造	2 (31) 281
水準網の調整計算について ……………	森 田 健 造	2 (107) 347
平板及び平面弾性問題に対する有限な フーリエ変換の応用 ……………	能 町 純 雄	2 (123) 363
表面に垂直及び水平荷重を受ける梁について……	能 町 純 雄 菅 原 登	2 (143) 383
桁梁の撓み理論に関する基礎的研究 (I) ………	中 村 作 太 郎	2 (151) 391
直列コンデンサ補償系統の単相短絡理論と 一般非対称回路の取扱い ……………	三 浦 五 郎	2 (173) 413
凸極同期機系統における基礎式変換理論 ………	三 浦 五 郎	2 (195) 435
放電電流による磁歪振動子の励振について ……	二 木 治 郎 秋 山 稠	2 (207) 447
低温における銅の二、三の性質について ………	内 藤 正 鄰 菊 地 千 之	2 (217) 457
電位差滴定法における電極 (双金属) の選択について—中和滴定 (強酸—弱塩基, 弱酸—強塩基) ……………	上 野 幸 三 太 刀 川 哲 平	2 (227) 457
中国における紙幣乱行の状況 ……………	三 木 毅	2 (243) 483
新中国における人民幣の発行と流通 ……………	三 木 毅	2 (257) 497
A Constructive Study of the Vector Space of Real Functions……………	Yoshio Kinokuniya	2 (271) 511

助触しない銀触媒によるエチレンの 空気酸化の速度に関する研究

加納久雄 金塚高次

The Rate of Air Oxidation of Ethylene by the Unpromoted Silver Catalyst

Hisao Kano and Takatsugu Kanazuka

Abstract

In this report we determined the rate of silver-catalyzed air oxidation of ethylene to ethylene oxide and carbon dioxide and water. Several ten hours of conditioning was necessary for a new catalyst to have a constant activity and selectivity depending upon temperature and flow rate. When the reaction condition was altered from one to another, corresponding stationary yields of ethylene oxide and carbon dioxide were obtained after a few hours. After previous study of these phenomena, we determined the rate of reaction in flow system under $200 \sim 260^\circ\text{C}$., S. V. $31.5 \times 10^3 \sim 252 \times 10^3 \text{ hr}^{-1}$ and atmospheric pressure, assuming simultaneous mechanism.

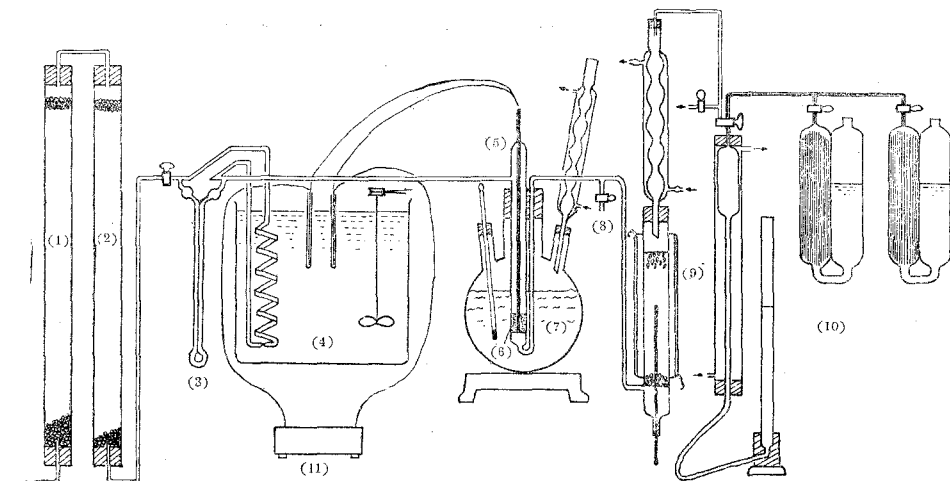
本報に於ては銀によるエチレンの空気酸化によるエチレンオキシド及び炭酸ガス+水生成反応の速度を決定した。新触媒は使用初期に数十時間に及ぶ不定常状態が続いた後、反応条件（温度及び流速）に対応する定常状態に達する。又、反応条件の変化に対しては2、3時間後に新条件に対応する定常状態に到達する。かかる初期現象を研究した上で $200 \sim 260^\circ\text{C}$., S. V. $31.5 \times 10^3 \sim 252 \times 10^3 \text{ hr}^{-1}$, 1 atm の条件で並行反応の仮定の下に流通法により反応速度の値を決定した。

I 緒 言

エチレンの接触気相酸化によるエチレンオキシド合成用触媒としては金属銀を主体とし、これに種々の助触媒を添加して活性と選択性の向上が企てられ、又担体に就いても経験的に種々の物質が試みられている。他方反応速度論的研究としてガラスウールに鍍銀した触媒による

Twigg¹ の研究, $\text{Ag}_2\text{O}-\text{BaO}_2-\text{Al}_2\text{O}_3$ 系触媒による Shen-Wu Wan² の研究及び Ag-Ca 合金から Ca を溶出した Cambron 及び Mc Kim³ の触媒による Orzechowski 及び Mac Cormack⁴ の研究等がある。著者等は銀を主体とする触媒の基礎となる純粋な金属銀について流通法の実験から反応速度値の決定を行つた。

Ⅱ 装 置



第1図 実験装置

- (1) 塩化カルシウム (2) ソーダライム (3) 流量計 (4) 恒温槽 (30°C)
 (5) 反応管 (6) 触媒 (7) エチレングリコール・トリエチレングリコール浴
 (8) 気体試料採取口 (9) エチレンオキシド吸収塔 (10) ガス分析装置
 (11) ミリボルトメーター

実験の装置は第1図の如くである。エチレン4.5%、空気 95.5%の割合で混合したガスホルダーの原料ガスを、塩化カルシウム管及びソーダライム管を通過させて乾燥及び脱炭酸した後流速計で一定流速に調節して反応管に送入する。反応管の加熱は図の(7)で示す如く、エチレングリコール及びトリエチレングリコールを必要な温度で沸騰するような割合で混合し、三口コルベン中で激しく沸騰させその中へ反応管をひたすことによつて行つた。又 290°C 以上の温度の必要な場合は $\text{NaNO}_3-\text{KNO}_3$ 浴を使用した。温度の測定、生成物の分析法等は前報⁵の通りである。

- 1 Twigg, G.H. : Proc. Roy. Soc. (London), A 188, 92, 105, 123 (1946) ; Trans. Faraday Soc., 42, 284 (1946).
- 2 Shen-Wu Wan : Ind. Eng. Chem., 45, 234 (1953).
- 3 Cambron, A. & McKim, F.L.W. : U.S. Patent No. 2,562,857 (1951) & Can. Patent No. 475,366, (1951).
- 4 Orzechowski, A. & Mac Cormack, K.E. : Can. J. Chem., 32, 388, 415, 432, 443 (1954).
- 5 加納, 金塚 : 室工大研報, 1, 691 (1954).

III 触媒の調製と定常化・ファウリング・デイクチベーション 及びシンターリングに関する予備実験

硝酸銀 (G. R.) 及び水酸化バリウム (G. R.) から製した酸化銀を硝子管に充填し、電気炉で先づ 70°C で空気を 4 時間、100°C で酸素を 10 時間通じた後一旦降温し、次いで電解水素で還元を行つた。先づ 50°C で 10 時間還元した後、徐々に温度を上げ約 20 時間を要して 100°C に達せしめ、此の温度で 10 時間還元を続けた後更に徐々に昇温し、6 時間で 190°C まで上昇させ此の温度で 3 時間還元を行つた。最後に 300°C で 10 時間完全に還元した。この還元銀 1g を用い、温度 260°C、原料ガス流量 5l/hr (N. T. P.) の条件で長時間反応を続け、時間の経過 τ によるエチレンからエチレンオキサイドへの転換率 $x_{O_2H_4O}$ 及び炭酸ガスへの転換率 x_{CO_2} の変化の状況を調べると、第 1 表に示す如く反応の初期では選択率低く 40% 程度であるが、時間の経過と共に増加して一定値に近づく。 τ と $\tau/x_{CO_2H_4O}$ 及び τ と τ/x_{CO_2} の関係が何れも直線的であることから夫々を

$$x_{O_2H_4O} = \frac{\tau}{a\tau + b}$$

及び

$$x_{CO_2} = \frac{\tau}{c\tau + d}$$

で表わし、実測値から a , b , c 及び d を決定すると、

$$x_{O_2H_4O} = \frac{\tau}{0.022258\tau + 0.00439} \times 10^{-2}$$

及び

$$x_{CO_2} = \frac{\tau}{0.031866\tau - 0.06539} \times 10^{-2}$$

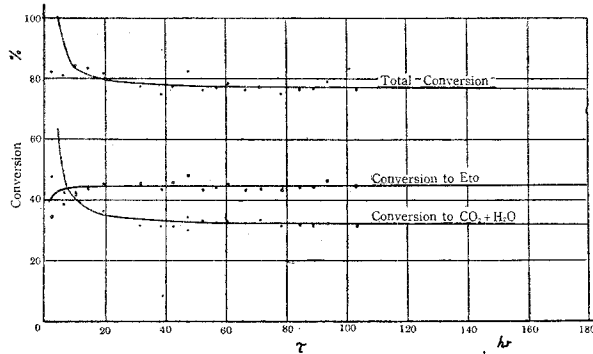
これを画いたのが第 2 図である。図中の点は実測値を示すが τ の小さい範囲では此の関係が成立しないが $\tau=10$ 以上ではよく一致する。又 $\tau=30$ で略々一定の転換率を示すに至る。新調製触媒の初期活性に於けるかゝる現象は、製法を異にする銀触媒でも認められており^{4,5} Orzechowski⁴ はかゝる slow process は反応物質が吸着平衡に達するのにせいぜい 0.1hr しか要しないのに比し極めて長時間に互るので、反応物質が吸着平衡に達しないことでは説明できないとし、安定な毒による触媒の一定の被毒準位が各反応条件に対応して存在し、それに達する速度が遅いためであると説明している。

上記の触媒は大略 Benton⁶ に従う還元銀の製法であつて、還元完了までにやゝ煩雑な昇温方法と時間を要する。水素による酸化銀の還元は既に常温でも徐々に行はれ、電気炉中での操業に

6 Benton, A. F. & Drake, L. C., J. A. C. S., 54, 2186 (1932).

第1表 触媒の定常化(其の1)

Observation	τ hr	$x_{C_2H_4O}$ $\times 100$ %	x_{CO_2} $\times 100$ %	Total Conversion %	Selectivity %
1	2.25	34.3	47.9	82.2	41.8
2	6.42	38.6	42.5	81.1	47.6
3	10.25	42.6	41.9	84.5	50.4
4	14.08	43.3	40.1	83.4	51.9
5	19.50	45.5	36.4	81.9	55.6
6	31.83	45.6	31.8	77.4	59.0
7	38.67	43.4	31.6	75.0	57.9
8	42.58	46.0	31.5	77.5	59.4
9	47.50	48.2	34.3	82.5	58.4
10	52.58	43.2	33.2	76.4	56.6
11	57.00	44.2	32.8	77.0	57.5
12	60.92	45.3	33.4	78.7	57.5
13	66.50	43.4	32.9	76.3	57.0
14	71.25	43.6	33.8	77.4	56.5
15	78.25	43.4	31.7	75.1	57.7
16	84.58	44.4	31.9	76.3	58.1
17	89.00	44.9	31.6	76.5	58.6
18	93.75	46.6	32.4	79.0	59.0
19	103.08	44.6	31.5	76.1	58.6



第2図 触媒の定常化

変えた時、新条件に対応する定常状態に達するにはどの程度の時間を要するか問題となる。

反応条件を温度 263°C, 流量 5l/hr から 241°C, 6l/hr に変化させたとき, 248°C, 24l/hr から 247°C, 3l/hr に変化させたとき, 233°C, 12l/hr から 235°C, 24l/hr に変化させたときの結果を第3表に示した。何れの場合も約2時間を経過すれば新条件に対応する定常状態

於ては初め 50°C 附近の温度では充分注意しないと反応熱の蓄積のため著しく温度が上昇し、触媒としての性能を損うことがある。Benton 等は 30°C から還元を始めてこれを防いでいるが、然る時は一層長時間を要する。我々の観察によれば 50°C においても充分の速さで還元が進むのであつて、50°C の恒温槽内で 30 時間還元した試料、300°C で充分還元した試料及び酸化銀の各々につき X線廻折を行つて比較すると、前二つの試料は完全に銀の廻折像を示して一致し酸化銀の残存は認められなかつた。50°C で 30 時間還元を行つて得た銀 1g を用いて 262°C, 5l/hr の条件で反応を行わせると第2表の如き経過を示した。即ち約 25 時間経過すればほぼ定常の活性を示すに至る。よつて以下の実験には選択率は僅か劣るがこの触媒を使用した。

次に或る反応条件で作用している触媒を別の反応条件に

第2表 触媒の定常化(其の2)

Observation	τ hr	$x_{C_2H_4O}$ $\times 100$ %	x_{CO_2} $\times 100$ %	Total Conversion %	Selectivity %
1	0.50	34.9	48.1	83.0	42.0
2	6.58	41.4	37.1	78.5	52.6
3	14.50	36.5	38.6	75.1	48.6
4	17.67	37.7	37.5	75.2	50.1
5	22.25	36.3	34.7	71.0	51.7
6	27.33	35.6	34.3	69.9	51.0

第3表 反応条件の変化に対する触媒の定常化

	τ hr	$x_{C_2H_4O}$ $\times 100$ %	x_{CO_2} $\times 100$ %	Total Conversion %	Selectivity %
263°, 5l/hr から 241°, 6l/hr に変 える	0.33	26.6	25.1	51.7	51.4
	1.42	27.8	25.7	53.5	51.9
	2.83	28.4	26.4	54.8	51.9
	4.75	27.8	25.8	53.6	51.9
248°, 24l/hr から 247°, 3l/hr に変 える	2.08	34.2	35.2	69.4	49.4
	3.50	34.8	35.0	69.8	49.9
233°, 12l/hr から 235°, 24l/hr に変 える	2.00	13.9	13.0	26.9	51.7
	3.67	13.6	12.8	26.4	51.4

第4表 銀触媒のシンターリングによる活性低下

エチレン 4.5% : 空気 95.5%
流 量 5l/hr
温 度 262°C

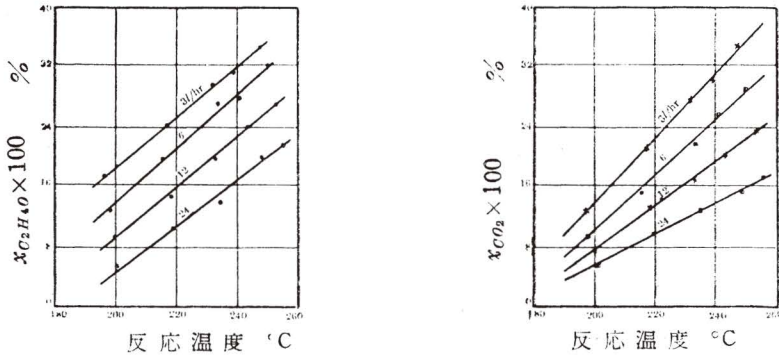
シンターリング 温 度 °C	$x_{C_2H_4O}$ $\times 100$ %	x_{CO_2} $\times 100$ %	全転換率 %	選 択 率 %
310	31.7	32.0	63.7	49.8
330	23.8	23.8	47.6	50.0
360	13.5	11.9	25.4	53.0

に達する。

次に前記の100時間に互る反応の経過を見ると262°Cではフアウリング及びデアクチベーションは起らないと断定できる。シンターリングに関しては、同じ製法で作った触媒を310°, 330°, 360°Cの温度で2時間加熱して活性の変化を調べると第4表に示す如く明らかにシンターリングの起ることがわかった。全転換率をシンターリングしない触媒と比較すると、310°Cでは91%, 330°Cでは68%, 360°Cでは36%まで低下したことになる。従つて反応速度の決定のための実験は触媒温度が290°Cを超えない条件で行うこととした。又触媒内の温度が成るべく均一になるように反応管は細いものを用い、加熱浴は激しく沸騰させて反応熱の除去に努めたが発熱量の大なる反応であるため高流速の条件では温度の均一化がやや困難であつた。従つて触媒内の数ヶ所の温度を測定しその平均値を以て一応反応温度とした。

IV 反 応 速 度

前項の 262°C で定常化を行つた触媒 1g を用い、反応温度及び原料ガス流量を変化させ各反応条件で定常の活性を示すに至つた時のエチレンオキサイド、炭酸ガス及び未反応エチレンの濃度から原料ガス中のエチレンに対するエチレンオキサイド及び炭酸ガスへの転換率を求め第3図の結果を得た。



第3図 温度、流量と転換率の関係

今

F = 単位時間に送つた原料ガス中のエチレンのモル数 (mole)(sec)⁻¹

W = 触媒量 (g)

$r_{C_2H_4O}$ = エチレンオキサイド生成の反応速度 (mole)(g-catalyst)⁻¹(sec)⁻¹

r_{CO_2} = 炭酸ガス生成の反応速度 (mole)(g-catalyst)(sec)⁻¹

$x_{C_2H_4O}$ = エチレンオキサイドへの転換率

x_{CO_2} = 炭酸ガスへの転換率

とすれば次の物質収支が成立つ。

$$F dx_{C_2H_4O} = r_{C_2H_4O} dW$$

及び

$$F dx_{CO_2} = \frac{1}{2} r_{CO_2} dW$$

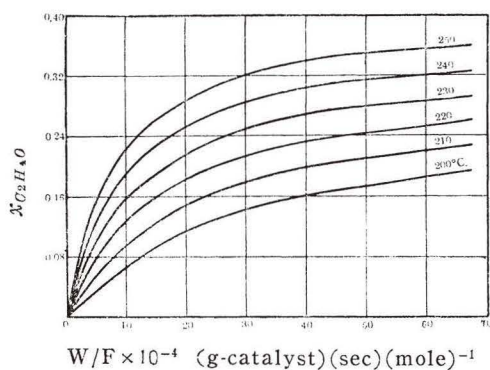
従つて

$$r_{C_2H_4O} = \frac{dx_{C_2H_4O}}{d\left(\frac{W}{F}\right)}$$

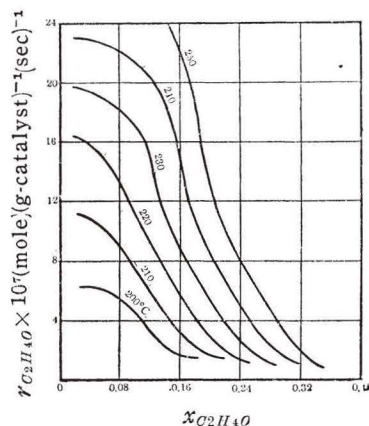
及び

$$r_{CO_2} = \frac{dx_{CO_2}}{d\left(\frac{W}{2F}\right)}$$

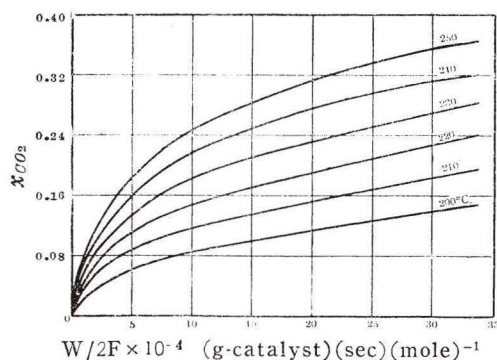
W/F 及び $W/2F$ に対し夫々 $x_{C_2H_4O}$ 及び x_{CO_2} の等温線 (第4図及び第5図) を書き, それの図式微分によつて $r_{C_2H_4O}$ 及び r_{CO_2} を求め第6図及び第7図を得た。



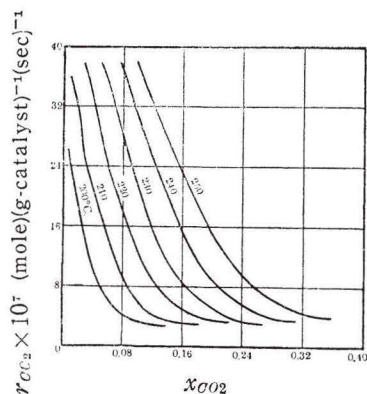
第4図 W/F と $x_{C_2H_4O}$ の関係



第6図 $x_{C_2H_4O}$ と $r_{C_2H_4O}$ の関係



第5図 $W/2F$ と x_{CO_2} の関係



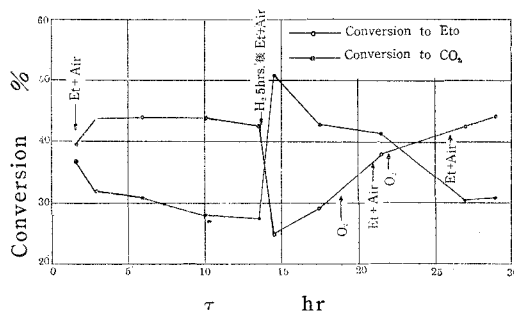
第7図 x_{CO_2} と r_{CO_2} の関係

V 考 察

純還元銀を用いてエチレンの空気酸化を行うと反応開始後約 20 時間はエチレンオキシド及び炭酸ガスの生成反応が定常とはならず, 徐々に一定の値に近づくことが認められる。使用中の触媒に対して途中で水素を通した後再び原料ガスに切換へた場合もエチレンオキシドの生成反応が低下して燃焼反応が優勢となる。但し全転換率は水素処理を行なつても殆んど変化しない。この状況を第8図に示したが, 定常の活性の触媒に対し 300°C で水素を 5 時間通した後, 再び原料ガスに切換へて反応を続けると, エチレンオキシドへの転換率が著しく低下し,

CO₂ への転換率が急増することを示している。時間の経過と共に水素処理の影響が徐々に失はれるが、原料ガスを適当時間酸素に切換へ後再び原料ガスを通すと、酸素が原料ガスを通すと同様に明らかに水素処理の影響を除く作用をなすことが認められる。図に酸素を2時間及び更に4時間通した時の反応の状況を

示した。従つて触媒の初期における異常活性は原料ガス中の酸素によつて除かれるのであろう。且つその平衡準位到達が還元したばかりの新触媒では30時間に近い比較的長時間を必要とする。而して酸素被毒準位達成とは触媒の如何なる状態を意味するかというと、



第8図 触媒の水素処理及酸素処理

水素処理によつて銀に強く吸着又は吸収された水素が触媒の活性と選択性に影響を及ぼし、かかる吸着(吸収)水素の酸素による除去が比較的長時間に亘る過程であることを意味するのであろう。Twigg¹ は彼の触媒において水素が吸着されることを認めたが、反応に及ぼす吸着水素の影響はないものとしている点著者等と見界を異にする。一旦一定組成の原料ガスに対応する(主として酸素濃度による)被毒平衡に達すれば反応温度及び流速の変化による影響は比較的少く数時間内で新条件に対応する定常の活性を示すに至る。

温度 200~260°C, 空間速度 $31.5 \times 10^3 \sim 252 \times 10^3 \text{ hr}^{-1}$ の条件で反応速度を測定したが、上記範囲の条件でエチレンオキサイド生成反応と炭酸ガス生成反応とが並行反応であると仮定している。低流速、高温の場合選択率が若干低下するから比の場合はエチレンオキサイドを経て燃焼反応が逐次的に起ると考へられるが、其の他の条件では大体一定に近いから近似的には両反応が独立に起ると見なしてよいであろう。勿論反応機構の如何に拘らず実測した速度値を利用することが可能である。

又担体に担持した触媒(例へば前報のシリカゲル担持触媒⁵)と比較し、純銀触媒は銀の量の多いのに拘らず触媒能が大きくはないから、実際問題としては当然適当な担体に担持させて能率を高めることが必要である。

本稿を草するに当り終始御助言を賜はつた岡本剛博士に感謝の意を表わすと共に、研究費の一部は北海道科学研究補助金によつたことを附記する。

(昭和30年7月 日本化学会北海道地方大会にて発表)

(昭和31年4月30日受理)

不銹鋼製硫黄精鍊釜に関する 調査ならびに研究

西 田 惠 三

Investigations of Stainless Steel Oven corroded on Sulfur Smelting

Keizo Nishida

Abstract

Some test pieces were prepared out of stainless steel oven (12% Cr) corroded on sulfur smelting, and examined by sulfur-print, hardness test, chemical analysis and microscopic examination with many etchants.

The results are as follows:

1. On such smelting the wall of the oven shows flat corrosion, which proceed specifically in intercrystalline type.
2. The inner wall increases hardness and is much enriched with carbon.

From the above, it is more likely that chromium carbide particles are modified in composition and shape, and then, mostly corroded with decomposition.

I 緒 言

現今、硫黄精鍊の一方法として「焼取法」と称する蒸溜法が一般に用いられているが、これは硫黄鉱石（他は主に黄鉄鉱）を密閉容器内に装入し、これを外部加熱により硫黄蒸気として分離し、別の箇所へ凝縮させる方法である。この容器として使用される材料は、最も普通には鑄鉄であるが、これの平均寿命が大體8ヶ月内外で、これが交換、改築には多大の労力と経費を要するため、これに代る良質の釜材として不銹鋼鑄物が推奨されている。

北海道幌別鉱業所においては昭和25年より某社製不銹鋼釜3ヶを用い、その試験を行つて来たが、その結果は大略次の様であつた¹。すなわち、A、B、C3ヶの不銹鋼釜を色々な位置に据付け、鑄鉄釜と共に第1期(8.7ヶ月)第2期(7ヶ月)第3期(5.3ヶ月)および第4期(2ヶ月)に別けて試験を行つた。各期毎に破損した鑄鉄釜の交換改築を行うと同時に、A、B釜の場所も夫々変え、かつその火焰の直接当る場所も変えて試験操業を行つたが、C釜のみは同じ位置

1 不銹鋼製精鍊釜の試験結果報告、幌別鉱業所（昭和27年）

に固定のままであつた。この結果、Cは16ヶ月で破損し、Aは21.3ヶ月で破損し、Bは本期間中（23ヶ月）破損しなかつた。この期間中の硫化鉄スケール発生状況および耐久月数は第1表の通りである。

第 1 表

期 間	第1期間 (8.7ヶ月)	第2期間 (7ヶ月)	第3期間 (5.3ヶ月)	耐久月数	備 考
鑄鉄釜 (平均)	破損38%	破損50%	破損50%	最大 8.2ヶ月	各期毎に破損 新釜と交換
不 銹 鋼	A	完全 5%	完全 9%	破損25%	21ヶ月
	B	// 6%	// 12~14%	完全25%	23ヶ月以上
	C	// 10%	破損部30% その他14%	—	16ヶ月
釜 平均	7%	12%	25%		

以上の結果、耐久度の点で確かに不銹鋼製は鑄鉄製にくらべて優秀であることは明かでありまた他にも2~3の長所が認められるが、価格の点を考えれば必ずしも経済的であるとは云い難い現況にある。

他の硫黄精錬所（たとえば松尾鋳業所）においては、同質の釜でもはるかに耐久度が大であることが報告されている。これは勿論その使用状態の差異によるが、さらに原鉱石から来る特殊要因によるものであろう。とくに当鋳業所においては釜の内部表面に生成したスケールが相当厚くなる傾向があり、しかも各装入毎（1回焼取りに約8時間を要する）に、これが除去は非常に困難である。

本研究においては、この試験釜の材質を調査研究し、不銹鋼が接触する熔融硫黄または硫黄蒸気に対していかなる挙動をするか、その過程を研討した結果を報告し、これを基礎にして、良好な耐蝕性のある材料の研究に対する指針とした。

II 試料採取および研究方法

本研究に用いた釜は前記Aの釜であつて、その破損状況は写真1および第1図に示す通りである。この釜から破損箇所に近いもの（4.5mm~7mm厚を有し、これをA-Iと呼ぶ）、それより肉厚の少し大なる部分（11mm内外の厚さを有し、これをA-IIと呼ぶ）、および2枚釜上蓋の縁端部分（A-IIIと呼ぶ）を採取した。A-I；A-II、は共に熔融硫黄の接触する部分であり、釜の底に近いので、相当の加熱侵蝕を受けていると考えられ、A-IIIは比較的低温で、硫黄蒸気の接触する部分であるので、その侵蝕度は少いと考えてよいであろう。また釜の内面；外面部分の各種試験を行うため、厚さ10~12mmの箇所から平板状の試験片を取つた。内側の

試験片の肉厚は3mmとし、これをA-IV-Iと呼び、外側の試験片をA-IV-Oと呼ぶことにする。ただしこれは同一材料を内外2分したものでなく、試料調整の便宜上なるべく近くの別々の材料の片側のみを用いた(第1図に各試験片採取場所を示した)。

研究方法としては次に列記する通りであつて上記試験片を用いて行つたが、その外にも必要に応じて他の箇所の試験片をも用いた。

(1) 破断面の肉眼的観察

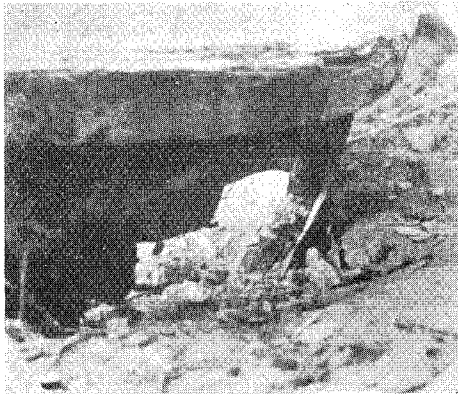
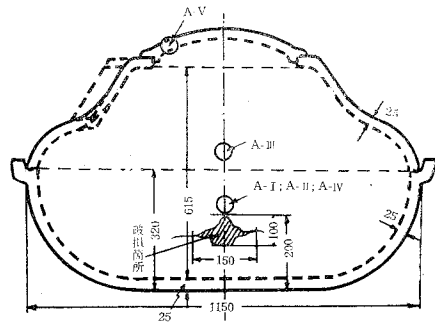


写真 1. 破損釜の現況



第1図 精鍊釜の形状および試料採取箇所(略図)

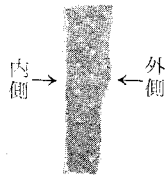


写真 2a. 硫黄プリント (A-I)

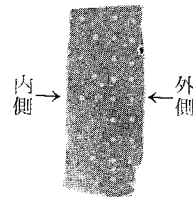


写真 2b. 硫黄プリント (A-II)

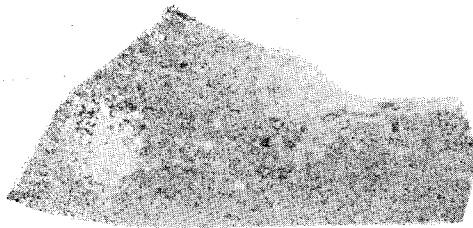


写真 3a. 硫黄プリント (A-IV-I内面)

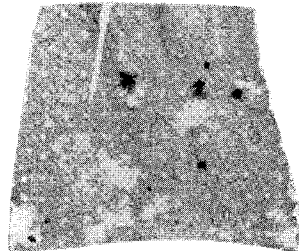


写真 3b. 硫黄プリント (A-IV-O外面)

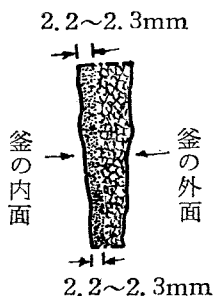
(2) 硫黄プリントによる検査。

(3) 硬度測定。平板状試験片に対してはロツクウェル硬度計。試験片断面に対してはピツコース微少硬度計を使用。

- (4) 化学分析。
 (5) 顕微鏡的観察。

次にその各項についてのべる。

Ⅲ 破断面の肉眼的観察



第2図 試片A-Iの
破断面組織 (略図)

試片A-Iの破断面を観察するに第2図に略示した通り、内表面より約2mm以内は非常に細粒緻密状の破断組織を示し、一方外側は粗粒状に破断される。すなわち内外2層に分れているのが肉眼的に見られる。A-IIについても同様であつてその境界は判然としているが、A-IIIではその変化が急激でない。とくに内層部分は、内面の凹凸にはほぼ平行した厚さを有している。侵蝕によつて釜材の肉厚が減少して来ても、内層の厚さに大差がない。一方外層の肉厚は釜材の肉厚の減少と共に減少し、著しく変化している。従つて、この内層の組織は二次的なものであつて、最初外層のごとき組織に一樣にあつたものが、侵蝕の進行と共に、内層が生成して来たものと推定される。

Ⅳ 硫黄プリントによる検査

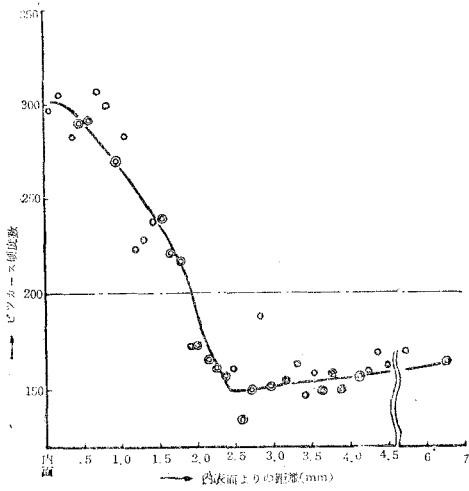
硫黄侵蝕による試片断面の硫黄分布を見るため、普通用いる方法で硫黄プリントを行つた。その結果は写真2aおよび2bである。これによると断面的には硫黄について大差がない様に見える。又A-IVについては写真3aおよび3bであつて、この場合には内外両面で凹所にある残留スケールの部分で著しく着色されている外はいずれも差が認められなかつた。

Ⅴ 硬度測定

最初ロックウェル硬度計Bスケールで測定したが、A-I; A-IIでは内層部分が他より硬度が大であることは知られても、その詳細は不明であるので、ピツカース微小硬度計(荷重=100gr)を用いた。その結果は第3図、第4図、および第5図に示される通りである。本試片中には後述する通りクロム炭化物があるためその測定値が多少ばらつきを示すが、それでも明らかに内層の、しかも内面に近い程高い値を示すのが判然としている。そして大体内面附近の305の一定値から2.5~3mmまで大体直線的に減少して行き、外層では大体205~201となつて一定となつている。(A-II; A-III)。一方A-Iでは外層の硬度が更に急激に減少して105まで降下している。これら試片の使用前の肉厚が約25mmであるから、これらの外面を一致させて3者を重ねて示せば第6図の通りになる。これによれば、侵蝕が進行する程その硬度減少曲線の傾斜が急となり、さらに外層の硬度も一層降下して来る。

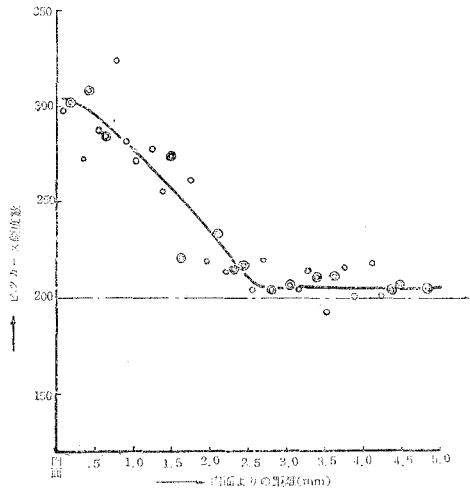
第3図 試片A-Iの断面硬度

ピツカース微少硬度計 (荷重=100gr)による



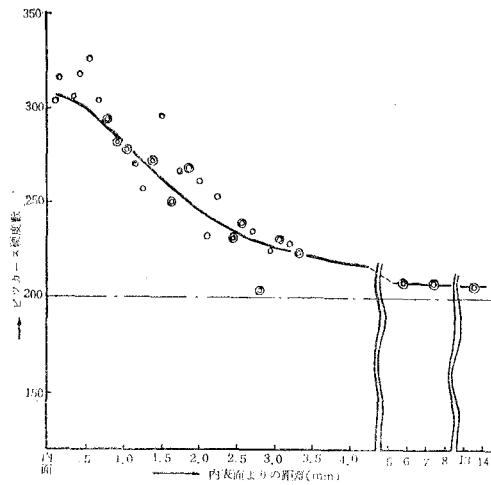
第4図 試片A-IIの断面硬度

ピツカース微少硬度計 (荷重=100gr)による

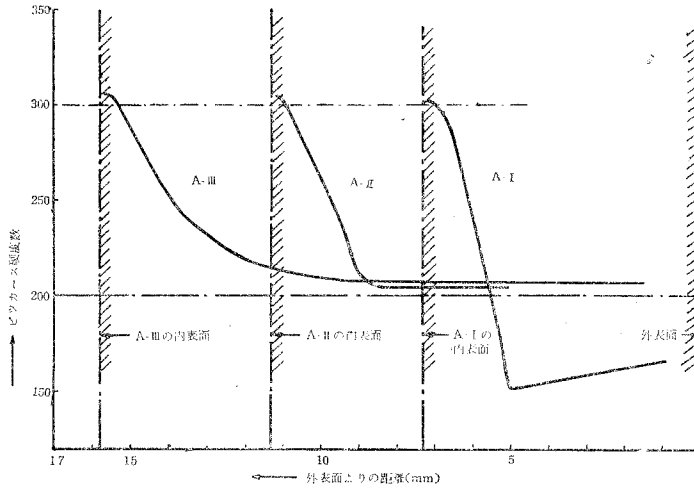


第5図 試片A-IIIの断面硬度

ピツカース微少硬度計 (荷重=100gr)による

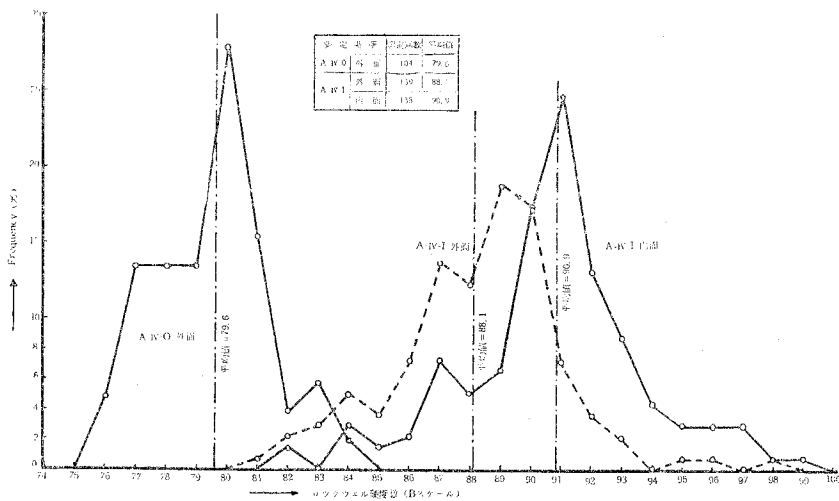


第 6 図 各試片断面硬度の比較



次に A-IV-O; A-IV-I についてその硬度をロツクウエル (Bスケール) で測定した結果は第7図である。相当のばらつきがあるが、これは先にも述べた通り、曲面状釜材から平板状試験片を調整するために生ずるものと思われる。これらの結果によつてもまた、内層、外層の硬度の相違が明らかである。(後掲の第9図; 第10図にその硬度分布を実際の場所において示した)。

第 7 図 試片A-IVの硬度分布 (ロツクウエルBスケール)



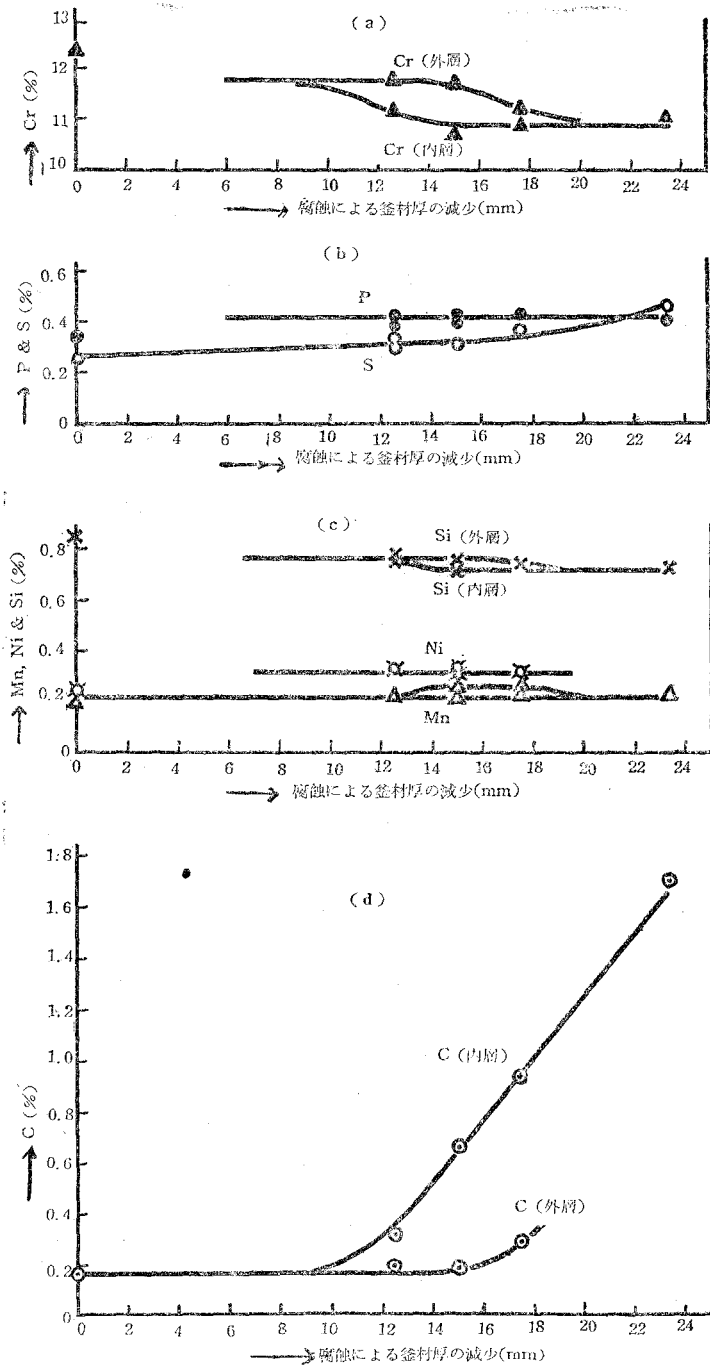
VI 試験片の化学分析

化学分析には直接前記試料は用いず、色々な厚さまで腐蝕した釜材の各部（なるべく破損箇所に近いもの）を用いた。分析に当つては、内表面から薄層を分離して行うことが困難であるので、大体内層、外層に2分してそれぞれについて行つたが、*その細部は第2表に併記してある。この表中の成分の外にMoは痕跡であり、またCuについては大体0.3%位あるが試料の不足から全部については分析出来なかつた。さらにこれらの値を、横軸に腐蝕減少厚(mm)をとつて図示したものが第8図(a), (b), (c)および(d)である。もちろんこれらの値は各層についての平均値であつて、そのおのおのにおいても場所により成分の変化があることは当然考えられる。

第2表 釜材の各腐蝕部分の分析結果

試料	成分(%)	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	備考
原材		0.17	0.95	0.21	.035	.026	0.25	12.42	釜材の外層部分を使用
A	内層	0.32	0.77	0.22	.042	.033	0.32	11.22	3.3%厚 全厚=12.5%
	外層	0.19	0.78	0.22	.039	.032	0.32	11.80	
B	内層	0.66	0.72	0.25	.041	—	0.31	10.75	2.8%厚 全厚=10%
	外層	0.18	0.75	0.21	.042	.032	0.32	11.76	
C	内層	0.93	—	0.25	—	—	—	10.92	2.5%厚 全厚=7.5%
	外層	0.29	0.73	0.23	.043	.037	0.31	11.22	
D	内層	1.70	0.72	0.22	.041	.047	—	11.10	破面より内層のみであることを認めた。全厚は最大1.75%

* 日本製鋼所室蘭製作所前川博士の好意による。



第 8 図 塗料の腐蝕による成分の変化

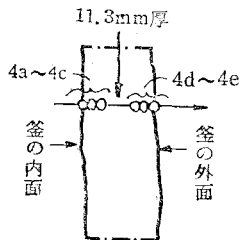
これによれば、Si, Mn, Ni, および P などはほとんど変化なく、Cr は約 1% の減少を内層において示している。S の変化は内外両層共同一量で、腐蝕の増加と共に漸次増しているが、(約 2 倍となる)、これは試料面上のスケール除去が不十分な事も加算されているので、事実はこちらよりもはるかに少いと考えられる。ただ、(d) の C 量は著しく変化し、腐蝕の進行と共に内層の濃度が急激に上昇し、試験片 D-I では 1.7% C にもなっているのは注目に値する。しかし、鉄石から C が来ることは考えられず、また釜内に炭素分を添加したものでないとするれば、これは侵蝕の進行につれて C が釜材の外部に出て行くのではなく、内部に残留すると考えるべきであろう。Cr はこの残留した炭素と結合し、その炭化物の量が増加し、一層極部的に濃度差を生ずる訳であるが、釜材の断面の厚さから考えれば、平均してその濃度差が生じないのであろう

Ⅶ 釜材組織の顕微鏡的観察

これまで諸測定に使用した試片についてその顕微鏡組織を観察した。村上氏等²⁾によれば各種試薬によつてクロム鋼中に存在する炭化物の性状を区別出来ることを挙げているが、著者はこれによつて本材料における炭化物の性質を定性的に観察した。次にこれを列記する。

(i) グリセレギア腐蝕* による組織

試片については写真 4a~4e に示す通りであつて、写真 4c までは内層に属し写真 4d 以下は外層に属している。これによれば同一腐蝕条件でも内層母材が他の部分よりも腐蝕液に対して敏感であることがわかる。(この写真中黒斑点は試薬による組織検出後、大気による腐蝕によつて生じたものである。) A-I についても同様である。又特に上部のあまり腐蝕されていない蓋材の外層部分(これを A-V と呼ぶ)の組織を示せば写真 5 であり、これと比較すれば A-II では炭化物粒子の方向性がなくなりまたその形も大き目の粒状を呈しているのがわかる。



試片 A-II の写真撮影箇所(断面略図)

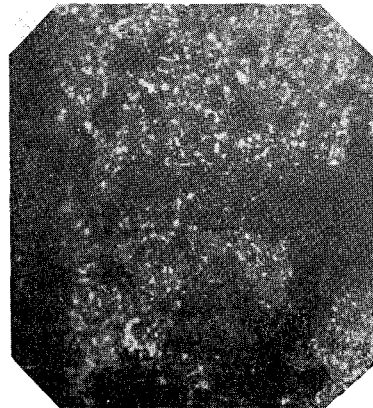


写真 4a 釜の内表面 $\times 250 \times \frac{8}{9}$

2) 村上, 錦織, 岡; 金属の研究 vol. 6, No. 9 (1929)
初田敦衛; 金属の研究 vol. 8, No. 2 (1931)

* グリセレギア試薬; HCl : HNO₃ : グリセリン = 3 : 1 : 2。これで常温 12 秒の腐蝕を行った。

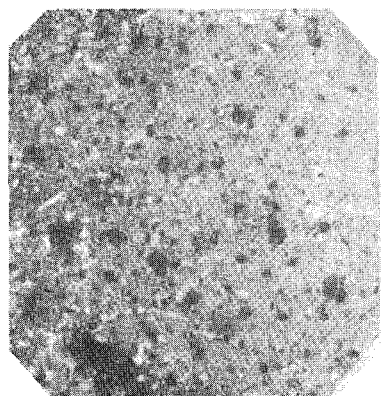


写真 4b. 内面より 0.5mm $\times 250 \times \frac{8}{9}$

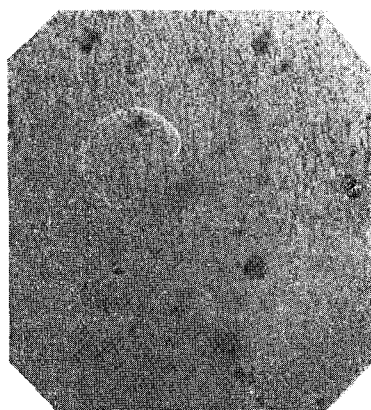


写真 4c. 内面より 2.3mm $\times 250 \times \frac{8}{9}$



写真 4d. 内面より 9.9mm $\times 250 \times \frac{8}{9}$

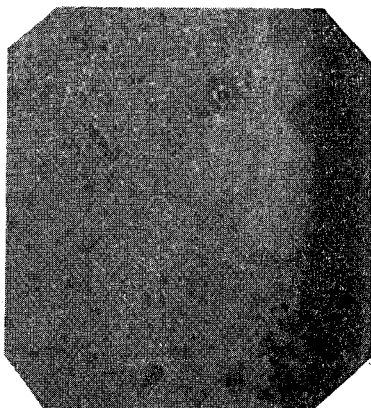


写真 4e. 蓋の外表面 $\times 250 \times \frac{8}{9}$

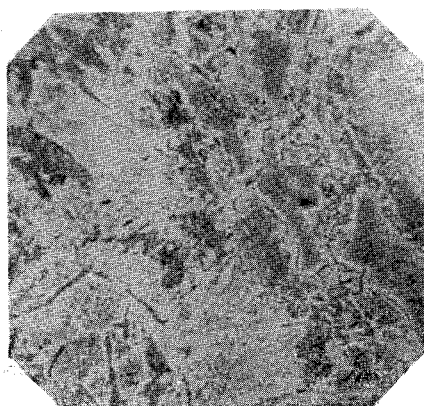


写真 5. 蓋材の組織 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

次に平板試片 (A-IV) の組織を見ると、写真 6a~6g は内層内面で、写真 7a~7b は内層外面である。写真 6a~6c によれば内面における硫黄の侵蝕は結晶粒界腐蝕によることが明かであるが、これは比較的浅く、むしろ全面的に腐蝕されて行く。また写真 6d, 6e および 6g の様に微細粒子と少し大形な粒子 (この中に更に微粒子が析出している) とから成る組織と、一方 6f, 7a および 7b の様に単純な大形粒子のみが見られる組織とに大別される。そして前者は比較的硬度が低く、後者 (特に写真 7a の組織) は硬度が大である。第 9 図および第 10 図にこれらの硬度分布とその写真場所を示した。

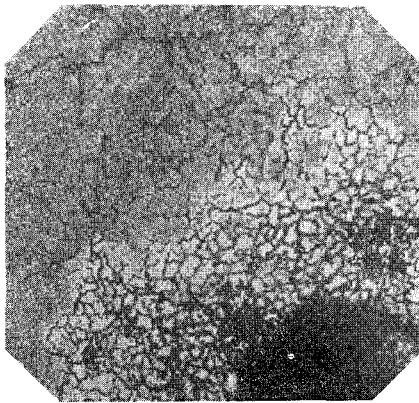


写真 6a. (エッチなし) $\times 45 \times \frac{8}{9}$

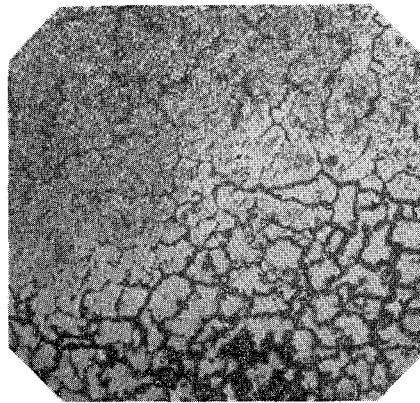


写真 6b. 6a. の拡大 $\times 90 \times \frac{8}{9}$

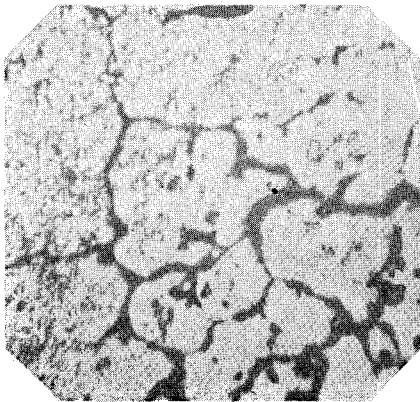


写真 6c. 6b. の拡大 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

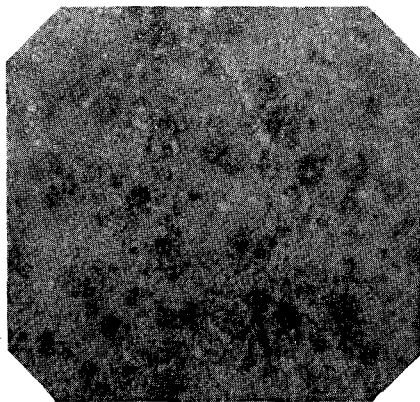


写真 6d. $\times 300 \times \frac{8}{9}$

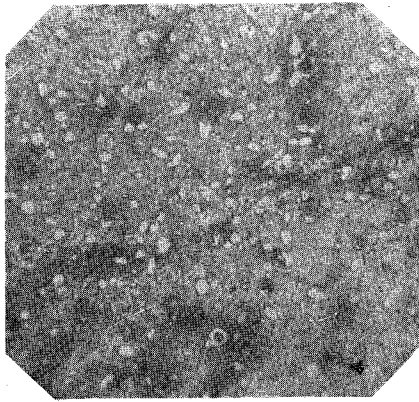


写真 6e. $\times 300 \times \frac{8}{9}$

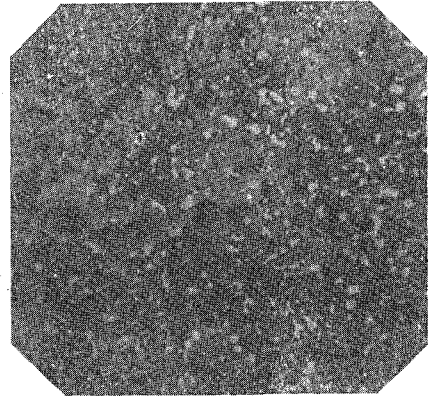


写真 6f. $\times 300 \times \frac{8}{9}$

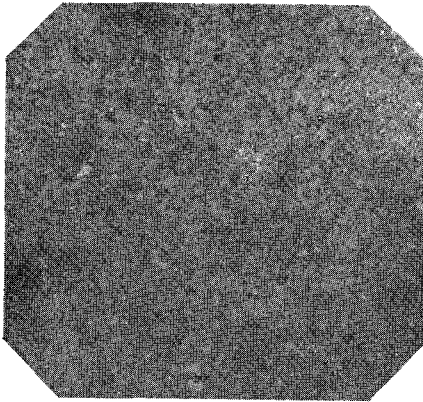
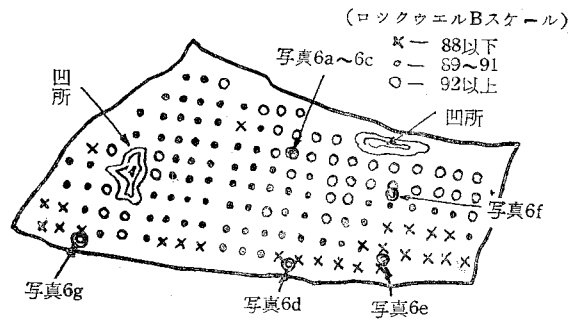


写真 6g. $\times 300 \times \frac{8}{9}$



第9図 試片A-IV-I内面の硬度分布
および写真6a~6gの場所

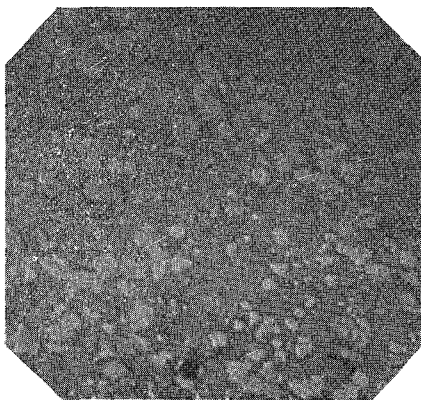


写真 7a. $\times 300 \times \frac{8}{9}$

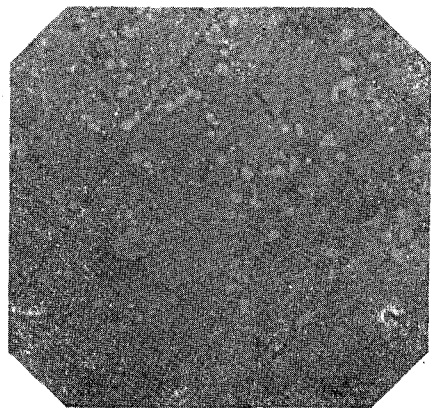
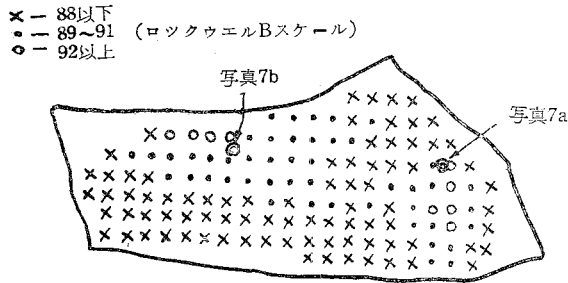


写真 7b. $\times 300 \times \frac{8}{9}$



第10図 試片A-IV-I外面の硬度分布および写真7a; 7bの場所

(ii) また上蓋材A-IIIを特にピクリン酸ソーダ溶液で5分間煮沸したものの組織は写真8に示す通りである。

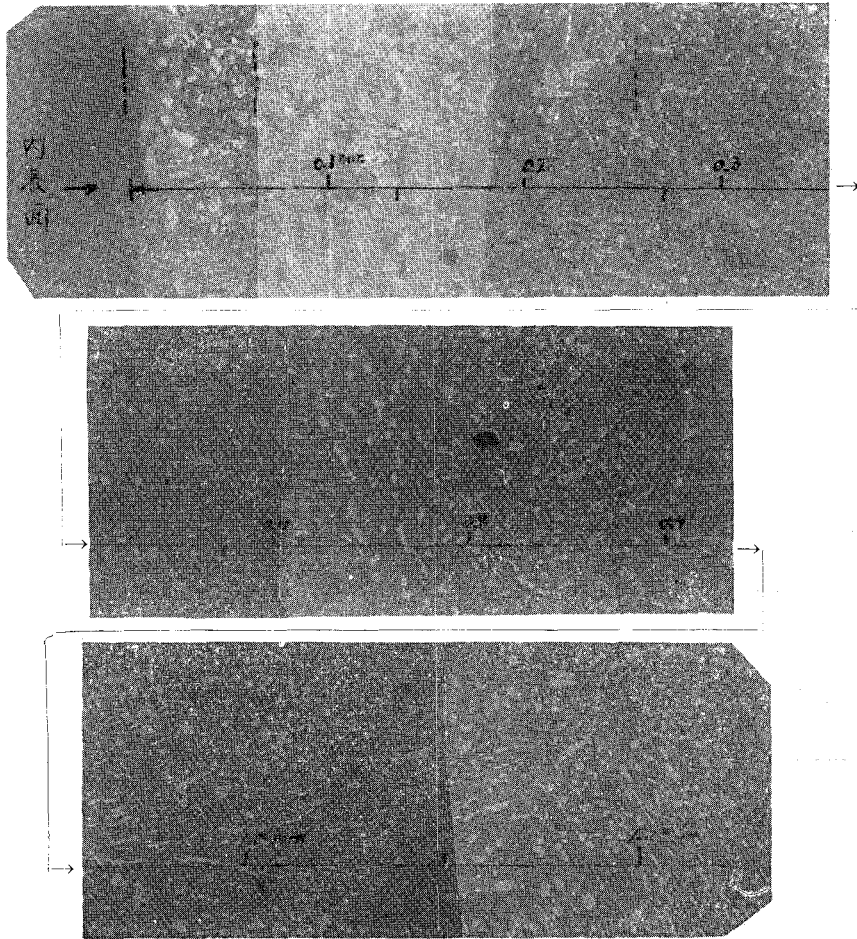


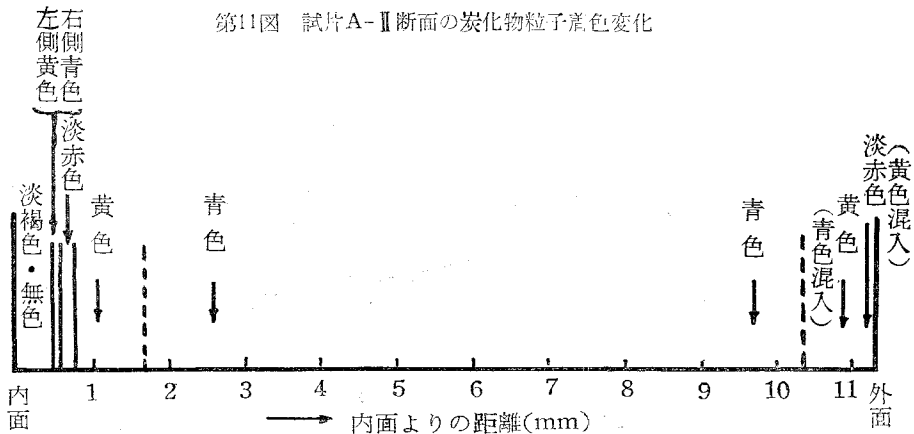
写真 8. 上蓋材A-IIIの組織

$\times 300 \times \frac{8}{9}$

これによればやはり炭化物粒子は腐蝕されておらず素地は内面より約 1.5mmまで着色が大である。また粒子も内面から 0.5mmまではその中にさらに微粒子が析出しているが、それより内部に入るとそれが見られない。そしてもつと内部（約 0.9mm以上）では明らかに炭化物粒子が素地結晶粒界およびその中のある面上に析出しているのが見られ、さらに内部ではこの粒子の寸法が小さくなっている。

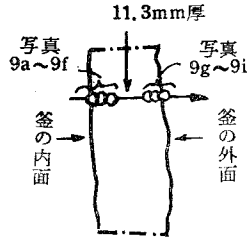
(iii) 村上氏試薬腐蝕*による組織

これを A-II について示せば写真 9a~9g の通りであつて、内層内面附近では境界の判然としない淡褐色粒子と、着色せざにうすい輪廓のみを示す粒子とが混在し、内表面に近い程前者が多い。写真に附記した様に、これから内部に進むにつれて炭化物粒子の色が変化して行くが、これを図解すれば大要第11図の様になる。



しかして写真 9d では 1 枚の粒子でも周囲が淡赤色で中央が黄色を示すがその色の境界が明瞭でない。一方写真 9c に見るごとく左方の粒子では青色と黄色の境界が判然としている。従つて後者の場合にはかかる粒子の中心部と周辺部とは組成の相違も考えられる。また A-III については写真 10a~10c に示されるごとく、10a では前述の通りであるが、10b では殆んど淡赤色粒子である。

* 村上氏試薬：赤血塩 10gr, KOH 10gr, 水 100cc からなる溶液。これで常温 40 秒の腐蝕を行った。



試片A-IIの写真撮影箇所(断面略図)

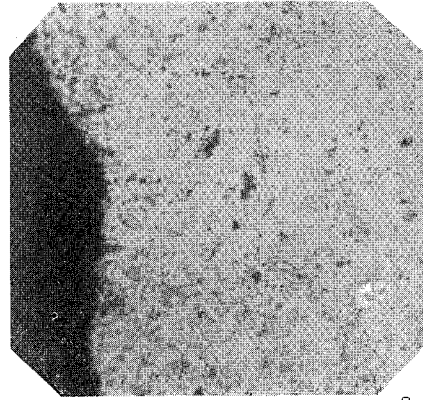


写真 9a. 内表面附近 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

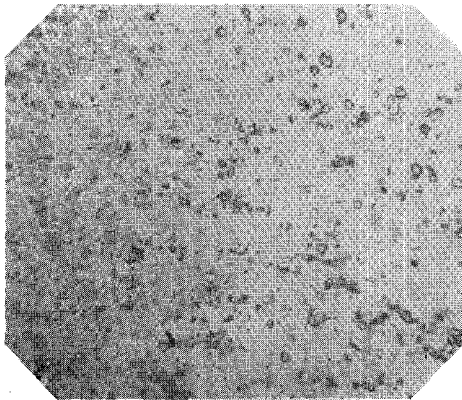


写真 9b. 内面より0.5mm $\times 300 \times \frac{8}{9}$

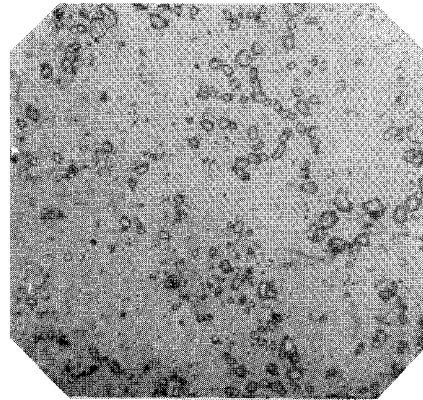


写真 9c. 内面より0.6mm $\times 300 \times \frac{8}{9}$

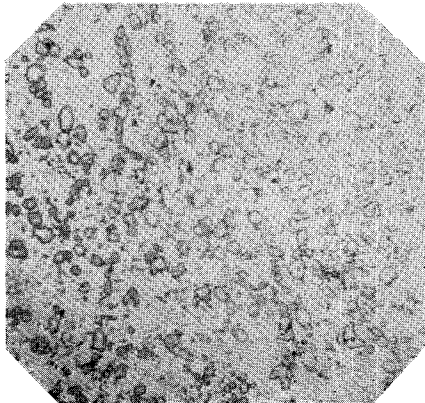


写真 9d. 内面より0.8mm $\times 300 \times \frac{8}{9}$

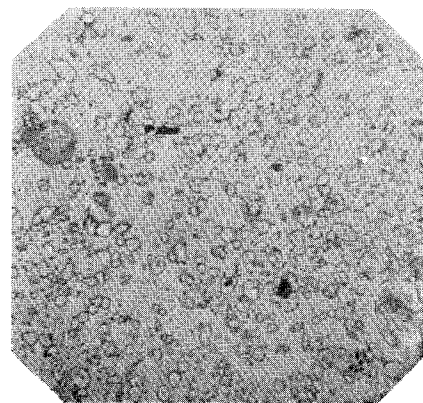


写真 9e. 内面より1.1mm $\times 300 \times \frac{8}{9}$

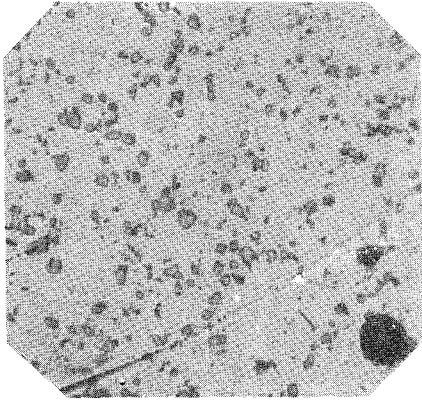


写真 9f. 内面より2.6mm $\times 300 \times \frac{8}{9}$

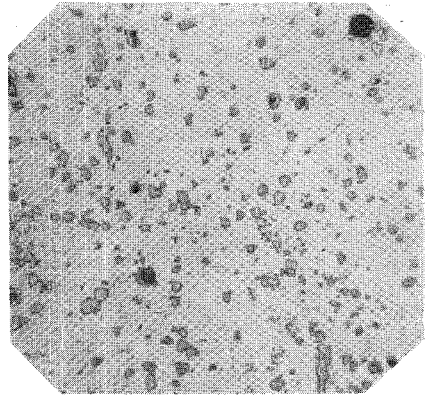


写真 9g. 内面より9.7mm
(外面より1.6mm) $\times 300 \times \frac{8}{9}$

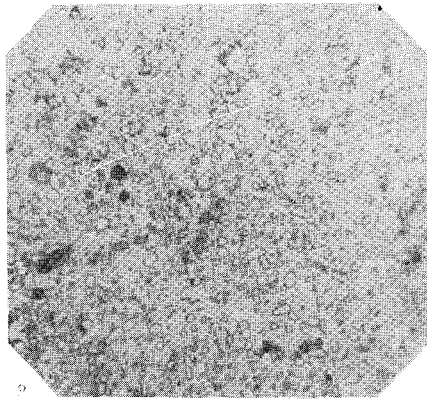


写真 9h. 内面より10.9mm
(外面より0.4mm) $\times 300 \times \frac{8}{9}$

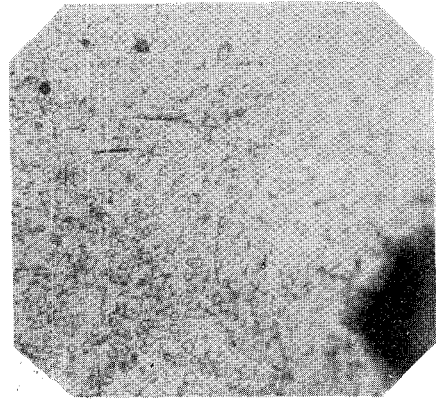


写真 9i. 外部表面附近 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

- 写真 9a. — 着色粒子（粒界不明確，淡褐色）と無色粒子の潜在を示す。
 写真 9b. — 右方の粒子は黄色を示す。
 写真 9c. — 粒子は青色を示す。右方に行くに従って淡赤色粒子が多くなる。
 写真 9d. — 左方は淡赤色，右方は黄色を示す。
 写真 9e. — 黄色粒子を示す。
 写真 9f. — 青色粒子を示す。
 写真 9g. — 青色粒子を示す。
 写真 9h. — 大部分は黄色粒子で，その中に青色粒子を混在する。
 写真 9i. — 大部分は淡赤色粒子であるが，黄色粒子も混在する。

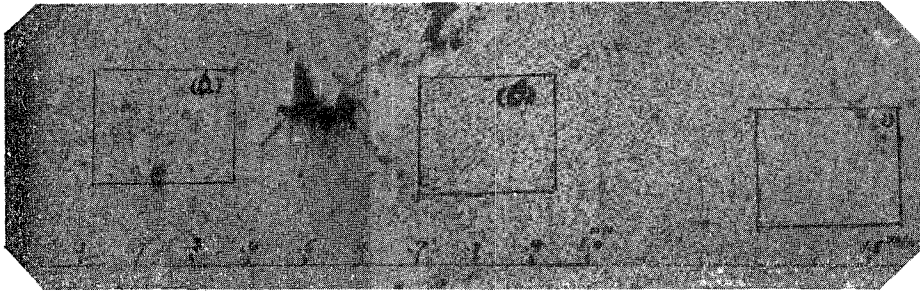


写真 10a. 試片A-IIIの断面の組織

$\times 9 \times \frac{8}{9}$

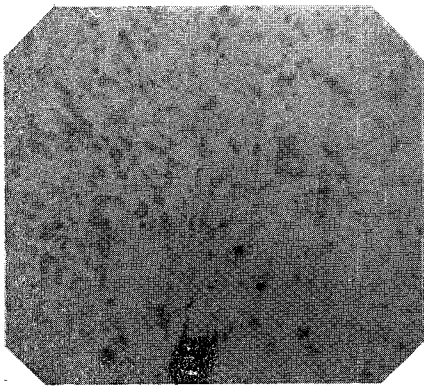


写真 10b. 10aの部分拡大 $\times 300 \times \frac{9}{8}$

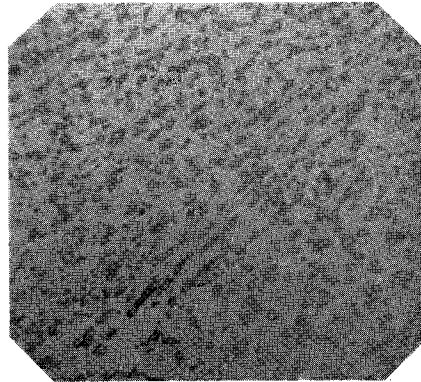
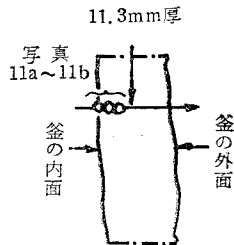


写真10c. 10aの部分拡大 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

(iv) 加熱した村上氏試薬による場合 (60°Cで1分間腐蝕)



試片A-IIの写真撮影箇所(断面略図)

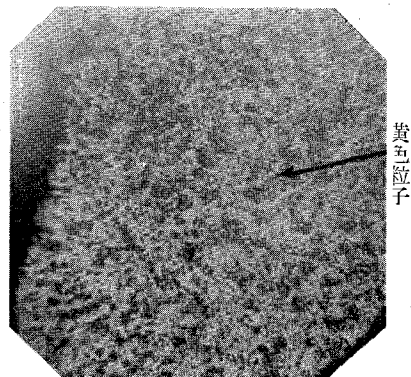


写真 11a. 内表面附近 $\times 300 \times \frac{8}{9}$

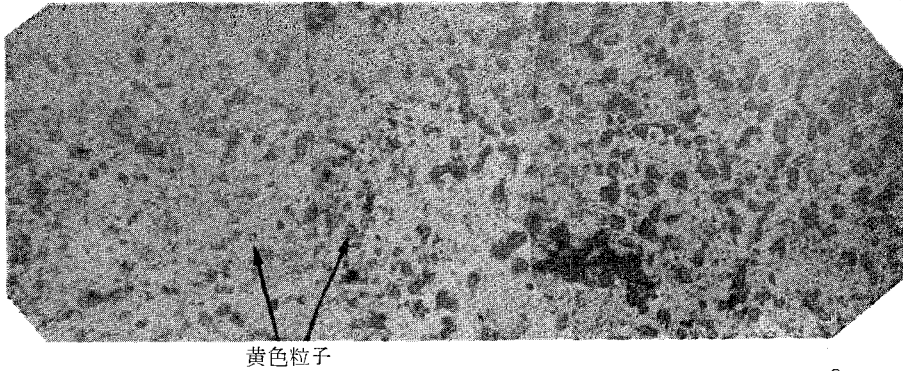


写真 11b. 内表面より 0.2~0.4mmの間

×300 × $\frac{8}{9}$

A-II については写真 11a, 11bに見られる通り、内層内面附近の粒子まで赤褐色となり、明かにその境界が示されている。たゞ黄色粒子がまだ存在し、しかもその内表面に近い程多くまた赤褐色粒子もその着色が他の場所に比べて少い事が見られる。

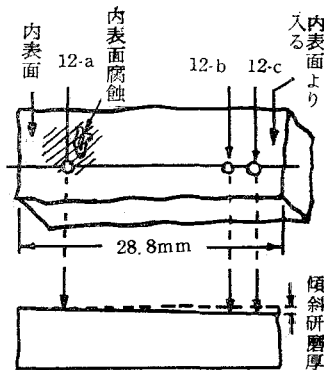
J. J. Gilman³によれば試薬による表面被膜の着色は干渉効果によるもので、被膜の性質はもちろん、その厚薄によつて変化し得るものであつて、腐蝕量の大小によつてその色が変わることになる。しかして炭化物の着色は腐蝕時間が長くなるに従つて、通常黄色で始まり、黄褐色を経て青色となり、最後に赤褐色となることを指摘している。もし均一に腐蝕されなければ、たとえその着色に変化があつてもこれによつてその性状を速断することは危険であるが、唯今の場合、(iii)におけるごとく内層の内面で粒子が明かに顯れないこと、および同一粒子内で境界を以つてその着色差が示されること、さらにまた着色粒子の傍に別の着色粒子が明瞭に混在することは、それぞれの粒子がその性状を異にすることが確實であろう。

また村上氏等によれば $(\text{Fe}, \text{Cr})_7\text{C}_3$ はピクリン酸ソーダ溶液で煮沸すれば着色し、赤血塩アルカリ溶液(常温)では $(\text{Cr}, \text{Fe})_7\text{C}_3$ が着色し、 $(\text{Cr}, \text{Fe})_{22}\text{C}_6$ では高温の場合にのみ着色することをのべている。唯今の場合には釜材の大部分には状態図から見て 0.18% C では $(\text{Cr}, \text{Fe})_{22}\text{C}_6$ が存在するが、内層内面では $(\text{Cr}, \text{Fe})_7\text{C}_3$ が生成しているものと考えられる。さらに又 (iv) から見られるごとく内層内面附近には赤血塩アルカリ熱溶液でも腐蝕されない炭化物が生成していると考えられるであろう。1.7% C のとき、(状態図では $(\text{Cr}, \text{Fe})_7\text{C}_3 + (\text{Fe}, \text{Cr})_7\text{C}_3$) ももちろんこれら炭化物中の Fe は相当の溶解範囲を有しているので、同一型の炭化物でもその含有量によつて大いに着色の度が変化することも予想され、内層の表面に近づくにつれてその減少が考えられるが、これらについての判別には内表面からの薄層分離による分析によらねばならず、唯今の所では確認していない。

3 J. J. Gilman; Trans. Am. Soc. Metals Vol. 44 (1952) pp. 566-595.

Ⅷ 綜 合 考 察

以上の諸測定結果ならびに考察を総合すると次の様に考えられる。すなわち、本研究に供した材料では硫黄腐蝕の進行につれてCが素地に残留する傾向を有する。これがため釜材の内面附近ではCの濃度が増し、これが素地のCrやFeと結合して炭化物を形成する。従つて素地のこの範囲内ではCrの固溶している量が減少し、一方炭化物の量が増加する。これが破断面の内層に緻密な様相を与えるであろう。しかして侵蝕度の異なる材料の内表面近くで殆んど同じ硬度を有することからこの場所では常に同一条件にあることが推定される。すなわち、ある種の炭化物がある一定量形成され、その状態で侵蝕されて行くであろう。たゞ侵蝕速度が異れば、特に温度による炭素の拡散速度が異なるので、その内層の中での炭化物の量（従つて炭素量）の勾配は著しく異つて来る事になる。本研究の範囲内においては釜材中で形成される最終炭化物については確定し得ないが、予想以上の炭化物となる可能性がある。しかしながら、さらに考えるべきことは、Cr鋼中における炭素は殆んど炭化物として存在することは明らかであるが、そうであれば、侵蝕につれてCrの変化がないとすると、炭素はその内表面で再び分離しなければならない事になる。これに関しては特に写真12a~12cに示したが、これは釜材内表面



試片表面写真撮影箇所(略図)

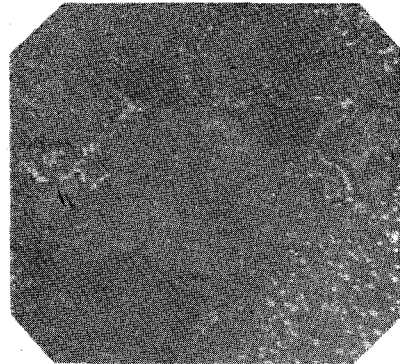


写真 12a. 内表面(平面組織)×300× $\frac{8}{9}$

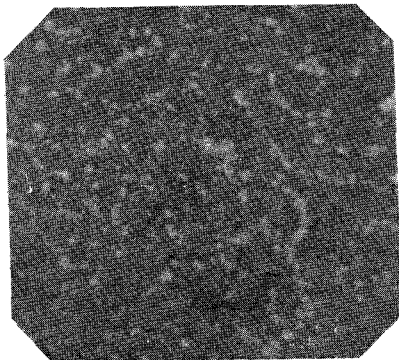


写真 12b. 12aより少し内部の組織×300× $\frac{8}{9}$

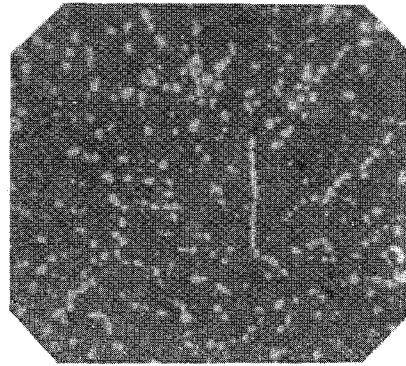


写真 12c. 12bより少し内部の組織×300× $\frac{8}{9}$

を極く微量傾斜研磨後ピクリン酸ソーダ溶液で7分間煮沸した組織である。写真a→b→cと漸次内層内表面から材料の内部に入った場所の組織を示すが、aの凹所附近では他の場所よりもはるかに炭化物粒子が減少しているのが見られる。また、微小硬度値もこの附近で250~260まで低下している。従つて、一部分こゝで分離した炭素はさらに内部に拡散してCrと結合することになる。しからば何故に炭素が残留するか？これに関しては唯今の処不明であつて今後の研究に待たなければならない。

さらに本研究の対称とした釜は現場における使用条件下にあり、その温度は焼取終了時には610~620°Cであり、異常加熱の発生する場合には720°Cにも上昇することがある。又粉鉱石の場合や釜内面にスケールが厚く附着した場合（最大50mmにもおよぶ）にはさらに加熱温度を高くするのが普通である。かゝる加熱条件の変化は又その材料の組織にも甚大な影響をおよぼす事は当然であつて、たゞ単なる腐蝕のみではなく、かゝる熱的効果もあわせて考慮する必要がある。

最後に、この種材質の不銹鋼を硫黄精錬釜に使用する場合には、炭素量が比較的多いと、侵蝕の進行と共にその内表面近くに濃化され、従つて炭化物生成のため素地のCr量が減少する結果、その耐蝕性に貢献するところが少いと予想される。従つてこの種目的に使用する材料には特に炭素量に注意しなければならない。

IX 要 約

以上のべた所を要約すると次の通りである。いわゆる12%Cr不銹鋼(0.75%Si, 0.29%C)製の硫黄精錬試験を行つた釜の材料について調査；研究を行つた結果次の事が明らかとなつた：

1. 硫黄による腐蝕は全面的であるが、これは結晶粒界腐蝕による進行であることが示される。
2. ある程度以上侵蝕された釜の内表面近くでは異常に硬度が大である。しかもこの硬度の最高値はその侵蝕度によらずほぼ一定である。
3. この内層では炭素が濃化している。すなわち、かゝる使用条件では材料内に炭素が残留する傾向が強い。
4. 炭素の残留を基礎にして上記の諸現象を考察した。すなわち、内在する炭化物粒子が侵蝕の進行と共にその組成形状を変化し、最後に再び一部は分解して行くと考えられる。しかし炭化物の組成および炭素残留の原因についてはいまだ明かでない。

終りにのぞみ、本研究のために試料および調査事項などを心よく提供して下さつた北海道硫黄K. K. 幌別鉱業所所長山口清治氏を始め増子良男、長船正儀の両氏、その他の方々に対して

厚く御礼を申上げる。また本研究に対して終始御教示下さった北大工学部幸田教授ならびに日本製鋼所室蘭製作所前川博士に対して深く感謝すると共に、常時援助下さった本学金属工学研究室の諸氏および学生諸君に感謝の意を表する。

なお本研究実施に当り、北海道科学研究補助金をうけたことを記して、あわせて感謝する次第である。

(昭和31年4月30日受理)



平面三角網の調整計算について

森 田 健 造

Calculation for Adjustment of plane Triangulation Nets

Kenzo Morita

Abstract

In general, there are three kinds of condition equations necessary for adjustment of plane triangulation nets, and they are point equations at every station, angle equations at individual triangle and a side equation in a set of triangulation net which is between two base lines or in a closed figure.

In this paper the author described chiefly a method of adjustment for triangulation nets on the basis of numerical values called "influence value" when the above-mentioned three conditions are included.

Moreover, he checked the errors to have influence on adjustment values when the effective number of figures of these influence coefficient was limited and simplified.

Note: The "influence value" in this paper means the numerical values to indicate the relative relation of the influence when the individual triangle and station point forming the triangulation nets have influence upon point correlates or angle correlates.

1 序 説

平面三角網を基本三角網と複合三角網とに分け、前者では有心閉多角形、有心開多角形、単列三角網及び交叉四辺形の4つの基本型が点、角及び辺の3条件を同時に含む場合には各型式毎にコリレート影響表図（註本文中では点又は角コリレートに対してその三角網の各三角形及び測点が及ぼす影響の相対的關係を示す数値を影響値と呼び、この影響値を三角網に記入したものをコリレート影響表図と仮称する）を基礎にして調整する方法を述べ、且つ影響値の有効桁数が多い三角網には此の桁数を制限して簡単化した場合に調整値に及ぼす影響を検討し、又上の3条件の中で外周測点の点条件を省略した場合には直接、基礎コリレートを求める式を誘導した。

尙此の基本型の中で交叉四辺形は、調整に用いることのできる角及び辺条件の組合せ方法が非常に多く、その組合せによつては調整計算にも難易があるので、之を根本的に吟味して角条

件の新しい組合せを提案した。次に複合三角網で上の3条件を同時に有する場合には繰返し計算によることとしたが、近似値の収斂を早くするために各近似値毎に、第2段で外周測点の点コリレートの修正を行うこととし、又3条件の中で外周測点の点条件を省略した場合には、所定の三角網を一応、基本三角網に分解して、それらに基本型の基礎コリレートを求める式を適用して調整することとした。本文で角度観測の重みはすべて同一とし共通の記号は次の通りである。

l_1, l_2, l_3, \dots , 内角の観測値

V_1, V_2, V_3, \dots , 内角の補正值

M_1, M_2, M_3, \dots , 内角の調整値

$l_{(1)}, l_{(2)}, l_{(3)}, \dots$, 外角の観測値

$V_{(1)}, V_{(2)}, V_{(3)}, \dots$, 外角の補正值

$M_{(1)}, M_{(2)}, M_{(3)}, \dots$, 外角の調整値

B_1, B_2, \dots , 実測基線長

$$d = \frac{\mu}{\rho} \cot l \quad \text{観測角の1秒に対する正弦対数の表差}$$

$$\text{但し } \mu = \log_{10} e = 0.43429, \quad \rho = 1 \text{ 弧度} = 206265 \text{ 秒}$$

$K_{(m)}$, 外周測点の点コリレートで、 (m) は点条件の成立した測定番号を示す、

例えば $K_{(1)}, K_{(2)}, \dots$

K_m , 角コリレートで、 m は角条件の成立した図形番号を示す

K_{sm} , 辺コリレートで、 s_m は辺コリレートの番号を示す、たとえば K_{s1}, K_{s2}, \dots 但し辺コリレートが1箇の場合は K_s とする。

$K_{(0m)}$, 有心多角形の中心の点コリレートで、 $(0m)$ は条件の成立した中心点の番号を示す。

たとえば $K_{(01)}, K_{(02)}, \dots$ 但し点コリレート1箇の場合は $K_{(0)}$ とする。

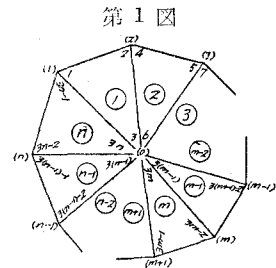
II 基本三角網の調整

A 有心閉多角形

(1) 点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合

1) 正規方程式

第1図で各三角形及び外周測点にはすべて右廻りに番号をつけ、又辺等式に関係する角で未知辺の対角には $3m-2$ (但し $m=1, 2, \dots, n$)、既知辺の対角には $3m-1$ (但し $m=1, 2, \dots, n$)、辺等式に関係のない角は $3m$ として条件方程式を作ると次の $(2n+2)$ 箇になる。



条件方程式

点方程式, (n+1)箇

中心点 (0) に関するもの, (1)箇

$$\sum_{m=1}^n V_{3m} + w_{(0)} = 0 \quad \text{但し } w_{(0)} = \sum_{m=1}^n l_{3m} - 360^\circ$$

外周測点に関するもの, (n)箇

$$V_{3(m-1)-1} + V_{3m-2} + V_{(m)} + w_{(m)} = 0$$

$$\text{但し } w_{(m)} = l_{3(m-1)-1} + l_{3m-2} + l_m - 360^\circ \quad (m=1, 2, \dots, n)$$

} (1)

角方程式, (各三角形に1箇づつ), n箇

$$V_{3m-2} + V_{3m-1} + V_{3m} + w_m = 0$$

$$\text{但し } w_m = l_{3m-2} + l_{3m-1} + l_{3m} - 180^\circ \quad (m=1, 2, \dots, n,)$$

} (2)

辺等式, (1)箇

$$\frac{\sin(l_1 + V_1), \sin(l_4 + V_4), \dots, \sin(l_{3n-2} + V_{3n-2})}{\sin(l_2 + V_2), \sin(l_5 + V_5), \dots, \sin(l_{3n-1} + V_{3n-1})} = 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3)式の対数をとると

$$\left. \begin{aligned} & \{ \log \sin(l_1 + V_1) + \log \sin(l_4 + V_4) + \dots + \log \sin(l_{3n-2} + V_{3n-2}) \} \\ & - \{ \log \sin(l_2 + V_2) + \log \sin(l_5 + V_5) + \dots + \log \sin(l_{3n-1} + V_{3n-1}) \} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3')$$

(3')を近似的に一次式に転化すると,

$$\left. \begin{aligned} & \text{未知辺の対角関係} \quad \text{既知辺の対角関係} \\ & (d_1 V_1 + d_4 V_4 + \dots + d_{3n-2} V_{3n-2}) - (d_2 V_2 + d_5 V_5 + \dots + d_{3n-1} V_{3n-1}) + w_s = 0 \\ \text{即ち} \quad & \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} V_{3m-2}) - \sum_{m=1}^n (d_{3m-1} V_{3m-1}) + w_s = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3'')$$

(3'')式中 $w_s = \sum_{m=1}^n \log \sin l_{3m-2} - \sum_{m=1}^n \log \sin l_{3m-1}$
未知辺の対角関係 既知辺の対角関係

最小二乗法の原理により

$$\begin{aligned} W = [V^2] - 2K_{(0)} \left(\sum_{m=1}^n V_{3m} + w_{(0)} \right) - 2 \sum_{m=1}^n \left\{ K_{(m)} (V_{3(m-1)-1} + V_{3m-2} + V_{(m)} + w_{(m)}) \right\} \\ - 2 \sum_{m=1}^n \left\{ K_m (V_{3m-2} + V_{3m-1} + V_{3m} + w_m) \right\} - 2K_s \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} V_{3m-2}) - \sum_{m=1}^n (d_{3m-1} V_{3m-1}) \right\} \\ = \text{最小, } \dots\dots\dots \text{にするために } \frac{\partial W}{\partial V} = 0 \text{ より} \end{aligned}$$

補正值

- 1, 辺等式に関係のない角 $V_{3m} = K_m + K_{(0)}$ (但し $m=1, 2, \dots, n$)
- 2, 辺等式に関係ある角の内
 未知数の対角, $V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{3m-2} K_s$ (但し $m=1, 2, \dots, n,$)
 既知辺の対角, $V_{3m-1} = K_{(m+1)} + K_m - d_{3m-1} K_s$ (" ")
- 3, 外 角 $V_{(m)} = K_{(m)}$ (" ")

} (4)

(4) を(1) (2) (3') に代入すると正規方程式 (5) が得られる。即ち

$$\begin{aligned}
 & \text{点方程式 } nK_{(0)} + \sum_{m=1}^n K_m + w_{(0)} = 0 \\
 & \text{'' } 3K_{(m)} + K_{m-1} + K_{m+1} + (d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_s + w_{(m)} = 0 \\
 & \hspace{15em} (\text{但し } m=1, 2, \dots, n,) \\
 & \text{角方程式 } K_{(0)} + K_{(m)} + K_{(m+1)} + (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s + w_m = 0 \\
 & \hspace{15em} (\text{'' ''}) \\
 & \text{辺方程式 } \sum_{m=1}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_{(m)} \right\} + \sum_{m=1}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_m \right\} \\
 & \hspace{5em} + d_s^2 K_s + w_m = 0
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

(5)式中 $d_s^2 = \sum_{m=1}^n (d_{3m-2}^2 + d_{3m-1}^2) \dots\dots$ 即ち辺方程式に関係する角の d^2 の和

以上(4)及び(5)式は一定の計算手続きによつて求めたものであるがこれの機械的作製方法については北大教授板倉忠三博士が先に発表されている¹⁾。

2) コリレートの計算方法

1. $K_{(0)}$ 式について

正規方程式から、有心閉多角形の中心点の点コリレートを求める式は次のようになる。即ち

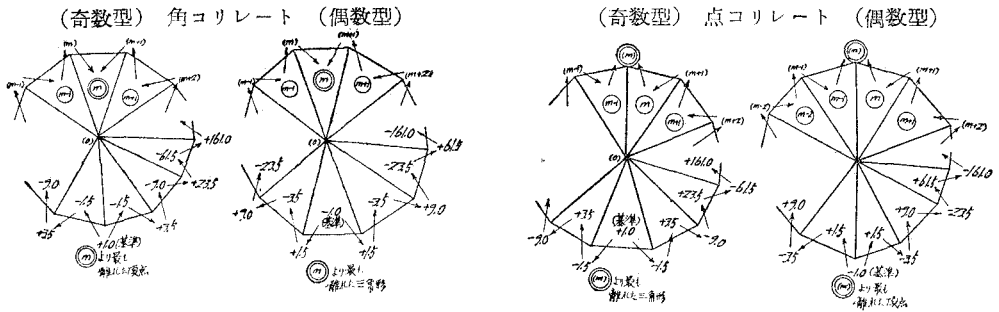
$$K_{(0)} = \frac{1}{n} \left[-2.5w_{(0)} + 1.5 \sum_{m=1}^n w_m - \sum_{(m)=(1)}^{(n)} w_{(m)} + 0.5K_s \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} \right] \dots\dots (6)$$

(6)式は $K_{(0)} = A + B \cdot K_s$ (但し A 及び B は既知数) の形の一次式であるから後記のようにして K_s の値を求めれば $K_{(0)}$ も直ちに求められる。

2. K_m 及び $K_{(m)}$ 式について

任意の角コリレート及び点コリレートに対し三角網中の各三角形及び頂点が及ぼす影響は次に示すように、求めるコリレートの属する三角形又は頂点から最も離れたものが一番少く之に接近するに従つて漸次増加し、求めるコリレートの属する三角形又は頂点が最大になる。今、多角形を辺の数によつて奇数型と偶数型とに分け、求めようとするコリレートの属する三角形又は頂点から最も離れたものの影響値を基準にすると、この影響値の漸増関係は次のようになる。

第2図 コリレート影響表図



1 板倉忠三：土木学会誌 第26巻 第9号 (1940) 機械的図上計算法による基本三角網の迅速且つ厳密なる調整計算について P. 865

影響値

偶数型		奇数型												
十 角 形	八 角 形	六 角 形	四 角 形	2 × (1.0 + 1.5) - 1.5 = 1.0	三 角 形	五 角 形	七 角 形	九 角 形	十 一 角 形					
				2 × (1.5 + 3.5) - 1.0 = 1.5										
										3.5				
										9.0				
										23.5				
										61.5				
										161.0				
										421.5				
										1103.5				
										2889.0				
				7563.0										
				19800.5										

即ち影響値の絶対値は次のように機械的に求められる。

第 1, 基準点の次の絶対値 = 1.5 × (基準点の絶対値)

第 2, 第 1 以外の絶対値は、影響値を求める三角形又は頂点から第 2 図の矢と反形方向に既知の絶対値を既知第 1, 既知第 2, 既知第 3 と仮称すると、求める三角形又は頂点の絶対値 = 2 × (既知第 3 + 既知第 2) - 既知第 1

なお、上のコリレート影響表図には次のような特質があるから、その作製及び検算が容易である。

1, $K_{(m)}$ 及び K_m 影響表図の間には、前者の角の位置と後者の辺の位置とが相対し且つ数値も、それぞれ内外のものを入れ換えた関係になつている。

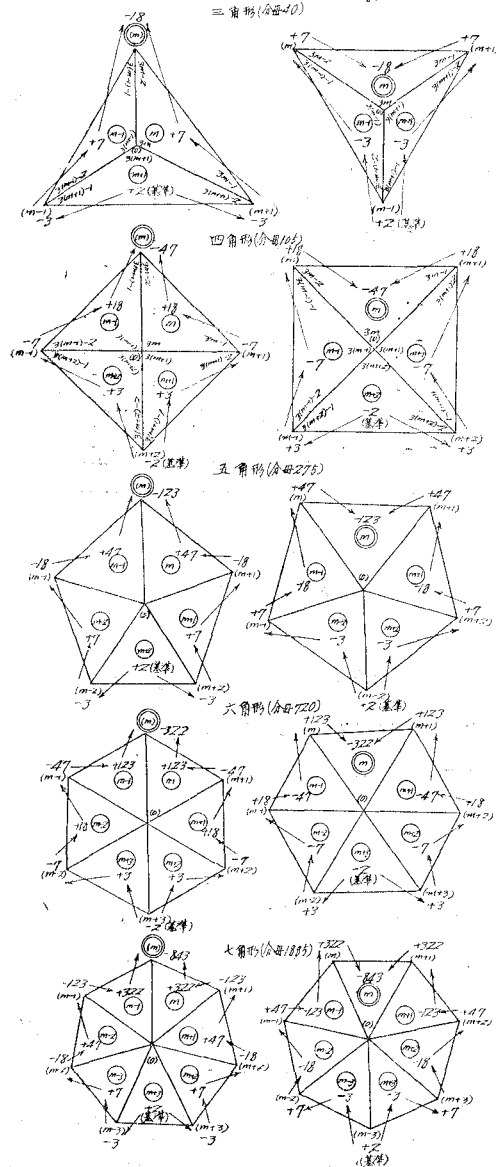
2, $K_{(m)}$ 影響表図では (註 K_m 影響表図はこの反対), 影響表図の内部の絶対値の和 : 影響表図の外部の絶対値の和 = 2 : 3, 例えば有心三角形では $(2 + 2 \times 7) : (2 \times 3 + 18) = 2 : 3$
 有心四角形では $(2 \times 3 + 2 \times 18) : (2 + 2 \times 7 + 47) = 2 : 3$

3, 三角網を構成する箇々の三角形の頂点, 及び内部の絶対値の関係は (K_m 影響表図の ㊸ 三角形を除き) 底辺両端の絶対値の和 : その三角形の内部の絶対値 = 3 : 1, 例えば有心五角形の ㊸ 三角形では $(47 + 7) : 18 = 3 : 1$

以上の方法で求めたコリレート影響表図を次に例示する。

第3図 コリレート影響表図

K_m 影響表図(加数+0.4 K_m) K_m 影響表図(加数-0.6 K_m)



コリレート影響表図から K_m 及び K_m 式を作ると次のようになる。(註 右廻りに考え未知辺の対角の d の前の符号は正, 既知辺の対角の d の前の符号は負とする)

例, 有心閉三角形

$$K_m = \frac{1}{40} \left[\begin{array}{ccc} -18w_m - 3w_{m+1} - 3w_{m-1} + 7w_{(m)} + 7w_{(m+1)} + 2w_{(m-1)} & + K_s \{ -18(d_{3m-2} - d_{3m-1}) \} \\ \text{図形関係} & \text{外周測点関係} & \text{図} \end{array} \right]$$

$$-3 \left(\frac{d_{3(m+1)-2} - d_{3(m+1)-1}}{\text{形 関 係}} \right) - 3 \left(\frac{d_{3(m-1)-2} - d_{3(m-1)-1}}{\text{外 周}} \right) + 7 \left(\frac{d_{3m-2} - d_{3(m+1)-2}}{\text{外 周}} \right) + 7 \left(\frac{d_{3(m+1)-2} - d_{3m-1}}{\text{測 点 関 係}} \right) + 2 \left(\frac{d_{3(m-1)-2} - d_{3(m+1)-1}}{\text{測 点 関 係}} \right) \Big] - \frac{24}{40} K_{(0)}$$

加数 (中心点関係)

$$K_{(m)} = \frac{1}{40} \left[-18w_{(m)} - 3w_{(m+1)} - 3w_{(m-1)} + 7w_m + 2w_{m+1} + 7w_{m-1} + K_s \left\{ -18 \left(\frac{d_{3m-2}}{\text{外 周 測 点 関 係}} \right) - d_{3(m-1)-1} \right. \right. \\ \left. \left. - 3 \left(\frac{d_{3(m+1)-2} - d_{3m-1}}{\text{周 測 点 関 係}} \right) - 3 \left(\frac{d_{3(m-1)-2} - d_{3(m+1)-1}}{\text{周 測 点 関 係}} \right) + 7 \left(\frac{d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1}}{\text{外 周 測 点 関 係}} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \left(\frac{d_{3(m+1)-2} - d_{3(m+1)-1}}{\text{形 関 係}} \right) + 7 \left(\frac{d_{3(m-1)-2} - d_{3(m-1)-1}}{\text{形 関 係}} \right) \right\} \right] + \frac{16}{40} K_{(0)}$$

加数 (中心点関係)

即ち

$$K_1 = \frac{1}{40} \left[-18w_1 - 3w_2 - 3w_3 + 7w_{(1)} + 7w_{(2)} + 2w_{(3)} + K_s \left\{ -18(d_1 - d_2) - 3(d_4 - d_5) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_7 - d_8) + 7(d_1 - d_3) + 7(d_4 - d_2) + 2(d_7 - d_5) \right\} \right] - \frac{24}{40} K_{(0)}$$

$$K_2 = \frac{1}{40} \left[-18w_2 - 3w_3 - 3w_1 + 7w_{(2)} + 7w_{(3)} + 2w_{(1)} + K_s \left\{ -18(d_4 - d_5) - 3(d_7 - d_8) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_1 - d_2) + 7(d_4 - d_2) + 7(d_7 - d_5) + 2(d_1 - d_3) \right\} \right] - \frac{24}{40} K_{(0)}$$

$$K_3 = \frac{1}{40} \left[-18w_3 - 3w_1 - 3w_2 + 7w_{(3)} + 7w_{(1)} + 2w_{(2)} + K_s \left\{ -18(d_7 - d_8) - 3(d_1 - d_2) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_4 - d_5) + 7(d_7 - d_5) + 7(d_1 - d_3) + 2(d_4 - d_2) \right\} \right] - \frac{24}{40} K_{(0)}$$

$$K_{(1)} = \frac{1}{40} \left[-18w_{(1)} - 3w_{(2)} - 3w_{(3)} + 7w_1 + 2w_2 + 7w_3 + K_s \left\{ -18(d_1 - d_3) - 3(d_4 - d_2) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_7 - d_5) + 7(d_1 - d_2) + 2(d_4 - d_5) + 7(d_7 - d_3) \right\} \right] + \frac{16}{40} K_{(0)}$$

$$K_{(2)} = \frac{1}{40} \left[-18w_{(2)} - 3w_{(3)} - 3w_{(1)} + 7w_2 + 2w_3 + 7w_1 + K_s \left\{ -18(d_4 - d_5) - 3(d_7 - d_8) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_1 - d_3) + 7(d_4 - d_2) + 2(d_7 - d_5) + 7(d_1 - d_2) \right\} \right] + \frac{16}{40} K_{(0)}$$

$$K_{(3)} = \frac{1}{40} \left[-18w_{(3)} - 3w_{(1)} - 3w_{(2)} + 7w_3 + 2w_1 + 7w_2 + K_s \left\{ -18(d_7 - d_8) - 3(d_1 - d_3) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(d_4 - d_2) + 7(d_7 - d_5) + 2(d_1 - d_2) + 7(d_4 - d_5) \right\} \right] + \frac{16}{40} K_{(0)}$$

K_m 及び $K_{(m)}$ 式の特徴としては

1. 加数は辺数にかかわらず常に

$$K_m \text{ 式では } -0.6K_{(0)}, \text{ 即ち } -\left(\frac{K_m \text{ 影響表図の内部の絶対値の和}}{K_m \text{ 影響表図の内外の絶対値の和}} \right) \times K_{(0)},$$

$$K_{(m)} \text{ 式では } +0.4K_{(0)}, \text{ 即ち } +\left(\frac{K_{(m)} \text{ 影響表図の内部の絶対値の和}}{K_{(m)} \text{ 影響表図の内外の絶対値の和}} \right) \times K_{(0)}$$

2, K_m 及び $K_{(m)}$ 式の分母の絶対値は加数の分母と等しい。例えば

有心閉三角形では $(2 \times 7 + 3) + (18 + 2 \times 3) = 40,$

有心閉四角形では $2 \times (18 + 3) + (2 + 2 \times 7 + 47) = 105, \dots\dots$

以上の K_m 及び $K_{(m)}$ 式は K_s 及び $K_{(0)}$ を含むが、前記のように $K_{(0)}$ は K_s だけを未知数とする一次式であるから結局 $K_m = C + D \cdot K_s$ および $K_{(m)} = C' + D' \cdot K_s$ (ただし C, D, C', D' は既知数) の形の一次式になる。従つ次に述べるようにして K_s の値を求めれば之等の値が求められる。

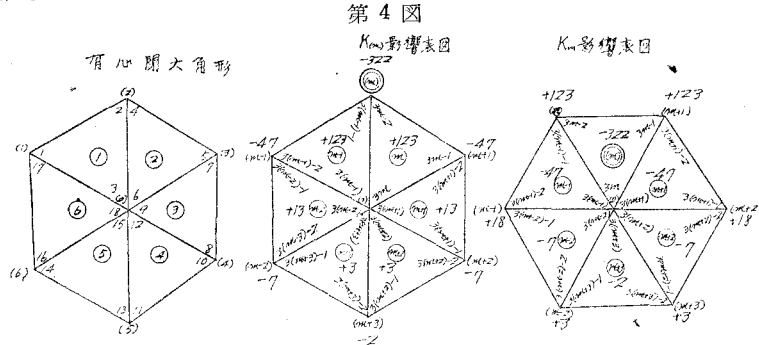
3, K_s について

K_s の値は次の式の K_m 及び $K_{(m)}$ へ前記の各式を代入すれば求められる。即ち

$$-d_s^2 K_s = +w_s + \sum_{m=1}^n \left\{ K_{(m)} \times (d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1}) \right\} + \sum_{m=1}^n \left\{ K_m \times (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\}$$

外周測点関係 図形関係

4, 計算例, その1



(観測角)

$l_1 = 66^\circ - 44' - 31.7''$

$\log \sin l_1 = 9.9631912$

$l_2 = 47^\circ - 17' - 6.8''$

$\log \sin l_2 = 9.8361335$

$l_3 = 65^\circ - 58' - 26.8''$

$180^\circ - 0' - 5.3'' \quad w_1 = +5.3''$

$d_1 = 9.05$

$d_1^2 = 81.9025$

$d_1 - d_{17} = +7.67''$

$d_2 = 19.43$

$d_2^2 = 377.5249$

$d_1 - d_2 = -10.38$

$l_4 = 50^\circ - 57' - 34''$

$\log \sin l_4 = 9.8902535$

$l_5 = 58^\circ - 26' - 16.4''$

$\log \sin l_5 = 9.9304769$

$l_6 = 70^\circ - 36' - 17.5''$

$180^\circ - 0' - 7.9'' \quad w_2 = +7.9''$

$d_4 = 17.08$

$d_4^2 = 291.7264$

$d_1 - d_2 = -2.35''$

$d_5 = 12.93$

$d_5^2 = 167.1849$

$d_4 - d_5 = +4.15$

$l_7 = 65^\circ - 36' - 12.8''$

$\log \sin l_7 = 9.9593797$

$l_8 = 52^\circ - 55' - 19.0''$

$\log \sin l_8 = 9.9019021$

$l_9 = 61^\circ - 28' - 37.5''$

$180^\circ - 0' - 9.3'' \quad w_3 = +9.3''$

$$\begin{array}{r} d_7 = 9.55 \\ d_8 = 15.92 \\ \hline d_7 - d_8 = -6.37 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d_7^2 = 91.2025 \\ d_8^2 = 253.4464 \end{array} \qquad d_7 - d_8 = -3.38''$$

$$\begin{array}{r} l_{10} = 57^\circ - 17' - 50.7'' \\ l_{11} = 58^\circ - 35' - 10.7'' \\ l_{12} = 64^\circ - 6' - 49.1'' \\ \hline 179^\circ - 59' - 50.5'' \quad w_4 = -9.5'' \end{array} \qquad \begin{array}{r} \log \sin l_{10} = 9.925071 \\ \log \sin l_{11} = 9.9311660 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d_{10} = 13.52 \\ d_{11} = 12.87 \\ \hline d_{10} - d_{11} = +0.65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d_{10}^2 = 182.7904 \\ d_{11}^2 = 165.6369 \end{array} \qquad d_{10} - d_{11} = -2.40''$$

$$\begin{array}{r} l_{13} = 75^\circ - 24' - 46.2'' \\ l_{14} = 57^\circ - 42' - 32.7'' \\ l_{15} = 46^\circ - 52' - 38.0'' \\ \hline 179^\circ - 59' - 56.9'' \quad w_5 = -3.1'' \end{array} \qquad \begin{array}{r} \log \sin l_{13} = 9.9857702 \\ \log \sin l_{14} = 9.9270384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d_{13} = 5.47 \\ d_{14} = 13.30 \\ \hline d_{13} - d_{14} = -7.83 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d_{13}^2 = 29.9209 \\ d_{14}^2 = 176.8900 \end{array} \qquad d_{13} - d_{14} = -7.40''$$

$$\begin{array}{r} l_{16} = 42^\circ - 48' - 9.2'' \\ l_{17} = 86^\circ - 14' - 56.2'' \\ l_{18} = 50^\circ - 57' - 45'' \\ \hline 180^\circ - 0' - 9.9'' \quad w_6 = +9.9'' \end{array} \qquad \begin{array}{r} \log \sin l_{16} = 9.8321728 \\ \log \sin l_{17} = 9.9990686 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d_{16} = 22.73 \\ d_{17} = 1.38 \\ \hline d_{16} - d_{17} = +21.35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d_{16}^2 = 516.6529 \\ d_{17}^2 = 1.9044 \end{array} \qquad d_{16} - d_{17} = +9.43''$$

$$d_s^2 = \sum_{m=1}^6 (d_{3m-2}^2 + d_{3m-1}^2) = 2336.7831$$

$$\sum_{m=1}^6 w_m = +19.8'' \qquad w_s = \sum_{m=1}^6 \log \sin l_{3m-2} - \sum_{m=1}^6 \log \sin l_{3m-1} = +226 \quad (\text{但し小数第7位を単位とする})$$

$$\sum_{m=1}^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1}) = +1.57 \qquad w_{(0)} = \sum_{m=1}^6 l_{3m} - 360^\circ = -6.6''$$

$$l_{(1)} = 207^\circ - 0' - 25.8'' \qquad w_{(1)} = l_1 + l_{17} + l_{(1)} - 360^\circ = -6.3''$$

$$l_{(2)} = 261^\circ - 45' - 26.4'' \qquad w_{(2)} = l_2 + l_4 + l_{(2)} - 360^\circ = +7.2''$$

$$l_{(3)} = 235^\circ - 57' - 35.9'' \qquad w_{(3)} = l_5 + l_7 + l_{(3)} - 360^\circ = +5.1''$$

$$l_{(4)} = 249^\circ - 46' - 47.2'' \qquad w_{(4)} = l_8 + l_{10} + l_{(4)} - 360^\circ = -3.1''$$

$$l_{(5)} = 225^\circ - 59' - 55.7'' \qquad w_{(5)} = l_{11} + l_{13} + l_{(5)} - 360^\circ = -7.4''$$

$$l_{(6)} = 259^\circ - 29' - 22.9'' \qquad w_{(6)} = l_{14} + l_{16} + l_{(6)} - 360^\circ = +4.8''$$

$K_{(0)}$ 式.

$$(6) \text{式} \text{に より} \quad K_{(0)} = \frac{1}{n} \left[-2.5w_{(0)} + 1.5 \sum_{m=1}^6 w_m - \sum_{(m)=(1)}^{(6)} w_{(m)} + 0.5K_s \left\{ \sum_{m=1}^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} \right]$$

$$= \frac{1}{6} \{ -2.5 \times (-6.6) + 1.5 \times 19.8 - 0.30 + 0.5K_s \times 1.57 \}$$

$$= \frac{1}{6} (+45.9 + 0.785K_s) = +7.650 + 0.1308K_s$$

$K_{(m)}$ 及び \bar{K}_m 式.

コリレート影響表図より

$$\begin{aligned}
 K_{(1)} = & \frac{1}{720} \{ \underbrace{-322w_{(1)}}_{\text{外}} \underbrace{-47(w_{(2)}+w_{(6)})}_{\text{周}} \underbrace{-7(w_{(3)}+w_{(5)})}_{\text{測}} \underbrace{-2w_{(4)}}_{\text{点}} \underbrace{+123(w_1+w_6)}_{\text{閾}} \underbrace{+18(w_2}_{\text{係}} \\
 & \underbrace{+w_5)}_{\text{図}} \underbrace{+3(w_3+w_4)}_{\text{形}} \} + \frac{K_s}{720} \left[\underbrace{-322(d_1-d_{17})}_{\text{外}} \underbrace{-47\{(d_4-d_2)+(d_{16}-d_{14})\}}_{\text{周}} \underbrace{-7\{(d_7}_{\text{測}} \right. \\
 & \underbrace{-d_5)}_{\text{点}} \underbrace{+3\{(d_7-d_8)+(d_{10}-d_{11})\}}_{\text{閾}} \underbrace{-2(d_{10}-d_8)}_{\text{係}} \underbrace{+123\{(d_1-d_2)+(d_{16}-d_{17})\}}_{\text{図}} \underbrace{+18\{(d_4-d_5)}_{\text{形}} \\
 & \left. \underbrace{+(d_{13}-d_{14})\}}_{\text{閾}} \underbrace{+3\{(d_7-d_8)+(d_{10}-d_{11})\}}_{\text{係}} \right] + \frac{268}{720} K_{(0)} = \frac{1}{720} \{ -322 \times (-0.3) \\
 & -47 \times (+7.2+4.8) -7 \times (+5.1+7.4) -2 \times (-3.1) +123 \times (+5.3+9.9) +18 \\
 & \times (+7.9+3.1) +3 \times (+9.3-9.5) \} + \frac{K_s}{720} \{ -322 \times 7.67 -47 \times (-2.35+9.43) \\
 & -7 \times (-3.38-7.40) -2 \times (-2.40) +123 \times (-10.38+21.35) +18 \times (+4.15-7.83) \\
 & +3 \times (-6.37+0.65) \} + 0.40K_{(0)} = +7.841 -1.9704K_s.
 \end{aligned}$$

中心点関係(加数)

$$\begin{aligned}
 K_{(2)} = & \frac{1}{720} \{ -322 \times 7.2 -4.7 \times (+5.1-6.3) -7 \times (-3.1+4.8) -2 \times (-7.4) +123 \\
 & \times (+5.3+7.9) +18 \times (+9.3+9.9) +3 \times (-9.5-3.1) \} + \frac{K_s}{720} \{ -322 \times (-2.35) \\
 & -47 \times (-3.38+7.67) -7 \times (-2.40+9.43) -2 \times (-7.40) +123 \times (-10.38+4.15) \\
 & +18 \times (-6.37+21.35) +3 \times (0.65-7.83) \} + 0.4K_{(0)} = +2.605 +0.0418K_s.
 \end{aligned}$$

以下同様にして

$$K_{(3)} = +3.493 +1.2790K_s \quad K_{(4)} = +4.047 +0.7157K_s$$

$$K_{(5)} = +4.633 +1.9993K_s \quad K_{(6)} = +2.882 -2.0699K_s$$

$$\begin{aligned}
 \bar{K}_1 = & \frac{1}{720} \{ \underbrace{-322w_1}_{\text{図}} \underbrace{-47(w_2+w_6)}_{\text{形}} \underbrace{-7(w_3+w_5)}_{\text{閾}} \underbrace{-2w_4}_{\text{係}} \underbrace{+123(w_{(1)}+w_{(5)})}_{\text{外}} \underbrace{+18(w_{(3)}+w_{(6)})}_{\text{周}} \\
 & \underbrace{+3(w_{(4)}+w_{(5)})}_{\text{測}} \} + \frac{K_s}{720} \left[\underbrace{-322(d_1-d_2)}_{\text{外}} \underbrace{-47\{(d_1-d_5)+(d_{16}-d_{17})\}}_{\text{周}} \underbrace{-7\{(d_7-d_8)}_{\text{測}} \right. \\
 & \underbrace{+(d_{13}-d_{14})\}}_{\text{点}} \underbrace{-2(d_{10}-d_{11})}_{\text{閾}} \underbrace{+123\{(d_1-d_{17})+(d_4-d_2)\}}_{\text{係}} \underbrace{+18\{(d_7-d_5)+(d_{16}-d_{14})\}}_{\text{図}} \\
 & \left. \underbrace{+3\{(d_{10}-d_8)+(d_{13}-d_{11})\}}_{\text{形}} \right] - 0.6K_{(0)} \\
 = & \frac{1}{720} \{ -322 \times 5.3 -47 \times (+7.9+9.9) -7 \times (+9.3-2.1) -2 \times (-9.5) +123 \times (-6.3 \\
 & +7.2) +18 \times (+5.1+4.8) +3 \times (-3.1-7.4) \} + \frac{K_s}{720} \{ -322 \times (-10.38) -4.7 \\
 & \times (4.15+21.35) -7 \times (-6.37-7.83) -2 \times 0.65 +123 \times (+7.67-2.35) +18 \times (-3.38
 \end{aligned}$$

$$+9.43)+3 \times (-2.40-7.40)-0.6K_{(0)}=-7.799+4.0546K_s$$

$$K_2 = \frac{1}{720} \{-322 \times 7.9 - 47 \times (+5.3+9.3) - 7 \times (-9.5+9.9) - 2 \times (-3.1) + 123 \times (+7.2 + 5.1) + 18 \times (-6.3+3.1) + 3 \times (-7.4+4.8)\} + \frac{K_s}{720} \{-322 \times 4.15 - 47 \times (-10.38 - 6.37) - 7 \times (+0.65+21.35) - 2 \times (-7.83) + 123 \times (-2.35-3.38) + 18 \times (+7.67 - 2.40) + 3 \times (-7.40+9.43)\} - 0.6K_{(0)} = -7.216 - 1.8719K_s$$

他も同様の方法により $K_3 = -8.363 + 1.4148K_s$ $K_4 = -2.476 - 1.1621K_s$

$K_5 = -4.022 + 2.5931K_s$ $K_6 = -9.424 - 5.8185K_s$, 従つて K_s の値は前記の様に

$$-d_s^2 K_s = +w_s + \sum_{m=1}^6 \{K_{(m)} \times (d_{2m-2} - d_{2(m-1)-1})\} + \sum_{m=1}^6 \{K_m \times (d_{3m-2} - d_{3m-1})\} \text{に } K_{(m)} \text{ 及び } K_m \text{ を代入すると,}$$

$$-2336.7831K_s = +326 + \left\{ \frac{7.67 \times (7.841 - 1.9704K_s)}{(d_1 - d_{17})} + \frac{(-2.35) \times (+2.605)}{(d_4 - d_2)} + \frac{+0.0418K_s}{K_{(2)}} + \dots + \frac{+9.43 \times (+2.882 - 2.0699K_s)}{(d_{10} - d_{14})} + \frac{K_{(6)}}{K_2} \right\} + \left\{ \frac{(-10.38) \times (-7.799 + 4.0546K_s)}{(d_1 - d_2)} + \dots + \frac{+21.35 \times (-9.423 - 5.8135K_s)}{(d_{16} - d_{17})} \right\}, \text{之より } K_s = -0.1362$$

故に

$$K_{(0)} = +7.650 + 0.1308K_s = +7.650 + 0.1308 \times (-0.1362) = +7.632$$

$$K_{(4)} = +7.841 - 1.9704K_s = +7.841 - 1.9704 \times (-0.1362) = +8.110$$

$K_{(3)} \sim K_{(6)}$ 及び $K_1 \sim K_6$ も同様に上の各式より求めると

$$K_{(2)} = +2.599 \quad K_{(3)} = +3.319 \quad K_{(4)} = +4.549 \quad K_{(5)} = +4.361 \quad K_{(6)} = +3.103$$

$$K_1 = -8.351 \quad K_2 = -6.961 \quad K_3 = -8.555 \quad K_4 = -2.318 \quad K_5 = -4.374$$

$$K_6 = -8.634$$

補正值

1, 辺等式に関係のない角は $V_{3m} = K_m + K_{(0)}$ より

$$V_3 = K_1 + K_{(0)} = -8.351 + 7.632 = -0.72'' \quad V_6 = K_2 + K_{(0)} = -6.961 + 7.632 = +0.67''$$

$$\text{以下同様にして } V_9 = -0.92'' \quad V_{12} = +5.31'' \quad V_{15} = +3.26'' \quad V_{18} = -1.00''$$

2, 辺等式に関係ある角の内

未知辺の対角は $V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{3m-2} K_s$ より

$$V_1 = K_{(1)} + K_1 + d_1 K_s = +8.116 = 8.351 + 9.05 \times (-0.1362) = -1.47''$$

以下同様にして

$$V_4 = -6.69'' \quad V_7 = -6.54'' \quad V_{10} = +0.39'' \quad V_{13} = -0.76'' \quad V_{16} = -8.56''$$

既知辺の対角は $V_{3m-1} = K_{(m+1)} + K_m - d_{3m-1} K_s$ より

$$V_2 = K_{(2)} + K_1 - d_1 K_s = +2.599 - 8.351 - 19.43 \times (-0.1362) = -3.11''$$

以下同様にして

$$V_5 = -1.88'' \quad V_8 = -1.84'' \quad V_{11} = +3.80'' \quad V_{14} = +0.60'' \quad V_{17} = -0.34''$$

3. 外角は $V_{(m)} = K_{(m)}$ より $V_{(1)} = +8.11'' \quad V_{(2)} = +2.60'' \quad V_{(3)} = +3.32''$

$$V_{(4)} = +4.55'' \quad V_{(5)} = +4.36'' \quad V_{(6)} = +3.16''$$

調整値 ($M = l + V$)

$M_1 = 66^\circ - 44' - 30.23''$	$M_4 = 50^\circ - 57' - 27.31''$	$M_7 = 65^\circ - 36' - 6.26''$
$M_2 = 47^\circ - 17' - 3.69''$	$M_5 = 58^\circ - 26' - 14.52''$	$M_8 = 52^\circ - 55' - 17.16''$
$M_3 = 65^\circ - 58' - 26.08''$	$M_6 = 70^\circ - 36' - 18.17''$	$M_9 = 61^\circ - 28' - 36.58''$
$\sum_1^3 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_4^6 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_7^9 M = 180^\circ - 0' - 0''$
$M_{10} = 57^\circ - 17' - 51.09''$	$M_{13} = 75^\circ - 24' - 45.44''$	$M_{16} = 42^\circ - 48' - 0.64''$
$M_{11} = 58^\circ - 35' - 14.50''$	$M_{14} = 57^\circ - 42' - 33.30''$	$M_{17} = 86^\circ - 14' - 55.86''$
$M_{12} = 64^\circ - 6' - 54.41''$	$M_{15} = 46^\circ - 52' - 41.26''$	$M_{18} = 50^\circ - 57' - 3.50''$
$\sum_{10}^{12} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{13}^{15} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{16}^{18} M = 180^\circ - 0' - 0''$
$M_{(1)} = 207^\circ - 0' - 33.91''$	$M_{(4)} = 249^\circ - 46' - 51.75''$	
$M_{(2)} = 261^\circ - 45' - 29.00''$	$M_{(5)} = 226^\circ - 0' - 0.06''$	
$M_{(3)} = 235^\circ - 57' - 39.22''$	$M_{(6)} = 259^\circ - 29' - 26.06''$	

$$M_1 + M_{17} + M_{(1)} = M_2 + M_4 + M_{(2)} = M_5 + M_7 + M_{(3)} = M_8 + M_{10} + M_{(4)} = M_{11} + M_{13} + M_{(5)}$$

$$= M_{14} + M_{16} + M_{(6)} = 360^\circ - 0' - 0''$$

$$\sum_{m=1}^6 M_{sm} = 360^\circ - 0' - 0''$$

$$\text{個々の観測値の推差 } r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[V^2]}{q}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{370.0892}{10}} = \pm 3.47''$$

(但し $q = \text{条件等式の数}$)

[2] 点, 角及び辺の3条件の内て外周測点の点調整を同時に行わない場合

此の条件の場合の補正值を求める式及び正規方程式は前記の(4)及び(5)式から外周測点関係を省略すれば求められる。即ち

補正值

$$\left. \begin{aligned} 1, \text{ 辺等式に関係のない角} \quad V_{sm} &= K_m + K_{(0)} \quad (m=1, 2, \dots, n) \\ 2, \text{ 辺等式に関係ある角の内} \\ &\quad \text{未知辺の対角} \quad V_{3m-2} = K_m + d_{3m-2} K_s \quad (m=1, 2, \dots, n) \\ &\quad \text{既知辺の対角} \quad V_{3m-1} = K_m - d_{3m-1} K_s \quad (r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4')$$

正規方程式

$$nK_{(0)} + \sum_{m=1}^n K_m + w_{(0)} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} K_{(0)} + 3K_m + (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s + w_m &= 0 \quad (m=1, 2, \dots, n) \\ \sum_{m=1}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_m \right\} + d_s^2 K_s + w_s &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5')$$

(5')式の $w_{(0)}$, w_m , w_s , d_s^2 は (5) 式と同一である。(5') 式より $K_{(0)}$ 及び K_s を求める一般式は次のようになる。

$$K_s = \frac{-\frac{1}{2n} \left(\sum_{m=1}^n w_m - 3w_{(0)} \right) \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) + \sum_{m=1}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})w_m \right\} - 3w_s \right.}{3d_s^2 - \frac{1}{2n} \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\}^2 - \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2} \dots (7)$$

$$K_{(0)} = \frac{1}{2n} \left[\sum_{m=1}^n w_m + \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} K_s - 3w_{(0)} \right] \dots\dots\dots (8)$$

従つて

$$K_m = -\frac{1}{3} \left\{ K_{(0)} + (d_{3m-2} - d_{3m-1}) K_s + w_m \right\} \quad (m=1, 2, \dots, n)$$

[註 (8) 及び (7) 式は先に板倉博士が誘導されたものと大体同じ型式である²⁾

なお、 K_s の値を求めるには上の (7) 式の代りに $K_{(0)}$ を含む次の (7') 式で表わすことができ、之は複合三角網の調整計算に当り、三角網を構成する各基本三角網毎に (8) 式と併用すれば、計算の途中で K_s 及び $K_{(0)}$ だけを未知数とする方程式のコリレート係数は、左肩からの対角線係数を軸として対称的に配列する性質があるから検算が容易である。

$$K_s = \frac{K_{(0)} \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} + \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) w_m - 3w_s}{3d_s^2 - \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2} \dots\dots\dots (7')$$

計算例、その2。(計算例、その1から外周測点の点調整を分離した場合)

(7) 及 (8) 式に $n=6$ とすると

$$\begin{aligned} K_s &= \frac{\frac{1}{2 \times 6} \left(\sum_1^6 w_m - 3w_{(0)} \right) \left\{ \sum_1^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1}) + \sum_1^6 \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})w_m \right\} - 3w_s \right.}{3d_s^2 - \frac{1}{2 \times 6} \left\{ \sum_1^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\}^2 - \sum_1^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2} \\ &= \frac{\frac{1}{2 \times 6} \{ 19.8 - 3 \times (-6.6) \} \times 1.57 + 147.993 - 3 \times 326}{3 \times 2336.7831 - \frac{1}{2 \times 6} \times (1.57)^2 - 683.077} = -0.1304 \end{aligned}$$

但し 上式中

$$\sum_1^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2 = (d_1 - d_2)^2 + (d_4 - d_5)^2 + \dots + (d_{16} - d_{17})^2 = 683.0977$$

2 T.Itakura : Rapid and Rigorous Calculation for Adjustment of Fundamental Triangulation Nets by "Mechanical Sketch Method." Memoirs of the faculty of Engineering Hokkaido Imp. Univ. vol.5 No.3 P.228 May 1939.

$$\sum_1^6 \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})w \right\} = (d_1 - d_2)w_1 + \dots + (d_{16} - d_{17})w_6 = 147.993$$

$$K_{(0)} = \frac{1}{2 \times 6} \left[\sum_1^6 w_m + \left\{ \sum_1^6 (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} K_s - 3w_{(0)} \right] = \frac{1}{2 \times 6} \left[19.8 + 1.57 \times (-0.1304) - 3 \times (6.6) \right] = +3.283$$

従つて $K_m = -\frac{1}{3} \left\{ K_{(0)} + (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s + w_m \right\}$ から

$$K_1 = -3.3122 \quad K_2 = -3.5473 \quad K_3 = +4.4699 \quad K_4 = +2.1006 \quad K_5 = -0.4013$$

$$K_6 = -3.4663$$

又補正值は (4') より

1. 辺等式に関係のない角は

$$V_3 = -0.03'' \quad V_6 = -0.26'' \quad V_9 = -1.19'' \quad V_{12} = +5.38'' \quad V_{15} = +2.88''$$

$$V_{18} = -0.18''$$

2. 辺等式に関係ある角の内

未知辺の対角は $V_1 = -4.49'' \quad V_4 = 5.78'' \quad V_7 = -5.76'' \quad V_{10} = +0.34''$
 $V_{13} = -1.11'' \quad V_{16} = -6.43''$

既知辺の対角は $V_2 = -0.78'' \quad V_5 = -1.86'' \quad V_8 = -2.39'' \quad V_{11} = +3.78''$
 $V_{14} = +1.33'' \quad V_{17} = -3.29''$

調整値

$M_1 = 60^\circ - 44' - 27.21''$	$M_4 = 50^\circ - 57' - 28.22''$	$M_7 = 65^\circ - 36' - 7.08''$
$M_2 = 47^\circ - 17' - 6.02''$	$M_5 = 58^\circ - 26' - 14.54''$	$M_8 = 52^\circ - 55' - 16.61''$
$M_3 = 65^\circ - 58' - 26.77''$	$M_6 = 70^\circ - 36' - 17.20''$	$M_9 = 61^\circ - 28' - 36.31''$
$\sum_1^3 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_4^6 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_7^9 M = 180^\circ - 0' - 0''$
$M_{10} = 57^\circ - 17' - 51.04''$	$M_{13} = 75^\circ - 24' - 45.69''$	$M_{16} = 42^\circ - 48' - 2.77''$
$M_{11} = 58^\circ - 35' - 14.48''$	$M_{14} = 57^\circ - 42' - 34.02''$	$M_{17} = 86^\circ - 14' - 52.91''$
$M_{12} = 64^\circ - 6' - 54.48''$	$M_{15} = 46^\circ - 52' - 40.88''$	$M_{18} = 50^\circ - 57' - 4.32''$
$\sum_{10}^{12} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{13}^{15} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{16}^{18} M = 180^\circ - 0' - 0''$

$$r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[V^2]}{q}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{204.3968}{8}} = \pm 3.41''$$

B 有心開多角形

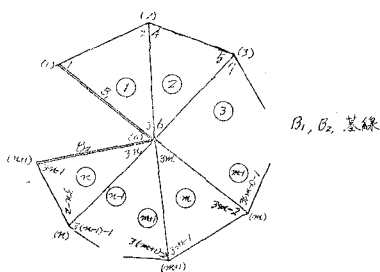
[1] 点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合

1) 正規方程式

条件方程式は次の $(2n+3)$ 箇になる

点方程式

第 5 図



- 外周測点に関するもの, $(n+1)$ 箇
- 中心点 (0) に関するもの, 1 箇

角方程式

各三角形に 1 箇づつ, n 箇

辺方程式

中心 (0) に関するもの, 1 箇

故に前記の有心閉多角形の場合と同様の操作を行えば

補正值及び正規方程式が求められる。

補 正 値

- 1, 辺等式に関係のない角, $V_{3m} = K_m + K_{(0)}$ (但し $m=1, 2, \dots, n$)
 - 2, 辺等式に関係ある角の内
 - 未知辺の対角 $V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{3m-2} K_s$ (")
 - 既知辺の対角 $V_{3m-1} = K_{(m+1)} + K_m - d_{3m-1} K_s$ (")
 - 3, 外 角 $V_{(m)} = K_{(m)}$ (但し $m=1, 2, \dots, n, n+1$)
-(9)

正 規 方 程 式

$$\begin{aligned}
 \text{点方程式 } & (n+1)K_{(0)} + \sum_{m=1}^n K_m + w_{(0)} = 0 \quad (\text{但し } w_{(0)} = l_{(0)} + \sum_{m=1}^n l_{3m} - 360^\circ) \\
 \text{ " } & 2K_{(1)} + K_1 + d_1 K_s + w_{(1)} = 0 \quad (w_{(1)} = l_1 + l_{(1)} - 360^\circ) \\
 \text{ " } & 3K_{(m)} + K_{m-1} + K_m + (d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_s + w_{(m)} = 0 \\
 & \quad (\text{但し } w_{(m)} = l_{(m)} + l_{3(m-1)-1} + l_{3m-2} - 360^\circ, \quad m=3, 4, \dots, n) \\
 \text{ " } & 2K_{(n+1)} + K_n - d_{3n-1} K_s + w_{(n+1)} = 0 \\
 & \quad (\text{但し } w_{(n+1)} = l_{(n+1)} + l_{3n-2} - 360^\circ) \\
 \text{角方程式 } & K_{(0)} + K_{(m)} + K_{(m+1)} + 3K_m + (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s + w_m = 0 \\
 & \quad (\text{但し } w_m = l_{3m} + l_{3m-1} + l_{3m-2} - 180^\circ, \quad m=1, 2, \dots, n) \\
 \text{辺方程式 } & d_1 K_{(1)} + \sum_{m=2}^n \{(d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_{(m)}\} - d_{3n-1} K_{(n+1)} + \sum_{m=1}^n \{(d_{3m-2} \\
 & \quad - d_{3m-1})K_m\} + d_s^2 K_s + w_s = 0 \\
 & \text{但し } \left(\begin{aligned} w_s &= (\log B_1 - \log B_2) + (\sum_1^n \log \sin l_{3m-2} - \sum_1^n \log \sin l_{3m-1}) \\ d_s^2 &= \sum_1^n (d_{3m-2}^2 + d_{3m-1}^2) \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

(10)

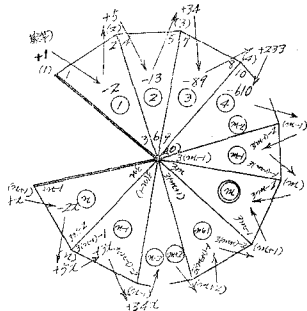
2) コリレートの計算方法

1. K_m 及 $K_{(m)}$ 式について

此の三角網の場合も任意の点及び角コリレートに対し箇々の三角形及び外周測点が及ぼす影

響値は、そのコリレートに属する三角形又は外周測点から最も離れた外周測点が一番少く之に接近するに従つて漸次増加し此の漸増関係も此の三角網特有の性質を持っている。

第 6 図 K_m 影響表図



備考
 $K_{(m)}$ 影響表図
 の内外の符号は
 K_m 影響表図の
 反対

今、任意の三角形 ㉔ から最も離れた頂点を (1) とし、三角形 ㉔ に対する (1) の影響値を基準にとると

第 1, 三角形 ① が ㉔ に及ぼす影響値 = 起点 (1) の 2 倍,

第 2, 頂点 (2) から矢の方向に三角形 ㉔ までの各頂点及び三角形が、㉔ に及ぼす影響値は、任意の頂点又は三角形から 矢 と

反対方向に既知の絶対値を順次に、既知第 1 及び既知第 2 と仮称すると、

任意の頂点又は三角形の影響値 = $2 \times (\text{既知第 1}) + (\text{起点から既知第 2 までの影響値の絶対値の和})$

故に此の法式によつて計算すると

第 1, 三角形 ① が ㉔ に及ぼす影響値 (但し絶対値) = $1 \times 2 = 2$

第 2, 頂点 (2) が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times (\text{①の絶対値}) + \text{起点 (1) の絶対値}$
 既知第 1
 = $2 \times 2 + 1 = 5$

三角形 ② が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times (\text{項点 (2) の絶対値}) + (\text{① と ① の絶対値の和}) = 2 \times 5 + (1 + 2) = 13$
 既知第 1

項点 (3) が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times 13 + (1 + 2 + 5) = 34$

三角形 ③ が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times 34 + (1 + 2 + 5 + 13) = 89$

順次此の計算を進め ㉔ に達して最大になる。

次に反対の端点 (n+1) から最大値 ㉔ までの変化も上の関係と相等しい。故に頂点 (n+1) が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) を x とすると、

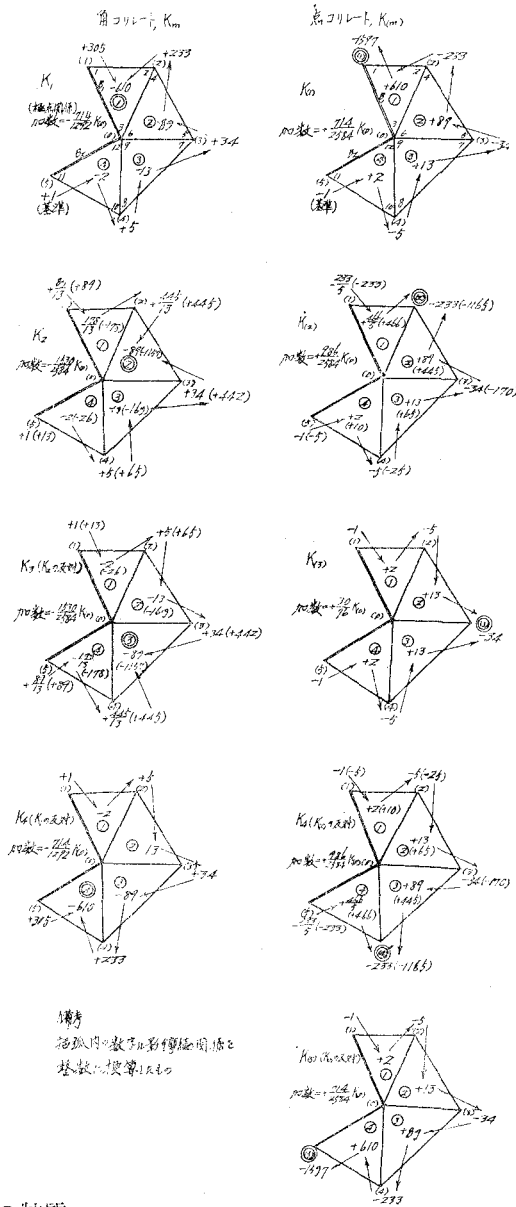
三角形 ㉒ が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2x$

項点 (n) が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times 2x + x = 5x$

三角形 (n+1) が ㉔ に及ぼす影響値 (絶対値) = $2 \times 5x + (x + 2x) = 13x$

此の計算を進めると先に求めた ㉔ に達するから x が求められ、従つて ㉒, (n), (n-1).....(m+2) (m+1) も簡単に求める事が出来る。例えば有心四角形の点及び角コリレートに対する影響表図は次のよになる。

第 7 図 有心開四角形のコレレート影響表図



コレレート影響表図の特質

- 1, 三角網を構成する個々の三角形の頂点及び内部に記入した影響値の絶対値は (K_m 影響表図の ㊸ 三角形, 例えば K_1 影響表図の ㊹ 三角形, K_2 影響表図の ㊺, …… 等を除き), 底辺両端の絶対値の和 : その三角形の内部の絶対値の和 = 3 : 1
- 2, 三角網の中央から左右対称の位置にある頂点及び三角形のコレレート影響図の数値は全

く反対に配列されるから、三角網の中央までの三角形及び頂点のコリレート影響表図を作れば反対側は自ら求められることになる。

コリレート影響表図から K_m 及び $K_{(m)}$ 式を作製すると次の様になる。(例, 有心開四角形)

$$K_1 = -\frac{1}{1292} \left[\begin{array}{l} \text{図形関係} \quad \text{外周測点関係} \\ -610w_1 - 89w_2 - 13w_3 - 2w_4 + 305w_{(1)} + 233w_{(2)} + 34w_{(3)} + 5w_{(4)} + w_{(5)} \\ + K_s \left\{ \begin{array}{l} \text{図形関係} \quad \text{外周} \\ -610(d_1 - d_2) - 89(d_4 - d_5) - 13(d_7 - d_8) - 2(d_{10} - d_{11}) + 305d_1 + 233(d_4 - d_2) \\ \text{測点関係} \\ + 34(d_7 - d_8) + 5(d_{10} - d_8) + (0 - d_{11}) \end{array} \right\} \end{array} \right] - \frac{714}{1292} K_{(0)}$$

加数(極点関係)

$$K_2 = -\frac{1}{2584} \left[\begin{array}{l} 178w_1 - 1157w_2 - 169w_3 - 26w_4 + 89w_{(1)} + 445w_{(2)} + 442w_{(3)} + 65w_{(4)} + 13w_{(5)} \\ + K_s \left\{ \begin{array}{l} -178(d_1 - d_2) - 1157(d_4 - d_5) - 169(d_7 - d_8) - 26(d_{10} - d_{11}) + 89d_1 + 445(d_4 - d_2) \\ + 442(d_7 - d_8) + 65(d_{10} - d_8) - 13d_{11} \end{array} \right\} \end{array} \right] - \frac{1530}{2584} K_{(0)}$$

$$K_{(1)} = \frac{1}{2584} \left[\begin{array}{l} +610w_1 + 89w_2 + 13w_3 + 2w_4 - 1597w_{(1)} - 233w_{(2)} - 34w_{(3)} - 5w_{(4)} - w_{(5)} + K_s \left\{ \begin{array}{l} +610(d_1 - d_2) + 89(d_4 - d_5) + 13(d_7 - d_8) + 2(d_{10} - d_{11}) - 1597d_1 - 233(d_4 - d_2) - 34(d_7 - d_8) - 5(d_{10} - d_8) - (0 - d_{11}) \end{array} \right\} \end{array} \right] + \frac{714}{2584} K_{(0)}$$

$$K_{(2)} = -\frac{1}{2584} \left[\begin{array}{l} +466w_1 + 445w_2 + 65w_3 + 10w_4 - 233w_{(1)} - 1165w_{(2)} - 170w_{(3)} - 25w_{(4)} - 5w_{(5)} \\ + K_s \left\{ \begin{array}{l} +466(d_1 - d_2) + 445(d_4 - d_5) + 65(d_7 - d_8) + 10(d_{10} - d_{11}) - 233d_1 - 1165(d_4 - d_5) \\ - 170(d_7 - d_8) - 25(d_{10} - d_8) - 5(0 - d_{11}) \end{array} \right\} \end{array} \right] + \frac{986}{2584} K_{(0)}$$

以下同様にして作製する事が出来る。尚 K_m 及び $K_{(m)}$ 式作製上に於ては、前記閉多角形の場合と同じ特色がある。

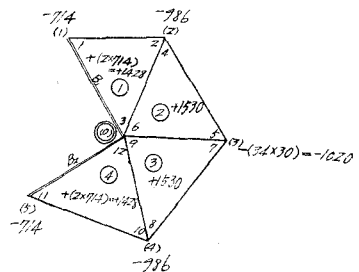
2. $K_{(0)}$ 式について

$K_{(0)}$ 影響表図を作るには

1, (1), (2), …… (5) の各測点に記入する数値は、それぞれ $K_{(1)}$, $K_{(2)}$, …… $K_{(5)}$ 影響表図の内部の絶対値の和 (従つて $K_{(m)}$ 式に加数の分子の絶対値に等しい)

2, ①, ②, ③, ④ の各三角形内へ記入する数値は、それぞれ K_1 , K_2 , K_3 , K_4 影響表図の内部の絶対値の和

第 8 図 $K_{(0)}$ 影響表図



(従つて K_m 式の加数の分子の絶対値に等しい)。但し $K_{(0)}$ 影響表図にそれぞれ数値を記入する場合は、 K_m 及び $K_{(m)}$ 各式の分母を通分し之に準じて分子を記入する。

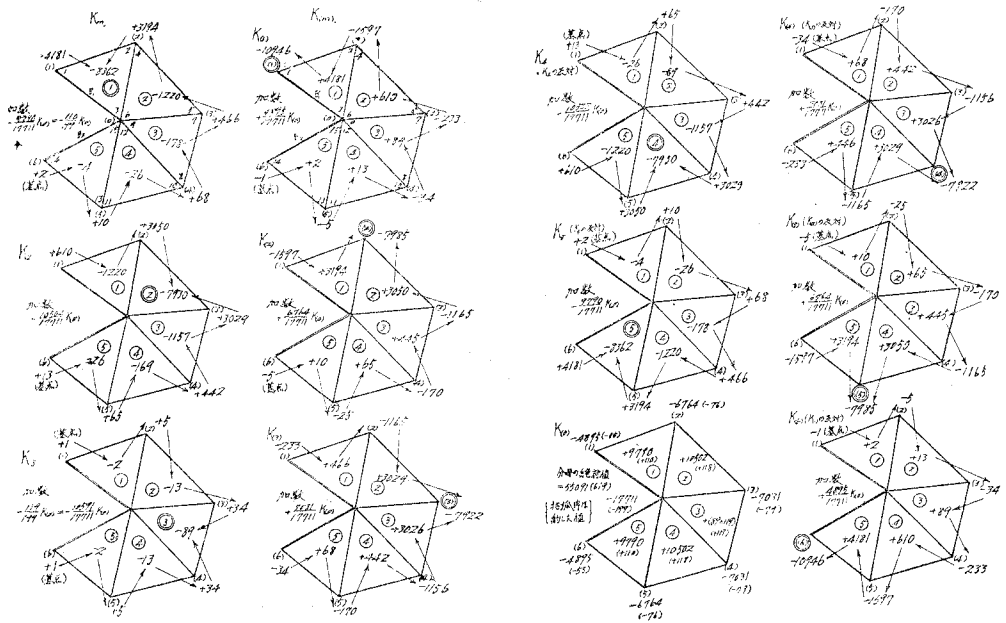
3. 中心点(0)に記入する数値は K_m 又は $K_{(m)}$ 影響表図内外の絶対値の和(従つて K_m 又 $K_{(m)}$ 式の分母の数値に相等しい)。

$K_{(0)}$ 影響表図より $K_{(0)}$ 式を作製すると次の様になる。

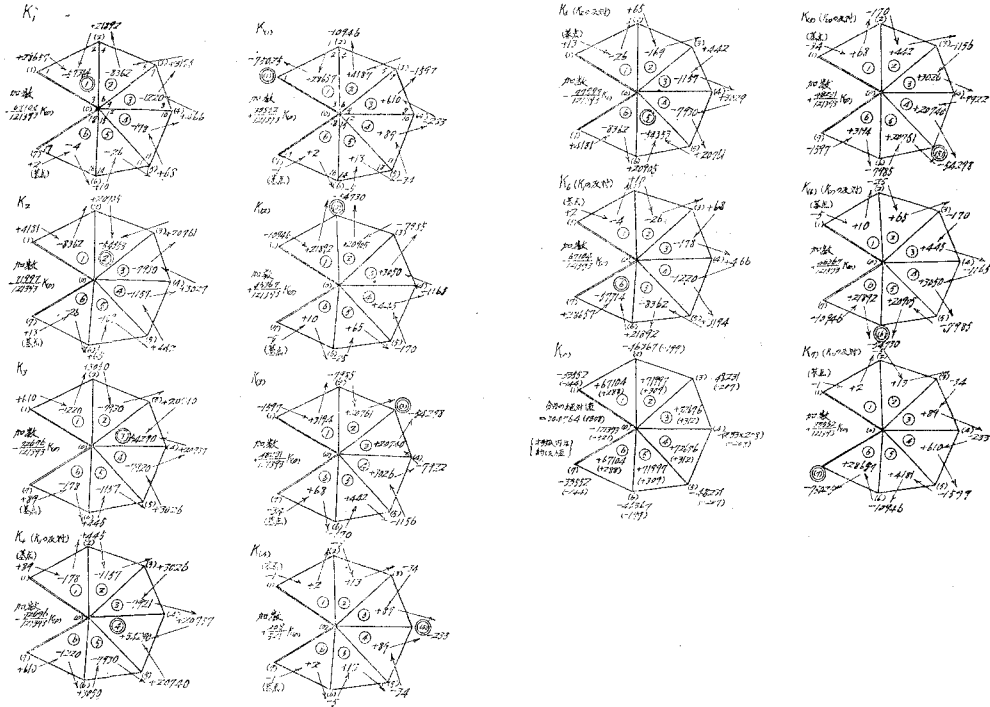
$$K_{(0)} = \frac{1}{7004} \left[\begin{array}{l} +1428w_1 + 1530w_2 + 1530w_3 + 1428w_4 - 714w_{(1)} - 986w_{(2)} - 1020w_{(3)} - 986w_{(4)} \\ \text{図形関係} \qquad \qquad \qquad \text{外周測点関係} \\ -714w_{(5)} - 2584w_{(0)} + K_s \left\{ +1428(d_1 - d_2) + 1530(d_4 - d_5) + 1530(d_7 - d_8) + 1428(d_{10} - d_{11}) \right. \\ \text{係} \qquad \qquad \text{中心点関係} \qquad \qquad \qquad \text{図形関係} \qquad \qquad \qquad \text{係} \\ \left. - d_{11} \right\} - 714d_1 - 986(d_4 - d_2) - 1020(d_7 - d_3) - 986(d_{10} - d_8) - 714(-d_{11}) \end{array} \right]$$

$K_{(0)}$ 式の分母の絶対値 = $K_{(0)}$ 影響表図の外部の絶対値の和
 = $(714+986+1020+986+714)+2584=7004$

第9図 コリレート影響表図例
 その1, 有心開五角形



その2, 有心開六角形



3. 計算例その3 (有心開五角形)

(観測値)

$$l_1 = 66^\circ - 44' - 31.7''$$

$$\log \sin l_1 = 9.9631912$$

$$l_2 = 47^\circ - 17' - 6.8''$$

$$\log \sin l_2 = 9.8661335$$

$$l_3 = 65^\circ - 58' - 26.8''$$

$$180^\circ - 0' - 5.3'' \quad w_3 = +5.3''$$

$$d_1 = 9.05$$

$$d_1^2 = 81.9025$$

$$d_2 = 19.43$$

$$d_2^2 = 377.5249$$

$$d_1 - d_2 = -10.38$$

$$l_4 = 50^\circ - 57' - 34.0''$$

$$\log \sin l_4 = 9.8902535$$

$$l_5 = 58^\circ - 26' - 16.4''$$

$$\log \sin l_5 = 9.9304769$$

$$l_6 = 70^\circ - 36' - 17.5''$$

$$180^\circ - 0' - 7.9'' \quad w_3 = +7.9''$$

$$d_4 = 17.08$$

$$d_4^2 = 291.7264$$

$$d_4 - d_2 = -2.35$$

$$d_5 = 12.93$$

$$d_5^2 = 167.1849$$

$$d_4 - d_5 = +4.15$$

$$l_7 = 65^\circ - 36' - 12.8''$$

$$\log \sin l_7 = 9.9593797$$

$$l_8 = 52^\circ - 55' - 19.0''$$

$$\log \sin l_8 = 9.9019021$$

$$l_9 = 61^\circ - 28' - 37.5''$$

$$180^\circ - 0' - 9.3'' \quad w_3 = +9.3''$$

$$d_7 = 9.55$$

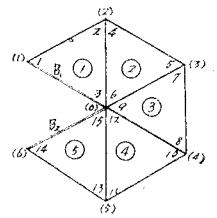
$$d_7^2 = 91.2025$$

$$d_7 - d_5 = -3.38$$

$$d_8 = 15.92$$

$$d_8^2 = 253.4464$$

$$d_7 - d_8 = -6.37$$



$$\begin{aligned}
 &+68w_{(4)}+10w_{(5)}+2w_{(6)}+\bar{K}_s\left\{-8362(d_1-d_2)-1220(d_4-d_5)-178(d_7-d_8)-26(d_{10}-d_{11})-4(d_{13}-d_{14})+4181d_1+3194(d_4-d_2)+466(d_7-d_5)+68(d_{10}-d_8)+10(d_{13}-d_{11})\right. \\
 &\quad \left.+\underbrace{2(-d_{14})}_{\text{中心点関係}}\right\}-\frac{110}{199}\frac{9790}{17711}K_{(0)}=-8.065+6.9702\bar{K}_s
 \end{aligned}$$

同様にして $\bar{K}_2 = -6.984 - 0.7583\bar{K}_s$, $\bar{K}_3 = -4.151 + 2.2019\bar{K}_s$,
 $\bar{K}_4 = +4.618 - 0.8579\bar{K}_s$, $\bar{K}_5 = +3.2299 - 0.1567\bar{K}_s$

$$\begin{aligned}
 K_{(1)} = &\frac{1}{17711}\left[+4181w_1+610w_2+89w_3+13w_4+2w_5-10946w_{(1)}-1597w_{(2)}-233w_{(3)}\right. \\
 &-34w_{(4)}-5w_{(5)}-w_{(6)}+\bar{K}_s\left\{+4181(d_1-d_2)+610(d_4-d_5)+89(d_7-d_8)+13(d_{10}-d_{11})\right. \\
 &\left.+2(d_{13}-d_{14})-10946d_1-1597(d_4-d_2)-233(d_7-d_5)-34(d_{10}-d_8)-5(d_{13}-d_{11})\right. \\
 &\left.-(-d_{14})\right\}+\frac{55}{199}\frac{4895}{17711}K_{(0)}=+8.121-7.9846\bar{K}_s,
 \end{aligned}$$

同様にして $\bar{K}_{(2)} = +7.740 - 1.2873\bar{K}_s$, $\bar{K}_{(3)} = +2.233 + 0.6455\bar{K}_s$,
 $\bar{K}_{(4)} = -2.056 + 0.3520\bar{K}_s$, $\bar{K}_{(5)} = -5.272 + 2.8048\bar{K}_s$, $\bar{K}_{(6)} = -4.500 + 6.7283\bar{K}_s$,

次に

$$-d_s^2 \bar{K}_s = +w_s + d_1 \bar{K}_{(1)} + \sum_2^5 \left\{ (d_{3m-2} - d_{2(m-1)-1}) \bar{K}_{(m)} \right\} - d_{14} \bar{K}_{(6)} + \sum_1^6 \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \bar{K}_m \right\}$$

に上の $\bar{K}_{(m)}$ 及び \bar{K}_m を代入し

$$\begin{aligned}
 -1818.2258\bar{K}_s = &-178 + \left\{ \frac{(+8.121-7.9846\bar{K}_s)}{\bar{K}_{(1)}} \times 9.05 + \frac{(+7.740-1.2873\bar{K}_s)}{\bar{K}_{(2)}} \times (-2.35) \right. \\
 &+ \dots + \frac{(-4.500+6.7283\bar{K}_s)}{\bar{K}_{(6)}} \times (-13.30) \left. \right\} + \left\{ \frac{(-8.065+6.9702\bar{K}_s)}{\bar{K}_1} \times (-10.38) \right. \\
 &\left. + \dots + \frac{(+3.299-0.1567\bar{K}_s)}{\bar{K}_5} \times (-7.83) \right\} \text{ から } \bar{K}_s = -0.0211
 \end{aligned}$$

従つて前記 $\bar{K}_{(0)}$, $\bar{K}_{(1)}$, …… 等に \bar{K}_s を代入すると $\bar{K}_{(0)} = +3.000$, $\bar{K}_{(1)} = +8.351$,

$$\bar{K}_{(2)} = +7.767, \quad \bar{K}_{(3)} = +2.219, \quad \bar{K}_{(4)} = -2.063, \quad \bar{K}_{(5)} = -5.331, \quad \bar{K}_{(6)} = -4.641,$$

$$\bar{K}_1 = -8.211, \quad \bar{K}_2 = -6.932, \quad \bar{K}_3 = -4.197, \quad \bar{K}_4 = +4.636, \quad \bar{K}_5 = +3.303$$

補正值.

(9)式により

1. 内角 辺等式に関係のない角,

$$V_8 = -5.21'' \quad V_9 = -3.93'' \quad V_{10} = -1.20'' \quad V_{12} = +7.64'' \quad V_{15} = +6.30''$$

辺等式に關係ある角の内

未知辺の対角, $V_1 = -0.05''$, $V_4 = +0.47''$, $V_7 = -2.18''$,
 $V_{10} = +2.28''$, $V_{13} = -2.14''$
 既知辺の対角, $V_2 = -0.04''$, $V_5 = -4.44''$, $V_8 = -5.92''$,
 $V_{11} = -0.42''$, $V_{14} = -1.06''$

2. 外角, $V_{(0)} = +3.00''$ $V_{(1)} = +8.35''$ $V_{(2)} = +7.77''$ $V_{(3)} = +2.22''$
 $V_{(4)} = -2.06''$ $V_{(5)} = -5.34''$ $V_{(6)} = -4.64''$ $[V^2] = 411.2166$

調整値

$M_1 = 66^\circ - 44' - 31.65''$	$M_4 = 50^\circ - 57' - 34.47''$	$M_7 = 65^\circ - 36' - 10.62''$
$M_2 = 47^\circ - 17' - 6.76''$	$M_5 = 58^\circ - 26' - 11.96''$	$M_8 = 52^\circ - 55' - 13.08''$
$M_3 = 65^\circ - 58' - 21.59''$	$M_6 = 70^\circ - 36' - 13.57''$	$M_9 = 61^\circ - 28' - 36.3''$
$\sum_1^3 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_4^6 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_7^9 M = 180^\circ - 0' - 0''$

$M_{10} = 57^\circ - 17' - 52.98''$	$M_{13} = 75^\circ - 24' - 44.06''$
$M_{11} = 58^\circ - 35' - 10.28''$	$M_{14} = 57^\circ - 42' - 31.64''$
$M_{12} = 64^\circ - 6' - 56.74''$	$M_{15} = 46^\circ - 52' - 44.30''$
$\sum_{10}^{12} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{13}^{15} M = 180^\circ - 0' - 0''$

$M_{(0)} = 50^\circ - 57' - 7.50''$	$M_1 + M_{(1)} = M_2 + M_4 + M_{(2)} = M_5 + M_7 + M_{(3)}$ $= M_8 + M_{10} + M_{(4)} = M_{11} + M_{13} + M_{(5)} = M_{14} + M_{(6)}$ $= \sum_1^5 M_{3m} + M_{(0)} = 360^\circ - 0' - 0''$
$M_{(1)} = 293^\circ - 15' - 28.35''$	
$M_{(2)} = 261^\circ - 45' - 18.77''$	
$M_{(3)} = 235^\circ - 57' - 37.42''$	
$M_{(4)} = 249^\circ - 46' - 53.94''$	

$M_{(5)} = 226^\circ - 0' - 5.66''$
 $M_{(6)} = 302^\circ - 17' - 28.36''$ 個々の観測値の推差 $r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{411.2166}{13}} = \pm 3.79''$

(2) 点、角及び辺の3条件の内で外周測点の点調整を同時に行わない場合

此の条件の場合の補正值を求める式及び正規方程式は前記の(9)及び(10)式から外周測点關係を省略すれば求められる。即ち

補正值

1. 中心点の外角	$V_{(0)} = K_{(0)}$	}(9')
2. 内角		
辺等式に關係のない角	$V_{3m} = K_m + K_{(0)}$ (但し $m = 1, 2, \dots, n$)	
辺等式に關係ある角の内		
未知辺の対角	$V_{3m-2} = K_m + d_{3m-2} K_s$ (")	
既知辺の対角	$V_{3m-1} = K_m - d_{3m-1} K_s$ (")	

正規方程式

$$\left. \begin{aligned} (n+1)K_{(0)} + \sum_{m=1}^n K_m + w_{(0)} &= 0 \\ \bar{K}_{(0)} + 3K_m + (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s + w_m &= 0 \quad (\text{但し } m=1, 2, \dots, n) \\ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_m + d_s^2 K_s + w_s &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10')$$

(10') 式の $w_{(0)}$, w_m , w_s , d_s^2 は (10) 式と全く等しい。

(10') より K_s 及び $K_{(0)}$ を求める一般式は次のようになる。

$$K_s = \frac{(2n+3) \left[\sum_{m=1}^n \{ (d_{3m-2} - d_{3m-1}) w_m \} - 3w_s \right] - \left(3w_{(0)} + \sum_{m=1}^n w_m \right) \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\}}{(2n+3) \left\{ 3d_s^2 - \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2 \right\} - \left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\}^2} \quad (11)$$

$$K_{(0)} = \frac{1}{2n+3} \left[\left\{ \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \right\} K_s + \sum_{m=1}^n w_m - 3w_{(0)} \right] \dots\dots\dots (12)$$

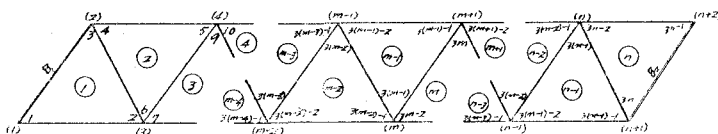
なお、 K_s の値を求めるには上の (11) 式の代りに $K_{(0)}$ を含む前記の (7') 式で表わす事ができ、之は複合三角網の調整に (12) 式と併用すれば便利である。

〔註 (11) 及び (12) 式は板倉博士の誘導されたものと大体同じ型式である。〕

C 単列三角網

(1) 点、角及び辺の 3 条件を同時に満足するように調整する場合

第 10 図



条件方程式は点方程式 $(n+2)$ 箇、角方程式 n 箇、辺方程式 1 箇、合計 $(2n+3)$ 箇で前と同様の操作を行えば補正值を求める式及びコリレート正規方程式が得られる。即ち

補 正 値

$$\left. \begin{aligned} 1, \text{外角, } V_m &= K_{(m)} \quad (m=1, 2, \dots, n+2,) \\ 2, \text{内角, 辺等式に関係のない角 } V_{3m} &= K_{(m+1)} + K_m, \quad (m=1, 2, \dots, n) \\ &\text{辺等式に関係ある角の内} \\ &\text{未知辺の対角 } V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{3m-2} K_s, \quad (\quad \quad \quad) \\ &\text{既知辺の対角 } V_{3m-1} = K_{(m+2)} + K_m - d_{3m-1} K_s, \quad (\quad \quad \quad) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

正規方程式

$$\left. \begin{aligned} \text{点方程式, } 2K_{(1)} + K_1 + d_1 K_s + w_{(1)} &= 0 \quad (\text{但し } w_{(1)} = l_{(1)} + l_1 - 360^\circ) \\ \text{ } \quad \quad \quad \sum_{m=1}^n K_m + d_s K_s + w_{(2)} &= 0 \quad (\quad \quad \quad w_{(2)} = l_{(2)} + l_3 + l_1 - 360^\circ) \end{aligned} \right\}$$

3 T. Itakura : Rapid and Rigorous calculation for Adjustment of Fundamental Triangulation Nets by "Mechanical sketch Method". Memoirs of the Faculty of Eng., Hokkaido Imp. Univ. Vol.5 No.3 P.228 May 1939.

$$\begin{aligned}
 // & 4\bar{K}_{(m)} + \bar{K}_{m-2} + \bar{K}_{m-1} + \bar{K}_m + (d_{3m-2} - d_{3(m-2)-1})\bar{K}_s + w_{(m)} = 0 \\
 & \left(\text{但し } w_{(m)} = l_{(m)} + l_{3(m-2)-1} + l_{3(m-1)} + l_{3m-2} - 360^\circ \right) \\
 & \quad m = 3, 4, \dots, n \\
 // & 3\bar{K}_{(n+1)} + \sum_{m=n-1}^n \bar{K}_m - d_{3(n-1)-1}\bar{K}_s + w_{(n+1)} = 0 \\
 & \left(\text{但し } w_{(n+1)} = l_{(n+1)} + l_{3(n-1)-1} + l_{3n} - 360^\circ \right) \\
 // & 2\bar{K}_{(n+2)} + \bar{K}_n - d_{3n-1}\bar{K}_s + w_{(n+2)} = 0 \\
 & \left(\text{但し } w_{(n+2)} = l_{(n+2)} + l_{3n-1} - 360^\circ \right) \\
 \text{角方程式} & \sum_m^{m+2} \bar{K}_m + 3\bar{K}_m + (d_{3m-2} - d_{3m-1})\bar{K}_s + w_m = 0 \\
 & \left(\text{但し } w_m = l_{3m-1} + l_{3m-2} + l_{3m} - 180^\circ \quad m = 1, 2, \dots, n, \right) \\
 \text{辺方程式} & d_1\bar{K}_{(1)} + d_2\bar{K}_{(2)} + \sum_{m=3}^n (d_{3m-2} - d_{3(m-2)-1})\bar{K}_{(m)} - d_{3(n-1)-1}\bar{K}_{(n+1)} \\
 & - d_{3n-1}\bar{K}_{(n+2)} + \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3(m-2)-1})\bar{K}_m + d_s^2\bar{K}_s + w_s = 0 \\
 & \text{但し } \left(\begin{aligned} d_s^2 &= \sum_{m=1}^n (d_{3m-2}^2 + d_{3m-1}^2) \\ w_s &= (\log B_1 - \log B_2) + \left(\sum_{m=1}^n \log \sin l_{3m-2} - \sum_{m=1}^n \log \sin l_{3m-1} \right) \end{aligned} \right)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

此の三角網に対しても前と同様に、まず点及び角コリレート影響表図を作製して、之より $\bar{K}_{(m)}$ 及び \bar{K}_m 式を作り、之を次の式に代入して \bar{K}_s の値を求めると各コリレートの値は直ちに求められる。

$$\begin{aligned}
 -d_s^2\bar{K}_s &= +w_s + \sum_{m=1}^n d_{3m-2}\bar{K}_{(m)} + \sum_{m=3}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3(m-2)-1})\bar{K}_{(m)} \right\} - \sum_{m=n-1}^n d_{3m-1}\bar{K}_{(m+2)} \\
 & + \sum_{m=1}^n \left\{ (d_{3m-2} - d_{3m-1})\bar{K}_m \right\}
 \end{aligned}$$

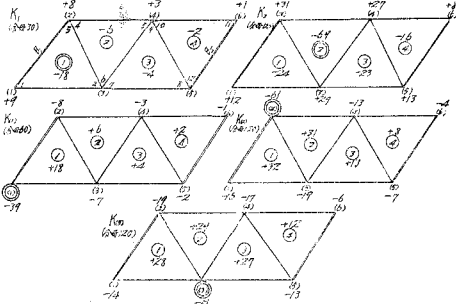
第10図に4~10箇の三角形より成る三角網のコリレート影響表図を描いたが之にも次の様な特質がある。即ち

1. 三角網を構成する個々の三角形の3頂点の絶対値の和と内部の絶対値の間には \bar{K}_m 影響表図の ㊸ 三角形 (例えば \bar{K}_1 影響表図の ㊸ 三角形) を除き、3:1 の関係がある
2. 三角網両端の ㊸ 及び ㊹ 三角形内の絶対値は、それぞれ頂点(1)及び $(n+2)$ の絶対値の2倍である。(但し有心開多角形と同じく、 $\bar{K}_{(1)}$ 影響表図の(1)と $\bar{K}_{(n+2)}$ 影響表図の $(n+2)$ は最大値となるため例外である。)
3. 三角網の中央から左右対称の位置にある頂点及び三角形に関するコリレート影響表図の影響値は全く逆に配列されるから、三角網の中央までの三角形及び頂点に対するコリレート影響表図を作ればよいことになる。
4. $\bar{K}_{(1)}$ 影響表図の絶対値は、頂点(1)を除き、すべて \bar{K}_1 影響表図の之に対応する箇所の絶対値の1/2である。(此の関係は特質3により $\bar{K}_{(n+2)}$ 影響表図と \bar{K}_n 影響表図との関係にも

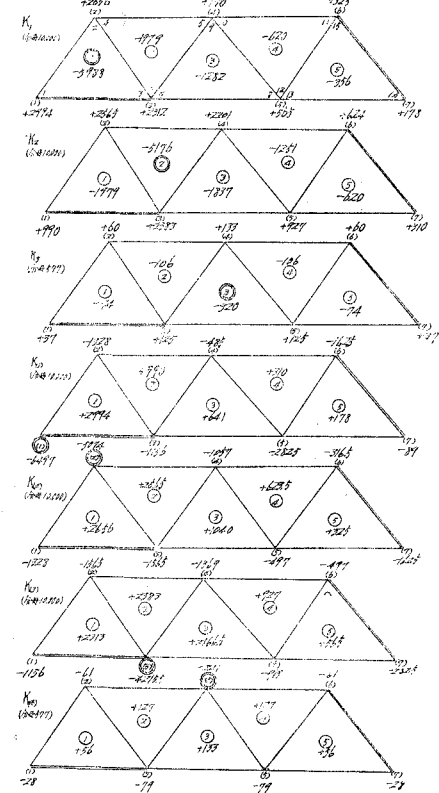
共通である。)

第11頁 コリムト影係表

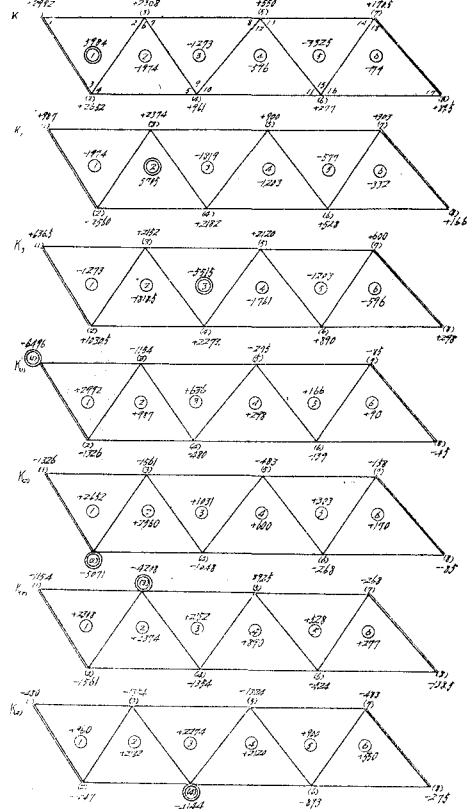
4第の三角形より成る第11頁三角形

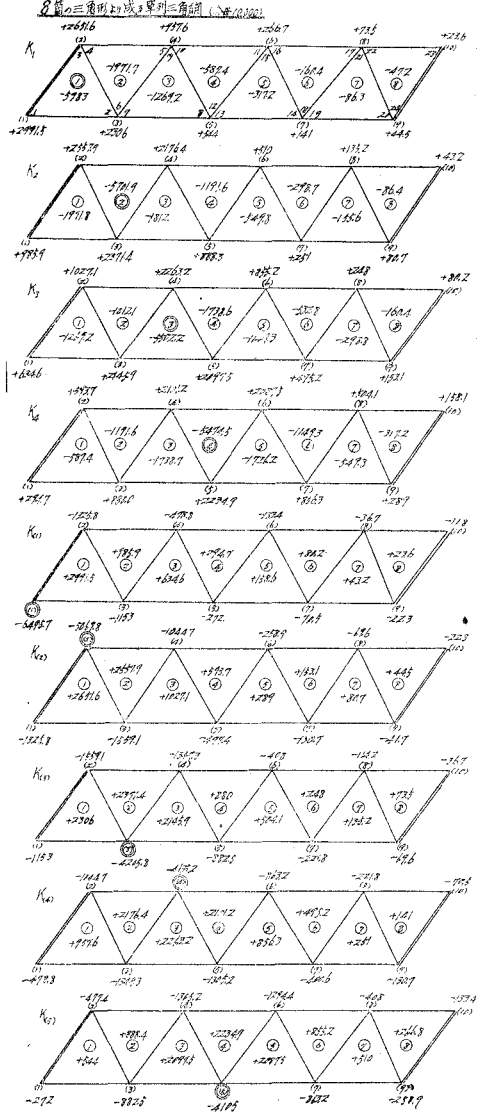
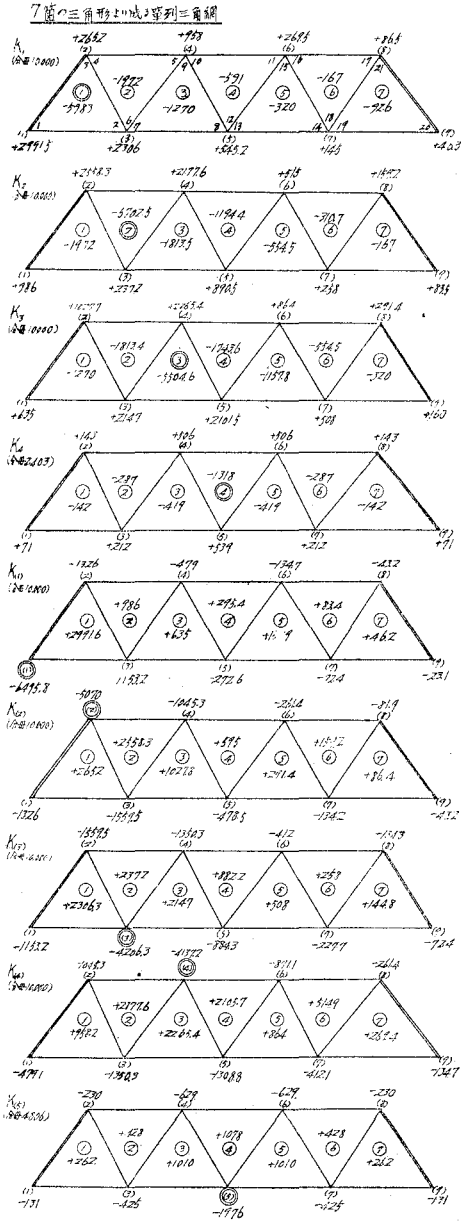


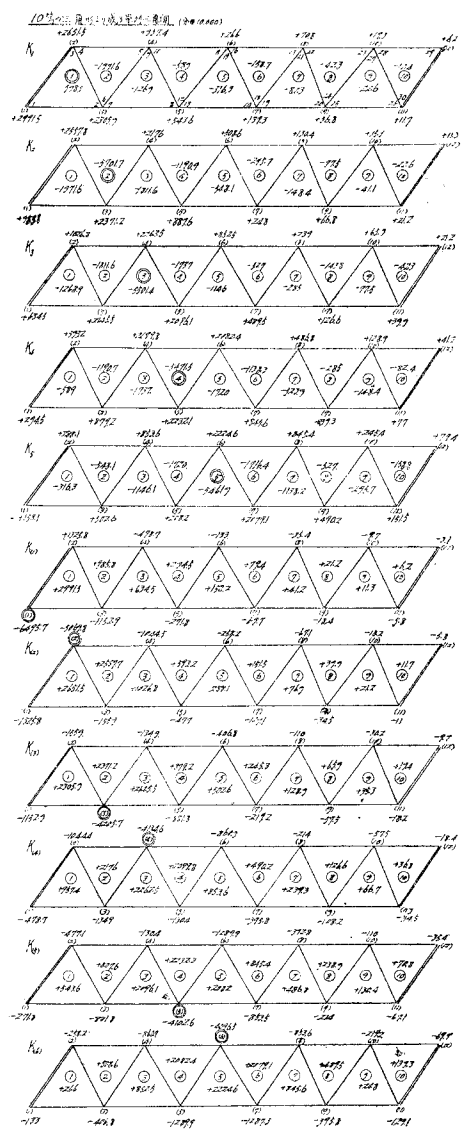
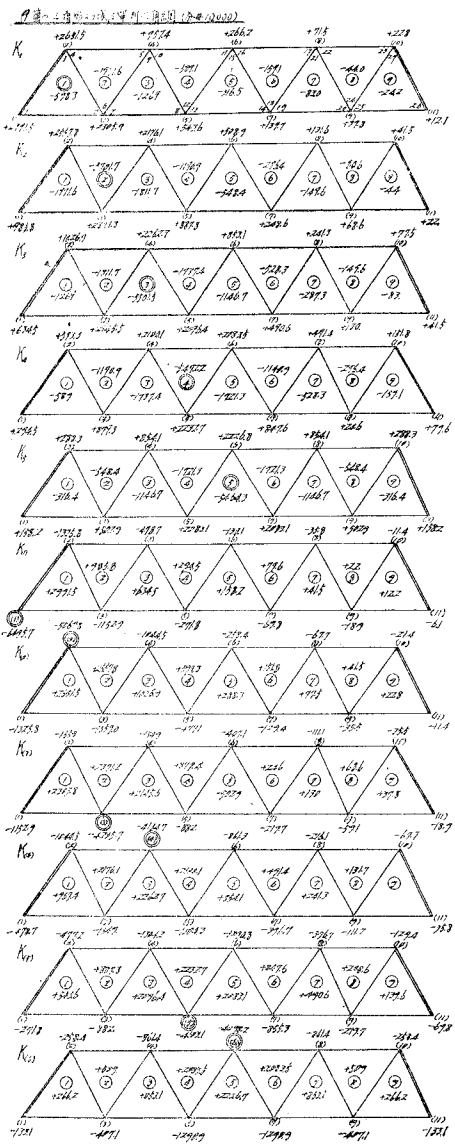
5第の三角形より成る第11頁三角形



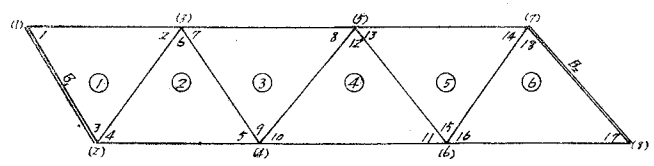
6第の三角形より成る第11頁三角形 (第11頁より)







計算例, その4



(観測角)

$l_1 = 67^\circ - 35' - 43''$	$\log \sin l_1 = 9.9659137$	
$l_2 = 67^\circ - 21' - 7''$	$\log \sin l_2 = 9.9651487$	
$l_3 = 45^\circ - 3' - 15''$		
<hr/>	<hr/>	
$180^\circ - 0' - 5'' \quad w_1 = +5''$		
$d_1 = 8.68$	$d^2_{11} = 75.3424$	
$d_2 = 8.78$	$d^2_{22} = 77.0884$	
$d_1 - d_2 = -0.10$		
$l_4 = 61^\circ - 36' - 10''$	$\log \sin l_4 = 9.9443206$	
$l_5 = 48^\circ - 38' - 10''$	$\log \sin l_5 = 9.8753667$	
$l_6 = 69^\circ - 45' - 52''$		
<hr/>	<hr/>	
$180^\circ - 0' - 12'' \quad w_3 = +12''$		
$d_4 = 11.38$	$d^2_{44} = 129.5044$	
$d_5 = 18.53$	$d^2_{55} = 343.3609$	
$d_4 - d_5 = -7.15$		
$l_7 = 50^\circ - 29' - 3''$	$\log \sin l_7 = 9.8873071$	
$l_8 = 66^\circ - 41' - 17''$	$\log \sin l_8 = 9.9630148$	
$l_9 = 62^\circ - 49' - 30''$		
<hr/>	<hr/>	
$179^\circ - 59' - 50'' \quad w_3 = -10''$		
$d_7 = 17.37$	$d^2_{77} = 301.7169$	$d_7 - d_8 = +8.59$
$d_8 = 9.07$	$d^2_{88} = 82.2649$	
$d_7 - d_8 = +8.30$		
$l_{10} = 58^\circ - 12' - 47''$	$\log \sin l_{10} = 9.9294254$	
$l_{11} = 51^\circ - 3' - 0''$	$\log \sin l_{11} = 9.8908092$	
$l_{12} = 70^\circ - 44' - 6''$		
<hr/>	<hr/>	
$179^\circ - 59' - 53'' \quad w_4 = -7''$		
$d_{10} = 13.05$	$d^2_{100} = 170.3025$	$d_{10} - d_{11} = -5.48$
$d_{11} = 17.02$	$d^2_{111} = 289.6804$	
$d_{10} - d_{11} = -3.97$		
$l_{13} = 54^\circ - 33' - 43''$	$\log \sin l_{13} = 9.9110205$	
$l_{14} = 67^\circ - 49' - 3''$	$\log \sin l_{14} = 9.9660872$	
$l_{15} = 57^\circ - 47' - 23''$		
<hr/>	<hr/>	
$180^\circ - 0' - 9'' \quad w_5 = +9''$		
$d_{13} = 14.98$	$d^2_{133} = 224.4004$	$d_{13} - d_{14} = +5.91$
$d_{14} = 8.65$	$d^2_{144} = 74.8225$	
$d_{13} - d_{14} = +6.33$		
$l_{16} = 68^\circ - 35' - 17''$	$\log \sin l_{16} = 9.9689402$	
$l_{17} = 43^\circ - 0' - 0''$	$\log \sin l_{17} = 9.8337833$	
$l_{18} = 68^\circ - 24' - 28''$		
<hr/>	<hr/>	
$179^\circ - 59' - 45'' \quad w_6 = -15''$		
$d_{16} = 8.25$	$d^2_{166} = 68.0625$	$d_{16} - d_{17} = -8.77$
$d_{17} = 22.58$	$d^2_{177} = 509.8564$	
$d_{16} - d_{17} = -14.33$		
	$d_s^2 = \sum_{m=1}^6 (d^2_{3m-2} + d^2_{3m-1})$	
	$= 2346.4026$	

$$B_1 = 270^m.418 \quad w_s = (\log B_1 - \log B_2) + \sum_{m=1}^6 \log \sin l_{3m-2} - \sum_{m=1}^6 \log \sin l_{3m-1} = -314$$

(小数第7位を単位)

$$B_2 = 350^m.578$$

$l_{(1)} = 292^\circ - 24' - 10''$	$w_{(1)} = l_{(1)} + l_1 - 360^\circ = -7''$
$l_{(2)} = 253^\circ - 20' - 40''$	$w_{(2)} = l_{(2)} + l_2 + l_3 - 360^\circ = +5''$
$l_{(3)} = 172^\circ - 23' - 43''$	$w_{(3)} = l_{(3)} + l_2 + l_6 + l_7 - 360^\circ = -15''$
$l_{(4)} = 190^\circ - 19' - 27''$	$w_{(4)} = l_{(4)} + l_5 + l_9 + l_{10} - 360^\circ = -6''$
$l_{(5)} = 168^\circ - 1' - 4''$	$w_{(5)} = l_{(5)} + l_8 + l_{12} + l_{13} - 360^\circ = +10''$
$l_{(6)} = 182^\circ - 34' - 28''$	$w_{(6)} = l_{(6)} + l_{11} + l_{15} + l_{16} - 360^\circ = +8''$
$l_{(7)} = 223^\circ - 56' - 22''$	$w_{(7)} = l_{(7)} + l_{14} + l_{18} - 360^\circ = -7''$
$l_{(8)} = 316^\circ - 59' - 51''$	$w_{(8)} = l_{(8)} + l_{17} - 360^\circ = -9''$

第11図の影響表図より

$$K_1 = \frac{1}{10000} \left[\begin{array}{ccccccc} -5984w_1 & -1974w_2 & -1273w_3 & -596w_4 & -332.5w_5 & -179w_6 & +2992w_{(1)} + 2652w_{(2)} \\ \text{図} & \text{形} & \text{関} & \text{係} & & & \text{測} \\ +3808w_{(3)} & +961w_{(4)} & +550w_{(5)} & +277w_{(6)} & +170.5w_{(7)} & +89.5w_{(8)} & +K_s \{ -5984(d_1 - d_2) \\ \text{点} & \text{関} & \text{係} & & & & \\ -1974(d_4 - d_5) & -1273(d_7 - d_8) & -596(d_{10} - d_{11}) & -332.5(d_{13} - d_{14}) & -179(d_{16} - d_{17}) \\ \text{図} & \text{形} & \text{関} & \text{係} & & & \\ +2992d_1 & +2652d_4 & +2308(d_7 - d_8) & +961(d_{10} - d_5) & +550(d_{13} - d_8) & +277(d_{16} - d_{11}) \\ & & \text{測} & \text{点} & \text{関} & \text{係} \\ +170.5(-d_{14}) & +89.5(-d_{17}) \} \end{array} \right]$$

$$= \frac{1}{10000} \left[-5984 \times 5. -1974 \times 12. -1273 \times (-10.) -596 \times (-7.) -332.5 \times 9. -179 \times (-15.) +2992 \times (-7.) +2652 \times 5. +2308 \times (-15.) +961 \times (-6.) +550 \times 10. +227. \times 8. +170.5 \times (-7.) +89.5 \times (-9.) +K_s \{ -5984 \times (-0.10) -1974 \times (-7.15) -1273 \times 8.3 -596 \times (-3.97) -332.5 \times 6.33 -179 \times (-14.33) +2992 \times 8.68 +2652 \times 11.38 +2308 \times 8.59 +961 \times (-5.48) +550 \times 5.91 +277 \times (-8.97) +170.5 \times (-8.65) +89.5 \times (-22.58) \} \right]$$

$$= -7.938 + 7.5008K_s$$

$$K_2 = \frac{1}{10000} \left[-1974 \times 5. -5705 \times 12 -1819 \times (-10.) -1203 \times (-7.) -577 \times 9. -332 \times (-15.) +987 \times (-7.) +2560 \times 5. +2374 \times (-15.) +2182 \times (-6) +900 \times 10. +528 \times 8. +303 \times (-7.) +166 \times (-9) +K_s \{ -1974 \times (-0.10) -5705 \times (-7.15) -1819 \times 8.3 -1203 \times (-3.97) -577 \times 6.33 -332 \times (14.33) +987 \times 8.68 +2560 \times 11.38 +2374 \times 8.59 +2182 \times (-5.48) +900 \times 5.91 +528 \times (-8.77) +303 \times (-8.65) +166 \times (-22.58) \} \right]$$

$$= -8.513 + 7.2226K_s$$

同様にして $K_3 = +1.362 - 0.8641K_s$ $K_4 = +4.338 - 0.0613K_s$

$K_5 = -0.451 - 5.4328K_s$ $K_6 = +5.733 - 2.7220K_s$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{(1)} = & -\frac{1}{10000} \left[\begin{array}{cccccc} +2992w_1 & +987w_2 & +636w_3 & +298w_4 & +166w_5 & +90w_6 & -6496w_{(1)} & -1326w_{(2)} \\ & \text{図} & \text{形} & \text{関} & \text{係} & & & \text{測} \end{array} \right. \\ & -1154w_{(3)} - 480w_{(4)} - 275w_{(5)} - 139w_{(6)} - 85w_{(7)} - 45w_{(8)} + K_s \left\{ +2992(d_1 - d_2) + 987(d_4 \right. \\ & \left. - d_5) + 636(d_7 - d_8) + 298(d_{10} - d_{11}) + 166(d_{16} - d_{17}) + 90(d_{16} - d_{17}) - 6496d_1 - 1326d_4 \right. \\ & \left. - 1154(d_7 - d_8) - 480(d_{10} - d_{11}) - 275(d_{13} - d_{14}) - 139(d_{16} - d_{17}) - 85(-d_{11}) - 45(-d_{17}) \right\} \left. \right] \\ = & \frac{1}{10000} \left[+2992 \times 5. + 987 \times 12. + 636 \times (-10.) + 298 \times (-7.) + 166 \times 9. + 90 \times (-15.) \right. \\ & - 6496 \times (-7.0) - 1326 \times 5. - 1154 \times (-15.) - 480 \times (-6.) - 275 \times 10. - 139 \times 8. - 85 \\ & \times (-7.) - 45 \times (-9.0) + K_s \{ +2992 \times (-0.10) + 987 \times (-7.15) + 636 \times 8.3 + 298 \\ & \times (-3.97) + 166 \times 6.33 + 90 \times (-14.33) - 6496 \times 8.68 - 1326 \times 11.38 - 1154 \times 8.59 - 480 \\ & \times (-5.48) - 275 \times 5.91 - 139 \times (-8.77) - 85 \times (-8.65) - 45 \times (-22.58) \} \left. \right] \\ = & +7.467 - 8.0912K_s \end{aligned}$$

同様にして $K_{(2)} = +3.817 - 8.7014K_s$ $K_{(3)} = +7.530 - 5.6122K_s$

$K_{(4)} = 2.203 - 0.2033K_s$ $K_{(5)} = -3.810 + 0.1113K_s$ $K_{(6)} = -4.404 + 4.2204K_s$

$K_{(7)} = +0.572 + 5.6016K_s$ $K_{(8)} = +1.635 + 12.6514K_s$

従つて K_s を求めるには前記の

$$\begin{aligned} -d_{3m}^2 K_s = & +w_s + \sum_{m=1}^2 d_{3m-2} \bar{K}_{(m)} + \sum_{m=2}^6 \{ (d_{3m-2} - d_{3(m-2)-1}) \bar{K}_{(m)} \} - \sum_{m=5}^6 d_{3m-1} \bar{K}_{(m+2)} + \sum_{m=1}^6 \{ (d_{3m-2} \\ & - d_{3m-1}) \bar{K}_{(m)} \} \text{ に } \bar{K}_{(m)} \text{ を代入すると} \\ -2346.4026K_s = & -314 + \left\{ \begin{array}{ccc} (+7.467 - 8.0912K_s) \times 8.68 & + (3.817 - 8.7014K_s) \times 11.38 \\ \bar{K}_{(1)} & d_1 & \bar{K}_{(2)} & d_4 \end{array} \right. \\ & + \left\{ \begin{array}{ccc} (+7.530 - 5.6122K_s) \times 8.59 + \dots & + (-4.404 + 4.2204K_s) \times (-8.77) - (0.572 \\ \bar{K}_{(3)} & (d_7 - d_2) & \bar{K}_{(6)} & (d_{16} - d_{11}) \end{array} \right. \\ & + 5.6016K_s \times (8.65) - (1.635 + 12.6514K_s) \times 22.58 + \left\{ \begin{array}{ccc} (-7.938 + 7.5008K_s) \\ \bar{K}_{(7)} & d_{14} & \bar{K}_{(8)} & d_{17} & \bar{K}_1 \end{array} \right. \\ & \times (-0.10) + \dots + (+5.733 - 2.7220K_s) \times (-14.33), \text{ これより } K_s = +0.1221 \\ & (d_1 - d_2) & \bar{K}_6 & (d_{16} - d_{17}) \end{aligned}$$

故に $K_1 = -7.938 + 7.5008K_s = -7.938 + 7.5008 \times (-0.1221) = -7.022$

同様にして $K_2 = -7.631$ $K_3 = +1.257$ $K_4 = +4.330$ $K_5 = -1.114$

$$\begin{aligned} \bar{K}_0 &= +5.401 & \bar{K}_{(1)} &= +6.479 & \bar{K}_{(2)} &= +2.755 & \bar{K}_{(3)} &= +6.844 & \bar{K}_{(4)} &= +2.178 \\ \bar{K}_{(5)} &= -3.796 & \bar{K}_{(6)} &= -3.889 & \bar{K}_{(7)} &= +1.255 & \bar{K}_{(8)} &= +3.180 \end{aligned}$$

補正值

$$\begin{aligned} \text{外角, } V_{(m)} &= K_{(m)} \quad \text{より} & \bar{K}_{(1)} &= +6.48'' & \bar{K}_{(2)} &= +2.75'' & \bar{K}_{(3)} &= +6.84'' \\ \bar{K}_{(4)} &= +2.18'' & \bar{K}_{(5)} &= -3.80'' & \bar{K}_{(6)} &= -3.88'' & \bar{K}_{(7)} &= +1.25'' & \bar{K}_{(8)} &= +3.18'' \end{aligned}$$

内角,

$$\begin{aligned} \text{辺等式に関係のない角} & \quad V_{3m} = \bar{K}_{(m+1)} + \bar{K}_m \quad \text{より} & \bar{K}_3 &= -4.26'' & \bar{K}_6 &= -0.79'' \\ \bar{K}_9 &= +3.44'' & \bar{K}_{12} &= +0.54'' & \bar{K}_{15} &= -5.00'' & \bar{K}_{18} &= +6.66'' \end{aligned}$$

辺等式に関係ある角の内

$$\begin{aligned} \text{未知辺の対角, } & V_{3m-2} = K_{(m)} + \bar{K}_m + d_{3m-2} K_s \quad \text{より} & V_1 &= +0.52'' & V_4 &= -3.49'' \\ V_7 &= +10.21'' & V_{10} &= +8.10'' & V_{13} &= -3.09'' & V_{16} &= +2.52'' \\ \text{既知辺の対角, } & V_{3m-1} = K_{(m+2)} + \bar{K}_m - d_{3m-1} \bar{K}_s \quad \text{より} & V_2 &= -1.26'' & V_5 &= -7.72'' \\ V_8 &= -3.65'' & V_{11} &= -1.64'' & V_{14} &= -0.91'' & V_{17} &= +5.82'' & [V^2] &= 552.6144 \end{aligned}$$

調整値

$M_1 = 67^\circ - 35' - 43.52''$	$M_4 = 61^\circ - 36' - 6.51''$	$M_7 = 50^\circ - 29' - 13.21''$
$M_2 = 67^\circ - 21' - 5.74''$	$M_5 = 48^\circ - 38' - 2.28''$	$M_8 = 66^\circ - 41' - 13.35''$
$M_3 = 45^\circ - 3' - 10.74''$	$M_6 = 69^\circ - 45' - 51.21''$	$M_9 = 62^\circ - 49' - 33.44''$
$\sum_1^3 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_4^6 M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_7^9 M = 180^\circ - 0' - 0''$
$M_{10} = 58^\circ - 12' - 55.10''$	$M_{13} = 54^\circ - 33' - 39.91''$	$M_{16} = 68^\circ - 35' - 19.52''$
$M_{11} = 51^\circ - 2' - 58.36''$	$M_{14} = 67^\circ - 39' - 2.09''$	$M_{17} = 43^\circ - 0' - 5.82''$
$M_{12} = 70^\circ - 44' - 6.54''$	$M_{15} = 57^\circ - 47' - 18.00''$	$M_{18} = 18^\circ - 24' - 34.66''$
$\sum_{10}^{12} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{13}^{15} M = 180^\circ - 0' - 0''$	$\sum_{16}^{18} M = 180^\circ - 0' - 0''$
$M_{(1)} = 292^\circ - 24' - 16.48''$	$M_{(5)} = 168^\circ - 1' - 0.20''$	
$M_{(2)} = 253^\circ - 20' - 42.72''$	$M_{(6)} = 182^\circ - 34' - 24.12''$	
$M_{(3)} = 172^\circ - 23' - 49.84''$	$M_{(7)} = 223^\circ - 56' - 23.25''$	
$M_{(4)} = 190^\circ - 19' - 29.18''$	$M_{(8)} = 316^\circ - 59' - 54.18''$	
$M_1 + M_{(1)} = M_3 + M_4 + M_{(2)} = M_2 + M_6 + M_7 + M_{(3)} = M_5 + M_8 + M_{10} + M_{(4)}$		
$= M_8 + M_{12} + M_{13} + M_{(5)} = M_{11} + M_{15} + M_{16} + M_{(6)} = M_{14} + M_{18} + M_{(7)} = M_{17} + M_{(8)}$		
$= 360^\circ - 0' - 0''$		

個々の観測値の推差 $r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{552.6144}{15}} = \pm 4.09''$

[2] 点、角及び辺の3条件の内て外周測点の点調整を同時に行わない場合

前記の(13)及び(14)式から点条件を省略すれば補正值及び正規方程式が得られる。即ち補正值

- 1, 辺等式に関係のない角 $V_{3m} = K_m$ (但し $m=1, 2, \dots, n,$)
 - 2, 辺等式に間係ある角の内
 - 未知辺の対角, $V_{3m-2} = K_m + d_{3m-2} \bar{K}_s$ (但し $m=1, 2, \dots, n,$)
 - 既知辺の対角, $V_{3m-1} = \bar{K}_m - d_{3m-1} \bar{K}_s$ (" ")
- }(13')

正規方程式

角方程式 $3\bar{K}_m + (d_{3m-2} - d_{3m-1})\bar{K}_s + w_m = 0$ (但し $m=1, 2, \dots, n,$)

辺方程式 $\sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})\bar{K}_m + d_s^2 \bar{K}_s + w_s = 0$

w_m, d_s^2, w_s は第(14)式と同じ

}(14')

(14')より \bar{K}_s を求める一般式は次の様になる。即ち

$$\bar{K}_s = \frac{\sum_{m=1}^n \{ (d_{3m-2} - d_{3m-1}) w_m \} - 3w_s}{3d_s^2 - \sum_{m=1}^n (d_{3m-2} - d_{3m-1})^2} \dots\dots\dots(15)$$

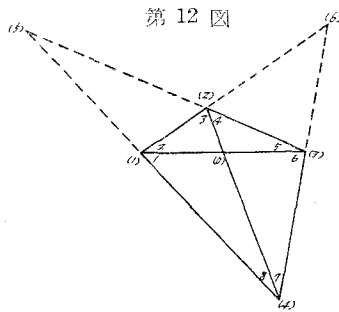
(15)式より \bar{K}_s の値を求め、之を $\bar{K}_m = -\frac{1}{3} \{ (d_{3m-2} - d_{3m-1}) \bar{K}_s + w_m \}$ に代入すれば \bar{K}_m ($m=1, 2, \dots, n$)

の値が求められる。

[註 (15)式は板倉博士の誘導されたものと大体同じ型式である⁴]

D 四 辺 形

〔1〕 四辺形の調整に於ける条件式の吟味



条件方程式の内、辺等式及び角等式を挙げれば次のようになる。

辺 等 式

四辺形の外周の頂点を極とするもの

$$(S_1) \frac{\sin(l_s + V_s), \sin(l_6 + V_6), \sin(l_3 + V_3 + l_4 + V_4)}{\sin(l_3 + V_3), \sin(l_7 + V_7 + l_8 + V_8), \sin(l_5 + V_5)} = 1 \dots\dots\dots \text{極 (1)}$$

4 T.Itakura: Rapid and Rigorous calculation for Adjustment of Fundamental Trangu-
 lation Nets by "Mechanical sketch Method." Memoirs of the Faculty
 of Eng., Hokkaido Imp. Univ. Vol.5 No.3 P.235 May 1939

$$(S_2) \quad \frac{\sin((l_5 + V_5 + l_6 + V_6), \sin(l_8 + V_8), \sin(l_2 + V_2))}{\sin(l_7 + V_7), \sin(l_4 + V_4 + l_3 + V_3), \sin(l_5 + V_5)} = 1 \dots\dots\dots \text{極} \quad (2)$$

$$(S_3) \quad \frac{\sin(l_7 + V_7 + l_8 + V_8), \sin(l_2 + V_2), \sin(l_4 + V_4)}{\sin(l_1 + V_1), \sin(l_3 + V_3 + l_4 + V_4), \sin(l_7 + V_7)} = 1 \dots\dots\dots \text{〃} \quad (3)$$

$$(S_4) \quad \frac{\sin(l_1 + V_1 + l_2 + V_2), \sin(l_4 + V_4), \sin(l_6 + V_6)}{\sin(l_3 + V_3), \sin(l_5 + V_5 + l_6 + V_6), \sin(l_1 + V_1)} = 1 \dots\dots\dots \text{〃} \quad (4)$$

四辺形の外周延長線の交点を極とするもの

$$(S_5) \quad \frac{\sin(l_5 + V_5 + l_6 + V_6), \sin(l_8 + V_8), \sin(l_3 + V_3 + l_4 + V_4), \sin(l_1 + V_1)}{\sin(l_7 + V_7 + l_8 + V_8), \sin(l_4 + V_4), \sin(l_1 + V_1 + l_2 + V_2), \sin(l_5 + V_5)} = 1, \text{極} \quad (5)$$

$$(S_6) \quad \frac{\sin(l_7 + V_7 + l_8 + V_8), \sin(l_2 + V_2), \sin(l_5 + V_5 + l_6 + V_6), \sin(l_3 + V_3)}{\sin(l_1 + V_1 + l_2 + V_2), \sin(l_6 + V_6), \sin(l_3 + V_3 + l_4 + V_4), \sin(l_7 + V_7)} = 1, \text{〃} \quad (6)$$

四辺形の対角線の交点を極とするもの

$$(S_7) \quad \frac{\sin(l_2 + V_2), \sin(l_4 + V_4), \sin(l_6 + V_6), \sin(l_8 + V_8)}{\sin(l_3 + V_3), \sin(l_5 + V_5), \sin(l_7 + V_7), \sin(l_1 + V_1)} = 1 \dots\dots\dots \text{極} \quad (0)$$

角方程式

第1, 三角形の内角の和が 180° に相等しい事より

$$\begin{aligned} \triangle (1) (2) (4) \text{より} \quad (l_1 + V_1) + (l_2 + V_2) + (l_3 + V_3) + (l_8 + V_8) - 180^\circ \\ = V_1 + V_2 + V_3 + V_8 + w_1 = 0 \dots (a_1) \quad \text{但し } l_1 + l_2 + l_3 + l_8 - 180^\circ = w_1 \end{aligned}$$

同様にして

$$\triangle (1) (2) (3) \text{より} \quad V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + w_2 = 0 \dots (a_2) \quad \text{但し } l_2 + l_3 + l_4 + l_5 - 180^\circ = w_2$$

$$\triangle (1) (3) (4) \text{より} \quad V_1 + V_6 + V_7 + V_8 + w_3 = 0 \dots (a_3) \quad \text{〃 } l_1 + l_6 + l_7 + l_8 - 180^\circ = w_3$$

$$\triangle (2) (3) (4) \text{より} \quad V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + w_4 = 0 \dots (a_4) \quad \text{〃 } l_4 + l_5 + l_6 + l_7 - 180^\circ = w_4$$

第2, 交叉する 2 箇の三角形の内角の和が相等しい事(即ち対頂角が相等しい事の条件と同じ)

より

$$V_2 + V_3 - V_6 - V_7 + w_5 = 0 \dots (a_5) \quad \text{但し } l_2 + l_3 - l_6 - l_7 = w_5$$

$$V_1 + V_8 - V_4 - V_5 + w_6 = 0 \dots (a_6) \quad \text{〃 } l_1 + l_8 - l_4 - l_5 = w_6$$

第3, 交叉しない 2 箇の三角形の内角の和が相等しい事より

$$(V_1 + V_2 + V_3 + V_8) - (V_4 + V_5 + V_6 + V_7) + w_7 = 0 \dots\dots\dots (a_7)$$

$$\text{但し } (l_1 + l_2 + l_3 + l_8) - (l_4 + l_5 + l_6 + l_7) = w_7$$

$$(V_2 + V_3 + V_4 + V_5) - (V_1 + V_6 + V_7 + V_8) + w_8 = 0 \dots\dots\dots (a_8)$$

$$\text{〃 } (l_2 + l_3 + l_4 + l_5) - (l_1 + l_6 + l_7 + l_8) = w_8$$

第4, 四辺形の内角の和が 360° に相等しい事より

$$\sum_{m=1}^8 V_m + w_8 = 0 \quad (a_9) \quad \text{但し } \sum_{m=1}^8 l_m - 360^\circ = w_8$$

以上の様に四辺形には辺等式 7 箇と角等式 9 箇出来るが、調整に必要な条件式は辺等式 1 箇

と角等式 3 箇である。故に上の角等式 9 箇の中から 3 箇づつ採る組合せは 84 箇出来る事になるが第 2, 第 3 及び第 4 の角条件式は第 1 から導いたものであるから、之等をも含めたものから 3 箇づつ採る組合せの中で、次に挙げる組合せは角等式が 2 箇づつしか存在しない場合と同じ事になり角条件を満足する事が出来ない。即ち

1, 第 1 から 2 箇と第 4 から 1 箇づつ採る組合せ中で、 $(a_1)(a_4)(a_9)$ 及び $(a_2)(a_3)(a_9)$ の組合せは $(a_1)+(a_4)=(a_9)=(a_2)+(a_3)$ の関係があるから、それぞれ $(a_1)(a_4)$ 及び $(a_2)(a_3)$ の 2 箇づつしか存在しない事になる。

2, 第 1 から 2 箇と第 2 から 1 箇づつ採る組合せ中で $(a_1)(a_3)(a_5)$ 及び $(a_2)(a_4)(a_5)$ の組合せは $(a_1)-(a_3)=(a_5)=(a_2)-(a_4)$ の関係があり、又 $(a_1)(a_2)(a_6)$ 及び $(a_3)(a_4)(a_6)$ の組合せは $(a_1)-(a_2)=(a_3)-(a_4)=(a_6)$ の関係にあるから、この 4 組はそれぞれ $(a_1)(a_3)$, $(a_3)(a_4)$, $(a_1)(a_2)$, $(a_3)(a_4)$ の 2 箇づつしか存在しないことになる。

3, 第 1 から 2 箇と第 5 から 1 箇づつ採る組合せの中で、 $(a_2)(a_3)(a_8)$ 及び $(a_1)(a_4)(a_7)$ の組合せは $(a_2)-(a_3)=(a_8)$ 及び $(a_1)-(a_4)=(a_7)$ の関係があるからそれぞれ $(a_2)(a_3)$ 及び $(a_1)(a_4)$ の 2 箇づつしか存在しない事になる。

4, 第 1 と第 3 から 1 箇づつと第 4 との組合せで $(a_1)(a_7)(a_9)$, $(a_2)(a_6)(a_9)$, $(a_3)(a_6)(a_9)$, $(a_4)(a_7)(a_9)$ は $(a_1)-(a_4)=(a_7)$, $(a_1)+(a_4)=(a_7)=(a_2)+(a_3)$, $(a_2)-(a_3)=(a_6)$ の関係があるから、それぞれ $(a_1)(a_4)$, $(a_2)(a_3)$, $(a_2)(a_6)$, $(a_1)(a_4)$ の 2 箇づつしか存在しない事になる。

5, 第 2 から 1 箇と第 3 の 2 箇との組合せ、即ち $(a_5)(a_7)(a_8)$ 及び $(a_6)(a_7)(a_8)$ は $(a_5)+(a_6)=(a_7)$ 及び $(a_5)-(a_6)=(a_8)$ の関係があるから、 $(a_5)(a_6)$ の 2 箇しか存在しない事になる。

6, 第 2 の 2 箇と第 3 から 1 箇との組合せ、即ち $(a_5)(a_6)(a_7)$ 及び $(a_5)(a_6)(a_8)$ も同様に $(a_5)(a_6)$ の 2 箇しか存在しない事になる。

以上の様に角等式の組合せ中で 16 組が有効でないから結局 68 組となり、之と辺等式 1 箇づつを組合せると 476 組出来る事になる。此の内、辺等式は 7 箇の中で (S₇) は単純角だけであるから、他に比較して取扱いが幾分容易の様であるが、孰れを採つても手續上では大差がない。然し角等式は採り方によつて解法の手続にも相当の難易がある。従来用いられた組合せは、以上の内で次の 3 種類 7 組合せである。

- 1, 第 1 から 3 箇づつ採る組合せ (4 組) で従来最も一般に用いられている。
- 2, 第 2 と第 4 の組合せ⁵

5 関 信雄著：測量学精義 三角測量編 P.112 近藤泰夫外 2 名著：測量学応用篇 P.303
農田四郎著：三角測量 P.203

3. 第1の2箇(但したがいに交叉しない三角形)と第3の内1箇(但し第1の2箇の三角形と交叉するもの)とを組合せるもの、即ち $(a_1)(a_4)(a_5)$ 又は $(a_2)(a_3)(a_7)$ の組合せ⁶

此の内上の2及び3は1に比較して解法が容易で、特に点調整を省略した場合に手続き上の差が甚だしい。筆者は従来用いられている上の3種の角等式の組合せに、更に $(a_7)(a_8)(a_1)$ の組合せを提案し、次に此の組合せによる調整方法を取扱う。

[2] 点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合

角等式

$$\left. \begin{aligned} (a_7) \quad & (V_1+V_2+V_3+V_8)-\sum_{m=1}^7 V_m+w_7=0 \quad \text{但し} \quad (l_1+l_2+l_3+l_8)-(l_4+l_5+l_6+l_7)=w_7 \\ (a_8) \quad & \sum_{m=2}^5 V_m-\left(V_1+\sum_{m=0}^8 V_m\right)+w_8=0 \quad \text{〃} \quad \sum_{m=2}^5 l_m-\left(l_1+\sum_{m=0}^8 l_m\right)=w_8 \\ (a_1) \quad & \sum_{m=1}^8 V_m+w_9=0 \quad \text{〃} \quad \sum_{m=1}^8 l_m-360^\circ=w_9 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

辺等式

$$(S_7) \quad \frac{\sin(l_2+V_2), \sin(l_4+V_4), \sin(l_6+V_6), \sin(l_8+V_8)}{\sin(l_1+V_1), \sin(l_3+V_3), \sin(l_5+V_5), \sin(l_7+V_7)}=1 \quad \dots\dots\dots(17)$$

(17)を近似的に一次式に転化すると

$$\begin{aligned} (d_2 V_2+d_4 V_4+d_6 V_6+d_8 V_8)-(d_1 V_1+d_3 V_3+d_5 V_5+d_7 V_7)+w_{s7}=0 \quad \dots\dots\dots(17') \\ \text{但し} \quad w_{s7}=(\log \sin l_2+\log \sin l_4+\log \sin l_6+\log \sin l_8)-(\log \sin l_1+\log \sin l_3 \\ +\log \sin l_5+\log \sin l_7) \end{aligned}$$

点方程式

$$\left. \begin{aligned} V_1+V_2+V_{(1)}+w_{(1)}=0 \quad & (\text{但し} \quad l_1+l_2+l_{(1)}-360^\circ=w_{(1)}) \\ V_3+V_4+V_{(2)}+w_{(2)}=0 \quad & (\text{〃} \quad l_3+l_4+l_{(2)}-360^\circ=w_{(2)}) \\ V_5+V_6+V_{(3)}+w_{(3)}=0 \quad & (\text{〃} \quad l_5+l_6+l_{(3)}-360^\circ=w_{(3)}) \\ V_7+V_8+V_{(4)}+w_{(4)}=0 \quad & (\text{〃} \quad l_7+l_8+l_{(4)}-360^\circ=w_{(4)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

前と同様に以上の各条件を満足する様に操作すると

補正值は

$$\left. \begin{aligned} \text{外角} \quad & V_{(m)}=K_{(m)} \quad (m=1, 2, 3, 4) \\ \text{内角} \quad & V_1=K_{(1)}+K_7-K_8+K_9-d_1 K_{s7} \\ & V_2=K_{(1)}+K_7+K_8+K_9+d_2 K_{s7} \\ & V_3=K_{(2)}+K_7+K_8+K_9+d_4 K_{s7} \\ & V_4=K_{(2)}-K_7+K_8+K_9+d_4 K_{s7} \\ & V_5=K_{(3)}-K_7+K_8+K_9-d_5 K_{s7} \end{aligned} \right\} (19)$$

(19)で $K_{(1)} \sim K_{(4)}$ は点
コリレート、 $K_7 \sim K_9$ は
角コリレート、 K_{s7} は辺
コリレートを示す。

6 板倉忠三：土木学会誌 第29巻 第3号 P.200~P.214

$$\begin{aligned} V_6 &= K_{(3)} - K_7 - K_8 + K_9 + d_6 K_{s7} \\ V_7 &= K_{(4)} - K_7 - K_8 + K_9 - d_7 K_{s7} \\ V_8 &= K_{(4)} + K_7 - K_8 + K_9 + d_8 K_{s7} \end{aligned}$$

補正值を (16) (17') (18) の各式に代入すると正規方程式が得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} 3\bar{K}_{(1)} + 2\bar{K}_7 + 2\bar{K}_9 + (d_2 - d_1)K_{s7} + w_{(1)} &= 0 \\ 3\bar{K}_{(2)} + 2\bar{K}_8 + 2\bar{K}_9 + (d_4 - d_3)K_{s7} + w_{(2)} &= 0 \\ 3\bar{K}_{(3)} - 2\bar{K}_7 + 2\bar{K}_9 + (d_6 - d_5)K_{s7} + w_{(3)} &= 0 \\ 3\bar{K}_{(4)} - 2\bar{K}_8 + 2\bar{K}_9 + (d_2 - d_7)K_{s7} + w_{(4)} &= 0 \\ 2\bar{K}_{(1)} - 2\bar{K}_{(3)} + 8\bar{K}_7 + d_{(7)} K_{s7} + w_7 &= 0 \\ 2\bar{K}_{(2)} - 2\bar{K}_{(4)} + 8\bar{K}_8 + d_{(8)} K_{s7} + w_8 &= 0 \\ 2\bar{K}_{(1)} + 2\bar{K}_{(2)} + 2\bar{K}_{(3)} + 2\bar{K}_{(4)} + 8\bar{K}_9 + d_{(9)} K_{s7} + w_9 &= 0 \\ (d_2 - d_1)\bar{K}_{(1)} + (d_4 - d_3)\bar{K}_{(2)} + (d_6 - d_5)\bar{K}_{(3)} + (d_8 - d_7)\bar{K}_{(4)} \\ + d_{(7)} \bar{K}_7 + d_{(8)} \bar{K}_8 + d_{(9)} \bar{K}_9 + d_{(s)} K_{s7} + w_{s7} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

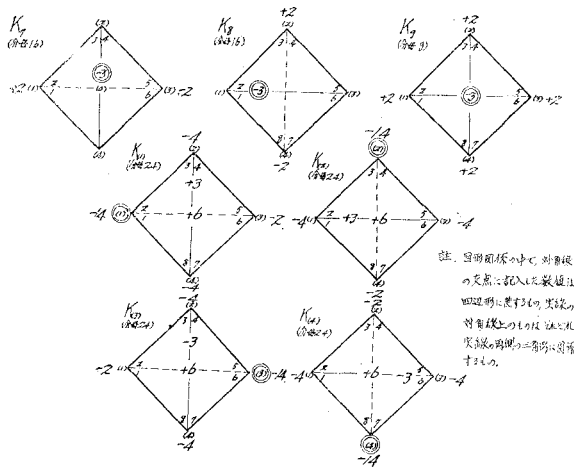
(20) で $d_{(s)} = \sum_{m=1}^8 d_{(s)m}^2$, $d_{(7)} = (-d_1 + d_2 - d_3 + d_5) - (d_4 - d_5 + d_6 - d_7)$,

$$d_{(8)} = (d_2 - d_3 + d_4 - d_5) - (d_6 - d_7 + d_8 - d_1), \quad d_{(9)} = \sum_{m=1}^4 d_{2m} - \sum_{m=1}^4 d_{2m-1}$$

〔2〕 コリレートの計算方法

前記の各三角網の場合と同様に、点コリレート及び角コリレート影響表図を作り、之より K_m 及び $\bar{K}_{(m)}$ 式を作製してコリレートの値を求める。

第 13 図 コリレート影響表図



K_m 式,

$$K_7 = -\frac{1}{16} \left[-3w_7 + 2w_{(1)} - 2w_{(3)} + K_{s7} \{ -3d_{(7)} + 2(d_2 - d_1) - 2(d_3 - d_5) \} \right]$$

$$K_8 = \frac{1}{16} \left[-3w_8 + 2w_{(2)} - 2w_{(4)} + K_{s7} \{ -3d_{(8)} + 2(d_4 - d_3) - 2(d_8 - d_7) \} \right]$$

$$K_9 = \frac{1}{8} \left[-3w_9 + 2w_{(1)} + 2w_{(2)} + 2w_{(3)} + 2w_{(4)} + K_{s7} \{ -3d_{(9)} + 2(d_2 - d_1) + 2(d_4 - d_3) + 2(d_6 - d_5) + 2(d_8 - d_7) \} \right]$$

$K_{(m)}$ 式.

$$K_{(1)} = \frac{1}{24} \left[3w_7 + 6w_8 - 14w_{(1)} - 4w_{(2)} - 2w_{(3)} - 4w_{(4)} + K_{s7} \{ +3d_{(7)} + 6d_{(8)} - 14(d_2 - d_1) - 4(d_4 - d_3) - 2(d_6 - d_5) - 4(d_8 - d_7) \} \right]$$

$$K_{(2)} = \frac{1}{24} \left[3w_8 + 6w_9 - 4w_{(1)} - 14w_{(2)} - 4w_{(3)} - 2w_{(4)} + K_{s7} \{ +3d_{(8)} + 6d_{(9)} - 4(d_2 - d_1) - 14(d_4 - d_3) - 4(d_6 - d_5) - 2(d_8 - d_7) \} \right]$$

$$K_{(3)} = \frac{1}{24} \left[-3w_7 + 6w_8 - 2w_{(1)} - 4w_{(2)} - 14w_{(3)} - 4w_{(4)} + K_{s7} \{ -3d_{(7)} + 6d_{(8)} - 2(d_2 - d_1) - 4(d_4 - d_3) - 14(d_6 - d_5) - 4(d_8 - d_7) \} \right]$$

$$K_{(4)} = \frac{1}{24} \left[-3w_8 + 6w_9 - 4w_{(1)} - 2w_{(2)} - 4w_{(3)} - 14w_{(4)} + K_{s7} \{ -3d_{(8)} + 6d_{(9)} - 4(d_2 - d_1) - 2(d_4 - d_3) - 4(d_6 - d_5) - 14(d_8 - d_7) \} \right]$$

$$K_{s7} = -\frac{1}{d_s^2} \left[+w_{s7} + \sum_{m=1}^4 \{ K_{(m)} \times (d_{2m} - d_{2m-1}) \} + \sum_{m=7}^9 (K_m d_{(m)}) \right]$$

計算例, その 5

(観測角)

$l_1 = 25^\circ - 10' - 10.3''$	$\log \sin l_1 = 9.6286923$	$d_1 = 44.8$	$d^2_1 = 2007.04$
$l_2 = 43^\circ - 52' - 4.0''$	$\log \sin l_2 = 9.8407311$	$d_2 = 21.9$	$d^2_2 = 479.61$
$l_3 = 31^\circ - 48' - 21.3''$	$\log \sin l_3 = 9.7218465$	$d_3 = 34.0$	$d^2_3 = 1156.00$
$l_4 = 69^\circ - 6' - 15.1''$	$\log \sin l_4 = 9.9704541$	$d_4 = 8.1$	$d^2_4 = 65.61$
$l_5 = 35^\circ - 13' - 29.0''$	$\log \sin l_5 = 9.7610139$	$d_5 = 29.8$	$d^2_5 = 888.04$
$l_6 = 10^\circ - 37' - 34.0''$	$\log \sin l_6 = 9.2657591$	$d_6 = 112.2$	$d^2_6 = 12588.84$
$l_7 = 65^\circ - 2' - 53.4''$	$\log \sin l_7 = 9.9574457$	$d_7 = 9.8$	$d^2_7 = 96.04$
$l_8 = 79^\circ - 9' - 28.6''$	$\log \sin l_8 = 9.9921775$	$d_8 = 4.0$	$d^2_8 = 16.00$
			$d^2_9 = 17297.18$

$$d_2 - d_1 = -22.9$$

$$d_8 - d_1 = -40.8$$

$$d_4 - d_3 = -25.9$$

$$d_2 - d_3 = -12.1$$

$$d_6 - d_5 = +82.4$$

$$d_4 - d_5 = -21.7$$

$$\frac{d_8 - d_7 = -5.8}{d_{(9)} = +27.8}$$

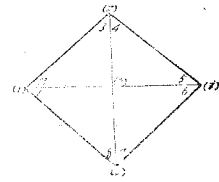
$$d_6 - d_7 = +102.4$$

$$l_{(1)} = 290^\circ - 57' - 40.6''$$

$$w_{(1)} = -5.1''$$

$$w_{s7} = \sum_{m=1}^4 \log \sin l_{2m} - \sum_{m=1}^4 \log \sin l_{2m-1} = +1224.$$

$$\begin{aligned}
 l_{(2)} &= 259^\circ - 5' - 30'' & w_7 &= -7.3'' & w_8 &= +3.1'' \\
 w_{(2)} &= +6.4'' & w_9 &= +15.7'' & d_{(7)} &= -133.6 \\
 l_{(3)} &= 314^\circ - 8' - 49.3'' & d_{(8)} &= -95.4 \\
 w_{(3)} &= -7.7'' \\
 l_{(4)} &= 215^\circ - 47' - 44.1'' \\
 w_{(4)} &= +6.1''
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \bar{K}_7 &= \frac{1}{16} \left[-3w_7 + 2w_{(1)} - 2w_{(3)} + \bar{K}_{s7} \{ -3d_{(7)} + 2(d_2 - d_1) - 2(d_8 - d_5) \} \right] = \frac{1}{16} \left[-3 \times (-7.3) \right. \\
 &\quad \left. + 2 \times (-5.1) - 2 \times (-7.7) + \bar{K}_{s7} \{ -3 \times (-133.6) + 2 \times (-22.9) - 2 \times 84.4 \} \right] \\
 &= +1.6938 + 11.8875\bar{K}_{s7}
 \end{aligned}$$

同様の方法で $\bar{K}_8 = -0.5438 + 15.3750\bar{K}_{s7}$ $\bar{K}_9 = -5.9625 - 3.4750\bar{K}_{s7}$

$$\begin{aligned}
 \bar{K}_{(1)} &= \frac{1}{24} \left[+3w_7 + 6w_9 - 14w_{(1)} - 4w_{(2)} - 2w_{(3)} - 4w_{(4)} + \bar{K}_{s7} \{ +3d_{(7)} + 6d_{(8)} - 14(d_2 - d_1) \right. \\
 &\quad \left. - 4(d_4 - d_3) - 2(d_6 - d_5) - 4(d_8 - d_7) \} \right] = \frac{1}{24} \left[3 \times (-7.3) + 6 \times 15.7 - 14 \times (-5.1) \right. \\
 &\quad \left. - 4 \times 6.4 - 2 \times (-7.7) - 4 \times 6.1 + \bar{K}_{s7} \{ +3 \times (-133.6) + 6 \times 27.8 - 14 \times (-22.9) - 4 \right. \\
 &\quad \left. \times (-25.9) - 2 \times 82.4 - 4 \times (-5.8) \} \right] = +4.5458 + 2.0250\bar{K}_{s7}
 \end{aligned}$$

同様の方法で $\bar{K}_{(2)} = +2.2042 + 0.7000\bar{K}_{s7}$ $\bar{K}_{(3)} = +7.6708 - 17.2250\bar{K}_{s7}$

$$\bar{K}_{(4)} = +1.5792 + 14.5000\bar{K}_{s7}$$

$$\begin{aligned}
 \text{又 } -17297.18 \bar{K}_{s7} &= +1224 + \left\{ (+4.5458 + 2.0350\bar{K}_{s7}) \frac{(-22.9)}{(d_2 - d_1)} + \dots + (+1.5792 \right. \\
 &\quad \left. + 14.5000\bar{K}_{s7}) \frac{(-5.8)}{(d_8 - d_7)} \right\} + \left\{ (+1.6938 + 11.8875\bar{K}_{s7}) \times \frac{(-133.6)}{d_{(7)}} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + (-5.9625 - 3.4850\bar{K}_{s7}) \times \frac{27.8}{d_{(8)}} \right\} \quad \text{より} \quad \bar{K}_{s7} = -0.1070
 \end{aligned}$$

故に $\bar{K}_7 = +0.4218$ $\bar{K}_8 = -2.1889$ $\bar{K}_9 = -5.5905$ $\bar{K}_{(1)} = +4.3291$ $\bar{K}_{(2)} = +2.1293$
 $\bar{K}_{(3)} = +9.5139$ $\bar{K}_{(4)} = +0.0277$

補正值は(19)より $V_1 = +6.14''$ $V_2 = -5.37''$ $V_3 = -1.59''$ $V_4 = -6.94''$
 $V_5 = +4.50''$ $V_6 = -6.31''$ $V_7 = -2.75''$ $V_8 = -3.38''$ $V_{(1)} = +4.33''$ $V_{(2)} = +2.13''$

$$V_{(3)} = +9.51'' \quad V_{(4)} = +0.03'' \quad [V^2] = 309.9272 \quad r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{309.9272}{8}} = \pm 4.20''$$

調整値

$M_1 = 25^\circ - 10' - 16.44''$	$M_3 = 31^\circ - 48' - 19.71''$	$M_5 = 35^\circ - 13' - 33.50''$
$M_2 = 43^\circ - 51' - 58.63''$	$M_4 = 69^\circ - 6' - 8.11''$	$M_6 = 10^\circ - 37' - 27.69''$
$M_{(1)} = 290^\circ - 57' - 44.93''$	$M_{(2)} = 259^\circ - 5' - 32.13''$	$M_{(3)} = 314^\circ - 8' - 58.81''$
$\Sigma = 360^\circ - 0' - 0''$	$\Sigma = 360^\circ - 0' - 0''$	$\Sigma = 360^\circ - 0' - 0''$

$$\begin{aligned} M_7 &= 65^\circ - 2' - 50.65'' \\ M_8 &= 79^\circ - 9' - 25.22'' \\ \hline M_{(4)} &= 215^\circ - 47' - 44.13'' \\ \Sigma &= 360^\circ - 0' - 0'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 + M_2 + M_3 + M_8 &= M_4 + M_5 + M_6 + M_7 = M_2 + M_3 + M_4 + M_5 \\ &= M_6 + M_7 + M_8 + M_1 = 180^\circ - 0' - 0'' \end{aligned}$$

[3] 点、角及び辺の3条件の内て外周測点の点調整を同時に行わない場合

此の条件の場合には(19)及び(20)式から測点関係を省略すれば、補正値を求める式及び正規方程式が得られる。

補正値

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= K_7 - K_8 + K_9 - d_1 K_{s7} & V_2 &= K_7 + K_8 + K_9 + d_2 K_{s7} & V_3 &= K_7 + K_8 + K_9 - d_3 K_{s7} \\ V_4 &= -K_7 + K_8 + K_9 + d_4 K_{s7} & V_5 &= -K_7 + K_8 + K_9 - d_5 K_{s7} & V_6 &= -K_7 - K_8 + K_9 + d_6 K_{s7} \\ V_7 &= -K_7 - K_8 + K_9 - d_7 K_{s7} & V_8 &= K_7 - K_8 + K_9 + d_8 K_{s7} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19')$$

正規方程式

$$\left. \begin{aligned} 8K_7 + d_{(7)} K_{s7} + w_7 &= 0 \\ 8K_8 + d_{(8)} K_{s7} + w_8 &= 0 \\ 8K_9 + d_{(9)} K_{s7} + w_9 &= 0 \\ d_{(7)} K_7 + d_{(8)} K_8 + d_{(9)} K_9 + d_{s7}^2 K_{s7} + w_{s7} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20')$$

従つて(20')より

$$K_{s7} = \frac{(d_{(7)} w_7 + d_{(8)} w_8 + d_{(9)} w_9) - 8w_{s7}}{8d_{s7}^2 - (d_{(7)}^2 + d_{(8)}^2 + d_{(9)}^2)}$$

$$K_m = -\frac{1}{8}(d_{(m)} K_{s7} + w_m) \quad (\text{但し } m=7, 8, 9.)$$

計算例, その6 (計算例, その5より外周測点の点調整を分離した場合)

$$\begin{aligned} K_{s7} &= \frac{(d_{(7)} w_7 + d_{(8)} w_8 + d_{(9)} w_9) - 8w_{s7}}{8d_{s7}^2 - (d_{(7)}^2 + d_{(8)}^2 + d_{(9)}^2)} \\ &= \frac{\{(-133.6) \times (-7.3) + (-95.4) \times 3.1 + 27.8 \times 15.7\} - 8 \times 1224}{8 \times 17297.18 - \{(-133.6)^2 + (-95.2)^2 + (27.8)^2\}} = -0.0784 \end{aligned}$$

$$K_7 = -\frac{1}{8}(d_{(7)} K_{s7} + w_7) = -\frac{1}{8}\{-133.6 \times (-0.0784) - 7.3\} = -0.3969$$

同様にして $K_8 = -1.3225$ $K_9 = -1.6900$

補正値

$$\begin{aligned} (19')\text{により} \quad V_1 &= +2.75'' & V_2 &= -5.13'' & V_3 &= -0.74'' & V_4 &= -3.25'' \\ V_5 &= -0.28'' & V_6 &= -8.77'' & V_7 &= +0.80'' & V_8 &= -1.08'' & [V^2] &= 123.7872 \end{aligned}$$

調整値

$$M_1 = 25^\circ - 10' - 13.05'' \quad M_2 = 43^\circ - 51' - 58.87'' \quad M_3 = 31^\circ - 48' - 20.56''$$

$$M_4 = 69^\circ - 6' - 11.85'' \quad M_5 = 35^\circ - 13' - 28.72'' \quad M_6 = 10^\circ - 37' - 25.23''$$

$$M_7 = 65^\circ - 2' - 54.2'' \quad M_8 = 79^\circ - 9' - 27.52''$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_8 = \sum_{m=1}^7 M_m = \sum_{m=2}^5 M_m = \sum_{m=6}^8 M_m + M_1 = 180^\circ - 0' - 0''$$

$$r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{123.7872}{4}} = \pm 3.75''$$

E 影響値有効桁数の変化がコレレート及び調整値に及ぼす影響

点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合には、前記のように点及び角コレレートに対するコレレート影響表図を作り、之を基礎にして解く方法を説明したが、此の場合有心多角形及び単列三角網は之を構成する三角形が増加するに連れ、影響値の桁数が増してコレレートを求める計算の手数が増加する傾きがあるため、此の桁数を制限し単純化した場合にコレレート及び調整値に如何なる影響を及ぼすかを検討する。

[1] コレレートに及ぼす影響

1) 有心閉多角形

此の型では所定の三角網の点及び角コレレート（即ち $K_{(m)}$ 及び K_m ）に対する三角形及び測点及び影響値の相互関係は前記のように一定であり、又 $K_{(m)}$ 及び K_m の基礎になる A と A' 及び B と B' も、下記のように同じ性質であるから各閉多角形毎に $K_{(m)}$ 及び K_m の1箇づつについて検討すればよい。

例、有心閉五角形（※紙数の都合により五角形だけを例記し他は省略する）

前掲コレレート影響表図から $K_{(m)}$ 及び K_m を求める式は次のようになる。

$$K_{(1)} = \frac{A}{275} + \frac{B}{275} + 0.4K_{(0)} \quad K_1 = \frac{A'}{275} + \frac{B'}{275} - 0.6K_{(0)}$$

上式で A は外周測点及び三角形の閉合誤差関係、即ち

$$A = \frac{1}{275} \{-123w_{(1)} - 18(w_{(2)} + w_{(5)}) - 3(w_{(3)} + w_{(4)}) + 47(w_{(1)} + w_{(6)}) + 7(w_{(2)} + w_{(4)}) + 2w_{(3)}\}$$

B は外周測点及び三角形内で、辺等式に關係する観測角の正弦対数の表差關係、即ち

$$B = \frac{K_s}{275} \left[-123(d_1 - d_4) - 18\{(d_4 - d_2) + (d_{13} - d_{11})\} - 3\{(d_7 - d_5) + (d_{10} - d_8)\} \right. \\ \left. + 47\{(d_1 - d_2) + (d_{13} - d_{14})\} + 7\{(d_4 - d_5) + (d_{10} - d_{11})\} + 2(d_7 - d_8) \right]$$

A' は A と同じ性質で

$$A' = \frac{1}{275} \{-123w_1 - 18(w_2 + w_5) - 3(w_3 + w_4) + 47(w_{(1)} + w_{(2)}) + 7(w_{(3)} + w_{(4)}) + 2w_{(4)}\}$$

B' は B と同じ性質で

$$B' = \frac{K_s}{275} \left[-123(d_1 - d_2) - 18\{(d_4 - d_5) + (d_{13} - d_{14})\} - 3\{(d_7 - d_8) + (d_{10} - d_{11})\} \right. \\ \left. + 47\{(d_1 - d_{14}) + (d_4 - d_5)\} + 7\{(d_7 - d_8) + (d_{13} - d_{14})\} + 2(d_{10} - d_8) \right]$$

A (或は A') について

影響値の有効数字の桁数を変化すると A に及ぼす影響は次のようになる。

種 別		影 響 値	
		精密な値	有効数字2桁限度にした場合
三 角 形	①	47	47
	②	7	7
	③	2	2
	④	7	7
	⑤	47	47
外 周 測 点	(1)	123	120
	(2)	18	18
	(3)	3	3
	(4)	3	3
	(5)	18	18
影響値の変化			3
影響値の変化が A に及ぼす影響			
w	1"	$\frac{1}{235} \times 3 = 0.0109$	
	2"	$\frac{2}{275} \times 3 = 0.0218$	
	5"	$\frac{5}{275} \times 3 = 0.0545$	
	10"	$\frac{10}{275} \times 3 = 0.1091$	

備考

- 閉合誤差, w , が 1" は地理調査所測角規定の 1 等三角本点
 " 2" " 1 等三角補点
 " 5" " 2 等三角
 " 10" " 3 等三角
 及び建設省河川測量規定の大三角に相当する。
- 影響値と w 及び $(d_{3m-2} - d_{3m-1})$ の符号が正負交錯する
 から影響が最大になる場合について検討する
 (以下共通)

B (或は B') について

K_s の値は $\log \sin$ に 5 桁対数表を用いた場合は大体 30 以下, 6 桁対数表を用いた場合は大体 3 以下, 7 桁対数表を用いた場合は大体 0.3 以下, 之に反し d の値は対数表の桁数に比例して大きくなるから結局 $(d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s$ 及び $(d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_s$ の値は対数表の桁数の変化にかかわらず一定である。7 桁対数表を用いた場合に d の差と K_s との相乗積は右のようになる。

(註一般に D の値は 3.0~0.5 である)

$$D = (d_{3m-2} - d_{3m-1})K_s \text{ 或は } (d_{3m-2} - d_{3(m-1)-1})K_s \text{ の値}$$

K_s	d の 差			
	20	10	5	1
0.3	6	3	1.5	0.3
0.2	4	2	1.0	0.2
0.1	2	1	0.5	0.1
0.05	1	0.5	0.25	0.05

又影響値が変化した場合に、 B (或は B') に及ぼす影響は次のようになる。

影響値の変化が B に及ぼす影響

種 別	影響値の有効数字を 2 桁限度にした場合	
D	3	$\frac{3}{275} \times 3 = 0.0327$
	2	$\frac{2}{275} \times 3 = 0.0218$
	1.5	$\frac{1.5}{275} \times 3 = 0.0165$
	1	$\frac{1}{275} \times 3 = 0.0109$
	0.5	$\frac{0.5}{275} \times 3 = 0.0054$

コリレートに及ぼす影響は、 A と B 或は A' と B' の総合誤差であるから、之等に対する和を求めればよいことになる。

影響値の有効数字を 2 桁に制限した場合にコリレートに及ぼす影響

種 別	a	b	$(a+b)$	
$1'' D$	3	0.0109	0.0327	0.044
	2	0.0109	0.0218	0.033
	1.5	0.0109	0.0165	0.027
	1	0.0109	0.0109	0.022
	0.5	0.0109	0.0054	0.016
$2'' D$	3	0.0218	0.0327	0.055
	2	0.0218	0.0218	0.044
	1.5	0.0218	0.0165	0.038
	1	0.0218	0.0109	0.033
	0.5	0.0218	0.0054	0.027
$5'' D$	3	0.0545	0.0327	0.087
	2	0.0545	0.0218	0.076
	1.5	0.0545	0.0165	0.071
	1	0.0545	0.0109	0.065
	0.5	0.0545	0.0054	0.060
$10'' D$	3	0.1091	0.0327	0.142
	2	0.1091	0.0218	0.131
	1.5	0.1091	0.0165	0.126
	1	0.1091	0.0109	0.120
	0.1	0.1091	0.0054	0.115

上表で a は A (或は A') に、 b は B (或は B') に及ぼす影響、また $(a+b)$ はコリレートに及ぼす影響

2) 有心開多角形

此の型式の三角網のコリレート影響表図は各コリレート毎に異なるが、三角網の中央から左右対称の位置のコリレートに対する影響値の相互関係は前記のようにそれぞれ相等しいから、三角網の中央までのコリレートについて検討すればよい事になる。なお、この三角網では、中心点のコリレート (即ち $K_{(0)}$) もコリレート影響表図を基礎にして求める。

例, 有心開四角形 (註紙数の都合により四角形だけを例記し他は省略する)
 $\bar{K}_{(0)}$, (影響値の分母=7004)

第 1 表, その 1

その1の(イ) 影響値の有効桁数の変化が A 及び B に及ぼす影響

種 別	影 響 値						
	精 密 な 値		有効数字 2 桁 限度の場合		有効数字 3 桁 限度の場合		
	A の関係	B の関係	A の関係	B の関係	A の関係	B の関係	
三 角 形	①	1428	1428	1400	1400	1430	1430
	②	1530	1530	1500	1500	1530	1530
	③	1530	1530	1500	1500	1530	1530
	④	1428	1428	1400	1400	1430	1430
測 点 関 係	(1)	714	714	710	710	714	714
	(2)	986	936	990	990	986	986
	(3)	1020	1020	1000	1000	1020	1020
	(4)	986	986	990	990	986	986
	(5)	714	714	710	710	714	714
	(0)	2584		2600		2580	
影 響 値 の 変 化				168	152	8	4
影響値の変化が A に及ぼす影響							
w	1"	$\frac{1}{7004} \times 168 = 0.0240$		(a ₁)	$\frac{1}{7004} \times 8 = 0.0011$		(a ₂)
	2"	$\frac{2}{7004} \times 168 = 0.0480$			$\frac{2}{7004} \times 8 = 0.0023$		
	5"	$\frac{5}{7004} \times 168 = 0.1199$			$\frac{5}{7004} \times 8 = 0.0059$		
	10"	$\frac{10}{7004} \times 168 = 0.2399$			$\frac{10}{7004} \times 8 = 0.0114$		
影響値の変化が B に及ぼす影響							
D	3	$\frac{3}{7004} \times 152 = 0.0351$		(b ₁)	$\frac{3}{7004} \times 4 = 0.0017$		(b ₂)
	2	$\frac{2}{7004} \times 152 = 0.0434$			$\frac{2}{7004} \times 4 = 0.0011$		
	1.5	$\frac{1.5}{7004} \times 152 = 0.0326$			$\frac{1.5}{7004} \times 4 = 0.0009$		
	1	$\frac{1}{7004} \times 152 = 0.0217$			$\frac{1}{7004} \times 4 = 0.0006$		
	0.5	$\frac{0.5}{7004} \times 152 = 0.0109$			$\frac{0.5}{7004} \times 4 = 0.0003$		

その 1 の (ロ) 影響値の有効桁数の変化がコリレートに及ぼす影響

種 別			有効数字 2 桁限度の場合			有効数字 3 桁限度の場合			
			a_1	b_1	(a_1+b_1)	a_2	b_2	(a_2+b_2)	
w	1"	D	3	0.0240	0.0651	0.089	0.0011	0.0017	0.003
			2	0.0240	0.0434	0.067	0.0011	0.0011	0.002
			1.5	0.0240	0.0326	0.057	0.0011	0.0009	0.002
			1	0.0240	0.0217	0.046	0.0011	0.0006	0.002
			0.5	0.0240	0.0109	0.035	0.0011	0.0003	0.001
	2"	D	3	0.0480	0.0651	0.113	0.0023	0.0017	0.004
			2	0.0480	0.0434	0.091	0.0023	0.0011	0.003
			1.5	0.0480	0.0326	0.081	0.0023	0.0009	0.003
			1	0.0480	0.0217	0.070	0.0023	0.0006	0.003
			0.5	0.0480	0.0109	0.059	0.0023	0.0003	0.003
	5"	D	3	0.1199	0.0651	0.185	0.0059	0.0017	0.008
			2	0.1199	0.0434	0.163	0.0059	0.0011	0.007
			1.5	0.1199	0.0326	0.153	0.0059	0.0009	0.007
			1	0.1199	0.0217	0.142	0.0059	0.0006	0.007
			0.5	0.1199	0.0106	0.131	0.0059	0.0003	0.006
	10"	D	3	0.2399	0.0651	0.305	0.0114	0.0017	0.013
			2	0.2399	0.0434	0.283	0.0114	0.0011	0.013
			1.5	0.2399	0.0329	0.273	0.0114	0.0009	0.012
			1	0.2399	0.0217	0.262	0.0114	0.0006	0.012
			0.5	0.2399	0.0109	0.251	0.0114	0.0003	0.012

上表で $(a+b)$ はコリレートに及ぼす影響を表わす

K₁

第 1 表, その 2

影響値の有効桁数の変化と之がコリレートに及ぼす影響 (影響値の分母 = 258)

種 別	影 響 値		
	精 密 値	有効数字 2 桁 限度の場合	
三 角 形	①	1220	1200
	②	178	180
	③	26	26
	④	4	4
外 周 測 点	(1)	710	7.0
	(2)	466	470
	(3)	68	68
	(4)	10	10
	(5)	2	2
影響値の変化		26	

コリレートに及ぼす影響				
w	1"	D	3	0.040
			2	0.030
			1.5	0.025
			1	0.020
			0.5	0.015
2"	D	3	0.050	
		2	0.040	
		1.5	0.035	
		1	0.030	
		0.5	0.025	
5"	D	3	0.081	
		2	0.070	
		1.5	0.065	
		1	0.060	
		0.5	0.055	
10"	D	3	0.131	
		2	0.121	
		1.5	0.116	
		1	0.111	
		0.5	0.106	

K_2 第 1 表, その3

$K_{(1)}$ 第 1 表, その4

$K_{(2)}$ 第 1 表, その5

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響
(影響値の分母=2584)

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響
(影響値の分母=2584)

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響
(影響値の分母=2584)

種別	影 響 値			
	精 密 な 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 3桁限度 の場合	
三角形	①	173	180	178
	②	1157	1200	1160
	③	169	170	169
	④	26	26	26
外周測点	(1)	89	89	89
	(2)	445	450	445
	(3)	442	440	442
	(4)	65	65	65
	(5)	13	13	13
影響値の変化		53	3	
コリレートに及ぼす影響				
1" D	3	0.082	0.005	
	2	0.052	0.004	
	1.5	0.051	0.003	
	1	0.041	0.002	
	0.5	0.031	0.002	
2" D	3	0.103	0.006	
	2	0.082	0.005	
	1.5	0.072	0.004	
	1	0.062	0.004	
	0.5	0.051	0.003	
5" D	3	0.182	0.009	
	2	0.162	0.008	
	1.5	0.151	0.008	
	1	0.141	0.007	
	0.5	0.131	0.006	
10" D	3	0.267	0.015	
	2	0.264	0.014	
	1.5	0.236	0.013	
	1	0.226	0.013	
	0.5	0.215	0.012	

種別	影 響 値			
	精 密 な 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 3桁限度 の場合	
三角形	①	610	610	610
	②	89	89	89
	③	13	13	13
	④	2	2	2
外周測点	(1)	1597	1600	1600
	(2)	233	230	233
	(3)	34	34	34
	(4)	5	5	5
	(5)	1	1	1
影響値の変化		6	3	
コリレートに及ぼす影響				
1" D	3	0.009	0.005	
	2	0.007	0.004	
	1.5	0.006	0.003	
	1	0.005	0.002	
	0.5	0.004	0.002	
2" D	3	0.012	0.006	
	2	0.009	0.005	
	1.5	0.008	0.004	
	1	0.007	0.004	
	0.5	0.006	0.003	
5" D	3	0.019	0.009	
	2	0.017	0.008	
	1.5	0.015	0.008	
	1	0.014	0.007	
	0.5	0.013	0.006	
10" D	3	0.030	0.015	
	2	0.028	0.014	
	1.5	0.027	0.013	
	1	0.026	0.013	
	0.5	0.024	0.012	

種別	影 響 値			
	精 密 な 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 3桁限度 の場合	
三角形	①	466	470	466
	②	445	450	445
	③	65	65	65
	④	10	10	10
外周測点	(1)	233	230	233
	(2)	1165	1200	1170
	(3)	170	170	170
	(4)	25	25	25
	(5)	5	5	5
影響値の変化		47	5	
コリレートに及ぼす影響				
1" D	3	0.073	0.003	
	2	0.055	0.005	
	1.5	0.046	0.005	
	1	0.036	0.004	
	0.5	0.027	0.003	
2" D	3	0.091	0.010	
	2	0.073	0.008	
	1.5	0.054	0.007	
	1	0.055	0.006	
	0.5	0.046	0.005	
5" D	3	0.146	0.016	
	2	0.127	0.014	
	1.5	0.118	0.013	
	1	0.109	0.012	
	0.5	0.100	0.011	
10" D	3	0.237	0.025	
	2	0.218	0.023	
	1.5	0.209	0.022	
	1	0.200	0.021	
	0.5	0.191	0.020	

(註 $K_{(2)}$ の影響値は 2 桁以下のため省略する。)

3) 単列三角網

此の三角網のコリレート影響表図も、前記の有心開多角形の場合のように各コリレート毎に異なるが、三角網の中央から左右対称の位置のコリレートに対する各三角形及び測点が及ぼす影響値の相互関係は、所要のコリレートを中心とするとそれぞれ相等しいから、三角網の中央までのコリレートについて検討すればよい。

例、5箇の三角形から成る単列三角網（註紙数の都合により他は省略する）

K_1 (影響値の分母=10000)

K_2 (影響値の分母=10000)

K_3 (影響値の分母=577)

第2表, その1

第2表, その2

第2表, その3

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

種別	影響値			
	精密な値	有効数字2桁限度の場合	有効数字3桁限度の場合	
三角形	①	5988	6000	5990
	②	1979	2000	1980
	③	1282	1300	1280
	④	620	620	620
	⑤	356	360	356
外周測点	(1)	2994	3000	2990
	(2)	2656	2700	2660
	(3)	2312	2300	2310
	(4)	970	970	970
	(5)	565	570	565
	(6)	325	330	325
	(7)	178	180	178
影響値の変化		129	15	
コリレートに及ぼす影響				
1" D	3	0.052	0.005	
	2	0.039	0.005	
	1.5	0.032	0.004	
	1	0.026	0.003	
2" D	3	0.055	0.003	
	2	0.052	0.006	
	1.5	0.045	0.005	
	1	0.039	0.005	
5" D	3	0.103	0.012	
	2	0.090	0.011	
	1.5	0.084	0.010	
	1	0.077	0.009	
10" D	3	0.168	0.020	
	2	0.155	0.018	
	1.5	0.148	0.017	
	1	0.142	0.017	
	0.5	0.135	0.016	

種別	影響値			
	精密な値	有効数字2桁限度の場合	有効数字3桁限度の場合	
三角形	①	1979	2000	1930
	②	5176	5200	5180
	③	1837	1800	1840
	④	1251	1300	1250
	⑤	620	610	620
外周測点	(1)	990	990	990
	(2)	2565	2600	2570
	(3)	2383	2400	2380
	(4)	2201	2200	2200
	(5)	927	930	927
	(6)	624	620	624
	(7)	310	310	310
影響値の変化		195	18	
コリレートに及ぼす影響				
1" D	3	0.078	0.007	
	2	0.059	0.005	
	1.5	0.049	0.005	
	1	0.039	0.004	
2" D	3	0.098	0.009	
	2	0.078	0.007	
	1.5	0.058	0.006	
	1	0.059	0.005	
5" D	3	0.156	0.014	
	2	0.137	0.013	
	1.5	0.127	0.012	
	1	0.117	0.011	
10" D	3	0.254	0.023	
	2	0.234	0.022	
	1.5	0.224	0.021	
	1	0.215	0.020	
	0.5	0.205	0.019	

種別	影響値		
	精密な値	有効数字2桁限度の場合	
三角形	①	74	74
	②	106	110
	③	320	320
	④	105	110
	⑤	74	74
外周測点	(1)	37	37
	(2)	60	60
	(3)	125	130
	(4)	133	130
	(5)	125	130
	(6)	60	60
	(7)	37	37
影響値の変化		21	
コリレートに及ぼす影響			
1" D	3	0.146	
	2	0.109	
	1.5	0.091	
	1	0.073	
2" D	3	0.182	
	2	0.146	
	1.5	0.128	
	1	0.109	
5" D	3	0.291	
	2	0.255	
	1.5	0.237	
	1	0.218	
10" D	3	0.473	
	2	0.437	
	1.5	0.419	
	1	0.400	
	0.5	0.382	

$K_{(1)}$ (影響値の分母=10000)

第 2 表, その4

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

種別	影 響 値			
	精 密 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 3桁限度 の場合	
三 角 形	①	2994	3000	2990
	②	990	990	990
	③	641	640	641
	④	310	310	310
	⑤	178	180	178
外 周 測 点	(1)	6497	6500	6500
	(2)	1328	1300	1330
	(3)	1156	1200	1160
	(4)	485	490	485
	(5)	282.5	280	283
	(6)	162.5	160	163
	(7)	89	89	89
影響値の変化		94	13.5	

$K_{(2)}$ (影響値の分母=10000)

第 2 表, その5

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

種別	影 響 値			
	精 密 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 3桁限度 の場合	
三 角 形	①	2656	2700	2660
	②	2565	2600	2570
	③	1040	1000	1040
	④	623.5	620	624
	⑤	325	330	325
外 周 測 点	(1)	1328	1330	1330
	(2)	5074	5100	5070
	(3)	1565	1600	1570
	(4)	1057	1100	1060
	(5)	497	500	497
	(6)	316.5	320	317
	(7)	162.5	160	163
影響値の変化		268.5	24.5	

$K_{(3)}$ (影響値の分母=10000)

第 2 表, その6

影響値の有効桁数の変化と
之がコリレートに及ぼす影響

種別	影 響 値			
	精 密 値	有効数字 2桁限度 の場合	有効数字 2桁限度 の場合	
三 角 形	①	2313	2300	2310
	②	2383	2400	2380
	③	2166.5	2200	2170
	④	927	930	927
	⑤	565	570	565
外 周 測 点	(1)	1156	1200	1160
	(2)	1565	1600	1570
	(3)	4215.5	4200	4220
	(4)	1369	1400	1370
	(5)	915	920	915
	(6)	497	500	497
	(7)	282.5	280	273
影響値の変化		207.5	24.5	

コリレートに及ぼす影響

1" D	3	0.038	0.005
	2	0.028	0.004
	1.5	0.024	0.003
	1	0.019	0.003
2" D	3	0.047	0.007
	2	0.038	0.005
	1.5	0.033	0.005
	1	0.028	0.004
5" D	3	0.075	0.011
	2	0.066	0.010
	1.5	0.091	0.009
	1	0.056	0.003
10" D	3	0.122	0.018
	2	0.113	0.016
	1.5	0.103	0.016
	1	0.103	0.015
w	3	0.014	0.003
	2	0.014	0.003
	1.5	0.014	0.003
	1	0.014	0.003

コリレートに及ぼす影響

1" D	3	0.103	0.010
	2	0.081	0.007
	1.5	0.057	0.005
	1	0.054	0.005
2" D	3	0.134	0.012
	2	0.107	0.010
	1.5	0.094	0.009
	1	0.031	0.007
5" D	3	0.215	0.020
	2	0.188	0.017
	1.5	0.175	0.016
	1	0.161	0.015
10" D	3	0.349	0.032
	2	0.322	0.029
	1.5	0.309	0.028
	1	0.295	0.027
w	3	0.026	0.006
	2	0.026	0.006
	1.5	0.026	0.006
	1	0.026	0.006

コリレートに及ぼす影響

1" D	3	0.035	0.010
	2	0.054	0.007
	1.5	0.053	0.005
	1	0.042	0.005
2" D	3	0.106	0.012
	2	0.085	0.010
	1.5	0.074	0.009
	1	0.064	0.007
5" D	3	0.169	0.020
	2	0.148	0.017
	1.5	0.138	0.016
	1	0.122	0.015
10" D	3	0.275	0.032
	2	0.254	0.029
	1.5	0.243	0.028
	1	0.233	0.027
w	3	0.022	0.006
	2	0.022	0.006
	1.5	0.022	0.006
	1	0.022	0.006

$K_{(4)}$ (影響値の分母=10000)

第2表, その7

影響値の有効桁数の変化と
之がコレレートに及ぼす影響

種別	影響値		有効数字 2桁限度 の場合
	精 な	密 値	
三 角 形	①	56	56
	②	127	130
	③	133	130
	④	127	130
	⑤	56	56
外 周 測 点	(1)	28	23
	(2)	61	61
	(3)	79	79
	(4)	241	240
	(5)	79	79
	(6)	61	61
	(7)	23	23
影響値の変化			10
コレレートに及ぼす影響			
1"	D	3	0.069
		2	0.052
		1.5	0.043
		1	0.035
		0.5	0.025
2"	D	3	0.037
		2	0.039
		1.5	0.051
		1	0.052
		0.5	0.043
5"	D	3	0.139
		2	0.121
		1.5	0.113
		1	0.104
		0.5	0.095
10"	D	3	0.225
		2	0.207
		1.5	0.199
		1	0.191
		0.5	0.182

4) まとめ

有心閉多角形, 有心開多角形及び単列三角網の内, 普通の三角測量に用いられる範囲のもので3桁以上の影響値を有するものについて, 前例の方法でその有効桁数を制限して, コレレートの値に及ぼす影響(但し $w = 1'' \sim 10''$ の範囲で $D=3.0$ の場合)を求め, その結果を表示すると, 次の第3表その1ないしその3, のようになる。即ち之によると, 影響値の有効数字の桁数を2桁に制限した場合は, コレレートの小数以下1位ないし2位(註有心閉多角形では0.028~0.144, 有心開多角形では0.021~0.328, 単列三角網では0.038~0.473)に影響を及ぼし, 又3桁に制限した場合は, 有心閉多角形には全く影響を及ぼさないが, 他の2種の三角網には小数以下2位ないし3位(註有心開多角形には0.001~0.037, 単列三角網には0.003~0.039)に影響を及ぼすことになる。しかし, 之は影響の極めて大きな場合を推定して検討したもので, 実際には大体に於て, D は3.0より小さく, 又影響値と之に乗ずる因子の符号が正負交錯して互に消し合う傾向になるから, コレレートに及ぼす影響は之より小さい。

影響値の有効桁数の変化がコリレートに及ぼす影響 (但し $D=3.0$ の場合)

第 3 表, その 1

有心閉多角形 (影響値の有効桁数 2 桁限度の場合)

w	三角形	五角形	六角形	七角形	備考
1"	0.014	0.014	0.028	0.028	影響値は
2"	0.055	0.056	0.035	0.035	すべて 3
5"	0.087	0.039	0.075	0.075	桁以下
10"	0.142	0.144	0.090	0.090	

第 3 表, その 2

有心開多角形 (影響値の有効桁数 2 桁限度の場合, 但し括弧内は影響値の有効桁数 3 桁限度の場合)

三角網	K		K_1	K_2	K_3	$K_{(1)}$	$K_{(2)}$	$K_{(3)}$	$K_{(4)}$	備考
	w	$K_{(2)}$								
三角形	1"	0.101	0.021			0.032	$K_{(2)}$ の影響値は 2 桁以下			$K_{(1)}, K_1, K_{(1)}$ の影響値は 3 桁以下
	2"	0.126	0.027			0.040				
	5"	0.322	0.042			0.064				
	10"	0.323	0.059			0.004				
四角形	1"	0.089(0.003)	0.040	0.082(0.005)		0.009(0.005)	0.073(0.008)			K_1 の影響値は 3 桁以下
	2"	0.113(0.004)	0.050	0.103(0.006)		0.012(0.006)	0.091(0.010)			
	5"	0.185(0.008)	0.081	0.182(0.009)		0.019(0.009)	0.146(0.016)			
	10"	0.305(0.013)	0.131	0.267(0.015)		0.030(0.015)	0.237(0.025)			
五角形	1"	0.034	0.020(0.002)	0.040(0.0009)		0.018(0.011)	0.026(0.004)	0.037(0.004)		$K_{(2)}$ の影響値は 3 桁以下
	2"	0.044	0.025(0.002)	0.049(0.0011)	K_3 の影響値は 2 桁以下	0.022(0.014)	0.033(0.005)	0.047(0.005)		
	5"	0.073	0.040(0.003)	0.079(0.0018)		0.036(0.023)	0.052(0.008)	0.075(0.007)		
	10"	0.121	0.065(0.005)	0.128(0.0030)		0.058(0.037)	0.084(0.013)	0.121(0.012)		
六角形	1"	0.086	0.028(0.002)	0.028(0.003)		0.033(0.003)	0.021(0.003)	0.032(0.003)	0.023	$K_{(1)}, K_1$ の影響値は 3 桁以下
	2"	0.109	0.034(0.003)	0.035(0.004)		0.042(0.004)	0.026(0.004)	0.040(0.004)	0.029	
	5"	0.175	0.055(0.005)	0.056(0.006)		0.067(0.006)	0.029(0.008)	0.042(0.007)	0.046	
	10"	0.288	0.089(0.008)	0.091(0.011)		0.008(0.010)	0.047(0.013)	0.068(0.011)	0.104(0.011)	

第2表、その3 単列三角網（影響値の有効桁数2桁限度の場合、但し括弧内は影響値の有効桁数3桁限度の場合

角 の 種類	K	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₁₀	K ₁₁	K ₁₂	K ₁₃	K ₁₄	K ₁₅	備 考	
三角 の 種類	1	0.096	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	K ₁₀ , K ₁₁ の 影響値 は3桁以下	
三角 の 種類	2	0.121	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
三角 の 種類	5	0.193	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
三角 の 種類	10	0.313	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
4 箇の三角網より成る単列三角網の影響値を3桁以下																		
五角 の 種類	1	0.062 (0.006)	0.078 (0.007)	0.146														K ₁₃ , K ₁₄ の 影響値は 3桁以下
五角 の 種類	2	0.065 (0.008)	0.098 (0.009)	0.182														
五角 の 種類	5	0.107 (0.012)	0.156 (0.014)	0.291														
五角 の 種類	10	0.163 (0.020)	0.235 (0.023)	0.443														
六角 の 種類	1	0.042 (0.008)	0.112 (0.008)	0.095 (0.008)														
六角 の 種類	2	0.073 (0.009)	0.097 (0.010)	0.119 (0.010)														
六角 の 種類	5	0.117 (0.015)	0.123 (0.015)	0.190 (0.016)														
六角 の 種類	10	0.188 (0.024)	0.200 (0.023)	0.309 (0.025)														
七角 の 種類	1	0.064 (0.006)	0.085 (0.012)	0.096 (0.012)														
七角 の 種類	2	0.088 (0.007)	0.081 (0.015)	0.122 (0.015)														
七角 の 種類	5	0.126 (0.012)	0.130 (0.024)	0.200 (0.024)														
七角 の 種類	10	0.209 (0.019)	0.212 (0.038)	0.271 (0.039)														
八角 の 種類	1	0.066 (0.007)	0.085 (0.007)	0.125 (0.009)														
八角 の 種類	2	0.076 (0.008)	0.082 (0.008)	0.137 (0.011)														
八角 の 種類	5	0.121 (0.013)	0.131 (0.013)	0.250 (0.019)														
八角 の 種類	10	0.197 (0.021)	0.212 (0.022)	0.297 (0.023)														
九角 の 種類	1	0.062 (0.006)	0.085 (0.007)	0.103 (0.011)														
九角 の 種類	2	0.078 (0.007)	0.082 (0.007)	0.129 (0.010)														
九角 の 種類	5	0.125 (0.012)	0.131 (0.014)	0.206 (0.022)														
九角 の 種類	10	0.202 (0.020)	0.212 (0.022)	0.304 (0.023)														
十角 の 種類	1	0.064 (0.007)	0.089 (0.007)	0.105 (0.012)														
十角 の 種類	2	0.079 (0.009)	0.086 (0.009)	0.131 (0.011)														
十角 の 種類	5	0.127 (0.014)	0.137 (0.014)	0.210 (0.023)														
十角 の 種類	10	0.204 (0.022)	0.222 (0.023)	0.342 (0.027)														

〔2〕 調整値に及ぼす影響

1) 有心閉多角形

前記のように補正値を求める式は

内角で辺等式に関係のない角は $V_{3m} = K_{(0)} + K_m$

＊ 辺等式に関係する角の内

未知辺の対角は

$$V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{3m-2} K_s$$

既知辺の対角は

$$V_{3m-1} = K_{(m)} + K_m - d_{3m-1} K_s$$

外角は

$$V_{(m)} = K_{(m)}$$

此の場合 $K_{(0)}$ 及び K_s は前記のように影響値に無関係であるから

辺等角に関係のない角の補正値に対する影響は K_m に対する影響と等しく、又辺等式に関係する式の補正値は K_m と $K_{(m)}$ に対する影響の和となり、外角の補正値に対する影響は $K_{(m)}$ に対する影響と等しい。

例、有心閉五角形（註 紙数の都合により五角形だけを例記し、他は省略する）

第 4 表

影響値の有効数字の桁数の変化が補正値に及ぼす影響

種	三 角 形 (m)					
	有効数字 2 桁限度の場合					
	別	V_{3m} の誤差	V_{3m-2} の誤差	V_{3m-1} の誤差	w の誤差	
1"	D	3	0.04"	0.09"	0.09"	0.22"
		2	0.05	0.07	0.07	0.17
		1.5	0.03	0.05	0.05	0.13
		1	0.02	0.04	0.04	0.10
		0.5	0.02	0.03	0.03	0.08
2"	D	3	0.06	0.11	0.11	0.28
		2	0.04	0.09	0.09	0.22
		1.5	0.04	0.08	0.08	0.20
		1	0.03	0.07	0.07	0.17
		0.5	0.03	0.05	0.05	0.13
w	D	3	0.09	0.17	0.17	0.43
		2	0.08	0.15	0.15	0.38
		1.5	0.07	0.14	0.14	0.35
		1	0.07	0.13	0.13	0.33
		0.5	0.05	0.12	0.12	0.30
10"	D	3	0.14	0.28	0.28	0.70
		2	0.13	0.26	0.26	0.65
		1.5	0.13	0.25	0.25	0.63
		1	0.12	0.24	0.24	0.60
		0.5	0.12	0.23	0.23	0.58

2) 有心開多角形

此の三角網の補正値を求める式も有心閉多角形と同じであるが、此の場合の $K_{(0)}$ は影響値を基礎にしているため、辺等式に関係のない角の補正値（即ち V_{3m} ）に対する影響は $K_{(0)}$ 及び K_m に対する影響の和になる。

例、有心開四角形（註 紙数の都合により四角形だけを例記し、他は省略する）

第5表,その1.
影響値の有効数字の桁数の変化が補正值に及ぼす影響

種	三 角 形 ①									
	別	有効数字2桁限度の場合				有効数字3桁限度の場合				
		V_1 の誤差	V_2 の誤差	V_3 の誤差	w_1 の誤差	V_1 の誤差	V_2 の誤差	V_3 の誤差	w_1 の誤差	
w	1"	3	0.05"	0.11"	0.13"	0.29"	0.01"	0.01"	0"	0.02"
		2	0.04	0.09	0.10	0.23	0	0.01	0	0.01
		D 1.5	0.03	0.07	0.08	0.18	0	0.01	0	0.01
		1	0.03	0.06	0.07	0.16	0	0	0	0
	0.5	0.02	0.04	0.05	0.11	0	0	0	0	
	2"	3	0.06	0.14	0.16	0.36	0.01	0.01	0	0.02
		2	0.05	0.11	0.13	0.29	0.01	0.01	0	0.02
		D 1.5	0.04	0.10	0.12	0.26	0	0.01	0	0.01
		1	0.04	0.09	0.10	0.23	0	0.01	0	0.01
	0.5	0.03	0.07	0.08	0.18	0	0.01	0	0.01	
	5"	3	0.10	0.23	0.27	0.60	0.01	0.02	0.01	0.04
		2	0.09	0.20	0.23	0.52	0.01	0.01	0.01	0.03
D 1.5		0.08	0.18	0.22	0.48	0.01	0.01	0.01	0.03	
1		0.07	0.17	0.20	0.44	0.01	0.01	0.01	0.03	
0.5	0.06	0.16	0.19	0.42	0.01	0.01	0.01	0.03		
10"	3	0.16	0.37	0.44	0.97	0.02	0.03	0.01	0.06	
	2	0.15	0.34	0.40	0.89	0.01	0.02	0.01	0.04	
	D 1.5	0.14	0.33	0.39	0.86	0.01	0.02	0.01	0.04	
	1	0.14	0.31	0.37	0.82	0.01	0.02	0.01	0.04	
0.5	0.13	0.30	0.35	0.79	0.01	0.02	0.01	0.04		

第5表,その2.
影響値の有効数字の桁数の変化が補正值に及ぼす影響

種	三 角 形 ②									
	別	有効数字2桁限度の場合				有効数字3桁限度の場合				
		V_4 の誤差	V_5 の誤差	V_6 の誤差	w_2 の誤差	V_4 の誤差	V_5 の誤差	V_6 の誤差	w_2 の誤差	
w	1"	3	0.16"	0.08"	0.17"	0.41	0.01"	0.01"	0.01"	0.03"
		2	0.12	0.06	0.14	0.32	0.01	0	0.01	0.02
		D 1.5	0.10	0.05	0.11	0.26	0.01	0	0.01	0.02
		1	0.03	0.04	0.09	0.21	0.01	0	0	0.01
	0.5	0.06	0.03	0.07	0.16	0.01	0	0	0.01	
	2"	3	0.19	0.10	0.22	0.51	0.02	0.01	0.01	0.04
		2	0.16	0.08	0.17	0.41	0.01	0.01	0.01	0.03
		D 1.5	0.14	0.07	0.15	0.35	0.01	0	0.01	0.02
		1	0.12	0.06	0.13	0.31	0.01	0	0.01	0.02
	0.5	0.10	0.05	0.11	0.26	0.01	0	0.01	0.02	
	5"	3	0.33	0.18	0.37	0.88	0.03	0.01	0.02	0.06
		2	0.29	0.16	0.33	0.78	0.02	0.01	0.02	0.05
D 1.5		0.27	0.15	0.30	0.72	0.02	0.01	0.02	0.05	
1		0.25	0.14	0.28	0.67	0.02	0.01	0.01	0.04	
0.5	0.23	0.13	0.26	0.62	0.02	0.01	0.01	0.04		
10"	3	0.50	0.27	0.57	1.34	0.04	0.02	0.03	0.09	
	2	0.46	0.25	0.53	1.24	0.04	0.01	0.03	0.08	
	D 1.5	0.45	0.24	0.51	1.20	0.04	0.01	0.03	0.08	
	1	0.43	0.23	0.49	1.15	0.03	0.01	0.03	0.07	
0.5	0.41	0.22	0.47	1.10	0.03	0.01	0.02	0.06		

3) 単列三角網

此の三角網の補正值を求める式は次のようになる。

内角で辺等式に関係のない角 $V_{3m} = \bar{K}_{(m+1)} + \bar{K}_m$

〃 辺等式に関係する角の内

未知辺の対角 $V_{3m-2} = K_{(m)} + K_m + d_{m-2}K_s$ (有心多角形と同じ)

既知辺の対角 $V_{3n} = K_{(m+2)} + K_m - d_{3n-1}K_s$

外角 $V_{(m)} = K_{(m)}$ (有心多角形と同じ)

例. 5箇の三角形より成る単列三角網 (註紙数の都合により他は省略する)

第6表, その1.
影響値の有効数字の桁数の変化が補正值に及ぼす影響

種	三 角 形 ①									
	別	有効数字2桁限度の場合				有効数字3桁限度の場合				
		V_1 の 誤差	V_2 の 誤差	V_3 の 誤差	w_1 の 誤差	V_1 の 誤差	V_2 の 誤差	V_3 の 誤差	w_1 の 誤差	
w	1"	3	0.09"	0.16"	0.14"	0.39"	0.01"	0.02"	0.02"	0.05"
		2	0.07	0.12	0.10	0.29	0.01	0.01	0.01	0.03
		D 1.5	0.06	0.10	0.09	0.25	0	0.01	0.01	0.03
		1	0.05	0.08	0.07	0.20	0	0.01	0.01	0.02
	2"	3	0.11	0.20	0.17	0.48	0.02	0.02	0.02	0.06
		2	0.09	0.16	0.14	0.39	0.01	0.02	0.02	0.05
		D 1.5	0.08	0.14	0.12	0.34	0.01	0.01	0.01	0.03
		1	0.07	0.12	0.10	0.29	0.01	0.01	0.01	0.03
	5"	3	0.18	0.32	0.27	0.77	0.02	0.03	0.03	0.08
		2	0.16	0.28	0.24	0.68	0.02	0.03	0.03	0.08
		D 1.5	0.15	0.26	0.22	0.63	0.02	0.03	0.03	0.08
		1	0.13	0.24	0.20	0.57	0.02	0.02	0.02	0.06
10"	3	0.29	0.52	0.44	1.25	0.04	0.05	0.05	0.14	
	2	0.27	0.48	0.41	1.16	0.03	0.05	0.05	0.13	
	D 1.5	0.26	0.46	0.39	1.11	0.03	0.04	0.05	0.12	
	1	0.25	0.44	0.38	1.07	0.03	0.04	0.04	0.11	
		0.5	0.24	0.42	0.36	1.02	0.03	0.04	0.11	

第 6 表, その 2.
影響値の有効数字の桁数の変化が補正值に及ぼす影響

種 別	三 角 形 ②								
	有効数字2桁限度の場合				有効数字3桁限度の場合				
	V_4 の 誤差	V_5 の 誤差	V_6 の 誤差	w_2 の 誤差	V_4 の 誤差	V_5 の 誤差	V_6 の 誤差	w_2 の 誤差	
1''	3	0.19''	0.15''	0.16''	0.50''	0.02''	0.01''	0.01''	0.04''
	2	0.14	0.11	0.12	0.37	0.01	0.01	0.01	0.03
	D1.5	0.12	0.09	0.10	0.31	0.01	0.01	0.01	0.03
	1	0.09	0.07	0.08	0.24	0.01	0	0.01	0.02
2''	3	0.23	0.19	0.20	0.62	0.02	0.01	0.01	0.04
	2	0.19	0.15	0.16	0.50	0.02	0.01	0.01	0.04
	D1.5	0.16	0.13	0.14	0.43	0.02	0.01	0.01	0.04
	1	0.14	0.11	0.12	0.37	0.01	0.01	0.01	0.03
5''	3	0.37	0.30	0.33	1.00	0.03	0.01	0.02	0.06
	2	0.33	0.26	0.29	0.88	0.03	0.01	0.02	0.06
	D1.5	0.30	0.24	0.27	0.81	0.03	0.01	0.02	0.06
	1	0.28	0.22	0.24	0.74	0.03	0.01	0.02	0.06
10''	3	0.60	0.48	0.53	1.61	0.06	0.02	0.03	0.11
	2	0.56	0.44	0.49	1.49	0.05	0.02	0.03	0.10
	D1.5	0.54	0.42	0.47	1.43	0.05	0.02	0.03	0.10
	1	0.51	0.41	0.45	1.37	0.05	0.02	0.03	0.10

第 6 表, その 3.
影響値の有効数字の桁数の変化が補正值に及ぼす影響

種 別	三 角 形 ③								
	有効数字2桁限度の場合				有効数字3桁限度の場合				
	V_7 の 誤差	V_8 の 誤差	V_9 の 誤差	w_3 の 誤差	V_7 の 誤差	V_8 の 誤差	V_9 の 誤差	w_3 の 誤差	
1''	3	0.23''	0.23''	0.22''	0.68''	0.01''	0.01''	0	0.02''
	2	0.17	0.17	0.16	0.50	0.01	0.01	0	0.02
	D1.5	0.14	0.14	0.13	0.41	0.01	0.01	0	0.02
	1	0.12	0.12	0.11	0.35	0.01	0.01	0	0.02
2''	3	0.29	0.29	0.27	0.85	0.01	0.01	0	0.02
	2	0.23	0.23	0.22	0.68	0.01	0.01	0	0.02
	D1.5	0.20	0.20	0.19	0.59	0.01	0.01	0	0.02
	1	0.17	0.17	0.16	0.50	0.01	0.01	0	0.02
5''	3	0.46	0.46	0.43	1.35	0.02	0.02	0	0.04
	2	0.40	0.40	0.38	1.18	0.02	0.02	0	0.04
	D1.5	0.38	0.38	0.35	1.11	0.02	0.02	0	0.04
	1	0.35	0.35	0.32	1.02	0.02	0.02	0	0.04
10''	3	0.75	0.75	0.70	2.20	0.03	0.03	0	0.06
	2	0.69	0.69	0.64	2.02	0.03	0.03	0	0.06
	D1.5	0.66	0.66	0.62	1.94	0.03	0.03	0	0.06
	1	0.63	0.63	0.59	1.85	0.03	0.03	0	0.06

4) まとめ

有心閉多角形, 有心開多角形及び単列三角網の内, 普通の三角測量に用いられる程度のもので3桁以上の影響値を有するものに対し, 観測角の三角形閉合誤差が1''~10'', Dが0.5~3.0

の範囲内で、前例のようにして、その有効数字の桁数を制限した場合を検討した結果、⁷ 補正値に及ぼす影響の最大は、

影響値の有効数字を2桁に制限した場合は、閉多角形（^註閉五角形ないし閉七角形の範囲）では0.29″、開多角形（^註開三角形ないし開六角形の範囲）では0.57″、単列三角網（^註3箇ないし10箇の三角形より成る三角網の範囲）では0.75″となり、影響値の有効数字を3桁に制限した場合は、閉多角形は3桁以下のために影響を及ぼさないが、開多角形では0.04″、単列三角網では0.07″になる。又影響の大きい $D=3.0$ の場合に、調整値の三角形閉合誤差に及ぼす影響を求めると、第7表その1ないしその3のようになる。即ち之によれば、影響値の有効数字を2桁に制限した場合に影響の最大は、閉多角形では0.72″、開多角形では1.34″、単列三角網では2.20″となり、影響値の有効数字を3桁に制限すれば、閉多角形には影響はないが、開多角形には0.09″、単列三角網には0.20″の影響を及ぼす。しかし、之等は影響の最も大きいと思われる場合を推定したもので、通常 D は3.0より小さい事が多く、且つ影響値と之に乗ずる因子の符号が正負交錯して互に消し合う傾向になるから、影響は之より小さい事になる。例えば前記の計算例、その1、その3及びその4⁸ に対して、影響値の有効数字の桁数を制限した場合を計算しその結果を第8表、その1ないしその3に、比較表示すると、

影響値の有効数字を2桁に制限した場合には、有心閉六角形（第8表、その1）では調整値の三角形閉合誤差 w の最大は0.14″で、計算値最大（第7表、その1）の約1/5、有心開五角形（第8表、その2）では調整値の w の最大は0.36″で、計算値最大（第7表、その2）の約1/4、単列三角網（但し6箇の三角形より成るもの、第8表その3）では調整値の w の最大は0.71″で計算値の最大（第7表その3）の約1/3、

影響値の有効数字を3桁に制限した場合は、有心閉六角形には影響がなく、有心開五角形では調整値の w の最大は0.07″で計算値最大の約2/3、単列三角網では調整値の w の最大は0.06″で計算値最大の約1/3となる。従つて実際的には、調整値の三角形閉合誤差を1秒以下に収める目的には、たとえ観測値の w が10秒以上の場合でも、影響値の有効数字を2桁に制限しても差支えなく、若し影響値の有効数字を3桁までとれば、調整値の三角形閉合誤差を0.1秒以下に収める事が出来ると推定される。

影響値の有効数字の変化が調整値の三角形閉合誤差に及ぼす影響
($D=3.0$ の場合)
第7表、その1. 有心開多角形（影響値の有効数字2桁限度の場合）

三角網 w	閉五角形	閉六角形	閉七角形	備 考
1″	0.22″	0.20″	0.15″	影響値はすべて 3桁以下
2″	0.28	0.28	0.18	
5″	0.43	0.45	0.28	
10″	0.70	0.72″	0.45	

7 この数値計算表は、前記のように紙数の都合上、有心閉多角形は五角形だけ、有心開多角形は四角形だけ、単列三角網は5箇の三角形から成るものだけ、を記載し他は省略した。

8 本文 P. 38, P. 50, P. 58。

第7表, その2.

有心開多角形 (影響値の有効数字2桁限度の場合、
但し括弧内は有効数字3桁限度の場合)

三角網	三角形	w	①	②	③
開三角形	1"	1"	0.19"	0.13"	
	2	2	0.25	0.17	
	5	5	0.41	0.28	
	10	10	0.64	0.43	
開四角形	1	1	0.29(0.02)	0.41(0.03)	
	2	2	0.36(0.02)	0.51(0.04)	
	5	5	0.60(0.04)	0.88(0.05)	
	10	10	0.97(0.05)	1.34(0.09)	
開五角形	1	1	0.14(0.02)	0.22(0.01)	0.11"(0.01)
	2	2	0.18(0.03)	0.27(0.02)	0.14(0.02)
	5	5	0.28(0.04)	0.43(0.02)	0.23(0.02)
	10	10	0.46(0.07)	0.71(0.04)	0.36(0.04)
開六角形	1	1	0.13(0.02)	0.22(0.02)	0.25(0.01)
	2	2	0.16(0.02)	0.28(0.02)	0.30(0.01)
	5	5	0.23(0.03)	0.45(0.03)	0.48(0.03)
	10	10	0.44(0.05)	0.74(0.05)	0.78(0.04)

第7表 その3.

単列三角網 (影響値の有効数字2桁限度の場合、
但し括弧内は有効数字3桁限度の場合)

三角網	三角形	w	①	②	③	④	⑤
三角なる 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.44"	0.18"			
	2"	2"	0.55	0.24			
	5"	5"	0.87	0.36			
	10"	10"	1.42"	0.60			
四箇の三角形より成る単列三角網の影響値は2桁以下							
五角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.39(0.05)	0.50(0.04)	0.68"(0.02)		
	2"	2"	0.48(0.06)	0.62(0.04)	0.85(0.02)		
	5"	5"	0.77(0.08)	1.00(0.06)	1.35(0.04)		
	10"	10"	1.25(0.14)	1.61(0.11)	2.20(0.06)		
六角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.44(0.04)	0.49(0.05)	0.57(0.06)		
	2"	2"	0.56(0.06)	0.61(0.06)	0.72(0.06)		
	5"	5"	0.89(0.08)	0.97(0.08)	1.14(0.09)		
	10"	10"	1.36(0.13)	1.57(0.14)	1.86(0.15)		
七角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.46(0.03)	0.52(0.06)	0.57(0.06)	0.50"(0.03)	
	2"	2"	0.57(0.06)	0.63(0.07)	0.73(0.07)	0.63(0.05)	
	5"	5"	0.90(0.09)	1.00(0.12)	1.14(0.11)	0.99(0.08)	
	10"	10"	1.47(0.12)	1.63(0.19)	1.86(0.19)	1.62(0.11)	
八角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.39(0.05)	0.43(0.06)	0.61(0.06)	0.45(0.06)	
	2"	2"	0.48(0.06)	0.56(0.06)	0.78(0.06)	0.56(0.06)	
	5"	5"	0.77(0.09)	0.88(0.09)	1.24(0.12)	0.88(0.12)	
	10"	10"	1.25(0.14)	1.43(0.16)	2.00(0.28)	1.44(0.20)	
九角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.44(0.05)	0.49(0.06)	0.54(0.06)	0.43(0.05)	0.45"(0.06)
	2"	2"	0.55(0.06)	0.61(0.06)	0.67(0.09)	0.54(0.06)	0.55(0.08)
	5"	5"	0.87(0.09)	0.97(0.10)	1.07(0.12)	0.87(0.10)	0.90(0.12)
	10"	10"	1.42(0.14)	1.59(0.17)	1.73(0.20)	1.40(0.17)	1.41(0.20)
三角成 筒形る のよも 三りの	1"	1"	0.45(0.05)	0.51(0.06)	0.54(0.06)	0.47(0.04)	0.45(0.06)
	2"	2"	0.56(0.06)	0.63(0.06)	0.67(0.08)	0.58(0.06)	0.55(0.06)
	5"	5"	0.90(0.09)	1.00(0.09)	1.08(0.12)	0.94(0.09)	0.89(0.09)
	10"	10"	1.46(0.15)	1.63(0.16)	1.76(0.20)	1.52(0.15)	1.44(0.15)

第8表, その1 影響値の有効桁数の変化と調整値との関係 (有心閉六角形に対する一例)

観 測 値	(2)			(3)		
	コリレート	補正值	調 整 値	コリレート	補正值	調 整 値
$l_1=66^{\circ}-44'-31.7''$ $l_2=47^{\circ}-17'-6.8''$ $l_3=65^{\circ}-58'-26.8''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $w_1=+5.3''$	$K_1=-8.351$	-1.47" -3.11" -0.72"	$66^{\circ}-44'-30.28''$ $47^{\circ}-17'-3.69''$ $65^{\circ}-58'-26.08''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_1=-8.536$	-1.65" -2.73" -0.71"	$66^{\circ}-44'-30.05''$ $47^{\circ}-17'-3.35''$ $65^{\circ}-58'-26.09''$ $179^{\circ}-59'-59.79''$ $w_1=-0.21''$
$l_4=50^{\circ}-57'-34''$ $l_5=58^{\circ}-26'-16.4''$ $l_6=70^{\circ}-36'-17.5''$ $180^{\circ}-0'-7.9''$ $w_2=+7.9''$	$K_2=-6.961$	-6.69" -1.88" +0.67"	$50^{\circ}-57'-29.31''$ $58^{\circ}-26'-14.52''$ $70^{\circ}-36'-18.17''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_2=-6.941$	-6.89" -1.85" +0.70"	$50^{\circ}-57'-29.11''$ $58^{\circ}-26'-14.55''$ $70^{\circ}-36'-18.20''$ $179^{\circ}-59'-59.86''$ $w_2=-0.14''$
$l_7=65^{\circ}-36'-12.8''$ $l_8=52^{\circ}-55'-19.0''$ $l_9=61^{\circ}-28'-37.5''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $w_3=+9.7''$	$K_3=-8.555$	-6.54" -1.84" -0.92"	$65^{\circ}-36'-6.26''$ $52^{\circ}-55'-17.16''$ $61^{\circ}-28'-36.58''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_3=-8.550$	-6.69" -1.69" -0.88"	$65^{\circ}-36'-6.11''$ $52^{\circ}-55'-17.31''$ $61^{\circ}-28'-36.62''$ $180^{\circ}-0'-0.04''$ $w_3=+0.04''$
$l_{10}=57^{\circ}-17'-50.4''$ $l_{11}=58^{\circ}-35'-18.7''$ $l_{12}=64^{\circ}-6'-42.1''$ $179^{\circ}-59'-50.5''$ $w_4=-9.5''$	$K_4=-2.318$	+0.79" +3.80" +5.31"	$57^{\circ}-17'-51.09''$ $58^{\circ}-35'-14.50''$ $64^{\circ}-6'-54.41''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_4=-2.295$	+0.26" +3.96" +5.37"	$57^{\circ}-17'-50.96''$ $58^{\circ}-35'-14.66''$ $64^{\circ}-6'-54.47''$ $180^{\circ}-0'-0.04''$ $w_4=+0.09''$
$l_{13}=75^{\circ}-24'-46.2''$ $l_{14}=57^{\circ}-42'-33.7''$ $l_{15}=46^{\circ}-52'-38.0''$ $179^{\circ}-59'-56.9''$ $w_5=-3.1''$	$K_5=-4.374$	-0.76" +2.60" +3.26"	$75^{\circ}-24'-45.44''$ $57^{\circ}-42'-32.30''$ $46^{\circ}-52'-41.26''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_5=-4.454$	-0.88" +2.67" +3.22"	$75^{\circ}-24'-45.32''$ $57^{\circ}-42'-32.57''$ $46^{\circ}-52'-41.22''$ $179^{\circ}-59'-57.91''$ $w_5=-0.99''$
$l_{16}=42^{\circ}-48'-9.2''$ $l_{17}=38^{\circ}-14'-55.2''$ $l_{18}=50^{\circ}-57'-35.5''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $w_6=+9.9''$ $w_7=-6.6''$	$K_6=-8.624$	-3.56" -2.84" -1.00"	$42^{\circ}-48'-0.64''$ $38^{\circ}-14'-55.86''$ $50^{\circ}-57'-35.50''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_6=-8.536$	-8.69" -0.28" -0.85"	$42^{\circ}-48'-0.51''$ $38^{\circ}-14'-55.82''$ $50^{\circ}-57'-36.5''$ $180^{\circ}-0'-0.06''$ $w_6=+0.06''$ $w_7=+0.23''$
$l_{19}=207^{\circ}-0'-25.8''$ $w_8=-6.3''$	$K_8=+0.110$	+0.11"	$207^{\circ}-0'-32.91''$ $w_8=0$	$K_8=+0.053$	+0.05"	$207^{\circ}-0'-33.85''$ $w_8=-0.18''$
$l_{20}=261^{\circ}-45'-26.4''$ $w_9=+7.2''$	$K_9=+2.599$	+2.60"	$261^{\circ}-45'-29.00''$ $w_9=0$	$K_9=+2.579$	+2.58"	$261^{\circ}-45'-28.98''$ $w_9=+0.06''$
$l_{21}=235^{\circ}-57'-36.9''$ $w_{10}=+5.1''$	$K_{10}=+3.319$	+3.32"	$235^{\circ}-57'-39.22''$ $w_{10}=0$	$K_{10}=+3.258$	+3.25"	$235^{\circ}-57'-39.16''$ $w_{10}=+0.18''$
$l_{22}=249^{\circ}-46'-49.2''$ $w_{11}=-3.1''$	$K_{11}=+4.549$	+4.55"	$249^{\circ}-46'-51.75''$ $w_{11}=0$	$K_{11}=+4.531$	+4.53"	$249^{\circ}-46'-51.73''$ $w_{11}=0$
$l_{23}=225^{\circ}-59'-55.7''$ $w_{12}=-7.4''$	$K_{12}=+4.361$	+4.36"	$225^{\circ}-0'-0.06''$ $w_{12}=0$	$K_{12}=+4.370$	+4.37"	$225^{\circ}-0'-0.07''$ $w_{12}=+0.05''$
$l_{24}=259^{\circ}-29'-22.7''$ $w_{13}=+6.8''$	$K_{13}=+3.165$	+3.16"	$259^{\circ}-29'-26.06''$ $w_{13}=0$	$K_{13}=+3.175$	+3.18"	$259^{\circ}-29'-26.08''$ $w_{13}=+0.04''$

備考 (1), (2)は計算例, (3)の調整率

第8表, その2 影響値の有効桁数の変化と調整値との関係 (有心開五角形に対する一例)

観測値 s	(1)			(2)			(3)			(4)		
	コレート	補正值	調整値	コレート	補正值	調整値	コレート	補正值	調整値	コレート	補正值	調整値
$s_1=66-44-31.7''$ $s_2=47-17-6.8''$ $s_3=65-58-26.8''$ $180-0-0$ $w_1=+5.3''$	$K_1=-8.211$	-0.04	$66-44-31.65''$	$K_2=-8.083$	+0.75	$66-44-31.93''$	$K_3=-8.214$	-0.12	$66-44-31.58''$			
$s_4=50-57-34.0''$ $s_5=58-26-16.4''$ $s_6=70-36-13.7''$ $180-0-0$ $w_1=+7.7''$	$K_4=-6.932$	+0.47	$50-57-34.47''$	$K_5=-7.088$	+0.88	$50-57-34.58''$	$K_6=-6.970$	+0.44	$50-57-34.46''$			
$s_7=65-36-18.8''$ $s_8=52-55-18.0''$ $s_9=61-28-57.5''$ $180-0-0$ $w_3=+8.3''$	$K_7=-6.197$	-2.18	$65-36-19.02''$	$K_8=-4.124$	-1.78	$65-36-11.02''$	$K_9=-4.176$	-2.17	$65-36-18.53''$			
$s_{10}=57-17-58.7''$ $s_{11}=58-35-18.7''$ $s_{12}=64-6-56.9''$ $179-59-59.5''$ $w_4=-8.5''$	$K_{10}=+4.636$	+2.28	$57-17-58.98''$	$K_{11}=+4.615$	+2.66	$57-17-53.32''$	$K_{12}=+4.655$	+2.30	$57-17-53.08''$			
$s_{13}=75-24-46.2''$ $s_{14}=57-42-31.7''$ $s_{15}=46-52-46.3''$ $179-59-59.9''$ $w_5=-3.1''$	$K_{13}=+3.303$	-2.14	$75-24-44.06''$	$K_{14}=+3.291$	-1.92	$75-24-44.28''$	$K_{15}=+3.299$	-2.15	$75-24-46.05''$			
$s_{16}=58-57-4.5''$ $w_6=+6.6''$	$K_{16}=+3.000$	+3.00	$58-57-7.50''$	$K_{17}=+2.980$	+2.98	$58-57-7.48''$	$K_{18}=+3.000$	+3.00	$58-57-7.50''$			
$s_{19}=295-15-28.0''$ $w_7=28.3''$	$K_{19}=+8.351$	+8.35	$295-15-28.35''$	$K_{20}=+8.116$	+8.12	$295-15-28.12''$	$K_{21}=+8.263$	+8.26	$295-15-28.26''$			
$s_{22}=261-45-11.0''$ $w_8=8.2''$	$K_{22}=+7.767$	+7.77	$261-45-18.77''$	$K_{23}=+7.750$	+7.75	$261-45-18.94''$	$K_{24}=+7.768$	+7.77	$261-45-18.77''$			
$s_{25}=235-57-36.2''$ $w_9=+3.3''$	$K_{25}=+2.219$	+2.22	$235-57-37.42''$	$K_{26}=+2.223$	+2.22	$235-57-37.42''$	$K_{27}=+2.224$	+2.22	$235-57-37.42''$			
$s_{28}=249-46-56.0''$ $w_{10}=+5.7''$	$K_{28}=2.063$	-2.06	$249-46-57.94''$	$K_{29}=2.069$	-2.07	$249-46-53.93''$	$K_{30}=2.064$	-2.06	$249-46-53.94''$			
$s_{31}=226-0-5.6''$ $w_{11}=+7.7''$	$K_{31}=5.336$	-5.34	$226-0-5.56''$	$K_{32}=5.282$	-5.28	$226-0-5.72''$	$K_{33}=5.353$	-5.35	$226-0-5.67''$			
$s_{34}=302-17-28.76''$ $w_{12}=+5.7''$	$K_{34}=4.441$	-4.44	$302-17-28.76''$	$K_{35}=4.437$	-4.44	$302-17-28.56''$	$K_{36}=4.423$	-4.42	$302-17-28.98''$			

備考 (1), (2)は計算例, (3)は抜萃

第5表, その3 影響値の有効桁数の変化と調整値との関係(6箇の三角形より成る単列三角網に対する一例)

観測値 l	(1) 影響値を用いた場合		(2) 影響値の有効桁数の制限の場合		(3) 影響値の有効桁数の制限の場合				
	コレート	補正値調整値	コレート	補正値調整値	コレート	補正値調整値			
$l_1=67^{\circ}-35'-43''$ $l_2=67^{\circ}-21'-7''$ $l_3=45^{\circ}-3'-15''$ $180^{\circ}-0'-5''$ $u_1=+5''$	$K_1=-70.22$	$+0.52$ -1.26 -4.26	$67^{\circ}-35'-43.52''$ $67^{\circ}-21'-5.74''$ $45^{\circ}-3'-15.94''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_1=-70.31$	$+0.53$ -1.13 -4.13	$67^{\circ}-35'-42.53''$ $67^{\circ}-21'-5.57''$ $45^{\circ}-3'-15.87''$ $180^{\circ}-0'-0.32''$ $u_1=+0.32''$	$K_1=-70.02$	$+0.80$ -1.25 -4.27	$67^{\circ}-35'-43.30''$ $67^{\circ}-21'-5.75''$ $45^{\circ}-3'-15.97''$ $179^{\circ}-59'-59.70''$ $u_1=-2.02''$
$l_1=61^{\circ}-36'-10''$ $l_2=48^{\circ}-38'-10''$ $l_3=69^{\circ}-45'-52''$ $180^{\circ}-0'-12''$ $u_2=+12''$	$K_2=-7.632$	-3.49 -7.72 -0.79	$61^{\circ}-36'-6.51''$ $48^{\circ}-38'-22.8''$ $69^{\circ}-45'-51.21''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_2=-7.026$	-3.61 -7.70 -0.91	$61^{\circ}-36'-6.37''$ $48^{\circ}-38'-23.0''$ $69^{\circ}-45'-51.09''$ $179^{\circ}-59'-57.78''$ $u_2=-0.22''$	$K_2=-7.633$	-3.49 -7.72 -0.79	$61^{\circ}-36'-6.51''$ $48^{\circ}-38'-22.2''$ $69^{\circ}-45'-51.21''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $u_2=0$
$l_1=50^{\circ}-29'-3''$ $l_2=65^{\circ}-41'-17''$ $l_3=62^{\circ}-49'-30''$ $179^{\circ}-59'-58''$ $u_3=-10''$	$K_3=+1.237$	$+0.21$ -3.65 $+3.44$	$50^{\circ}-29'-13.21''$ $65^{\circ}-41'-13.34''$ $62^{\circ}-49'-33.44''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_3=+1.164$	$+0.09$ -3.71 -3.21	$50^{\circ}-29'-13.09''$ $65^{\circ}-41'-13.29''$ $62^{\circ}-49'-33.44''$ $179^{\circ}-59'-57.82''$ $u_3=-6.18''$	$K_3=+1.267$	$+0.23$ -3.63 $+3.44$	$50^{\circ}-29'-13.23''$ $65^{\circ}-41'-13.37''$ $62^{\circ}-49'-33.44''$ $180^{\circ}-0'-0.04''$ $u_3=+0.04''$
$l_1=58^{\circ}-12'-45''$ $l_2=51^{\circ}-2'-0''$ $l_3=70^{\circ}-44'-6''$ $179^{\circ}-59'-53''$ $u_2=-7''$	$K_2=24.370$	$+8.10$ -1.64 $+0.54$	$58^{\circ}-12'-5.10''$ $51^{\circ}-2'-58.76''$ $70^{\circ}-44'-6.54''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_2=24.514$	$+8.30$ -1.28 $+0.69$	$58^{\circ}-12'-5.30''$ $51^{\circ}-2'-58.72''$ $70^{\circ}-44'-6.69''$ $180^{\circ}-0'-0.71''$ $u_2=+0.71''$	$K_2=24.277$	$+8.10$ -1.64 $+0.54$	$58^{\circ}-12'-5.10''$ $51^{\circ}-2'-58.76''$ $70^{\circ}-44'-6.54''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $u_2=0$
$l_1=54^{\circ}-33'-43''$ $l_2=67^{\circ}-39'-0''$ $l_3=57^{\circ}-47'-27''$ $180^{\circ}-0'-0''$ $u_3=+9''$	$K_3=-7.115$	-3.09 -0.91 -5.00	$54^{\circ}-33'-39.91''$ $67^{\circ}-39'-20.9''$ $57^{\circ}-47'-18.00''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_3=-7.035$	-3.15 -0.81 -6.38	$54^{\circ}-33'-39.05''$ $67^{\circ}-39'-20.19''$ $57^{\circ}-47'-18.12''$ $180^{\circ}-0'-0.16''$ $u_3=+0.16''$	$K_3=-7.133$	-3.09 -0.93 -5.02	$54^{\circ}-33'-39.91''$ $67^{\circ}-39'-20.7''$ $57^{\circ}-47'-18.99''$ $179^{\circ}-59'-57.76''$ $u_3=-0.02''$
$l_1=68^{\circ}-35'-17''$ $l_2=43^{\circ}-0'-0''$ $l_3=68^{\circ}-24'-28''$ $179^{\circ}-59'-45''$ $u_2=-7''$	$K_2=15.401$	$+2.52$ $+5.82$ $+6.66$	$68^{\circ}-35'-19.52''$ $43^{\circ}-0'-5.82''$ $68^{\circ}-24'-34.66''$ $180^{\circ}-0'-0''$	$K_2=15.387$	$+2.52$ $+5.77$ $+6.67$	$68^{\circ}-35'-19.52''$ $43^{\circ}-0'-5.77''$ $68^{\circ}-24'-34.67''$ $179^{\circ}-59'-57.72''$ $u_2=-2.28''$	$K_2=15.402$	$+2.52$ $+5.84$ $+6.66$	$68^{\circ}-35'-19.52''$ $43^{\circ}-0'-5.82''$ $68^{\circ}-24'-34.66''$ $180^{\circ}-0'-0.02''$ $u_2=+0.02''$
$l_1=29^{\circ}-24'-10''$ $u_1=-7''$	$K_1=16.479$	$+6.18$	$29^{\circ}-24'-16.40''$ $u_1=0$	$K_1=16.609$	$+6.61$	$29^{\circ}-24'-16.61''$ $u_1=+0.19''$	$K_1=16.462$	$+6.46$	$29^{\circ}-24'-16.46''$ $u_1=-0.04''$
$l_1=25^{\circ}-20'-40''$ $u_1=+5''$	$K_1=12.764$	$+2.75$	$25^{\circ}-20'-42.75''$ $u_1=0$	$K_1=12.877$	$+2.90$	$25^{\circ}-20'-42.90''$ $u_1=+0.16''$	$K_1=12.757$	$+2.76$	$25^{\circ}-20'-42.76''$ $u_1=0$
$l_1=72^{\circ}-23'-43''$ $u_1=-5''$	$K_1=16.844$	$+6.84$	$72^{\circ}-23'-49.84''$ $u_1=0$	$K_1=16.976$	$+6.92$	$72^{\circ}-23'-49.92''$ $u_1=+0.08''$	$K_1=16.841$	$+6.84$	$72^{\circ}-23'-49.84''$ $u_1=+0.05''$
$l_1=19^{\circ}-19'-27''$ $u_1=-6''$	$K_1=12.198$	$+2.18$	$19^{\circ}-19'-29.18''$ $u_1=0$	$K_1=12.294$	$+2.27$	$19^{\circ}-19'-29.27''$ $u_1=+0.30''$	$K_1=12.194$	$+2.17$	$19^{\circ}-19'-29.17''$ $u_1=-0.01''$
$l_1=168^{\circ}-1'-4''$ $u_1=+10''$	$K_1=3.797$	-3.80	$168^{\circ}-1'-8.20''$ $u_1=0$	$K_1=3.821$	-3.82	$168^{\circ}-1'-8.81''$ $u_1=+0.01''$	$K_1=3.789$	-3.79	$168^{\circ}-1'-8.21''$ $u_1=10.04''$
$l_1=182^{\circ}-34'-28''$ $u_1=+8''$	$K_1=3.879$	-3.88	$182^{\circ}-34'-24.28''$ $u_1=0$	$K_1=3.827$	-3.83	$182^{\circ}-34'-24.17''$ $u_1=+0.51''$	$K_1=3.871$	-3.87	$182^{\circ}-34'-24.11''$ $u_1=+0.07''$
$l_1=223^{\circ}-56'-22''$ $u_1=-7''$	$K_1=1.254$	$+1.25$	$223^{\circ}-56'-23.25''$ $u_1=0$	$K_1=1.243$	$+1.24$	$223^{\circ}-56'-23.24''$ $u_1=+0.05''$	$K_1=1.263$	$+1.26$	$223^{\circ}-56'-23.26''$ $u_1=+0.01''$
$l_1=316^{\circ}-59'-51''$ $u_1=-9''$	$K_1=12.180$	$+2.18$	$316^{\circ}-59'-54.18''$ $u_1=0$	$K_1=12.991$	$+2.99$	$316^{\circ}-59'-53.99''$ $u_1=+0.21''$	$K_1=12.184$	$+2.18$	$316^{\circ}-59'-54.19''$ $u_1=+0.05''$

備考 (1) (2) の計算例は 40.4 の抜萃

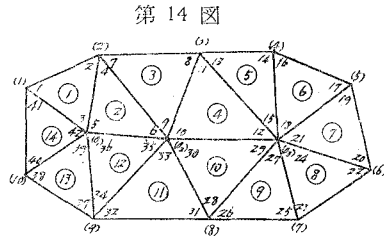
Ⅲ 複合三角網の調整

複合三角網は、之を構成する個々の基本三角網が互に交錯して連続するもの即ち交錯型と、非交錯型及び折衷型とに分けられるが、交錯型に比較し、他の型は調整が容易であるから、茲では交錯型について説明し他は省略する。

〔1〕 点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合

1) 正規方程式

例えば第14図の様な場合に条件方程式は次の様になる。



点方程式 (外周測点及び各中心点に1箇づつ)

(1), $V_{(1)} + V_1 + V_{41} + w_{(1)} = 0$	但し $l_{(1)} + l_1 + l_{41} - 360^\circ = w_{(1)}$	} \dots (21)
(2), $V_{(2)} + V_2 + \sum_{m=2}^3 V_{3m-2} + w_{(2)} = 0$	$l_{(2)} + l_2 + \sum_{m=2}^3 l_{3m-2} - 360^\circ = w_{(2)}$	
(3), $V_{(3)} + \sum_{m=3}^4 V_{3m-1} + V_{13} + w_{(3)} = 0$	$l_{(3)} + \sum_{m=3}^4 l_{3m-1} + l_{13} - 360^\circ = w_{(3)}$	
(4), $V_{(4)} + V_{14} + V_{16} + w_{(4)} = 0$	$l_{(4)} + l_{14} + l_{16} - 360^\circ = w_{(4)}$	
(5), $V_{(5)} + V_{17} + V_1 + w_{(5)} = 0$	$l_{(5)} + l_{17} + l_1 - 360^\circ = w_{(5)}$	
(6), $V_{(6)} + V_{20} + V_{22} + w_{(6)} = 0$	$l_{(6)} + l_{20} + l_{22} - 360^\circ = w_{(6)}$	
(7), $V_{(7)} + V_{23} + V_{25} + w_{(7)} = 0$	$l_{(7)} + l_{23} + l_{25} - 360^\circ = w_{(7)}$	
(8), $V_{(8)} + V_{26} + \sum_{m=11}^{11} V_{3m-2} + w_{(8)} = 0$	$l_{(8)} + l_{26} + \sum_{m=10}^{11} l_{3m-2} - 360^\circ = w_{(8)}$	
(9), $V_{(9)} + V_{32} + \sum_{m=12}^{13} V_{3m-2} + w_{(9)} = 0$	$l_{(9)} + l_{32} + \sum_{m=12}^{13} l_{3m-2} - 360^\circ = w_{(9)}$	
(10), $V_{(10)} + V_{38} + V_{40} + w_{(10)} = 0$	$l_{(10)} + l_{38} + l_{40} - 360^\circ = w_{(10)}$	
(0 ₁), $V_3 + V_5 + \sum_{m=12}^{14} V_{3m} + w_{(0_1)} = 0$	$l_3 + l_5 + \sum_{m=12}^{14} l_{3m} - 360^\circ = w_{(0_1)}$	
(0 ₂), $\sum_{m=2}^3 V_{3m} + V_{10} + \sum_{m=10}^{12} V_{3m} + w_{(0_2)} = 0$	$\sum_{m=2}^3 l_{3m} + l_{10} + \sum_{m=10}^{12} l_{3m} - 360^\circ = w_{(0_2)}$	
(0 ₃), $\sum_{m=4}^9 V_{3m} + V_{20} + w_{(0_3)} = 0$	$\sum_{m=4}^9 l_{3m} + l_{20} - 360^\circ = w_{(0_3)}$	

角方程式, (各三角形に1箇づつ)

$$V_{3m-2} + V_{3m-1} + V_{3m} + w_m = 0, \text{ 但し } l_{3m-2} + l_{3m-1} + l_{3m} - 180^\circ = w_m \quad (m=1, 2, \dots, 14) \dots (22)$$

辺方程式, [(0₁), (0₂), (0₃)] に1箇づつ

$$(S_1), \quad \left(\sum_{m=1}^2 d_{3m-2} V_{3m-2} + d_{35} V_{35} + \sum_{m=13}^{14} d_{3m-2} V_{3m-2} \right) - (d_2 V_2 + d_6 V_6 + d_{34} V_{34})$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=13}^{14} d_{3m-1} V_{3m-1}) + w_{s1} = 0, \text{ 但し } \left(\sum_{m=1}^2 \log \sin l_{3m-2} + \log \sin l_{35} + \sum_{m=13}^{14} \log \sin l_{3m-2} \right) \\
 & - \left(\log \sin l_2 + \log \sin l_6 + \log \sin l_{34} + \sum_{m=13}^{14} \log \sin l_{3m-1} \right) = w_{s1} \\
 (S_2), & \quad \left(d_5 V_5 + d_7 V_7 + d_{11} V_{11} + d_{29} V_{29} + \sum_{m=11}^{12} d_{3m-2} V_{3m-2} \right) - \left(d_4 V_4 + d_8 V_8 + d_{12} V_{12} + d_{28} V_{28} \right. \\
 & \quad \left. + d_{32} V_{32} + d_{36} V_{36} \right) + w_{s2} = 0, \text{ 但し } \left(\log \sin l_5 + \log \sin l_7 + \log \sin l_{11} + \log \sin l_{29} \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{m=11}^{12} \log \sin l_{3m-2} \right) - \left(\log \sin l_4 + \log \sin l_8 + \log \sin l_{12} + \log \sin l_{28} + \log \sin l_{32} \right. \\
 & \quad \left. + \log \sin l_{36} \right) = w_{s2} \\
 (S_3), & \quad \sum_{m=4}^{10} d_{3m-2} V_{3m-2} - \left(\sum_{m=4}^9 d_{3m-1} V_{3m-1} + d_{39} V_{39} \right) + w_{s3} = 0, \text{ 但し } \sum_{m=4}^{10} \log \sin l_{3m-2} \\
 & \quad - \left(\sum_{m=4}^9 \log \sin l_{3m-1} + \log \sin l_{39} \right) = w_{s3}
 \end{aligned}$$

.....(23)

最小二乗法の原理により

$$\begin{aligned}
 W = [V^2] - 2K_{(1)}(V_{(1)} + V_1 + V_{41} + w_{(1)}) - \dots - 2K_{(10)}(V_{10} + V_{38} + V_{40} + w_{(10)}) - 2K_{(01)}(V_3 \\
 + V_5 + \sum_{m=12}^{14} V_{3m} + w_{(01)}) - \dots - 2K_{(03)} \left(\sum_{m=1}^9 V_{3m} + V_{29} + w_{(03)} \right) - 2K_{s1} \left\{ \left(\sum_{m=1}^2 d_{3m-2} V_{3m-2} + d_{35} V_{35} \right. \right. \\
 \left. \left. + \sum_{m=12}^{14} d_{3m-2} V_{3m-2} \right) - (d_2 V_2 + d_6 V_6 + d_{34} V_{34} + \sum_{m=13}^{14} d_{3m-1} V_{3m-1}) + w_{s1} \right\} - \dots \\
 - 2K_{s3} \left\{ \sum_{m=4}^{10} d_{3m-2} V_{3m-2} - \left(\sum_{m=4}^9 d_{3m-1} V_{3m-1} + d_{39} V_{39} \right) + w_{s3} \right\} = \text{最小とするために } \frac{\partial W}{\partial V} = 0
 \end{aligned}$$

より補正值が求められる。

補 正 値

外角, $V_{(m)} = K_{(m)}$ 但し $(m) = (1), (2), \dots, (10),$

内角,

交錯三角形内のもの

$$\begin{aligned}
 V_4 &= K_2 + d_4 K_{s1} - d_4 K_{s2} + K_{(2)} & V_5 &= K_2 + d_5 K_{s2} + K_{(01)} & V_6 &= K_2 - d_6 K_{s1} + K_{(02)} \\
 V_{10} &= K_4 + d_{10} K_{s3} + K_{(02)} & V_{11} &= K_4 + d_{11} K_{s3} - d_{11} K_{s3} + K_{(3)} & V_{12} &= K_4 - d_{12} K_{s2} + K_{(03)} \\
 V_{28} &= K_{10} + d_{28} K_{s3} - d_{28} K_{s2} + K_{(8)} & V_{29} &= K_{10} + d_{29} K_{s2} + K_{(03)} & V_{30} &= K_{10} - d_{30} K_{s3} + K_{(02)} \\
 V_{34} &= K_{12} + d_{34} K_{s2} - d_{34} K_{s2} + K_{(10)} & V_{35} &= K_{12} + d_{35} K_{s1} + K_{(02)} & V_{36} &= K_{12} - d_{36} K_{s2} + K_{(01)}
 \end{aligned}$$

交錯三角形外のもの

之は基本三角網の場合と同様に

辺等式に関係のない角の補正值 = (その角の属する三角形の角コリレート) + (その角の属する測点の点コリレート) 例えは $V_3 = K_1 + K_{(01)}$ $V_9 = K_3 + K_{(02)}$

第9表で共通測点と交錯三角形関係の式(※をつけたもの)は基本三角網の場合と異なるが、之も所定の三角網を基本三角網に分離して独立に正規方程式を求め、之等各式のコリレートを重複しない様に配列して、係数を一部修正すれば図上から直ちに機械的に作製される。即ち

点方程式の点コリレートの係数は、基本三角網と同じく所定の三角網の測点の観測角の数と等しく、その他は、その測点が関係するすべての基本三角網毎に独立に求めた正規方程式のコリレート関係をその儘集めて、重複しない様に配列する。例えば点方程式(2)については、 (0_1) を中心とする有心五角形から $3\bar{K}_{(2)} + \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + (d_4 - d_2)K_{s1}$ と、 (0_2) を中心とする有心六角形からの $3\bar{K}_{(2)} + \bar{K}_2 + \bar{K}_3 + (d_7 - d_4)K_{s2}$ より、結局 $4\bar{K}_{(2)} + \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + \bar{K}_3 + (d_4 - d_2)K_{s1} + (d_7 - d_4)K_{s2} + w_{(2)} = 0$ が得られる。

角方程式は、その三角形が関係するすべての基本三角網について求めた正規方程式のコリレートを重複しない様に配列する。例えば三角形②については、 (0_1) を中心とする有心五角形から $\bar{K}_{(01)} + \bar{K}_{(02)} + \bar{K}_{(2)} + 3\bar{K}_2 + (d_4 - d_0)K_{s1}$ と、 (0_2) を中心とする有心六角形からの $\bar{K}_{(01)} + \bar{K}_{(02)} + \bar{K}_{(2)} + 3\bar{K}_2 + (d_5 - d_4)K_{s2}$ より、結局 $\bar{K}_{(01)} + \bar{K}_{(02)} + 3\bar{K}_2 + (d_4 - d_0)K_{s1} + (d_5 - d_4)K_{s2} + w_2 = 0$ が得られる。

辺方程式は、一つの基本三角網について独立に正規方程式を作り、之に隣接基本三角網の辺コリレート関係(註隣接三角網の辺コリレートに対する係数は、その三角網と隣接三角網の中心とを結ぶ線の対角の d^2 を加えて負号をつけたもの)を附加する。例えば辺方程式 S_1 は、 (0_1) を中心とする有心五角形から求めた $(d_1 - d_{41})\bar{K}_{(1)} + (d_4 - d_3)K_{(2)} + (d_{35} - d_6)K_{(02)} + (d_{37} - d_{31})\bar{K}_{(1)} + (d_{40} - d_{38})\bar{K}_{(10)} + (d_1 - d_2)\bar{K}_1 + (d_4 - d_0)\bar{K}_2 + (d_{25} - d_{34})\bar{K}_{12} + (d_{37} - d_{38})\bar{K}_{13} + (d_{40} - d_{41})\bar{K}_{14} + d_{31}^2 K_{s1}$ に、 (0_1) と (0_2) を結ぶ線の対角の $-(d_{41}^2 + d_{34}^2)K_{s2}$ を附加する。

2) コリレート計算法

この場合は繰返し計算法による。

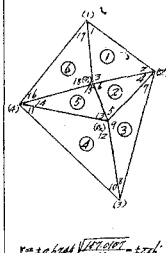
第1近似値

第1段、所定の三角網を基本三角網に分離し、その三角網毎に前記基本三角網の調整法を適用して、辺コリレート \bar{K}_{sm} 、中心点のコリレート $\bar{K}_{(om)}$ 、外周測点のコリレート $K_{(m)}$ 、三角形のコリレート \bar{K}_m の順序で求めるが、此の場合、個々の三角形及び測点が、所求の $\bar{K}_{(m)}$ 及び K_m が属する箇所から離れるに従つて影響が少なくなるから、 $\bar{K}_{(m)}$ 及び $K_{(m)}$ の第1近似値計算には、コリレート影響表図中で、影響の小さい要素は省略し、且つ \bar{K}_{sm} の値が小さい場合は、他のコリレートの第1近似値計算には之も無視してもよい。

計算例, その 7

第10表 (計算例その7)

観測値	log sin	log cos	log tan	log cot	log sec	log csc	log sin	log cos	log tan	log cot	log sec	log csc
① L ₁ =57°-34'-20" L ₂ =44°-4'-12" L ₃ =107°-20'-20" L ₄ =177°-57'-22" L ₅ =9°	9.7643776 9.8226777	2.843 2.172	1.480 1.979	1.480 1.979	1.480 1.979	1.480 1.979	9.7643776 9.8226777	2.843 2.172	1.480 1.979	1.480 1.979	1.480 1.979	1.480 1.979
② L ₁ =17°-42'-28" L ₂ =48°-25'-48" L ₃ =88°-25'-23" L ₄ =177°-57'-26" L ₅ =9°	9.8164279 9.8776711	1.879 2.601	1.879 1.485	1.879 1.485	1.879 1.485	1.879 1.485	9.8164279 9.8776711	1.879 2.601	1.879 1.485	1.879 1.485	1.879 1.485	1.879 1.485
③ L ₁ =47°-34'-0" L ₂ =14°-46'-21" L ₃ =107°-20'-20" L ₄ =177°-57'-22" L ₅ =9°	9.8200160 9.7550772	1.778 30.45	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	9.8200160 9.7550772	1.778 30.45	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025
④ L ₁ =46°-52'-57" L ₂ =55°-24'-8" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.8650752 9.9169770	1.772 1.679	1.772 2.167	1.772 2.167	1.772 2.167	1.772 2.167	9.8650752 9.9169770	1.772 1.679	1.772 2.167	1.772 2.167	1.772 2.167	1.772 2.167
⑤ L ₁ =25°-14'-58" L ₂ =26°-55'-17" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.1124999 9.2144777	4.679 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	9.1124999 9.2144777	4.679 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185
⑥ L ₁ =26°-54'-0" L ₂ =26°-55'-20" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.6652086 9.6744666	4.163 5.972	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	9.6652086 9.6744666	4.163 5.972	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025	1.778 2.025
⑦ L ₁ =24°-42'-57" L ₂ =73°-40'-22" L ₃ =107°-20'-20" L ₄ =177°-57'-22" L ₅ =9°	9.7449772 9.7997979	30.45 3.578	1.778 1.532	1.778 1.532	1.778 1.532	1.778 1.532	9.7449772 9.7997979	30.45 3.578	1.778 1.532	1.778 1.532	1.778 1.532	1.778 1.532
⑧ L ₁ =25°-14'-58" L ₂ =26°-55'-17" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185
⑨ L ₁ =25°-14'-58" L ₂ =26°-55'-17" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185
⑩ L ₁ =25°-14'-58" L ₂ =26°-55'-17" L ₃ =177°-57'-26" L ₄ =9°	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	9.2144777 9.2144777	4.530 4.530	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185	2.185 2.185



コレートの計算

第1近似値

$$K_{s1} \doteq -\frac{w_{s1}}{d_{s1}^2} = -\frac{-459}{3969.2823} = +0.1156$$

$$K_{s2} \doteq -\frac{w_{s2}}{d_{s2}^2} = -\frac{388}{10618.8260} = -0.0365$$

本例ではこの様に K_{sm} の第1近似値が小さいから各コレートの第1近似値の計算には K_{sm} の頂を無視し、且つ所求のコレートの属する位置から離れて影響の少ない三角形及び測点の影響値も省略する。

$K_{(01)}$ は (0₁) を中心とする有心開四角形に (6) 式を適用すると

$$K_{(01)} = \frac{1}{4} (-2.5w_{(01)} + 1.5w_m - \sum w_{(m)}) = \frac{1}{4} \{-2.5 \times (-3.0) + 1.5 \times (-4.0)\}$$

$$-\left. \begin{matrix} w_{(1)} & w_{(2)} & w_{(02)} & w_{(4)} \\ (6.0-4.0+4.0+3.0) \end{matrix} \right\} = -1.88$$

その他のコリレートは基本三角網のコリレート影響表図を利用すると、

$$\begin{aligned} \bar{K}_{(1)} &= \frac{1}{105} \{-47w_{(1)} - 7(w_{(2)} + w_{(4)}) + 18(w_1 + w_6) + 3(w_2 + w_5)\} + 0.4\bar{K}_{(01)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times 6 - 7 \times (4+3) + 18 \times (-8+5) + 3 \times (-4+3)\} + 0.4 \times (-1.88) = -3.91 \end{aligned}$$

(0₂) は、(0₁) を中心とする四角形の外周測点と考えて

$$\begin{aligned} \bar{K}_{(2)} &= \frac{1}{105} \{-47w_{(2)} - 7(w_{(1)} + w_{(02)}) + 18(w_1 + w_2) + 3(w_5 + w_6)\} + 0.4\bar{K}_{(01)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times (-4.) - 7 \times (6+4) + 18 \times (-8-4) + 3 \times (3+5)\} + 0.4 \times (-1.88) \\ &= -1.57 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{(02)} &= \frac{1}{105} \{-47w_{(02)} - 7(w_{(2)} + w_{(4)}) + 18(w_2 + w_5) + 3(w_1 + w_6)\} + 0.4\bar{K}_{(01)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times 4 - 7 \times (-4+3) + 18 \times (-4+3) + 3 \times (5-8)\} + 0.4 \times (-1.88) = -2.73 \end{aligned}$$

同じ方法で

$$\bar{K}_{(4)} = \frac{1}{105} \{-47 \times 3 - 7 \times (4+6) + 18 \times (3+5) + 3 \times (-8. -4.)\} + 0.4 \times (-1.88) = -1.78$$

$$\bar{K}_{(3)} = +1.29$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 &= \frac{1}{105} \{-47w_1 - 7(w_2 + w_5) + 18(w_{(1)} + w_{(2)}) + 3(w_{(4)} + w_{(6)})\} - 0.6\bar{K}_{(01)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times (-8) - 7 \times (-4+5) + 18 \times (6-4) + 3 \times (3+4)\} - 0.6 \times (-1.88) = +5.17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_2 &= \frac{1}{105} \{-47w_2 - 7(w_1 + w_5) + 18(w_{(2)} + w_{(02)}) + 3(w_{(1)} + w_{(4)})\} - 0.6\bar{K}_{(01)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times (-4) - 7 \times (-8+3) + 18 \times (-4. +4) + 3 \times (6+3)\} - 0.6 \times (-1.88) \\ &= +3.50 \end{aligned}$$

同様にして $\bar{K}_5 = +0.98$ $\bar{K}_6 = +0.87$

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{K}_3 &= \frac{1}{105} \{-47w_3 - 7(w_2 + w_1) + 18(w_{(2)} + w_{(3)}) + 3(w_{(4)} + w_{(5)})\} - 0.6\bar{K}_{(02)} \\ &= \frac{1}{105} \{-47 \times 3 - 7 \times (-4+5) + 18 \times (-4-6) + 3 \times (-3-3)\} - 0.6 \times (-2.73) = -0.82 \end{aligned}$$

同様にして $\bar{K}_4 = +2.76$

第2段、第1段で求めた $\sum_{(m)=(1)}^{(4)} \bar{K}_{(m)} = -5.97$ 、又 $\sum_{m=1}^6 w_m - \left\{ \sum_{(m)=(1)}^{(4)} w_{(m)} + \sum_{(0m)=(01)}^{(02)} w_{(0m)} \right\}$
 $= (-8-4+3-5+3+5) - \{(6-4-6+3) + (-3+4)\} = -6.0$ でこの両者の差は微少であるか

ら此の場合は $\bar{K}_{(m)}$ の修正を行わないで第1段の値をそのまま $\bar{K}_{(m)}$ の第1近似値とする。

第2近似値

第1段,

$$\begin{aligned} \bar{K}_{s_1} &= -\frac{1}{d_{s_1}^2} \{ +w_{s_1} + \bar{K}_{(1)}(d_1 - d_{17}) + \bar{K}_{(2)}(d_4 - d_2) + \bar{K}_{(0_2)}(d_{13} - d_5) + \bar{K}_{(4)}(d_{16} - d_{14}) \\ &\quad + \bar{K}_1(d_1 - d_2) + \bar{K}_2(d_4 - d_2) + \bar{K}_3(d_{13} - d_{14}) + \bar{K}_6(d_{16} - d_{17}) - (d_4^2 + d_{14}^2)\bar{K}_{s_2} \} \\ &= -\frac{1}{3969.2823} \{ -459 + (-3.91) \times 15.11 + (-1.57) \times (-2.14) \times (-2.73) \times (-2.19) \\ &\quad + (1.78) \times (-10.73) + 5.17 \times 7.76 + 3.50 \times (-0.49) + 0.98 \times (-12.57) + 0.87 \times 5.35 \\ &\quad - 1310.5987 \times (-0.0365) \} = +0.1036 \quad \text{同様に} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{s_2} &= -\frac{1}{10618.8260} \left\{ +388 + \frac{1.57 \times 27.17}{(2)} + \frac{1.29 \times (-3.67)}{(3)} + \frac{(-1.78) \times (-27.27)}{(4)} \right. \\ &\quad + \frac{(-1.88) \times 3.35}{(0_1)} + \frac{3.50 \times (-0.49)}{(2)} + \frac{(-0.82) \times 1.45}{(3)} + \frac{2.76 \times (-16.09)}{(4)} \\ &\quad \left. + \frac{0.98 \times 32.53}{(5)} - 1310.5987 \times 0.1036 \right\} = -0.0299 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 &= -\frac{1}{3} \left\{ -w_1 + \left(\text{三角形①の3頂点の点コリ} \right) + (d_1 - d_{17}) (\bar{K}_{s_1} \text{の第2近似値}) \right\} \\ &= -\frac{1}{3} \times \{ -8.0 + (-3.91 - 1.57 - 1.88) + 7.76 \times 0.1036 \} = +4.85 \end{aligned}$$

$$\bar{K}_2 = -\frac{1}{3} \{ -4 + (-1.57 - 2.73 - 1.88) + (-0.49) \times 0.1036 - 18.31 \times (-0.0299) \} = +3.23$$

同様の方法で $\bar{K}_3 = +0.02$ $\bar{K}_4 = +2.58$ $\bar{K}_5 = +1.89$ $\bar{K}_6 = +0.67$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{(0_1)} &= -\frac{1}{(0_1) \text{の周囲の観測角の数}} \left\{ -w_{(0_1)} + \left((0_1) \text{の周囲の三角形の角コリ} \right) \right. \\ &\quad \left. + (d_0 - d_{17}) \bar{K}_{s_2} \right\} = -\frac{1}{4} \{ -3.0 + (+4.85 + 3.23 + 1.89 + 0.67) + 3.35 \times (-0.0299) \} \\ &= -1.89 \end{aligned}$$

$$\bar{K}_{(0_2)} = -\frac{1}{4} \{ +4.0 + (+3.23 + 0.02 + 2.58 + 1.89) - (-2.19) \times 0.1036 \} = -2.89$$

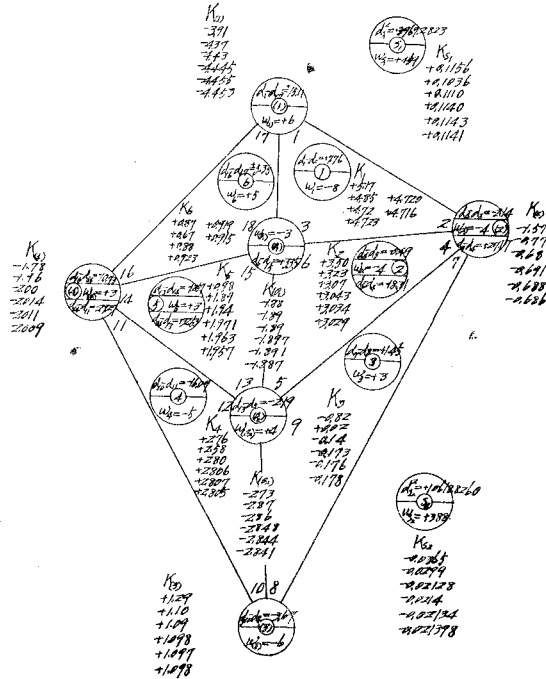
$$\bar{K}_{(1)} = -\frac{1}{3} \{ +6.0 + (+4.85 + 0.67) + 15.11 \times 0.1036 \} = -4.37$$

同様の方法で $\bar{K}_{(2)} = -0.77$ $\bar{K}_{(3)} = +1.10$ $\bar{K}_{(4)} = -1.96$

第2段. 第1段で求めた $\sum_{(m)=(1)}^{(4)} \bar{K}_{(m)} = -6.0$ は $\sum_{m=1}^6 w_m - \left\{ \sum_{(m)=(1)}^{(4)} w_{(m)} + \sum_{m=1}^2 w_{(0m)} \right\}$ と等し

いから第1段の $\bar{K}_{(m)}$ をその儘第2近似値とする。計算の経過は第15図に示してある。

第 15 図



(2) 点、角及び辺の 3 条件の内、外周測点の点調整を同時に行わない場合

此の場合の補正值及び正規方程式は前記 (24) 式及び第 9 表から外周測点関係を省略すればよい。

補正值

交錯三角形内のもの

$$\begin{aligned}
 V_4 &= K_2 + d_4 K_{s1} - d_4 K_{s2}, & V_{11} &= K_4 + d_{11} K_{s2} - d_{11} K_{s3}, \\
 V_{28} &= K_{10} + d_{28} K_{s3} - d_{28} K_{s2}, & V_{34} &= K_{12} + d_{34} K_{s2} - d_{34} K_{s1} \\
 V_5, V_6, V_{10}, V_{12}, V_{20}, V_{30}, V_{35}, V_{36} & \text{は (24) 式と同じ。}
 \end{aligned}$$

交錯三角形外のもの

辺等式に関係のない角, ……(24) 式と同じ

辺等式に関係する角

$$V = \left(\begin{array}{c} \text{その角の属する三角} \\ \text{形の角コリレート} \end{array} \right) \pm d \times \left(\begin{array}{c} \text{その角が関係す} \\ \text{る辺コリレート} \end{array} \right)$$

例えば $V_1 = K_1 + d_1 K_{s1}, \quad V_7 = K_3 + d_7 K_{s2}, \quad V_2 = K_1 - d_2 K_{s1}, \dots$

(24')

\bar{K}_s , ((7')を適用)

(0₁) 三角網より

$$\bar{K}_{s1} = \frac{\bar{K}_{(01)} \{ (d_1 - d_2) + (d_4 - d_6) + (d_{35} - d_{34}) + (d_{37} - d_{38}) + (d_{40} - d_{41}) \} + \{ (d_1 - d_2)w_1}{3d_{s1}^2 - \{ (d_1 - d_2)^2 + (d_4 - d_6)^2 + (d_{35} - d_{34})^2 \}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ (d_4 - d_6)W_2 + (d_{37} - d_{38})W_{12} + (d_{37} - d_{38})w_{13} + (d_{40} - d_{41})w_{14} - 3W_{s1}}{+ (d_{37} - d_{38})^2 + (d_{40} - d_{41})^2}$$

(0₂) 三角網より

$$\bar{K}_{s2} = \frac{\bar{K}_{(02)} \{ (d_5 - d_4) + (d_7 - d_8) + (d_{11} - d_{12}) + (d_{27} - d_{28}) + (d_{31} - d_{32}) + (d_{34} - d_{36}) \}}{3d_{s2}^2 - \{ (d_5 - d_4)^2 + (d_7 - d_8)^2 + (d_{11} - d_{12})^2 \}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ \{ (d_5 - d_4)W_2' + (d_7 - d_8)w_3 + (d_{11} - d_{12})W_4 + (d_7 - d_8)W_{10} + (d_{31} - d_{32})w_{11} \}}{+ d_{25}^2 - d_{28}^2 + (d_{31} - d_{32})^2 + (d_{34} - d_{36})^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ (d_{31} - d_{32})W_{12}'}{+ (d_{31} - d_{32})^2} - 3W_{s2}$$

(0₃) 三角網より

$$\bar{K}_{s3} = \frac{\bar{K}_{(03)} \{ (d_{10} - d_{11}) + (d_{13} - d_{14}) + (d_{16} - d_{17}) + (d_{19} - d_{20}) + (d_{22} - d_{23}) + (d_{25} - d_{26}) \}}{3d_{s3}^2 - \{ (d_{10} - d_{11})^2 + (d_{13} - d_{14})^2 + (d_{16} - d_{17})^2 + (d_{19} - d_{20})^2 + (d_{22} - d_{23})^2 + (d_{25} - d_{26})^2 \}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ (d_{25} - d_{26})w_8 + (d_{25} - d_{26})w_9 + (d_{25} - d_{26})W_{10}'}{+ (d_{25} - d_{26})^2} - 3W_{s3}$$

$\bar{K}_{(0)}$, ((8)式を適用)

(0₁) 三角網より

$$\bar{K}_{(01)} = \frac{1}{2 \times 5} \left[\{ (d_1 - d_2) + (d_4 - d_6) + (d_{35} - d_{34}) + (d_{37} - d_{38}) + (d_{40} - d_{41}) \} \bar{K}_{s1} \right.$$

$$\left. + (w_1 + W_2 + W_{12} + w_{13} + w_{14}) - 3W_{(01)} \right]$$

(0₂) 三角網より

$$\bar{K}_{(02)} = \frac{1}{2 \times 6} \left[\{ (d_5 - d_4) + (d_7 - d_8) + (d_{11} - d_{12}) + (d_{27} - d_{28}) + (d_{31} - d_{32}) \} \bar{K}_{s2} \right.$$

$$\left. + (W_2' + w_3 + W_4 + w_{11} + W_{12}') - 3W_{(02)} \right]$$

(0₃) 三角網より

$$\bar{K}_{(03)} = \frac{1}{2 \times 7} \left[\{ (d_{10} - d_{11}) + (d_{13} - d_{14}) + (d_{16} - d_{17}) + (d_{19} - d_{20}) + (d_{22} - d_{23}) + (d_{25} - d_{26}) \} \bar{K}_{s3} \right.$$

$$\left. + (W_4' + w_5 + w_6 + w_7 + w_8 + w_9 + W_{10}') - 3W_{(03)} \right]$$

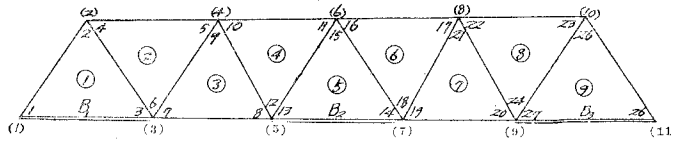
即ち第 14 図の様な場合は、コリレートは 20 箇も存在する為に同時解法は複雑となるが、以上の様に各基本三角網に分離して、その各々に基本三角網の \bar{K}_s 及び $\bar{K}_{(0)}$ を求める式を適用

すれば、一等に点及び辺コリレートだけに減少し、且つ式及びコリレートを $K_{S1} \sim K_{S3}$, $K_{(01)} \sim K_{(03)}$ の順に配列すれば、次の様にコリレートの係数は左肩からの対角線係数を軸として対称になるから、この式の作製ならびに検算上にも便利である。

方 程 式	左 辺						既 知 辺	右 辺
	K_{S1}	K_{S2}	K_{S3}	$K_{(01)}$	$K_{(02)}$	$K_{(03)}$		
K_{S1} 式	A	G	H	I	J	K	α_{S1}	0
K_{S2} 式	G	B	L	M	N	O	α_{S2}	0
K_{S3} 式	H	L	C	P	Q	R	α_{S3}	0
$K_{(01)}$ 式	I	M	P	D	S	T	$\alpha_{(01)}$	0
$K_{(02)}$ 式	J	N	Q	S	E	U	$\alpha_{(02)}$	0
$K_{(03)}$ 式	K	O	R	T	U	F	$\alpha_{(03)}$	0

A, B, …… T, Uはコリレートの係数で既知数
単列三角網が連続する場合は左表の太線内は削除される。

計 算 例, その 8 (単列三角網が交錯して連続する場合)



<u>$B_1 \sim B_2$ 間</u>			
観測角			
$l_1 = 37^\circ - 51' - 12''$	$\log \sin l_1 = 9.7879153$	$d_1 = 27.08$	$d_1^2 = 733.3264$
$l_2 = 100^\circ - 29' - 39''$	$\log \sin l_2 = 9.9926743$	$d_2 = -3.90$	$d_2^2 = 15.2100$
$l_3 = 41^\circ - 39' - 15''$			
<hr/>			
$180^\circ - 0' - 6''$	$w_1 = +6.0''$		
$l_4 = 42^\circ - 28' - 23''$	$\log \sin l_4 = 9.8294604$	$d_4 = 22.98$	$d_4^2 = 528.0804$
$l_5 = 46^\circ - 42' - 7''$	$\log \sin l_5 = 9.8620097$	$d_5 = 19.83$	$d_5^2 = 393.2289$
$l_6 = 90^\circ - 49' - 34''$			
<hr/>			
$180^\circ - 0' - 4''$	$w_2 = +4''$		
$l_7 = 49^\circ - 16' - 52''$	$\log \sin l_7 = 9.8796230$	$d_7 = 18.13$	$d_7^2 = 328.6969$
$l_8 = 42^\circ - 38' - 55''$	$\log \sin l_8 = 9.8309095$	$d_8 = 22.87$	$d_8^2 = 523.0369$
$l_9 = 88^\circ - 4' - 16''$			
<hr/>			
$180^\circ - 0' - 3''$	$w_3 = +3.0''$		
$l_{10} = 40^\circ - 40' - 20''$	$\log \sin l_{10} = 9.8140682$	$d_{10} = 24.50$	$d_{10}^2 = 600.2500$
$l_{11} = 36^\circ - 32' - 19''$	$\log \sin l_{11} = 9.7747828$	$d_{11} = 28.42$	$d_{11}^2 = 807.6964$
$l_{12} = 102^\circ - 47' - 16''$			
<hr/>			
$179^\circ - 57' - 55''$	$w_4 = -5''$		
$l_{13} = 34^\circ - 52' - 33''$			
$l_{14} = 42^\circ - 42' - 40''$	$\log \sin l_{14} = 9.8314232$	$d_{14} = 22.80$	$d_{14}^2 = 519.8400$
$l_{15} = 102^\circ - 24' - 43''$	$\log \sin l_{15} = 9.9877290$	$d_{15} = -4.63$	$d_{15}^2 = 21.4369$
<hr/>			
$179^\circ - 59' - 56''$	$w_5 = -4''$		
$B_1 = 159.462^m$	$\log B_1 = 2.2026572$		
$B_2 = 162.878^m$	$\log B_2 = 2.2118625$		
	<hr/>		
	$w_{11} = -2089$		$d_{11}^2 = 4470.8028$

$d_1 - d_2 = +30.98$	$(d_1 - d_2)^2 = 959.7604$	$(d_1 - d_2)w_1 = +185.88$
$d_4 - d_5 = +3.15$	$(d_4 - d_5)^2 = 9.9225$	$(d_4 - d_5)w_2 = +12.60$
$d_7 - d_8 = -4.74$	$(d_7 - d_8)^2 = 22.4676$	$(d_7 - d_8)w_3 = -14.22$
$d_{10} - d_{11} = -3.92$	$(d_{10} - d_{11})^2 = 15.3664$	$(d_{10} - d_{11})w_4 = +19.60$
$d_{15} - d_{14} = -27.43$	$(d_{15} - d_{14})^2 = 752.4049$	$(d_{15} - d_{14})W_5 = -955.3869K_{s2} + 313.58$
$\Sigma = 1757.9218$		$\Sigma = -955.3869K_{s2} + 313.58$

$B_n \sim B_n$ 間

$l_{13} = 34^\circ - 52' - 33''$	$\log \sin l_{13} = 9.7572441$	$d_{13} = 30.20$	$d_{13}^2 = 912.0440$
$l_{14} = 42^\circ - 42' - 40''$	$\log \sin l_{14} = 9.9897290$	$d_{14} = -4.63$	$d_{14}^2 = 21.4369$
$l_{15} = 102^\circ - 24' - 43''$			
$179^\circ - 59' - 56''$	$w_5 = -4''$		
$l_{16} = 40^\circ - 5' - 40''$	$\log \sin l_{16} = 9.8089192$	$d_{16} = 25.00$	$d_{16}^2 = 625.0000$
$l_{17} = 37^\circ - 50' - 30''$	$\log \sin l_{17} = 9.7878015$	$d_{17} = 27.10$	$d_{17}^2 = 734.4100$
$l_{18} = 102^\circ - 3' - 48''$			
$179^\circ - 59' - 58''$	$w_6 = -2''$		
$l_{19} = 42^\circ - 5' - 19''$	$\log \sin l_{19} = 9.8262557$	$d_{19} = 23.30$	$d_{19}^2 = 542.8900$
$l_{20} = 39^\circ - 17' - 53''$	$\log \sin l_{20} = 9.8016469$	$d_{20} = 25.70$	$d_{20}^2 = 661.5184$
$l_{21} = 98^\circ - 36' - 42''$			
$179^\circ - 59' - 54''$	$w_7 = -6''$		
$l_{22} = 38^\circ - 43' - 32''$	$\log \sin l_{22} = 9.7962903$	$d_{22} = 26.27$	$d_{22}^2 = 690.1129$
$l_{23} = 45^\circ - 45' - 5''$	$\log \sin l_{23} = 9.8551064$	$d_{23} = 20.52$	$d_{23}^2 = 421.0704$
$l_{24} = 95^\circ - 31' - 28''$			
$180^\circ - 0' - 5''$	$w_8 = +5''$		
$l_{25} = 92^\circ - 57' - 5''$	$\log \sin l_{25} = 9.9994236$	$d_{25} = -1.08$	$d_{25}^2 = 1.1664$
$l_{26} = 41^\circ - 8' - 32''$	$\log \sin l_{26} = 9.8181799$	$d_{26} = 24.10$	$d_{26}^2 = 580.8100$
$l_{27} = 45^\circ - 54' - 15''$			
$179^\circ - 59' - 52''$	$w_9 = -8''$		
$B_2 = 162.878''$	$\log B_2 = 2.2118625$		
$B_3 = 140.521^m$	$\log B_3 = 2.1477413$		
	$w_{s2} = -2096$		$d_{s2}^2 = 5190.4550$
$d_{13} - d_{15} = +34.83$	$(d_{13} - d_{15})^2 = 1213.1289$	$(d_{13} - d_{15})W_5 = -955.3869K_{s1} - 139.32$	
$d_{16} - d_{17} = -2.10$	$(d_{16} - d_{17})^2 = 4.4100$	$(d_{16} - d_{17})w_6 = +4.20$	
$d_{19} - d_{20} = 2.42$	$(d_{19} - d_{20})^2 = 5.8564$	$(d_{19} - d_{20})w_7 = +14.52$	
$d_{22} - d_{23} = +5.75$	$(d_{22} - d_{23})^2 = 33.0625$	$(d_{22} - d_{23})w_8 = +28.75$	
$d_{25} - d_{26} = -25.18$	$(d_{25} - d_{26})^2 = 634.0324$	$(d_{25} - d_{26})w_9 = +201.44$	
$\Sigma = 1890.4902$		$\Sigma = -955.3869K_{s1} + 169.5900$	

$$W_{s1} = w_{s1} - d_{15}^2 K_{s2} = -2089.00 - 21.4369K_{s2}$$

$$W_{s2} = w_{s2} - d_{15}^2 K_{s2} = -2096.0000 - 21.4369K_{s2}$$

解1)式(正規方程式)

方程式	左										辺		右		
	種別	記号	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}		w	注
角	1	∠										$d_1 d_2$	w_1	0	
	2	∠										$d_2 d_3$	w_2	0	
	3	∠										$d_3 d_4$	w_3	0	
	4	∠										$d_4 d_5$	w_4	0	
	5	∠										$d_5 d_6$	w_5	0	
方程式	6											$d_6 d_7$	w_6	0	
	7											$d_7 d_8$	w_7	0	
	8											$d_8 d_9$	w_8	0	
	9											$d_9 d_{10}$	w_9	0	
	10											$d_{10} d_{11}$	w_{10}	0	
正規方程式	11		$d_1 d_2$	$d_2 d_3$	$d_3 d_4$	$d_4 d_5$	$d_5 d_6$	$d_6 d_7$	$d_7 d_8$	$d_8 d_9$	$d_9 d_{10}$	$d_{10} d_{11}$	w_{11}	w_{10}	0

$w_m = (\alpha_{m-2} + \alpha_{m-1} + \alpha_m) - 180^\circ$ (但し $m=1, 2, \dots, 9$)
 $w_3 = (\log B_1 - \log B_2) + \left(\sum_{i=1}^2 \log \sin \alpha_{m-2} + \log \sin \alpha_m\right) - \left(\sum_{i=1}^2 \log \sin \alpha_{m-1}\right)$
 $w_2 = (\log B_2 - \log B_3) + \sum_{i=1}^2 \log \sin \alpha_{m-2} - \left(\sum_{i=1}^2 \log \sin \alpha_{m-1} + \log \sin \alpha_3\right)$
 $d_m^2 =$ 共通基底 B_1 の対角の $d_m^2 =$ 乗
 $d_3^2 = \sum_{i=1}^2 (d_{3m-2} + d_{3m-1}) + d_{32} + d_{31}^2$ $d_{12}^2 = d_{13}^2 + d_{11}^2 + \sum_{i=1}^2 (\alpha_{m-2} + d_{m-1})$

正規方程式の基底は角網角の分離
(基礎角-6.14)

方程式	左										辺		右		
	種別	記号	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}		w	注
角	1	∠										$d_1 d_2$	w_1	0	
	2	∠										$d_2 d_3$	w_2	0	
	3	∠										$d_3 d_4$	w_3	0	
	4	∠										$d_4 d_5$	w_4	0	
	5	∠										$d_5 d_6$	w_5	0	
正規方程式	11		$d_1 d_2$	$d_2 d_3$	$d_3 d_4$	$d_4 d_5$	$d_5 d_6$	$d_6 d_7$	$d_7 d_8$	$d_8 d_9$	$d_9 d_{10}$	$d_{10} d_{11}$	w_{11}	w_{10}	0

(基礎角-6.14)

方程式	左										辺		右		
	種別	記号	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}		w	注
角	1	∠										$d_1 d_2$	w_1	0	
	2	∠										$d_2 d_3$	w_2	0	
	3	∠										$d_3 d_4$	w_3	0	
	4	∠										$d_4 d_5$	w_4	0	
	5	∠										$d_5 d_6$	w_5	0	
正規方程式	11		$d_1 d_2$	$d_2 d_3$	$d_3 d_4$	$d_4 d_5$	$d_5 d_6$	$d_6 d_7$	$d_7 d_8$	$d_8 d_9$	$d_9 d_{10}$	$d_{10} d_{11}$	w_{11}	w_{10}	0

$w_5 = (d_5 d_6) K_5 + w_5$
 $w_7 = (d_7 d_8) K_7$

$w_5 = (d_5 d_6) K_5 + w_5$
 $w_7 = (d_7 d_8) K_7$

2組の方程式群に(15)式を適用すると

$$\bar{K}_{s1} = \frac{\{(d_1 - d_2)w_1 + (d_4 - d_5)w_2 + (d_7 - d_8)w_3 + (d_{10} - d_{11})w_4 + (d_{13} - d_{14})w_5\} - 3W_{s1}}{3d_{s1}^2 - \{(d_1 - d_2)^2 + (d_4 - d_5)^2 + (d_7 - d_8)^2 + (d_{10} - d_{11})^2 + (d_{13} - d_{14})^2\}}$$

$$= \frac{(+313.58 - 955.3869\bar{K}_{s2}) - 3 \times (-2089.00 - 21.4369K_{s2})}{3 \times 4470.8028 - 1757.9128}$$

$$\bar{K}_{s2} = \frac{\{(d_{13} - d_{14})w_5 + (d_{10} - d_{11})w_6 + (d_{10} - d_{20})w_7 + (d_{22} - d_{23})w_8 + (d_{25} - d_{26})w_9\} - 3W_{s2}}{3d_{s2}^2 - \{(d_{13} - d_{14})^2 + (d_{10} - d_{11})^2 + (d_{10} - d_{20})^2 + (d_{22} - d_{23})^2 + (d_{25} - d_{26})^2\}}$$

$$= \frac{(-955.3869\bar{K}_{s1} + 109.59) - 3 \times -2096.00 - 21.4369\bar{K}_{s1}}{3 \times 5190.4550 - 1890.4902}$$

上の2式より $13.079\bar{K}_{s1} + 1.0\bar{K}_{s2} - 7.3850 = 0$
 $+1.0\bar{K}_{s1} + 15.3532\bar{K}_{s2} - 7.1796 = 0$

これより $\bar{K}_{s1} = +0.53154$ $\bar{K}_{s2} = +0.43301$

従て $\bar{K}_1 = -\frac{1}{3} \{(d_1 - d_2) \bar{K}_{s1} + w_1\} = -\frac{1}{3} (30.98 \times 0.53154 + 6.0) = -7.489$

同様の方法で $\bar{K}_2 = -1.892$ $\bar{K}_4 = +2.3612$ $\bar{K}_6 = +0.9698$ $\bar{K}_7 = +2.3493$
 $\bar{K}_8 = -2.4966$ $\bar{K}_9 = +6.3010$

$$K_5 = -\frac{1}{3} \{(d_{13} - d_{14}) K_{s1} + (d_{13} - d_{14}) K_{s2} + w_2\}$$

$$= -\frac{1}{3} \{(-27.43) \times 0.53154 + 34.83 \times 0.43301 - 4.0\} = +1.1662$$

補正値

交錯三角形内 $V_{13} = K_5 + d_{13} K_{s2} = +1.1662 + 30.2 \times 0.43301 = +14.24''$

$V_{14} = K_5 - d_{14} K_{s1} = +1.1662 - 22.8 \times 0.53154 = -10.95''$

$V_{15} = K_5 + d_{15} K_{s1} - d_{15} K_{s2} = +1.1662 + (-4.63) \times 0.53154 - (-4.63) \times 0.43301 = +0.71''$

交錯三角形以外

辺等式に関係ある角で

未知辺の対角は $V_{3m-2} = K_m + d_{3m-2} K_{s1}$ (但し $m=1\sim 4$) 及び $V_{3m-2} = K_m + d_{3m-2} K_{s2}$
 (但し $m=6\sim 9$) により $V_1 = +6.91''$ $V_4 = +10.32''$ $V_7 = +9.48''$ $V_{10} = +15.38''$
 $V_{16} = +11.79''$ $V_{19} = +12.44''$ $V_{22} = +8.88''$ $V_{25} = +5.38''$

既知辺の対角は $V_{3m-1} = K_m - d_{3m-1} K_{s1}$ (但し $m=1\sim 4$) 及び $V_{3m-1} = K_m - d_{3m-1} K_{s2}$
 (但し $m=6\sim 9$) により $V_2 = -5.42''$ $V_5 = -12.43''$ $V_8 = -12.32''$ $V_{11} = -12.74''$
 $V_{17} = -10.76''$ $V_{20} = -8.79''$ $V_{23} = -11.38''$ $V_{26} = -4.13''$

辺等式に関係のない角は $V_{3m} = K_m$ (但し $m=1\sim 4, 6\sim 9$) により, $V_3 = -7.49''$

$V_6 = -1.89''$ $V_9 = -0.16''$ $V_{12} = +2.36''$ $V_{15} = +0.97''$ $V_{18} = +2.35''$

$V_{21} = -2.50''$ $V_{27} = +6.30''$

調整値

$M_1 = 37^\circ - 51' - 18.91''$

$M_4 = 42^\circ - 28' - 33.32''$

$M_7 = 49^\circ - 17' - 1.48''$

$M_2 = 100^\circ - 29' - 33.58''$

$M_5 = 46^\circ - 41' - 54.57''$

$M_8 = 42^\circ - 38' - 42.68''$

$M_3 = 41^\circ - 39' - 7.51''$

$M_6 = 96^\circ - 49' - 32.11''$

$M_9 = 88^\circ - 4' - 15.84''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$M_{10} = 40^\circ - 40' - 35.38''$

$M_{13} = 34^\circ - 52' - 47.24''$

$M_{16} = 40^\circ - 5' - 51.79''$

$M_{11} = 36^\circ - 32' - 6.26''$

$M_{14} = 42^\circ - 42' - 29.05''$

$M_{17} = 37^\circ - 50' - 19.24''$

$M_{12} = 102^\circ - 47' - 18.36''$

$M_{15} = 102^\circ - 24' - 43.71''$

$M_{18} = 102^\circ - 3' - 48.97''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$M_{19} = 42^\circ - 5' - 31.44''$

$M_{22} = 38^\circ - 43' - 40.88''$

$M_{25} = 92^\circ - 57' - 10.83''$

$M_{20} = 39^\circ - 17' - 44.21''$

$M_{23} = 45^\circ - 44' - 53.62''$

$M_{26} = 41^\circ - 8' - 27.87''$

$M_{21} = 98^\circ - 36' - 44.35''$

$M_{24} = 95^\circ - 31' - 25.50''$

$M_{27} = 45^\circ - 54' - 21.30''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$180^\circ - 0' - 0''$

$r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{2165.6959}{11}} = \pm 9.45''$

IV 結 び

以上は主として平面三角網を点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合について説明し、之に附随して、3条件の内から外周測点の点条件を省略した場合について述べたもので要点は次の通りである。

基本三角網

〔1〕 点、角及び辺の3条件を同時に満足するように調整する場合

1) 基本三角網の各型式について、外周測点と各三角形、及び有心開多角形の中心点のコリレートに対するコリレート影響表図を作り、之からコリレートを求める式を作製した。このコリレート影響表図には各三角網とも、それぞれの特徴があるから、その特徴を利用すれば作製の途中の検算が容易であり、特に有心多角形は、その影響値には固有の規則正しい連鎖関係があるから機械的に求めることが出来る。なお、有心多角形及び単列三角網の影響値は、三角形が増すにつれて桁数が増し、コリレートを求める計算の手数が増加する傾きがあるので、之等の三角網については、一般の三角測量に用いられる範囲のものに対して、その有効数字の桁数を制限して単純化した場合に、コリレート及び補正值等に及ぼす影響と、調整値が三角形閉合誤差に及ぼす影響とを検討した。

2) 交叉四辺形は、調整に用いる事の出来る角条件と辺条件の種類が多いため、その組合せによつては調整計算に難易があるので、之等を吟味して角条件の一つの組合せを提案し、この組合せによつて調整計算をした。

〔2〕 3条件の内から、外周測点の点条件を省略した場合

此の条件の場合は正規方程式が簡単となるので、之から直ちに基礎コリレートを求める式を導いた。この式を用いると、三角形の数が増しても計算の基礎的要素（即ち辺等式に関係する角の正弦対数とその表差及び三角形の閉合誤差の数）が増加するだけで、計算上の手続きに対する影響は比較的少なく、又この式は複合三角網の調整計算にも適用できる。

複合三角網

〔1〕 3条件を同時に満足するように調整する場合

此の場合のコリレートは繰返し計算によつて求めるが、収斂を早くするために、原則的には各近似値ともに手続きを2段に分けて行う。即ち第1段では、第1近似値を求めるには基本三角網のコリレート影響表図を利用し、第2近似値以上は所定の三角網にイテラチオン法を用い、第2段は各近似値ともに、三角網の特徴を利用して、第1段で求めた外周測点の点コリレートの修正だけを行う。

〔2〕 3条件の内から、外周測点の点条件を省略した場合

三角網の基礎コリレートを求めるために、所定の三角網を基本三角網に分離し、それぞれに基本三角網の式を適用して調整する。

終りに本文作製にあたり参照した前記の各文献の著者に対し衷心より謝意を表す。

水準網の調整計算について

森 田 健 造

Calculation for Adjustment of Level Net

Kenzo Morita

Abstract

In this paper two things are described; the method to make mechanically the correlate normal equations and the equations to find unknown corrections, and the calculation method on the figure to find mechanically correlates and unknown corrections by examining these equations.

Moreover, the author examined the error of adjusting values by using this method of adjusting calculations.

Ⅰ 序 説

水準網の調整は、平面三角網の調整条件から測点関係を除外した場合に似ているが、その形状には三角網のような一定の形式がない。しかし茲に述べるように水準網を構成する各水準線に任意に矢の方向を仮定し、条件方程式を立ててコリレート正規方程式を導き、之を順序正しく配列すれば、その式中のコリレートとその係数の間及びその式全体としてのコリレート相互の間には、常に一定の規則正しい関係が見出され、又補正値を求める式も常に特有の方式に従っていることが判るから、コリレート正規方程式及び補正値を求める式は、一定の計算手続で誘導しなくても、水準網を参照して各水準線に任意に矢の方向を記入するだけで、機械的に且つ正確に作製する事ができる。

本文は水準網のコリレート正規方程式及び補正値を求める式の機械的作製方法を見出し、更に之等の式を吟味する事により、各コリレート及び補正値の機械的図上計算法を述べた。

本文に於ける共通の符号を次に表わす。

l_m , 各水準点間の実測水準差 (但し $m=1, 2, \dots, n$, 以下 m は共通)

d_m , 各水準点間の距離

p_m , 実測水準差の重み

V_m , 実測水準差の補正値

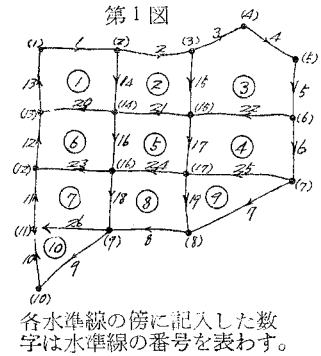
M_m , 実測水準差の調整値

K_m , 条件方程式のコリレート (即ち箇々の水準環のコリレート)

II コリレート正規方程式

第1, 外周線には右廻り (時計方向), 内部の縦線及び横線には, それぞれ下向き及び左向きに矢の方向を仮定した場合

各閉合図形を考えた場合にも矢の方向は時計方向を正, 反時計方向を負と規約 (以下共通) して, 第1図より条件方程式を作ると次の様になる。



1. $V_1 + V_{14} + V_{20} + V_{13} + w_1 = 0$	但し $w_1 = l_1 + l_{14} + l_{20} + l_{13}$	} (1)
2. $V_2 + V_{15} + V_{21} - V_{14} + w_2 = 0$	$w_2 = l_2 + l_{15} + l_{21} - l_{14}$	
3. $V_3 + V_4 + V_5 + V_{22} - V_{15} + w_3 = 0$	$w_3 = l_3 + l_4 + l_5 + l_{22} - l_{15}$	
4. $V_6 + V_{23} - V_{17} - V_{22} + w_4 = 0$	$w_4 = l_6 + l_{23} - l_{17} - l_{22}$	
5. $V_{17} + V_{24} - V_{15} - V_{21} + w_5 = 0$	$w_5 = l_{17} + l_{24} - l_{15} - l_{21}$	
6. $V_{16} + V_{23} + V_{12} - V_{20} + w_6 = 0$	$w_6 = l_{16} + l_{23} + l_{12} - l_{20}$	
7. $V_{18} + V_{26} + V_{11} - V_{23} + w_7 = 0$	$w_7 = l_{18} + l_{26} + l_{11} - l_{23}$	
8. $V_{19} + V_8 - V_{18} - V_{24} + w_8 = 0$	$w_8 = l_{19} + l_8 - l_{18} - l_{24}$	
9. $V_7 - V_{19} - V_{25} + w_9 = 0$	$w_9 = l_7 - l_{19} - l_{25}$	
10. $V_9 + V_{10} - V_{26} + w_{10} = 0$	$w_{10} = l_9 + l_{10} - l_{26}$	

最小二乗法の原理により

$$W = [pv^2] - 2K_1(V_1 + V_{14} + V_{20} + V_{13} + w_1) - 2K_2(V_2 + V_{15} + V_{21} - V_{14} + w_2) \\ \dots \dots \dots - 2K_{10}(V_9 + V_{10} - V_{26} + w_{10})$$

を最小にするために $\frac{\partial W}{\partial V} = 0$ より補正值を求めると次のようになる。

$V_1 = \frac{K_1}{p_1}$	$V_2 = \frac{K_2}{p_2}$	$V_3 = \frac{K_3}{p_3}$	$V_4 = \frac{K_3}{p_4}$	$V_5 = \frac{K_3}{p_5}$	$V_6 = \frac{K_4}{p_6}$	} (2)
$V_7 = \frac{K_9}{p_7}$	$V_8 = \frac{K_8}{p_8}$	$V_9 = \frac{K_{10}}{p_9}$	$V_{10} = \frac{K_{10}}{p_{10}}$	$V_{11} = \frac{K_7}{p_{11}}$	$V_{12} = \frac{K_6}{p_{12}}$	
$V_{13} = \frac{K_1}{p_{13}}$	$V_{14} = \frac{K_1 - K_2}{p_{14}}$	$V_{15} = \frac{K_2 - K_3}{p_{15}}$	$V_{16} = \frac{K_6 - K_5}{p_{16}}$			

$$\begin{aligned}
 V_{17} &= \frac{K_5 - K_4}{p_{17}}, & V_{18} &= \frac{K_7 - K_8}{p_{18}}, & V_{19} &= \frac{K_8 - K_9}{p_{19}}, & V_{20} &= \frac{K_1 - K_6}{p_{20}}, \\
 V_{21} &= \frac{K_2 - K_5}{p_{21}}, & V_{22} &= \frac{K_3 - K_4}{p_{22}}, & V_{23} &= \frac{K_6 - K_7}{p_{23}}, & V_{24} &= \frac{K_5 - K_8}{p_{24}}, \\
 V_{25} &= \frac{K_4 - K_9}{p_{25}}, & V_{26} &= \frac{K_7 - K_{10}}{p_{26}},
 \end{aligned}$$

同一条件の下に行われる直接高低測量の重みは距離に反比例するから (2) 式の $\frac{1}{p_m}$ の

代りに d_m を用いると

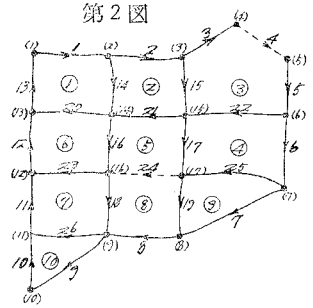
$$\begin{aligned}
 V_1 &= d_1 K_1, & V_2 &= d_2 K_2, & V_3 &= d_3 K_3, & V_4 &= d_4 K_3, & V_5 &= d_5 K_3, & V_6 &= d_6 K_4, \\
 V_7 &= d_7 K_9, & V_8 &= d_8 K_8, & V_9 &= d_9 K_{10}, & V_{10} &= d_{10} K_{10}, & V_{11} &= d_{11} K_7, & V_{12} &= d_{12} K_6, \\
 V_{13} &= d_{13} K_1, & V_{14} &= d_{14} (K_1 - K_2), & V_{15} &= d_{15} (K_2 - K_3), & V_{16} &= d_{16} (K_6 - K_5), \\
 V_{17} &= d_{17} (K_5 - K_4), & V_{18} &= d_{18} (K_7 - K_8), & V_{19} &= d_{19} (K_8 - K_9), & V_{20} &= d_{20} (K_1 - K_6), \\
 V_{21} &= d_{21} (K_2 - K_5), & V_{22} &= d_{22} (K_3 - K_4), & V_{23} &= d_{23} (K_6 - K_7), & V_{24} &= d_{24} (K_5 - K_8), \\
 V_{25} &= d_{25} (K_4 - K_9), & V_{26} &= d_{26} (K_7 - K_{10}).
 \end{aligned} \tag{2'}$$

(2') を (1) に代入すればコリレート正規方程式が求められ、此の式のコリレート係数を抜出して配列すると第1表の様になる。

第1表 (コリレート正規方程式)

種別	左										右	
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}		
1	$(d_1 + d_4 + d_{21} + d_{17})$	$-d_{14}$				$-d_{20}$					w_1	0
2	$-d_{14}$	$(d_2 + d_5 + d_8 + d_{14})$	$-d_{15}$		$-d_{21}$						w_2	0
3		$-d_{15}$	$(d_3 + d_6 + d_9 + d_{15} + d_{22} + d_{18})$	$-d_{22}$							w_3	0
4			$-d_{22}$	$(d_4 + d_7 + d_{17} + d_{22})$	$-d_{17}$				$-d_{25}$		w_4	0
5		$-d_{21}$		$-d_{17}$	$(d_5 + d_{10} + d_{17} + d_{23})$	$-d_{16}$		$-d_{24}$			w_5	0
6	$-d_{20}$				$-d_{16}$	$(d_6 + d_{13} + d_{16} + d_{20})$	$-d_{23}$				w_6	0
7					$-d_{23}$	$(d_7 + d_{16} + d_{17} + d_{24})$	$-d_{18}$			$-d_{26}$	w_7	0
8					$-d_{18}$		$(d_8 + d_{19} + d_{18} + d_{25} + d_9)$	$-d_{19}$			w_8	0
9				$-d_{25}$			$-d_{19}$	$(d_9 + d_{19} + d_{25})$			w_9	0
10							$-d_{25}$			$(d_{10} + d_{10} + d_{26})$	w_{10}	0

第1図は各水準線の高低差が全部未知の場合であるが、若し水準網の中で連続する2箇以上の水準点の標高が既知の場合、例えば第2図の水準点(4)と(5)及び(16)と(17)の標高が既知の場合は、(1)式の条件式中で水準線4及び24に



点線は水準差が既知

$$\left. \begin{aligned}
 3. \quad V_3 + V_5 + V_{22} - V_{15} + w_3 &= 0 & \text{但し } w_3 &= l_3 + l_5 + l_{22} - l_{15} + h_4 \\
 5. \quad V_{17} - V_{16} - V_{21} + w_5 &= 0 & w_5 &= l_{17} - l_{16} - l_{21} + h_4 \\
 8. \quad V_{19} + V_8 - V_{18} + w_8 &= 0 & w_8 &= l_{19} + l_8 - l_{18} - h_{24}
 \end{aligned} \right\} (3)$$

上式中の h_4 及び h_{24} は標高既知の水準点(5)と(4)及び(16)と(17)の標高の代数差

此の場合の補正值は(2')式から V_4 及び V_{24} を、又コリレート正規方程式は第1表の3, 5, 8. の各式中から d_4 及び d_{24} を削除すれば求められる。

第2表は第2図に対するコリレート正規方程式である。(なほ補正值は簡単のため省略する)

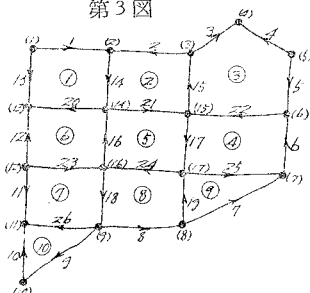
第2表(コリレート正規方程式)

種別	左										右		
	コ			リ		レ		ト					
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	w		
1	$(d_1 + d_{14} + d_{20} + d_{13})$	$-d_4$						$-d_{20}$			w_1	0	
2	$-d_4$	$(d_2 + d_5 + d_{12} + d_{24})$	$-d_5$			$-d_{21}$					w_2	0	
3		$-d_{15}$	$(d_3 + d_5 + d_{22} + d_{16})$	$-d_{22}$							w_3	0	
4			$-d_{22}$	$(d_6 + d_{25} + d_{14} + d_{22})$	$-d_{14}$					$-d_{25}$	w_4	0	
5		$-d_{21}$		$-d_{17}$	$(d_6 + d_{21} + d_{17})$	$-d_{16}$					w_5	0	
6	$-d_{20}$				$(d_{12} + d_{20} + d_{16} + d_{23})$	$-d_{23}$					w_6	0	
7						$-d_{23}$	$(d_{11} + d_{23} + d_{18} + d_{16})$	$-d_{18}$			$-d_{25}$	w_7	0
8							$-d_{18}$	$(d_{18} + d_{17} + d_{18})$	$-d_{17}$		w_8	0	
9				$-d_{25}$				$-d_{17}$	$(d_{17} + d_{17} + d_{25})$		w_9	0	
10								$-d_{26}$		$(d_9 + d_{10} + d_{26})$	w_{10}	0	

* 以外の各欄は第1表と同じ

第2. 各水準線の矢の方向を任意に仮定した場合

第3図



条件方程式

1. $V_1 + V_{14} + V_{20} - V_{13} + w_1 = 0$	但し $w = l_1 + l_{14} + l_{20} - l_{13}$	} (4)
2. $-V_2 - V_{14} - V_{21} - V_{15} + w_2 = 0$	$w_2 = -l_2 - l_{14} - l_{21} - l_{15}$	
3. $V_3 - V_4 + V_5 + V_{22} + V_{15} + w_3 = 0$	$w_3 = l_3 - l_4 + l_5 + l_{22} + l_{15}$	
4. $-V_{22} - V_{17} - V_{25} - V_6 + w_4 = 0$	$w_4 = -l_{22} - l_{17} - l_{25} - l_6$	
5. $V_{17} + V_{24} + V_{16} + V_{21} + w_5 = 0$	$w_5 = l_{17} + l_{24} + l_{16} + l_{21}$	
6. $-V_{16} - V_{23} + V_{12} - V_{20} + w_6 = 0$	$w_6 = -l_{16} - l_{23} + l_{12} - l_{20}$	
7. $V_{18} + V_{20} - V_{11} + V_{23} + w_7 = 0$	$w_7 = l_{18} + l_{20} - l_{11} + l_{23}$	
8. $-V_{10} - V_8 - V_{18} - V_{24} + w_8 = 0$	$w_8 = -l_{10} - l_8 - l_{18} - l_{24}$	
9. $V_{25} - V_7 + V_{10} + w_9 = 0$	$w_9 = l_{25} - l_7 + l_{10}$	
10. $V_9 + V_{10} - V_{20} + w_{10} = 0$	$w_{10} = l_9 + l_{10} - l_{20}$	

前と同様の操作を行うと補正值は次の様になる。即ち

$V_1 = d_1 K_1,$	$V_2 = -d_2 K_2,$	$V_3 = d_3 K_3,$	$V_4 = -d_4 K_3,$	$V_5 = d_5 K_3,$	$V_6 = -d_6 K_4,$	} (5)
$V_7 = -d_7 K_9,$	$V_8 = -d_8 K_8,$	$V_9 = d_9 K_{10},$	$V_{10} = d_{10} K_{10},$	$V_{11} = -d_{11} K_7,$	$V_{12} = d_{12} K_6,$	
$V_{13} = -d_{13} K_1,$	$V_{14} = d_{14} (K_1 - K_2),$	$V_{15} = d_{15} (K_3 - K_2),$	$V_{16} = d_{16} (K_5 - K_6),$			
$V_{17} = d_{17} (K_5 - K_4),$	$V_{18} = d_{18} (K_7 - K_9),$	$V_{19} = d_{19} (K_9 - K_8),$	$V_{20} = d_{20} (K_1 - K_6),$			
$V_{21} = d_{21} (K_5 - K_2),$	$V_{22} = d_{22} (K_3 - K_4),$	$V_{23} = d_{23} (K_7 - K_6),$	$V_{24} = d_{24} (K_5 - K_8),$			
$V_{25} = d_{25} (K_9 - K_4),$	$V_{26} = d_{26} (K_7 - K_{10}),$					

(5) 式を (4) 式に代入すればコリレート正規方程式を得られるが此の場合も各コリレートの配列及びコリレートの係数は第1表と等しく閉合誤差 w だけが (4) 式の様に変化するだけである。(コリレート正規方程式省略)

第3図でも第2図の様に、連続する水準点 (4) と (5) 及び (16) と (17) の標高が既知の場合は、補正值 (5) 式より V_4 及び V_{24} の分を削除する事になるが、正規方程式の各コリレートの配列及び各コリレートの係数は第2表と全く相等しく、水準線4及び24に關係す

る閉合誤差だけが変わる。即ち矢の方向を第3図と同様にすると閉合誤差は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} w_3 &= l_3 + l_5 + l_{22} + l_6 - h_4 \\ w_5 &= l_{16} + l_{21} + l_{17} + h_{24} \\ w_8 &= -l_{19} - l_8 - l_{18} + h_{24} \end{aligned} \right\} (6)$$

$w_1, w_2, w_4, w_6, w_7, w_9, w_{10}$ は (4) 式と同じ

Ⅲ 機 械 的 図 上 調 整 計 算

前記の各場合の補正值及びコリレート正規方程式は一定の計算手続きによつて導いたものであるが、是等の補正值及びコリレート正規方程式は、そのコリレートと係数の間には次の様な規則正しい一定の関係がある。

コリレート正規方程式は水準網を構成する箇々の図形毎に1箇づつ成立し、その各々の式にはその図形自身のコリレートとその図形の周りの未知線に隣接する他の図形のコリレートが存在し、前者のコリレートに対する係数は、その図形自身の周囲の未知線の距離の和(正号)で左肩からの大なる対角線係数となり、後者のコリレートに対する係数は、その図形と隣接図形との境の未知線の距離(負号)で対角線係数を軸として対称として配列される。故にこの性質を用いるときは、コリレート正規方程式のコリレート関係は水準網を参照すれば機械的に作製され、又水準閉合誤差 w も矢の方向を任意に記入すれば直ちに求める事ができるから、各コリレートの値は次の様に図上計算ができる。即ち、

水準網図に水準差の未知の線と既知の線とを区別して未知線には番号と距離を、又箇々の図形の中にはそれぞれの番号と水準閉合誤差及びその周囲の未知線の距離の和とを記入し、之を参照しながら次の順序で繰返し計算を行う。

第1近似値、一般的計算方式としては「そのコリレートが属する図形の周囲の未知線の距離の和でその図形の水準閉合誤差を割つて符号を換える」と求められるが、この計算は周囲の状況により次の2種に区別して行う方が収斂が速かである。即ち、

1、そのコリレートが属する図形の周囲の未知線のすべてに他の図形が隣接するものは上の一般的計算方式による。

2、そのコリレートが属する図形の周囲の未知線の中で他の図形に隣接しないものがある場合は、他の図形に隣接しない未知線の距離の和で、そのコリレートが属する図形の水準閉合誤差を割つて符号を換える。

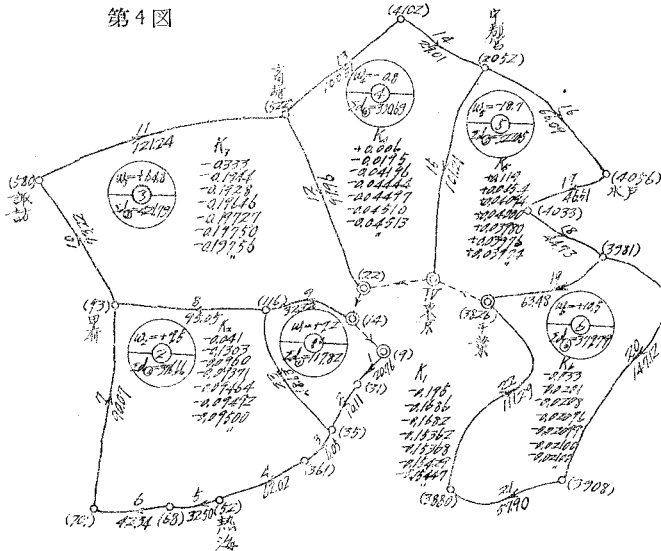
第 m 近似値 (但し $m=2, 3, \dots, n$) そのコリレートが属する図形の周囲で他の図形に隣接する未知線の距離と、それらの未知線に隣接するそれぞれの図形のコリレートの第 $(m-1)$ 近似値との積の代数和から、その図形の水準閉合誤差を減じ、之をその図形の周囲の未知線の

距離の和で割って求めるが、此の場合に隣接図形のコレレートは、その求めるコレレートの属する図形より番号の少ないものに対しては、第 $(m-1)$ 近似値の代りに第 m 近似値を用いた方が繰返し計算の収斂が速かである。

又補正值は各水準線の矢の方向に対し、その線の両側に隣接する各図形を右及び左と規約すると、

$$\text{水準線の補正值} = (\text{その水準線の距離}) \left\{ \left(\begin{array}{l} \text{その水準線の右側の} \\ \text{隣接図形のコレレート} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{その水準線の左側の} \\ \text{隣接図形のコレレート} \end{array} \right) \right\}$$

IV 計 算 例



第4図は関東地方1等水準網¹⁾略図に矢の方向を任意に記入したもので、[図中の数字は次の意味を表わすものとする。即ち

水準線の矢の傍の1~22の数字は各水準線の番号で他の数字は距離(Km),
 $\Sigma d_{(m)}$ (但し $m = 1 \sim 6$) は個々の図形の周囲の未知線の距離の和 (Km), w は個々の図形の実測閉合誤差 (mm)

なお、点線即ち、(3326)~IV, VI~(22), (22)~(14), (14)~(9)の各線の水準差は既知

計算方法

コレレート

第1近似値, コレレートが属する図形の周囲で他の図形に隣接しない未知線の距離の和で、その図形の w を割って符号を換える。即ち

1 大前憲三郎外3氏著, 陸地測量学 P.315.

第3表

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
図番 形号	水準 線号	水準線の水準差 h_i (m)	水準線の距離 d_i (km)	閉合誤差 w_i (mm)	コレット K	補正值 v_i (mm)	調整値 M_i (mm)	$PLV^2 = \frac{v_i^2}{d_i}$	観測値の推差 (mm) $\frac{w_i}{\sqrt{d_i}}$	摘要
①	1.	$h_1 = (90) - (9) = +1.4382$	20.76	$w_1 = h_1 + h_2 + h_3$	$K_1 = -0.6317$	-3.21	+1.13499	0.49653	±4.56	(9) 欄は湖 湖水準差 に地球の 形状の改 正を施し たもの。
	2.	$h_2 = (36) - (90) = +6.8701$	16.13	$-h_1 + h_2$		-2.49	+6.86961	0.38486	±4.38	
	23.	$h_{23} = (34) - (116) = -95.0844$	48.63	$= +7.2$ mm		+2.89	-95.08151	0.17175	±7.62	
	9.	$h_9 = (116) - (9) = +169.0162$ $-h_1 = (9) - (14) = -34.3673$	32.32			-1.39	+169.01481	0.05999	±6.21	
		$\Sigma d_i = 117.82$				$M_1 + M_2 + h_1 - M_{23} - M_9 = 0$				
②	3.	$h_3 = (361) - (35) = +338.516$	6.05	$w_2 = h_3 + h_4 + h_5$	$K_2 = -0.0750$	-2.57	+338.5103	0.05370	±2.69	(9), (14), (22), TP の各点に 標高既 知
	4.	$h_4 = (32) - (361) = +1.5382$	62.02	$+h_3 + h_4 - h_2$		-5.89	+1.53251	0.05797	±8.61	
	5.	$h_5 = (68) - (52) = -87.1652$	32.50	$+h_5 = +7.5$ mm		-3.09	-87.1681	0.29399	±6.23	
	6.	$h_6 = (901) - (63) = +1.4182$	42.34			-4.02	+1.41418	0.38168	±7.11	
	7.	$h_7 = (93) - (901) = -807.6719$	90.07			-8.56	-807.6704	0.81352	±10.37	
	8.	$h_8 = (93) - (116) = +147.7718$	75.05			-7.75	+147.76205	1.00213	±10.65	
	23.	$h_{23} = (34) - (116) = -75.0844$	48.63			+2.89	-75.08151		±7.62	
			$\Sigma d_i = 376.66$					$\frac{2}{3}M_1 + M_2 - M_3 = 0$		
③	9.	$h_9 = (116) - (14) = +169.0162$	32.32	$w_3 = h_9 + h_8$	$K_3 = -0.1956$	-1.39	+169.01481		±6.21	
	8.	$h_8 = (93) - (116) = +147.7718$	75.05	$+h_8 + h_1 + h_2$		-9.75	+147.76205		±10.65	
	10.	$h_{10} = (32) - (93) = -60.7349$	73.22	$+h_{10} = +6.23$		-1.449	-60.73041	0.05961	±9.35	
	11.	$h_{11} = (52) - (32) = -20.52$	121.24			-2.395	-20.5205	0.17113	±11.00	
	12.	$h_{12} = (22) - (52) = -30.282$ $-h_3 = (14) - (22) = +11.2773$	99.96			+5.24	-30.2844	0.22351	±10.93	
		$\Sigma d_i = 221.79$				$\frac{2}{3}M_9 + h_9 = 0$				
④	12.	$h_{12} = (22) - (52) = -30.282$	99.96	$w_4 = -h_{12} + h_3$	$K_4 = -0.1313$	-1.524	-30.2844		±10.93	
	13.	$h_{13} = (112) - (52) = +60.4105$	100.51	$+h_{12} + h_3 + h_4$		-4.54	+60.40596	0.20507	±10.95	
	14.	$h_{14} = (22) - (112) = -90.2702$	29.01	$= -0.8$ mm		-1.31	-90.27151	0.05716	±5.89	
	15.	$h_{15} = TP - (2052) = -109.5765$ $h_{16} = (22) - TP = +26.2320$	101.21			-8.59	-109.6099	0.72006	±10.99	
		$\Sigma d_i = 330.69$				$-M_{12} + \frac{2}{3}M_{13} + h_{16} = 0$				
⑤	15.	$h_{15} = TP - (2052) = -109.5765$	101.21	$w_5 = h_{15} + h_{16}$	$K_5 = -0.0774$	-8.59	-109.6099		±10.99	
	16.	$h_{16} = (5056) - (2052) = -30.5191$	66.09	$+h_{15} + h_{16} + h_9$		+2.63	-30.51647	0.10266	±8.88	
	17.	$h_{17} = (4052) - (4056) = -2.8601$	46.51	$+h_{17} = -7.87$ mm		+1.05	-2.85825	0.07359	±7.45	
	18.	$h_{18} = (3781) - (4052) = -272.28$	44.73			+1.78	-272.28158	0.09083	±7.31	
	19.	$h_{19} = (3826) - (3781) = +45.57$ $-h_{15} = TP - (3826) = -1.2477$	63.48			+3.86	+45.5704	0.23471	±8.71	
		$\Sigma d_i = 322.05$				$-M_{15} + \frac{2}{3}M_{16} + h_{19} = 0$				
⑥	19.	$h_{19} = (3826) - (3781) = +45.57$	63.48	$w_6 = h_{19} + h_{20}$	$K_6 = -0.2100$	+3.86	+45.5704		±8.71	
	20.	$h_{20} = (3788) - (3781) = +22.538$	147.12	$+h_{19} + h_{20}$		-3.09	+22.5091	0.06490	±13.25	
	21.	$h_{21} = (3880) - (3788) = +108.58$	57.70	$= +10.5$ mm		-1.22	+108.558	0.02570	±8.31	
	22.	$h_{22} = (3826) - (3880) = -55.52$	111.29			-2.94	-55.5214	0.04920	±11.53	
		$\Sigma d_i = 379.79$				$M_{19} + \frac{2}{3}M_{20} - M_{21} = 0$				

$\sqrt{\frac{K}{d_i}}$ 間次 Z 点間の水準差に対する推差 $\gamma = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{117.82}{d_i}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{376.66}{d_i}} = \pm 1.09$ mm
 $\gamma =$ 各点等式の数

$$K_1 = - \frac{\text{図形①の } w}{(20.76+16.11)} = -0.195 \quad \text{同様の方法で}$$

図形①の周囲で他の図形に隣接しない未知線の距離の和

$$K_2 = - \frac{9.5}{(6.05+62.02+32.50+42.34+90.07)} = -0.041$$

$$K_3 = - \frac{64.8}{(73.22+121.24)} = -0.333$$

$$K_4 = - \frac{-0.8}{(100.51+29.00)} = +0.003$$

$$K_5 = - \frac{-18.7}{(66.09+46.51+44.73)} = +0.119$$

$$K_6 = - \frac{10.5}{(147.12+57.90+111.29)} = -0.033$$

第2 近似値

$$K_1 = \frac{d_{23} \begin{array}{l} \text{図形②のコリレー} \\ \text{トの第1近似値} \end{array} + d_6 \begin{array}{l} \text{図形③のコリレー} \\ \text{トの第1近似値} \end{array} - w_1}{117.82} = -0.1686$$

図形①の周囲の未知線の距離の和即ち $\Sigma d①$

$$K_2 = \frac{d_{23} \begin{array}{l} \text{図形①のコリレー} \\ \text{トの第2近似値} \end{array} + d_8 \begin{array}{l} \text{図形③のコリレー} \\ \text{トの第1近似値} \end{array} - w_2}{376.62} = -0.1303$$

$\Sigma d②$

同様にして

$$K_3 = \frac{d_6 \begin{array}{l} \text{図形①の第2} \\ \text{近似値} \end{array} + d_8 \begin{array}{l} \text{図形②の第2} \\ \text{近似値} \end{array} + d_{12} \begin{array}{l} \text{図形④の第1} \\ \text{近似値} \end{array} - w_3}{421.79} = -0.1944$$

$\Sigma d③$

$$K_4 = \frac{d_{12} \begin{array}{l} \text{③の第2} \\ \text{近似値} \end{array} + d_{15} \begin{array}{l} \text{⑤の第1} \\ \text{近似値} \end{array} - w_4}{330.69} = -0.0195$$

$\Sigma d④$

$$K_5 = \frac{d_{15} \begin{array}{l} \text{④の第2} \\ \text{近似値} \end{array} + d_{19} \begin{array}{l} \text{⑥の第1} \\ \text{近似値} \end{array} - w_5}{322.09} = +0.0459$$

$\Sigma d⑤$

$$K_6 = \frac{d_{19} \begin{array}{l} \text{⑤の第2} \\ \text{近似値} \end{array} - w_6}{379.79} = -0.0201$$

$\Sigma d⑥$

第3 近似値は第2 近似値を求める際の第1 近似値の代りに第2 近似値を、第2 近似値の代りに第3 近似値を代入して求める。以下所要の精度に達するまで此の操作を繰返す。計算の経過

は第4図に記載してある。

補正值

$$\text{水準線の補正值} = (\text{水準線の距離}) \left\{ \left(\begin{array}{c} \text{水準線の右側の隣接} \\ \text{図形のコレレート} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{水準線の左側の隣接} \\ \text{図形のコレレート} \end{array} \right) \right\}$$

水準線の両側に隣接図形のあるもの

$$\begin{array}{l} \text{水準線8} \quad \text{右側の隣接図形} \quad \text{左側の隣接図形} \\ \text{の距離} d_8 \quad \text{のコレレート} K_8 \quad \text{のコレレート} K_8 \\ V_8 = 95.05 \times \{ (-0.19756) - (0.09500) \} = -9.75\text{mm} \quad \text{同様にして} \end{array}$$

$$V_9 = 32.32 \times \{ -0.19756 - (-0.15447) \} = -1.39\text{mm}$$

$$V_{12} = 99.96 \times \{ -0.19756 - (-0.04513) \} = -15.24\text{mm}$$

$$V_{15} = 101.21 \times \{ -0.04513 - 0.03974 \} = -8.59\text{mm}$$

$$V_{19} = 63.48 \times \{ 0.03974 - (-0.02100) \} = +3.86\text{mm}$$

$$V_{23} = 48.63 \times \{ -0.09500 - (-0.15447) \} = +2.89\text{mm}$$

水準線の右側にだけ図形の隣接するもの

$$\begin{array}{l} \text{水準線1} \quad \text{右側の隣接図形} \\ \text{の距離} d_1 \quad \text{のコレレート} K_1 \\ V_1 = 20.76 \times (-0.15447) = -3.21\text{mm} \end{array}$$

$V_2 \sim V_7, V_{10}, V_{11}, V_{13}, V_{14}, V_{16} \sim V_{18}, V_{20} \sim V_{22}$, も同様の方法で求められる。之等は第3表に表示してある。

V 調整計算の誤差

水準網は三角網と異なりその形が多種多様のため之を一定の形式に分類することはできないが、前記の様に各コレレートに関係する他のコレレートは、そのコレレートの属する図形の周囲のコレレートだけ、又水準線の補正值を求める式に関係するコレレートは、その線の両側のコレレートだけであるから、この事から考えればその性質はすべて一定と見なす事もできる。

茲に提案した機械的図上計算法による各近似補正值及び調整値に対する誤差を調べるために以上の性質から関東地方1等水準網の実測例（即ち前記計算例）より各近似調整値及びその誤差を求めるほか、更に此の水準網の閉合誤差の条件を変更して調整計算を行い、之等の結果を比較検討する。

(1) 1等水準網の実測例に対する調整誤差

第3表には関東地方1等水準網に対する地理調査所の実測例についての調整計算の結果を表示したが、更に此の調整計算の過程に於けるコレレートの各近似値に対応する補正值と調整値及び閉合誤差を求めると、第4表となり摘記すると次の様になる。即ち

各水準線の調整値に対する誤差は、第3近似値では0.01mm～0.62mm、第4近似値では

0.01mm~0.28mm, 第5近似値では0.01mm~0.04mm, 第6近似値では0~0.01mm, 第7近似値では0~0.01mmで

各水準環線の調整閉合誤差は, 第3近似値では0.01mm~2.21mm, 第4近似値では0.01mm~0.44mm, 第5近似値では0~0.07mm, 第6近似値では0~0.03mm, 第7近似値では0~0.01mmである。

(2) 水準網の閉合誤差を1等及び2等水準測量の許容限度まで増加した場合の調整誤差

地理調査所の水準測量規定によると, 1等及び2等水準測量に対する閉合誤差の許容限度はそれぞれ $1.5\sqrt{S}$ mm及び $10\sqrt{S}$ mmである。(但し S は距離でKm) 前記の関東地方水準網の閉合誤差を, 上の1等及び2等水準の許容限度まで増加した場合に対しても前と同様の調整計算を行い, 各補正值と調整値及び閉合誤差の変化の過程を表示すると第5表及び第6表となり摘記すると次の様になる。即ち

1等水準では, 水準線の調整値に対する誤差は, 第3近似値では0.01mm~0.80mm, 第4近似値では0~0.57mm, 第5近似値では0~0.30mm, 第6近似値では0~0.06mm, 第7近似値では0~0.01mm, 又水準環線の調整閉合誤差は, 第3近似値では0~2.21mm, 第4近似値では0~2.59mm, 第5近似値では0.01mm~0.68mm, 第6近似値では0.1mm~0.27mm, 第7近似値では0~0.01mm, 第8近似値では0~0.01mmで, 又2等水準では, 水準線の調整値に対する誤差は, 第3近似値では0~8.18mm, 第4近似値では0.14mm~2.94mm, 第5近似値では0.02mm~0.42mm, 第6近似値では0~0.13mm, 第7近似値では0~0.03mm, 第8近似値では0~0.03mm, 水準環線の調整閉合誤差は, 第3近似値では0.04mm~27.34mm, 第4近似値では0.14mm~5.15mm, 第5近似値では0.16mm~0.97mm, 第6近似値では0.02mm~0.30mm, 第7近似値では0~0.7mm, 第8近似値では0~0.03mm, である。

第4表 関東地方1等水準網の調整(地理調査所実測例による)

図番 形号	水準 線号	水準壺 L (m)	距離 d (km)	開張 合差 W (mm)	(6) 第1近似値(調整値)		(7) 第2近似値		(8) 第3近似値		(9) 第4近似値		(10) 第5近似値		(11) 第6近似値	
					補正値 U (mm)	調整値 M (mm)	補正値 U (mm)	調整値 M (mm)	補正値 U (mm)	調整値 M (mm)	補正値 U (mm)	調整値 M (mm)	補正値 U (mm)	調整値 M (mm)	補正値 U (mm)	調整値 M (mm)
①	1	$h_1=+1.4782$	20.76		-3.21	+1.47479	-2.49	+1.47471	-3.19	+1.47501	-3.19	+1.47501	-3.20	+1.47500		
	2	$h_2=+6.8701$	16.11		-2.49	+6.86761	-2.71	+6.86739	-2.47	+6.86765	-2.48	+6.86762	-2.49	+6.86761		
	23	$h_{23}=+73.0834$	48.53		+2.89	-73.08151	+3.51	-73.08089	+2.72	-73.08168	+2.87	-73.08153	+2.88	-73.08151		
	7	$h_7=+67.01482$	32.32		-1.39	+67.01481	-0.80	+67.01540	-1.78	+67.01482	-1.41	+67.01479	-1.40	+67.01480		
		Σd_0 =117.82		$W_0=+7.2$	$M_1+M_2+M_3$ $+M_7-M_0=0$	U_1	U_2	U_3	U_7	U_0	U_1	U_2	U_3	U_7	U_0	
②	3	$h_3=+33.8566$	6.05		-0.57	+33.85602	-0.58	+33.85602	-0.57	+33.85603	-0.57	+33.85603	-0.57	+33.85603		
	4	$h_4=+1.53251$	62.02		-5.89	+1.53251	-5.95	+1.53245	-5.81	+1.53259	-5.87	+1.53253	-5.89	+1.53251		
	5	$h_5=+47.10848$	72.10		-3.09	-47.10848	-3.12	-47.10832	-3.05	-47.10845	-3.08	-47.10848	-3.08	-47.10848		
	6	$h_6=+1.41418$	42.34		-2.02	+1.41418	-2.06	+1.41414	-3.97	+1.41423	-4.01	+1.41419	-4.02	+1.41418		
	7	$h_7=+25.34974$	90.07		-8.56	+25.34974	-8.65	+25.34925	-8.44	+25.34946	-8.52	+25.34938	-8.55	+25.34935		
	8	$h_8=+147.76205$	95.05		-7.75	+147.76205	-7.20	+147.76260	-7.77	+147.76203	-7.75	+147.76205	-7.75	+147.76205		
	23	$h_{23}=+73.0834$	48.53		+2.89	-73.08151	+3.51	-73.08089	+2.72	-73.08168	+2.87	-73.08153	+2.88	-73.08151		
			Σd_0 =716.66		$W_0=+7.5$	$M_3+M_4+M_5$ $+M_6+M_7-M_0=0$	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7
	③	9	$h_9=+67.01482$	32.32		-1.39	+67.01481	-0.80	+67.01540	-1.38	+67.01482	-1.41	+67.01479	-1.40	+67.01480	
8		$h_8=+147.76205$	95.05		-7.75	+147.76205	-7.20	+147.76260	-7.77	+147.76203	-7.75	+147.76205	-7.75	+147.76205		
10		$h_{10}=+52.78243$	73.22		-4.47	+52.78243	-4.13	+52.78244	-4.619	+52.78244	-4.444	+52.78244	-4.446	+52.78244		
11		$h_{11}=+67.01482$	121.24		-2.89	-67.01481	-2.38	-67.01540	-2.82	-67.01482	-2.82	-67.01482	-2.82	-67.01482		
12		$h_{12}=+67.01482$	99.76		-15.24	-67.25844	-15.28	-67.25828	-15.20	-67.25840	-15.22	-67.25842	-15.23	-67.25843		
			Σd_0 =221.79		$W_0=+4.8$	$M_{10}+M_{11}+M_{12}$ $+M_{12}-M_0=0$	U_{10}	U_{11}	U_{12}	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}	U_8	U_9
④	12	$h_{12}=+67.01482$	99.76		-15.24	-67.25844	-15.28	-67.25828	-15.20	-67.25840	-15.22	-67.25842	-15.23	-67.25843		
	13	$h_{13}=+310.40576$	100.51		-4.47	+310.40576	-4.22	+310.40628	-4.47	+310.40603	-4.42	+310.40578	-4.53	+310.40577		
	14	$h_{14}=+294.29142$	29.01		-7.31	-294.29142	-7.22	-294.29142	-7.29	-294.29149	-7.30	-294.29150	-7.31	-294.29151		
	15	$h_{15}=+107.60489$	101.21		-8.59	+107.60489	-8.57	+107.60489	-8.55	+107.60485	-8.58	+107.60488	-8.57	+107.60487		
			Σd_0 =330.49		$W_0=+8.8$	$M_{12}+M_{13}+M_{14}$ $+M_{15}-M_0=0$	U_{12}	U_{13}	U_{14}	U_{15}	U_{12}	U_{13}	U_{14}	U_{15}	U_{12}	U_{13}
⑤	15	$h_{15}=+107.60489$	101.21		-8.59	+107.60489	-8.57	+107.60489	-8.55	+107.60485	-8.58	+107.60488	-8.57	+107.60487		
	16	$h_{16}=+88.51647$	66.09		+2.63	-88.51647	+2.71	-88.51639	+2.64	-88.51646	+2.63	-88.51647	+2.63	-88.51647		
	17	$h_{17}=+21.85825$	4.651		+1.85	-21.85825	+1.70	-21.85820	+1.86	-21.85824	+1.85	-21.85825	+1.85	-21.85825		
	18	$h_{18}=+226.458$	44.73		+1.78	+226.458	+1.83	+226.463	+1.79	+226.459	+1.78	+226.458	+1.78	+226.458		
	19	$h_{19}=+226.458$	63.48		+3.86	-226.458	+3.92	-226.469	+3.87	-226.470	+3.86	-226.470	+3.86	-226.470		
		Σd_0 =220.5		$W_0=+8.7$	$M_{15}+M_{16}+M_{17}$ $+M_{18}-M_0=0$	U_{15}	U_{16}	U_{17}	U_{18}	U_{15}	U_{16}	U_{17}	U_{18}	U_{15}	U_{16}	
⑥	19	$h_{19}=+226.458$	63.48		+3.86	-226.458	+3.92	-226.469	+3.87	-226.470	+3.86	-226.470	+3.86	-226.470		
	20	$h_{20}=+226.458$	147.12		-3.09	+226.458	-3.06	+226.474	-3.08	+226.472	-3.09	+226.471	-3.09	+226.471		
	21	$h_{21}=+1.08458$	5.770		-1.22	+1.08458	-1.20	+1.08460	-1.21	+1.08459	-1.22	+1.08458	-1.22	+1.08458		
	22	$h_{22}=+35.8234$	11.629		-2.74	-35.8234	-2.71	-35.8231	-2.73	-35.8233	-2.74	-35.8234	-2.74	-35.8234		
		Σd_0 =397.79		$W_0=+10.5$	$M_{19}+M_{20}+M_{21}$ $+M_{22}-M_0=0$	U_{19}	U_{20}	U_{21}	U_{22}	U_{19}	U_{20}	U_{21}	U_{22}	U_{19}	U_{20}	

備考 (1)-(6)類は第3表の転記

第5表 1等水準測量の調整(関東地方等水準網、観測誤差と1等水準測量の許容限度との差の比較)

図番 号	水準 番号	水準差 d (mm)	距離 d (km)	閉合 誤差 W (mm)	(6)		(7)		(8)		(9)		(10)		(11)		
					等1近似値 補正値 M (mm)	等4近似値 補正値 M (mm)	等4近似値 補正値 M (mm)	等6近似値 補正値 M (mm)	等7近似値 補正値 M (mm)	等8近似値 補正値 M (mm)	等8近似値 補正値 M (mm)						
①	1	$h_1 = +1.6773$	2076	$W_1 = +163$	-853	+1.44277	-249	+1.44271	-845	+1.44276	-856	+1.44274	-856	+1.44274	-856	+1.44274	
	2	$h_2 = +6.8701$	1611		-252	+6.26658	-349	+6.26661	-345	+6.26658	-352	+6.26659	-353	+6.26659	-353	+6.26658	
	23	$h_{23} = +3.0866$	4813		+640	-7.08200	+385	-7.08205	+388	-7.08202	+371	-7.08209	+382	-7.08209	+382	-7.08209	
	9	$h_9 = +6.0166$	3522		+604	+6.02224	+275	+6.01995	+277	+6.01999	+286	+6.02006	+286	+6.02006	+287	+6.02007	
		$h_8 = -2.6369$															
		$\Sigma d_0 = +17.82$			$M_1 = -16.74$ $W_1 = +163$ $W_1 = -0.0019$		$W_1 = +0.0007$		$W_1 = +0.0005$		$W_1 = +0.0009$		$W_1 = +0.0004$		$W_1 = 0$		
②	3	$h_3 = +3.2866$	405	$W_2 = +279$	-277	+3.28583	-823	+3.28577	-279	+3.28581	-279	+3.28581	-279	+3.28581	-279	+3.28581	
	4	$h_4 = +1.5724$	6202		-273	+1.57047	-853	+1.57097	-809	+1.57071	-807	+1.57053	-811	+1.57029	-811	+1.57029	
	5	$h_5 = +0.0105$	3230		-216	+0.01096	-447	+0.01097	-423	+0.01093	-425	+0.01098	-426	+0.01098	-426	+0.01098	
	6	$h_6 = +1.4182$	4234		-202	+1.41278	-582	+1.41278	-561	+1.41267	-561	+1.41267	-563	+1.41267	-563	+1.41266	
	7	$h_7 = +2.8107$	8227		+152	+2.81157	+278	+2.81152	+278	+2.81157	+278	+2.81157	+278	+2.81157	+278	+2.81157	
	8	$h_8 = +4.7710$	7655		+329	+4.77009	+261	+4.77073	+213	+4.77053	+202	+4.77049	+204	+4.77049	+204	+4.77049	
	23	$h_{23} = +3.0866$	4813		+640	-7.08200	+385	-7.08205	+388	-7.08202	+371	-7.08209	+382	-7.08209	+382	-7.08209	
		$h_2 = +6.8701$															
			$\Sigma d_0 = +17.82$				$M_2 = -16.74$ $W_2 = +279$ $W_2 = -0.0019$		$W_2 = +0.0007$		$W_2 = +0.0005$		$W_2 = +0.0009$		$W_2 = +0.0004$		$W_2 = 0$
③	9	$h_9 = +4.9162$	3222	$W_3 = +383$	+424	+4.92224	+275	+4.92195	+277	+4.92199	+286	+4.92206	+286	+4.92207			
	10	$h_{10} = +4.7710$	7655		+329	+4.77009	+261	+4.77073	+213	+4.77053	+202	+4.77049	+204	+4.77049			
	11	$h_{11} = +0.0105$	3230		-216	+0.01096	-447	+0.01097	-423	+0.01093	-425	+0.01098	-426	+0.01098			
	12	$h_{12} = +0.6399$	12224		-113	+0.64121	-122	+0.64120	-118	+0.64117	-120	+0.64119	-121	+0.64120			
		$h_8 = +4.7710$	7655														
		$\Sigma d_0 = +27.79$			$M_3 = -16.74$ $W_3 = +383$ $W_3 = -0.0019$		$W_3 = +0.0007$		$W_3 = +0.0005$		$W_3 = +0.0009$		$W_3 = +0.0004$		$W_3 = 0$		
④	12	$h_{12} = +6.2652$	9996	$W_4 = +27.3$	-778	+6.26498	-1227	+6.26497	-1208	+6.26498	-1218	+6.26499	-1220	+6.26499			
	13	$h_{13} = +3.0866$	1081		+630	+3.08720	+326	+3.08722	+279	+3.08722	+279	+3.08722	+279	+3.08722			
	14	$h_{14} = +2.8107$	2141		+245	+2.81077	+278	+2.81082	+242	+2.81073	+239	+2.81073	+238	+2.81073			
	15	$h_{15} = +0.0105$	10121		-138	+0.01078	-173	+0.01078	-143	+0.01078	-152	+0.01078	-154	+0.01078			
		$h_8 = +4.7710$	7655														
		$\Sigma d_0 = +30.89$			$M_4 = -16.74$ $W_4 = +27.3$ $W_4 = -0.0019$		$W_4 = +0.0007$		$W_4 = +0.0005$		$W_4 = +0.0009$		$W_4 = +0.0004$		$W_4 = 0$		
⑤	15	$h_{15} = +0.0105$	10121	$W_5 = +26.9$	-138	+0.01078	-173	+0.01078	-143	+0.01078	-152	+0.01078	-154	+0.01078			
	16	$h_{16} = +8.5293$	6609		+649	+8.52981	+265	+8.52984	+247	+8.52983	+244	+8.52986	+244	+8.52986			
	17	$h_{17} = +2.8107$	4651		+247	+2.81077	+278	+2.81082	+242	+2.81073	+239	+2.81073	+238	+2.81073			
	18	$h_{18} = +2.2677$	4473		+249	+2.26719	+244	+2.26724	+237	+2.26717	+236	+2.26716	+236	+2.26716			
	19	$h_{19} = +0.2399$	6343		+107	+0.24033	+101	+0.24017	+102	+0.24024	+104	+0.24026	+103	+0.24027			
		$\Sigma d_0 = +32.05$			$M_5 = -16.74$ $W_5 = +26.9$ $W_5 = -0.0019$		$W_5 = +0.0007$		$W_5 = +0.0005$		$W_5 = +0.0009$		$W_5 = +0.0004$		$W_5 = 0$		
⑥	19	$h_{19} = +0.2399$	6343	$W_6 = +25.2$	+107	+0.24033	+101	+0.24017	+102	+0.24024	+104	+0.24026	+103	+0.24027			
	20	$h_{20} = +2.2677$	4473		+249	+2.26719	+244	+2.26724	+237	+2.26717	+236	+2.26716	+236	+2.26716			
	21	$h_{21} = +1.0858$	5770		-350	+1.08270	-349	+1.08231	-350	+1.08230	-351	+1.08228	-351	+1.08229			
	22	$h_{22} = +3.0866$	4813		+640	-7.08200	+385	-7.08205	+388	-7.08202	+371	-7.08209	+382	-7.08209			
		$h_8 = +4.7710$	7655														
		$\Sigma d_0 = +37.99$			$M_6 = -16.74$ $W_6 = +25.2$ $W_6 = -0.0019$		$W_6 = +0.0007$		$W_6 = +0.0005$		$W_6 = +0.0009$		$W_6 = +0.0004$		$W_6 = 0$		

備考 (1),(2),(4),(5)各式は第3表より転記

第6表 2等水準網の調整(関東地方水準網の閉合調整と2等水準網の新架限度まで(管測以下の場合))

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		(6)		(7)		(8)		(9)		(10)	
				第1近以値	第2近以値	第1近以値	第2近以値	第1近以値	第2近以値	第1近以値	第2近以値	第1近以値	第2近以値		
国管 水準 標子	水準差 d (mm)	距離 d (km)	閉合 誤差 w (mm)	V (mm)	M (mm)	V (mm)	M (mm)	V (mm)	M (mm)	V (mm)	M (mm)	V (mm)	M (mm)	V (mm)	M (mm)
①	1. h ₁ = +1.5376	20.76	w = +0.0286 Σd = +17.82	-2777	+1.5170	-2778	+1.5112	-2810	+1.50750	-2827	+1.50723	-2878	+1.50721	-2810	+1.50719
	2. h ₂ = +6.8701	16.11		-2778	+6.8477	-2828	+6.84772	-2826	+6.84654	-2878	+6.84653	-2878	+6.84651	-2810	+6.84650
	23. h ₂₃ = +7.0284	4.267		-2828	+7.01942	-2878	+7.01663	-2826	+7.01510	-2878	+7.01514	-2878	+7.01513	-2878	+7.01511
	9. h ₉ = +6.0162	3.222		-2826	+6.00624	-2878	+6.00409	-2826	+6.00264	-2878	+6.00263	-2878	+6.00261	-2878	+6.00261
	h _{20}} = +3.7693			M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763 w = +0.0286	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	
②	3. h ₃ = +3.3816	6.07	w = +0.0286 Σd = +17.82	-2777	+3.36167	-2778	+3.3516	-2810	+3.34795	-2827	+3.34753	-2878	+3.34752	-2810	+3.34752
	4. h ₄ = +1.5734	6.222		-2778	+1.48783	-2828	+1.48518	-2826	+1.48457	-2878	+1.48454	-2878	+1.48453	-2878	+1.48453
	5. h ₅ = +4.0154	32.30		-2828	+4.01397	-2878	+4.01302	-2826	+4.01366	-2878	+4.01373	-2878	+4.01372	-2878	+4.01376
	6. h ₆ = +4.1822	4.234		-2826	+4.18369	-2878	+4.18221	-2826	+4.18145	-2878	+4.18150	-2878	+4.18157	-2878	+4.18156
	7. h ₇ = +3.2655	9.071		-2878	+3.26509	-2826	+3.26563	-2878	+3.26452	-2826	+3.26459	-2878	+3.26459	-2878	+3.26459
	8. h ₈ = +4.6778	7.545		-2826	+4.67772	-2878	+4.67704	-2826	+4.67747	-2878	+4.67744	-2878	+4.67742	-2878	+4.67743
	23. h ₂₃ = +7.0284	4.267		-2828	+7.01942	-2878	+7.01663	-2826	+7.01510	-2878	+7.01514	-2878	+7.01513	-2878	+7.01511
		h _{20}} = +3.7666				M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763
③	9. h ₉ = +6.0162	3.222	w = +0.0286 Σd = +17.82	-2826	+6.00624	-2878	+6.00409	-2826	+6.00264	-2878	+6.00263	-2878	+6.00261	-2878	+6.00261
	8. h ₈ = +4.0154	7.222		-2878	+4.01397	-2826	+4.01302	-2878	+4.01366	-2826	+4.01373	-2878	+4.01372	-2878	+4.01376
	10. h ₁₀ = +3.2655	7.522		-2826	+3.26509	-2878	+3.26563	-2826	+3.26563	-2878	+3.26563	-2878	+3.26563	-2878	+3.26563
	11. h ₁₁ = +1.5734	12.222		-2826	+1.48783	-2878	+1.48518	-2826	+1.48457	-2878	+1.48454	-2878	+1.48453	-2878	+1.48453
	12. h ₁₂ = +4.6778	7.545		-2878	+4.67772	-2826	+4.67704	-2878	+4.67747	-2826	+4.67744	-2878	+4.67742	-2878	+4.67743
	13. h ₁₃ = +3.2655	7.522		-2826	+3.26509	-2878	+3.26563	-2826	+3.26563	-2878	+3.26563	-2878	+3.26563	-2878	+3.26563
	17. h ₁₇ = +1.5734	12.222		-2826	+1.48783	-2878	+1.48518	-2826	+1.48457	-2878	+1.48454	-2878	+1.48453	-2878	+1.48453
	h _{20}} = +3.7666			M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763			
④	12. h ₁₂ = +6.0162	9.976	w = +0.0286 Σd = +17.82	-1178	+6.00624	-1228	+6.00409	-1226	+6.00264	-1278	+6.00263	-1278	+6.00261	-1278	+6.00261
	13. h ₁₃ = +1.5734	10.222		-1178	+1.48783	-1228	+1.48518	-1226	+1.48457	-1278	+1.48454	-1278	+1.48453	-1278	+1.48453
	14. h ₁₄ = +4.0154	2.901		-1178	+4.01397	-1228	+4.01302	-1226	+4.01366	-1278	+4.01373	-1278	+4.01372	-1278	+4.01376
	15. h ₁₅ = +4.6778	1.012		-1178	+4.67772	-1228	+4.67704	-1226	+4.67747	-1278	+4.67744	-1278	+4.67742	-1278	+4.67743
		h _{20}} = +3.7669				M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763		
⑤	15. h ₁₅ = +4.0154	1.012	w = +0.0286 Σd = +17.82	-260	+4.01397	-272	+4.01302	-270	+4.01366	-278	+4.01373	-278	+4.01372	-278	+4.01376
	16. h ₁₆ = +3.2655	6.07		-260	+3.26509	-272	+3.26563	-270	+3.26563	-278	+3.26563	-278	+3.26563	-278	+3.26563
	17. h ₁₇ = +1.5734	4.657		-270	+1.48783	-272	+1.48518	-270	+1.48457	-278	+1.48454	-278	+1.48453	-278	+1.48453
	18. h ₁₈ = +4.6778	4.415		-272	+4.67772	-270	+4.67704	-272	+4.67747	-278	+4.67744	-278	+4.67742	-278	+4.67743
	19. h ₁₉ = +2.2655	6.548		-270	+2.26509	-272	+2.26563	-270	+2.26563	-278	+2.26563	-278	+2.26563	-278	+2.26563
		h _{20}} = +1.2677				M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763			
⑥	19. h ₁₉ = +2.2655	6.548	w = +0.0286 Σd = +17.82	+474	+2.26509	+472	+2.26563	+470	+2.26563	+478	+2.26563	+478	+2.26563	+478	+2.26563
	20. h ₂₀ = +1.5734	1.712		+474	+1.48783	+472	+1.48518	+470	+1.48457	+478	+1.48454	+478	+1.48453	+478	+1.48453
	21. h ₂₁ = +1.0154	5.790		+474	+1.01397	+472	+1.01302	+470	+1.01366	+478	+1.01373	+478	+1.01372	+478	+1.01376
	22. h ₂₂ = +4.6778	1.730		+474	+4.67772	+472	+4.67704	+470	+4.67747	+478	+4.67744	+478	+4.67742	+478	+4.67743
	h _{20}} = +1.2677			M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763	M ₁ = +0.5763 M ₂ = +0.5763						

備考 (1), (2), (3) の各欄に等3等水準網の調整

(3) まとめ

以上の様に水準環線に対する閉合誤差の条件を種々変更して調整計算を行い、各近似調整値の誤差を算定したが、各条件に対する近似値を比較すると、水準網の等級の低い場合、即ち実測値に対する許容誤差の大きい場合は当然、調整計算の誤差も大きい。従つて若し調整値の誤差限界を一定にすれば、水準網の等級の低下するほど計算の回数を順次に増加しなければならないが、地理調査所の水準測量成果表には、1等水準の成果は真高mm以下1位まで、又2等水準水準成果はmmまで記載してあるので之を一応の標準として前記の結果を比較すると、最悪の条件として水準測量の許容限度まで閉合誤差が増加した場合に、1等水準では調整値の誤差は、水準線では第5近似値で0~0.30mm、第6近似値で0~0.06mm、水準環線では第5近似値で0.01mm~0.08mm、第6近似値で0.01mm~0.27mm、2等水準では調整値の誤差は水準線では第5近似値で0.02mm~0.42mm、第6近似値で0~0.13mm、水準環線では第5近似値で0.16mm~0.97mm、第6近似値で0.02mm~0.30mm、であり、更に地理調査所の実測例(第4表)では調整値の誤差は、第5近似値で水準線では0.01mm~0.04mm、水準環線では0~0.07mmであることから推定すれば、実際の精密水準測量の結果から水準線の調整値だけを求めるには第5近似値程度まで、又水準環線の調整値をも併せて求める場合には第6近似値程度まで計算すれば十分と思われる。

VI 結 び

本文の要点は次の通りである。

(1) 水準網の各水準線に矢の方向を任意に記入すれば補正値を求める式及びコリレート正規方程式は、一定の計算手続きをしなくても極めて簡単に求められ且つ誤りも容易に発見できる。なお、矢の方向はコリレート正規方程式のコリレート及びその係数の間には全く関係がなく、ただ水準閉合誤差と補正値を求める式に関係するだけである。

(2) コリレート及び補正値の図上計算法はコリレート正規方程式及び補正値を求める式の機械的作製方法の延長であるが、実際的には全く之等の式を念頭におかないで、ただ図上を参照しながら順次に計算を行えばよい。

(3) 此の図上計算に必要な要素は、コリレートの値を求めるには、そのコリレートの属する図形と之に隣接する図形だけ、補正値を求めるには、その水準線を挟む図形だけに限られ、何れも之等に隣接するものだけであるから、如何に複雑に見える水準網に対しても便利且つ容易である。

(4) 此の調整計算法を実際の精密水準測量に用いる場合は、第5ないし第6近似値程度で所

定の精度が得られるものと推定される。

なお、本文の調整計算法は剛節架構の機械的図上計算法及び板倉忠三博士の平面三角網の調整計算に関する諸論文²よりヒントを得て水準網の調整に拡張応用したものである。

(昭和31年 4月18日受理)

-
- 2 板倉忠三, 機械的図上計算法による基本三角網の迅速且つ厳密なる調整計算について
土木学会誌 第26巻 第9号
全 上, 機械的図上計算法による複合三角網の迅速且つ厳密なる調整計算について
(その1) 土木学会誌 第29巻 第1号
全 上, 機械的図上計算法による複合三角網の迅速且つ厳密なる調整計算について
(その2) 土木学会誌 第29巻 第2号

平板及び平面弾性問題に対する 有限なフーリエ変換の応用

能 町 純 雄

On Applications of Finite Fourier Transformation to Problems in Thin Plate and Plane Elasticity

Sumio Nomachi

Abstract

In finite Fourier transformation there are certain operational properties similar to those of Laplace transformation.

G. Doetsch, L. Fantappié, H. Kniess, and other mathematicians have been studying the above properties, H. Kniess especially, derives the fundamental operational relation in finite sine and cosine transformation, and applies them for the symbolic calculation of the ordinary differential equations. After that R. V. Churchill, in his text, adopts the same method in solving the potential in slot, that is denoted by Laplace's partial differential equation. In this paper, denoting the finite Fourier transformation in a rectangular domain by L and integrating the condition of equilibrium of forces of the thin plate, the plane stress, and the plane strain, the writer obtains the inverse transformation of displacements in them.

【 ま え が き 】

有限な Fourier 変換は一種の変換法則を有しているが、その特性は Laplace 変換の演算子的特性に類似している。これについては G. Doetsch¹, L. Fantappié², 及び H. Kniess³ 等が広汎な研究を行つている。ことに H. Kniess は基本変換式を導いてこれを常微分方程式の記号解法に応用した。また R. V. Churchill のテキスト⁴ には矩形境界を有する Laplace の偏微分方程式、例えば Slot 内の Potential の解法にこの変換を応用しているが

1 G. Doetsch : Math. Ann., 62, 52 (1935)

2 L. Fantappié : Memorie della classe scienze fisiche matematiche e naturali 4, 55—69 (1933)

3 H. Kniess : Math. Zeitsch., 44, 226—292 (1939)

4 R. V. Churchill : Modern Operational Mathematics in Engineering, P.282 (1944)

これは H. Kniess の方法と線形常微分方程式との組合せによつて解を求めてある。ここでは有限な Fourier 変換を拡張して偏微分方程式の記号解法を物理的な立場から考えて弾性諸問題の一般解を誘導しよう。

II 有限な Fourier 変換

$f(x)$ は変数 x の或る有限区間上で部分的に連続な函数を表わすものとし、その変換を $0 \sim a$ までとすれば次の積分

$$\left. \begin{aligned} \int_0^a f(x) \sin \frac{m\pi}{a} x dx & \quad (n=1, 2, 3, \dots), \\ \int_0^a f(x) \cos \frac{m\pi}{a} x dx & \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

の中上式は Fourier-sin 変換、下式は Fourier-cos 変換であつて、これを H. Kniess にしたがつて

$$\left. \begin{aligned} \int_0^a f(x) \sin \frac{m\pi}{a} x dx & = S_m[f(x)], \\ \int_0^a f(x) \cos \frac{m\pi}{a} x dx & = C_m[f(x)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で表わす。この演算は $f(x)$ の有限な sin 変換、及び cos 変換と呼ばれるものでいずれも自然数 m のみの函数を生ずる。そして Fourier 級数の理論によつて

$$\left. \begin{aligned} f(x) & = \frac{2}{a} \sum_m \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot S_m[f(x)], \\ f(x) & = \frac{1}{a} \int_0^a f(x) dx + \frac{2}{a} \sum_m \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot C_m[f(x)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なる逆変換関係が存在する。すなわち $f(x)$ の有限な sin 或は cos 変換が求まれば (3) の関係式から $f(x)$ が求められる。

ζ_{xy} を変域 $(0, a)$, $(0, b)$ で定義される部分的に連続な函数とし、前記の演算記号を拡張して次のように定める。

$$S_n S_n[\zeta_{xy}] = \int_0^a \int_0^b \zeta_{xy} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y dx dy, \quad (4)$$

$$C_m C_n[\zeta_{xy}] = \int_0^a \int_0^b \zeta_{xy} \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y dx dy, \quad (5)$$

$$S_m C_n[\zeta_{xy}] = \int_0^a \int_0^b \zeta_{xy} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y dx dy, \quad (6)$$

$$C_m S_n[\zeta_{xy}] = \int_0^a \int_0^b \zeta_{xy} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y dx dy, \quad (7)$$

ただし $m, n=1, 2, 3, \dots$.

そうすれば次の逆変換関係が存在する, すなわち

$$\zeta_{xy} = \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot S_m S_n [\zeta_{xy}], \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{xy} &= \frac{2}{ab} \int_0^a \int_0^b \zeta_{xy} dx dy + \frac{2}{ab} \sum_m \cos \frac{m\pi}{a} x \int_0^b C_m [\zeta_{xy}] dy \\ &+ \frac{2}{ab} \sum_n \cos \frac{n\pi}{b} y \int_0^a C_n [\zeta_{xy}] dx \\ &+ \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot C_m C_n [\zeta_{xy}], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{xy} &= \frac{2}{ab} \sum_m \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \int_0^b S_m [\zeta_{xy}] dy \\ &+ \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot S_m C_n [\zeta_{xy}], \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{xy} &= \frac{2}{ab} \sum_m \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \int_0^a S_n [\zeta_{xy}] dx \\ &+ \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot C_m S_n [\zeta_{xy}], \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

2次元の場合には以上のように \sin と \cos の組合せによる変換の形が四個ある。それで任意の変換を作る函数を L とおいて一般的な関係を求めることにする。

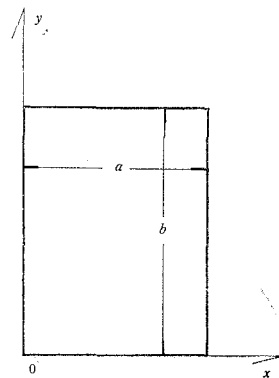
Ⅲ 直角異方性板

第1図のような矩形板が x 及び y 方向でその性質が異なる場合を考える。板の弾性係数を E , 断面2次モーメント, 及びポアソン比を J_x, J_y, ν_x, ν_y とし M. T. Huber⁵ に従がつて

$$N_x = \frac{1}{1-\nu_x \nu_y} E J_x, \quad (x \text{ 方向曲げ剛さ})$$

$$N_y = \frac{1}{1-\nu_x \nu_y} E J_y, \quad (y \text{ 方向曲げ剛さ})$$

とし同じく振り剛度を C_x, C_y ⁶ とすれば x 方向曲げモーメント M_x , y 方向曲げモーメント M_y , x 及び y 方向振りモーメント M_{xy}, M_{yx} はそれぞれ



第 1 図

5 M. T. Huber : Der Bauing., 12, 354—360 (1923)

6 M. T. Huber は $2C=C_x=C_y$ と仮定しているが, 一般に $C_x=C_y$ とならない。すなわち振り応力度は x, y 方向で一点において等しくなるが, それによる合モーメントは等しくならないことは円筒殻の場合などと同様である。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -N_x \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) & (a) \\ M_y &= -N_y \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) & (b) \\ M_{xy} &= -C_x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}, \quad M_{yx} = -C_y \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} & (c) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

とかくことができる。板に作用する荷重を $q \cdot f(xy)$ とすれば力の釣合の方程式は

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = q \cdot f(xy) \quad (13)$$

函数 L を媒介として変換を作るのであるが

$$\int_0^a \int_0^b F L dx dy = \int F L dA \quad (14)$$

とおけば次の関係がある。

$$\int \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} L dA = \int_0^b \left[\frac{\partial M_x}{\partial x} L \right]_{x=0}^{x=a} dy - \int_0^a \left[M_x \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy + \int M_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} dA \quad (15)$$

$$\int \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} L dA = \int_0^a \left[\frac{\partial M_y}{\partial y} L \right]_{y=0}^{y=b} dx - \int_0^b \left[M_y \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int M_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} dA \quad (16)$$

$$\int \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} L dA = \int_0^a \left[\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} L \right]_{y=0}^{y=b} dx - \int_0^b \left[M_{xy} \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy + \int M_{xy} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \quad (17)$$

$$\int \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} L dA = \int_0^b \left[\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} L \right]_{x=0}^{x=a} dy - \int_0^a \left[M_{yx} \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int M_{yx} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \quad (18)$$

しかるに

$$\left. \begin{aligned} \int_0^a M_{xy} \frac{\partial L}{\partial x} dx &= [M_{xy} L]_0^a - \int_0^a \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} L dy \\ \int_0^b M_{xy} \frac{\partial L}{\partial y} dy &= [M_{xy} L]_0^b - \int_0^b \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} L dx \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

これを上式 (17), (18) に代入して

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} L dx &= \int_0^a \left[\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} L \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} L \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ &\quad - [[M_{xy} L]_0^a]_0^b + \int M_{xy} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} L dA &= \int_0^a \left[\frac{\partial M_{yx}}{\partial x} L \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} L \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ &\quad - [[M_{yx} L]_0^a]_0^b + \int M_{yx} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \end{aligned} \quad (21)$$

したがって x, y 方向の周辺反力をそれぞれ R_x, R_y とすれば

$$R_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y}, \quad \left. \right\}$$

$$R_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \quad \left. \vphantom{R_y} \right\} \quad (22)$$

の関係があるから (15), (16), (20), (21) の各式より

$$\int \left\{ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right\} L dA = q \int f(xy) L dA$$

は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_0^b [R_x L]_{x=0}^{x=a} dy + \int_0^a [R_y L]_{y=0}^{y=b} dx - \left[[(M_{xy} + M_{yx})]_0^a \right]_0^b \\ & - \int_0^a [M_x \frac{\partial L}{\partial x}]_{x=0}^{x=a} dx - \int_0^b [M_y \frac{\partial L}{\partial y}]_{y=0}^{y=b} dy \\ & + \int \left\{ M_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + (M_{xy} + M_{yx}) \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} + M_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right\} dA = q \int f(xy) L dA \end{aligned} \quad (23)$$

また一方

$$\begin{aligned} & \int M_{xy} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA = -C_x \int \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \\ & = -C_x \left\{ \left[\left[\xi \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \right]_0^a \right]_0^b - \int_0^b \left[\xi \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=0}^{x=a} dy \right. \\ & \quad \left. - \int_0^a \left[\xi \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int \xi \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2} dA \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \int M_{yx} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA = -C_y \left\{ \left[\left[\xi \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \right]_0^a \right]_0^b - \int_0^b \left[\xi \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=0}^{x=a} dy \right. \\ & \quad \left. - \int_0^a \left[\xi \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int \xi \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2} dA \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

次に

$$\begin{aligned} & \int \left\{ M_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + M_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right\} dA \\ & = \int \left\{ \left(N_x \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + N_x \nu_y \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \left(N_y \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + N_y \nu_x \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right\} dA \\ & = \int_0^b \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + N_y \nu_x \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & \quad - \int_0^b \left[\xi \left(N_x \frac{\partial^3 L}{\partial x^3} + N_y \nu_x \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & \quad + \int_0^a \left[\frac{\partial \xi}{\partial y} \left(N_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} + N_x \nu_y \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ & \quad - \int_0^a \left[\xi \left(N_y \frac{\partial^3 L}{\partial y^3} + N_x \nu_y \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ & \quad + \int \left\{ N_x \frac{\partial^4 L}{\partial x^4} + (\nu_y N_x + \nu_x N_y) \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2} + N_y \frac{\partial^4 L}{\partial y^4} \right\} \xi dA, \end{aligned} \quad (26)$$

(24), (25), (26) を (23) に代入すれば

$$\int_0^b [R_x L]_{x=0}^{x=a} dy - \int_0^b [M_x \frac{\partial L}{\partial x}]_{x=0}^{x=a} dy + \int_0^a [R_y L]_{y=0}^{y=b} dx \quad \left. \vphantom{\int} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_0^a \left[M_y \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[\frac{\partial \zeta}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \nu_x N_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dx \\
& + \int_0^a \left[\frac{\partial \zeta}{\partial y} \left(N_y \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} + \nu_y N_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx - \int_0^b \left[\zeta \left(N_x \frac{\partial^3 L}{\partial x^3} \right. \right. \\
& \left. \left. + \nu_x N_y \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} + (C_x + C_y) \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dy - \int_0^a \left[\zeta \left(N_y \frac{\partial^3 L}{\partial y^3} \right. \right. \\
& \left. \left. + \nu_y N_x \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} + (C_x + C_y) \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx - (C_x + C_y) \left[\left[\zeta \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \right]_0^a \right]_0^b \\
& - \left[\left[(M_{xy} + M_{yx}) L \right]_0^a \right]_0^b + \int \left(N_x \frac{\partial^4 L}{\partial x^4} + (\nu_y N_x + \nu_x N_y \right. \\
& \left. + C_x + C_y) \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2} + N_y \frac{\partial^4 L}{\partial y^4} \right) \zeta dA = q \int f(xy) L dA.
\end{aligned} \tag{27}$$

上式中 $L = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y$ において

$$\begin{aligned}
S_m \left[\zeta_{x=0} \right] &= - \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m \zeta_{a0} - \zeta_{00} \right\} - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=0} \right], \\
S_n \left[\zeta_{y=b} \right] &= - \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m \zeta_{ab} - \zeta_{0b} \right\} - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=b} \right], \\
S_n \left[\zeta_{x=0} \right] &= - \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ (-1)^n \zeta_{0b} - \zeta_{00} \right\} - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=0} \right], \\
S_n \left[\zeta_{x=a} \right] &= - \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ (-1)^n \zeta_{ab} - \zeta_{a0} \right\} - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=a} \right]
\end{aligned} \tag{28}$$

の関係を適用して $S_m S_n [\zeta]$ の逆変換を作れば

$$\begin{aligned}
\zeta &= \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{N_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2B \frac{m^2 n^2 \pi^4}{a^2 b^2} + N_y \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4} \left[\right. \\
& \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m S_n \left[(M_x)_{x=a} \right] - S_n \left[(M_x)_{x=0} \right] \right\} \\
& \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ (-1)^n S_m \left[(M_y)_{y=b} \right] - S_m \left[(M_y)_{y=0} \right] \right\} \\
& - \left\{ N_x \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + (\nu_x N_y + C_x + C_y) \frac{m n^2 \pi^3}{a b^2} \right\} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \\
& \left\{ (-1)^m S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=b} \right] - S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=0} \right] \right\} \\
& - \left\{ N_y \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 + (\nu_y N_x + C_x + C_y) \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \\
& \left\{ (-1)^n S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=a} \right] - S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=0} \right] \right\} + q S_m S_n [f(xy)] \left. \right] \\
& + \sum_m \sum_n \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \frac{4}{m n \pi^2} \left\{ (-1)^{m+n} \zeta_{ab} - (-1)^m \zeta_{a0} - (-1)^n \zeta_{0b} + \zeta_{00} \right\},
\end{aligned} \tag{29}$$

ただし、 $2B = \nu_x N_y + \nu_y N_x + C_x + C_y$,

上式中 $S_n[(M_x)_{x=a}]$, $S_n[(M_x)_{x=0}]$, $S_n\left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}\right)_{x=a}\right]$, $S_n\left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}\right)_{x=0}\right]$,

$S_m[(M_y)_{y=b}]$, $S_m[(M_y)_{y=0}]$, $S_m\left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}\right)_{y=b}\right]$, $S_m\left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}\right)_{y=0}\right]$ はそれぞれ n 及

m のみの函数で一辺における 2 個づつ計 8 個の境界条件から求められる。次に ζ_{ab} , ζ_{a0} , ζ_{0b} , ζ_{00} なる四隅における沈下は四隅における条件から求められる。

IV 等 方 板 の 曲 げ

この場合には板の曲げ剛度は $N = Eh^3/12(1-\nu^2)$ (h は板の厚さ ν は板のポアソン比) 板の捩り剛度は $N(1-\nu)/2$ で表わされるから

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -N \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right), & (a) \\ M_y &= -N \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right), & (b) \\ M_{xy} = M_{yx} &= -N(1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} & (c) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

となり、釣合の式は

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} = q \cdot f(xy) \quad (31)$$

であるから上式の L による変換の部分積分は

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^b [R_x L]_{x=0}^{x=a} dy - \int_0^b [M_x \frac{\partial L}{\partial x}]_{x=0}^{x=a} dy + \int_0^a [R_y L]_{y=0}^{y=b} dx \\ & - \int_0^a [M_y L]_{y=0}^{y=b} dx + N \int_0^b \left[\frac{\partial \zeta}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & + N \int_0^a \left[\frac{\partial \zeta}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 L}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx - N \int_0^b \left[\zeta \left(\frac{\partial^3 L}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 L}{\partial x \partial y^2} \right) \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & - N \int_0^a \left[\zeta \left(\frac{\partial^3 L}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 L}{\partial x^2 \partial y} \right) \right]_{y=0}^{y=b} dx - 2N(1-\nu) \left[\left[\zeta \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} \right]_0^a \right]_0^b \\ & + 2 \left[[M_{xy} L]_0^a \right]_0^b + N \int \zeta \left(\frac{\partial^4 L}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 L}{\partial y^4} \right) dA = q \int f(xy) L dA \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

上式中 $L = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y$ とおいて逆変換を作れば

$$\zeta = \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2} \left[\frac{m\pi}{a} \left\{ (-1)^m S_n [(M_x)_{x=0}] \right. \right. \right]$$

$$\begin{aligned}
& -S_n [(M_x)_{x=0}] \Big\} + \frac{n\pi}{b} \left\{ (-1)^n S_m [(M_y)_{y=b}] - S_m [(M_y)_{y=0}] \right\} \\
& -N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + (2-\nu) \frac{m n^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \left\{ (-1)^m S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=a} \right] \right. \\
& \left. - S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=0} \right] \right\} - N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + (2-\nu) \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \\
& \left\{ (-1)^n S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=b} \right] - S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=0} \right] \right\} + q S_m S_n [f(xy)] \\
& + \sum_m \sum_n \frac{4}{m n \pi^2} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \left\{ \zeta_{ab} (-1)^{m+n} - \zeta_{a0} (-1)^m - \zeta_{0b} (-1)^n + \zeta_{00} \right\},
\end{aligned} \tag{33}$$

上式は等方矩形板の撓みの一般式で { } 内の周辺における未知の \sin 変換 8 個は各辺の 8 個の境界条件によつて求められ ζ_{ab} , ζ_{a0} , ζ_{0b} , ζ_{00} は四隅の条件から求まる。

また $L = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y$ とおいて逆変換公式 (10) を用いれば ζ は次の形になる。

$$\begin{aligned}
\zeta = & \frac{2}{ab} \sum_m \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x}{N \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m \int_0^b (M_x)_{x=a} dy - \int_0^b (M_x)_{x=0} dy \right\} \right. \\
& - N \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 \left\{ (-1)^m \int_0^b (\zeta)_{x=a} dy - \int_0^b (\zeta)_{x=0} dy \right\} + S_m [(R_y)_{y=b}] \\
& \left. - S_m [(R_y)_{y=0}] - N \nu \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left\{ S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} \right] - S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \right\} \right. \\
& \left. + q \int_0^b S_m [f(xy)] dy \right] + \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2} \left[\right. \\
& \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m C_n [(M_x)_{x=a}] - C_n [(M_x)_{x=0}] \right\} - (-1)^n S_m [(R_y)_{y=b}] \\
& + S_m [(R_y)_{y=0}] + N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \nu \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \left\{ (-1)^n S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} \right] \right. \\
& \left. - S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} \right] + N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + (2-\nu) \frac{m n^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left\{ (-1)^m C_n [(\zeta)_{x=a}] \right. \right. \\
& \left. \left. - C_n [(\zeta)_{x=0}] \right\} + q S_m C_n [f(xy)] \right],
\end{aligned} \tag{34}$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots,$$

同じやうな方法で境界未知数 $S_m [(R_y)_{y=b}]$, $S_m [(R_y)_{y=0}]$, $S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} \right]$,

$S_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} \right]$, $C_n [(M_x)_{x=a}]$, $C_n [(M_x)_{x=0}]$, $C_n [(\zeta)_{x=a}]$, $C_n [(\zeta)_{x=0}]$ は 8 個

の境界条件によつて求められる。ただし

$$2C_0 [(M_x)_{x=a}] = \int_0^b (M_x)_{x=a} dy, \quad 2C_0 [(M_x)_{x=0}] = \int_0^b (M_x)_{x=0} dy,$$

$$2C_0 [(\zeta)_{x=a}] = \int_0^b (\zeta)_{x=a} dy, \quad 2C_0 [(\zeta)_{x=0}] = \int_0^b (\zeta)_{x=0} dy,$$

であり, $(\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{ab}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{a0}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{0b}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{00}$ の値を上式中で四隅の条件を満足

するように $(\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{ab}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{a0}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{0b}, (\frac{\partial \zeta}{\partial y})_{00}$ を調整すれば求める撓み ζ が得

られる。次に $L = \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y$ の場合は公式 (34) 中 m と n, a と b, x と

y を交代して求められる。最後に $L = \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y$ と代入して逆変換公式 (9) を

用いれば ζ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{q}{Nab} \int \zeta dA + \frac{2}{ab} \sum_m \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x}{N \left(\frac{m\pi}{a}\right)^4} \left[-(-1)^m \int_0^b (R_x)_{x=a} dy \right. \\ & + \int_0^b (R_x)_{x=0} dy + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left\{ (-1)^m \int_0^b \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=a} dy - \int_0^b \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=0} dy \right\} \\ & - C_m [(R_y)_{y=b}] + C_m [(R_y)_{y=0}] + \nu \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \left\{ C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=b}\right] \right. \\ & \left. - C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=0}\right] \right\} - (-1)^m \{ (M_{xy})_{ab} - (M_{xy})_{a0} \} + (M_{xy})_{0b} - (M_{xy})_{00} \\ & + q \int_0^b C_m [f(xy)] dy \Big] + \frac{2}{ab} \sum_n \frac{\cos \frac{n\pi}{b} y}{N \left(\frac{n\pi}{b}\right)^4} \left[-(-1)^n \int_0^a (R_y)_{y=b} dx \right. \\ & + \int_0^a (R_y)_{y=0} dx + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \left\{ (-1)^n \int_0^a \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=b} dx - \int_0^a \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=0} dx \right\} \\ & - C_n [(R_x)_{x=a}] + C_n [(R_x)_{x=0}] + \nu \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \left\{ C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=a}\right] \right. \\ & \left. - C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=0}\right] \right\} - (-1)^n \{ (M_{xy})_{ab} - (M_{xy})_{0b} \} + (M_{xy})_{a0} - (M_{xy})_{00} \\ & + q \int_0^a C_n [f(xy)] dx \Big] + \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\}^2} \left[\right. \\ & - (-1)^m C_n [(R_x)_{x=a}] + C_n [(R_x)_{x=0}] - (-1)^n C_m [(R_y)_{y=b}] + C_m [(R_y)_{y=0}] \\ & + N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \nu \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\} \left\{ (-1)^m C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=a}\right] - C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=0}\right] \right\} \\ & \left. + N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \nu \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right\} \left\{ (-1)^n C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=b}\right] - C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=0}\right] \right\} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

$$+q C_m C_n [f(xy)] - (M_{xy})_{ab} (-1)^{m+n} - (M_{xy})_{a0} (-1)^m - (M_{xy})_{0b} (-1)^n - (M_{xy})_{00} \Big] \Big]$$

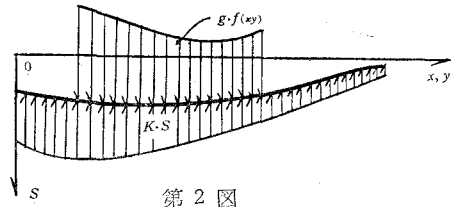
$$m, n = 1, 2, 3, 4, \dots,$$

上式中 8 個の境界未知数 $C_n[(R_x)_{x=a}]$, $C_n[(R_x)_{x=0}]$, $C_m[(R_y)_{y=b}]$, $C_m[(R_y)_{y=0}]$, $C_n\left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=a}\right]$, $C_n\left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{x=0}\right]$, $C_m\left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)_{y=b}\right]$, $C_m\left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)_{y=0}\right]$ は一辺について 2 つずつの計 8 個の境界値件から求められ, M_{xy} の四隅における値は四隅の境で定められる。以上同じ ζ ではあるが, どの変換を用いるかは問題によつて便利な形を選ぶのがよい。

V 弾性基礎上の矩形板

この場合沈下に比例する基礎からの反力が作用するものと仮定してその反力係数を $K(\text{kg/cm}^3)$ とすれば力の釣合式は

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = q \cdot f(xy) - \zeta \cdot K. \tag{36}$$



第 2 図

適合の件式 (30) の関係と上式の L 変換の部分積分から公式 (32) と類似の公式が作られる, その相違は (32) 式, 左辺の終項 $N \int \zeta \cdot \Delta^2 L \cdot dA$ の代りに $N \int \zeta (\Delta^2 L + KL) dA$ となるだけであるが, これを利用して ζ を求める。

$\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y$ による ζ の解,

$$\zeta = \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2 + K} \left[\frac{m\pi}{a} \left\{ (-1)^m S_n [(M_x)_{x=a}] - S_n [(M_x)_{x=0}] \right\} + \frac{n\pi}{b} \left\{ (-1)^n S_m [(M_y)_{y=b}] - S_m [(M_y)_{y=0}] \right\} - N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + (2-\nu) \frac{m n^2 \pi^3}{a b^2} \right\} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \left\{ (-1)^m S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=a} \right] - S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=0} \right] \right\} - N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 + (2-\nu) \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \left\{ (-1)^n S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=b} \right] - S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=0} \right] \right\} + q S_m S_n [f(xy)] + \sum_m \sum_n \frac{4}{m n \pi^2} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \left\{ \zeta_{ab} (-1)^{m+n} - \zeta_{a0} (-1)^m - \zeta_{0b} (-1)^n + \zeta_{00} \right\} \left\{ 1 - \frac{K}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2 + K} \right\} \right], \tag{37}$$

$\cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y$ による解

$$\begin{aligned}
 \zeta = & \frac{1}{ab} \int \frac{q \cdot f(xy)}{K} dA + \frac{2}{ab} \sum_m \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x}{N \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + K} \left[-(-1)^m \int_0^b (R_x)_{x=a} dy \right. \\
 & + \int_0^b (R_x)_{x=0} dy + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left\{ (-1)^m \int_0^b \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=a} dy - \int_0^b \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=0} dy \right\} \\
 & - C_m [(R_y)_{y=b}] + C_m [(R_y)_{y=0}] + \nu \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left\{ C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} \right] \right. \\
 & - C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \left. \right\} - (-1)^m \{ (M_{xy})_{ab} - (M_{xy})_{a0} \} + (M_{xy})_{0b} - (M_{xy})_{00} \\
 & + q \int_0^b C_m [f(xy)] dy \left. \right] + \frac{2}{ab} \sum_n \frac{\cos \frac{n\pi}{b} y}{N \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 + K} \left[(-1)^n \int_0^a (R_y)_{y=b} dx \right. \\
 & - \int_0^a (R_y)_{y=0} dx + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \left\{ (-1)^n \int_0^a \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} dx - \int_0^a \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} dx \right\} \\
 & - C_n [(R_x)_{x=a}] + C_n [(R_x)_{x=0}] + \nu \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \left\{ C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=a} \right] - C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=0} \right] \right\} \\
 & - (-1)^n \{ (M_{xy})_{ab} - (M_{xy})_{0b} \} + (M_{xy})_{a0} - (M_{xy})_{00} + q \int_0^a C_n [f(xy)] dx \left. \right] \\
 & + \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2 + K} \left[-(-1)^m C_n [(R_x)_{x=a}] + C_n [(R_x)_{x=0}] \right. \\
 & - (-1)^n C_m [(R_y)_{y=b}] + C_m [(R_y)_{y=0}] + N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \\
 & \left\{ (-1)^m C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=a} \right] - C_n \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)_{x=0} \right] \right\} + N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \nu \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \\
 & \left\{ (-1)^n C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=b} \right] - C_m \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \right\} + q C_m C_n [f(xy)] \\
 & - (M_{xy})_{ab} (-1)^{m+n} + (M_{xy})_{a0} (-1)^m + (M_{xy})_{0b} (-1)^n - (M_{xy})_{00} \left. \right] \quad (38)
 \end{aligned}$$

VI 矩形板の熱応力

温度分布が板に曲げを与えるように中立面からの距離 z では

$$\frac{2z}{h} t''(xy)$$

であるとすれば

$$\begin{aligned}
 M_x &= -N \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{2(1+\nu)\alpha t''}{h} \right), & (a) \\
 M_y &= -N \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{2(1+\nu)\alpha t''}{h} \right), & (b) \\
 M_{xy} &= -(1-\nu) N \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}. & (c)
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

の関係があるから釣合の式 (31) と上式から x, y についての変換を作り ζ を求めれば

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right) \left\{ (-1)^m S_n [(M_x)_{x=a}] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - S_n [(M_x)_{y=0}] + \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ (-1)^n S_m [(M_y)_{y=b}] - S_m [(M_y)_{y=0}] \right\} \right. \\
 &\quad \left. - N \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + (2-\nu) \frac{m n^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \left\{ (-1)^m S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=a} \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - S_n \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)_{x=0} \right] \right\} - N \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 + (2-\nu) \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. \left\{ (-1)^n S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=b} \right] - S_m \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_{y=0} \right] \right\} \right] \\
 &\quad + \sum_m \sum_n \frac{4 \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{m n \pi^2} \left\{ \zeta_{ab} (-1)^{m+n} - \zeta_{a0} (-1)^m - \zeta_{0b} (-1)^n + \zeta_{00} \right\} \\
 &\quad - \frac{4}{ab} \frac{2(1+\nu)\alpha}{h} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2} S_m S_n [t'']
 \end{aligned}
 \tag{40}$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots,$$

上式から四辺共、単純支持の場合は

$$\zeta_{x=a} = \zeta_{x=0} = \zeta_{y=b} = \zeta_{y=0} = 0$$

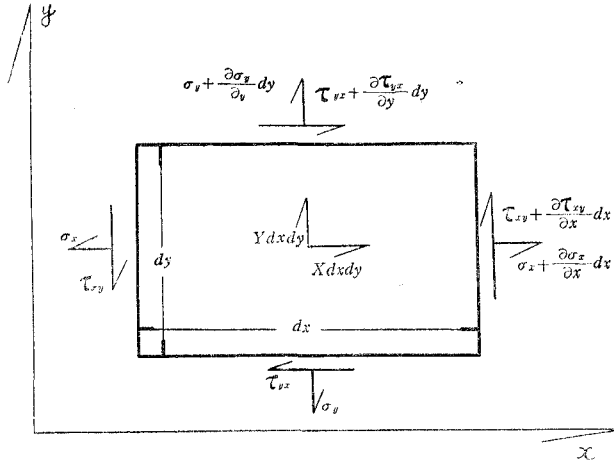
$$(M_x)_{x=a} = (M_x)_{x=0} = (M_y)_{y=b} = (M_y)_{y=0} = 0$$

から

$$\zeta = -\frac{4}{ab} \frac{2(1+\nu)\alpha}{h} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2} S_m S_n [t''],$$

Ⅶ 平 面 應 力

この問題は Airy の函数による重調和偏微分方程式で与えられ古くから論議されているが一般解に任意の境界条件を適用するのは容易でない。しかし Fourier 変換を用いれば矩形領域の任意の境界条件を満足し易い変位の一般解が簡単に求められる。



応力度の釣合は x 方向及び y 方向垂直応力度を σ_x, σ_y 剪断応力度を τ_{xy} とし x 方向及び y 方向物体力を X, Y とすれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= X, & (a) \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= Y. & (b) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

また平面応力の場合の応力と歪の関係は、 x 方向、 y 方向の変位をそれぞれ u, v とすれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right), & (a) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right), & (b) \\ \tau_{xy} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). & (c) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

L 変換による部分積分を作れば

$$\int \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} L dA = \int_0^y \left[\sigma_x L \right]_{x=0}^{x=a} dy - \int \sigma_x \frac{\partial L}{\partial x} dA, \quad (43)$$

上式右辺の第2項に (42) の (a) 式の関係を入して更に部分積分を続けければ

$$\begin{aligned} \int \sigma_x \frac{\partial L}{\partial x} dA &= \int \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \frac{\partial L}{\partial x} dA \\ &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\int_0^b \left[u \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy + \nu \int_0^a \left[v \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx \right. \\ &\quad \left. - \int u \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} dA - \nu \int v \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \right), \end{aligned} \quad (44)$$

また

$$\int \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} L dA = \int_0^a \left[\tau_{xy} L \right]_{y=0}^{y=b} dx - \int \tau_{xy} \frac{\partial L}{\partial y} dA, \quad (45)$$

上式に (42) の (c) 式を代入して

$$\begin{aligned} \int \tau_{xy} \frac{\partial L}{\partial y} dA &= G \int \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial L}{\partial y} dA \\ &= G \left(\int_0^a \left[u \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[v \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy \right. \\ &\quad \left. - \int u \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} dA - \int v \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA \right). \end{aligned} \quad (46)$$

したがって (43), (44), (45), (46) の関係を

$$\int \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) L dA - \int X L dA = 0$$

に代入して

$$\begin{aligned} &\int_0^b \left[\sigma_x L \right]_{x=0}^{x=a} dy + \int_0^a \left[\tau_{xy} L \right]_{y=0}^{y=b} dx - \frac{E}{1-\nu^2} \int_0^b \left[u \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ &\quad - G \int_0^a \left[u \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx - \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} \int_0^a \left[v \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ &\quad - G \int_0^b \left[v \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy + \frac{E}{2(1-\nu^2)} \int u \left(2 \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + (1-\nu) \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) dA \\ &\quad + \frac{E(1+\nu)}{2(1-\nu^2)} \int v \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA - \int X L dA = 0. \end{aligned} \quad (47)$$

全く同様にして (41) の (b) 式の L' 変換を作つて部分積分すれば

$$\begin{aligned} &\int_0^a \left[\sigma_y L' \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[\tau_{xy} L' \right]_{x=0}^{x=a} dy - \frac{E}{1-\nu^2} \int_0^a \left[v \frac{\partial L'}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ &\quad - G \int_0^b \left[\frac{\nu L'}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy - \frac{\nu E}{1-\nu^2} \int_0^b \left[u \frac{\partial L'}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ &\quad - G \int_0^a \left[u \frac{\partial L'}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx + \frac{E}{2(1-\nu^2)} \int v \left(2 \frac{\partial^2 L'}{\partial y^2} + (1-\nu) \frac{\partial^2 L'}{\partial x^2} \right) dA \\ &\quad + \frac{E(1+\nu)}{2(1-\nu^2)} \int u \frac{\partial^2 L'}{\partial x \partial y} dA - \int Y L' dA = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

さて $L = \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y,$

$$L' = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y$$

とおけば (47) 式から

$m=0$ では

$$\begin{aligned} &S_n [(\sigma_x)_{x=a}] - S_n [(\sigma_x)_{x=0}] - G \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ (-1)^n \int_0^a (u_{y=b}) dx - \int_0^a (u_{y=0}) dx \right\} \\ &\quad - G \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left\{ C_n [v_{x=a}] - C_n [v_{x=0}] \right\} - S_n [X] \end{aligned}$$

$$-\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \int_0^a S_n[u] dx = 0 \quad (49)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$ では

$$\left. \begin{aligned} & (-1)^m S_n[(\sigma_x)_{x=a}] - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] - G\left(\frac{n\pi}{b}\right) \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} \\ & - G\left(\frac{n\pi}{b}\right) \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] - C_n[v_{x=0}] \right\} - C_m S_n[X] \\ & = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ 2\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + (1-\nu)\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\} \cdot C_m S_n[u] \\ & + \frac{E(1+\nu)}{2(1-\nu^2)} \frac{mn\pi^2}{ab} \cdot S_m C_n[v] . \end{aligned} \right\} (50)$$

次に (48) 式から

$n = 0$ では

$$\left. \begin{aligned} & S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] - G\left(\frac{m\pi}{a}\right) \left\{ (-1)^m \int_0^b (v_{x=a}) dy \right. \\ & \left. - \int_0^b (v_{x=0}) dy \right\} - G\left(\frac{m\pi}{a}\right) (C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}]) - S_m[Y] \\ & - \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \int_0^b S_m[u] dy , \end{aligned} \right\} (51)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ の場合には

$$\left. \begin{aligned} & (-1)^n S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] - G\left(\frac{m\pi}{a}\right) \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] \right. \\ & \left. - C_n[v_{x=0}] \right\} - G\left(\frac{m\pi}{a}\right) \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} - S_m C_n[Y] \\ & = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ 2\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + (1-\nu)\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right\} S_m C_n[v] \\ & + \frac{E(1+\nu)}{2(1-\nu^2)} \frac{mn\pi^2}{ab} \cdot C_m S_n[u] . \end{aligned} \right\} (52)$$

(50), (52) 式を連立に解いて $C_m S_n[u]$, $S_m C_n[v]$ を求め, (49), (51) 式から

$\int_0^a S_n[u] dx$, $\int_0^b S_m[v] dy$ を求めて逆変換を作れば

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{2}{ab} \sum_n \sin \frac{n\pi}{b} y \left[\frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(\frac{b}{n\pi}\right)^2 \left\{ S_n[(\sigma_x)_{x=a}] - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} \right. \\ & - (1-\nu) \left(\frac{b}{n\pi}\right) \left\{ (-1)^n \int_0^a (u_{y=b}) dx - \int_0^a (u_{y=0}) dx \right\} \\ & - (1-\nu) \left(\frac{b}{n\pi}\right) \left\{ C_n[v_{x=a}] - C_n[v_{x=0}] \right\} - \frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(\frac{b}{n\pi}\right)^2 S_n[X] \\ & \left. - \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{\left\{ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right\}^2} \left[\frac{(1+\nu)}{2E} \left\{ 2\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right. \right. \right. \right. \end{aligned} \right\} (137)$$

$$\begin{aligned}
& + (1-\nu) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left\{ (-1)^m S_n[(\sigma_x)_{x=a}] - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} \\
& - \frac{(1+\nu)^2}{2E} \frac{mn\pi^2}{ab} \left\{ (-1)^n S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] \right\} \\
& - \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 - \nu \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} \\
& - \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^3 - \nu \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] - C_n[v_{x=0}] \right\} \\
& - \frac{(1+\nu)}{2E} \left\{ 2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + (1-\nu) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \cdot C_m S_n[X] \\
& + \frac{(1+\nu)^2}{2E} \frac{mn\pi^2}{ab} S_m C_n[Y], \\
v = & \frac{2}{ab} \sum_m \sin \frac{m\pi}{a} x \left[\frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \left\{ S_m[(\sigma_x)_{x=b}] - S_m[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} \right. \\
& - (1-\nu) \left(\frac{a}{m\pi} \right) \left\{ (-1)^m \int_0^b (v_{x=0}) dy - \int_0^b (v_{x=0}) dy \right\} \\
& - (1-\nu) \left(\frac{a}{m\pi} \right) \left\{ C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} - \frac{2(1-\nu^2)}{E} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 S_m[Y] \\
& - \frac{4}{ab} \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{\left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}} \left[\frac{(1+\nu)}{2E} \left\{ 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + (1-\nu) \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \right. \\
& \left. \left\{ (-1)^n S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] \right\} - \frac{(1+\nu)^2}{2E} \frac{mn\pi^2}{ab} \left\{ (-1)^m S_n[(\sigma_x)_{x=a}] \right. \right. \\
& \left. \left. - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} - \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 - \nu \frac{mn^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] - C_n[v_{x=0}] \right\} \right. \\
& \left. - \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 - \nu \frac{mn^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} \right. \\
& \left. - \frac{(1+\nu)}{2E} \left\{ 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + (1-\nu) \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} S_m C_n[Y] \right. \\
& \left. + \frac{(1+\nu)^2}{2E} \frac{mn\pi^2}{ab} C_m S_n[Y], \right.
\end{aligned} \tag{53}$$

上式中 $m, n = 1, 2, 3, \dots$,

また $S_n[(\sigma_x)_{x=a}]$, $S_n[(\sigma_x)_{x=0}]$, $C_n[v_{x=a}]$, $C_n[v_{x=0}]$, $S_m[(\sigma_y)_{y=b}]$, $S_m[(\sigma_y)_{y=0}]$, $C_m[u_{y=b}]$, $C_m[u_{y=0}]$ は、 m 及び n のみの未知函数で一辺について 2 個づつの 8 個の境界条件から求められる。 $\int_0^a (u_{y=b}) dx$, $\int_0^a (u_{y=0}) dx$, $\int_0^b (v_{x=a}) dy$, $\int_0^b (v_{x=0}) dy$ を含む項は剛体としての移動を示すもので全く応力に関係はない。

Ⅷ 平 面 歪

この場合には力の釣合の式は(41)と同じでフックの法則は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2G}{1-2\nu} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right\}, & (a) \\ \sigma_y &= \frac{2G}{1-2\nu} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right\}, & (b) \\ \tau_{xy} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & (c) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

で与えられる。したがって

$$\int \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) L dA - \int X L dA = 0$$

は、部分積分を施して

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^b \left[\sigma_x L \right]_{x=0}^{x=a} dy + \int_0^a \left[\tau_{xy} L \right]_{y=0}^{y=b} dx - \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^b \left[u \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & - G \int_0^a \left[u \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx - \frac{2G\nu}{1-2\nu} \int_0^a \left[v \frac{\partial L}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx - G \int_0^b \left[v \frac{\partial L}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy \\ & + G \int u \left(\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} \right) dA + \frac{G}{1-2\nu} \int v \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} dA - \int X L dA = 0, \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

また

$$\int \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) L' dA - \int Y L' dA = 0$$

から

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^a \left[\sigma_y L' \right]_{y=0}^{y=b} dx + \int_0^b \left[\tau_{xy} L' \right]_{x=0}^{x=a} dy - \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^a \left[v \frac{\partial L'}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ & - G \int_0^b \left[v \frac{\partial L'}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=a} dy - \frac{2G\nu}{1-2\nu} \int_0^b \left[u \frac{\partial L'}{\partial y} \right]_{x=0}^{x=a} dy - G \int_0^a \left[u \frac{\partial L'}{\partial x} \right]_{y=0}^{y=b} dx \\ & + G \int v \left(\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial^2 L'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 L'}{\partial x^2} \right) dA + \frac{G}{1-2\nu} \int u \frac{\partial^2 L'}{\partial x \partial y} dA - \int Y L' dA = 0. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

上式中 $L = \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y$, $L' = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y$ において逆変換公式から u

及び v を求めれば次のように書くことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{2}{ab} \sum_n \sin \frac{n\pi}{b} y \left[\frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \left\{ S_n[(\sigma_x)_{x=a}] - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} \right. \\ & - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{b}{n\pi} \right) \left\{ (-1)^n \int_0^a (u_{y=b}) dx - \int_0^a (u_{y=0}) dx \right\} \\ & \left. - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{b}{n\pi} \right) \left\{ C_n[v_{x=a}] - C_n[v_{x=0}] \right\} - \frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 S_n[X] \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y}{\left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2} \left[\frac{1}{G} \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \right. \\
& \left. \left\{ (-1)^m S_n[(\sigma_x)_{x=a}] - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} - \frac{mn\pi^2}{2G(1-\nu)ab} \left\{ (-1)^n S_m[(\sigma_y)_{y=b}] \right. \right. \\
& \left. \left. - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] \right\} - \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] \right. \right. \\
& \left. \left. - C_m[u_{y=0}] \right\} - \left\{ \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{m^2 n \pi^3}{a^2 b} \right\} \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] \right. \right. \\
& \left. \left. - C_n[v_{x=0}] \right\} - \frac{1}{G} \left\{ \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} C_m S_n[X] \right. \\
& \left. + \frac{mn\pi^2}{2G(1-\nu)ab} S_m C_n[Y] \right], \tag{58}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &= \frac{2}{ab} \sum_m \sin \frac{m\pi}{a} x \left[\frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 \left\{ S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{a}{m\pi} \right) \left\{ (-1)^m \int_0^b (v_{x=a}) dx - \int_0^b (v_{x=0}) dx \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{a}{m\pi} \right) \left\{ C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} - \frac{1-2\nu}{2G(1-\nu)} \left(\frac{a}{m\pi} \right)^2 S_m[Y] \right] \\
& - \frac{4}{ab} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{\left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2} \left[\frac{1}{G} \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} \right. \\
& \left. \left\{ (-1)^n S_m[(\sigma_y)_{y=b}] - S_m[(\sigma_y)_{y=0}] \right\} - \frac{mn\pi^2}{2G(1-\nu)ab} \left\{ (-1)^m S_n[(\sigma_x)_{x=a}] \right. \right. \\
& \left. \left. - S_n[(\sigma_x)_{x=0}] \right\} - \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{mn^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left\{ (-1)^m C_n[v_{x=a}] \right. \right. \\
& \left. \left. - C_n[v_{x=0}] \right\} - \left\{ \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{mn^2 \pi^3}{ab^2} \right\} \left\{ (-1)^n C_m[u_{y=b}] - C_m[u_{y=0}] \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1}{G} \left\{ \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} S_m C_n[Y] + \frac{mn\pi^2}{2G(1-\nu)ab} C_m S_n[X] \right], \tag{59}
\end{aligned}$$

$m, n = 1, 2, 3, \dots,$

Ⅱ む す び

以上直交座標 x, y の $(0a), (0b)$ で示される矩形領域で, 弾性平板及び二次元弾性問題の力の釣合式から有限な L 変換を作り, フツクの法則を考慮しながら部分積分を施して変位

についての L 変換を誘導した後 L に逆変換関係を有する函数を代入して一般解を求めたのである。この方法によれば

1 積分未知数として境界における物理的条件がその儘表わされる。

2 平面応力, 又は平面歪のような2次元弾性問題は, 従来のように **Airy Function** などを用いることなく, 変位が, 2元1次連立方程式を解くことによつて直ちに求まる。

という二つの特徴がある。本論文においては, 平板及び2次元弾性問題について一般解を誘導しただけで数値計算は行っていないがこれは今後にゆづる。またこの方法は3次元弾性問題にも適用でき, 地震或は円筒殻の未知の分野に対して有力な方法と思われる。

(昭和31年4月27日受理)

表面に垂直及び水平荷重を 受ける梁について

能 町 純 雄 菅 原 登

On the Stresses of Beam under Surface Traction Normal and Tangential to its Axis

Sumio Nomachi Noboru Sugawara

Abstract

Prof. A.E.H. Love states, in note 312.c of his book "on the moderately thick plate", a ingenious assumption on the stress distribution in the plate; and he makes the complexity of the problems in the plate remarkably simple. In this paper, by applying the above assumption to strips under the plane stress state, caused by any surface tractions normal and tangential at their long sides, the authors obtain the stresses and displacements in them: and also propose the convenient formulae corresponding to the Bernoulli's assumption of plane preservation.

I 緒 論

Loveが, "on the moderately thick plate"¹, において厚さの方向の応力度分布を, 巧妙な方法で求め, 複雑な問題を著しく簡単化したが, これを梁に應用して, 表面力として垂直荷重と切線荷重が作用した場合の応力と変位を求め, これに平面保持の **Bernoulli** の仮定を合せて, 便利な公式が求められる。

II 中等程度の厚さの梁

x, z なる直交座標軸を考えれば, 力の釣合式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 & (a) \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 & (b) \end{aligned} \right\} (1)$$

1, Love: The Mathematical Theory of Elasticity 312.C (1934)

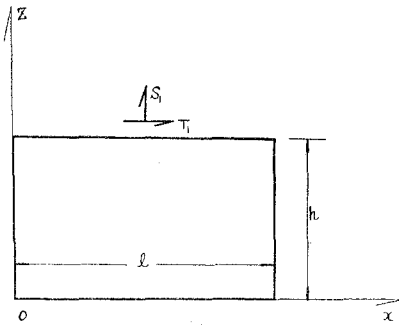


Fig. 1

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_z$$

と置けば

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \sigma_z + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} &= 0 \\ \nabla^2 \Theta &= 0 \quad \nabla^4 \sigma_z = 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

従つて

$$\sigma_z = S_1 \cdot f(z)$$

と置けば, (3)式から

$$\nabla^4 S_1 \cdot f(z)$$

今, S_1 が $\frac{d^2 S_1}{dx^2} = 0$ であると仮定する。一般に荷重はこの仮定を満足するものである。

然る時は

$$\Delta^2 S_1 \cdot f(z) = \frac{S_1 d^4 f(z)}{dx^4} + 2 \frac{d^2 S_1}{dx^2} \frac{d^2 f(z)}{dz^2} + \frac{S_1 d^4 f(z)}{dz^4} = 0 \quad (4)$$

$$\text{故に} \quad \frac{d^4 f(z)}{dz^4} = 0$$

上の関係から直ちに

$$f(z) = C_0 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4 \quad (5)$$

上式中 C_0, C_2, C_3, C_4 は (2) 式に与えられる条件によつて定まる, 計算の結果次のようになる。

$$\sigma_z = \frac{S_1}{h^2 t} z^2 (3h - 2z) - \frac{dT_1}{dx} \frac{1}{h^2 t} z^2 (z - h) \quad (6)$$

これを (1) の (b) 式に代入して x について積分すれば

$$\tau_{xz} = - \frac{6z(h-z)}{h^2 t} \int S_1 dx + \frac{z(3z-2h)}{h^2 t} T_1 + \phi \quad (7)$$

ただし $\int S_1 dx$ 中に積分常数は含まれるものとする。

次に上式を (1) の (a) 式に代入して x について積分すれば

$$\sigma_x = -\frac{6(h-2z)}{h^3t} \int S_1 dx^2 + \frac{(6z-2h)}{h^2t} \int T_1 dx + \phi_0 x + \phi_1 \quad (8)$$

ただし $\int S_1 dx^2$ は x について二度積分する事を表わす。又 ϕ_0, ϕ_1 は z のみの函数で積分常数である。

次に歪成分の間に満足されるべき適合条件を次の形で表わす、即ち

$$2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\sigma_x - \nu \sigma_z) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_z - \nu \sigma_x) \quad (9)$$

この式に (6), (7), (8) 式を代入して

$$\begin{aligned} & 2(1+\nu) \left\{ -6(h-2z) \frac{S_1}{h^3t} + (6z-2h) \frac{1}{h^2t} \frac{dT_1}{dx} \right\} \\ &= \frac{d^2 \phi_0}{dz^2} x + \frac{d^2 \phi_1}{dz^2} - 2\nu \left\{ 6(h-2z) \frac{S_1}{h^3t} - (6z-2h) \frac{1}{h^2t} \frac{dT_1}{dx} \right\} \\ \text{故に} \quad & -12(h-2z) \frac{S_1}{h^3t} + \frac{2}{h^2t} (6z-2h) \frac{dT_1}{dx} = \frac{d^2 \phi_0}{dz^2} x + \frac{d^2 \phi_1}{dz^2} \end{aligned} \quad (10)$$

両辺を z で二度積分して

$$z^2(3h-2z) \frac{S_1}{h^3t} - z^2(z-h) \frac{2}{h^2t} \frac{dT_1}{dx} = \phi_0 x + \phi_1 \quad (11)$$

x 方向及び z 方向の変位を夫々 u, w とすれば

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial u}{\partial x} &= \sigma_x - \nu \sigma_z & (c) \\ E \frac{\partial w}{\partial z} &= \sigma_z - \nu \sigma_x & (d) \\ G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= \tau_{xz} & (e) \end{aligned} \right\} (12)$$

なる関係がある、(c) と (d) 式より

$$\begin{aligned} Eu &= 6(h-2z) \int \frac{S_1 dx^2}{h^3t} + (6z-2h) \int \frac{T_1 dx^2}{h^2t} + \phi_0 \frac{x^2}{2} + \phi_1 x + \phi_2 \\ &\quad - \nu z^2(3h-2z) \int \frac{S_1 dx}{h^3t} - \nu z^2(z-h) \frac{T_1}{h^2t} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Ew &= z^2 \left(h - \frac{z}{2} \right) \frac{S_1}{h^3t} - z^2 \left(\frac{z}{4} - \frac{h}{3} \right) \frac{1}{h^2t} \frac{dT_1}{dx} - \nu 6z(h-z) \int \frac{S_1 dx^2}{h^3t} \\ &\quad - \nu z(3z-2h) \int \frac{T_1 dx}{h^2t} - \nu \int (\phi_0 x + \phi_1) dz + \psi(x) \end{aligned} \quad (14)$$

この式を公式 (12) の (e) 式に代入して

$$2(1+\nu) \left\{ -6z(h-z) \int \frac{S_1 dx}{h^3t} + z(3z-2h) \frac{T_1}{h^2t} + \phi_0(z) \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= -12 \int \frac{S_1 dx^3}{h^3 t} + 6 \int \frac{T_1 dx^2}{h^2 t} + \frac{d\phi_0}{dz} \frac{x^2}{2} + \frac{d\phi_1}{dz} x + \frac{d\phi_2}{dz} \\
&- 2\nu 6z(h-z) \int \frac{S_1 dx}{h^3 t} - 2\nu z(3z-2h) \frac{T_1}{h^2 t} + z^3 \left(h - \frac{z}{2}\right) \frac{1}{h^3 t} \frac{dS_1}{dx} \\
&- z^3 \left(\frac{z}{4} - \frac{h}{3}\right) \frac{1}{h^2 t} \frac{d^2 T_1}{dx^2} - \nu \int \phi_0 dz + \frac{d\psi}{dx}(x) \tag{15}
\end{aligned}$$

上式中

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi}{dx}(x) &= 12 \int \frac{S_1 dx^3}{h^3 t} - 6 \int \frac{T_1 dx^2}{h^2 t} \\
\frac{dS_1}{dx} &= \frac{d^2 T_1}{dx^2} = \text{常数}
\end{aligned}$$

であるから

$$\phi_0(z) = z^3 \left(h - \frac{z}{2}\right) \frac{1}{h^3 t} \frac{dS_1}{dx} - z^3 \left(\frac{z}{4} - \frac{h}{3}\right) \frac{1}{h^2 t} \frac{d^2 T_1}{dx^2}$$

と置く事が出来るから、(10) 式の両辺を x 及び z で一度ずつ積分すれば、

$$2 \left\{ 6z(h-z) \int \frac{S_1 dx}{h^3 t} + z(3z-2h) \frac{T_1}{h^2 t} \right\} = \frac{d\phi_0}{dz} \frac{x^2}{2} + \frac{d\phi_1}{dz} x + \frac{d\phi_2}{dz} \tag{16}$$

と書く事が出来る。これを (15) 式に代入すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned}
&-12 \int \frac{S_1 dx^3}{h^3 t} + 6 \int \frac{T_1 dx^2}{h^2 t} + \frac{d\psi}{dx} + z^3 \left(h - \frac{z}{2}\right) \frac{dS_1}{dx} \frac{1}{h^3 t} \\
&- z^3 \left(\frac{z}{4} - \frac{h}{3}\right) \frac{1}{h^2 t} \frac{d^2 T_1}{dx^2} - (2+3\nu)\phi_0(z) - 2(1+\nu)\phi_0(z) - \nu \int \phi_0(z) = 0
\end{aligned}$$

上式第3項までは x のみの函数である。又第4項以下は S_1 及び T_1 が

$$\frac{d^2 S_1}{dx^2} = \frac{d^2 T_1}{dx^2} = 0$$

なる性質であるから、すべて z のみの函数である。故に

$$\psi = \frac{12}{h^3 t} \int S_1 dx^4 + \frac{6}{h^2 t} \int T_1 dx^3 \tag{17}$$

$$-2(1+\nu)\phi_0(z) - \nu \int \phi_0 dz = \frac{z^3}{h^3 t} \left(h - \frac{z}{2}\right) \frac{dS_1}{dx} - \frac{z^3}{h^2 t} \left(\frac{z}{4} - \frac{h}{3}\right) \frac{d^2 T_1}{dx^2} \tag{18}$$

となる。従つて

$$\begin{aligned}
Eu &= \frac{6(h-2z)}{h^3 t} \int S_1 dx^3 + \frac{(6z-2h)}{h^3 t} \int T_1 dx^2 + (2-\nu) \left\{ \frac{z^2(3h-2z)}{h^3 t} \int S_1 dx \right. \\
&\quad \left. + \frac{z^2(z-h)}{h^2 t} T_1 \right\} \tag{19}
\end{aligned}$$

$$Ew = \frac{12}{h^3 t} \int S_1 dx^4 - \frac{6}{h^2 t} \int T_1 dx^3 - \nu \left\{ \frac{6z(h-z)}{h^3 t} \int S_1 dx^2 + \frac{z(3z-2h)}{h^2 t} \int T_1 dx \right\}$$

$$+(1-2\nu)\left\{\frac{z^3}{h^3t}\left(h-\frac{z}{2}\right)S_1-\frac{z^3}{h^3t}\left(\frac{z}{4}-\frac{h}{3}\right)\frac{dT_1}{dx}\right\} \quad (20)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{6z(h-z)}{h^3t} \int S_1 dx + \frac{z(3z-2h)}{h^2t} T_1 + \phi_0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \frac{6(h-2z)}{h^3t} \int S_1 dx^2 + \frac{(6z-2h)}{h^2t} \int T_1 dx + 2z^2(3h-2z) \frac{S_1}{h^3t} \\ & - \frac{2}{h^2t} z^2(z-h) \frac{dT_1}{dx} \end{aligned} \quad (22)$$

これらの各公式で **Moderate thickness** の梁の応力度と変位が求まったが、式中の各項の影響を調べるために

$$x = l\xi \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

と置けば

$$\sigma_z = \frac{S_1}{h^3t} z^2(3h-2z) - \frac{dT_1}{d\xi} \frac{1}{lh^3t} z^2(z-h) \quad (23)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{6z(h-z)l}{h^3t} \int S_1 d\xi + \frac{z(3z-2h)}{h^2t} T_1 + \phi_0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \frac{6(h-2z)l^2}{h^3t} \int S_1 d\xi^2 - \frac{(6z-2h)l}{h^2t} \int T_1 d\xi + \frac{2z^2(3h-2z)}{h^3t} S_1 \\ & - 2 \frac{z^2(z-h)}{h^2lt} \frac{dT_1}{d\xi} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} Eu = & \frac{6(h-2z)l^3}{h^3t} \int S_1 d\xi^3 + \frac{(6z-2h)l^2}{h^2t} \int T_1 d\xi^2 \\ & + (2-\nu)\left\{\frac{z^2(3h-2z)l}{h^2t} \int S_1 d\xi + \frac{z^2(z-h)}{h^2t} T_1\right\} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} Ew = & \frac{12l^4}{h^3t} \int S_1 d\xi^4 - \frac{6l^3}{h^2t} \int T_1 d\xi^3 - \nu\left\{\frac{6z(h-z)l^2}{h^3t} \int S_1 d\xi^2 + \frac{z(3z-2h)l}{h^2t} \int T_1 d\xi\right\} \\ & + (1-2\nu)\left\{\frac{z^3}{h^3t}\left(h-\frac{z}{2}\right)S_1 - \frac{z^3}{h^3t}\left(\frac{z}{4}-\frac{h}{3}\right)\frac{dT_1}{d\xi}\right\} \end{aligned} \quad (27)$$

III 平面保持理論による梁

これらの結果からわかるように、 l が h より相当大きくなれば、近似的に次のように書く事が出来る。

$$\sigma_z = \frac{z^2(3h-2z)}{h^3t} S_1 - \frac{z^2(z-h)}{h^2t} \frac{dT_1}{dx} \quad (28)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{6z(h-z)l}{h^3t} \int S_1 d\xi + \frac{z(3z-2h)}{h^2t} T_1 \quad (29)$$

$$\sigma_x = \frac{6(h-2z)l^2}{h^3t} \int S_1 d\xi^2 - \frac{(6z-2h)l}{h^2t} \int T_1 d\xi \quad (30)$$

$$Eu = \frac{6(h-2z)l^3}{h^3t} \int S_1 d\xi^3 - \frac{(6z-2h)l^3}{h^3t} \int T_1 d\xi^3 \quad (31)$$

$$Ew = \frac{12l^4}{h^3t} \int S_1 d\xi^4 + \frac{6l^3}{h^3t} \int T_1 d\xi^3 \quad (32)$$

I をこの板の z 方向断面二次モーメント, W を同じく断面係数とすれば, 上式は次のようになる。

$$\sigma_z = \frac{z^2(3h-2z)}{12I} S_1 - \frac{z^2(z-h)}{6Wl} \frac{dT_1}{d\xi} \quad (33)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{z(h-z)l}{2I} \int S_1 d\xi + \frac{z(3z-2h)}{6W} T_1 \quad (34)$$

$$\sigma_x = \frac{(h-2z)l^2}{2I} \int S_1 d\xi^2 - \frac{(6z-2h)l}{6W} \int T_1 d\xi \quad (35)$$

$$Eu = \frac{(h-2z)l^3}{2I} \int S_1 d\xi^3 - \frac{(6z-2h)l^2}{6W} \int T_1 d\xi^2 \quad (36)$$

$$Ew = -\frac{l^4}{I} \int S_1 d\xi^4 + \frac{l^3}{W} \int T_1 d\xi^3 \quad (37)$$

上の各式中省略された各項は, 表わされている項に比べ h^2/l^2 倍の大きさである。従つて, $l=10h$ ならば $1/100$ のオーダーとなる。又, 上式は歪に関する平面保持の **Bernoulli** の仮定を満足している, 故に $T_1=0$ と置けば, これらの式は梁の初等理論による曲げの公式と一致する。表面力として同じ程度の大きさの垂直荷重と切線荷重が作用する場合には, 切線荷重の影響は, 垂直荷重に比べ h/l 倍である事を公式 (33)~(37) は示している。 $h=0$ にて S_2 , T_2 なる表面力が作用する場合には,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{(h-z)^2(h+2z)}{12I} S_2 + \frac{(z-h)^2z}{6Wl} \frac{dT_2}{d\xi} \\ \tau_{xz} &= \frac{(h-z)zl}{2I} \int S_2 d\xi - \frac{(h-z)(h-3z)}{6W} T_2 \\ \sigma_x &= \frac{(h-2z)l^2}{2I} \int S_2 d\xi^2 + \frac{(4h-6z)l}{6W} \int T_2 d\xi \\ Eu &= \frac{(h-2z)l^3}{2I} \int S_2 d\xi^3 + \frac{(4h-6z)l^2}{6W} \int T_2 d\xi^2 \\ Ew &= \frac{l^4}{I} \int S_2 d\xi^4 + \frac{l^3}{W} \int T_2 d\xi^3 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

IV P.S.C.においてグラウトした場合と然らざる場合との相違

この問題は実験によつて種々検討されているが, 力学的に明確な説明がされていないようである。ピアノ線をグラウトすればその各部について連続的に圧縮をコンクリートに与えるものと考えられるから, その分布を第3図のように假定出来る。又, 外力は常に表面力として作用

するから、この力は剪断力の形でコンクリート体に入り込む、従つて $S_1=0$ と置いて第3図の關係から

$$\frac{lp}{4} = P \qquad p = \frac{4P}{l}$$

故に公式 (33)~(37) 中の T_1 は

$$T_1 = p \left(1 - \frac{2x}{l}\right) = \frac{4P}{l} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$$

となるから、

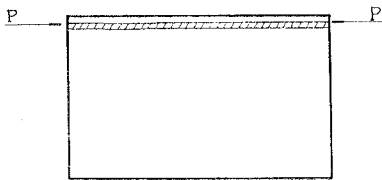


Fig. 2

$$\sigma_z = -\frac{z^2(z-h)}{6Wl} \frac{4P}{l} \qquad (39)$$

$$\tau_{xz} = \frac{z(3z-2h)}{6W} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \frac{4P}{l} \qquad (40)$$

$$\sigma_x = -\frac{(6z-2h)l}{6W} \frac{4P}{l} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) + C \qquad (41)$$

C は積分常数である。

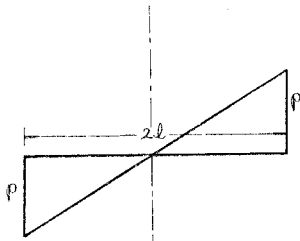


Fig. 3

$x=0$ 及び l で中央線 $z = \frac{h}{2}$ に関して $+P \times \frac{h}{2}$ なる

曲げモーメントが存在するから

$$\int_0^h C(h-z)t \, dz = +P \times \frac{h}{2}$$

故に $C = \frac{P}{A}$

$$Eu = \frac{(6z-2h)l}{6W} 4P \left(\frac{x^2}{2l^2} - \frac{x^3}{3l^3} - \frac{1}{12}\right) + \frac{P}{A} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\right) \qquad (42)$$

$$Ew = -\frac{l^2}{W} 4P \left(\frac{x^3}{6l^3} - \frac{x^4}{12l^4} - \frac{x}{12l}\right) + \frac{P}{A} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l}\right) \qquad (43)$$

然るに、グラウトしていない梁は端部において P なる圧縮が作用するだけである。

この場合の σ_x は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{P}{A} - \frac{Ph}{2I} \left(z - \frac{h}{2}\right) \\ \sigma_x &= \frac{P}{A} - \frac{P}{W} \left(z - \frac{h}{2}\right) \end{aligned} \right\} \qquad (44)$$

で与えられる。

Fig. 4

グラウトした場合には

$$\sigma_x = \frac{4P(h-3z)}{3W} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) + \frac{P}{A} \quad (45)$$

V 結 言

以上、**Love** の **Moderately thickness** の板に用いた仮定によつて二次元問題を解いて、表面に、垂直力と、切線力を受ける梁の応力、変位を誘導し、**Bernoulli** の平面保持の仮定を満足する近似解を求め、簡単な例を示したが、これは、積層梁や多面体型の筒殻構造等に応用する事が出来る。

(昭和31年4月27日受理)

桁梁の撓み理論に関する基礎的研究[☆](I)

中村作太郎

Fundamental Studies on the Deflection Theory of Beam.

Sakutaro Nakamura

Abstract

This thesis is fundamental studies, in which the author compared, discussed, and made clear the exact differences of various theoretical deflections and physical experimental deflections of beam, and by which he will establish new deflection theory of beam in the near future.

I 緒 論

桁或は梁の撓みについては、従来諸研究者によつて理論値と実験値の比較が行われている。それらの結果は区々別々であり、実験値が理論値よりも稍々大なる事もあれば理論値が実験値よりも少しく大きい事もある。而もその桁或は梁を形作る断面の形、材質、荷重の大きさによつて著しく異つている。實際的の技術的撓み測定に於ては、橋梁に用いる鋸桁の如く割合に単独に働く場合もあれば合成桁の如く鉄筋コンクリート床版が主桁と協力作用を行う場合もあり、それから統一的な結論を見出す事は極めて難しい事である。Bach. U. Graf氏の鉄筋コンクリート床版の実験結果¹では荷重の比較的小さい範囲では実験値の方が理論計算値よりも大きく荷重の比較的大なる範囲では、理論計算値の方が少しく大きいと述べている。坂静雄氏の実験結果²では理論計算値との誤差が絶対平均6.76%であつたと報告している。伊木茂氏、米沢博氏、大村裕氏の共同研究による橋本橋の架設工事及び応力測定報告の実験結果³によれば、撓み測定値は計算値の0.19~0.42平均25%でかなり小さい値を与え、これは鉄筋コンクリート床版と主桁との協力作用及びこれによる各桁への荷重分布の影響のためと考えられる。又、成瀬

☆ 第2回応用力学聯合学術講演会に於て一部研究発表“桁梁の弾性的撓みに関する研究”。1952.

Sakutaro Nakamura: The Theoretical Studies on Elastic Deflection of Beam.

Proceeding of the 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics, May. 1954

1. 2. 坂静雄: 鉄筋コンクリート梁の撓みに関する材料力学的研究, 建築学会論文集 第12号, 1939.

3. 伊木茂, 米沢博, 大村裕: 橋本橋架設工事及び応力測定報告(2). 土木技術誌 第3巻 第6号, 1953.

勝武氏による合成桁の実験的研究に於ける曲げ応力と撓みに関する研究⁴に於ては、実験値は理論計算値と比較すると荷重の割合少い範囲では平均3%程度大きい事を示している。然し、ヒステシスの往路の部分をとれば両者は接近し、ある断面では寧ろ、実測値は、計算値より幾分小さくなると述べている。これらの結果を総合すると、荷重の比較的小さい範囲では、理論計算値よりも実験撓度の方が幾分大きくなる事が度々あり、荷重が相当大きくなつて来ると理論計算値の方が寧ろ大きくなる傾向にある。然し乍ら、諸家によつて行われているこれらの撓み実験は、計算撓度を確かめて見る程度の技術的測定が大部分で、何れも、梁の断面や材質が単純でなく、純粋性を欠いている。即ち、梁の撓み理論の真性を比較深求し、梁の基本的撓み理論について論じている研究は、最近科学の著しい進歩にも拘らず殆ど見当らない。著者は、これらの点について、最も真に近い撓み理論を見出すため、理論計算値と実験値を純粋な意味で徹底的に比較深求するため、厳密な物理実験⁵を行つた。実験に當つて特に意を用いた事柄を列記すれば次の如くである。

(1)、梁の模型は出来るだけ厳密を期すため、標準型の物理実験用の寸法、即ち約、幅1.60cm厚さ0.450cm、支間40cmのものを用い、断面の形状の影響を受ける撓み値の差を出来るだけなくするように単純な矩形断面を採用した。而も、同じ矩形断面の梁でも幅に比べ高さの深い梁は、幅に比べ高さの薄い梁よりも実験値が理論計算値に近いか或は寧ろ理論計算値よりも小さい傾向にあるので、実験値の方が計算値よりも大きくなる事があるかも知れぬと推定される薄い梁を実験に用いた。著者は、この薄い標準型の模型梁の事を、純模型梁と名付ける。

(2)、荷重の比較的小さい時は、実験撓度の方が理論計算値よりも大きい傾向にある事に鑑み実験に於ける荷重の範囲は主として弾性限度内に於けるものを取扱つた。

(3)、材質の異なるために生ずる撓みの変化状態を知るため、三種の材質、鋼鉄、白樫、孟宗竹の梁について実験を行つた。

(4)、撓みの測定には、島津製作所の製作せる撓み弾性率測定装置を用い、光の挺子の原理を応用した。

(5)、実験に於ける単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ とし、最大1,400kgまでの範囲を取扱つた。両端単純支持状態に於ける実験撓度、軸張力1.0kgを両側に作用せしめた場合の実験撓度、両支点上に集中荷重 W がある場合の実験撓度を求めた。

計算に用いた理論撓度は、普通の単純桁の理論による撓度、軸張力を考慮せる三角級数によ

4. 成瀬勝武：合成桁の実験的研究に於ける曲げ応力と撓み，土木技術誌 第11巻 第4号，1950.

5. 山形大学農学部 物理学研究室に於ける著者の撓み測定，1950.

つて表示せられる理論撓度,⁶ 軸張力を考慮せる超越函数に依つて表示せられる理論撓度,⁷ などである。これらの各撓み理論による計算撓度の間では余り差が目立たなく最大8%位であり軸力の影響が最も大きい事が明かとなつた。実験結果との間には相当の差を生じ、10~20%程度実験撓度の方が大きかつた。この事は、理論撓度の危険性を意味するもので注目し得る問題であると思う。次に、両支点上に、 $W=1.0\text{kg}$ の荷重ある場合は実験撓度が約20~45%の減少を見、この減少率は両支点上に載る荷重の増加にともないある曲線を示す事が分つた。これらの原因について種々考究せる結果については結論の所で述べる。尚、各種の撓み理論による微分方程式の解、公式の誘導、計算等には非常な時間と労力を費したが、途中の誘導、計算などは、必要なもの以外は省略し結果のみ詳細に掲載する。

II 桁梁の撓みに関する各種公式の基本理論

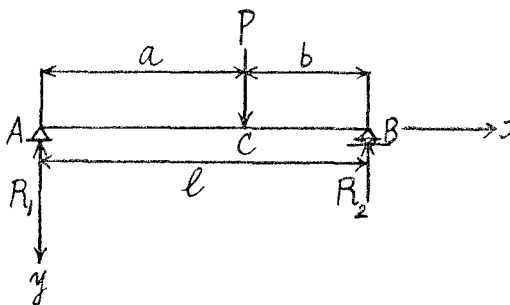
1. 単純梁の理論に依る撓度。(第1図参照)

撓曲線の微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ}$ に於て

$$M = P \cdot \frac{b}{l} x \dots\dots 0 \leq x \leq a, \quad M = P \cdot \frac{a}{l} (l-x) \dots\dots a \leq x \leq l$$

$$\left. \begin{aligned} \text{とすれば } \frac{d^2y}{dx^2} &= -\frac{Pb}{lEJ} x \dots\dots 0 \leq x \leq a \\ \frac{d^2y}{dx^2} &= -\frac{Pa}{lEJ} (l-x) \dots\dots a \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) 式を解いて、撓み y は次の如く得られる。



$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{Pbx}{6lEJ} (l^2 - b^2 - x^2) \dots\dots 0 \leq x \leq a \\ y &= \frac{Pa(l-x)}{6lEJ} \{b(l+a) - (l-x)^2\} \dots\dots a \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

茲に、 M : 任意の点の曲げもーめんと、 E : 弾性率、 J : 断面の慣性モーメント

第1図 単純梁の図

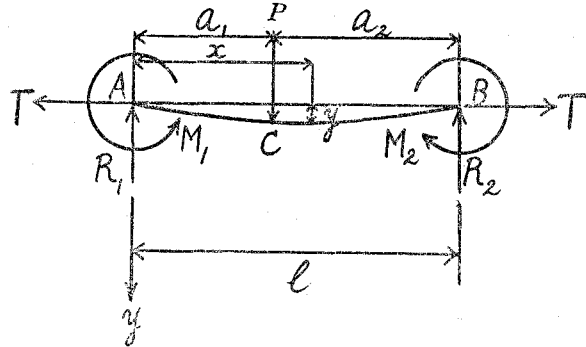
6. S. Timoshenko: Theory of Elasticity. 1934, S. Timoshenko and J. M. Lessells: Applied Elasticity, 1925.
片山健次郎. 北島顯正共訳: テイモシエンコ材料力学. 1942.
井坂富士雄. 江崎伸市. 森徹共訳: テイモシエンコ弾性体の力学. 1942.
7. 鷹部屋福平: Etude de la Force Longitudinale et la Moment de Flexion aux Extremités de la Pièce Complètement Encastree. 北海道帝国大学工学部紀要, 第1巻 第1号, 1926.
鷹部屋福平: Etudes sur la force longitudinale de la pièce encastree, les murs étant complètement dociles aux déplacements angulaires. 北海道帝国大学工学部紀要, 第1巻 第2号, 1926.
鷹部屋福平: 高級桁梁論, 1929.

2. 軸張力を考慮せる超越函数に依つて表示せれるら理論撓度

(1) 一般の場合

第 2 図 超越函数による梁の図

軸力のない梁の一般式は、周知の如く、 $M = -EI \frac{d^2y}{dx^2}$ にて表わす事が出来る。而して、軸力なき梁に於ては、 M は x のみの函数であるが軸力の作用する場合には、 M は x と y との函数である。茲に、 M : 任意の点の曲げも一めんと、 E : 弾性率、 I : 断面の慣性能率



今、第 2 図に於ては、軸力が作用するから E の代りに K を用いる。

$$K = E + \frac{T}{A} = E \left(1 + \frac{T}{EA} \right) \tag{3}$$

即ち、 $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{KI}$ (4)

支間 l 、梁の断面積 A 、慣性能率 I は一定の梁 AB の支点より a_1 なる距離に集中荷重 P が載るものとする。(4)式に於て、

$$\left. \begin{aligned} M &= R_1 \cdot x - M_1 - T \cdot y \dots\dots 0 \leq x \leq a_1 \\ M &= R_2(l-x) - M_2 - T \cdot y \dots\dots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

を用いれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{T}{KI} y + \frac{1}{KI} (R_1 x - M_1) &= 0 \dots\dots 0 \leq x \leq a_1 \\ \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{T}{KI} y + \frac{1}{KI} \{R_2(l-x) - M_2\} &= 0 \dots\dots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

(6)式に於て、 T : 軸張力、 R_1, R_2 : 支점에於ける反力、 M_1, M_2 : 支점에於ける曲げも一めんと、今、弯曲が微量であるとし、 T は x に関係なく一定であると仮定すると、 K は x に無関係となる。そこで、微分方程式の解は、次の如く示される。

$$\left. \begin{aligned} y &= A_1 e^{\xi x} + A_2 e^{-\xi x} + \frac{R_1}{T} x - \frac{M_1}{T} \dots\dots 0 \leq x \leq a_1 \\ y &= B_1 e^{\xi x} + B_2 e^{-\xi x} + \frac{R_2(l-x)}{T} - \frac{M_2}{T} \dots\dots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

茲に、 $\xi = \sqrt{\frac{T}{KI}}$

$$\left. \begin{aligned} A \text{端では、} & x=0, y=0; \quad x=0, \quad dy/dx = \varphi_1 \\ B \text{端では、} & x=l, y=0; \quad x=l, \quad dy/dx = -\varphi_2 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

これらの境界条件より A_1, A_2, B_1, B_2 を求めれば次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2T\xi} (M_1\xi - R_1 + T\varphi_1) \\ A_2 &= \frac{1}{2T\xi} (M_1\xi + R_1 - T\varphi_1) \\ B_1 &= \frac{\cosh\xi l - \sinh\xi l}{2T\xi} (M_2\xi + R_2 - T\varphi_2) \\ B_2 &= \frac{\cosh\xi l + \sinh\xi l}{2T\xi} (M_2\xi - R_2 + T\varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{故に, } y &= \frac{M_1}{T} (\cosh\xi x - 1) - \frac{R_1}{T\xi} (\sinh\xi x - \xi x) + \frac{\varphi_1}{\xi} \sinh\xi x \cdots \cdots 0 \leq x \leq a_1 \\ y &= \frac{M_2}{T} \left\{ \cosh\xi(l-x) - 1 \right\} - \frac{R_2}{T\xi} \left\{ \sinh\xi(l-x) - \xi(l-x) \right\} + \frac{\varphi_2}{\xi} \sinh\xi(l-x) \cdots \cdots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{又, } M_x &= \frac{R_1}{\xi} \sinh\xi x - M_1 \cosh\xi x - \varphi_1 \xi K I \sinh\xi x \cdots \cdots 0 \leq x \leq a_1 \\ M_x &= \frac{R_2}{\xi} \sinh\xi(l-x) - M_2 \cosh\xi(l-x) - \varphi_2 \xi K I \sinh\xi(l-x) \cdots \cdots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

反力ともめんとの釣合条件より, $R_1 + R_2 + P = 0$, $R_1 l - M_1 - P(l - a_1) + M_2 = 0$, 更に, C点に於ては, slope並に撓み y の AC, CB 両側について求めた式が相等しいと云う条件より, 2つの式が得られる。都合 4 式より, R_1, R_2, M_1, M_2 を求めると次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= P\delta \sinh\omega \left\{ k_2 \cosh\omega + \sinh\left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right) - \sinh\omega \right\} - T \cdot \delta (\varphi_1 - \varphi_2) \sinh^2\omega \\ R_2 &= P\delta \sinh\omega \left\{ k_1 \cosh\omega + \sinh\left(\frac{k_2 - k_1}{2}\right) - \sinh\omega \right\} + T \cdot \delta (\varphi_1 - \varphi_2) \sinh^2\omega \\ M_1 &= \frac{P\delta a}{2k_1} \left\{ \sinh k_1 + \sinh k_2 - \sinh 2\omega + k_2 (\cosh 2\omega - 1) - 2\omega (\cosh k_2 - 1) \right\} \\ &\quad + \frac{T \cdot \delta l}{4\omega} \left\{ \varphi_1 (\sinh 2\omega - 2\omega \cosh 2\omega) + \varphi_2 (\sinh 2\omega - 2\omega) \right\} \\ M_2 &= \frac{P\delta \cdot b}{2k_2} \left\{ \sinh k_1 + \sinh k_2 - \sinh 2\omega + k_1 (\cosh 2\omega - 1) - 2\omega (\cosh k_1 - 1) \right\} \\ &\quad + \frac{T \cdot \delta l}{4\omega} \left\{ \varphi_2 (\sinh 2\omega - 2\omega \cosh 2\omega) + \varphi_1 (\sinh 2\omega - 2\omega) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

茲に, $\delta = (\omega \sinh 2\omega - \cosh 2\omega + 1)^{-1}$

$$\omega = \frac{l}{2} \xi, \quad k_1 = a_1 \xi, \quad k_2 = (l - a_1) \xi$$

(12) 式を撓みの式(10)に代入すれば, 任意の点に単一集中荷重が載る場合の撓みの一般式が得られる。撓み式に含まれる軸張力 T は, 次式に依つて求める事が出来る。

$$\text{一般式} \quad T = \frac{A}{I \cdot l} \int_x^y \frac{y}{2} M_x dx \quad (13)$$

これより, $T = \frac{A}{I \cdot l} \left\{ \int_0^{a_1} \frac{y}{2} M_x dx + \int_{a_1}^l \frac{y}{2} M_x dx \right\}$ (14)

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=1}^2 \frac{R_n M_n a_n^6}{k_n^6} (\cosh 2k_n - 2k_n \sinh k_n - 1) \\
 & - \sum_{n=1}^2 \frac{M_n^2 a_n^5}{k_n^4} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} - \frac{2 \sinh k_n}{k_n} + 1 \right) \\
 & - \sum_{n=1}^2 \frac{R_n^2 a_n^7}{k_n^6} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} + \frac{2 \sinh k_n}{k_n} - 2 \cosh k_n - 1 \right) \\
 & - \sum_{n=1}^2 \frac{M_n \varphi_n \alpha_n^4}{k_n^4} (\cosh 2k_n - 2 \cosh k_n + 1) \\
 & + \sum_{n=1}^2 \frac{2 R_n \varphi_n a_n^5 K I}{k_n^4} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} + \frac{\sinh k_n}{k_n} - \cosh k_n - 1 \right) \\
 & - \sum_{n=1}^2 \frac{\varphi_n^2 a_n^3 K^2 I^2}{k_n^2} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} - 1 \right) \\
 & - \frac{4 l K^2 I^3}{A} = 0
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

これが, T を求める一般式である。

(2), 両端に, もーめんとの働かない場合,

両端に, もーめんとの働かない場合は 次の如く誘導される。 $M_1 = M_2 = 0$ とし, $a_1 = \varepsilon l$,

$(l - a_1) = (1 - \varepsilon)l$ とすれば,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= P(1 - \varepsilon), \quad R_2 = P\varepsilon, \quad \varphi_1 = \frac{Pl^2}{4KI} f_1, \quad \varphi_2 = \frac{Pl^2}{4KI} f_2 \\
 f_1 &= \omega^{-2} \left\{ \frac{\sinh 2\varepsilon\omega + \cosh 2\varepsilon\omega - \sinh 2(2 - \varepsilon)\omega - \cosh 2(2 - \varepsilon)\omega}{\sinh 4\omega + \cosh 4\omega - 1} + 1 - \varepsilon \right\} \\
 f_2 &= \omega^{-2} \left\{ \frac{\sinh 2(1 - \varepsilon)\omega + \cosh 2(1 - \varepsilon)\omega - \sinh 2(1 + \varepsilon)\omega - \cosh 2(1 + \varepsilon)\omega}{\sinh 4\omega + \cosh 4\omega - 1} + \varepsilon \right\} \\
 & 0 < \varepsilon < +1
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

この場合の撓み y は, 次の如く表わされる。

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{\xi} \left\{ \frac{R_1}{T} (\xi x - \sinh \xi x) + \varphi_1 \sinh \xi x \right\} \dots \dots \dots 0 \leq x \leq a_1 \\
 y &= \frac{1}{\xi} \left[\frac{R_2}{T} \left\{ \xi(l - x) - \sinh \xi(l - x) \right\} + \varphi_2 \sinh \xi(l - x) \right] \dots \dots \dots a_1 \leq x \leq l
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{又, } M_x &= \frac{\sinh \xi x}{\xi} (R_1 - T \varphi_1) \dots \dots \dots 0 \leq x \leq a_1 \\ M_x &= \frac{\sinh \xi (l-x)}{\xi} (R_2 - T \varphi_2) \dots \dots \dots a_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} &\sum_{n=1}^2 \frac{2R_n \varphi_n a_n^5 K I}{k_n^4} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} + \frac{\sinh k_n}{k_n} - \cosh k_n - 1 \right) \\ &- \sum_{n=1}^2 \frac{R_n^2 a_n^7}{k_n^6} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} + \frac{2\sinh k_n}{k_n} - 2\cosh k_n - 1 \right) \\ &- \sum_{n=1}^2 \frac{\varphi_n^2 a_n^3 K^2 I^2}{k_n^2} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} - 1 \right) - \frac{4l K^2 I^2}{A} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\sum_{n=1}^2 \left\{ 2K I R_n \varphi_n a_n^5 f_1(k_n) - R_n^2 a_n^7 f_2(k_n) - K^2 I^2 \varphi_n^2 a_n^3 f_3(k_n) \right\} = \frac{4l K^2 I^2}{A} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{茲に, } f_1(k_n) &= \frac{1}{k_n^4} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} - 1 - \cosh k_n + \frac{\sinh k_n}{k_n} \right) \\ f_2(k_n) &= \frac{1}{k_n^6} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} + 2 \frac{\sinh k_n}{k_n} - 2\cosh k_n - 1 \right) \\ f_3(k_n) &= \frac{1}{k_n^2} \left(\frac{\sinh 2k_n}{2k_n} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

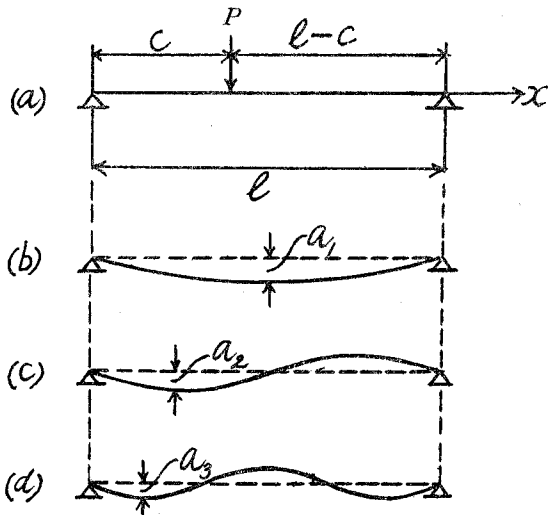
(19)式或は、(20)式より T を求めれば良い。

3. 三角級数に依つて表示せられる単純梁の理論撓度

梁の撓みを考究する場合、三角級数を用いて撓曲線を表すのが便利な事がある第3図のような両端支持の梁に於て任意の点の撓みは、次の如く三角級数で表される。

$$y = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots \dots \dots \quad (22)$$

係数 a_1, a_2, a_3 等は、正弦曲線の最大縦線値を示し、1, 2, 3等の数字は波の数を示して居る。 a_1, a_2, a_3 等の係数を決定するに次式で与えられる梁の歪エネルギーを考える。



第3図 三角級数による梁の図

$$V = -\frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx \tag{23}$$

$$(22) \text{式より, } \frac{d^2y}{dx^2} = -a_1 \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} - a_2 2^2 \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{2\pi x}{l} - a_3 3^2 \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{3\pi x}{l} \tag{24}$$

$$(23) \text{式は, これの2乗の積分であるから次の式が得られる。} V = \frac{EI\pi^4}{4l^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 a_n^2 \tag{25}$$

或る弾性係が、釣合の位置から僅かに変位した場合には、位置のエネルギーの増は変位の間に作用した外力の仕事量に等しい。今、外力として1個の荷重 P が左側支点から距離 C の位置に働いたものとすれば、荷重点の縦変位は、 $da_n \sin \frac{n\pi C}{l}$ で外力の仕事量は、 $da_n \left(\sin \frac{n\pi C}{l} \right) P$ 一方 a_n が da_n だけ増した場合の歪エネルギーの増は、

$$dV = \frac{\partial V}{\partial a_n} da_n = \frac{EI\pi^4}{2l^3} n^4 a_n da_n \text{である。}$$

$$\text{故に, } \frac{EI\pi^4}{2l^3} n^4 a_n = P \sin \frac{n\pi C}{l} \therefore a_n = \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \cdot \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi C}{l} \tag{26}$$

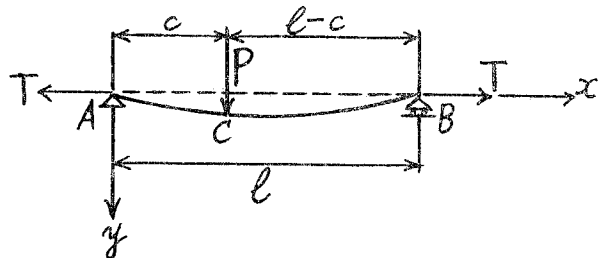
このようにして、(22)式の係数を定めれば次式を得る。

$$y = \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \left(\sin \frac{\pi C}{l} \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{1}{2^4} \sin \frac{2\pi C}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots \right) \\ = \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi C}{l} \sin \frac{n\pi x}{l} \tag{27}$$

上式(27)は、IIの(2)式をフーリエ級数に展開したものであつて同じものである。

4. 軸張力を考慮せる三角級数に依つて表示せられる理論撓度

三角級数式(22)は、第4図の如く梁が横荷重の他に縦の圧縮又は引張力を受ける場合には特に便利である第4図に於て、引張力 T が働く場合撓曲線は軸方向に伸び B 点は移動する。長さの全歪は、変位が極く小さい場合、軸方向伸びは、



第4図 三角級数による軸力ある梁の図

$$\lambda = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \tag{28}$$

$$(28) \text{式に於て, } y \text{ は, 級数(22)で与えられるから } \lambda = \frac{\pi^2}{4l} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n^2 \tag{29}$$

第4図に於て、横荷重 P も縦荷重 T も共に仕事をする。縦力 T の微小仕事は、 $-T \frac{\pi^2}{2l} n^2 a_n$

da_n であり、横力の仕事 $da_n \left(\sin \frac{n\pi C}{l} \right) P$ との和が位置のエネルギーの増即ち dV に等しい。

故に、
$$P \sin \frac{n\pi C}{l} da_n - T \frac{\pi^2}{2l} n^2 a_n da_n = \frac{EI\pi^4}{2l^3} n^4 a_n da_n,$$

従つて
$$a_n = \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \cdot \frac{1}{n^2 \left(n^2 + \frac{TI^2}{EI\pi^2} \right)} \sin \frac{n\pi C}{l} \quad (30)$$

縦荷重の値とその限界値との比を $\alpha = \frac{TI^2}{EI\pi^2}$ とすれば、
$$a_n = \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \cdot \frac{1}{n^2(n^2 + \alpha)} \sin \frac{n\pi C}{l} \quad (31)$$

これを級数(22)に代入すれば次の如くなる。

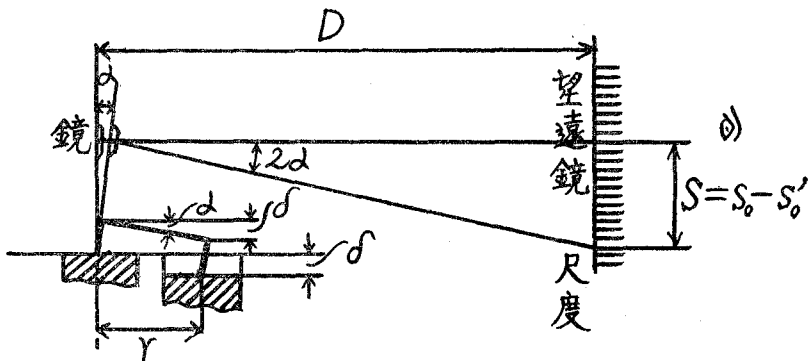
$$\begin{aligned} y &= \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \left(\frac{1}{1+\alpha} \sin \frac{\pi C}{l} \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{1}{2^2(2^2+\alpha)} \sin \frac{2\pi C}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots \right) \\ &= \frac{2Pl^3}{EI\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2+\alpha)} \sin \frac{n\pi C}{l} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (32)$$

これを横力 P のみの場合の式(27)と比較すれば撓みが減少した事が分る。縦引張力の代りに縦圧縮力が作用するときは、 α は $-\alpha$ となるから撓みは軸力のない場合に比べて増加する。

III 実験の原理と方法

撓みの測定には島津製作所の製作せる撓み弾性率測定装置を用いた。即ち、頂角を 120° に作りたる鋼製の枕1対を堅牢なる1対の鉄柱上に固定したるもの、錘な吊すべき刃、錘受及び200gの錘7個よりなり、撓みは光の挺子に依つて、これを測定するものである。

、実験の原理と公式



第5図 梁の撓み測定に於ける原理の図

第5図に於て

α = 鏡の傾きの角

δ = 荷重に依る撓み (cm)

S_0 = 錘りを載せる前の尺度の読み (cm)

S_0' = 錘りを載せた後の尺度の読み (cm)

D = 鏡と尺度との距離 (cm)

r = 光の挺子の軸となれる 2 脚を結ぶ線と第 3 脚との距離 (cm)

$$S = S_0 - S_0' = \text{初めと終りの読みの差 (cm) とすれば, } \sin\alpha = \frac{\delta}{r} \quad (39)$$

$$\text{反射光線は, 鏡の廻転角の 2 倍だけ傾くから } \tan 2\alpha = \frac{S}{D} \quad (40)$$

$$(40)\text{式より, } \tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{2\frac{\delta}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{r}\right)^2}}{1 - 2\left(\frac{\delta}{r}\right)^2} = \frac{S}{D} \quad (41)$$

$$(41)\text{式から, } \delta^4 - r^2\delta^2 + \frac{r^4}{4\left(\frac{D^2}{S^2} + 1\right)} = 0 \quad (42)$$

δ^4 は極めて小さいから消略し次式を得る。

$$\delta^2 \doteq \frac{r^2}{4\left(\frac{D^2}{S^2} + 1\right)} \quad (43)$$

$$\text{故に, } \delta = \frac{r \cdot S}{D} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D^2}{D^2 + S^2}} \quad (44)$$

$$\mu = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{D^2}{D^2 + S^2}} \quad (45)$$

$$\text{とすれば, } \delta \doteq \mu \frac{r \cdot S}{D} \quad (46)$$

(45)式に於て, S が極めて小さい時 即ち傾斜角 α が非常に小さい時は, S^2 は省略し得るから,

$$\mu = \frac{1}{2} \text{ となり, } (46)\text{は, } \delta \doteq \frac{1}{2} \cdot \frac{r \cdot S}{D} \quad (47)$$

となる。

2. 試験梁の諸数値並に実験器具, 機械類

(1) 試験梁の諸数値

鋼鉄, 白樺, 孟宗竹の 3 種の材料にて試験梁を各 5 本づつ製作し実験に用いた。又, 各種梁の弾性率 E , 剪断弾性係数 G などについては別の実験によつて, 数値を算出し, 各実験に於ては総て平均値を採用した。その結果は, 第 1 表, 第 2 表の如くである。

第1表 梁の諸数値(1)

種別	b (cm)	t (cm)	s (cm)	W (g)	l (cm)
鋼鉄梁	1.600	0.450	44.00	255.36	40.00
白樫梁	1.576	0.439	44.00	21.19	40.00
孟宗竹梁	1.340	0.438	43.65	19.70	40.00

第2表 梁の諸数値(2)

種別	A (cm ²)	E (kg/cm ²)	G (kg/cm ²)	k	I_z (cm ⁴)	r_z (cm)
鋼鉄梁	0.720000	2,100,000	830,000	1.50	0.012150	0.1299038
白樫梁	0.691864	135,000	97,000	1.50	0.011125	0.1268062
孟宗竹梁	0.586701	150,000	77,000	1.50	0.009380	0.1264425

- (註)
- b 梁断面の幅 (cm)
 - t 梁断面の厚さ (cm)
 - s 梁の長さ (cm)
 - W 梁1個の重さ (g)
 - l 支間 (cm)
 - A 断面積 (cm²)
 - E 弾性率 (kg/cm²)
 - G 剪断弾性係数 (kg/cm²)
 - k 剪断弾性補正係数
 - I_z Z 軸に関する慣性モーメント (cm⁴)
 - r_z Z 軸に関する環動半径 (cm)

(2), 実験器具, 機械類

撓み弾性率測定装置, 光の挺子, 螺旋測微尺, 尺度, 望遠鏡, 物指, キャリパー(長さ約130 mm, $\frac{1}{20}$ mmの精度), 精密マイクロメーター(0より25mmまでを $\frac{1}{100}$ mmの精度にて測り得る), 其他, 各種弾性率測定装置, 剛性率測定装置など, 弾性に関する物理実験器具, 機械類一切,

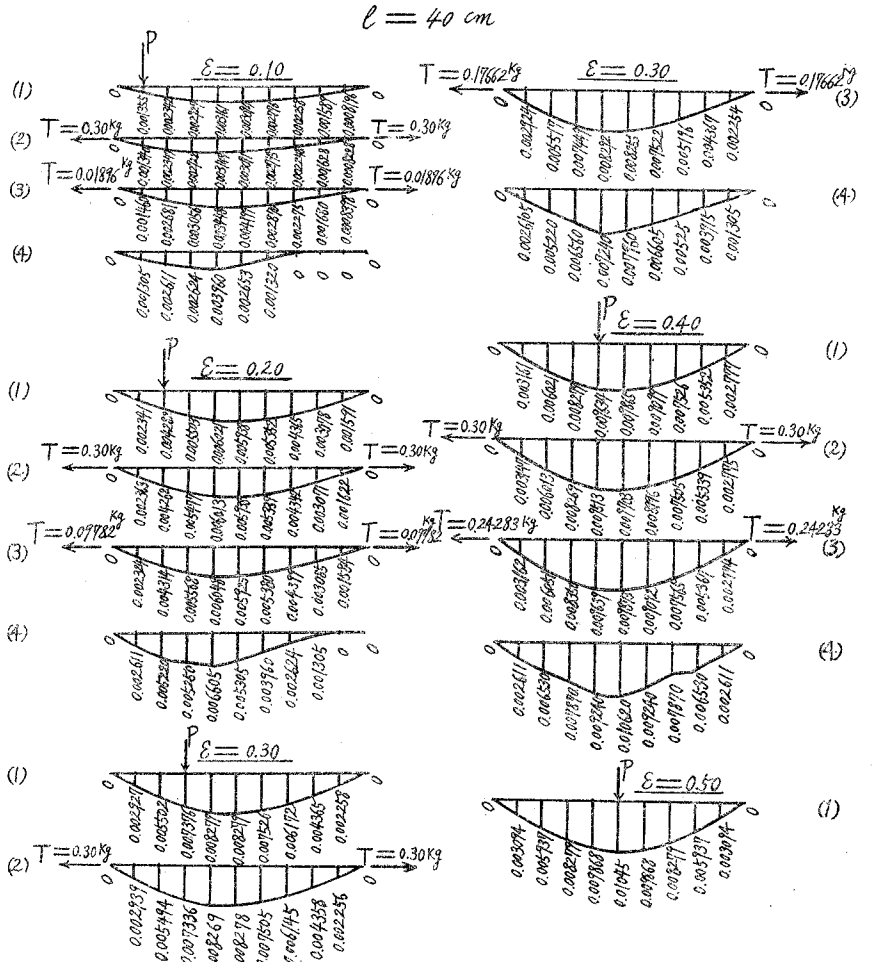
IV 各種の撓度理論公式に依る計算と実験の結果

第3表 (3)の軸張力 T の計算表

$T = \xi^2 KI$ (kg)																	
		ε	ω	ξ	T			ε	ω	ξ	T			ε	ω	ξ	T
鋼鉄	白	0.1	0.01724	0.000862	0.01896	白	0.1	0.19380	0.009690	0.14248	孟宗竹	0.1	0.19490	0.009745	0.13362		
		0.2	0.03916	0.001958	0.09782		0.2	0.26600	0.01330	0.26567		0.2	0.26810	0.013410	0.25282		
		0.3	0.05262	0.002631	0.17662		0.3	0.34200	0.01710	0.43917		0.3	0.35240	0.01762	0.43682		
	0.4	0.06170	0.003085	0.24283	白樫	0.4	0.41570	0.02079	0.64885	孟宗竹	0.4	0.42370	0.02119	0.63146			
	0.5	0.06272	0.003136	0.25093		0.5	0.44310	0.02216	0.73719		0.5	0.44780	0.02239	0.70529			

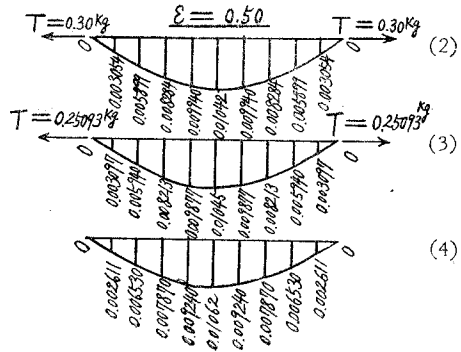
第 6 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける鋼鉄梁の各点に於ける撓度図



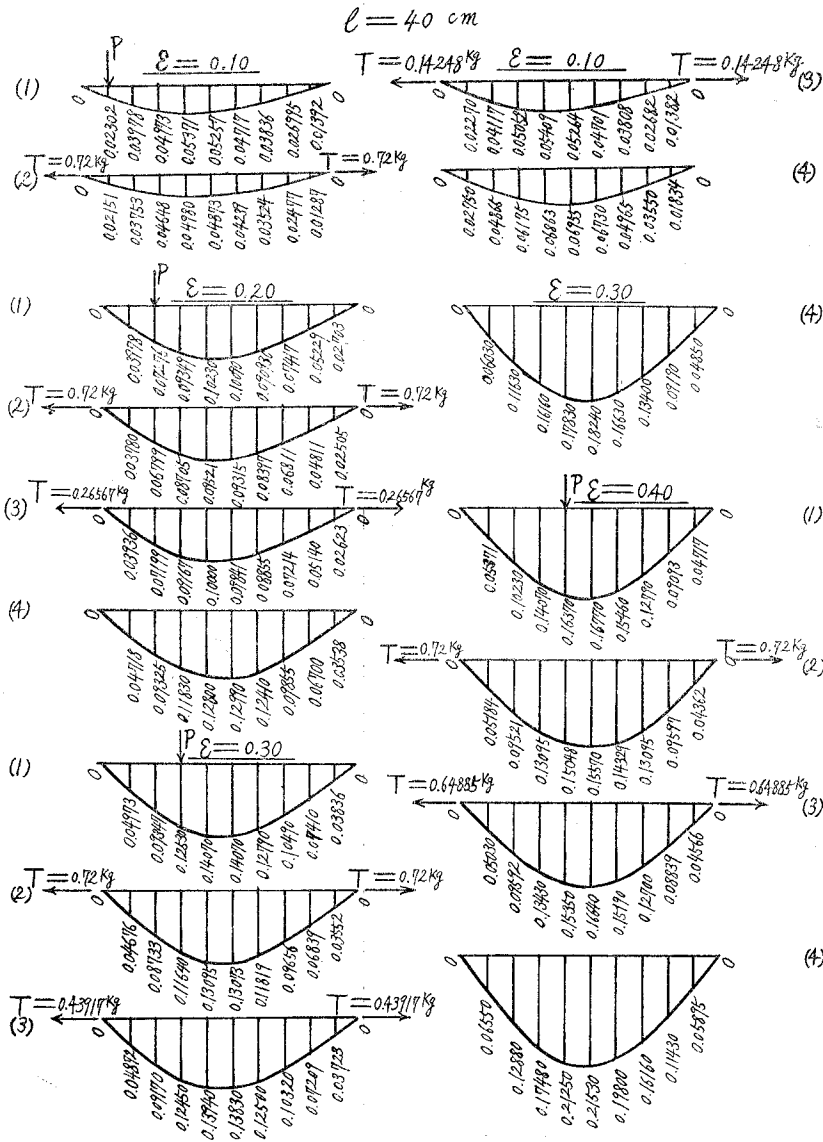
(註)

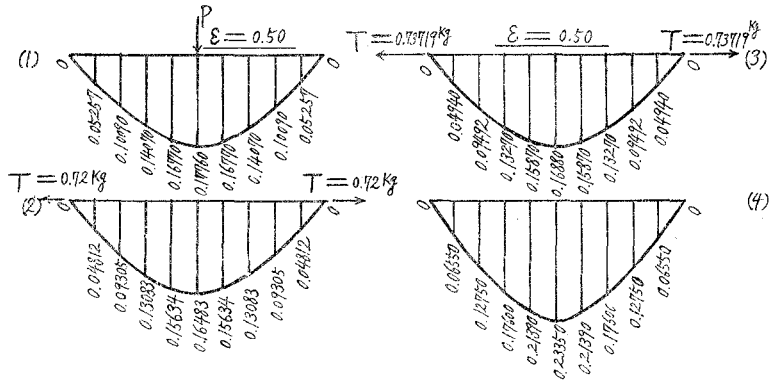
- (1)..... 単純梁の理論撓度
- (2)..... 三角級数を用い軸張力を考慮せる単純梁の理論撓度
- (3)..... 軸張力を考慮せる超越函数に依つて表示せられる理論撓度
- (4)..... 両端単純支持状態に於ける実験撓度



第 7 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける白樺梁の各点に於ける撓度図

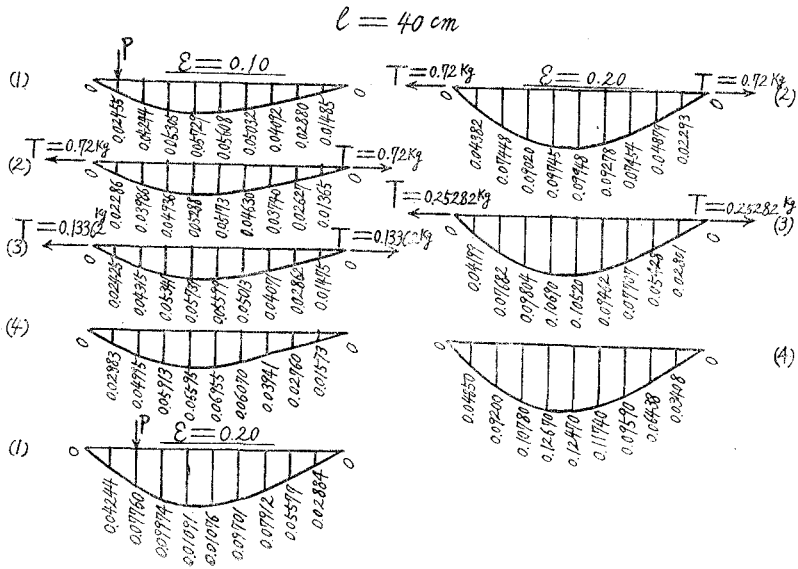


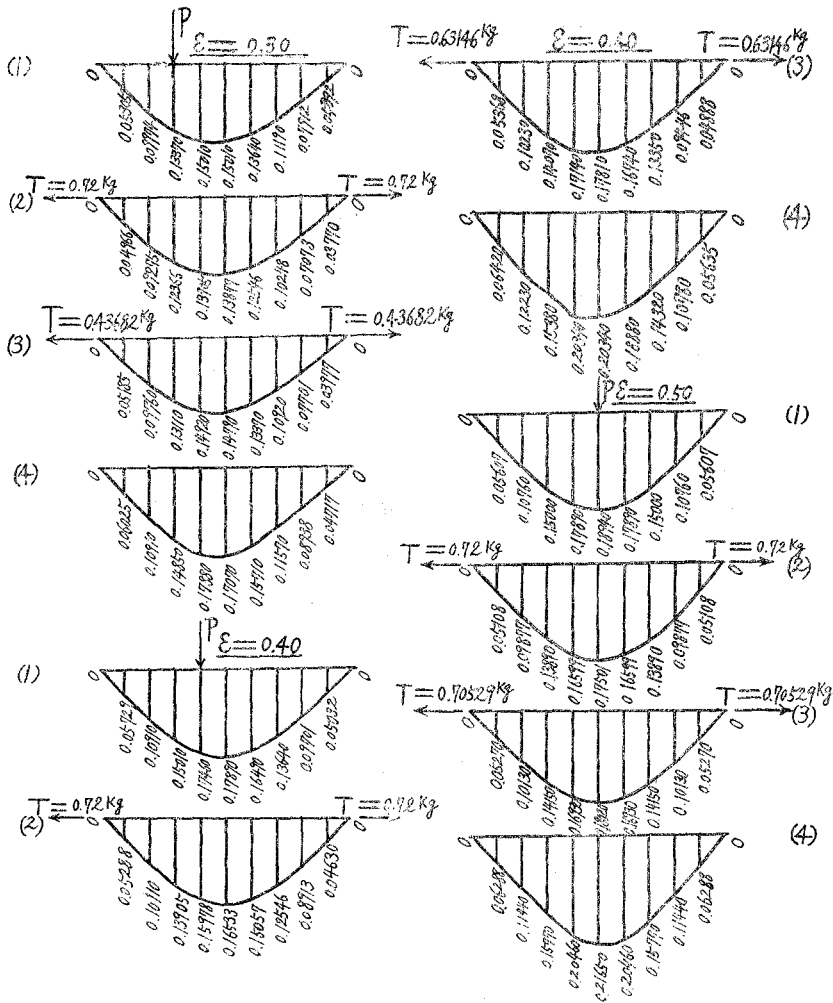


- (註) (1)…… 単純梁の理論撓度
 (2)…… 三角級数を用い軸張力を考慮せる単純梁の理論撓度
 (3)…… 軸張力を考慮せる超越函数に依つて表示せられる理論撓度
 (4)…… 両端単純支持状態に於ける実験撓度

第 8 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける孟宗竹梁の各点に於ける撓度図

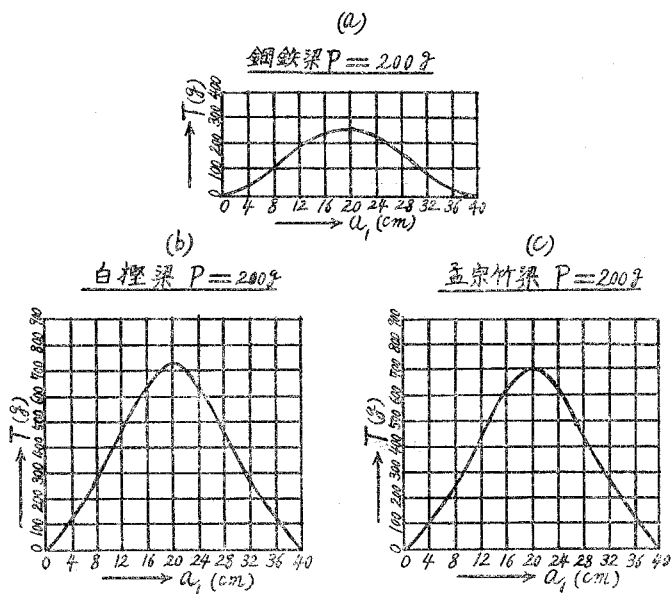




(註)

- (1)..... 単純梁の理論撓度
- (2)..... 三角級数を用い軸張力を考慮せる単純梁の理論撓度
- (3)..... 軸張力を考慮せる超越函数に依つて表示せられる理論撓度
- (4)..... 両端単純支持状態に於ける実験撓度

第 9 図

超越函数を用いた梁に於ける軸張力 T の変化曲線図

(註)

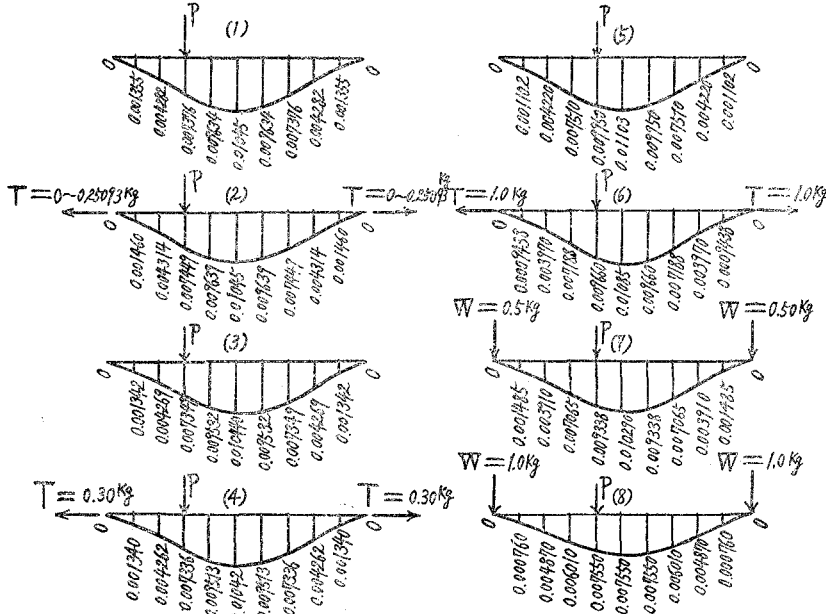
本研究論文を取纏めるに当り、次に記する諸先生の御高言と御支援を賜つた事に対し深く感謝致し敬意を表する次第であります

室 蘭 工 業 大 学 前 学 長	工 博	井 口 鹿 象 教 授
室 蘭 工 業 大 学 土 木 工 学 教 室		佐 伯 利 吉 教 授
山 形 大 学 文 理 学 部 物 理 学 研 究 室	理 博	佐 藤 貞 彌 教 授
〃 農 学 部 農 業 工 学 研 究 室		久 保 健 次 教 授
北 海 道 大 学 工 学 部 土 木 工 学 教 室	工 博	酒 井 忠 明 教 授
京 都 大 学 工 学 研 究 所	工 博	成 岡 昌 夫 教 授

第 10 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける鋼鉄梁の荷重点撓度図

実験に於ける最大追加荷重 $nP=1.40\text{kg}$

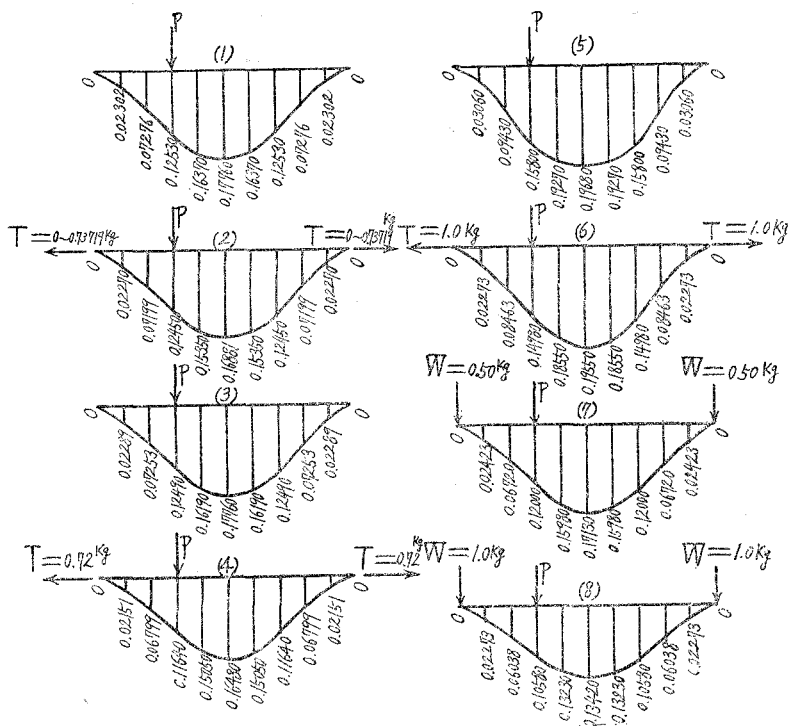


(註)

- (1)..... 単純梁の理論撓度
- (2)..... 軸張力を考慮せる超越函数に依り表示せられる理論撓度
- (3)..... 三角級数に依つて表示せられる単純梁の理論撓度
- (4)..... 軸張力を考慮せる三角級数に依つて表示せられる理論撓度
- (5)..... 両端単純支持状態に於ける実験撓度
- (6)..... 軸張力 1.0kg を両側に作用せしめた場合の実験撓度
- (7)..... 両支点上に集中荷重 $W=0.50\text{kg}$ ある場合の実験撓度
- (8)..... 両支点上に集中荷重 $W=1.0\text{kg}$ ある場合の実験撓度

但し(3)の値は級数の項を数多くとれば(1)の数値に近づく

第 11 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける白樺梁の荷重点撓度図実験に於ける最大追加荷重 $7P=0.80\text{kg}$ 

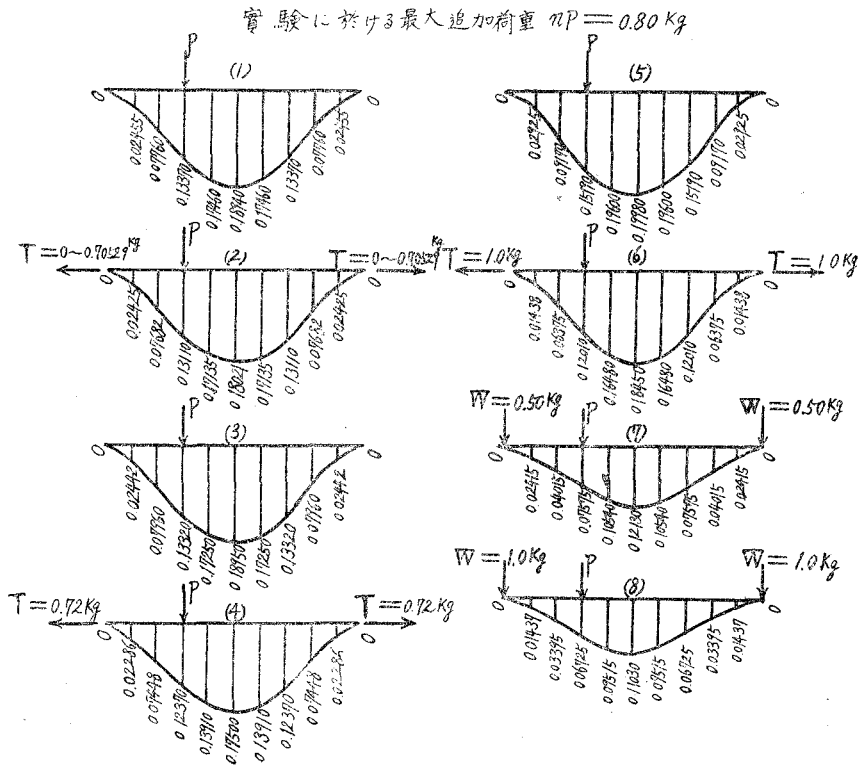
(註)

- (1)…… 単純梁の理論撓度
- (2)…… 軸張力を考慮せる超越函数に依り表示せられる理論撓度
- (3)…… 三角級数に依つて表示せられる単純梁の理論撓度
- (4)…… 軸張力を考慮せる三角級数に依つて表示せられる理論撓度
- (5)…… 両端単純支持状態に於ける実験撓度
- (6)…… 軸張力 1.0kg を両側に作用せしめた場合の実験撓度
- (7)…… 両支点上に集中荷重 $W=0.50\text{kg}$ ある場合の実験撓度
- (8)…… 両支点上に集中荷重 $W=1.0\text{kg}$ ある場合の実験撓度

但し (3)の数値は級数の項を数多くとれば(1)の数値に近づく

第 12 図

任意の点に単一集中荷重 $P=0.20\text{kg}$ を受ける孟宗竹梁の荷重点撓度図



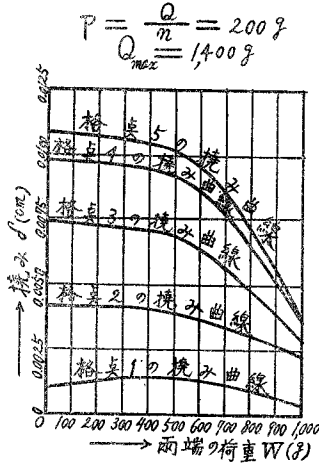
(註)

- (1)..... 単純梁の理論撓度
- (2)..... 軸張力を考慮せる超越函数に依り表示せられる理論撓度
- (3)..... 三角級数に依つて表示せられる単純梁の理論撓度
- (4)..... 軸張力を考慮せる三角級数に依つて表示せられる理論撓度
- (5)..... 両端単純支持状態に於ける実験撓度
- (6)..... 軸張力1.0kgを両側に作用せしめた場合の実験撓度
- (7)..... 両支点上に集中荷重 $W=0.50\text{kg}$ がある場合の実験撓度
- (8)..... 両支点上に集中荷重 $W=1.0\text{kg}$ がある場合の実験撓度

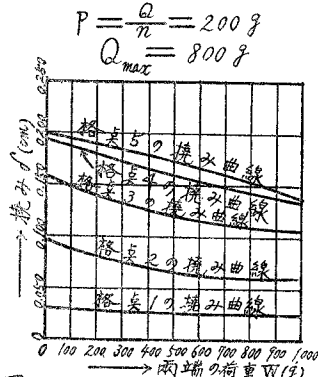
但し (3)の数値は級数の項を数多くとれば(1)の数値に近づく

両支点上に集中荷重 W を受ける梁の $P=0.20\text{kg}$ に依る荷重点撓度の実験結果

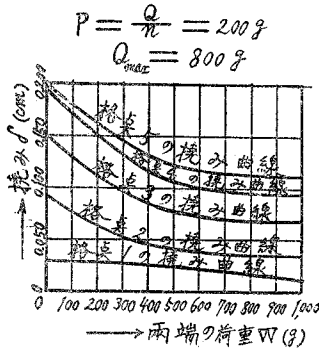
第13圖 鋼鉄梁の荷重点撓度 $W-d$ 曲線



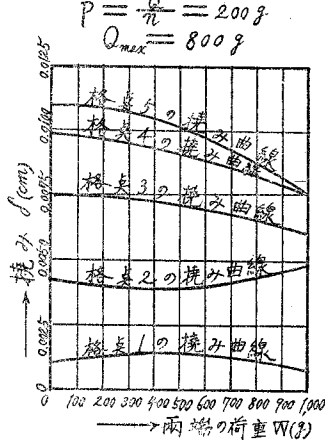
第14圖 白樺梁の荷重点撓度 $W-d$ 曲線



第15圖 孟宗竹梁の荷重点撓度 $W-d$ 曲線



第16圖 鋼鉄梁の荷重点撓度 $W-d$ 曲線



第 4 表

種 別	鋼 鉄 梁			白 樺 梁			孟 宗 竹 梁		
	中央撓度	比 率	増減比率	中央撓度	比 率	増減比率	中央撓度	比 率	増減比率
(1)	0.01045	1.0	0 %	0.1776	1.0	0 %	0.1894	1.0	0 %
(2)	0.01045	1.0	0 %	0.1688	0.950	- 5 %	0.1802	0.952	- 4.8%
(3)	0.01042	0.997	- 0.3%	0.1648	0.929	- 7.1%	0.1750	0.924	- 7.6%
(4)	0.01103	1.055	+ 5.5%	0.1968	1.108	+ 10.8%	0.1998	1.054	+ 5.4%
(5)	0.01085	1.038	+ 3.8%	0.1955	1.101	+ 10.1%	0.1845	0.975	- 2.5%
(6)	0.01029	0.984	- 1.6%	0.1713	0.965	- 3.5%	0.1213	0.640	- 36.0%
(7)	0.00755	0.723	- 27.7%	0.1342	0.756	- 24.4%	0.1103	0.583	41.7%

- (註) (1)..... 単純梁の理論撓度
 (2)..... 軸張力を考慮せる超越函数に依り表示せられる理論撓度
 (3)..... 軸張力を考慮せる三角級数に依つて表示せられる理論撓度
 (4)..... 両端単純支持状態に於ける実験撓度
 (5)..... 軸張力 $T=1.0\text{kg}$ を両側に作用せしめた場合の実験撓度
 (6)..... 両支点上に集中荷重 $W=0.50\text{kg}$ ある場合の実験撓度
 (7)..... 両支点上に集中荷重 $W=1.0\text{kg}$ ある場合の実験撓度

第4表は、各種の理論撓度と実験撓度の最大について比較せる結果を示せるものである。

V 結 論

撓みに対する各種理論に依つて計算せる結果と実験撓度とを比較すればこの実験に関する限り次の事が云える。先づ最初に、各撓度理論に依つて求めた値の最大差を%で表わして見ると鋼鉄梁で約3%、白樫梁で約9.5%、孟宗竹梁で約10%になる。次に、両端単純支持状態に於ける実験撓度は、理論撓度に比し、鋼鉄梁にて約5.5~13.0%、白樫梁にて約11.0~31.0%、孟宗竹梁にて約5.0~19.0%の増加を示して居る。即ち、実験撓度は、理論撓度に比べ材料により多少の差はあるけれども、荷重の割合小さい範囲では平均約10~20%だけ大きい事となる。又、第4表によつても明かな如く、最大撓度（中央荷重点撓度）を比較すれば、実験撓度は理論撓度に比べ、最大差、鋼鉄梁にて、約6%、白樫梁にて、約18%、孟宗竹梁にて、約13%だけ大きくなつて居る。此の事柄は、現在用いられている桁や梁の撓度理論公式は、荷重の比較的小さい範囲に於て、高さの薄い桁や梁に用いられれば、危険側にあり、注意を要する事となる。又撓度に於て差があると云う事は、内部の応力状態も異つて来る証拠であつて、撓度の基本理論について、充分なる吟味と研究を要すると思う。種々考究せる結果について述べれば、次の如くである。先づ材質により弾性率 E が変化するからではないかと考えて見たが、これに対しては、別個に、弾性率 E の物理学的実験を種々行つて見たし、荷重も比較的小さいのであるから、それが主なる原因ではないと考えられる。軸力の影響は本理論計算に於てさえ最大約8%で相当大きく、この軸力の変化如何によつては撓みに大きな影響を与えるものと思う。例えば負の軸力即ち軸圧縮力が生ずれば撓みは増大する理である。又深く考究せる結果、(1)、軸力の作用線が必ずしも中立軸に一致するとは限らない事、(2)、桁梁の幅、高さなどの寸法の影響を考慮しなければならない事、(3)、微小変位の影響を考え、撓曲線の位置の変化と支間の変位を考慮しなければならない事などに思い当つた。次に、両支点上に集中荷重 $W=1.0\text{kg}$ が載る場合の実験撓度は、両支点上に集中荷重ない場合に比べ、約20~45%の減少を見、この減少率は、両支点上に載る荷重が増加すれば、鋼鉄の場合は増し、白樫の場合は一定直線を示し、孟宗竹の場合は逆に減つて来る傾向がある。この問題については先づ、両支点上に載る荷重の或程度の分布幅の影響、摩擦により生ずる軸力の影響、支点到ける材料の圧縮の影響等考慮して見たが、何れも多少の影響のある事は認めるが、その主なる原因ではなく、結局、支点到ける反力の移動のため生ずる負の曲げも一めんとの影響、支点到ける集中荷重の慣性力の影響等が最も大きな原因である事に思い当つた。以上述べた諸問題に対する原因の探究とその解析、それによる新理論の確立などは、桁梁の撓み理論に関する基礎的研究、(Ⅱ)、(Ⅲ)で次の機会に論ずる事とする。

(昭和31年4月27日)

直列コンデンサ補償系統の单相短絡理論と

一般非対称回路の取扱い

三 浦 五 郎

Single-phase Short-circuit Theories on Series-capacitor Compensated Systems and Treatment of General Asymmetrical Circuits.

Goro Miura

Abstract

The present writer verified from the theory of matrix transformation that the mathematical analyses of a salient-pole alternator for asymmetrical sudden faults are to be failed in all the coordinate axes except in phase axes, or the resembles, such as $\alpha, \beta, 0$ coordinate.

The single-phase short-circuit calculations on series capacitor systems with a salient-pole alternator can be made possible, and the solutions of sudden short circuit current, transient voltage across capacitors, abnormal current in the field winding and voltage in open-phase line are reached, these of which have been left insoluble.

I 緒 論

本論文は凸極同期機系統が不平衡故障を惹起する場合の過渡突流計算に關する基礎事項を明らかにすると共に、凸極機が直列コンデンサ補償線路に接続される際の線間短絡理論を完成したものである。この問題は在来解析不能として未解決の儘にあつた。即ち不平衡故障の動作方程式は定係数微分方程式とならず、係数が時間の三角函数項を含むためヘビサイド演算子による直截的な解析法は存在しない。¹

本文は先ず凸極機系統の不平衡負荷として、一般非対称回路を採り上げて各変換座標軸に表現しこれより如何なる座標系表現も定係数にならぬことを立証した。ついで直列コンデンサ系統の相軸方程式に Laplace 変換を施し適当な近似と仮定を行う時は近似突流式が導出し得る

1 三浦五郎, 山上孝 Laplace 変換による一変定数回路の解析. 室工大研報 2, No.1 5 (1955)

ことを見出したのである。

適用した主なる仮定は次の通りである。

(i) コンデンサは不足補償であること。

これは高圧，超高压送電線においては普通成立することである。

(ii) 系統は基本周波数以外の周波数で共振を有しないこと。

この条件は (i) と結局一致する。何となれば線路補償度 $\frac{x_c}{x_l} < 1$ の下では $nx_l = \frac{x_c}{n}$

($n \geq 2$) は決して成立しないからである。

(iii) 回路抵抗は十分小であること。

(iv) 同期機はアモルト捲線を有しないこと。

然しアモルトを有する場合でも解析結果より直ちに求出されるから問題ない。

なお系統の故障が不平衡でなく 3 相短路故障である時は，既に筆者によつて完成された処である。^{2,3}

II 非対称回路の各軸表現

凸極同期機は直交系軸及び静止対称軸において定系数の微分方程式となり恒に解析可能である。然るに非対称回路のインピーダンス・マトリクスは時間項を含み定系数とならない。従つてこの様な表現式はその儘使用できぬ訳で，以下これを立証するために，4 軸上即ち相軸，対称軸，直交軸及び静止対称上における各表現式を求めてみる。

(1) 相軸における表現

一般に非対称回路の相軸におけるインピーダンス・マトリクスは次のごとく表わせる。

$$Z_{abc} = \begin{array}{c|cc} & a & b & c \\ \hline a & Z_{aa}(p) & X_{ab}(p) & X_{ac}(p) \\ \hline b & X_{ba}(p) & Z_{bb}(p) & X_{bc}(p) \\ \hline c & X_{ca}(p) & X_{cb}(p) & Z_{cc}(p) \end{array} \quad (1)$$

主対角線項は各相の自己インピーダンスを表わし， $X_{mn}(p)$ は mn 両相間の相互インピーダンス（リーカンス，相互キャパシタンスをも含めて）を表わす。先ず上式を瞬時値対称座標法によつて対称軸へ変換しよう。

(2) 対称軸における表現

対称軸変換マトリクス C' によつて変換すれば $Z_{120} = C'^{-1} Z_{abc} C'$ を得る。この結果は相

2 三浦五郎：直列コンデンサ補償送電線における三相突流理論（第1報），電学誌 73 1345（1953）

3 三浦五郎：同上（第2報），電学誌 74 930（1954）

当に繁雑であるので簡略化のため、以下 $X_{ab}=X_{ba}$, $X_{bc}=X_{cb}$, $X_{ca}=X_{ac}$ とおく時は

$$Z_{120} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 0 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_0} - Z_{ab_0} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{ca_2} + 2iZ_{ab_2} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_1} - a^2Z_{ab_1} \\ \hline \end{array} \\ \hline & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_1} + 2a^2Z_{ab_1} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_0} - Z_{ab_0} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_2} - aZ_{ab_2} \\ \hline \end{array} \\ \hline & \begin{array}{|c|} \hline Z_{ca_2} - aZ_{ab_2} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_1} - a^2Z_{ab_1} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_{aa_0} + 2Z_{ab_0} \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array} \quad (2)$$

但し

$$a = \varepsilon^{j120^\circ}, \quad a^2 = \varepsilon^{j240^\circ}$$

$$\begin{cases} Z_{aa_0} = \frac{1}{3} (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc}) \\ Z_{aa_1} = \frac{1}{3} (Z_{aa} + aZ_{bb} + a^2Z_{cc}) \\ Z_{aa_2} = \frac{1}{3} (Z_{aa} + a^2Z_{bb} + aZ_{cc}) \\ Z_{ab_0} = \frac{1}{3} (X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}) \\ Z_{ab_1} = \frac{1}{3} (X_{ab} + aX_{bc} + a^2X_{ca}) \\ Z_{ab_2} = \frac{1}{3} (X_{ab} + a^2X_{bc} + aX_{ca}) \end{cases}$$

普通の送電線のごとく相互インピーダンスが全部等しい時は

$$X_{ab} = X_{bc} = X_{ca}$$

$$Z_{ab_1} = Z_{ab_2} = 0$$

となるから上式はなお簡略化される。

特別な場合として更に相互インピーダンスが全部零の時は $Z_{cb_0}=0$ が成立する。この時 $Z_{aa_0}=Z_0$, $Z_{aa_1}=Z_1$, $Z_{aa_2}=Z_2$ のごとく記号を改めると(2)式は次のごとくなる。

$$Z_{120} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 0 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_0(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_2(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_1(p) \\ \hline \end{array} \\ \hline & \begin{array}{|c|} \hline Z_1(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_0(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_2(p) \\ \hline \end{array} \\ \hline & \begin{array}{|c|} \hline Z_2(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_1(p) \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline Z_0(p) \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array} \quad (3)$$

この様に非対称回路の対称軸インピーダンス・マトリクスは全要素が演算子インピーダンスで埋まり、対称回路におけるごとき対角マトリクスにならない。このため正、逆及び零相インピーダンスは各相間互いに干渉し合ってくる。ともあれ相軸及び対称軸における表現式は p のみの函数で時間項を含まない。

(3) 静止対称軸と直交軸における表現

前記した様に本2軸上においては時間函数を含み勿論定係数とならない。ここでは(3)式を
変換してその要点を示すことにしよう。同式を先ず静止対称軸へ変換すると

$$Z_{I\ II\ 0} = \begin{array}{c|cc} & \text{I} & \text{II} & 0 \\ \hline \text{I} & Z_0(p+j) & \varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & \varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \\ \hline \text{II} & \varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & Z_0(p-j) & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ \hline 0 & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) & \varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) & Z_0(p) \end{array} \quad (4)$$

上式を更に直交軸へ変換すれば

$$Z_{d\ q\ 0} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|cc} & d & q & 0 \\ \hline d & Z_0(p+j) + \varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & -jZ_0(p+j) - j\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & 2\varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ & + Z_0(p-j) + \varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & + jZ_0(p-j) + j\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & + 2\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \\ \hline q & jZ_0(p+j) - j\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & Z_0(p+j) - \varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & -2j\varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ & -jZ_0(p-j) + j\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & + Z_0(p-j) - \varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & + 2j\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \\ \hline 0 & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) & -j\varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) & 2Z_0(p) \\ & + \varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) & + j\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) & \end{array} \quad (5)$$

ここで静止対称軸変換マトリクス C'' 及び直交軸静止対称軸間変換マトリクス C''' はそれぞれ
次のごとくである。

$$C'' = \begin{array}{c|cc} & \text{I} & \text{II} & 0 \\ \hline 1 & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline 2 & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad C''^{-1} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 & 0 \\ \hline \text{I} & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline \text{II} & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad (6)$$

$$C''' = \begin{array}{c|cc} & \text{I} & \text{II} & 0 \\ \hline d & 1 & 1 & 0 \\ \hline q & j & -j & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad C'''^{-1} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|cc} & d & q & 0 \\ \hline \text{I} & 1 & -j & 0 \\ \hline \text{II} & 1 & j & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

(4), (5)両式何れの表現も複雑で時間項を含み対角マトリクスにならない。従つて非対称回
路と凸極同期機の組合せは如何なる座標軸においても定係数方程式とならぬのである。従つて
例えば bc 両線線間短絡の解析において、非対称回路の $Z_{aa}(p) = R_a + f(p)$, $Z_{bb}(p) = R_b$
 $+ f(p)$, $Z_{cc}(p) = R_c + f(p)$ のごとくして計算した結果 $R_a \rightarrow \infty$ において i_b を求めるごと
き解析法は存在しない。また $i_a = 0$ であるから、直交軸の平衡回路の方程式にその儘 $e_a = 0$
を印加する(その様な e_d, e_q を作つて)のは明らかに誤りである。 $e_a = 0$ を印加することは

a 相を閉路することとなり $i_a \neq 0$ を意味するからである。

Ⅲ 故障系統の基礎微分方程式と Laplace 変換

仮定 (v) により送電線定数 r_e, x_e, x_{l0} 等を凸極機の定数 $r_m, x_{dm}(p), x_{qm}(p), x_{om}(p)$ 等に直列加算し、これを新に $r, x_d(p), x_q(p), x_0$ 等とおく。凸極機の相軸インピーダンス・マトリクスの各相自己インピーダンス要素に直列コンデンサ・リアクタンス $\frac{x_c}{p}$ を加算し、これを $i_a = 0, i_b = -i_c$ の条件で変換する時は次の如き基礎微分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} x_{afad} \left[T_{c0}' - \frac{d}{dt} + 1 \right] I_{fad} &= \frac{2}{\sqrt{3}} 3T_{d0}' (x_a - x_a') \frac{d}{dt} i \sin \theta \\ \sqrt{3} e \cos \theta &= -\sqrt{3} x_{afad} \frac{d}{dt} I_{fad} \sin \theta + 2 \left[r + \frac{d}{dt} (A - B \cos 2\theta) \right] i + 2x_c \int i dz \\ \text{但し } A &= \frac{1}{2} (x_a + x_q), \quad B = \frac{1}{2} (x_d - x_q) \quad z = i_b \end{aligned} \right\} (7)$$

x_{afad} は界磁直軸電機子間の相互リアクタンス、 T_{d0}' は過渡直軸開路時定数、 θ は a 相磁軸が直軸となす電気角 $\theta = i + \varphi$ 、 c は同期機 1 相の無負荷誘導起電力の最大値である。

上式に Laplace 変換を施す。

$$\mathfrak{L}f(t) = \int_0^\infty \varepsilon^{-pt} f(t) dz = F(p) \quad (8)$$

この p はヘビサイド演算子の p とは全く性質を異にし、単なる代数的数に過ぎない。初期条件として過渡現象開始前の回路は無電流並びに無電荷であるから

$$t \leq 0 \text{ において } \left\{ \begin{aligned} i(0) &= 0 \\ q(0) &= \int_{-t(t>0)}^0 i(t) dz = 0 \end{aligned} \right.$$

故に

$$\left\{ \begin{aligned} \mathfrak{L}i(t) &= I(p) \\ \mathfrak{L}I_{fad}(t) &= I_{fad}(p) \\ \mathfrak{L} \frac{d}{dt} i(t) &= p \mathfrak{L}i(t) = pI(p) \\ \mathfrak{L} \int i(t) dz &= \mathfrak{L} \int_0^t i(t) dz = \frac{1}{p} \mathfrak{L}i(t) = \frac{1}{p} I(p) \end{aligned} \right.$$

これより (7) 式は次のごとく変換される。($\varepsilon^{j\theta} = \varepsilon^{j\varphi} \varepsilon^{j\omega t}$ に注意する)

$$\left. \begin{aligned} x_{afad} (T_{c0}' p + 1) I_{fad}(p) &= -\frac{j}{\sqrt{3}} T_{d0}' (x_a - x_a') \varepsilon^{j\varphi} p I(p - j) + \text{Conj} \\ \sqrt{3} e \frac{p \cos \varphi - \sin \varphi}{p^2 + 1} &= \frac{\sqrt{3} j}{2} x_{afad} \varepsilon^{j\varphi} p I_{fad}(p - j) + \text{Conj} \\ &+ 2 \left(r + A p + \frac{x_c}{p} \right) I(p) - \left\{ \varepsilon^{j2\varphi} B p I(p - 2j) + \text{Conj} \right\} \end{aligned} \right\} (9)$$

但し $I(p-j)$, $I(p-2j)$ は $I(p)$ において p に $p-j$, $p-2j$ を代置したものを表わす。Conj. とはそれに前出した項の共軛値 (Conjugated value) を表わす。なほ上式は Laplace 変換における変移定理

$$F(p+\xi) = \mathcal{L}\varepsilon^{-\xi t} f(t)$$

を用いて導出した。

(9)式を $I(p)$ に関して解くには全く代数学的の演算による。即ち第1式より $I_{fa}(p)$ を求め

$$\begin{aligned} x_{ufa} I_{fa}(p) &= -\frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \frac{T_{a_0}'(x_a - x_{a'})}{T_{a_0}' + 1} \varepsilon^{j\varphi} p I(p-j) + \text{Conj} \\ &= \frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \frac{T_{a_0}'(x_a - x_{a'})}{T_{a_0}' p + 1} \varepsilon^{-j\varphi} p I(p+j) + \text{Conj} \end{aligned} \quad (10)$$

この $I_{fa}(p)$ において更に p を $p+j$ 及び $p-j$ と置換して $I_{fa}(p+j)$ 及び $I_{fa}(p-j)$ を作り、これらを (9) 式第2式へ代入する時は I_{fa} の項は全部消去される。その結果次式が導かれる。

$$\begin{aligned} 2I(p) \left[r + \frac{p}{2} \{ A(p+j) + \text{Conj} \} + \frac{x_c}{p} \right] \\ - [I(p+2j) p \varepsilon^{-j^2\varphi} B(p+j) + \text{Conj}] = \sqrt{3} e^{-\frac{p \cos \varphi - \sin \varphi}{p^2 + 1}} \end{aligned} \quad (11)$$

但し $A(p+j)$ 等は $A(p)$ に $p+j$ とおいたものと等であり茲に

$$A(p) = \frac{1}{2} \{ x_a(p) + x_a \}, \quad B(p) = \frac{1}{2} \{ x_a(p) - x_a \}$$

であり、 $x_a(p)$ は直軸演算子インピーダンスである。(但し p は Laplace 変換の p)

今簡単のため次のごとくおく。

$$\begin{aligned} K(p) &= \frac{-p \varepsilon^{-j^2\varphi} B(p+j)}{2 \left[r + \frac{p}{2} \{ A(p+j) + \text{Conj} \} + \frac{x_c}{p} \right]} \\ K^*(p) &= K(p) \text{ の共軛値} \\ F(p) &= \frac{\sqrt{3} e^{-\frac{p \cos \varphi - \sin \varphi}{p^2 + 1}}}{2 \left[r + \frac{p}{2} \{ A(p+j) + \text{Conj} \} + \frac{x_c}{p} \right]} \end{aligned} \quad (12)$$

然る時は (11) 式は次のごとく簡略して記される。

$$I(p) + K(p)I(p+2j) + K^*(p)I(p-2j) = F(p) \quad (13)$$

上式が Laplace 変換によつて得られた $I(p)$ に関する方程式であつて、 $I(p)$ につき代数的に解けば直ちに Laplace 逆変換によつて突流 $i(i)$ が決定されることになる。

IV Laplace 変換式の一般的解法

今 (13) 式を解くに当り p を $p+j2n$ ($n = -\infty \sim +\infty$) とおけば、同式は一つの無限マトリ

クス方程式を形成する。

$$[y_n] = [a_{nm}][x_m]$$

但し $y_n = F(p+j2n)$, $x_m = I(p+j2m)$

$$\begin{cases} a_{nm} = 1 & n = m \\ a_{nm} = K(p+j2n) & n = m-1 \\ a_{nm} = K^*(p+j2n) & n = m+1 \\ a_{nm} = 0 & |m-n| \geq 2 \end{cases}$$

$m=0$ において解は

$$x_0 = I(p) = \frac{1}{a_{n0}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \times (a_{n0} \text{の余因子})$$

$$\frac{a_{n0} \text{の余因子}}{a_{nm}} = A_n(p)$$

とおけば $I(p)$ は

$$I(p) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n(p) F(p+j2n) \quad (14)$$

となる。上式を原式 (13) に代入し未定係数法により $F(p)$ の p 同次項を比較すれば

$$\left. \begin{aligned} n \neq 0 \quad A_n(p) + K(p)A_{n-1}(p+j2) + K^*(p)A_{n+1}(p-j2) &= 0 \\ n = 0 \quad A_0(p) + K(p)A_{-1}(p+j2) + K^*(p)A_1(p-j2) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

n が十分大きい処では $A_{n+1}(p)$ は $A_n(p)$ に比し省略できるのでこの第1式は

$$A_n(p) + K(p)A_{n-1}(p+j2) = 0$$

となる。ここで p を $p-j2$ とおき、また第1式で n を $n-1$ におき (n を1段下げた処)、この両式から $A_n(p-j2)$ を消去すると

$$\{1 - K^*(p)K(p-j2)\}A_{n-1}(p) + K(p)A_{n-2}(p+j2) = 0$$

上式で p を $p-j2$ とおき、また (15) 式第1式で n を $n-2$ におき、この両式から $A_{n-1}(p-j2)$ を消去する。同様の操作を繰返すことによつて一般に任意の n に対し

$$Y_a(p)A_n(p) + K(p)A_{n-1}(p+j2) = 0 \quad (16)$$

の關係を得る。但し

$$\left. \begin{aligned} Y_a(p) &= 1 - \frac{K^*(p)K(p-j2)}{1 - \frac{K^*(p-j2)K(p-j4)}{1 - \frac{K^*(p-j4)K(p-j6)}{1 - \dots}}} \\ &= 1 - \frac{K^*(p)K(p-j2)}{Y_a(p-j2)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

以上は $n > 0$ についてであるが同様なことは $n < 0$ についてもいえる。この場合は n を $-n$ と

において次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} Y_a^*(p)A_{-n}(p) + K^*(p)A_{-(n-1)}(p-j2) &= 0 \\ Y_a^*(p) &= 1 - \frac{K(p)K^*(p+j2)}{Y_a^*(p+j2)} = Y_a(p) \text{の共軛値} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(17)式から $A_{-n}(p)$ は次のごとく求められる。

$$A_{-n}(p) = -\frac{K(p)}{Y_a(p)}A_{-(n-1)}(p+j2)$$

n を $n-1$ とおき、更に p を $p+j2$ とおくと

$$A_{-(n-1)}(p) = -\frac{K(p+j2)}{Y_a(p+j2)}A_{-n-2}(p+j4)$$

同様に $A_{-n-2}(p+j4)$, $A_{-n-4}(p+j6)$ …… を求めると

$$\begin{aligned} A_{-n}(p) &= (-1)^n \frac{K(p)}{Y_a(p)} \cdot \frac{K(p+j2)}{Y_a(p+j2)} \cdot \dots \cdot \frac{K(p+j2n-2)}{Y_a(p+j2n-2)} A_0(p+j2n) \\ &= (-1)^n A_0(p+j2n) \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K(p+j2\nu)}{Y_a(p+j2\nu)} \quad (n > 0) \end{aligned} \quad (19)$$

$n < 0$ に対しては (18) 式より同様な手続きにより次のごとくなる。

$$A_{-n}(p) = (-1)^n A_0(p-j2n) \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K^*(p-j2\nu)}{Y_a^*(p-j2\nu)} = A_n^*(p) \quad (20)$$

次に (19), (20) 両式中の $A_0(p)$ は次のごとく求まる。両式で $n=1$ とおけば

$$A_1(p) = -A_0(p+j2) \frac{K(p)}{Y_a(p)}, \quad A_{-1}(p) = -A_0(p-j2) \frac{K^*(p)}{Y_a^*(p)}$$

上式を (15) 第 2 式に代入し且つ (17), (18) 式の結果を用いて

$$A_0(p) = \frac{1}{Y_a(p) + Y_a^*(p) - 1} \quad (21)$$

以上をもつて一般解 (14) 式の $A_n(p)$ は、すべて (17)~(21) 式により与えられるのである。

(14) 式の解は分母の p 多項式を部分分数に分けその 1 つについて

$$C_k = \left\{ (p-p_k) I(p) \right\}_{p=p_k}$$

とおけば C_k は p_k なる特異点における留数となるから、 $I(p)$ の Laplace 逆変換により電流 $i(t)$ は次のごとく表わされる。

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1} I(p) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} I(p) \mathcal{E}^{pt} dp = \sum_k C_k \mathcal{E}^{p_k t} \quad (22)$$

V 特異点の種類

特異点 p_k は物理的見地より次の3種に分けて考えられる。

a) 定常電流項 印加電圧は(12)式の $F(p)$ で $p = \pm j$ の特異点を有する。故に一般解(14)式の $F(p \pm j2n)$ より $p_k = \mp j(2n+1)$ の特異点 (但し $n=0 \sim \infty$) を有する。この場合の解析では近似として電機子及び界磁の回路抵抗をすべて省略する。

b) 界磁に基づく過渡項 界磁回路に trap された磁束が界磁回路の抵抗に基づき減衰する分力で時間の経過につれ定態値 α に落着く。 $p_k = -\alpha \mp j(2n+1)$ ($n=0 \sim \infty$) の特異点を有す。 α は減衰率である。この場合も電機子回路抵抗を省略して計算する。

c) 電機子に基づく過渡項 この場合近似として界磁抵抗は零として $F(p)$ 及び $K(p)$ の分母項

$$r + \frac{p}{2} \left\{ A(p+j) + \text{Con} j \right\} + \frac{x_c}{p} = r + pA'' + \frac{x_c}{p}$$

$$\text{但し } A'' = \frac{1}{2}(x_d' + x_q)$$

による特異点がある。

$$p_k = -\frac{r}{2A''} \pm j \left(2n \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}} \right) \quad (n=0 \sim \infty)$$

以上より考察して無コンデンサの場合及び有コンデンサの場合の高調波次数の比較をすると次表の通りである。参考のためコンデンサ3相短絡の場合も挙げた。^{2,3}

高調波 過渡成分		無コンデンサ 線間短絡	有コンデンサ 3相短絡	有コンデンサ 線間短絡
		電機子(線路) 定常電流	1(ω), 3, 5, 7, ……	1(ω)
線路 過渡 電流	界磁回路に 基づく過渡項	1, 3, 5, 7, ……	1	1, 3, 5, 7, ……
	電機子回路 に基づく 過渡項	0, 2, 4, 6, ……	$\pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, 2 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}$	$\pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, 2 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, 4 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}},$ $6 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, \dots$
界磁回路の 過渡電流		1, 3, 5, 7, …… 0, 2, 4, 6, ……	0, 1 $\pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}$	$1 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, 3 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, 5 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}},$ $7 \pm \sqrt{\frac{x_c}{A''}}, \dots$ 0, 2, 4, 6, ……

2,3 前出

VI 定常電流項の解析

$p_c = -j(2n+1)$ なる特異点を有する $F(p)$ は, $F(p+j2n)$ の他に $F(p+j\overline{2n+2})$ がある従つて留数 C_k は

$$C_k = [p+j(2n+1)] [A_n(p)F(p+j2n) + A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})]_{p=-j(2n+1)} \quad (23)$$

前記のごとく回路(線路)抵抗は省略し, また常規周波数にては界磁抵抗はそのリアクタンスに比し甚少であるから ($R_{fd} \ll x_{fda}$), $p=j, 3j, 5j, \dots$ に対しては $A(p+j)=A''$, $B(p+j)=B''$ が, また $p=-j, -3j, -5j, \dots$ に対しては $A(p-j)=A''$, $B(p-j)=B''$ が成立する。但し $A'' = \frac{1}{2}(x_a' + x_a)$, $B'' = \frac{1}{2}(x_a' - x_a)$

先ず(12)式の $K(p)$ で r を省略し $p \approx j$ とおく時は明らかに

$$K(p) = -\frac{\varepsilon^{-j^2\varphi} B''}{A'' + A(p-j) - 2x_c} \quad (24)$$

$p \approx -j$ の時は

$$K(p) = -\frac{\varepsilon^{-j^2\varphi} B(p+j)}{A(p+j) + A'' - 2x_c} \quad (25)$$

$p=j$ 及び $p=-j$ の時は, それぞれ上式で $A(p-j)=A$, $A(p+j)=A$ とすれば宜しい。

また $|p| \geq 2j$ ($p \geq 2j$ 及び $p \leq -2j$) の時は

$$K(p) = -\frac{\varepsilon^{-j^2\varphi} B''}{2\left(A'' + \frac{x_c}{p^2}\right)}$$

であるが, 仮定(i)によつて不足補償系統では常に $x_c < A''$ が成立するから, $p^2 \geq 4$ に対しては近似的に

$$K(p) \approx \frac{-\varepsilon^{-j^2\varphi} B''}{2A''} = \frac{\varepsilon^{-j^2\varphi}}{2} \cdot \frac{x_a - x_a'}{x_a' + x_a} \quad (26)$$

が成立する。過補償の場合は $|p| = 3, 5, 7, \dots$ の高調波で共振点を有し得るからこの近似は無効である。

同様に $K^*(p)$ についても以上のことがいえるが, この時はむしろ

$$K^*(p) = \left[K(p) \right]_{p \approx j}^*, \quad K^*(p) = \left[K(p) \right]_{p \approx -j}^* \quad (27)$$

($p=j, p=-j$ についても同様)

より直ちに求まる。同様に

$$K^*(p) = \left[K(p) \right]_{|p| \geq 2j}^* = \frac{\varepsilon^{j^2\varphi}}{2} \cdot \frac{x_a - x_a'}{x_a' + x_a} \quad (28)$$

であり、また上記と同様に次式も誘導される。

$$K(p-j2) = \left[K^*(p+j2) \right]_{p \approx -j}^* = - \frac{\varepsilon^{-j2\varphi} B(p-j)}{A(p-j) + A'' - 2x_c} \quad (29)$$

$$K^*(p-j2) = \left[K(p+j2) \right]_{p \approx -j}^* = - \frac{\varepsilon^{j2\varphi} B''}{A'' + A(p-j) - 2x_c} \quad (30)$$

次に $Y_a(p)$ については (17) 式に上に得た種々の $K(p)$ を代入して次の如く求まる。

$$Y_a(p)_{p \leq -2j} = 1 - K^*(p) \frac{K(p)}{Y_a(p)_{p \leq -2j}}$$

$$\text{故に } Y_a(p)_{p \leq -2j} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{B''}{A''} \right)^2} \right\} = \frac{(\sqrt{x_d'} + \sqrt{x_q})^2}{2(x_d' + x_q)} \quad (31)$$

$$Y_a^*(p)_{p \geq 2j} = \left[Y_a(p)_{p \leq -2j} \right]^* = \text{上と同一値}$$

また (26), (28), (31) 3式より

$$\frac{K(p)}{Y_a(p)_{p \leq -2j}} = \varepsilon^{-j2\varphi} b_1, \quad \frac{K^*(p)}{Y_a^*(p)_{p \geq 2j}} = \varepsilon^{j2\varphi} b_1 \quad (32)$$

$$\text{但し } b_1 = \frac{\sqrt{x_q} - \sqrt{x_d'}}{\sqrt{x_q} + \sqrt{x_d'}} \quad (33)$$

故に $B''b_1 = -A'' + \sqrt{x_d'x_q}$ となるからこれらの結果から $Y_a(p)_{p \approx \pm j}$ の値は (17) 式より

$$Y_a(p)_{p \approx j} = 1 - \frac{[B(p-j)]^2}{A(p-j) + A'' - 2x_c} \cdot \frac{1}{A(p-j) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c} \quad (34)$$

$$Y_a(p)_{p \approx -j} = \frac{A(p+j) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c}{A'' + A(p+j) - 2x_c} \quad (35)$$

となり、 $p=j$ 及び $-j$ の時は $A(0)=A$ を代置する。

さて (21) 式の $A_0(p)$ は以上より

$$A_0(p)_{p \approx j} = \frac{[A'' + A(p-j) - 2x_c][A(p-j) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c]}{[A(p-j) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c]^2 - [B(p-j)]^2} \quad (36)$$

$$A_0(p)_{p \approx -j} = \left[A_0(p)_{p \approx j} \right]^*$$

となる。 $p = \pm j$ の時は

$$A_0(p)_{p = \pm j} = \frac{[A'' + A - 2x_c][A + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c]}{[A + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c]^2 - B^2} \quad (37)$$

である。以上より (23) 式の C_k を求めるるに必要な算式はすべて整つた。

(19) 式に (32), (37) 式を代入し

$$A_n(p)_{p = -j(2n+1)} = (-1)^n A_0(-j) \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K[j(2\nu-2n+1)]}{Y_a[j(2\nu-2n+1)]}$$

$$= (-1)^n \frac{[A''+A-2x_c][A+\sqrt{x_d'x_q-2x_c}]}{[A+\sqrt{x_d'x_q-2x_c}]^2-B^2} \varepsilon^{-j2n\varphi} b_1^n$$

$$\begin{aligned} A_{n+1}(p) &= (-1)^{n+1} A_0(j) \varepsilon^{-j2n\varphi} b_1^n \frac{K(-j)}{Y_a(-j)} \quad [(25), (35) \text{式代入}] \\ &= (-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+2)\varphi} \frac{B[A''+A-2x_c]}{[A+\sqrt{x_d'x_q-2x_c}]^2-B^2} \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} \left\{ [p+j(2n+1)] F(p+j2n) \right\}_{p=-j(2n+1)} &= \frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{-2j} \cdot \frac{\sqrt{3} e}{A+A''-2x_c} \\ \left\{ [p+j(2n+1)] F(p+j2n+2) \right\}_{p=-j(2n+1)} &= \text{上の共軛値} \end{aligned}$$

であるから、これらより (23) 式は次のごとくなる。

$$C_k = \frac{\sqrt{3} e (-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{-2j \{A+B+\sqrt{x_d'x_q-2x_c}\}}$$

$p_k = +j(2n+1)$ の特異点に対しては C_k^* が留数となる。結局定常電流項 $i_s(t)$ は Laplace 逆変換により

$$i_s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [C_k \varepsilon^{p_k t} + \text{Conj}] = \frac{\sqrt{3} e}{x_d + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}} \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \quad (38)$$

Ⅶ 界磁回路に基く過渡項の解析

前章と同様特異点 $p_k = -\alpha - j(2n+1)$ は $F(p+j2n)$ と $F(p+j2n+2)$ に存在するから留数 C_k' は

$$C_k' = [p+\alpha+j(2n+1)] [A_n(p)F(p+j2n) + A_{n+1}(p)F(p+j2n+2)]_{p=-j(2n+1)} \quad (39)$$

$p+j2n = p'$ とおけば (19) 式より

$$\begin{aligned} A_n(p) &= (-1)^n A_0(p') \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K(p'+j2\nu-2n)}{Y_a(p'+j2\nu-2n)} \Big|_{p' \simeq -j} \\ A_{n+1}(p) &= (-1)^{n+1} A_0(p'+j2) \cdot \varepsilon^{-j2n\varphi} b_1^n \frac{K(p')}{Y_a(p')} \Big|_{p' \simeq -j} \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} Y_a(p'+j2) &= 1 - \frac{K^*(p'+j2)K(p')}{1-K^*(p') \frac{K(p'-j2)}{Y_a(p'-j2)}} \Big|_{p' \simeq -j} \quad [(25), (27), (29) \text{式代入}] \\ &= 1 - \frac{[B(p'+j)]^2}{[A''+A(p'+j)-2x_c]A(p'+j)+\sqrt{x_d'x_q-2x_c}} \end{aligned}$$

$$Y_a^*(p', j2) = \frac{A(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}}{A'' + A(p'+j) - 2x_c} \quad [(18), (30), (32)\text{式使用}]$$

であるから、これより $A_0(p')_{p' \simeq -j}$ 及び $A_0(p'+j2)_{p' \simeq -j}$ を計算すればこれらは共に等しくなり

$$\begin{aligned} A_0(p')_{p' \simeq -j} &= A_0(p'+j2)_{p' \simeq -j} \\ &= \frac{[A'' + A(p'+j) - 2x_c][A(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}]}{[A(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}]^2 - [B(p'+j)]^2} \end{aligned}$$

故に

$$A_{n+1}(p)_{p \simeq -j(2n+1)} = (-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+2)\varphi} \frac{B(p'+j)[A'' + A(p'+j) - 2x_c]}{[A(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}]^2 - [B(p'+j)]^2}$$

また

$$\begin{aligned} F(p')_{p' \simeq -j} &= \frac{\sqrt{3} e}{A(p'+j) + A'' - 2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{-2j(p'+j)} \\ F(p'+j2)_{p' \simeq -j} &= \frac{\sqrt{3} e}{A'' + A(p'+j) - 2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{j\varphi}}{2j(p'+j)} \end{aligned}$$

従つて留数は

$$\begin{aligned} \frac{C_k'}{p + \alpha + j(2n+1)} \Big|_{p \simeq -j(2n+1)} &= \frac{\sqrt{3} e (-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{A(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c} - x_c + B(p'+j)} \cdot \frac{1}{-2j(p'+j)} \Big|_{p \simeq -j} \end{aligned}$$

今 $\phi(p') = A(p'+j) + B(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c} = x_d(p'+j) + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}$

とおけば $\phi(p') = 0$ の根より得られる p_k が特異点である。然るに

$$x_d(p) = \frac{T_{d_0}' x_d' p + x_d}{T_{d_0}' p + 1}$$

であるから

$$\phi(p') = \frac{(x_d' + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c})}{1 + T_{d_0}'(p'+j)} T_{d_0}'(\alpha + p'+j)$$

但し α は減衰率でありこの逆数 $T_{d_0}'(t)$ は時定数を与える。

$$T_{d_0}'(u) = T_{d_0}' \frac{x_d' + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}}{x_d + \sqrt{x_d x_q - 2x_c}} \quad (40)$$

以上より留数 $C_k'_{p' \simeq -j} = C_k'_{p \simeq -j(2n+1)}$ が求まり、界磁に基づく過渡電流項 $i'(t)$ は次のごとくなる。

$$\begin{aligned} i'(t) &= \sum_0^\infty \left\{ C_k' \varepsilon^{-\frac{t}{T_{d_0}'(u)} - j(2n+1)t} + \text{Conj} \right\} \\ &= \left[\frac{\sqrt{3} e}{x_d' + \sqrt{x_d'x_q - 2x_c}} - \frac{\sqrt{3} e}{x_d' + \sqrt{x_d x_q - 2x_c}} \right] \varepsilon^{\frac{t}{T_{d_0}'(u)}} \sum_0^\infty (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

VIII 電機子に基く過渡電流の解析

前言したごとく 2 種の特異点 p_{k_1} と p_{k_2} を有す。

$$p_{k_1} = -\alpha' + j(2n + \kappa) \quad (n = 0 \sim \infty)$$

$$p_{k_2} = -\alpha' + j(2n - \kappa) \quad (n = 0 \sim \infty)$$

$$\kappa \doteq \sqrt{\frac{x_c}{A''}} \quad (\text{より妥当な } \kappa \text{ は後で求まる})$$

2種の周波数 $2n \pm \kappa$ において $n = -\infty \sim +\infty$ に変化させることは、 $n = 0 \sim \infty$ に変化させその共軛値を合せ考慮することと同一であるが、但し本章に限り前 2 章と異り $n = 0$ の項は 2 周波数を通じて 1 個(但しその共軛値を含める)しか発生しない。即ち $-\infty \sim +\infty$ と $0 \sim +\infty$, $0 \sim -\infty$ とは本章に限り $n = 0$ は 2 回重複されるからである。

先ず p_{k_1} について考える。

$$C'_{k_1} = [p + \alpha' + j(2n + \kappa)] [A_n(p)F(p + j2n)]_{p \simeq -j(2n + \kappa)}$$

$p + j2n = p'$ とおけば

$$[A_n(p)F(p + j2n)]_{p \simeq -j(2n + \kappa)} = (-1)^n A_0(p') \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K(p' + j2\nu - 2n)}{Y_a(p' + j2\nu - 2n)} F(p') \Big|_{p' \simeq -j\kappa} \dots\dots\dots(42)$$

ここで H 値は $\prod_0^{n-1} = \varepsilon^{-j2n\varphi} b_1^n$ であり、また $p' \simeq -j\kappa$ に対しては $Y_a(p')$, $Y_a^*(p')$ は次のごとく計算される。即ち

$$K^*(p') = \frac{-p' \varepsilon^{j2\varphi} B''}{2 \left[r + p' A'' + \frac{x_c}{p'} \right]}, \quad B'' b_1 = -A'' + \sqrt{x_d' x_q}$$

より $Y_a(p')$ を計算すれば

$$Y_a(p') = \frac{r + \frac{p'}{2} (A'' + \sqrt{x_d' x_q}) + \frac{x_c}{p'}}{r + p' A'' + \frac{x_c}{p'}} \quad (43)$$

一方 $Y_a^*(p')$ の方は $K(p' + j2)$ と $K^*(p' + j2)$ を求め、これに上の $K^*(p')$ の共軛値 $K(p')$ を用いて

$$Y_a^*(p') = 1 - \frac{p' B''}{2 \left[r + p' A'' + \frac{x_c}{p'} \right]} \xi(p') \quad (44)$$

但し

$$\xi(p') = \frac{B''}{\frac{(\sqrt{x_d'} + \sqrt{x_q})^2}{2} + \frac{2x_c}{(p' + j2)^2}} \quad (45)$$

$\xi(p)$ については $2-\kappa$ の周波数において凸極機を含めた系統のリアクタンスが、コンデンサ・インピーダンスより十分大であれば分母の第2項は省略してよい。この時は

$$\xi(p') = -b_1 \quad (46)$$

この近似は普通の線路補償度では十分成立するが、補償度が100%前後の場合は多少不正確になる。然しこの場合正確に求めようとすれば、(45)式の $\xi(p')$ を導入し以下同様に計算を進めることができることを附言する。

さて(43)、(44)両式と(21)式より $p' \simeq -j\kappa$ について

$$A_0(p') = \frac{r + p' A'' + \frac{x_c}{p'}}{r + p' \sqrt{x_d' x_q} + \frac{x_c}{p'}}$$

また

$$F(p') = \frac{\sqrt{3} e}{2 \left[r + p' A'' + \frac{x_c}{p'} \right]} \cdot \frac{p' \cos \varphi - \sin \varphi}{p'^2 + 1}$$

であるからこれを(42)式に代入して

$$\begin{aligned} & \left[A_n(p) F(p + j2n) \right]_{p \simeq -j(2n + \kappa)} \\ &= \frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-j2n\varphi} (-b_1)^n}{2} \cdot \frac{p' \cos \varphi - \sin \varphi}{p'^2 + 1} \cdot \frac{p'}{p'^2 \sqrt{x_d' x_q} + r p' + x_c} \end{aligned}$$

特異点は従つて

$$p' = p + j2n \simeq \alpha' - j\kappa$$

$$\alpha' = \frac{r}{2\sqrt{x_d' x_q}}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{x_c}{\sqrt{x_d' x_q}}} \quad (47)$$

となり留数 C_{k_1}'' も求まる。

故にこれより電機子過渡項の1つは

$$\begin{aligned} i_{a_1}(t) &= \left[C_{k_1}'' \varepsilon^{p_{k_1} t} \right]_{n=0} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_{k_1}'' \varepsilon^{p_{k_1} t} + C_{0n} j \right] \\ &= -\frac{\sqrt{3} e}{2(\sqrt{x_d' x_q} - x_c)} \varepsilon^{-\alpha' t} \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \{ \kappa \cos \varphi \sin(2n\theta + \kappa t) + \sin \varphi \cos(2n\theta + \kappa t) \} \\ &\quad - \frac{\sqrt{3} e}{2(\sqrt{x_d' x_q} - x_c)} \cdot \frac{j\kappa \cos \varphi + \sin \varphi}{2} \varepsilon^{-\alpha' t} \varepsilon^{-j\kappa t} \end{aligned} \quad (48)$$

のごとくなる。

他の1つの過渡項についても同様にして $p_{k_2} = -\alpha' - j(2n - \kappa)$ により求まるがこの場合は

$$\left[A_n(p) F(p + j2n) \right]_{p \simeq -j(2n - \kappa)} = (-1)^n A_0(p') \prod_0^n F(p') \quad p' \simeq +j\kappa$$

となるが $\Pi = \varepsilon^{-j2n\varphi} b_1^n$ (であり、以下 κ が $-\kappa$ と置換される点が相違するのみで p_{21} に対するのと同じ解を得る。

$$i_{a2}(t) = -\frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-\alpha' t}}{2(\sqrt{x_d' x_q} - x_c)} \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \{-\kappa \cos \varphi \sin(2n\theta - \kappa t) + \sin \varphi \cos(2n\theta - \kappa t)\} \\ - \frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-\alpha' t}}{2(\sqrt{x_d' x_q} - x_c)} \cdot \frac{-j\kappa \cos \varphi + \sin \varphi}{2} \varepsilon^{j\kappa t} \quad (49)$$

これより電機子に基づく過渡電流は (48), (49) 両式の和で与えられる。

$$i_a(t) = i_{a1}(t) + i_{a2}(t) \\ = -\frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-\alpha' t}}{\sqrt{x_d' x_q} - x_c} \left\{ \kappa \cos \varphi \sin \kappa t + \sin \varphi \cos \kappa t \right\} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \cos 2n\theta \right\} \quad (50)$$

IX 突 流 の 結 果

前3節で求めた定常電流 (38) 式, 界磁回路に基づく過渡電流 (41) 式及び電機子回路に基づく過渡電流 (50) 式の総和が, 短絡後の回路突流の完全表現式である。

$$i(i) = i_s(i) + i'(i) + i_a(i) \\ = \left[\left\{ \frac{\sqrt{3} e}{x_d' + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} - \frac{\sqrt{3} e}{x_d + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} \right\} \varepsilon^{-T d' t} \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3} e}{x_d + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} \right] \sum_{n=0}^{\infty} (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \\ - \frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-\alpha' t}}{\sqrt{x_d' x_q} - x_c} \left\{ \kappa \cos \varphi \sin \kappa t + \sin \varphi \cos \kappa t \right\} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-b_1)^n \cos 2n\theta \right\} \quad (51)$$

無コンデンサ時の線間短絡では $x_c = 0$, $\kappa = 0$ と置換すれば宜しい。但しこの場合電機子減衰率 α' は真値の半分となるが, これは電機子に基づく過渡成分が重根を有するために Laplace 変換公式の一部が変更されるからである。このことは数式導出上止むを得ないので, この時は (47) 式の α' の2倍を α' として用いればよい。

なお (51) 式におけると同様な突流が, アモルト捲線を有する場合の解析においても誘導される。然し同式結果を容易に改変し適応させることが可能である。即ち VI, VII の定常電流及び界磁に基づく過渡電流においては $\sqrt{x_d x_q}$ を $\sqrt{x_d'' x_q''}$ と置換し且つ $x_d' \rightarrow x_d'' \rightarrow x_d$ の3段階に亘つて減衰させる。また VIII の電機子に基づく過渡成分においてはすべての x_d', x_q を単に x_d'', x_q'' と置換すればよい。即ちアモルト捲線を有する場合の突流式は次の如くなるのである。

$$i(t) = \left\{ \left[\frac{\sqrt{3} e}{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} - \frac{\sqrt{3} e}{x_d' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \right] \varepsilon^{-\frac{t}{T_{do''}}} + \left[\frac{\sqrt{3} e}{x_d' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} - \frac{\sqrt{3} e}{x_d + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \right] \varepsilon^{-\frac{t}{T_{d'(\omega)}}} + \frac{\sqrt{3} e}{x_d + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \left\{ \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta - \frac{\sqrt{3} e \varepsilon^{-\alpha t}}{\sqrt{x_d'' x_q''} - x_c} \left\{ \kappa \cos \varphi \sin \kappa t + \sin \varphi \cos \kappa t \right\} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \cos 2n\theta \right\} \right\} \right. \quad (52)$$

但し

$$T_{d''(\omega)} = T_{do''} \frac{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c}{x_d' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c}$$

$$T_{d'(\omega)} = T_{do'} \frac{x_d' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c}{x_d + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{x_q''} - \sqrt{x_d''}}{\sqrt{x_q''} + \sqrt{x_d''}}$$

$$\alpha' = \frac{r}{2\sqrt{x_d'' x_q''}}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{x_c}{x_d'' x_q''}}$$

$T_{do''}$ は次過渡直軸閉路時定数である。 $x_c = 0$ とおけば無コンデンサ時の線間短絡の式となる。

X コンデンサ端子間過渡電流

前節の突流式 (52) 式において全時定数を ∞ とし、且つ式 $i_a(t)$ の { } 内部を 1 個の正弦波函数に變形し、更に三角函数の積をすべて和の形に直す時は

$$i(t) = \frac{\sqrt{3} e}{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \left\{ \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta - \frac{\sqrt{3} e}{2(\sqrt{x_d'' x_q''} - x_c)} \sqrt{\kappa^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} \left[\sin \left(\kappa t + \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{\kappa} \right] \right) + \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \left\{ \sin \left(2n\theta + \kappa t + \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{\kappa} \right] \right) - \sin \left(2n\theta - \kappa t - \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{\kappa} \right] \right) \right\} \right] \right\}$$

さて $e_c = \int x_c i(t) dt$ を計算する。上式に対応して

$$e_c = (e_{cs} + e_{c'}) + e_{ca}$$

の 2 項に分ける時は次の結果を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} e_{cs} + e_{c'} &= \frac{-\sqrt{3} e x_c}{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \sum_0^{\infty} \frac{(-b_1)^n}{2n+1} \cos(2n+1)\theta \\ e_{ca} &= \frac{\sqrt{3} e x_c}{2(\sqrt{x_d'' x_q''} - x_c)} \sqrt{\kappa^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} \left[\frac{1}{\kappa} \cos \left(\kappa t + \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{\kappa} \right] \right) \right] * \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} * & + \sum_1^{\infty} \left\{ \frac{(-b_1)^n}{2n+\kappa} \cos\left(2n\theta + \kappa t + \tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right) \right. \\ & \left. - \frac{(-b_1)^n}{2n-\kappa} \cos\left(2n\theta - \kappa t - \tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right) \right\} \end{aligned}$$

上2式は $\theta = \pi$ で最大となる。但し第2式においては或る条件の φ 及び t が必要である。第2式において $\theta = \pi$ とすれば $2n\theta = 2n\pi$ となるが更に

$$\kappa t + \tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right] = \pi$$

の時に最大振幅を有する。この条件は κ の如何を問わず $\varphi = \pi$, $t = 0$ にて成立する。(但し総和は零となる) $\varphi = \pi$, $t = 0$ の条件を上にて代入する時は最大電圧値は次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} (e_{cs} + e')_{max} &= \frac{\sqrt{3} x_c e}{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \cdot \frac{\tan^{-1}\sqrt{b_1}}{\sqrt{b_1}} \\ (e_{ca})_{max} &= -\frac{\sqrt{3} x_c e}{2(\sqrt{x_d'' x_q''} - x_c)} \left\{ 1 - \kappa^2 \sum_1^{\infty} \frac{(-b_1)^n}{2n^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

(52) 2式の和は厳密に零とならないがこの理由は主として $p^2 \geq 4$ に対して行つた近似減衰比 b_1 によつてゐる。然し近似的に両式は大いさが等しいと考えてよい。 $t = 0$ 以外の任意の過渡状態ではこの両式の尖頭値は全く随意的に起るため、起り得る最大値は両式の絶対値の和となる。従つて直列コンデンサ端子間に現われる最大電圧値と定常(永久)短絡電流が流れる時の電圧の比は

$$\tau = \frac{\text{最大尖頭電圧}}{\text{定常振幅値}} = \frac{2(x_d + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c)}{x_d'' + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} \quad (54)$$

で表わされる。この比は勿論起り得る最悪の値であり減衰を考慮外とした純理論的の値であつて、実際はこの値より遙かに下廻ることが推定される。

Ⅺ 界磁回路の異常突流

界磁電流の微分方程式は(7)式にて、その Laplace 変換式は(10)式にて示される。 $I(p)$ の一般解は(14)式である。改めて計算するまでもなく $I(p)$ は VI, VII. 及び VIII. における留数値より逆算して次のごとく求まる。

$$\begin{aligned} I(p) &= \sum_0^{\infty} \frac{\sqrt{3} e}{x_d(p+j2n+1) + \sqrt{x_d'' x_q''} - 2x_c} (-b_1)^n \left\{ \frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{-2j(p+j2n+1)} + \text{Conj} \right\} \\ &- \frac{\sqrt{3} e}{2(\sqrt{x_d'' x_q''} - x_c)} \left\{ \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}(j\kappa \cos\varphi + \sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+\kappa)} \right. \\ &+ \left. \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}(-j\kappa \cos\varphi + \sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n-\kappa)} + \frac{j\kappa \cos\varphi + \sin\varphi}{2(p+\alpha'+j\kappa)} + \text{Conj} \right\} \quad (55) \end{aligned}$$

p を $p+j$ 及び $p-j$ と置換して $I(p+j)$ 及び $I(p-j)$ を作成して原式 (10) 式に代入すれば $I_{fd}(p)$ の形が決定される。かくして求まる $I_{fd}(p)$ は次のごとく表わされる。

$$\begin{aligned}
 x_{afd}I_{fd}(p) = & \frac{eT_{d0}'(x_d-x_{d}')}{T_{d0}'p+1} \left[(1+b_1) \sum_1^{\infty} \frac{(-b_1)^{n-1}}{x_d(p+j2n)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}}{-2(p+j2n)} \right. \\
 & + \text{Conj} + \frac{1}{x_d(p)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} \cdot \frac{1}{p} \\
 & - \frac{1}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)} \left\{ (1+b_1) \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+1+\kappa)} + \text{Conj} \right. \\
 & \left. \left. + (1+b_1) \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+1-\kappa)} + \text{Conj} \right\} \right] \quad (55)
 \end{aligned}$$

上式は4項 (Conj を含める) より成立するが、明らかに各項特異点はそれぞれ次の様な値である。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{第1項} \left\{ \begin{array}{l} p_k = -j2n \quad (\text{定態成分}) \\ p_c = -\alpha - j2n \quad (\text{界磁に基く過渡成分}) \end{array} \right. \\
 \text{第2項} \quad p_c = -\alpha \quad (\text{直流分}) \\
 \text{第3項} \quad p_k = -\alpha' - j2n + 1 + \kappa \\
 \text{第4項} \quad p_c = -\alpha' - j2n + 1 - \kappa \end{array} \right\} (\text{電機子に基く過渡成分})$$

かくして特異点を知らば、各項に Laplace 逆変換を施して実電流 $I_{fd}(t)$ を得る。但し途中の計算において補償は不足補償である故全系統補償度は小量であるとして、第3、第4項の最低周波数 $1-\kappa$ においても $R_{fd} \ll (1-\kappa)x_{ffd}$ が成立するとしている。なお上式の各4項の外に、過渡問題の解析上最初から省略した直流定常電流 I_{f0} を加算する必要がある。

以上の過程により計算を行えば界磁回路の突発電流 $I_{fd}(i)$ は次のごとく算出される。

$$\begin{aligned}
 I_{fd}(t) = & -I_{f0} \frac{(1+b_1)(x_d-x_{d}')}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} g(t) \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \cos 2n\theta \\
 & + I_{f0} + I_{f0}' \frac{x_d-x_{d}'}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} \varepsilon^{-\alpha t} \\
 & - I_{f0} \frac{(1+b_1)(x_d-x_{d}')}{\sqrt{x_d'x_q}-x_c} \varepsilon^{-\alpha' t} \left\{ \kappa \cos\varphi \sin \kappa t + \sin\varphi \cos \kappa t \right\} \\
 & \quad \times \sum_0^{\infty} (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \quad (57)
 \end{aligned}$$

但し

$$g(t) = \frac{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} + \left[1 - \frac{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} \right] \varepsilon^{-\alpha t}$$

以上アモルトの無い凸極機系統における界磁突流を求めた。アモルトのある場合は $\sqrt{x_d'x_q}$ が $\sqrt{x_d'x_q''}$ に置換され $g(\cdot)$ は3段階に分れて減衰する外、直列コンデンサ系統の3相短絡に

における漏洩リアクタンス比 \bar{k} によつて若干修整される点がある。⁴

XII 開放線過渡電圧

開相線 a 相の電圧を解析する。相軸上のインピーダンス・マトリクスにおける a 線の電圧方程式を求め、これに $i_b = -i_c = i$ の条件を代入する時は次の微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} v_a &= x_{afd} \frac{d}{dt} \cos\theta \cdot I_{fd} + \frac{2}{3} B \frac{d}{dt} (\cos 2\theta + 120 - \cos 2\theta + 240) i \\ &= x_{afd} \frac{d}{dt} \cos\theta \cdot I_{fd} - \frac{2}{\sqrt{3}} B \frac{d}{dt} \sin 2\theta \cdot i \end{aligned} \quad (58)$$

これに Laplace 変換を施す時は

$$V(p) = \frac{x_{afd} \varepsilon^{-j\varphi} p}{2} I_{fd}(p+j) + \text{Conj} - \frac{jB \varepsilon^{-j2\varphi} p}{\sqrt{3}} I(p+2j) - \text{Conj} \quad (59)$$

$I_{fd}(p)$ は (10) 式にて与えられるから、その $I_{fd}(p+j)$, $I_{fd}(p-j)$ を作つて上式に代入すれば I_{fd} は消去する。その結果は

$$V(p) = -\frac{j\varepsilon^{-j2\varphi} B(p+j)p}{\sqrt{3}} I(p+2j) + \text{Conj} + \frac{jx_d(p+j)p}{2\sqrt{3}} I(p) + \text{Conj} \quad (60)$$

$I(p)$ は前章の (F5) 式で与えられるから、 $I(p+2j)$ 及び $I(p-2j)$ を作つて上式へ代入すれば次のごとくなる。

$$\begin{aligned} V(p) &= (1-b_1^2) E'' \sum_1^{\infty} \frac{e(-b_1)^{n-1} p}{x_d(p+j2n+1) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2(p+j2n+1)} \\ &\quad + [2B(p+j) - (1+b_1)E''] \frac{ep}{x_d(p+j) + \sqrt{x_d'x_q} - 2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{2(p+j)} \\ &\quad + \frac{ep}{2(\sqrt{x_d'x_q} - x_c)} \left[(1-b_1^2) E'' \sum_1^{\infty} \frac{(-b_1)^{n-1} \varepsilon^{-j2n\varphi} (-\kappa \cos\varphi + j \sin\varphi)}{2(p+\alpha' + j2n+\kappa)} \right. \\ &\quad \left. + (1-b_1^2) E'' \sum_1^{\infty} \frac{(-b_1)^{n-1} \varepsilon^{-j2n\varphi} (\kappa \cos\varphi + j \sin\varphi)}{2(p+\alpha' + j2n-\kappa)} \right] \\ &\quad + \text{Conj of the all former} \end{aligned} \quad (61)$$

上式各 4 項 (Conj を含める) の特異点は次の通りである。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{第 1 項} \left\{ \begin{array}{ll} p_k = -j2n+1 & \text{定常成分 (基本波項を除く)} \\ p_k = -\alpha - j2n+1 & \text{界磁回路に基く過渡成分 (} \nu \text{)} \end{array} \right. \\ \text{第 2 項} \left\{ \begin{array}{ll} p_k = -j & \text{基本波定常成分} \\ p_k = -\alpha - j & \text{界磁に基く基本波過渡成分} \end{array} \right. \\ \text{第 3 項} \quad p_k = -\alpha' - j2n+\kappa \\ \text{第 4 項} \quad p_k = -\alpha' - j2n-\kappa \end{array} \right\} \text{電機子に基く過渡成分}$$

4 三浦五郎：直列コンデンサ三相故障時の同期機界磁内部における異常交流の解析。三学会連大集 365 (1955)

以上の特異点における留数 C_k を求め Laplace 逆変換によつて実電圧値 $v_a(i)$ を知る。

$$C_k = \left\{ (p - p_k) V(p) \right\}_{p=p_k}$$

$$v_a(i) = \mathcal{L}^{-1} V(p) = \sum C_k e^{p_k t}$$

なおその他定常成分には過渡問題解析に省略した定常界磁直流 I_{f_0} に基く誘導電圧成分

$$v_{a_0} = x_{af} \frac{d}{dt} \cos \theta_1 \cdot I_{f_0} = -e \sin \theta$$

が存在するからこれを代数的に加算する。途中の計算は既に行つてきたことと同様である。その結果開放線 a 相に発生する過渡電圧は次の如く求まる。

$$\begin{aligned} v_a(i) = & - \frac{2e \sqrt{x_d' x_q}}{x_d' + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} g(i) \sum_1^{\infty} (2n+1) (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \\ & - \frac{c(x_d' - \sqrt{x_d' x_q})}{x_d' + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} \left[\frac{x_a - \sqrt{x_d' x_q}}{x_d' - \sqrt{x_d' x_q}} \cdot \frac{x_d' + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c}{x_a + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} - 1 \right] \varepsilon^{-\alpha t} \sin \theta \\ & - \frac{2e(\sqrt{x_d' x_q} - x_c)}{x_a + \sqrt{x_d' x_q} - 2x_c} \sin \theta \\ & + \frac{2e \sqrt{x_d' x_q}}{\sqrt{x_d' x_q} - x_c} \varepsilon^{-\alpha t} \sum_1^{\infty} (-b_1)^n \left\{ 2n(\sin \varphi \cos \kappa i + \kappa \cos \varphi \sin \kappa i) \cos 2n\theta \right. \\ & \left. + \kappa(\kappa \cos \varphi \cos \kappa i - \sin \varphi \sin \kappa i) \sin 2n\theta \right\} \end{aligned} \quad (62)$$

但し $g(i)$ は (57) 式に挙げたものと同じである。

XIII 結 言

以上は凸極同期機系統が直列コンデンサを有する場合の単相短絡故障における回路突流、コンデンサ過電圧、界磁巻線内異常電流及び開放線電圧について解析を完成したものである。I. で述べた仮定中最も重要なものは、系統全体としてコンデンサが不足補償であることである。今もし仮に 200% の過補償の時を考えると $x_i = x$, $x_c = 2x$ とおいて

$$x \left(1 - \frac{2}{2^2} \right) = 0.5x, \text{ また } 500\% \text{ の過補償では } x \left(1 - \frac{3}{2^2} \right) = 0.25x \text{ のごとく第2調波で相当}$$

の誤差を招来する。同様なことは第3, 第4……の高調波についていえる。また VIII. の $\xi = -b_1$ の仮定は補償度が 1 に比し大分小さい時に有効であり 100% 附近の補償では (45) 式の $\xi(p)$ を用いて計算できる。従つて本論文の結果及びその僅かの延長は 100% 以下の補償に対する単相短絡理論を十分完成せしめたといえる。

なお (52) 式より判るごとく、定常状態では $x_a - x_c$ が正相インピーダンス, $\sqrt{x_d' x_q''} - x_c$

が逆相インピーダンスと考えてよい。そして一般に高調波に対してはそれぞれ

$$n_1^2 = \frac{2x_c}{x_d(p) + \sqrt{x_d''x_q''}}, \quad n_2^2 = \frac{x_c}{\sqrt{x_d''x_q''}} \quad (63)$$

(n_1, n_2 は正整数)

によつて示されるごとき共振条件を有する。 n_1, n_2 は高調波の次数である。

本研究の摘要の一部は既に学界で公表した⁵ が茲に全容を発表し諸賢の御批判を仰ぎたい。本論文作成に当り種々の教示を載いた北大工学部小串孝治教授に深謝すると共に、色々と便宜を与えられた本学山上教授始め電気工学科諸教官に感謝の意を表す。

(昭和30年4月30日受理)

⁵ 三浦五郎：直列コンデンサ系統の不平衡短絡突流について、三学会連大集 357 (1956)

凸極同期機系統における

基礎式変換理論

三 浦 五 郎

Transformation Theory of Fundamental Equations on Salient-pole Alternator Systems.

Goro Miura

Abstract

The present writer has previously introduced a new coordinate, the static-symmetrical axis, for the solution of salient-pole synchronous machine behaviors. In this paper, the comparison is systematically made among phase-axes, rectangular-axes, instantaneous symmetrical coordinate, and the static-symmetrical axes, by developing the calculation of Park's equations, power, loss, torque, wattless power and others, which are necessary for the analysis of transient performance on the system.

1 緒 言

凸極同期機が送電系統に接続される場合を解析する基礎微分方程式については、従来の直交系軸、対称座標軸及び相軸の3軸の外に筆者によつて導入された静止対称軸がある。¹ これら4軸間の相互的關係については今まで多く述べた^{2,3} から、本文では従来まちまちに与えられている Park 氏基本式、電力、トルク、損失量、その他過渡現象求解に必要なと思われる諸量を統合し、各4座標軸に表現して容易に比較出来るようにした。

- 1 三浦五郎：多相凸極同期機の変換理論による基礎解析。電工論 4, No.3 137 (1952)
- 2 三浦五郎：長距離送電線の静止対称軸における表示と凸極同期機に対する解析法。室工大研報, 1, No.5 599 (1954)
- 3 三浦五郎：長距離単一送電線に接続された凸極機動作の静止対称軸上における表示 (第2報)。三学会支部連大集 311 (1954)

II 発電機動作と電動機動作について

凸極機と外部送電線を直列にした系統の方程式は結局 $\dot{e} = Z \dot{i}$ なるマトリクス微分方程式に帰一されるが、この場合同期機が発電機動作をしているか電動機動作をしているかは、電圧マトリクス e (電流 i でもよい) の符号によつて定まり、発電機動作に対しては $-e = Z \dot{i}$ 、電動機動作に対しては $+e = Z \dot{i}$ が成立する。

さて系統方程式は直交軸と静止対称軸において定係数となる。このインピーダンス・マトリクスを

$$\dot{Z} = \dot{R} + L_p + G \quad (p\theta = 1, \text{同期速度回転}) \quad (1)$$

とおく時は、凸極機の発生または受電する電力 $\dot{i}_t e^*$ は次のごとく表わされる。 \dot{i}_t は \dot{i} の転置マトリクスを、また e^* は e の共軛マトリクスを示す。 $\dot{i}_t e^*$ と $\dot{i}^* e$ とは無効電力の符号を異にするだけで他は等しい。

a) 発電機動作の場合

$$P = \dot{i}_t e^* = -\dot{i}_t Z \dot{i}^* = -\dot{i}_t^* R \dot{i} - \dot{i}_t^* L_p \dot{i} - \dot{i}_t^* G \dot{i} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{i}_t^* R \dot{i} = \text{銅損} \\ \dot{i}_t^* L_p \dot{i} = \text{無効電力 (遅相値を正)} \\ -\dot{i}_t^* G \dot{i} = \text{機械トルク (入力)} \end{cases}$$

従つて

$$\text{機械的入力} = \text{電氣的出力} + \text{銅損} + \text{無効電力} \quad (3)$$

の関係が成立する。

b) 電動機動作の場合

$$P = \dot{i}_t e^* = \dot{i}_t^* R \dot{i} + \dot{i}_t^* L_p \dot{i} + \dot{i}_t^* G \dot{i} \quad (4)$$

$$\text{電氣的入力} = \text{機械的出力} + \text{銅損} + \text{無効電力} \quad (5)$$

次にインピーダンス・マトリクスが定係数でない相軸、対称軸 ($\alpha\beta\gamma$ 軸も同様) では以上のことはどうなるであろうか。この時は直交軸または静止対称軸のインピーダンス・マトリクスを時間項を含む変換マトリクス C によつて変換したことになる。

$$\dot{Z}' = C^{-1} Z C = C^{-1} [R + L_p + G] C = C^{-1} R C + C^{-1} G C + C^{-1} L_p C + C^{-1} L \frac{\partial C}{\partial \theta} \quad (6)$$

上式は末項に Christoffel 成分を作る。更に今一度変換すればこの成分はまた1個追加される。従つて抵抗 (銅損) とトルク (機械力) は普通の通り変換して差支ないが、トルクに関しては結果の式より項中に p を含まないもの (R マトリクスは除いておいて) を收拾したものではない。これは真のトルク・マトリクスの外に Christoffel 成分を含むからである。また

無効電力については (6) 式の結果のマトリクスで p を含まないものはすべて零として、 p 項のみを收拾すればよい。そのため相軸または対称軸のインピーダンス・マトリクスより p を含まぬ項を零として直ちに求められる。以上の算式は VII~IX において一括誘導羅列することとする。

III 平衡電圧表現と定態時の p

送電系統任意点の電圧に応じインピーダンス・マトリクスの演算子 p のとる値は各軸で異なる。例えばある点で 3 相短絡が起るとすれば、凸極機励磁を零とし考察点に短絡前の発生電圧と同大、方向反対の電圧を i 加して解析される。このため電圧を各軸上に表示しておく。

a) (abc) 軸上

負荷点その他任意点を考察点にとり該点の電圧絶対値を c 、相差角は凸極機無負荷誘導起電力より一般に δ だけ進んでいるとする。相軸における該点端子電圧は

$$\left. \begin{aligned} e_a &= c \sin(\theta_1 + \delta) \\ e_b &= c \sin(\theta_2 + \delta) \\ e_c &= c \sin(\theta_3 + \delta) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\theta_1 = \theta = i + \varphi, \quad \theta_2 = \theta + 120^\circ, \quad \theta_3 = \theta + 240^\circ$$

であり、無負荷で発電機電力を何等消費しない時は $\delta = 0$ とおいて

$$\left. \begin{aligned} e_a &= c \sin \theta_1 \\ e_b &= c \sin \theta_2 \\ e_c &= c \sin \theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。上式より e_a, e_b, e_c は ε^{jt} または ε^{-jt} の時間項を有するから、 ε^{pt} に対応する p は $p = j$ または $p = -j$ となる。従つて定常電流計算は直ちに $p = j$ とおいてよい。

b) ($dq0$) 軸上

直交軸変換マトリクス C によつて (7) 式を変換する。 $e_{dq0} = C^{-1} e_{abc}$

$$\left. \begin{aligned} e_d &= e \sin \delta \\ e_q &= e \cos \delta \\ e_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ε^{pt} に対応する p は零であるので定常電流は直交軸インピーダンス・マトリクス Z_{dq0} で $p = 0$ とおいて求まる。

c) (120) 軸上

同様に (7) 式を対称軸変換マトリクス C' によつて $e_{120} = C'^{-1} e_{abc}$ より変換すれば

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -\frac{e}{2j} \varepsilon^{-j(\theta+\delta)} \\ e_2 &= +\frac{e}{2j} \varepsilon^{j(\theta+\delta)} \\ e_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

無負荷時では $\delta=0$ とする。定態値には正相分（電流）に対しては $p=-j$ ，逆相分に対しては $p=j$ とおけばよい。

d) (I II 0) 軸上

(10) 式を静止対称軸変換マトリクス C' によつて変換する。 $e_{I II 0} = C'^{-1} e_{120}$

$$\left. \begin{aligned} e_I &= +\frac{e}{2j} \varepsilon^{+j\delta} \\ e_{II} &= -\frac{e}{2j} \varepsilon^{-j\delta} \\ e_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

無負荷時は $\delta=0$ ，定態時は $\varepsilon^{pt}=1$ に対応して $p=0$ とおけばよいことは直交軸と同様である。

なお以上用いた変換マトリクス C ， C' ， C'' については従来発表した通り¹ なのでここに再記しない。

IV 電力の不変量変換

系統変換に関し在来筆者が扱つてきた変換はすべて“マトリクス変換”であつて、いわゆる“テンソル変換”でない。即ち電圧と電流は同一の変換マトリクスで変換されるため計算は極めて円滑であつて対称軸、直交軸等の表示は Park その他既成大家の研究結果とその盡一致する点はマトリクス変換の最大の利点であるが、一方電力、トルク、損失等 $\dot{i}_t e = \dot{i}_t Z \dot{i}$ のごとく2回重合される量は各軸を通じ不変量として扱えない欠点を有す。この点テンソル変換が有利であるが、併しテンソル変換では不変量保持のためには例えば対称座標法の係数や、直交軸の零相成分等を特別な関係式に逆に定義し直さねばならぬ点が非常に不利で、既成の知識がその儘応用され得ない点が生ずる。

マトリクス変換の電力、トルク等が一般に不変量変換でないことは次のごとく証明される。電圧、電流を同一の変換式 C で変換すれば

$$\dot{e} = C \dot{e}', \quad \dot{i} = C \dot{i}'$$

従つて

$$\begin{aligned} P &= \dot{i}_t e^* = \{C \dot{i}'\}_t \{C \dot{e}'\}^* = \dot{i}'_t C_t C^* \dot{e}' \neq \dot{i}'_t e'^* \\ -T &= \dot{i}_t^* G \dot{i} = \dot{i}_t^* C_t^* G C \dot{i}' \neq \dot{i}_t^* C_t^* G C \dot{i}' = \dot{i}_t^* G' \dot{i}' \end{aligned}$$

1 前出

では相軸における電力を恒等的に導いて他軸上に表現し、不変量であるためにはどのような換算係数を必要とするかを検討してみよう。3相全部の相軸の電力は

$$P_{a\phi} = i_a v_a^* + i_b v_b^* + i_c v_c^* \quad \text{〔相軸上〕}$$

これを直交軸変換すると

$$\begin{aligned} &= (i_a \cos\theta_1 + i_q \sin\theta_1 + i_0)v_a^* + (i_a \cos\theta_2 + i_q \sin\theta_2 + i_0)v_b^* \\ &\quad + (i_a \cos\theta_3 + i_q \sin\theta_3 + i_0)v_c^* \\ &= i_d(v_a \cos\theta_1 + v_b \cos\theta_2 + v_c \cos\theta_3)^* \\ &\quad + i_q(v_a \sin\theta_1 + v_b \sin\theta_2 + v_c \sin\theta_3)^* + i_0(v_a + v_b + v_c)^* \\ &= 3 \left\{ -\frac{1}{2} i_d v_d^* + \frac{1}{2} i_q v_q^* + i_0 v_0^* \right\} \quad \text{〔直交軸上〕} \end{aligned}$$

次に最初の相軸の式を対称軸変換すると

$$\begin{aligned} &= (i_1 + i_2 + i_0)v_a^* + (a^2 i_1 + a i_2 + i_0)v_b^* + (a i_1 + a^2 i_2 + i_0)v_c^* \\ &= i_1(v_a + a v_b + a^2 v_c)^* + i_2(v_a + a^2 v_b + a v_c)^* + i_0(v_a + v_b + v_c)^* \\ &= 3 \{ i_1 v_1^* + i_2 v_2^* + i_0 v_0^* \} \quad \text{〔対称軸上〕} \end{aligned}$$

上式を静止対称軸へ変換すれば

$$\begin{aligned} &= 3 \{ (i_{11} \varepsilon^{-j\theta}) v_1^* + (i_1 \varepsilon^{j\theta}) v_2^* + i_0 v_0^* \} \\ &= 3 i_{11} (\varepsilon^{j\theta} v_1)^* + i_1 (\varepsilon^{-j\theta} v_2)^* + i_0 v_0^* \\ &= 3 \{ i_{11} v_1^* + i_{11} v_{11}^* + i_0 v_0^* \} \quad \text{〔静止対称軸上〕} \end{aligned}$$

以上より各軸における1相当りの瞬時電力は

$$\left. \begin{aligned} P_{1\phi} &= \frac{1}{3} (i_a v_a^* + i_b v_b^* + i_c v_c^*) = \frac{1}{2} (i_d v_d^* + i_q v_q^*) + i_0 v_0^* \\ &= i_1 v_1^* + i_2 v_2^* + i_0 v_0^* = i_{11} v_1^* + i_{11} v_{11}^* + i_0 v_0^* \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となつて各式の係数は異なるから電力等算定には注意を要する。これは前言したごとく“マトリクス変換”なるため不変量変換の不成立なることによる。

V Park 基本式の各軸表示

次に磁束鎖交数 ψ の概念を明確にし凸極同期機の Park 基本式を各座標軸に表示すると共にその相互関係を明らかにしよう。

a) (abc) 軸上

相軸におけるインピーダンス・マトリクスを樹立することにより次式の基本式を得る。

$$\left. \begin{aligned} -e_a &= r i_a + p \psi_a \\ -e_b &= r i_b + p \psi_b \\ -e_c &= r i_c + p \psi_c \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに各相磁束鎖交数は

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= x_{afd} I_{fd} \cos\theta_1 + x_{a1d} I_{1d} \cos\theta_1 + x_{a1q} I_{1q} \sin\theta_1 \\
 &\quad + \frac{x_0}{3} (i_a + i_b + i_c) + \frac{2A}{3} \left\{ i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right\} \\
 &\quad + \frac{2B}{3} \left\{ i_a \cos 2\theta + i_b \cos(2\theta + 120) + i_c \cos(2\theta + 240) \right\} \\
 \psi_b &= x_{afd} I_{fd} \cos\theta_2 + x_{a1d} I_{1d} \cos\theta_2 + x_{a1q} I_{1q} \sin\theta_2 \\
 &\quad + \frac{x_0}{3} (i_a + i_b + i_c) + \frac{2A}{3} \left\{ i_b - \frac{i_c + i_a}{2} \right\} \\
 &\quad + \frac{2B}{3} \left\{ i_a \cos(2\theta + 120) + i_b \cos(2\theta + 240) + i_c \cos 2\theta \right\} \\
 \psi_c &= x_{afd} I_{fd} \cos\theta_3 + x_{a1d} I_{1d} \cos\theta_3 + x_{a1q} I_{1q} \sin\theta_3 \\
 &\quad + \frac{x_0}{3} (i_a + i_b + i_c) + \frac{2A}{3} \left\{ i_c - \frac{i_a + i_b}{2} \right\} \\
 &\quad + \frac{2B}{3} \left\{ i_a \cos(2\theta + 240) + i_b \cos 2\theta + i_c \cos(2\theta + 120) \right\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

(13) 式の負号は発電機動作を表わす。\$r\$ は系統の回路抵抗、\$I_{fd}\$、\$I_{1d}\$、\$I_{1q}\$ は界磁、直軸及びアモルト回路電流、\$x_{afd}\$、\$x_{a1d}\$、\$x_{a1q}\$ は直軸電機子と界磁及び直横アモルト間の相互リアクタンスを示す。また

$$A = \frac{x_d + x_q}{2}, \quad B = \frac{x_d - x_q}{2}$$

そして無負荷誘導起電力 \$e\$ は

$$e = -x_{afd} I_{f0} \tag{15}$$

のごとく示される。\$I_{f0}\$ は \$e\$ (実効値) を定格値ならしめる励磁直流とする。

b) (\$dq0\$) 軸上

いわゆる Park が誘導した方程式である。直交軸上のインピーダンス・マトリクスより直ちに

$$\left. \begin{aligned}
 -e_d &= p \psi_d(p) + \psi_q(p) + r i_d \\
 -e_q &= p \psi_q(p) - \psi_d(p) + r i_q \\
 -e_0 &= p \psi_0(p) + r i_0
 \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned}
 \psi_d(p) &= G(p) \bar{E}_{fd} + x_d(p) i_d \\
 \psi_q(p) &= x_q(p) i_q \\
 \psi_0(p) &= x_0 i_0 \\
 G(p) &= \frac{x_{afd}(p)}{R_{fd} + p x_{ffd}(p)} = \frac{x_{afd}(R_{1d} + x_{11d} p) - x_{f1d} x_{a1d} p}{(R_{fd} + x_{ffd} p)(R_{1d} + x_{11d} p) - x_{f1d}^2 p^2}
 \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

R_{fd} , x_{ffd} ; R_{1d} , x_{11d} 及び R_{1q} , x_{11q} はそれぞれ界磁、直横両軸アモルト回路の抵抗及びリアクタンスであり、 x_{f1d} , x_{a1d} は界磁と直軸アモルト間及び直軸電機子直軸アモルト間の相互リアクタンスを示す。 E_{fd} は励磁電圧（直流一定）とする。 $x_d(p)$, $x_q(p)$ は演算子インピーダンスである。

アモルト回路が無い時は $R_{1d} = \infty$, $R_{1q} = \infty$ とおくから

$$x_q(p) = x_q$$

$$G(p) = \frac{x_{afd}}{R_{fd} + x_{ffd} p} = \frac{1}{x_{afd}} \cdot \frac{T_{d0}'(x_d - x_d')}{T_{d0}' p + 1}$$

但し T_{d0}' は過渡直軸開路時定数である。

$$T_{d0}' = \frac{x_{ffd}}{R_{fd}}$$

c) (120) 軸上

相軸インピーダンス・マトリクスを対称軸変換により対称軸上に表示させる。併し界磁その他の回転子項を消去するためにはこれを一旦静止対称上に変換し、消去後対称軸へ再変換するとき操作が必要である。なおこの際演算子変移定理を使用して $\varepsilon^{\pm j\theta}$, $\varepsilon^{\pm 2j\theta}$ の時間項を間違いないく処理しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} -e_1 &= r i_1 + p \psi_1(p, t) \\ -e_2 &= r i_2 + p \psi_2(p, t) \\ -e_0 &= r i_0 + p \psi_0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(p, t) &= -\frac{1}{2} G(p+j) \cdot \varepsilon^{-j\theta} E_{fd} + A(p+j) i_1 + B(p+j) \cdot \varepsilon^{-2j\theta} i_2 \\ \psi_2(p, t) &= -\frac{1}{2} G(p-j) \cdot \varepsilon^{j\theta} E_{fd} + A(p-j) i_2 + B(p-j) \cdot \varepsilon^{2j\theta} i_1 \\ \psi_0 &= x_0 i_0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

上式の $\psi(p, t)$ は時間項を含むため可逆的取扱いができない。

d) (III0) 軸上

静止対称軸変換によつて求まるインピーダンス・マトリクスより直ちに次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} -e_I &= p \psi_I(p) + j \psi_{II}(p) + r i_I \\ -e_{II} &= p \psi_{II}(p) - j \psi_I(p) + r i_{II} \\ -e_0 &= p \psi_0(p) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここに

$$\psi_I(p) = \frac{1}{2} G(p) E_{fd} + A(p) i_I + B(p) i_{II} \quad (201)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{II}(\dot{p}) &= -\frac{1}{2} G(\dot{p}) E_{fa} + B(\dot{p}) i_1 + A(\dot{p}) i_{II} \\ \psi_o(\dot{p}) &= x_o i_o \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

以上の4軸を通じ、 ri は抵抗による電圧降下、 $p\psi$ は無効電流によるリアクティブ電圧を表わし、それ以外の項はトルク成分を表わす。相軸と対称軸においては、トルク成分は $p\psi$ の中に含まれており

$$p\psi = \psi \dot{p} + \frac{d\psi}{dt} p\theta$$

の第1項(即ち $p\psi$ で $p=1$ としたもの)が無効電流による電圧成分を、第2項がトルク成分を代表する。但し第2項はトルク成分のみならず Christoffel 成分をも含むから、トルクに関する限りこのような方法で分離はできない。

VI 直交軸における諸量

次に4軸の出力、無効電力、損失、トルク各瞬時値諸量をそれぞれ算出し、最後にすべてこれを直交軸量と比較し換算係数を調べる。マトリクス変換に基因する電力の不変量不成立についてはIVで述べたから、ここではマトリクス変換の儘各軸上に個別に表示しよう。先ず($dq0$)軸から述べる。(発電機動作について)(3)式に述べたごとく

$$\text{銅損} = \dot{i}_t^* \dot{R} \dot{i}_t, \quad \text{無効電力} = \dot{i}_t^* \dot{L} p \dot{i}_t, \quad \text{トルク} = -\dot{i}_t^* \dot{G} \dot{i}_t$$

直交軸の $e(e_a e_q e_o)$, $i(i_a i_q i_o)$ 要素はすべて実数で共軛値は原値に等しい。

$$\text{損 失} = \dot{i}_t^* \dot{R} \dot{i}_t = r(i_a^2 + i_q^2 + i_o^2)$$

$$\text{出 力} = \dot{i}_t^* e^* = e_a i_a + e_q i_q + e_o i_o$$

$$\text{無効電力} = \dot{i}_t^* \dot{L} p \dot{i}_t$$

$$= p [G(\dot{p}) E_{fa} i_a + x_d(\dot{p}) i_a^2 + x_q(\dot{p}) i_q^2 + x_o i_o^2]$$

$$= p [\psi_a(\dot{p}) i_a + \psi_q(\dot{p}) i_q + \psi_o(\dot{p}) i_o]$$

$$\text{トルク(入力)} = -\dot{i}_t^* \dot{G} \dot{i}_t$$

$$= G(\dot{p}) E_{fa} i_q - \{x_d(\dot{p}) - x_q(\dot{p})\} i_a i_q$$

$$= \psi_a(\dot{p}) i_q - \psi_q(\dot{p}) i_a$$

(22)

以上の計算は直交軸上のインピーダンス・マトリクスの \dot{R} , \dot{L} , \dot{G} 対応要素を(2)式より收拾してなされる。対称負荷時では恒に $i_o=0$ となるからこれを代入すればよい。更に定態時では $p=0$ で無効電力は消失する。

VII 相軸における諸量

相軸では定係数方程式とならないから、無効電力とトルクについては特別の注意が要る。ト

ルクは直交軸上インピーダンスの対応要素 Z_{dq0} を相軸変換によつて (abc) 軸へ再変換して求まる。

$$G_{dq0} = \begin{array}{c|cccc} & f & d & q & 0 \\ \hline f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 & x_q(p) & 0 \\ q & -x_{fd}(p) & -x_d(p) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

また無効電力については Z_{abc} にて p を含まない項をすべて零として、または Z_{dq0} の L マトリクスに同様な変換を施して求まる。これらトルク及び無効電力の演算は何れも p が代数的数でないため、例えば $x_d(p) \cdot \cos\theta$ のときは $\cos\theta \cdot x_d(p)$ と等しくならず計算は甚だ複雑化する。それで次のように近似することにする。 $x_d(p)$, $x_q(p)$ の演算子インピーダンスは p を含みはするが、これは時間の経過につれて次過渡値から過渡値を経て定態値へと移行するインピーダンス値を意味し、特定瞬間には一定値を示すと考えられる。故に $x_d(p)$, $x_q(p)$ 及び $G(p)$ に関する限り p は代数的数であると仮定し、これ以外の p はすべて厳密に扱う。如上の点より本章の $x_d(p)$, $x_q(p)$ は定数であり、もはや厳密な演算子的性格が失われたものである。なお直交軸同様相軸においても $e(e_a e_b e_c)$, $i(i_a i_b i_c)$ は実数でその共軛値に相等しい。以下計算結果を示す。

$$\text{損 失} = \dot{i}^* R \dot{i} = r(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2)$$

$$\text{出 力} = \dot{i}_c e^* = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c$$

$$\text{無効電力} = \dot{i}^* L p \dot{i} = p [\psi_a i_a + \psi_b i_b + \psi_c i_c]$$

$$= p \left[G(p) E_{fd} (i_a \cos\theta_1 + i_b \cos\theta_2 + i_c \cos\theta_3) + \frac{x_0}{3} (i_a + i_b + i_c)^2 + \frac{2}{3} A(p) \{ (i_a \sin\theta_1 + i_b \sin\theta_2 + i_c \sin\theta_3)^2 + (i_a \cos\theta_1 + i_b \cos\theta_2 + i_c \cos\theta_3)^2 \} - \frac{2}{3} B(p) \{ (i_a \sin\theta_1 + i_b \sin\theta_2 + i_c \sin\theta_3)^2 - (i_a \cos\theta_1 + i_b \cos\theta_2 + i_c \cos\theta_3)^2 \} \right]$$

$$\text{ト ル ク} = -\dot{i}^* G \dot{i}$$

$$= G(p) E_{fd} \{ i_a \sin\theta_1 + i_b \sin\theta_2 + i_c \sin\theta_3 \} + \frac{4}{3} B(p) \{ i_a \sin\theta_1 + i_b \sin\theta_2 + i_c \sin\theta_3 \} \times \{ i_a \cos\theta_1 + i_b \cos\theta_2 + i_c \cos\theta_3 \}$$

(23)

対称負荷時では $i_0=0, i_a+i_b+i_c=0$ が成立する。更に定態時では $x_d(0)=x_d, x_q(0)=x_q$ 等の定態値を有する。但し無効電力の前部に括出した p は微分記号を表わし、定態時では [] 内部は定数となるから無効電力は零である。

以上を直交軸量 (22) 式と比較するため直交軸変換式によつて直交軸に表示した結果を示すと、

$$\left. \begin{aligned} \text{損 失} &= \frac{3}{2} r (i_a^2 + i_q^2) + 3 r i_0^2 \\ \text{無効電力} &= p \left[\frac{3}{2} - \{ \psi_d(p) i_a + \psi_q(p) i_q \} + 3 \psi_0(p) i_0 \right] \\ \text{トルク} &= \frac{3}{2} [\psi_d(p) i_q - \psi_q(p) i_a] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

出力計算についてはⅣに示した通りであるので再掲しない。

Ⅷ 対 称 軸 に お け る 諸 量

対称軸においても相軸同様インピーダンス・マトリクスは定係数表現とならぬから、前章の近似はここでも適用され $G(p), x_d(p), x_q(p)$ は常数視する。無効電力は $p \Sigma \psi(p) i^*$ のごとくして、またトルクは $G_{120} = C''^{-1} Z_{dq0} C''$ より直交軸から直接計算する。 C'' は直交軸対称軸変換マトリクスであつて次のような変換式である。但し界磁項の変換にはこれに $\mathbf{1}$ の単位マトリクスを直接和して4行列のマトリクスにする。

$$C'' = \begin{array}{c} d \\ q \\ 0 \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 0 \\ \hline \varepsilon^{j\theta} & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline -j\varepsilon^{j\theta} & j\varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad C''^{-1} = \frac{1}{2} \begin{array}{c} d \\ q \\ 0 \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 0 \\ \hline \varepsilon^{-j\theta} & j\varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline \varepsilon^{j\theta} & -j\varepsilon^{j\theta} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} \quad (25)$$

なお対称軸では次章の静止対称軸と同様電圧、電流の共軛値は原値と異り例えば

$$i_1 i_1^* = |i_1|^2 \neq i_1^2$$

$$i_2 i_2^* = |i_2|^2 \neq i_2^2$$

となる。以下計算結果を示すと

$$\text{損 失} = i_t^* R i_t = r [|i_1|^2 + |i_2|^2 + |i_0|^2]$$

$$\text{出 力} = i_t^* e_t^* = c_1^* i_1 + c_2^* i_2 + e_0^* i_0$$

$$\text{無効電力} = p [\psi_1(p) i_1^* + \psi_2(p) i_2^* + \psi_0(p) i_0^*]$$

$$\begin{aligned}
 &= p \left[\frac{1}{2} G(p) E_{fd} \{ \varepsilon^{-j\theta} i_1^* + \varepsilon^{j\theta} i_2^* \} + A(p) \{ |i_1|^2 + |i_2|^2 \} \right. \\
 &\quad \left. + B(p) \{ \varepsilon^{-j2\theta} i_1^* i_2 + \varepsilon^{j2\theta} i_1 i_2^* \} + x_0 i_0^2 \right] \\
 \text{トルク} &= -\dot{i}_1^* \mathbf{G} \dot{i}_1 = -\frac{j}{2} G(p) E_{fd} \{ \varepsilon^{-j\theta} i_1^* - \varepsilon^{j\theta} i_2^* \} \\
 &\quad + j A(p) \{ |i_1|^2 - |i_2|^2 \} + j B(p) \{ \varepsilon^{-j2\theta} i_1^* i_2 - \varepsilon^{j2\theta} i_1 i_2^* \}
 \end{aligned} \tag{26}$$

平衡負荷または平衡故障の過渡時においては常に

$$\begin{aligned}
 i_1^* &= i_2, & e_1^* &= e_2, & i_0 &= 0 \\
 i_1 &= i_2^*, & e_1 &= e_2^*, & e_0 &= 0
 \end{aligned}$$

が成立するから上式は次のごとく簡略化される。

$$\begin{aligned}
 \text{損 失} &= 2r i_1 i_2 \\
 \text{出 力} &= e_2 i_1 + e_1 i_2 \\
 \text{無効電力} &= p \left[-\frac{1}{2} G(p) E_{fd} \{ \varepsilon^{-j\theta} i_2 + \varepsilon^{j\theta} i_1 \} \right. \\
 &\quad \left. + 2A(p) i_1 i_2 + B(p) \{ \varepsilon^{-j2\theta} i_2^2 + \varepsilon^{j2\theta} i_1^2 \} \right] \\
 \text{トルク} &= \frac{j}{2} G(p) E_{fd} \{ \varepsilon^{-j\theta} i_2 - \varepsilon^{j\theta} i_1 \} \\
 &\quad + j B(p) \{ \varepsilon^{-j2\theta} i_2^2 - \varepsilon^{j2\theta} i_1^2 \}
 \end{aligned} \tag{27}$$

平衡定態時では i_1, i_2 は一定で上式 { } 内部は共軛値の和となつて一定である。そして無効電力は零になる。

また (26) 式結果を直交軸へ変換して換算係数を示すと

$$\begin{aligned}
 \text{損 失} &= \frac{r}{2} (i_d^2 + i_q^2) + r i_0^2 \\
 \text{無効電力} &= p \left[\frac{1}{2} \{ \psi_d(p) i_u + \psi_q(p) i_v \} + \psi_0(p) i_0 \right] \\
 \text{トルク} &= \frac{1}{2} [\psi_d(p) i_q - \psi_q(p) i_d]
 \end{aligned} \tag{28}$$

出力については (12) 式より自明である。

XI 静止対称軸における諸量

本軸上では定係数のインピーダンスであるから表現は甚だ容易である。対称軸を静止対称軸変換したマトリクス及び (20), (21) の Park 基本式より次の結果を得る。

$$\text{損 失} = \dot{i}_1^* \mathbf{R} \dot{i}_1 = r [|i_1|^2 + |i_{11}|^2 + |i_0|^2] \tag{205}$$

$$\begin{aligned}
 \text{出 力} &= \dot{i}_i e^* = e_{i1}^* i_{i1} + e_{i11}^* i_{i11} + e_o^* i_o \\
 \text{無効電力} &= \dot{i}_i^* L \dot{p} i = p [\psi_{i1}(p) i_{i1}^* + \psi_{i11}(p) i_{i11}^* + \psi_o(p) i_o^*] \\
 &= p \left[\frac{1}{2} G(p) E_{fa} \{i_{i1}^* + i_{i11}^*\} \right. \\
 &\quad \left. + A(p) \{|i_{i1}|^2 + |i_{i11}|^2\} + B(p) \{i_{i1}^* i_{i11} + i_{i1} i_{i11}^*\} + x_o i_o^2 \right] \\
 \text{トルク} &= -\dot{i}_i^* G \dot{i} = -\frac{1}{2} G(p) E_{fa} \{j i_{i1}^* - j i_{i11}^*\} \\
 &\quad - j A(p) \{|i_{i1}|^2 - |i_{i11}|^2\} - j B(p) \{i_{i1}^* i_{i11} - i_{i11}^* i_{i1}\}
 \end{aligned} \tag{29}$$

平衡時の過渡問題では $i_{i1}^* = i_{i11}$, $i_o = 0$ 等であるから

$$\begin{aligned}
 \text{損 失} &= 2r i_{i1} i_{i11} \\
 \text{出 力} &= e_{i1} i_{i11} + e_{i11} i_{i1} \\
 \text{無効電力} &= p \left[\frac{1}{2} G(p) E_{fa} \{i_{i1} + i_{i11}\} + 2A(p) i_{i1} i_{i11} + B(p) \{i_{i1}^2 + i_{i11}^2\} \right] \\
 \text{トルク} &= -\frac{1}{2} G(p) E_{fa} \{j i_{i1} - j i_{i11}\} + j B(p) \{i_{i1}^2 - i_{i11}^2\}
 \end{aligned} \tag{30}$$

上式の結果は対称軸と極めて相似しているので実際の計算上便利である。しかもこれらの式は何れも厳密な演算子方程式であつて、対称軸における演算子式常数化のごとき近似を行わずに成立している。直交軸変換によつて (29) 式を書直せば次の換算係数を示す。

$$\begin{aligned}
 \text{損 失} &= \frac{r}{2} (i_a^2 + i_q^2) + r i_o^2 \\
 \text{無効電力} &= p \left[\frac{1}{2} \{\psi_a(p) i_a + \psi_q(p) i_q\} + \psi_o(p) i_o \right] \\
 \text{トルク} &= \frac{1}{2} [\psi_a(p) i_q - \psi_q(p) i_a]
 \end{aligned} \tag{31}$$

(28) 式と比較すれば判る通り対称軸の結果とここでも全く一致している。

X 結 言

マトリクス変換に基く不変量変換の不成立につき換算係数を挙げて説明し、電力のみならず損失、トルク、無効電力等もこの様な関係を有することを示した。これら諸量はすべてエネルギーの単位である。4 軸の結果中、実用性のあるものは直交軸と静止対称軸の 2 者であり、前者は最も簡潔な表現である。後者は対称軸と極めて相似する表現で物理的見地より有用である。

なお過渡現象に関しても系統の故障時突発電流や、系統内機器の電圧尖頭値の解析並びに論議では、電圧方程式のみを取扱うから不変量成立の必要は全く生じないことを附言する。

終りに当り本研究全般に亘つて直接的の御指導を戴いた北大工学部小串孝治教授に衷心より感謝の意を表する。

(昭和31年4月30日受理)

放電電流による磁歪振動子の励振について

二木 治郎 秋山 稔

On the Method of Driving the Magnetostriction Vibrator with a Single Pulse Current.

Jiro Futatsugi and Shigeshi Akiyama

Abstract

The present paper treats of the new method of driving the magnetostriction vibrator so as to generate the ultrasonic sound wave.

The wave forms of the vibration of transducers are detailed, and so is the relationship between them when the single pulse current is discharged through the energizing coil of the vibrator.

I 緒 言

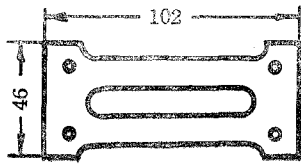
磁歪式測深機や魚探機では、大容量の蓄電器を直流高電圧で充電しておき、磁歪振動子の巻線を通じて電磁リレー又は放電管を用いて放電させ、その放電電流によつて振動子を励振させて振動子の固有周波数に近い超音波パルスを出す方式が用いられる。この方式においては放電電流によつて振動子を磁化し、磁化による磁歪励振力によつて振動子を励振するのであるが、この際流れる電流の最大値は数百 A に達し、振動子は磁氣的に著しく飽和する状態で動作し、現象が極端な非直線性をもつ過渡現象であるため、従来設計理論もなく、実験的に設計が行われている。

既に報告されている実験や解析¹ についても、それ等の結果は区々であるので、筆者等はこの現象を更に究明するため、特に充電電圧が 500V より低い場合について放電管を用いて放電させ、その時の放電電流波形、振動子そのものゝ機械的振動波形並びに受波器出力波形について詳細に観測撮影し、これらの間の関係について考察した結果、単一パルス電流によつて励振した場合の現象が明瞭となり、今後の設計と改善の指針を得ることが出来た。

1 菊地：コロナ社、磁歪振動と超音波、P.103
青柳：28年電気3学会
実吉：電通誌，Vol. 36, No. 1.

II 実験概要

(1) 振動子 実験に用いた振動子は、第1図のようなNA型アルフェロ振動子を39mmに



0.34mm厚
第1図 振動素子

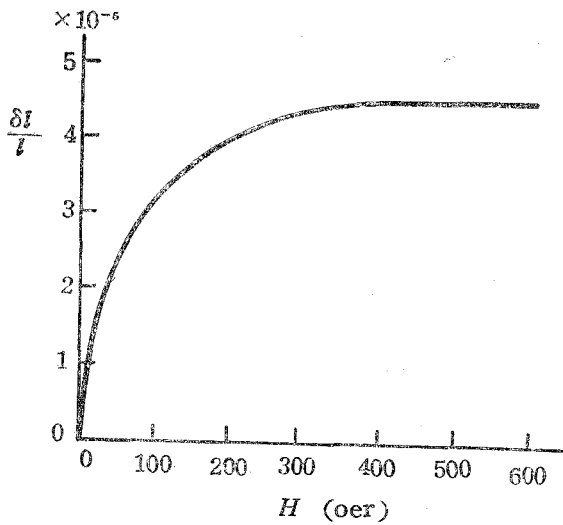
積層膠着したもので、固有周波数約16KCで、これに46回巻線を施したものである。その静磁歪特性は第2図の如く²⁾で飽和静磁歪は凡そ 4×10^{-5} である。従つて飽和したときの磁歪励振力はアルフェロのヤング率を 1.7×10^{10} dyne/cm²として 6.8×10^7 dyne/cm²となる。励振力の大きさと放電電流の関係は第3図のようであり、凡そ100Aを越えると励振力はす

でに飽和しており、振動子はこの力によつて励振されて振動を始める。

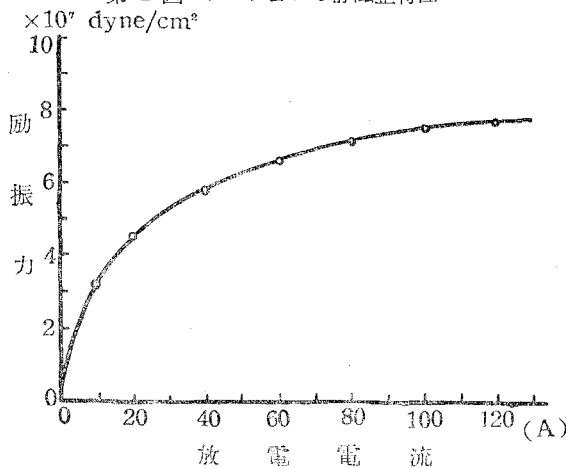
尙この振動子の振動と同じ波形を有する音波は媒質中を伝わり受波振動子に達する。受波振動子はその端面にこの音圧波を受けて振動を開始し、その巻線端子に磁歪逆効果によつて振動周波数と等しい周波数の起電力を生ずる。

(2) 実験装置 実験は室内において第4図に示す装置を用いて行つた図に於て放電管はシルバ=ア製SN-4を用い、充電用蓄電器Cとしては2~32 μ F、充電電圧 E_B は200~500Vの範囲で実験を行つた。放電電流波形は振動子巻線に直列に入れた0.1 Ω の抵抗の端子電圧を観測した。振動子の振動波形はロッシェル塩ピックアップを用いて測定し、超音波出力は振動子と同じ構造の受波振動子で受けて観測した。

上記の観測はすべて単掃引ブラウン管によつて行つた。

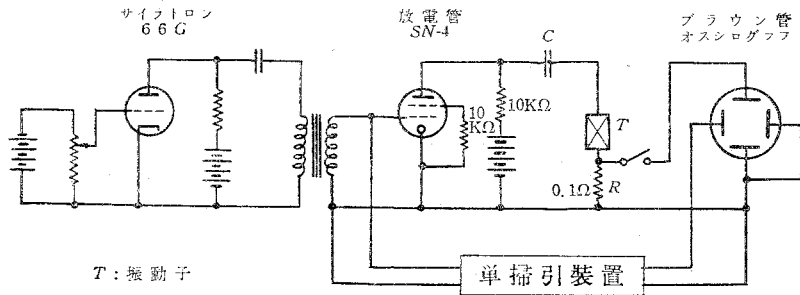


第2図 アルフェロの静磁歪特性



第3図 放電電流と磁歪励振力の関係

2 無線工学ハンドブック、オーム社、P.150

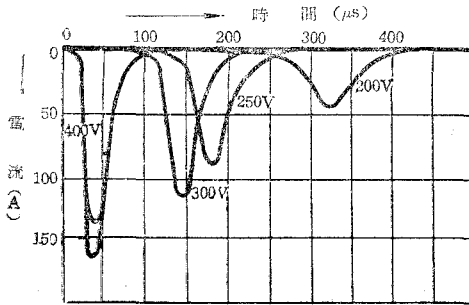


第4図 実験回路

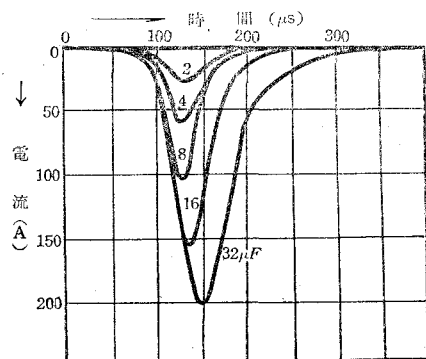
III 実験結果と考察

サイクロトロンで制御して、2~3秒毎に放電管を点弧し、振動子に放電電流を流して、電流波形と振動子の振動波形及び受波振動子出力波形を観測撮影した。

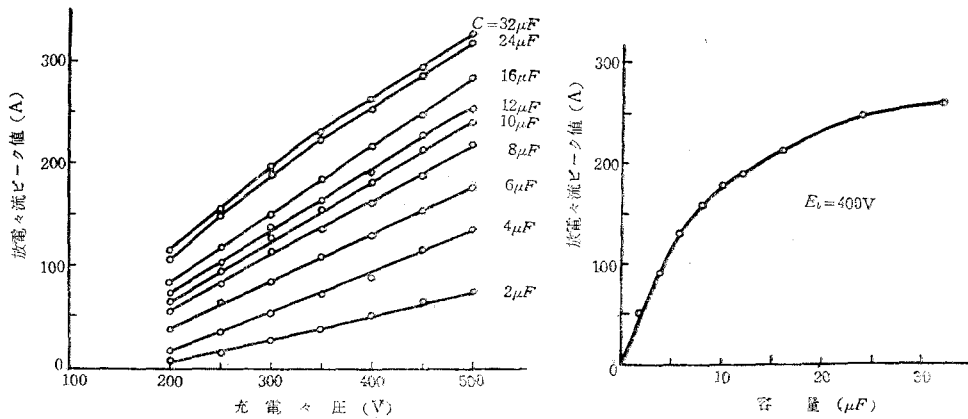
(1) 電流波形と励振力波形 放電電流波形は第5図の如く常に単一パルスの形を有し、その波形並びに大きさは容量を一定とすれば、充電電圧を低くするに従つてそのピーク値は小さくなると共に点弧グリッドの励振からピークに達するまでの時間が大になり (a図)、充電電圧を一定とすれば、容量を大にするにつれてピーク値までの時間は余り変らないが、電流のピーク値と共にパルスの中も広くなる。又これより放電電流の最大値と充電電圧並に容量の関係は第6図の如く求められ、容量を一定とすれば、放電電流のピーク値は充電電圧に比例して変化し、充電電圧を一定とすれば容量と共に増加するが、 $32\mu\text{F}$ 以上に於ては飽和するに至る。



第5図 (a) 放電電流波形 ($C=8\mu\text{F}$ 一定)



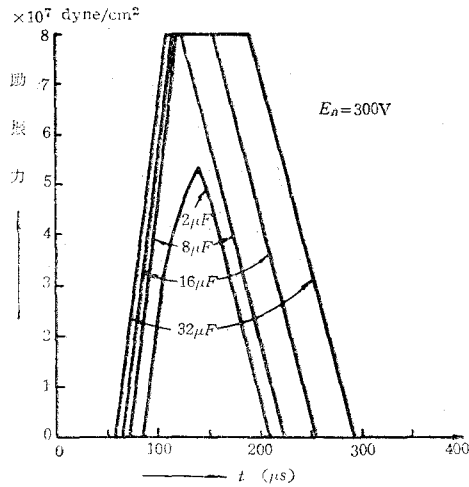
第5図 (b) 放電電流波形 ($E_b=300\text{V}$ 一定)



第6図 (a) 充電電圧と放電電流の関係

(b) 容量と放電電流の関係

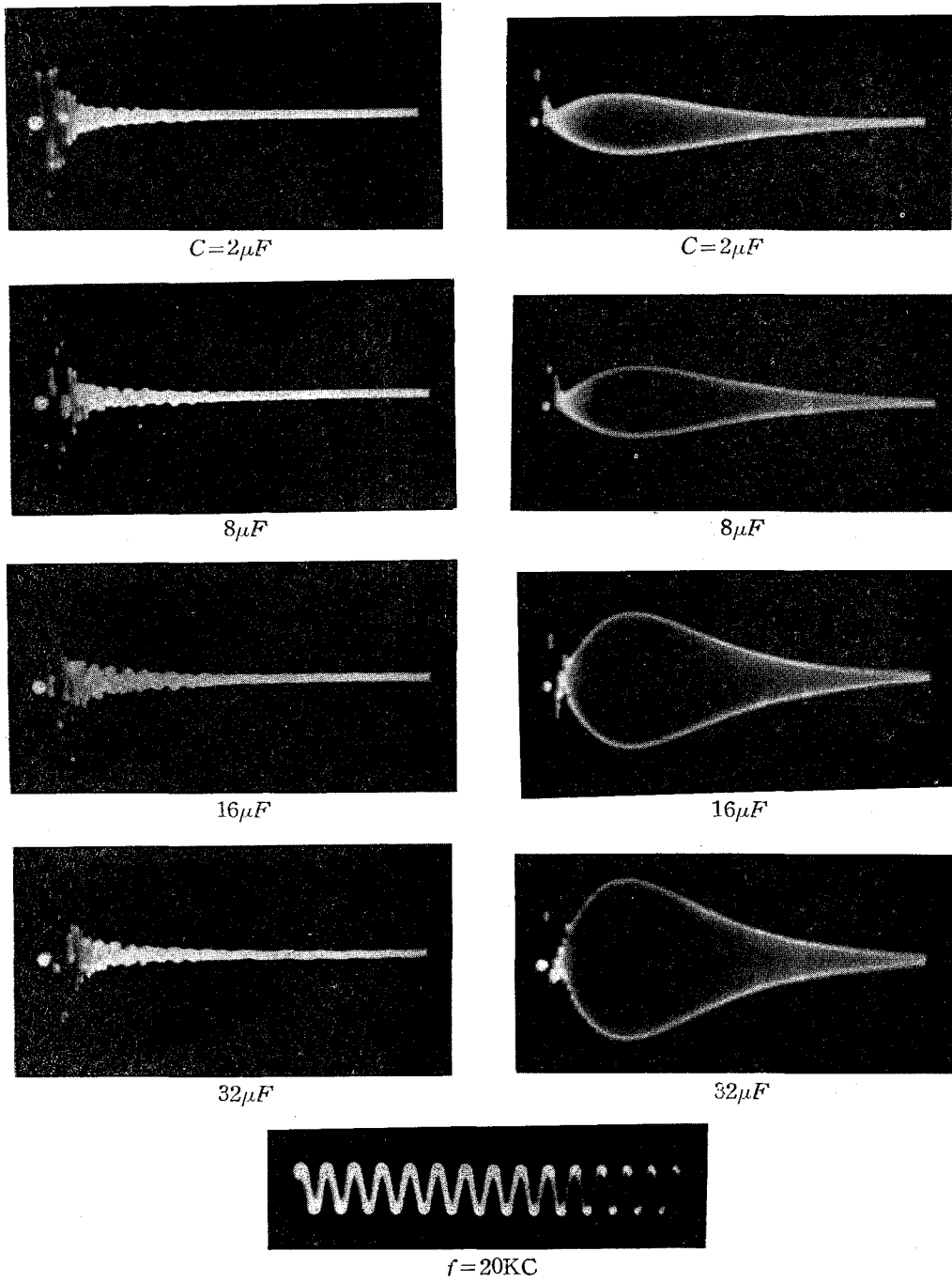
このような電流波形に応ずる磁歪励振力波形を求めれば第7図の如くであり、放電電流の値が120Aを越える場合に於ては殆んど梯形の飽和特性を示し、それ以下に於ては三角形になる。これらの底辺の長さは100~200 μ sであつてこれは凡そ10~5KCの周波数の1サイクルの時間に相当する。



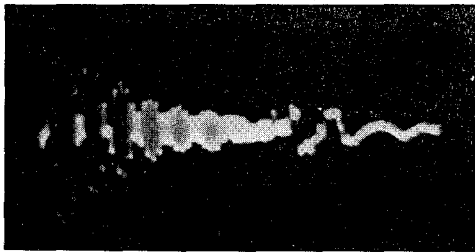
第7図 励振力波形

(2) 振動子振動波形と受波器出力

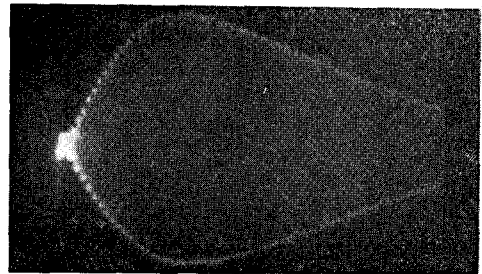
上記の如き磁歪励振力が働いたときの振動子の振動並びに、それによつて輻射された音圧波を受けたときの受波振動子の振動をオシログラムで示せば第8図の如くである。これを見れば振動子の振動は何れの場合に於ても第一波が最大振巾を有し、以下急激に減衰し凡そ3~4msの間持続するところの複雑な波形を有する減衰振動である。又受波器出力はゆるやかに立上り次第に振巾を増して最大値に達しやがて減衰してゆく振動である。



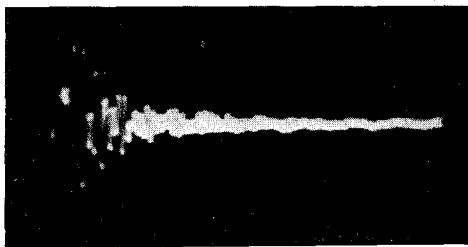
第 8 図 (1) 振動子振動波形(左)と受波器出力波形(右) $E_B = 300V$ 一定



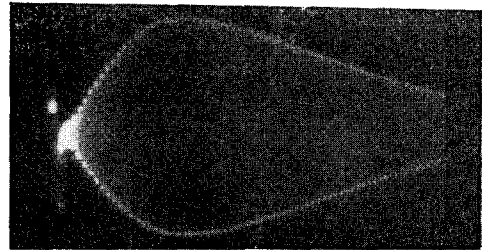
$E_B = 500V$



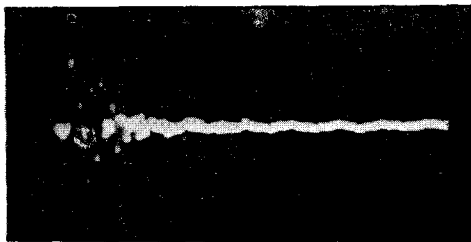
$E_B = 500V$



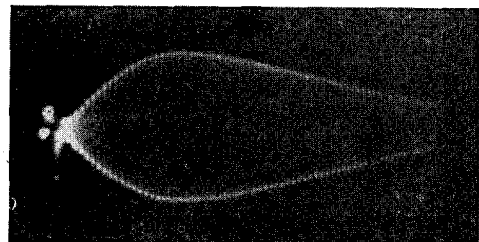
400V



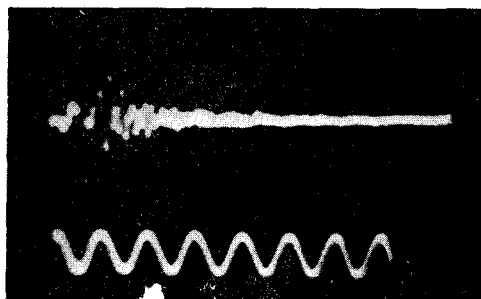
400V



300V

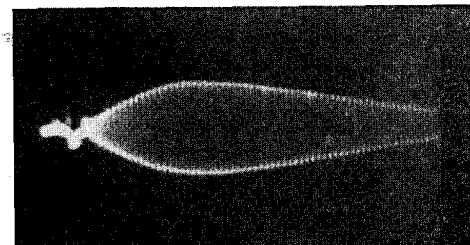


300V



200V

タイミング: 20KC



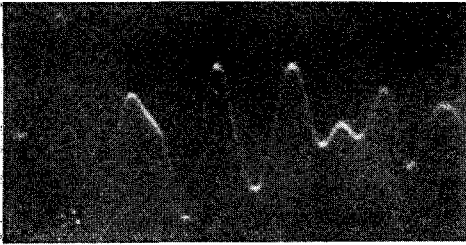
200V

タイミング: 20KC

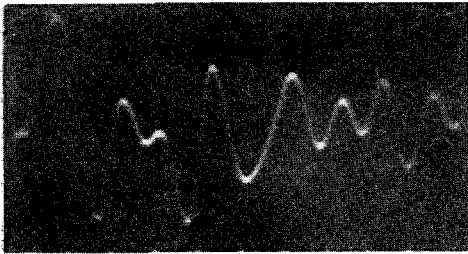
第 8 図 (2) 振動子振動波形(左)と受波器出力波形(右) $C = 8\mu F$ 一定



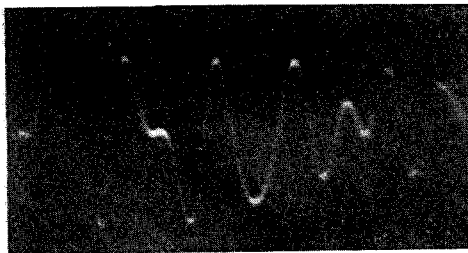
$C = 2\mu F$



$4\mu F$



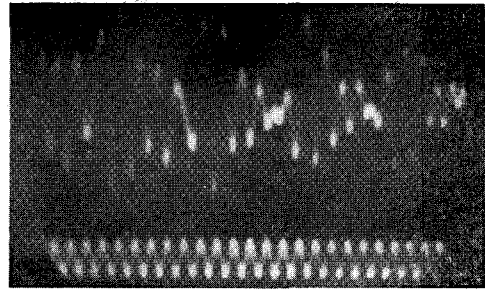
$16\mu F$



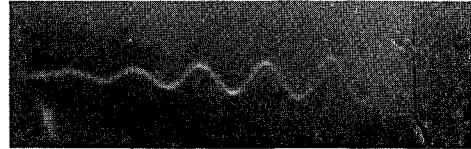
$32\mu F$



タイミング：20KC



タイミング：20KC

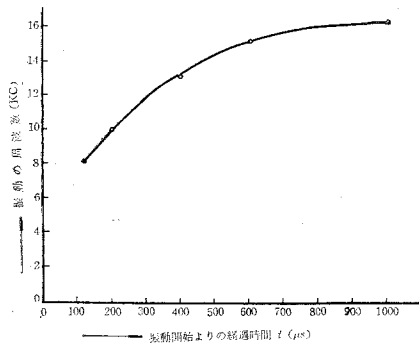


第11図 受波器振動のbuilt up

第9図 振動子の振動波頭(左)と振動波尾(右上) $E_B = 300V$ 一定

第9図は振動子の振巾の中波頭と波尾の部分のオッシログラムの一例である。これよりそれぞれの振動の各サイクルの周波数を求めると、容量が $2\sim 32\mu\text{F}$ の広範囲で変つているにも拘らず、それらの間には大きな相違がなく、第一サイクルに於ては約 $7\sim 8\text{KC}$ である。尚波形は容量を一定とすれば充電電圧によつて変化しない。

こゝで各サイクルの周波数の平均値を求めこれと振動の経過時間との関係を描けば、ほぼ第10図の曲線の如く周波数は変化し、第一サイクルの約 7KC より時間と共に次第に上り、凡そ 1ms 後に於て振動子の固有周波数の 16KC 附近に達し以後はその周波数で振動を続けていること



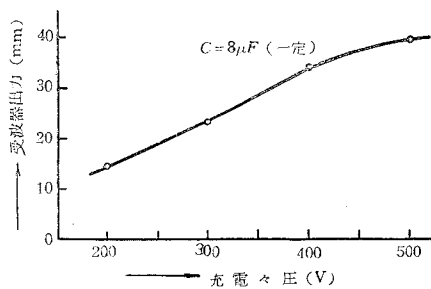
第10図 周波数の時間的变化

とが分る。次に受波器の振動の場合は何れの場合に於てもその固有周波数を以つて振動を開始し、その波頭の部分のオッシログラムを第11図に示す如く時間軸に関して対称な包絡線を以つて次第に built up している。

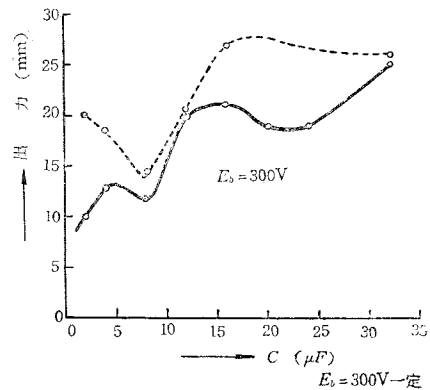
受波器出力に及ぼす充電電圧若しくは容量の影響については第12図に示す如く、容量が $8\mu\text{F}$ 一定の場合は充電電圧に対して出力はほぼ比例的に増大しているが、充電電圧を 300V 一定として容量

を変えた場合は $8\mu\text{F}$ 附近で曲線に谷を生じている。

さて送波器の振動と受波器出力との関係を見るに、前記の如く受波器固有周波数に対して、



第12図 (a) 充電電圧と受波器出力の関係



第12図 (b)

振動子の振動波頭に於ける周波数は簡単な関係にはないのでその振動振巾及び位相関係が、受波器出力の大きさに如何なる影響を及ぼしているかをうかがうことは出来ない。しかし振動開始後凡そ 1ms を過ぎると、その周波数は受波器固有周波数に全く近づくのでこのことより、

充電電圧が高い場合の如く最初の励振力が大きく、その結果振動の持続時間が長い場合には上記の受波器固有周波数に近い周波数を有し、且その振巾も割合大きな波尾の振動によつて受波器は比較的長い時間励振され、振動がよく built up されるものと思われる。

又充電電圧を一定として容量を変えた場合に $8\mu\text{F}$ 附近に谷が生ずることは、受波器の固有周波数と励振力の動作時間或いは振動子の振動振巾並びに周期からにわかに説明することは出来ない。

IV 結 論

現象が非常に複雑なために、最后的な結論を得るには更に電圧範囲を拡大し又他の場合につき実験を重ねなければならぬが、本研究により知り得たことを列記すれば下記の如くである

- (1) 放電電流は単一パルス波形を有する。
- (2) 磁歪励振力は凡そ $100\sim 200\mu\text{s}$ 持続するところの梯形波又は三角波である。
- (3) 振動子の振動は第一波が振巾最大で以下急激に減衰し、凡そ $3\sim 4\text{ms}$ の間持続するところの複雑な波形を有する減衰振動である。その周波数は凡そ $7\sim 8\text{KC}$ より次第に上り振動開始より 1ms 位経過後 16KC に近づく。
- (4) 受波器の振動は、時間軸に関して対称な包絡線を有し、一定の周波数で次第に built up してゆく振動である。
- (5) 受波器出力は容量を一定とすれば充電電圧が高い程大きい。充電電圧を一定とすれば一般に容量が小さい時小さく、容量の最適値はなく、又容量の増大によつて低感度を補うことは出来ないようである。

終りに本研究に当り阪大青柳教授より貴重な論文を御送附載いた事に対し深く感謝する次第である。

附記

本研究は昭和30年度文部省科学研究助成金並びに北海道科学研究費補助金の交付を受けて行つたものの一部である。

(昭和31年4月30日受理)



低温における鋼の二、三の性質について

内 藤 正 鄰 菊 地 干 之

On Some Properties of Steels at Low Temperatures

Masachika Naito and Kazuyuki Kikuchi

Abstract

The hardness test and the impact test were carried out on a series of carbon steels in their various heat treated conditions at several temperatures between $+20^{\circ}$ and -180° C.

The hardness values were found to increase linearly with decrease in temperatures, but there was no direct correlation between Shore hardness values and the cold shortness.

I 緒 言

近年冷凍工業、化学工業などにおいて、相当低温度で装置を使用することが多くなってきた。さらに高々度飛行の航空機、あるいは冬期又は寒地における車輛、機械部品などもかなりの低温にさらされる機会が多くなってきた。いわゆる鋼の低温脆性については従来かなり論議されているが、¹ 低温における硬度、特にショアー硬度についてはあまり研究が行われておらないので、² 二、三の鋼について実験を試みてみた結果を報告する。尙同時に衝撃抵抗の測定をもあわせて行つた。

II 試 料

本実験に使用した材料は主として日本製鋼所で作製した5種類の炭素鋼でその化学分析結果ならびに熱処理条件は第1表、第2表に示してある。そのほか市販のアーモコ鉄(0.012% C)、軟鋼(0.30% C)、工具鋼(0.90% C)を用いたが、これは熱処理を施さずそのまま使用した。

-
- 1 E. Maurer U. R. Mailänder ; St. u. E. 45 (1952), Nr. 12
F. Körber ; St. u. E. 45 (1925), Nr. 28
藤 井 ; 金属の研究 12 (1935) No. 4
永 沢 ; 鉄と鋼 22 (1936) No. 7
長 谷 川 ; 鉄と鋼 41 (1955) No. 4
2 浜 住 ; 機械学会誌 35 (1932) No. 184

第1表 炭素鋼の分析値

炭素鋼		C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	O
No	1	0.12	0.27	0.41	0.014	0.023	0.17	0.05	0.02	0.0215
	2	0.28	0.30	0.48	0.016	0.023	0.15	0.05	0.01	0.0098
	3	0.47	0.32	0.51	0.016	0.018	0.11	0.04	0.02	0.0077
	4	0.66	0.32	0.47	0.018	0.019	0.01	0.02	0.02	0.0069
	5	0.86	0.32	0.48	0.016	0.018	0.07	0.04	0.02	0.0059

第2表 熱処理

炭素鋼	焼 準	焼 入	焼 入	焼 戻				
No 1	900° A.C.	1hr	925° W.Q.	1hr	925° W.Q.	1hr	600° W.C.	0.5hr
" 2	850° A.C.	1hr	875° W.Q.	1hr	875° W.Q.	1hr	600° W.C.	0.5hr
" 3	820° A.C.	1hr	850° W.Q.	1hr	850° W.Q.	1hr	600° W.C.	0.5hr
" 4	790° A.C.	1hr	820° oil.Q.	1hr	820° oil.Q.	1hr	600° oil.C.	0.5hr
" 5	790° A.C.	1hr	800° oil.Q.	1hr	800° oil.Q.	1hr	600° oil.C.	0.5hr

試験片は J・I・S による 3号試験片 (10mm×10mm×55mm—Uノツチ) を夫々 30 本作製し、熱処理後硬度および衝撃試験をただちに行なへるよう研磨紙 (エメリー 1F) により仕上をした。

Ⅲ 実 験 方 法

低温度の生成は下記により行つた。

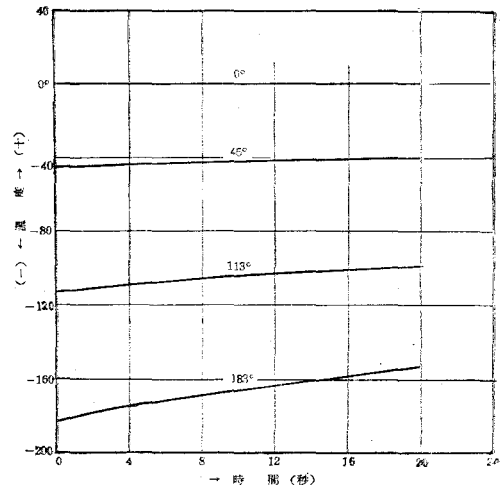
- (1) 液体酸素 (−183°C) この中に直接試料を入れる。
- (2) エチルエーテル (−113°C) エチルエーテルを入れた容器を液体酸素で冷却し、固体と液体の共存する状態のところに試料を入れる。
- (3) モノクロルベンゼン (−45°C) エチルエーテルと同じ。
- (4) 氷 (0°C)
- (5) 恒温器 (20°C)

以上の温度に 30 分間保持した後、これを取り出し、素早く試験機にかけて試験を行つた。この場合各温度に対して温度の上昇程度を予め計測して補正を施した。これを第 1 図に示す。馴れれば 3 秒前後で測定ができ、その間の温度上昇は −183°C で 6~7°C 程度である。

硬度の測定法は色々あるが本実験においてはショアー硬度計を用いた。その理由は (1) 例えはブリネル、ロックウエル等では低温度における硬度の測定は装置上非常に困難であるがショ

アーでは上記の如き方法で容易に測定が出来ること、(2) 硬度測定はあくまで比較測定であるがブリネル等では一定時間高温又は低温の試料と接触するので試験片の温度が変わったり、あるいは測定球そのものの性質が変化する恐れがある。その点ショアーでは測定時間が極めて短いためその影響はほとんどないと考えられるからである。³⁾

尚衝撃試験機はシャルピー式単一衝撃試験機 30kg-m を使用した。

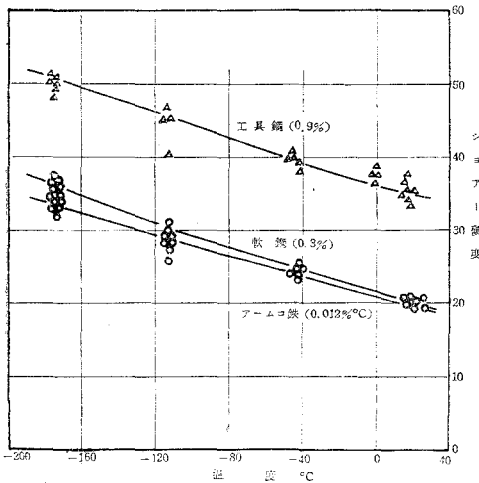


第1図 温度補正曲線

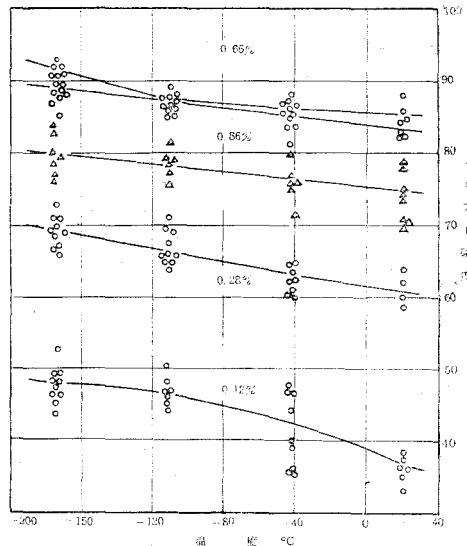
IV 測定結果

前記の如く市販のアームコ鉄、軟鋼、工具鋼は圧延のまま、調整した炭素鋼は第2表に示した条件で焼入、焼戻、焼準を行い、これらについて -183° 、 -113° 、 -45° 、 0° 、 20°C の各温度について測定を行った。

温度とショアー硬度の関係を第2、3、4、5図に示した。



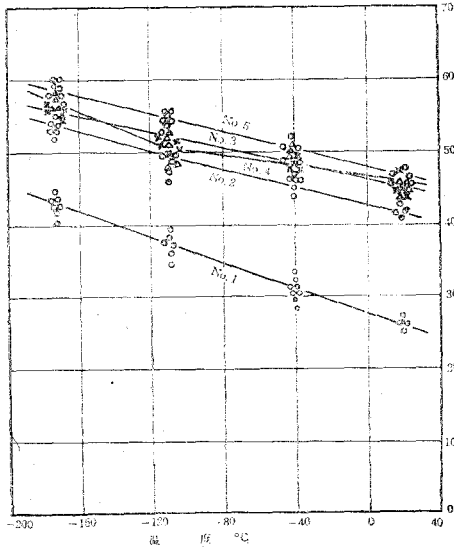
第2図 炭素鋼硬度(圧延)



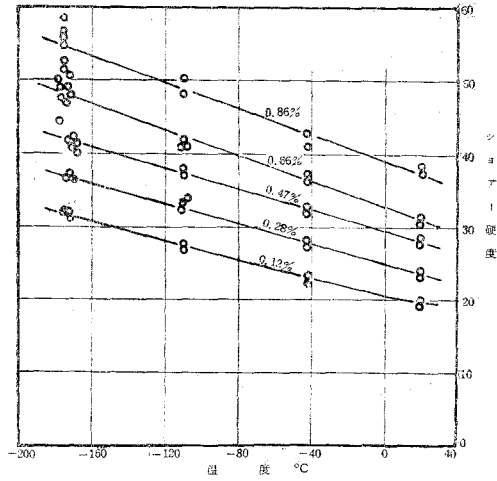
第3図 炭素鋼硬度(焼入)

3 鈴木：機械学会論文集 14 (1948) No. 47
町田：機械学会論文集 19 (1953) No. 87

吉沢：機械学会誌 54 (1951) No. 392
町田：機械学会論文集 20 (1954) No. 91



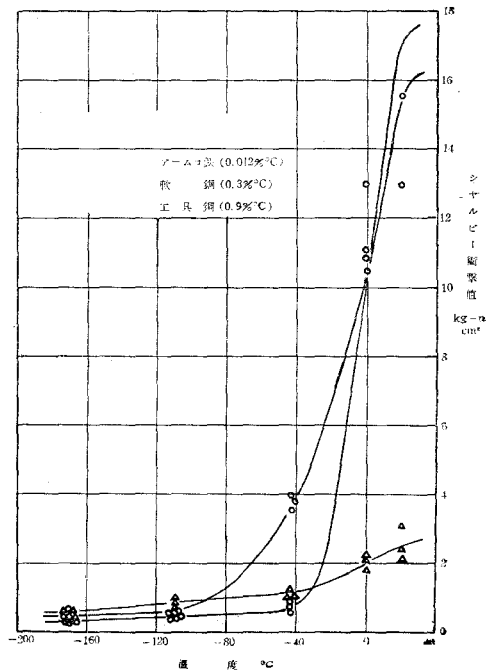
第4図 炭素鋼硬度(焼戻)



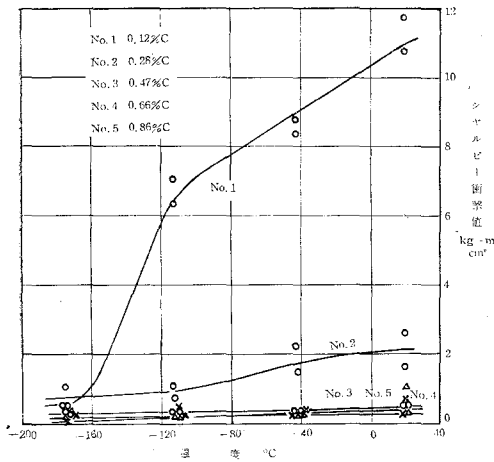
第5図 炭素鋼硬度(焼準)

これによるといづれも温度が低くなるとともに硬度は増加する。その程度は焼入鋼においては比較的少ないが圧延，焼戻，焼準ではほぼ似た傾向を示す。焼入は一様に完全に行うことが困難なので測定値のばらつきも多く，No.1とNo.4は他に較べ若干異つた結果となつて現われた。しかし大体において熱処理の如何にかかわらず温度降下とともにほぼ直線的に硬度が増加することが知られた。炭素含有量が多くなれば当然硬度は高くなるが，この傾向は変わらない。したがつてこれは鉄固有の性質と考えられる。

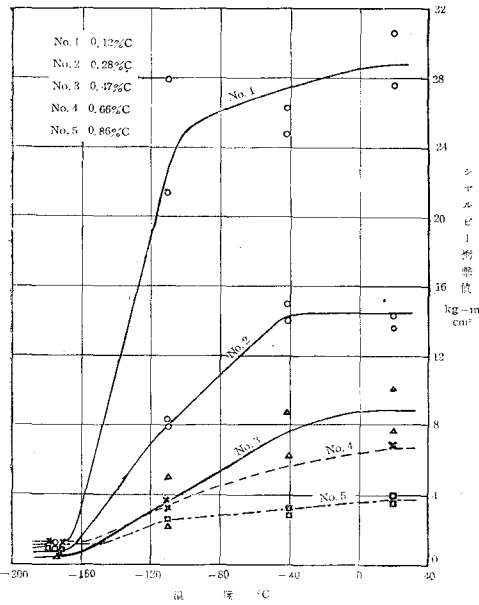
次に衝撃試験の結果を第6, 7, 8, 9 図に示す。これによると圧延，焼準は大体同じ傾向で著しい低温脆性を示し，常温附近から $-50^{\circ}\text{C} \sim -60^{\circ}\text{C}$ 迄の間では著しい衝撃値の降下を起す。焼入した材料において炭素含有量の少ないものは仲々脆性が起りにくい。マルテンサイトの濃度が増すと共に脆性が表われてくるが焼準したもの比べその程度は少い。しかし焼戻のものよりは脆性を起す温度は高く衝撃値は低い。0.47% C 以上の焼入鋼は第8



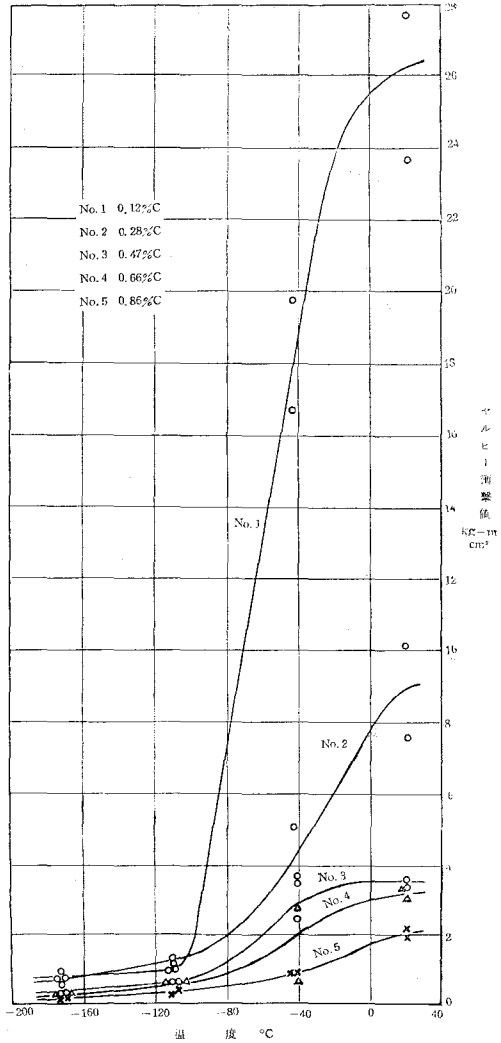
第6図 炭素鋼の衝撃値(圧延)



第7図 炭素鋼の衝撃値 (焼入)



第8図 炭素鋼の衝撃値 (焼戻)



第9図 炭素鋼の衝撃値 (焼準)

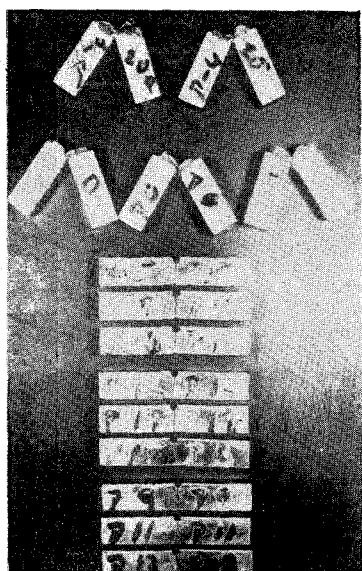
図でも知れるように常温における衝撃値が非常に低いので低温における値との差は少ない。

焼入焼戻した材料では低炭素含有量のもの (0.12%) は -110°C 位迄脆性はあらわれない。炭素含有量の増加と共にだんだん脆性が現われてくるが各温度に対して他の熱処理材料に比べ衝撃値は最も高いと共にその低温脆性による降下ははるかに少ない。即ち最も強靱である。焼戻してソルバイト組織にしたものはパーライト組織の材料に比べ衝撃抵抗は高く脆性を起す

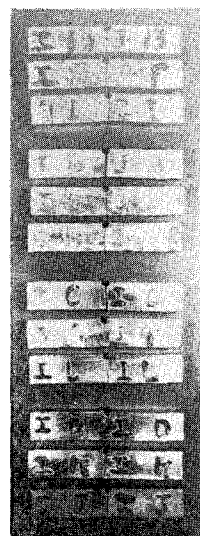
温度も低温側に移動する、即ち低温脆性は焼鈍、焼準、焼入、高温加工に比べ焼入焼戻した材料において最も少い。

熱処理の如何にかかわらず大体において炭素含有量の増加する程脆性を示す温度は高温側に移動すると共に衝撃抵抗は減少する。又衝撃抵抗即ち靱性は脆性を起す点から温度降下と共に減少し、ある温度に至り殆ど一定値に達するが、その低下の割合は炭素含有量の少い程大きく焼戻の場合が最も大きい。焼戻の No. 4, No. 5 は 600°C まで焼戻し油冷したものであるが第 8 図に示すように -175°C では他より高い靱性を示している。

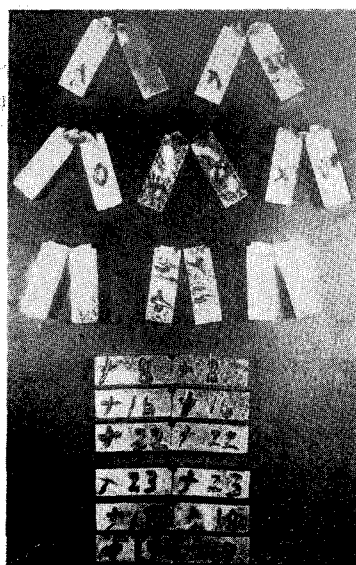
尚衝撃試験による破断の状況を明らかにするため破断した試験片の写真を写真 1 ~ 写真 6 に示した。



市販アームコ鉄 C. 0.012%

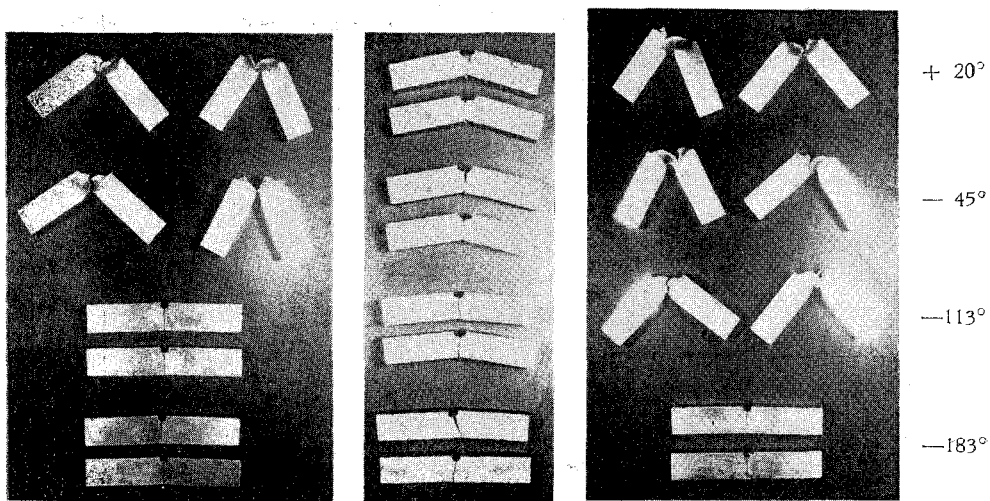


市販工具鋼 C. 0.90%



市販軟鋼 C. 0.3%

写真 1



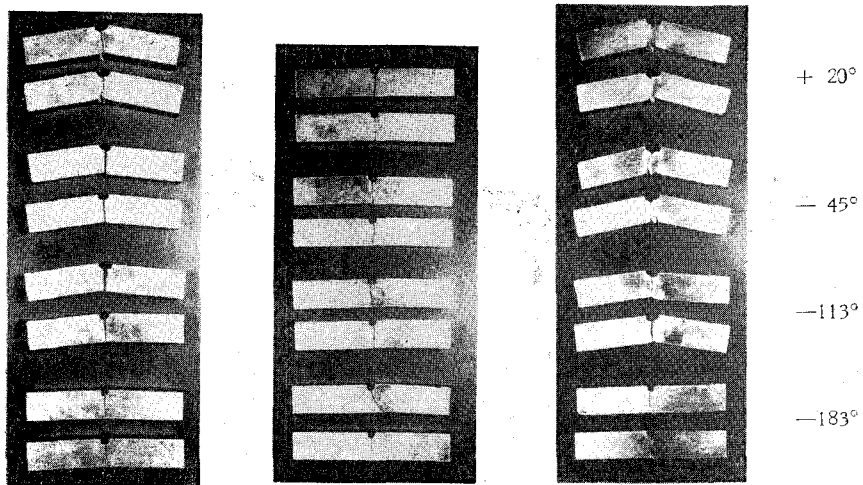
焼ならし

焼入

焼入 焼戻

炭素鋼 No. 1 C. 0.12%

写真 2



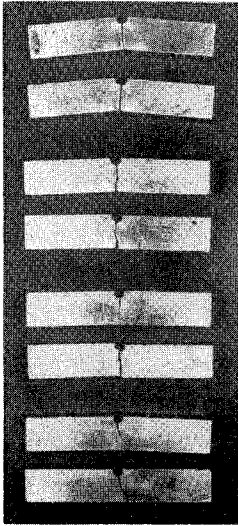
焼ならし

焼入

焼入 焼戻

炭素鋼 No. 2 C. 0.28%

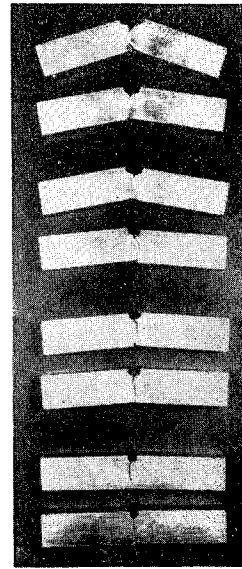
写真 3



焼ならし



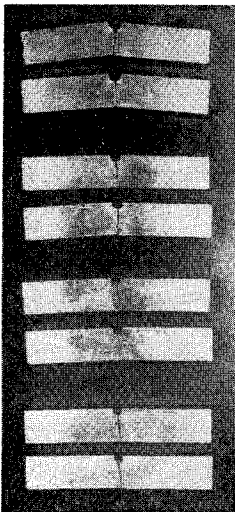
焼入



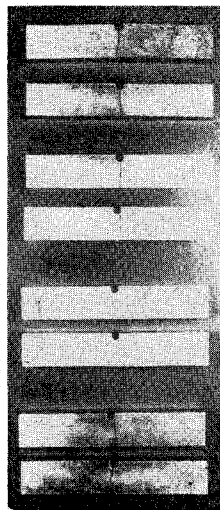
焼入 焼戻

炭素鋼 No. 3 C. 0.47%

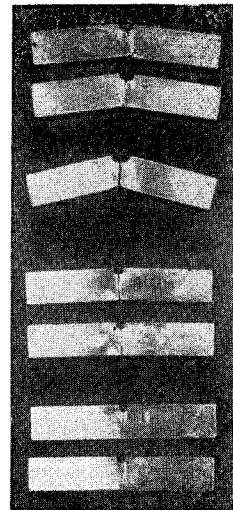
写真 4



焼ならし



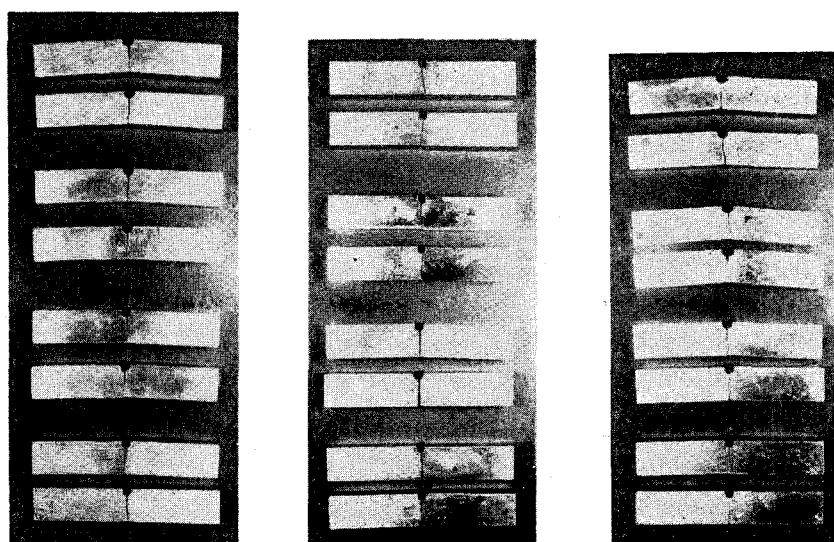
焼入



焼入 焼戻

炭素鋼 No. 4 C. 0.60%

写真 5



焼ならし

焼入

焼入 焼戻

炭素鋼 No. 5 C. 036%

写真 6

V 結 言

炭素含有量を異にする材料について種々の熱処理を施し常温より -183°C に至る低温におけるショアー硬度及び衝撃抵抗を測定した。その結果を要約すれば

- 1) 同一成分の材料についてのショアー硬度は熱処理の如何にかかわらず温度降下と共にほぼ直線的に増加する。
- 2) 炭素含有量が増加する程低温脆性を起す温度は高くなると共に衝撃抵抗は減少する。
- 3) 熱処理の影響は焼入焼戻したものが最も低温における靱性の低下が少く、脆性を起す温度も低い。
- 4) 低温におけるショアー硬度と低温脆性との間には直接的な関連は見られない。

終りにあつて、本研究に関して試料の製作及び分析については日本製鋼所室蘭製作所、液体酸素については富士製鉄室蘭製鉄所の御援助を受けた。又実験の実施にあつては三橋教官並びに工学士岡田泰彦君、工学士駒井俊吉君に負うところ多くあわせて感謝の意を表する次第である。

本研究は北海道科学研究費の補助を受けて行つたものの一部である。

(昭和31年4月30日受理)

電位差滴定法における電極(双金属)の選択 について—中和滴定(強酸—弱塩基, 弱酸—強塩基)

上野 幸三 太刀川 哲平

On the Selection of Bimetallic Electrodes for the
Potentiometric Titration in Neutralization (strong
acid - weak base, weak acid - strong base)

Kozo Ueno and Tetsuhei Tachikawa

Abstract

In a previous paper we have observed on the potentiometric titration of strong acid (HCl) with strong base (NaOH) and vice versa, using four bimetallic electrodes, Pt-W, Pt-Ni, Pt-Ag, Pt-Sb. In the present paper, continuing the investigations previously reported upon, we studied on the potentiometric titration of strong acid (HCl)-weak base (NH_4OH) and weak acid (CH_3COOH)-strong base (NaOH).

I 緒 論

吾々は前報¹で Pt-W, Pt-Ni, Pt-Sb, Pt-Ag の四組合せを用いて電位差滴定法による中和滴定の中強酸(塩酸)—強塩基(か性ソーダ)の滴定曲線ならびに示差曲線について考察したのであるがいずれの極の組合せも満足すべき結果が得られたのである。本報告においては引続き上述せる各四組の双金属電極を使用して強酸(塩酸)—弱塩基(アンモニア水)および強塩基(か性ソーダ)—弱酸(酢酸)の各滴定曲線ならびに滴定における極の選択に付いて考察するものである。この研究に関してはたとへば Furman および Low² は W-Ni 電極を使用し、また Dietrich および Bender³ は濃度 1N—1/1000N 間において W-Ni, W-Ag 電極を使用して其の良否を論じている。

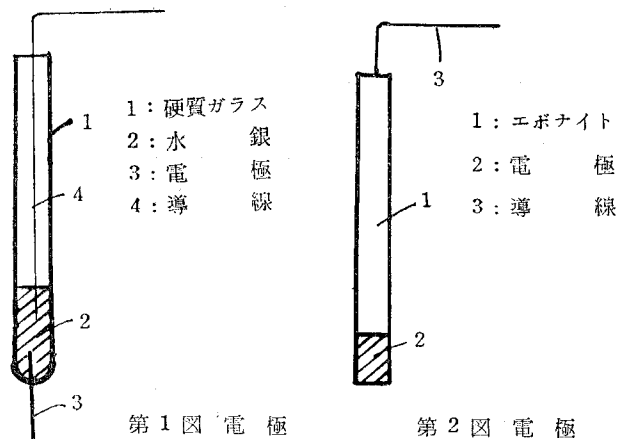
1 上野, 太刀川: 室工大研報, 2, 153 (1955)

2 N. H. Furman and G. W. Low: J. Am. Chem. Soc., 53, 1310 (1933)

3 H. G. Dietrich and P. L. Bender: Anal. Chem., 13, 105 (1941)

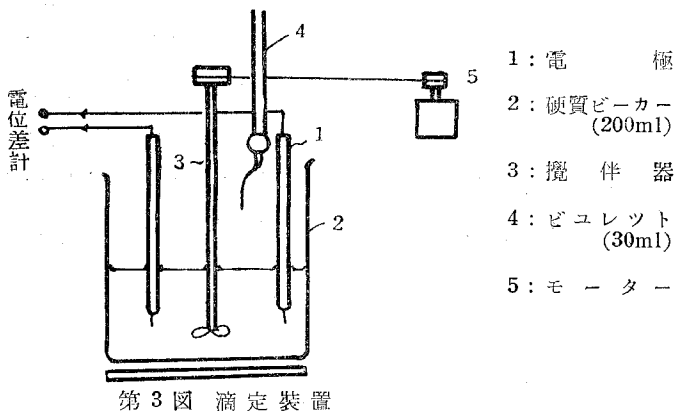
II 実験装置および方法

本実験に使用した塩酸，か性ソーダ，酢酸，アンモニア水はそれぞれ一級品（関東化学）を用い所要濃度 1N, 1/10N, 1/100N とした。また，使用した電極は Fig. 1, 2 に図示せしむ。〔電極の中白金，タングステン，ニツケル，銀は Fig. 1 に属しアンチモンは Fig. 2 に属す〕なお，各電極の寸法は次のごとし。



白金：0.91mm(直径) × 15mm(長さ). ニツケル：0.75mm(直径) × 18mm(長さ).
 銀：1.43mm(直径) × 17mm(長さ). アンチモン：8.1mm(直径) × 15mm(長さ).
 タングステン：0.52mm(直径) × 20mm(長さ).

電極は滴定ごとにエメリーパー 0/3 で良く研磨してからベンジンにて洗滌，濾紙にてふきとつた。滴定装置は Fig. 3のごとくであり，その実施要領は次の通りである。まず滴定される酸あるいは塩基溶液 50ml. を 200ml. のビーカーにピペットにて正確に取り，使用電極ならびに攪拌器を入れて攪拌する。電位差測定は島津K-2型精密級電位差計を用い電位が安定するのを待ち，初め 10ml. ごとに終点付近においては 0.1~0.05ml. ごとに行つた。また



電位差滴定法による終点と指示薬による終点(強塩基—弱酸の場合はフェノールフタレンおよびチモールブルー—また強酸—弱塩基の場合はメチルレッドおよびメチルオレンジの指示薬を使用した⁴⁾)と比較し検討した。なお, Bender等は密閉容器を用い窒素ガス雰囲気で行つたのであるが吾々はその様な特殊装置を用いず普通の滴定法(空气中)で行つた。一回の滴定所要時間は大体30分前後にて室温(18°±2°C)において行つた。

III 実験結果および所見

滴定曲線において縦軸は電位差(mV.: millivolt), 横軸は滴下せる酸あるいは塩基の使用量(ml. milliliter)を表わしており, また示差曲線においては縦軸は0.1ml. 当りの電位差変化 ΔE (mV. millivolt), 横軸は滴下量(ml. milliliter)を表わす。なお電極の右肩上に付してある+(プラス)の記号は其の組の極性を表わしている。次にPt⁺—Ni, Pt⁺—Ag, Pt⁺—W, Pt⁺—Sbの順に其の結果に付いて考察する。

I) Pt⁺—Ni

Pt⁺—Ni 極使用の際, 強酸(塩酸)—弱塩基(アンモニア水)に対する滴定曲線(アンモニア水を塩酸で滴定)および示差曲線, ならびに逆滴定曲線(塩酸をアンモニア水で滴定)および示差曲線はFig. 4, 5, 6, 7ならびにFig. 8, 9, 10, 11に示せるごとし。また, 強塩基(か性ソーダ)—弱酸(酢酸)に対する滴定曲線(酢酸をか性ソーダで滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(か性ソーダを酢酸で滴定)および示差曲線はFig. 12, 13, 14, 15ならびにFig. 16, 17, 18, 19に示せるごとし。

まず塩酸—アンモニア水滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなるごとく酸定量的場合, アルカリの滴下量の増加とともに電位は漸次降下し終点において急激な変化を表わした。また, アルカリ定量的場合は酸定量的場合とは逆で酸の滴下量増加とともに電位は上昇し, 終点において急激な上昇を示した。次に1N, 0.1N, 0.01N溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
アンモニア水を塩酸で滴定した場合	80~100mV.	50~60mV.	30~40mV.
塩酸をアンモニア水で滴定した場合	80~100mV.	40~60mV.	20~50mV.

一方か性ソーダ—酢酸滴定の場合, その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなるごとく, 酸定量的場合はアンモニア水—塩酸滴定と同様にアルカリ滴下量増加とともに電位は漸次降下し終点において急激な変化を示し, またアルカリ定量的場合は酸滴下量増加とともに電位は次

4 I. M. Kolthoff and E. B. Sandell: "Textbook of Quantitative Inorganic Analysis," Macmillan Company, New York, 1936, P. 435

第に上昇し、終点において急激に電位は上昇した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
酢酸をか性ソーダで滴定した場合	80~100mV.	50~60mV.	10~20mV.
か性ソーダを酢酸で滴定した場合	50~60mV.	30~50mV.	10~20mV.

塩酸、酢酸溶液中の電位にか性ソーダ、アンモニア水溶液中における電位より高く、か性ソーダ-塩酸滴定の場合終点における電位変化はアルカリ定量の方が酸定量より大きかった。しかし、塩酸-アンモニア水およびか性ソーダ-酢酸の両滴定の場合にはそれ程目立つた差は認められなかった。だが前者においてはアルカリ定量、後者においては酸定量の方が幾分大きい電位変化を示した。またその変化の大きさも 1N, 0.1N, 0.01N の濃度の順であつた。

II) Pt⁺-Ag

Pt⁺-Ag 極使用の際、強酸(塩酸)-弱塩基(アンモニア水)に対する滴定曲線(アンモニア水を塩酸で滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(塩酸をアンモニア水で滴定)および示差曲線はそれぞれ Fig. 20, 21, 22, 23 および Fig. 24, 25, 26, 27 に示せるごとし。また、強塩基(か性ソーダ)-弱酸(酢酸)に対する滴定曲線(酢酸をか性ソーダで滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(か性ソーダを酢酸で滴定)および示差曲線は Fig. 28, 29, 30, 31 および Fig. 32, 33, 34, 35 に示せるごとし。

塩酸-アンモニア水滴定の場合、その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく、酸定量の場合はアルカリ滴下量増加とともに漸次電位は降下し終点において最高電位変化を示した。またアルカリ定量の場合は酸滴下量増加とともに電位は増し終点において最高電位変化を示した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
アンモニア水を塩酸で滴定した場合	80~100mV.	30~50mV.	20~30mV.
塩酸をアンモニア水で滴定した場合	100~120mV.	50~80mV.	20~30mV.

一方、か性ソーダ-酢酸滴定の場合はその滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく、酸定量の場合はアルカリ滴下量増加とともに漸次降下し、終点において急激に電位は降下した。また、アルカリ定量の場合は前とは逆に酸滴下量増加とともに次第に電位は上昇し、終点において急激に電位上昇を示した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
酢酸をか性ソーダで滴定した場合	30~60mV.	30~40mV.	10~20mV.
か性ソーダを酢酸で滴定した場合	30~50mV.	20~30mV.	10~20mV.

III) Pt⁺-W

Pt⁺-W 極使用の際, 強酸(塩酸)—弱塩基(アンモニア水)に対する滴定曲線(アンモニア水を塩酸で滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(塩酸をアンモニア水で滴定)および示差曲線はそれぞれ Fig. 36, 37, 38, 39 および Fig. 40, 41, 42, 43 に示せるごとし。

また, 強塩基(か性ソーダ)—弱酸(酢酸)に対する滴定曲線(酢酸をか性ソーダで滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(か性ソーダを酢酸で滴定)および示差曲線は Fig. 44, 45, 46, 47 および Fig. 48, 49, 50, 51 に示せるごとし。

まず, 塩酸—アンモニア水滴定の場合, その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく酸定量の場合はアルカリ滴下量増加とともに漸次電位は上昇し終点において急激に降下した。またアルカリ定量の場合, 初めは酸定量と同様に酸の滴下量増加とともに漸次電位は増加し終点において前とは逆に急激に上昇した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
アンモニア水を塩酸で滴定した場合	40~50mV.	20~30mV.	10~20mV.
塩酸をアンモニア水で滴定した場合	50~60mV.	30~40mV.	10~20mV.

一方か性ソーダ—酢酸滴定した場合, その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく酸定量の場合はアルカリ滴下量増加とともに塩酸—アンモニア水滴定の時とは逆に電位は漸次降下し終点において急激に電位降下を示した。またアルカリ定量の場合は酸定量の場合と同様に酸滴下量増加とともに電位は徐々に降下し, 終点において急激に電位の上昇を示した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
酢酸をか性ソーダで滴定した場合	30~40mV.	20~30mV.	10~20mV.
か性ソーダを酢酸で滴定した場合	30~40mV.	20~30mV.	10~20mV.

IV) Pt⁺-Sb

Pt⁺-Sb 極使用の際, 強酸(塩酸)—弱塩基(アンモニア水)に対する滴定曲線(アンモニア水を塩酸で滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線および示差曲線は Fig. 52, 53, 54, 55 および Fig. 56, 57, 58, 59 に示せるごとし。

また, 強塩基(か性ソーダ)—弱酸(酢酸)に対する滴定曲線(酢酸をか性ソーダで滴定)および示差曲線ならびに逆滴定曲線(か性ソーダを酢酸で滴定)および示差曲線は Fig. 60, 61, 62, 63 および Fig. 64, 65, 66, 67 に示せるごとし。

塩酸—アンモニア水滴定の場合, その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく, 酸

定量の場合はアルカリ滴下量増加とともに漸次電位は増加し終点前 1~2ml. 附近より降下し終点において急激に電位降下を示し、その後再び電位は増加した。またアルカリ定量の場合、初め酸定量の場合とは逆に酸滴下量増加とともに漸次電位は降下し、終点において急激に降下を示した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

	1N	0.1N	0.01N
アンモニア水を塩酸で滴定した場合	60~80mV.	20~30mV.	10mV. 前後
塩酸をアンモニア水で滴定した場合	50~70mV.	20~30mV.	10mV. 前後

一方か性ソーダ-酢酸滴定の際、その滴定曲線および逆滴定曲線より明らかなごとく、酸定量の場合アルカリ滴下量増加とともに漸次電位が降下して終点において急激な電位降下を示した。また、アルカリ定量の場合は酸定量の場合と同様に酸滴下量増加とともに漸次電位は降下し、終点において急激に電位上昇を示した。次に 1N, 0.1N, 0.01N 溶液における最高電位変化を示す。

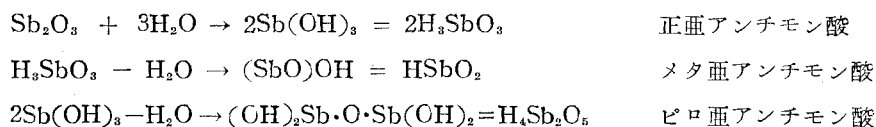
	1N	0.1N	0.01N
酢酸をか性ソーダで滴定した場合	10~20mV.	10mV. 前後	5~10mV.
か性ソーダを酢酸で滴定した場合	10~20mV.	10mV. 前後	5~10mV.

以上 Pt⁺-Ni, Pt⁺-Ag, Pt⁺-W, Pt⁺-Sb の各組合せの滴定曲線および逆滴定曲線ならびに示差曲線につき考察したのであるが、総合して見ると Pt⁺-Ni, Pt⁺-Ag は塩酸-アンモニア水滴定あるいはか性ソーダ-酢酸滴定のいずれの場合も正規の滴定曲線を描きまた終点における $\Delta E/\Delta ml.$ も Pt⁺-W, Pt⁺-Sb よりも大きく 1N, 0.1N, 0.01N 各溶液において終点判定が容易であつた。これはか性ソーダ-塩酸滴定の場合と同じく良い結果をもたらした。また、Pt⁺-W, Pt⁺-Sb は前二者とは異なる形の滴定曲線を示し、 $\Delta E/\Delta ml.$ も小さかつた。しかし 1N, 0.1N 溶液では終点判定は明確に認められたが 0.01N 溶液では 10mV. 以下で大きな変化も示さず困難な時があつた。(特に Pt⁺-Sb 極を使用してか性ソーダ-酢酸滴定を行つた場合)

滴定曲線の形から分るごとく電位差は差異があるが Pt⁺-Ni と Pt⁺-Ag また Pt⁺-W と Pt⁺-Sb とはそれぞれ同じ傾向をもっている様に推察される。

ただし Pt⁺-Sb 極を用いてアンモニア水を塩酸で滴定を行つた際、終点において Pt⁺-W 極使用の時と同様に電位は上昇すべきなのに降下した。(勿論電位は降下しても終点の判定は可能であつた) これはアンチモン電極は金属アンチモンとしてでなくむしろ表面に生成された酸化物 Sb₂O₃ により電位差を生ずると考えられており、この酸化物は両性であること、また

Sb_2O_3 は次の様な反応を行うと考えられる。⁵



上記反応より生ずる SbO_2^- , SbO_3^{3-} , 等の生成イオン, 溶液中に溶存せる酸素等に基因するものと推察されるがなお十分に検討する必要がある。

酸溶液あるいは塩基溶液中の電位差は各滴定ごとに異つた値を示したりまたその電位の安定性は研磨面の状態, 溶存酸素, 攪拌速度, 温度等⁶ によるものと考えられる。また, ニツケル, タングステン, アンチモンの各電極は塩酸—か性ソーダ滴定の場合と同様酸, 塩基溶液漬浸後, 表面は黒色薄膜で被覆されまた銀電極も極面は輝きを失つていた。前述せるごとくこの生成膜が電極として重要な役割を演じた極の安定性もこの薄膜と酸あるいは塩基および滴定により生じた塩等の平衡状態により決定されるであらうが, ニツケル, 銀電極は安定性があり一方, タングステン, アンチモン両極は前二者に比較して不安定であつた。

終点における $\Delta E/\Delta ml$ は 1N, 0.1N, 0.01N の順であつた。また攪拌速度の遅速により $\Delta E/\Delta ml$ は 2~10mV. におよび低濃度すなわち $\Delta E/\Delta ml$ の小さい場合はなるべく速度は一定にすべきである。

IV 結 言

塩酸—か性ソーダ滴定の場合と同様, 滴定曲線より明らかなるごとく終点における $\Delta E/\Delta ml$ の大小はあるけれども $Pt^{+}-Ni$ と $Pt^{+}-Ag$ および $Pt^{+}-W$ と $Pt^{+}-Sb$ はそれぞれ同一傾向をもっている。また, 前二者は強酸—弱塩基滴定, 強塩基—弱酸滴定のいずれも良い結果がえられたが, 後二者は前二者に比較して劣つていた。

1N, 0.1N, 0.01N の三濃度についてのみ行つたのであるが, 終点における $\Delta E/\Delta ml$ は 1N, 0.1N 溶液では明確に表われた。しかし 0.01N 溶液では明瞭ではなかつた。攪拌速度の遅速についても出来るだけ一定速度にすべきであり, また滴定使用前の極面の処理についても十二分に注意を払う様留意すべきである。

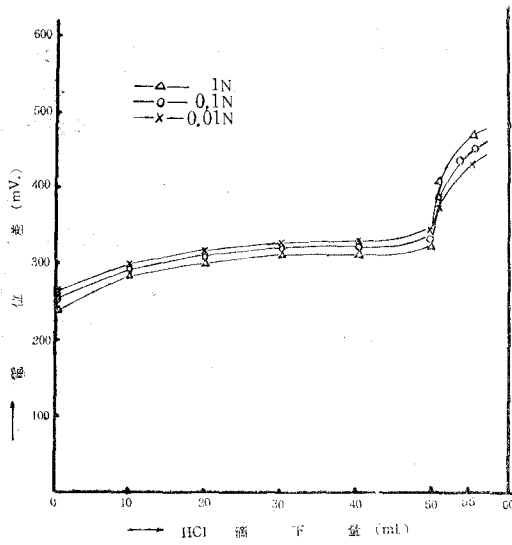
最後に本研究の一部を担当した工学士村田全君に深甚なる感謝の意を表する次第である。

(昭和31年4月, 日本化学会第9年会講演)

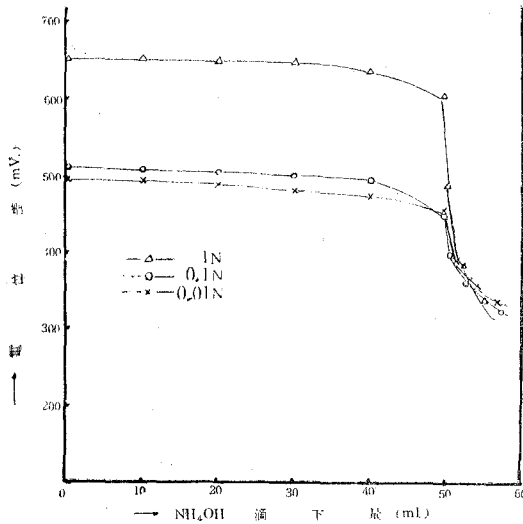
(昭和31年3月27日受理)

5 高木誠司: 定性分析化学上巻 P.185

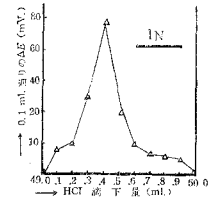
6 G. A. Perley: Ind. Eng. Chem., Anal. Ed., 11. 319 (1939)



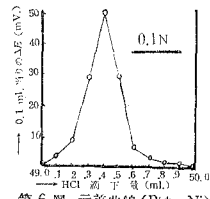
第4圖 Pt⁺-Ni滴定曲線



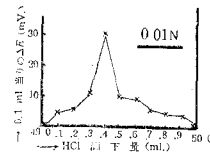
第8圖 Pt⁺-Ni滴定曲線



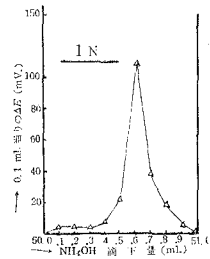
第5圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



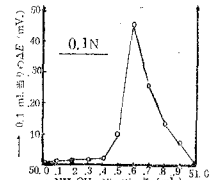
第6圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



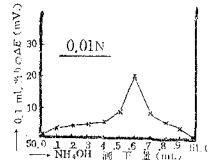
第7圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



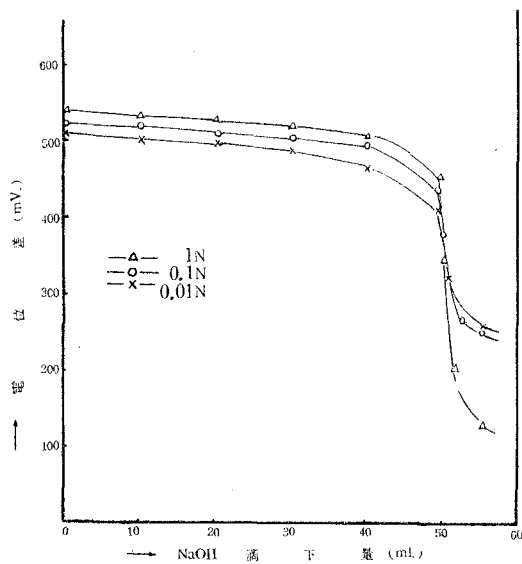
第9圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



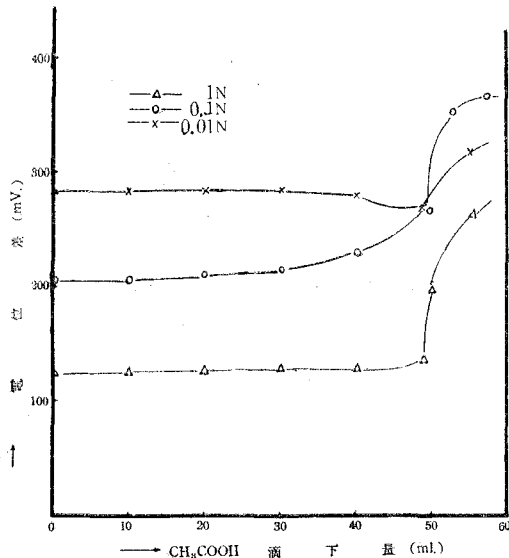
第10圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



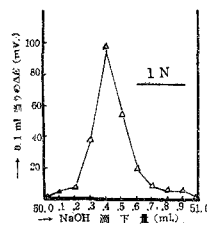
第11圖 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



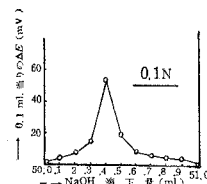
第12図 Pt⁺-Ni滴定曲線



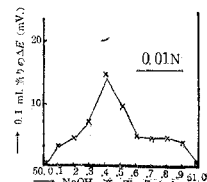
第16図 Pt⁺-Ni滴定曲線



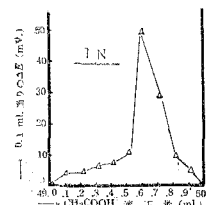
第13図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



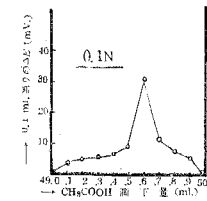
第14図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



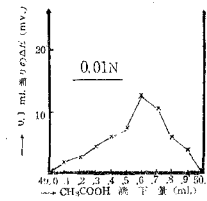
第15図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



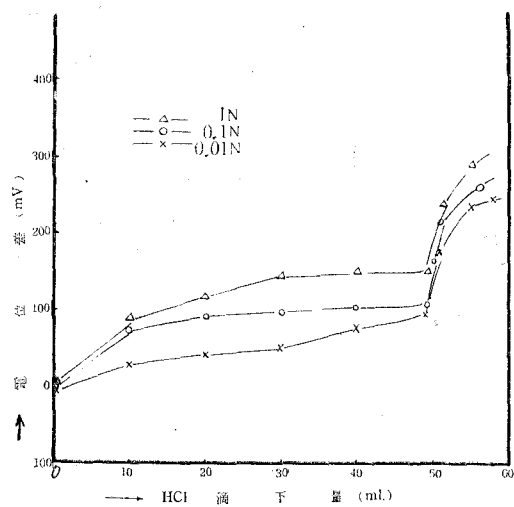
第17図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



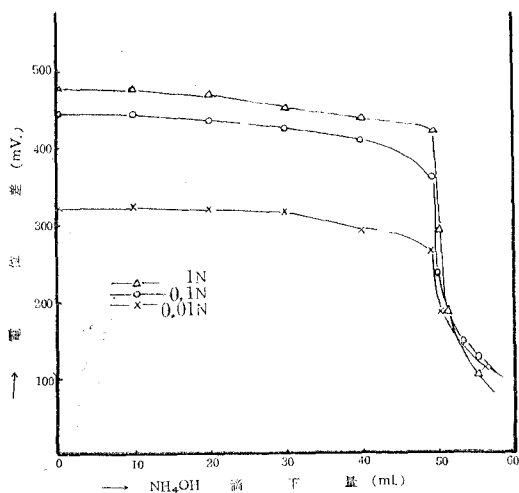
第18図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



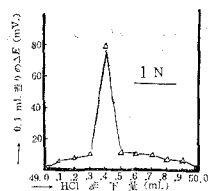
第19図 示差曲線 (Pt⁺-Ni)



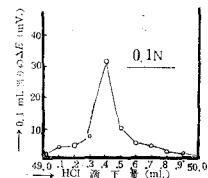
第20图 Pt⁺-Ag滴定曲线



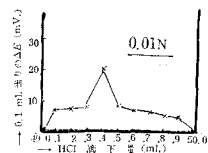
第24图 Pt⁺-Ag滴定曲线



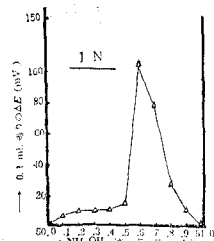
第21图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



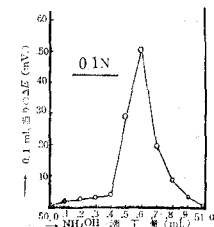
第22图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



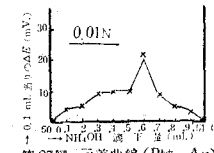
第23图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



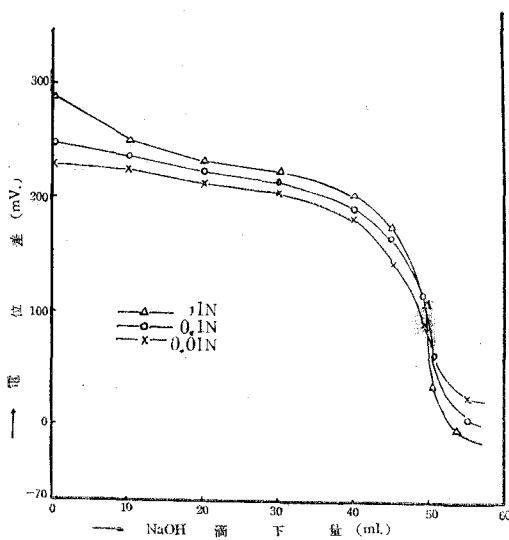
第25图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



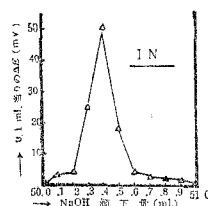
第26图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



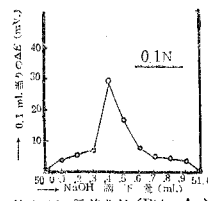
第27图 示差曲线 (Pt⁺-Ag)



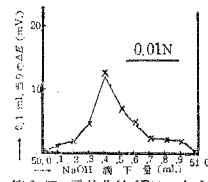
第28図 Pt⁺-Ag滴定曲線



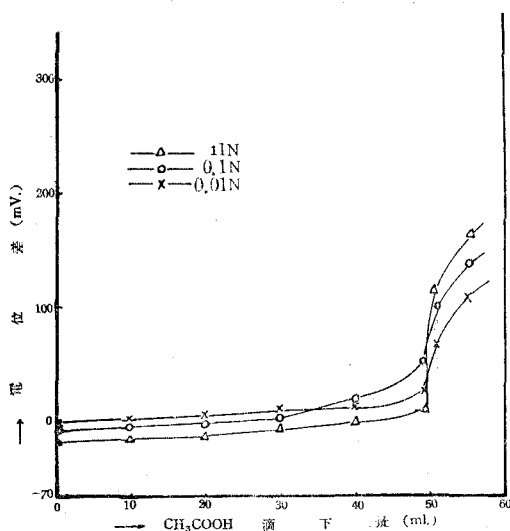
第29図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



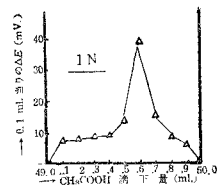
第30図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



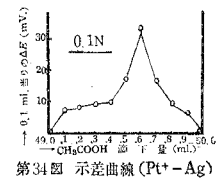
第31図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



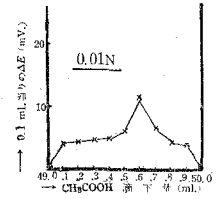
第32図 Pt⁺-Ag滴定曲線



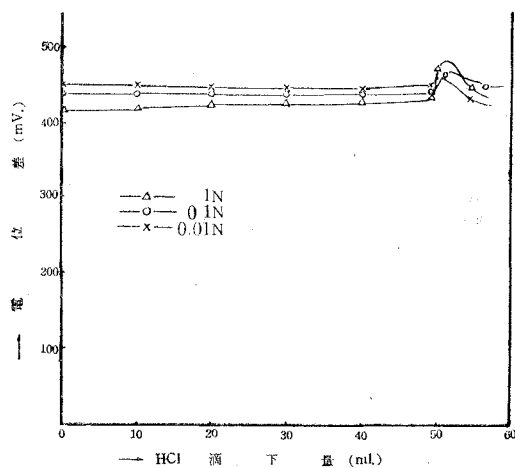
第33図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



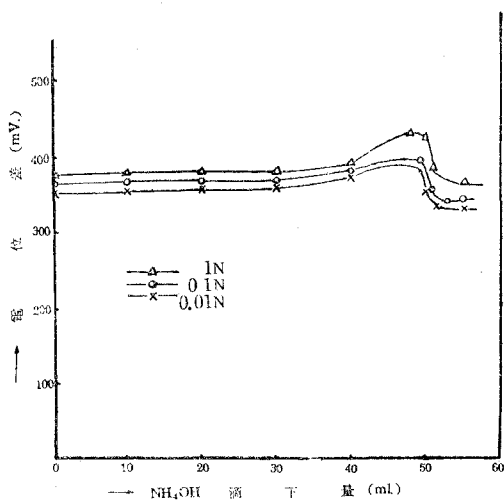
第34図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



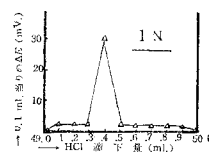
第35図 示差曲線 (Pt⁺-Ag)



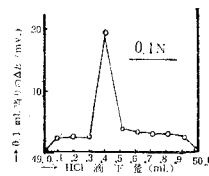
第36图 Pt⁺-W 滴定曲线



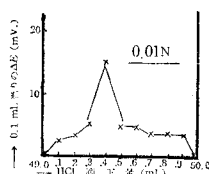
第40图 Pt⁺-W 滴定曲线



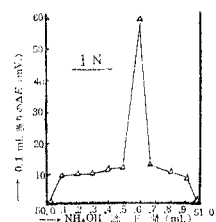
第37图 示差曲线 (Pt⁺-W)



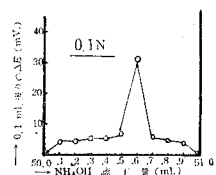
第38图 示差曲线 (Pt⁺-W)



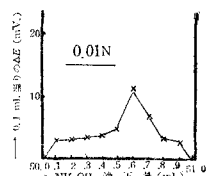
第39图 示差曲线 (Pt⁺-W)



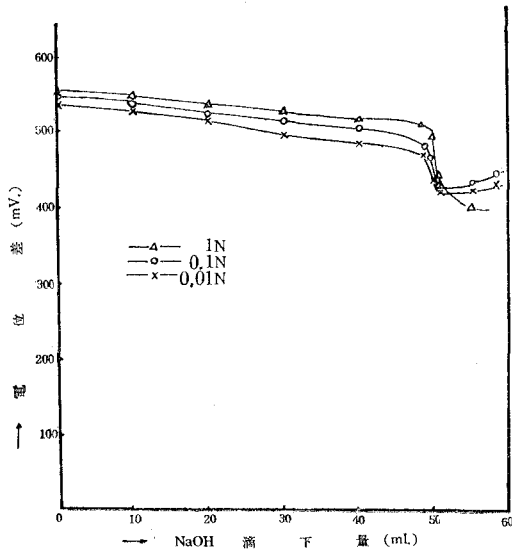
第41图 示差曲线 (Pt⁺-W)



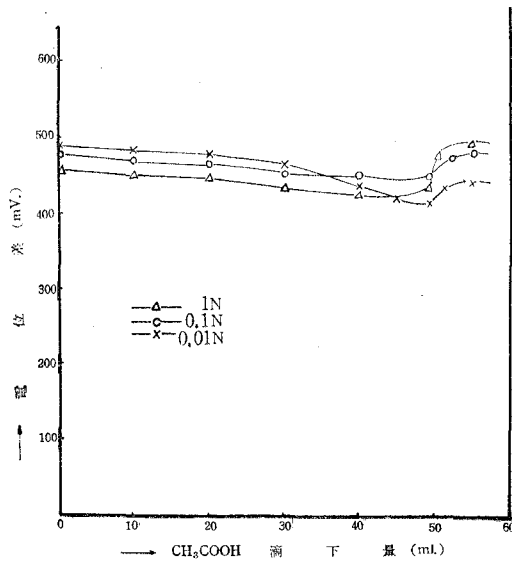
第42图 示差曲线 (Pt⁺-W)



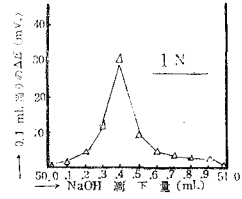
第43图 示差曲线 (Pt⁺-W)



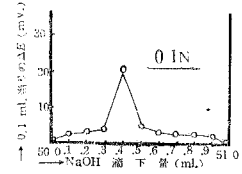
第44図 Pt⁺-W滴定曲線



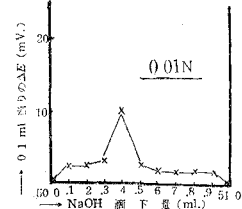
第48図 Pt⁺-W滴定曲線



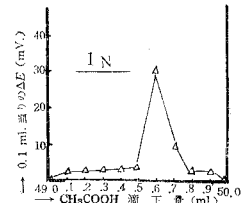
第45図 示差曲線 (Pt⁺-W)



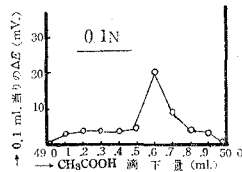
第46図 示差曲線 (Pt⁺-W)



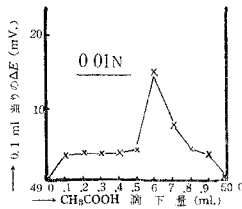
第47図 示差曲線 (Pt⁺-W)



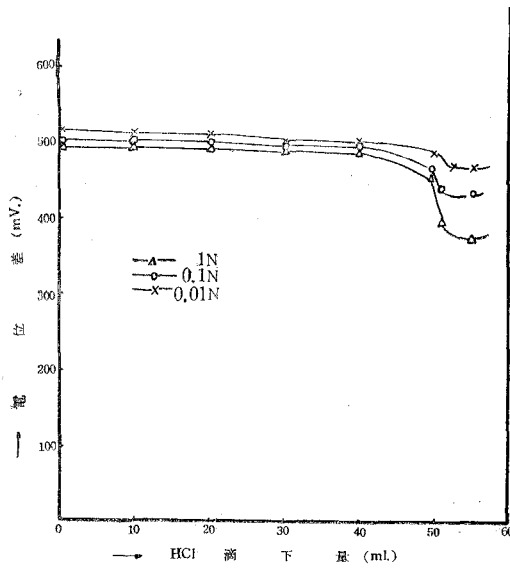
第49図 示差曲線 (Pt⁺-W)



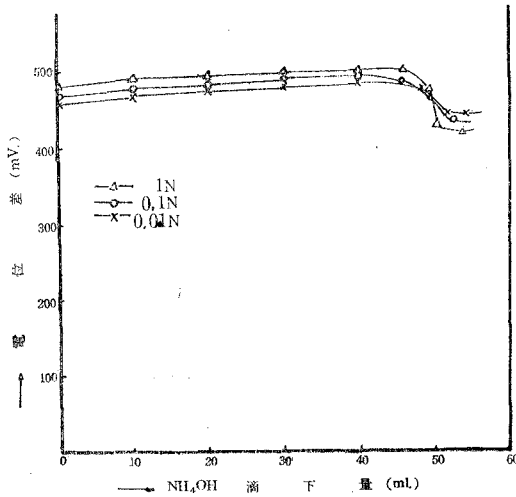
第50図 示差曲線 (Pt⁺-W)



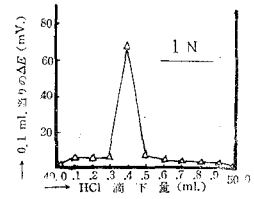
第51図 示差曲線 (Pt⁺-W)



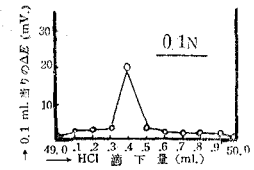
第52図 Pt⁺-Sb滴定曲線



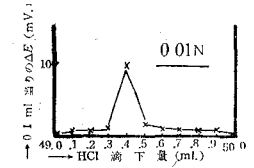
第56図 Pt⁺-Sb滴定曲線



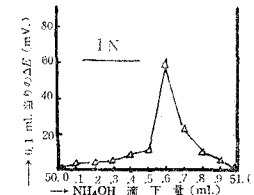
第53図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



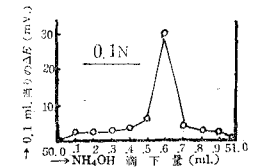
第54図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



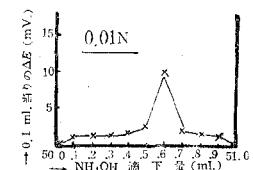
第55図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



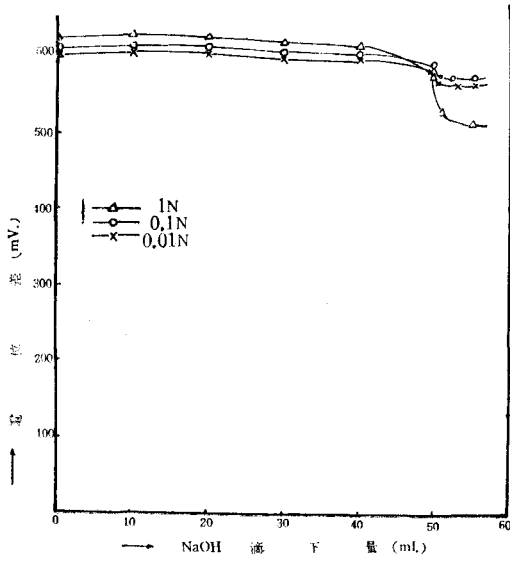
第57図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



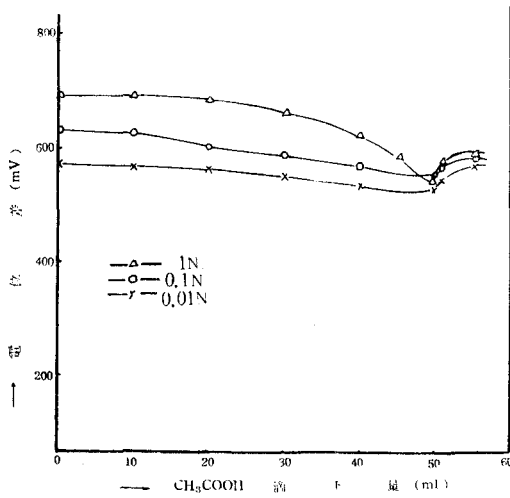
第58図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



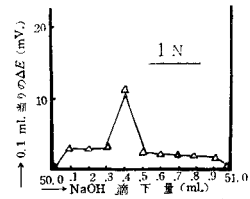
第59図 示差曲線 (Pt⁺-Sb)



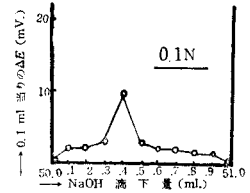
第60図 Pt⁺—Sb滴定曲線



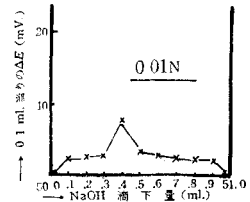
第64図 Pt⁺—Sb滴定曲線



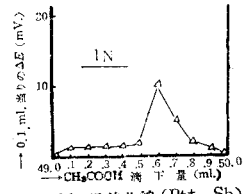
第61図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)



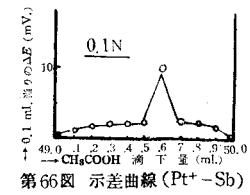
第62図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)



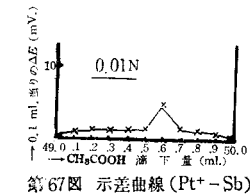
第63図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)



第65図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)



第66図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)



第67図 示差曲線 (Pt⁺—Sb)

中国における紙幣乱行の状況

三 木 毅

Paper-currencies in China

Takeshi Miki

Abstract

This paper aims to explain the complexed condition of issuing the currencies around 1930 in China.

Before the sanction of the New Money Act of 1935, Bank-notes computed about forty, except other various Private Notes issued by individuals, companies, Chop-banks, etc..

What was the real cause of such a confusing condition?

The most direct reason was that Military Factions held their ground in the province. They made arbitrarily provincial banks to issue the currencies, which were their most important treatment to exploit farmers.

1 開 題

近代国家において、貨幣の製造および発行の権能は、いわゆる造幣大権 (Münzhoheit) として国家の手に帰属するのが通則である。紙幣については、たとえば一八四四年の英蘭銀行条例、一八四八年の法蘭西銀行条例、一八七五年の独逸銀行条例、一八八二年 (明治一五年) の日本銀行条例のやうに、中央銀行をして統一発行せしめるのが一般となつている。

中国は一八三五年 (民国二四年) 新貨幣法を公布するまで、多数発行制をとつてきている。しかし中国の多数発行制は統一発行制の過度的意義をもつ、たとえば一八六三年の米国家銀行条例、一八七二年 (明治五年) の日本国立銀行条例にみられるやうな、法制上確立された基礎に立つものではない。中国として紙幣統一発行制の世界的傾向にあえて逆行するものではなく一九〇四年 (光緒三一年) の試辦銀行条例、一九一〇年 (宣統二年) の兌換紙幣条例において十分うかがい知られるやうに、一貫して統一発行制を指向している。

したがつて多数発行制は必ずしも適法ではない。中国において、多数発行制は適法でないという、そのこと自体が紙幣乱行の乱行たるゆえんを示すものである。

Ⅱ 紙幣発行の沿革

一. 清における紙幣発行

一六四八年（順治五年）、清は鈔貫の制を立て、はじめて紙幣を発行し、三年にして停止した。清以前、唐に飛銭、宋に交子および会子、元に宝鈔、明に大明宝鈔があり、乱発され減価し大患を招いている。清は歴代の錢禍にかんがみ、紙幣発行にきわめて慎重で、一八一四年（嘉慶一九年）蔡之定が紙幣発行を提議したが、「為妄言乱政者」として敕戒されている。¹しかし一八五三年（咸豐三年）軍費の浩繁から、ついに銀票、錢票を発行した。銀票、錢票は私商組織の官銀号、官錢号によつて発行され、近代銀行の兌換券に類似するものであつた。

一八九七年（光緒二三年）中国通商銀行が設立され、兌換券を発行した。中国通商銀行兌換券は、中国における銀行兌換券の嚆矢である。一八四二年（道光二二年）の開口以来、外国銀行の進出があり、外国銀行の兌換券は各開口市場において大いに流通していた。²当時中国朝野に近代銀行を設立し、兌換券を発行し、幣制を確立しようとする強い輿論があり、中国通商銀行はこうした輿論の中に開設された中国最初の近代銀行であつて、貨幣鑄造、兌換券発行から国庫業務の取扱におよぶ広大な特権が附与され、一八九六年（光緒二二年）における盛宣懷の奏議に明かな通り、中央銀行に擬せられるものであつた。しかし中央銀行は別途に設立され、中国通商銀行は与えられた特権にもかかわらず、いわゆる商業銀行であつた。おもうに紙幣乱行の兆はずでに在華外国銀行の発券に認められるが、その端緒は中央銀行の設立以後における中国通商銀行の発券にある。中国通商銀行の発券は、国家銀行以外の各種銀行における発券の先例をなすものであつた。

一九〇〇年（光緒二六年）の義和団事件、一九〇四～五年（光緒三〇～三十一年）の日露戦争は中国に民族的自覚を促し、それにつれて幣制統一の機運が高まつた。

一九〇四年（光緒三〇年）試辦銀行章程が作られ、中央銀行の職責を幣制整理、価値劃定にありとし、中央銀行による幣制統一を要望した。かくて一九〇五年（光緒三十一年）戸部銀行の設立をみた。しかし一九〇七年（光緒三十三年）設立の交通銀行は、いわゆる興業銀行であるにもかかわらず発券を行い、戸部銀行と双生児的存在となつた。このことは従来からとつてきた発券権集中政策の重大な変質を意味している。統一政策は単一国家銀行制から多数国家銀行制へ移行したものとみられるからである。しかしこの変質は潜在的なもので、表面ではなお一貫して単一銀行集中制がとられている。一九〇八年（光緒三四年）戸部銀行を大清銀行に改組したのは、中央銀行として大清銀行を強化し、発権券をこれに統歸せしめようとしたためであつた。

1 張家驥, 中国之幣制, P. 35.

2 張家驥, 上掲書, P. 35.

戸部銀行券は正貨準備を三〇%以上とし、北洋官報局で印刷することとなっていた。大清銀行券も自国製造の原則から、一九〇八年（光緒三三年）戸部の奏請にもとづき、北京に印刷局漢口に造紙廠を設置すべく、巨費を投じて工程を進めたが、造紙は早急に成功せず、原紙の大部分は米国から購入された。³

一九一〇年（宣統二年）兌換紙幣則例が公布され、紙幣発行権を中央銀行たる大清銀行に帰属させ、銀行、官銀錢号の発券を禁止し、既発行の紙幣は大清銀行券を以て回収することを規定した。これからようやく紙幣発行が嚴重に取締られ、発券銀行の整理が進み、発券権統一政策はとみに強化されることになった。

二. 民国における紙幣発行

一九一一年（宣統三年）革命となり、中国は国体を變じて帝制から共和制となり、清朝が亡び、中華民国が発足した。

一九一二年（民国元年）中国銀行は、大清銀行の行跡に設立され、中央銀行としての業務を開始した。

民国革命は中国統一を完成せず、南北の対立抗争となり、軍閥割拠して大いに秩序が乱れ、幣制の空白に乗じて各省の官銀錢号の紙幣発行が紛紛として行われ、とくに広東、四川、湖南、湖北、江西の各省においてはなほだしい乱行を現出した。⁴

一九一三年（民国二年）十二月各省官銀錢号監理官章程が公布され、各省の紙幣発行を管督し、一九一五年（民国四年）十月取締紙幣条例、ついで一九二〇年（民国九年）六月修正取締紙幣条例が公布され、中国、交通の二国家銀行を除く銀行、官銀錢号の発券を禁止し、既発の紙幣については、営業期限のあるものは営業期限までに全額回収、営業期限のないものは期日を定めて回収し、兌換券発行準備を正貨六〇%、有価証券四〇%とすることを定めた。さらに紙幣統一策としての領用兌換券辦法が規定され、正貨七〇%、公債三〇%を準備として一般銀行に中国銀行券を領用することを認めた。

取締紙幣条例の公布は、発券権集中について複数国家銀行制の採用を明確にするものであつて、これに単一国家銀行制への過渡的制度としての性格をもたせるものであつた。

取締紙幣条例によつて発行紙幣の整理が行われたのであるが、一九一七年（民国六年）以後軍閥支配の各省は軍費を調達するため、旧券処理を理由に、相ついで官銀錢号を銀行に改組して新券を発行した。修正取締紙幣条例の公布はこうした事態に対して行われたものであるが、取締の効果がなく、有名無実となつた。

3 張輯顔，中国金融論，P.79.

4 張家驥，上掲書，P.37.

一九二〇年（民国九年），一九二一年（民国一〇年）銀行公会連合会から幣制改革について建議があつた。これよりさき一九一九年（民国八年）銀行公庫兌換券条例が制定されている。いわゆる公庫制は地方銀行公会合組の公庫から公庫兌換券を発行し、これを各銀行に領用させ、あわせて地方銀行の監督を強化しようとするもので、多数発行制から集中発行制への過渡的折衷制度であつた。一九二三年（民国一二年）公庫大綱、さらに新たに銀行公庫兌換券条例が制定されたが、いづれも実施されなかつた。しかし公庫制の変体として連合発行準備庫が現出し中南、大陸、塩業、金城の発行集中機関として四行準備庫が組織された。

一九二四年（民国一三年）中国銀行と上海錢莊十四家の領用契約が成立し、領用制度は銀行から錢莊に拡大された。

一九二七年（民国一六年）南京国民政府が成立し、幣制統一に不可欠の要素である全国統一を実現した。

一九二八年（民国一七年）十一月中央銀行が設立された。中央銀行は兌換券発行、国庫經理、公債募集、国幣鑄造および発行の特権をもつ国内最高の金融機関であつた、中央銀行の職権のうち、紙幣発行はもつとも重要な事項であつて、一九二八年（民国一七年）十一月公布の中央銀行兌換券章程においては兌換券発行組織を重視し、中央銀行に営業、発行の二局を設け、兌換券発行を他の銀行業務から完全に独立させ、発行準備を六〇%の正貨、四〇%の有価証券とする、いわゆる比例準備法を採用し、準備の集中を行い、準備を公開し、十日毎に発券額と準備金額を公表する刷新的な発券方法を明かにした。

中央銀行の発足に伴い、中国、交通の二国家銀行は、改組されて一は國際為替銀行、他は興業銀行として再出発したが、発券権は取消されず、各種銀行、官銀錢号もまた依然として発券を継続した。

中央銀行は一元、五元、十元、五十元、百元の主幣券の外に、市面に応じて輔幣券の発行が認められている。他に一九三〇年（民国一九年）一月創始された海関金單位制度（Customs Gold Unit System）にもとずき、一九三一年（民国二〇年）三月から全額金準備の海関金單位兌換券（Bank-notes in C. G. U.）を発行している。

一九三一年（民国二〇年）八月銀行兌換券発行税法が公布され、主幣券、輔幣券をとわず、紙幣発行は六〇%以上の正貨準備、四〇%の保証準備を必要とし、保証準備発行に対して、一、二五%の発行税を徴収することを規定した。銀行兌換券発行税法は、多数発行制を認容し集中発行制に矛盾するものであるが、紙幣発行の利益を規制し、発券を内部的に抑圧し、国家銀行における発券の優位性を確立し、国家銀行の統制力を強化した点において重要であつた。

一九三五年（民国二四年）十一月新貨幣令が公布され、中央、中国、交通の三国家銀行に発券を集中し、既発行の銀行券を中央銀行券によつて回収することとした。この改革は、いうと

ころの統一発行制を確立したものではない。しかし中央銀行兌換券の全国一律流通、発行税の免徴を認め、中央銀行による発券統一の企図を明確にうたっている。

Ⅲ 流通紙幣の種類

中国の紙幣は、幣制、慣習、単位、発行機関、発行地点等から種々の区分ができる。その区分にしたがい、特色あるものについてのべれば次の通りである。

一. 主幣券と輔幣券

幣制上における本位貨幣と補助貨幣の区分に類似する。一九〇七年（光緒三十三年）の戸部奏定によれば「大清銀幣一元折合小銀幣十角，小銀幣一角折合十文之銅幣十枚，均以十進」，一九一四年（宣統二年）の幣制則例には「一元為主幣，五角以下為輔幣，以十進」とあり主幣と輔幣の概念を明かにしている。

一九一四年（民国三年）公布の国幣条例には一元銀幣はその額に制限なく通用するが「五角銀幣毎枚授受以合二十元以内，二角一角銀幣毎枚以合五元以内」とあり，輔幣はいわゆる制限貨幣である。しかし事実上輔幣は無制限に流通する独立の貨幣であると見做されている。したがって実際において主幣を本位貨幣，輔幣を補助貨幣とすることはできない。一般に主幣は銀両，銀元の高額貨幣，輔幣は銀角，銅元，制錢，銀幣ニツケルの小額貨幣についていわれる。

主幣券には銀両票，銀元票があり，銀行兌換券の多くはこれである。

輔幣券には銀角輔幣券，制錢票，銅元票があり，その多くは各省市立銀行，官銀錢号，私人によつて発行され紊乱をきわめている。銅錢は古く唐にあり，宋以来通宝とよばれ，後に制錢と名付けられた。清末銅價の高騰から制錢の鑄造が減少し，流通制錢の溶化が行われ，大いにその流通額を減少した。銅元は制錢の不足を補うため，一九〇〇年（光緒一六年）広東省において鑄造されたのがはじめて，第一次世界大戦中制錢の外流を機に乱造された。この間地方財政の窮迫から制錢票，銅元票の紙券は赤字救済手段となり，乱発されて幣價のはなはだしい低落を招いた。たとえば一九二三年（民国一二年）ころ済南市における銅元票発行機関は一千以上，徐州市においては官錢局を除き十七家，しかも二十文の銅元票は二分されておのおの十文の銅元票として流通したという。輔幣券のおもな使用者は貧民，車夫，日雇，小売業者等の下層階級であつて輔幣の減価によつて生計に困難をきたし，飢寒に死するものすら生じ，その与える影響はきわめて悲惨であつた。⁵

5 佟志伸，我國輔幣問題之検討，吳小市編，中国貨幣問題叢論，PP.247—248. P.252.
王承志，中国金融資本論，P.128.
支民生，王文鈞，整理輔幣，方顯廷編，中国經濟研究，（下），PP.782—784.

二. 銀両票, 銀元票, 銅元票, 海関金單位券

銀両票は清末の官銀号, 外国銀行によつて発行され, 中国近代銀行としての発行は中国通商銀行がはじめである。しかし中国通商銀行の銀両票発行は一九三二年(民国二十一年), 他の銀行のそれは一九三三年(民国二十二年)の廢兩改元後全面的に禁止されている。一両は一九一四年(民国三年)の国幣条例によれば純銀三七・三〇一グラムに結付き, 一両は十錢, 一錢は十釐, 一釐は十毫である。

銀元票は中国通商銀行以後近代銀行のほとんどによつて発行され, 流通紙幣の大部分はこれである。一元は国幣条例では純銀二三・九七七九五〇四八グラムで計算され, 一元は十角, 一角は十分である。

銅元票は文を單位とし, 百文を一串, 十串を一吊といい, 二千文が一兩, 百文が一元に結付く。ただしこの計算は原理的なもので, 文, 元, 兩の換算は各地で異なっている。

海関金單位券(Bank-notes in C. G. U.)は海関金單位制度にもとづく紙幣で, 中央銀行から発行され, 一海関金單位は純金〇・六〇一八六六グラムである。

三. 本地券と他地券

私票, 省市銀行券, 官銀錢号券は, その性格上, 当然流通区域が限定されることはいうまでもない。全国的に營業機構をもつ国家銀行, 私営各種銀行の発行券も, いわゆる分区発行制によつて, 兌換券の無制限流通は一定地区内に限定されている。したがつて本地券と他地券は厳密に区別され, 相互の兌換にさいしては, 打歩が行われる。

四. 政府紙幣, 銀行券, 私票

政府紙幣の発行はほとんど行われない。ただ地方省市財政庁の発行券があるが, その量は少なく, 流通区域も発行省市に限定されている。

銀行券は流通紙幣の大宗で, 通貨の大部分をしめている。銀行券は, その発行機関の性格から国家銀行券, 私営銀行券, 省市銀行券および外国銀行券に分けられる。⁶

国家銀行には中央, 中国, 交通の三行があり, その発行券は最も信用厚く, 発行額多く, 普遍的な流通地域をもっている。

私営銀行で發券権をもつものに四行準備庫(中南, 大陸, 塩業, 金城), 中国実業, 中国通商, 中国農工, 中国墾業, 四明, 浙江興業, 農商, 大中, 北洋保商, 辺業, 四川美豊, 福建東南等がある。

国家銀行および私営銀行は, いわゆる分区発行制を採用し, 各地区分行は独立に發券を行

⁶ 侯鶴形, 我國銀行制度能勝任管理通貨乎, 吳小甫編, 中国貨幣問題叢論, P. 375.

発行準備を保管し、自由兌換を地域券に限定し、券上には発行地名を記載し、他地区券と区別している。このため同一銀行券においても流通区域を異にすれば、兌換を必要とし、兌換にあつては打歩を生じる等の混乱をおこしている。打歩は一が他に対する減価の表れであつて、打歩だけ、一方が損失を蒙むことになる。たとえ打歩が数分、数厘であつても、人民のうける打撃は計りしれない。銀行券は流通貨幣の大部分をしめ、その流通の普遍と影響の広遠は他の紙幣と同日に談じがたく、貨幣問題の中心をなすものであつた。⁷

省市銀行で発券権を有するものに広東省、富滇、中国農民、湖南省、湖北省、河北省、広西、浙江地方、山西省、広州市立、寧夏省、陝北地方、江西裕民、四川地方、南昌市立、河南農工、江西建設、青島市農工の諸行がある。省市銀行券は地方官錢局、財政庁の紙幣とともに通常省市鈔といわれ、紙幣の種類に銀兩票、銀元票、毫洋票、銅元票、制錢票があり混乱をきわめている。⁸ 省市銀行の発券動因は、信用を確立するというより、むしろ発券によつて省市財政を救済しようとするもので、省市財政庁は赤支補填の手段を専ら印刷機に求め、政治的軍事的権力によつて紙幣の流通を強制した。乱発と準備移用によつて兌換不能となり、幣価下落し、しばしば金融恐慌を引起した。たとえば一九二〇年（民国九年）江西銀行（資本金五五萬元）の一千四百萬元、一九二五年（民国一四年）河南省銀行の二千萬元、一九三一年（民国二〇年）富滇銀行の九千萬元、山西省銀行の一億元等の不換化があり、山西省銀行券の整理に當つて紙幣二十元はわずかに銀幣一元と兌換、雲南省券の旧券五元は新幣一元と兌換された。⁹ 「私幣の弊は雜にあり省市鈔の弊は濫にあり」といわれる。省市鈔は「以紙易紙」が頻繁に行われ、その流弊の深く、錢禍の烈しいことは私票も遠く及ばない。¹⁰

外国銀行の発券は東方滙理 (Banque de l'Indo-china) 朝鮮、台湾、滙豊 (Hongkong and Shanghai Banking Corporation)、麦加利 (Chartered Bank of India, Australian and China)、正金、華比 (Banque Belge pour l'Étranger)、有利 (Chartered Mercantile Bank of India, London and China)、花旗 (National City Bank of New York)、德華 (Deutsche-Asiatische Bank) の諸行にあり、他に外華合辦の華俄道光 (Banque Russo-chinoise)、中法工商 (Banque France Chinoise pour le Commerce et l'Industrie)、中華滙業 (Exchange Bank of China)、華義 (Italian Bank for China)、中華懋業 (Chinese-American Bank of Commerce) の発券がある。外国銀行の発券は遠く清末光緒帝の時代で、当時中国近代銀行券の流通なく、京師に官銀錢号の銀票、

7 楊蔭溥、中国金融研究、PP.42—43.

8 楊蔭溥、銀潮中吾国紙幣現状及其応変政策、吳小甫編、中国貨幣問題叢論、P.222.

9 楊蔭溥、上掲論文、吳小甫編、上掲書、PP.221—222

吳承禧、中国的銀行、PP.138—139.

10 楊蔭溥、上掲論文、吳小甫編、上掲書、PP.221—222.

紙票の流通があるだけであつた。外国銀行は信用厚く、その兌換券は開口市場においてさかんに流通した。外国銀行の兌換券は数量的には決して少くなかつたが、流通が租界を中心とし、普遍的な流通をみることはなく、一九三二年（民国二十一年）十一月以後任意発行を停止している。¹¹

私票の発行はあまねく全国地域に行われ、その発行機関は数を知らない。たとえば江西省において調査二十県中私票流通十六県、察哈爾省において全省十六県中私票流通十県、陝西省南部十一県に八十余種の私票があり、江西省宜春県に八十余家の私票発行機関があつたといわれ、その盛行をうかがい知ることができる。¹² 私票は元來地域社会の必要に応じて発行されるもので、それだけに民生と深く結付いてをり、その及ぼす影響はしたがつて深く、恐慌の招く民衆の苦痛、損失はきわめて大きい。地方政府の私票に対する措置は消極的に取締るか、あるいは積極的に援助するかのいづれかであつて、中央政府もまた徹底的な対策手段をもたず、地方金融が私票によつて支配されるのを坐視する状態であつた。¹³

中国紙幣の区分が多岐にわたつて行いけるのは、紙幣流通が複雑な証佐である。その複雑を表現する第一は多数発行制、分区発行制、第二は単位の不統一である。乱発、減価、準備移用無準備発行、兌換停止、流通制限等がこれに伴つて現出し、商業の暢通、産業の振興、金融の安定、民生の向上に重大な制約を与えているのである。¹⁴

IV 紙 幣 の 流 通 量

中国では発行の機関を異にし、貨幣単位を異にする雑多な紙幣が流通しているため、その流通額を知ることはきわめて困難である。

銀行券については、使用にたえる統計もあり、大よその計算ができるが、私票についてはほとんど計数が不可能である。私票は、たとえば一九三三年（民国二十二年）十二月江蘇省徐州市における七票号の私票二百余万串、広東省汕頭市における滙兌公所、銀行公会の銀錢業の私票四百萬元が巨額といわれ、当時省市鈔が一億元から一億五千万元と推計されているのからして大体一億元以内と考えられるが、いづれにせよ推測の域を出ない。¹⁵

国家銀行、私営銀行、省市銀行の発行額は次の通りである。¹⁶

-
- 11 張家驥，中国之幣制，P. 35。
 劉子文，中国貨幣的統一問題，吳小甫編，中国貨幣問題叢論，P. 262。
 12 楊蔭溥，上掲論文，吳小甫編，上掲書，PP. 218—219。
 13 楊蔭溥，上掲論文，吳小甫編，上掲書，P. 219。
 14 仁林，幣制統一与我国經濟，中央經濟月刊，第二卷，第七号。
 15 楊蔭溥，銀潮中吾国紙幣現状及其应变政策，吳小甫編，上掲書，P. 218。
 16 中国銀行經濟研究室，中国紙幣発行及其流通狀況之解剖，中行月刊，第一一卷，第二期。

年次	銀行名	中 央	中 国	交 通	四行準備庫	中国実業	中国通商
1932(民国21)	(元)	89,995,360	184,426,937	94,500,926	32,500,925	35,860,485	11,276,873
1933(民国22)	(元)	71,063,301	183,726,997	93,004,611	36,871,837	40,000,680	25,091,460
1934(民国23)	(元)	85,339,300	201,279,742	112,512,472	40,254,300	42,898,735	29,192,900

広 東 省	四 明	中国農工	富 漢 新	浙江興業	中国墾業	中国農民
33,761,626	15,694,600	4,709,600	2,912,000	7,088,917	5,221,000	—
39,249,658	19,497,600	10,224,767	12,358,500	8,186,871	6,445,000	2,203,300
39,671,012	18,310,300	12,225,547	15,575,000	9,214,773	7,095,000	5,663,382

湖 南 省	湖 北 省	河 北 省	広 西	浙江地方	山 西 省	陝 西 省
1,510,400	2,900,500	2,787,503	4,437,871	—	3,175,734	1,398,144
3,211,739	4,111,400	2,506,222	5,546,761	1,276,582	3,079,186	1,841,136
5,007,750	6,075,050	4,799,452	6,346,988	3,479,819	3,239,291	2,024,685

農 商	北洋保商	広州市立	寧 夏 省	陝北地方	江西裕民	四川地方
—	1,437,600	—	—	—	397,857	—
—	1,384,400	—	850,000	534,540	338,615	—
1,813,000	2,013,600	—	962,535	605,310	584,865	—

四川美豊	天津辺業	福建東南	南昌市立	大 中	河南農工	江西建設
—	1,135,500	656,000	335,605	—	1,428,038	—
1,045,691	965,000	255,000	263,275	217,062	211,414	134,405
537,491	488,100	352,570	293,131	250,000	239,404	152,194

香港国民	青島市農民	総 計
—	—	487,826,933
16,144	8,198	575,826,247
18,281	9,283	653,529,756

(註) 中国銀行調査を転載したが、各年総計が各銀行の集計と一致しない。
確認できないのでそのまま使用した。

外に綏西墾業、晋綏地方鉄路、湖北省と中国農民合組の二行準備庫、重慶、重慶市民、川康の諸行、四川二十一軍および各省市官銀錢局の発券がある。上表は全銀行発券額の九〇%以上をしめるものとみられているので、たとえば一九三四年（民国二三年）における全国銀行の発券額は七億三千万円前後と推計される。しかしなお銀行の報告は、発券実額より内輸な計算がなされるものと考えられるから、おそらく八億元前後の紙幣が発行されていたものと推測される。¹⁷

外国銀行の発券額は一九二七年（民国一六年）の調査によれば次の通りである。¹⁸

銀行名	発行総額	中外貨幣換算比率	中国貨幣単位換算額
東方滙理	1,690,338,306法	1法=4角	676,135,322元
朝鮮	124,863,873円	1円=1元	124,863,873元
台湾	53,611,267円	1円=1元	53,611,267元
滙豊	52,640,984香港弗	1香港弗=1元	52,640,984元
麦加利	1,984,334磅	1磅=10元	19,843,340元
正金	8,715,661円	1円=1元	8,751,661元
華比	14,026,746法	1法=4角	5,610,689元
有利	234,536磅	1磅=10元	2,345,360元
美豊	890,050元		890,050元
花旗	98,995弗	1弗=2元	197,990元
德華	48,348両	1両=1元4角	67,687元
計			994,958,323元

その後の発券を滙豊、麦加利、有利の三行についてみれば次の通りである。¹⁹

年次	銀行名	滙豊	麦加利	有利	計
1931(民国20)(元)		127,284,830	23,162,652	3,695,363	154,142,645
1932(民国21)(元)		131,276,243	21,373,385	3,026,626	155,686,254
1933(民国22)(元)		135,341,462	15,675,160	1,800,911	152,877,533

一九三二年（民国二一年）の外国銀行発券額は約五億元、その額は少なくない。しかしその全額が中国本土に流通するのではない。上海、天津の租界地の流通が主である。上海において一

17 蔡可選，我国銀行制度之幾箇問題，社会科学，第一卷，第二期。

18 楊蔭溥，中国金融論，PP.223—224。

19 中国銀行經濟研究室，中国紙幣発行及流通状況之解剖，中行月刊，第一卷，第二期。

九三〇年（民国一九年）十二月五一八万五千元，一九三一年（民国二〇年）十二月三九八万一千元，一九三二年（民国二一年）六月四百万元，一九三三年（民国二二年）六月三一七万四千元，天津において一九三三年（民国二二年）七月四五〇万元，一九三四年（民国二三年）六月一二八万二千元であるから，他地域の流通額は決して多くはないものと考えられる。²⁰

銀行兌換券は中外銀行をふくめて一九三五年（民国二四年）の改革前は，大体八億から八億五千万円の流通があつたものと推測される。この中，中央，中国，交通の三国家銀行券は一九三四年（民国二三年）約四億元，全流通額の五〇%をしめ，支配的な流通手段となつている。これが中央，中国，交通の三国家銀行券を法幣となしえた最も重要な条件の一であつた。²¹

V 紙幣の流通区域

私票および省市鈔は，その性格上，郷村，省市に流通が限定されることはいうまでもないが全国に普遍的な営業機構をもつ銀行券も，いわゆる分区分行制を採用するため，無制限流通は特定地域に限定されざるをえない。このため紙幣の流通地域は，特殊の意味をもち，雑多な流通紙幣を一括して流通地域の名を冠して，たとえば滬鈔又は申鈔（上海），津鈔（天津），漢鈔（漢口），渝鈔（重慶），滇鈔（雲南），魯鈔（山東），閩鈔（福建），晋鈔（山西），綏鈔（綏遠），粵鈔（広東）等とよぶ。ついでにのべれば上掲の中，滬鈔は最も信用高く，津鈔，漢鈔の信用もまた佳良であつた。²²

省別に中国各銀行券の流通状況をみれば次の通りである。²³

省名	流通銀行券
江蘇	中央，中国，交通，四明，中南，浙江興業，中国通商，中国農工，中国実業，中国鑿業，中国農民，農商。
浙江	中央，中国，交通，中南，四明，浙江興業，浙江地方，中国農民。
安徽	中央，中国，交通，中南，四明，中国通商，中国農工，中国農民。
福建	中央，中国，交通，福建東南。
河北	中央，中国，交通，福建辺業，中南，河北省，中国農工，大中，北洋保商。
河南	中央，中国，交通，江南農工。
湖北	中央，中国，交通，中南，四明，中国通商，湖北省。
湖南	中央，中国，交通，中南，中国農民，湖南省。

20 楊蔭溥，銀潮中吾国紙幣現状及其応変政策，吳小甫編，中国貨幣問題叢論，PP.223—224.

21 侯樹彤，我国銀行制度能勝任管理通貨乎，吳小甫編，上掲書，P.379.

22 中国銀行經濟研究室，中国紙幣発行及其流通狀況之解剖，中行月刊，第一一卷，第二期.

23 向金声，中国紙幣の現状，中国經濟，第三卷，第一二期.

山 東	中央, 中国, 交通, 中南, 中国農工, 青島市農工.
山 西	中央, 中国, 山西省, 綏西墾業, 晋綏地方鐵路.
江 西	中央, 中国, 交通, 中南, 中国農工, 中国実業, 江西裕民, 南昌市, 江西建設.
広 東	広東省, 広東市.
広 西	広西.
四 川	四川地方, 川康, 重慶市民, 二十一軍契糧, 四川美豊.
雲 南	雲南, 富滇.
貴 州	中央, 中国, 貴州, 農村.
陝 西	中央, 中国, 交通, 陝西省.

上掲の外に省市の官銀錢号の紙幣がある。流通の最も普遍的なものは中央, 中国, 交通の三国家銀行券で, 中南(四行準備庫), 中国通商, 浙江興業, 中国農民, 四明がこれに次ぐが, 華南の流通は少ない。広東, 広西の両省は, 中央に対立して半独立的な財經政策をとっているため, 省市立銀行券の外は国家銀行, 私营商業銀行の流通をみない。²⁴

外国銀行券の流通を省別にみれば次の通りである。²⁵

省 名	流 通 銀 行 券	省 名	流 通 銀 行 券
江 蘇	麥加利, 花旗, 美豊, 東方滙理, 有利.	山 西	正金.
浙 江	美豊.	江 西	滙豊.
安 徽	花旗.	広 東	滙豊, 花旗, 麥加利.
福 建	美豊.	広 西	滙豊, 東方滙理, 花旗.
河 北	滙豊.	雲 南	東方滙理.
河 南	滙豊, 花旗, 麥加利, 正金, 台湾.	貴 州	東方滙理.
湖 南	滙豊, 花旗, 麥加利.	四 川	滙豊.
山 東	正金.	東 三 省	正金, 台湾, 朝鮮.

外国銀行の中, 麥加利, 滙豊, 有利の三銀行券が最も普遍的な流通をみせているが, 流通の中心は香港および上海, 天津である。東方滙理銀行の発券数量は最も多いが, 安南隣接の雲南, 貴州にわずかに入っているにすぎない。正金, 朝鮮, 台湾の三銀行券は東三省に主として流通し, 中国本土の流通は少ない。

紙幣と流通地域との関係はもとより固定的でなく, 発行機関の勢力消長に伴い時代的に異な

24 向金声, 上掲論文, 中国經濟, 第三卷, 第一二期。

25 王承志, 中国金融資本論, P.121.

るが、一地に流通する紙幣の種類は数種から十数種に達している。軍閥盤居し幣制の紊乱はなほだしい四川省に例をとれば、下記のやうな複雑な状況を示している。²⁶

発行機関	紙幣面額	流通区域	発行地
中国銀行	10元, 5元, 1元.	川西北, 川南, 川東.	成都, 重慶.
重慶銀行	5元, 1元, 5角, 1角.	成都, 重慶.	成都, 重慶.
四川地方銀行	10元, 5元, 1元, 5角, 2角.	二十一軍, 成都各県.	成都, 重慶.
四川美豊銀行	10元, 1元.	下川東一帯.	重慶.
川康銀行	10元, 5元.	下川東一帯.	重慶.
平民銀行	5角.	重慶.	重慶.
建設銀行	5元, 1元.	重慶及附近各県.	重慶.
川西北銀行	50元, 20元, 10元, 5元, 1元, 5角, 2角, 1角.	川西北.	三台.
聚興誠銀行	10元, 5元, 1元.	川西, 川南.	
盛益銀行	20元, 10元, 1元.	成都及上川南.	成都.

この外、年代的には必ずしも一致しないが、交通、濬川源、大中、重慶市民、四川省の各行および四川官銀号、二十一軍の諸紙幣がある。²⁷

このやうに一地に多数の発行機関が存在し、発券を競争することになれば、いきおい発行機関の信用の厚薄、準備の多寡によつて幣価を異にし、打歩、貼水を必要とし、使用上の繁雑に加えて民生に及ぼす損失は計り知れないものがあつた。²⁸

VI 結 語

いわゆる地方分権の結果、一切の政治的権力は地方諸侯の手に帰し、中央権力はいたずらに虚名あるのみであつた。地方諸侯は、同時に大地主であつて、経済上絶大な支配力をもち、かくて地方諸侯は政治、経済にわたる権力者であつた。

地方諸侯を地方軍閥に書替へるとすれば、上記の文章はそのまま近代中国を敘述する文章となるであらう。

いうまでもなく、民国革命以後の中国社会を封建社会ということはできない。西洋文明の刺

26 姜作用, 四川幣制紊乱之一考察, 東方雜誌, 第四二卷, 第二二号.

27 吳承禧, 中国的銀行, P.138.

王承志, 中国金融資本論, P.6.

28 吳承禧, 上掲書, P.138.

楊蔭溥, 銀潮中吾国紙幣狀況及其应变政策, 吳小甫編, 中国貨幣問題叢論, P.223.

戦をうけ工商業の発展があり、それにつれて貨幣の需要も増加し、封建的経済は次第に崩壊して資本主義的社会が芽ばえ、中国の生産様式はいちじるしく変化した。民国革命はこうした変化に対応する社会変革であつて、民国革命を転機として、中国経済は激烈な変質の過渡時期に入った。軍閥は封建諸侯の、いわば過渡的変容にほかならない。

軍閥は民国革命後地方における事実上の主権者であつて、任意に貨幣を発行し、財経を壟断した。清末において最も支配的な流通貨幣は銅幣の制錢であるが、第一次世界大戦中、銅価の高騰から大量に輸出され、流通手段のはなはだしい欠乏を招いた。一九一五年（民国四年）から一九一八年（民国七年）の間に山東省の制錢は、ほとんど全部輸出されたといわれる。²⁹ 時に銅元が鑄造され、大いに歓迎された。軍閥支配の各省はこの機にのぞんでさかんに造幣廠をおこし、銅元を乱鑄した。さらに軍費捻出のため省立市銀行を創設し、あるいは官銀錢号を改組して銀行とし、紙幣を乱発して財政庫救済の手段とした。

疑がもなく、外国銀行の自由発券に認められるように、外国勢力の制肘もまた紙幣乱行の一大素因である。しかし紙幣乱行の最大素因は、地方軍閥の盤居であつた。

民国革命以来、中国の採用した発券政策は、統一発行制であつた。それにもかかわらず、実際において多数発行制を許容せざるをえなかつたのは、要するに統一発行制を可能ならしめる客視的条件がまだ成熟していなかつたためである。客視的条件とはいうまでもなく政治的、経済的統一である。

一九三五年（民国二四年）法幣による紙幣整理は一九二八年（民国一七年）南京政府の樹立、一九三三年（民国二二年）廢兩改元にみられる政経両面における統一工作の進展に負うものである。それにしても広東、広西の軍閥が国民政府に屈服し、法幣を受入れるにいたつたのは一九三六年（民国二五年）七月のことであつた。³⁰

（昭和31年4月26日受理）

29 劉子文，中国貨幣的統一問題，吳小甫編，中国貨幣問題叢論，P. 271.
楊玉清，從中国經濟説達中国政治，中国經濟，第一卷，第六期。

30 仁林，幣制統一与我国經濟，中央經濟月刊，第二卷，第一号。
王承志，中国金融資本論，P. 4.

新中国における人民幣の発行と流通

三 木 毅

Issue and Circulation of People's Notes in New China

Takeshi Miki

Abstract

The purpose of this treatise is to introduce the monetary system in New China.

At the beginning of the liberation war, the monetary system in Liberated Areas was, so to speak, "Dezentralisiertes Notenbanksystem", which one Liberated Area has one money. When Liberated Areas were isolated from one other, it was the most suitable method, indeed.

But, with the liberation of the mainland, the situation changed, necessitating a change in monetary policy as well. For this reason, the monetary system alternated between "Dezentralisiertes Notenbanksystem" and "Zentralisiertes Notenbanksystem".

In November 1, 1948, the People's Bank of China was established and issued bank notes called "People's Notes".

In October 1, 1949, the Central Government began to rule over the people. On March 3, 1950, the Central Government published "Decision on the Centralisation of Financial and Economic Work". Thus the monetary policy was centralised by the Central Government. The monetary work unifying currencies was finished at the end of 1951.

I 開 題

人民幣の発行開始から中華人民共和国の成立まで、すなわち一九四八年十二月一日から一九四九年十月一日までの期間は、新中国における独立的、統一的、安定的貨幣制度の設立過程であり、貨幣流通計劃化を実現する斗争過程であるといわれる。¹ これに随えば、人民幣による

¹ 曾凌，韓壽共著，一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通，經濟研究，第3号，P.109.

地方貨幣の統一から第一次五ヶ年計立案確定まで、すなわち一九四九年十月から一九五五年三月までの期間は、独立的、統一的、安定的貨幣制度を一層鞏固にし、貨幣流通の計劃化を実現し発展させた過程であると見做すことができる。

新中国における貨幣の歴史は、第二次革命戦争時期、一九二八年四月井崗山の会師以後における各革命根拠の貨幣使用、一九三一年十一月七日江西瑞金の中華ソビエト共和国成立後における国家銀行の貨幣発行にさかのぼる事ができる。その後日中事変および第三次革命戦争の時期、抗日根拠地および解放区に十数行の銀行が設立され、貨幣制度が大いに発展し、十三種にのぼる地方貨幣の発行を見ている。²

第三次革命戦争の初期は、各解放区が分割され、したがって当時の貨幣制度は、いわゆる統一指導、分散管理方式にもとずき、一解放区、一銀行、一貨幣の分散発行制を採用した。革命戦争の勝利にともない、解放区は拡大、連結し、一九四八年十一月中国人民銀行が設立され、十二月人民幣を発行し、地方貨幣の回収を進め、統一発行制を踏出した。一九五〇年三月統一国家財政経済工作が実施され、いわゆる統一指導、統一管理方式により、地方貨幣回収の最終段階を完了し、統一発行制を確定した。

II 人民幣の発行

一九四八年十一月二十二日華北人民政府は、山東省政府、陝甘寧辺区政府、晋綏辺区政府と協議し、華北、華東、西北の三区を統合した。³ それにともない華北銀行、北海銀行、西北農民銀行を合併し、中国人民銀行を創設して旧華北銀行を總行とし、一九四八年十二月一日華北解放区の政経中心地である石家荘において中国人民銀行券、通称人民幣の発行を開始した。⁴

一九四七年秋人民解放軍は守勢から攻勢に転じ、華北鉄道の沿線各都市を攻略し、晋綏解放区、晋察冀解放区、晋冀魯豫解放区、山東解放区をつらね、それまで分割されていた華北地区を整合した。かくて華北地区は破壊された交通を復旧し、経済を再建するにつれて、市場の連繫も回復し、一箇の經濟圏を形成するにいたつた。

華北地区を解放した人民解放軍の任務は、楊子江を渡河し、華中、華南の各省を解放し、全

2 陳仰青、鄭伯彬、黃元彬、朱紹文、竜一飛、李紫東共著、關於人民幣的若干理論問題、P. 7.

3 各省の異名略名は次の通りである。

河北省—冀、燕	江西省—贛	甘肅省—陝、陝西、甘	察哈爾省—察
山東省—魯、齊、山左	福建省—閩	四川省—蜀、川	綏遠省—綏
河南省—豫	浙江省—越、浙	広東省—粵	寧夏省—夏
山西省—晋、山石	湖南省—湘	広西省—桂	青海省—青
江蘇省—吳、寧、蘇	湖北省—鄂	雲南省—滇、滇南	西康省—康
安徽省—皖、徽	陝西省—秦、關中、陝	貴州省—黔、黔西	新疆省—新

4 曾凌、韓雷共著、一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通、經濟研究、第3号、PP. 109—110.
王静然、金融政策常識講話、第一論人民幣の歴史發展簡述、經濟周報、一九五二年、第二九期。

国統一を完成することであつた。こうした軍政上の客観状勢は、華北地区における軍事的、政治的、経済的諸力を動員し、前線を支援することを要求した。この要求に立つて、晋察冀辺区行政委員会と晋冀魯予辺区政府とを統合して華北人民政府を組織し、同時に晋察冀辺区銀行、冀南銀行を合併して華北銀行を設立し、さらに華北地区の財經工作进行を統一し、生産を恢復し、物資交流をさかんにする必要から、華北銀行を改組して中国人民銀行を創立し、人民幣を發行するにいたつたのである。

Ⅲ 解放区における地方幣貨とその統一

日中事象および第三次革命戦争の過程において、抗日根拠地および解放区は、軍事的に分割、封鎖、包囲され、各地は独立的な財經工作をとり、独立的な作戦を行う必要があつた。こうした状況の下に各抗日根拠地は根拠地内の財産、物資を保護し、戦争を支持するため、各自独立的に貨幣を發行し、これを地域内唯一の法定貨幣とし、敵性貨幣の浸入を防止する措置を実施した。

日中事象終結時、抗日根拠地に流通の貨幣は次の通りである。⁵

貨幣名称	流通区域
陝甘寧辺区銀行券 (後に陝甘寧辺区貿易公司流通券がある)	陝甘寧辺区
西北農民銀行券	晋綏辺区
冀南銀行券	晋冀魯豫辺区
晋察冀辺区銀行券	晋察冀辺区
北海銀行券	山東区
華中銀行券	華中区
南方銀行券	広東東江抗日根拠地

終戦後第三次国内革命戦争となり、以前の抗日根拠地は解放区となつたが、従前と同様分割、封鎖、包囲の状況の下で、独立的な貨幣制度を維持し、法幣、金円券の、いわゆる偽幣の浸入を防止し、解放区の財産、物資を保護し、第三次革命戦争を支援しなけばならなかつた。

解放区の拡大と新設にしたがい、一解放区一貨幣の原則のもとで、日中事象中發行された貨幣の外に、新たに次の如き貨幣の發行をみている。⁶

5 曾凌、韓雷共著、一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通、經濟研究、第3号、P.113.

6 曾凌、韓雷共著、上掲論文、上掲書、P.113.

貨 幣 名	流 通 区 域
東 北 銀 行 券	東 北 解 放 区
関 東 銀 行 券	旅 順, 大 連 地 区
長 城 銀 行 券	冀 熱 遼 解 放 区
中 州 農 民 銀 行 券	中 原 解 放 区

各解放区においてそれぞれ独立的な貨幣をもつ、いわゆる分散発行制の特質は、当時の革命進展の特質に照応する自然的な制度であつた。解放区が分割、封鎖、包囲の状況下に点在していたため、地方的な貨幣を分散発行することは当時として唯一、可能な形式であつた。しかも

解放戦争は最も困難な時期であり、一解放区における軍事行動は進退常なく、ときに一解放区を放棄することがあつても、当解放区の奪われた貨幣で、他解放区の物資を購入することができず、したがつて他解放区の財産、物資の掠奪を防止することができたのであつて、当時の軍事的状況からして分散発行は絶対必要な制度であつた。又各解放区の経済実勢が異なる環境のもとで、相互に経済的影響を阻止することができたのであつたし、とくに各解放区間に交通が杜絶し、物資の交流関係が成立していないのであるから、したがつて事実上統一貨幣を必要とせず、それらの経済的状况からみて分散発行は最も事宜的な制度であつた。⁷

一九四七年秋以来解放戦争は拡大、発展し、一九四八年華北、西北の各地区を完全に解放し、一九四九年華東、華南の諸地区を解放して中国全土の統一を基本的に完了した。解放区経済から国民経済への進展の過程は、貨幣の地方的分散発行から全国的統一発行への発展過程である。この過程は、解放区における地方貨幣の統合、人民幣による地方貨幣の回収統一過程である。いうまでもなく、新中国の貨幣制度は革命と不可分の関係にある。人民幣による貨幣統一を革命の状況に則して考えれば、これを三箇の段階に分けることができる。

第一段階は一九四七年秋から一九四八年十一月の間である。この期間に地方貨幣の混合流通が行われ、統一の準備条件を整備する。

一九四七年年末から逐次解放区は地理的に連結され、経済関係を恢復し、物資交流を發展させ、これにともない各解放区貨幣の相互流通が行われるようになった。すなわち各解放区における貨幣の混合流通は次の通りであつた。⁸

東北地区—長城銀行券、関東銀行券、東北銀行券の三種混合流通。長城幣、関東幣が発行停止して東北幣が主要通貨となる。

華北地区—一九四八年四月以来晋察冀辺区銀行券と冀南銀行券が十対一の比価で混合流通。晋察冀辺幣が発行停止して冀南幣が主要通貨となる。

華東地区—陝甘寧辺区銀行券、陝甘寧辺区貿易公司流通券、西北農民銀行券の三種混合流。

7 彭迪先、何高箸共著、貨幣信用論大綱、P. 330.

8 曾 凌、韓雷共著、一九四八至一九四九年解放区の貨幣流通、経済研究、第3号、PP. 113—114。
彭迪先、何高箸共著、上掲書 PP. 331—332
郭橋沂、人民幣史話、経済導報、一九五五年、第九期。

一九四八年一月陝甘寧辺区幣、陝甘寧貿易券が発行停止して西北農民幣が主要通貨となる。

中原解放区—中州農民銀行券が統一貨幣となる。

この地方貨幣の地区的混合流通は、地区間の物資交流につれて、さらに地域的混合流通に発展する。

一九四八年十月五日華北の冀南幣、晋察冀辺幣と東北の北海幣との相互流通が宣告され、固定比価は冀南幣一元対北海幣一元、晋察冀辺幣十元対北海幣一元と決定した。

一九四八年十月二十日西北の西北農民幣と華北の冀南幣、晋察冀辺幣の相互流通、固定比価は冀南幣一元対西北農民幣二十元、晋察冀辺幣一元対西北農民幣二元となる。

一九四八年十一月十五日北海幣と華中幣の等価相互流通が公布された。

この一連の措置は華北、華東、西北の三大解放区の貨幣が初歩的統一工作を完了したことを意味するもので、固定比価、混合流通は複雑な各解放区貨幣を系列化し、中国人民銀行における統一貨幣発行のための条件を創造するものであつた。⁹

第二段階は一九四八年十一月から一九四九年十月までの間でであり、この間に貨幣統一の基本的完了をみる。

第三次革命戦争の主たる作戦は華北を中心として展開され、したがつて華北地区の解放は最も早く、晋綏解放区、晋察冀解放区、晋察魯予解放区、山東解放区を統合して華北解放区の建設をみている。こうした事態は、貨幣流通において、次の如き軍経両面の要求をうみだした。¹⁰

軍事状況の発展につれて戦局は大野戦兵団の協同作戦となり、そのための物資供給は一解放区のみで負担することができず、したがつて兵站工作上、作戦諸地区における統一貨幣の使用が切実に要求された。他面各解放区が連結し一箇の拡大した経済圏を形成する経済的局面的展開に応じて、各地区間の交易関係が恢復し、物資交流がさかんとなつてくると、貨幣が統一されないことは、交易発展の最も大きな障碍となり、又将来解放される大都市において偽幣を迅速に駆逐し、市場秩序を立て、物価を安定する手段として、統一貨幣の発行が強く要求されていたのである。

かくて一九四八年十二月一日中国人民銀行が創設され、まず華北の統一貨幣として人民幣を発行した。当時天津は華北第一の都会で、経済の中心であり、物資集散の中枢であつて、天津には人民幣を主要通貨として冀南幣、晋察冀辺幣、東北幣、長城幣等各種の地方貨幣が流通していた。一九四九年一月十八日中国人民銀行天津分行は華北人民政府の規定にもとづき、各貨幣の固定比価を次の如く公布している。¹⁰

人民幣一元に対して

9 彭迪先、何高箏共著、貨幣信用論大綱、P.332.

10 曾 凌、韓雷共著、一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通、經濟研究、第4号、PP.114.115.

冀南幣一〇〇元

晋察冀邊幣一,〇〇〇元

西北農民幣二,〇〇〇元

北海幣一〇〇元

陝甘寧貿易券二,〇〇〇元

東北幣二〇〇元

長城幣二〇〇元

熱河幣一,〇〇〇元

冀熱遼邊幣（冀，熱，察辺区における晋察冀辺区銀行の発行した冀熱遼の文字が印刷されているもの）五,〇〇〇元

華中幣一〇〇元

中州農民幣三元

一九四八年十二月以来人民幣によつて華北の冀南幣と晋察冀邊幣、華東区の北海幣と華中幣、西北区の西北農民幣、陝甘寧邊幣と陝甘寧貿易券が回収され、一九四九年三月にいたつて中原区の中州農民幣が発行を停止し、人民幣一元対中州農民幣三元の比価で混合流通し、逐次人民幣によつて回収された。人民幣はすでに華北区、華東区、西北区の統一貨幣としてその信用基礎をかためていたが、ここに中州農民幣を回収して人民幣による中原地区の統一を完了し、いわゆる「票子過江」の基礎を決定した。¹¹

一九四九年四月人民解放軍は長江渡河作戦を行い、人民幣はこれに随つて南下した。六月以後全国的規模で地方貨幣を回収し、一九四九年末には東北幣、内モンゴ幣、閩東幣、南方幣、新疆銀元券、西藏の銀元と藏鈔を除き、人民幣による地方貨幣の基本的統一工作进行を完成した。

第三段階は一九四九年十月から一九五一年十一月までの間である。この間に全国地方貨幣統一の完全な終了をみた。

一九四九年十月一日中華人民共和國が正式に発足し、中央人民政府が成立した。全国解放によつて物資交流は全国的規模となり、東北幣、新疆銀元券等の存在は物資交渉の障碍となつてきた。もともと東北幣の回収が遅れていた主な理由は次の通りである。東北区の解放が比較的早く、物価が安定していたが、閩内は解放作戦がいまだ完全に終結せず、物価安定にはなお努力を必要とした。東北区が閩内の戦争と物価変動の影響をさげ、早急に生産を恢復し、財政上経済上全国を支援するため、東北原有の独立貨幣制度を維持することを決定したものである。内モンゴ幣、新疆銀元券は少数民族地区の政治、経済状況を顧慮してその回収が延期されている。

11 彭迪先、何高箸共著、貨幣信用論大綱、PP. 334—335.

中国人民銀行總行、關於統一幣制問題的答覆、一九五一年四月六日、政務院財政經濟委員會編、中央財經政策法令彙編、第三輯。

現在西藏に銀元と蔵鈔の流通があるが、上記と同様の事情による。一九四九年以後全国物価が安定し、工農生産が迅速に恢復し、人民の購買力が普遍的に高まり、全国的規模の物資交流が要望される状況下では、すでに東北幣、新疆銀元券等の特殊性が消滅し、それらの回収が必要となった。

一九五〇年六月粵、贛、湘辺区および閩、粵、贛辺区流通の南方幣は完全に人民幣によつて回収され、華南、華中の幣制が統一した。

一九五一年四月人民幣による東北幣、内蒙古幣の回収が、人民幣一元対東北幣、内蒙古幣九元五角の比価で行われた。

一九五一年十一月一日新疆において維吾爾文の人民幣を發行し、新疆省銀行發行の銀元券を回収した。

西藏には銀元と蔵鈔が流通しているが、すでに發行を停止している。

上述の通り、一九四七年から一九五一年の期間に、人民幣による地方貨幣の回収が行われ、新中国の幣制統一工作が完了する。この統一工作過程にとられた原則は

- 一 合理的比価
- 二 固定比価 混合流通
- 三 固定比価による全部回収
- 四 市場安定

である。¹² 固定比価は各地区の物価水準にもとずき決定されることはいうまでもない。固定比価、混合流通は地方貨幣の合併過程にとられた過度的方法であるが、これによつて隔離された各地区間の経済関係を急速に恢復し、発展させることができ、市場の混乱を阻止することができたのである。混合流通はさらに一步を進めて特定貨幣の發行停止となり、事実上主要通貨を決定し人民幣による回収の条件を造出したのである。回収にあたり市場の安定を保証するため、漸進方法を採用し、一方において専門的な回収工作进行を組織し、他方において国营企業、国家机关、合作社の業務活動中に回収すべき貨幣を受入れ、支出せず、流通中の回収貨幣の減少を極力進めたのである。

IV 法幣，金円券および銀元券の回収

法幣は一九三五年十一月四日の新貨幣令によつて現れた中央、中国、交通、農民の四行銀行券である。一九三五年中に四億元を發行、一九三七年日中事変勃発当時は十四億元にすぎない。しかし一九四五年六月その發行額は戦前の三百倍、一九四五年六月から一九四八年八月の三

¹² 曾 凌，韓雷共著，一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通，經濟研究，第5号，PP. 114—115.

年間に一千五百余億倍に膨張した。このため幣価は戦前の〇.〇〇〇〇〇〇二となつた。¹³

金円券は法幣の幣価下落に対処して一九四八年八月一九日の幣制改革によつて発行され、金円券一元対法幣三百萬元の比価で交換した。金円券の当初発行額は二億元、しかし、その後わずか十月たらずの一九四九年五月には二十四万倍に膨張し、幣価の下落はなほだしく発行当時の〇.〇〇〇〇〇〇〇〇一となつた。¹⁴

銀元券は一九四九年六月二十二日に発行され、銀元券一元対金円券五億元で兌換した。

法幣、金円券および銀元券の、いわゆる偽幣の処理に対して二方針が採用実施された。¹⁵

その一は駆逐、排済の方針である。一九四九年一月天津解放の時、天津軍事管制委員会は即日偽幣を非合法貨とし、その授受を拒否しうることを公布した。ただし市民の困難を考慮し、暫時流通を許し、次の方法をとつた。すなわち金円券十萬元以上を所有するものは税関あるいは工商局で登記手続を行い、これを携帯し、解放区を出境して換物して入境すること。十萬元以下を所有するものは中国人民銀行天津分行の各中心兌換所で登記し、敵幣携帯証をうけ、出境し換物して入境する。もし自身で携行が困難であれば、とくに中国人民銀行の兌換機構において時価による人民幣との兌換をうける。この方法は主として金円券を敵地区に駆逐することを目的とするものであつた。

その二は迅速的、全面的、無制限的、無差別的兌換方針である。一九四九年五月下旬上海解放の時、国民党はわずかに華南、西南の少数地方で銀元券を発行していた。金円券はすでに六十七万九千余億元の発行をみてをり、その購買力は金価に比べて発行当初の一千万分の一に下落し、まさに一文の価値もなかつた。しかし人民の打撃を考慮し人民幣一元対金円券十萬元の比価で全面的、無制限的、無差別的な回収を行い、七日間でこの回収を完了した。回収金円券は三十六億元に達した。これは総発行額の実に五十三%をしめる額である。

銀元券に対しては、これを廢紙とし、回収しないことを宣言した。このため人民は銀元券の使用を拒否し、その流通は市場から消滅した。

上述で略々明らかであるが、偽幣回収の具体的方法は

- 一 流通禁止 定価兌換
- 二 期限付兌換停止

である。¹⁶ 兌換比価は解放戦争の進行にしたがい漸次低下した。兌換期限は一般に短く、最長

13 黄 達, 国民党反動統治下の貨幣制度害死人, 財政經濟出版社編, 発行新的人民幣的意義与作用, P. 85.

郭橋沂, 紙幣漫話, 經濟導報, 一九五五年, 第八期.

14 黄 達, 上掲論文, 上掲書, P. 89.

黄元彬, 偽金円券の大洗却, 天津大公報, 一九五五年三月七日.

15 曾 凌, 韓雷共著, 一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通, 經濟研究, 第3号, P. 118.

16 曾 凌, 韓雷共著, 上掲論文, 上掲書, 第3号, P. 117.

で十日から半月をでることはない。兌換と同時に偽幣による敵地区における換物を奨励し、その地区の経済攪乱を計った。この方法をとつたのは革命初期の形勢が「敵強我弱」であり、経済上偽幣をもつて必要物資を獲得し、新都市を解放した場合の兌換工作は偽幣を掌握することが目的とされたからであつて、偽幣を早急にはき出させるため比価を低くし、期限を短かくし物資の移出制限を緩和する等、比価と期限はこの目的にそうて決定されたのである。

北京、天津の解放直後、偽幣兌換に際して工人、職員、学生、市民の優得措置を採用し、金円券五百元を限度として優待比価兌換を行つた。この比価は一般より高く、たとえば一九四九年一月二十二日の一般比価は金円券八元対人民幣一元、優待比価は金円券三元対人民幣一元であつた。優待兌換期間は一般兌換期間より短く、天津では十日、各人の兌換は一回限り、適当な機関の証明を必要とした。この方法の長所は基本大衆たる工人、職員、学生、市民をして人民銀行に対する明かな認識をもたせ、基本大衆の利益を考慮した点にある。しかし解放初期大衆の身分を区分することが困難であり、優待比価と一般比価の差が大きいところから兌換投機が発生し、流弊多く、偽幣の肅清に障害となり、そのためこの方法は他の解放区において継続実施されることはなかつた。¹⁷

解放戦争後期において偽幣問題はそれ以前と様相を大いに異にした。国民党政府は台湾に逃避し、貨幣発行は不可能となり、すでに偽幣は廢紙となつた。しかし一定の比価で偽幣を回収したのは、主として人民の損失を軽減するためであつた。

偽幣の回収における各時期、各地の兌換比価は下の通りである。¹⁸

- 一九四九年一月二日 天津 人民幣一元対金円券六元
- 一九四九年二月五日 北京 人民幣一元対金円券一〇元
- 一九四九年四月二十八日 南京 人民幣一元対金円券二、五〇〇元
- 一九四九年五月三十日 上海 人民幣一元対金円券一〇〇、〇〇〇元
- 一九四九年十一月一日 広州 人民幣一、五〇〇元対銀元券一元
- 一九五〇年三月十日 重慶 人民幣一〇〇元対銀元券一元

V 外国貨幣，外国爲替の統一管理

中国における外国銀行発券の歴史は清朝末期光緒中葉にはじまり、一九三一年の自発的発券停止におわる。しかし外国銀行の発券権は完全に消滅したのではなく、革命戦争中には滙豊銀行 (Hongkong and Shanghai Banking Corporation)、麦加利銀行 (Chartered Bank of India, Australian and China) 等はその発券権を放棄してはならない。¹⁹

17 曾 凌，韓雷共著，一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通，經濟研究，P. 117.

18 周有光，人民幣的歷史發展，經濟週報，一九五二年，第五期。

19 張家驥，中国之幣制，P. 35.

解放戦争末期中国流通の主要な外国貨幣は、大中都市に流通の米国弗券と華南流通の香港弗幣である。法幣、金円券の減価によつて、多くの都市で米国幣、香港幣が事実上法幣に代り主要通貨の地位をもつていた。²⁰

これらの外国貨幣による経済収奪を阻止し、独立的な幣制を確立するため、次の具体的方法を行つた。²¹

一 流通禁止

二 合理的な幣価による回収実施

三 流通禁止と一定期間の兌換工作後における外国為替管理辦法による処理

人民幣による回収以後、外国為替管理辦法による処理は次の如く実施された。すなわち本国人と外国居留民とをとわず、外国貨幣の所有者は一定期間内に人民銀行あるいは指定機関で兌換、もしくは外国貨幣預金を契約する。公務あるいは旅行で入国するものは、外国為替および手形を人民銀行あるいは中国銀行国境兌換機構で人民幣と交換、もしくは外国貨幣預金、いわゆる原幣預金を行う。原幣預金は一般に人民幣で払戻し、特別の許可のない限り、外国為替で払戻しはできない。しかし出国の際には外国貨幣で払戻しされる。

この方法は外国貨幣、外国為替を所有する者が、一定期間内に国家銀行に進んで預金することを奨励し、外国為替の相場を合理的に決定する必要から出たものであつた。

Ⅶ 金銀の流通、私的売買の禁止

金銀はながく中国における投機の対象物で、物価変動の重要な素因をなし、紙幣減価の場合には、計価の標準となり、事実上の主要貨幣となるものであつた。²²

解放の初期、金銀は多くの都市と農村において主要通貨であり、金銀売買と投機が一般に行われた。この金銀の売買投機には、一は一部の工人、職工、学生、市民が通貨膨張から受ける損失を免れ、購買力を維持し、生活必需品を保証するため行うものと、二は投機そのものを目的として奸商が利益のために行うものがある。一は人数が多いが、額は小さく、二は人数が少いが額が大きい。²³

金銀の所有、流通に関する基本原則は共同綱領第三十九条に規定されるが、これの具体方法は

一 金銀投機活動の禁止

二 小額の金銀をもつ工人、職工、学生、市民に対しては折実貯蓄を行い、購買力を維持

三 旧来の金店銀樓の営業範囲を制限、金銀地金の売買禁止、飾品原料は国家銀行が配給

20 曾 凌，韓雷共著，一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通，經濟研究，第3号，P.118.

21 曾 凌，韓雷共著，上掲論文，上掲書，P.119.

22 彭迪先，何高箏共著，貨幣信用論大綱，P.334.

23 曾 凌，韓雷共著，上掲論文，上掲書，第3号，P.121.

- 四 人民の金銀所有を許可
- 五 貴金屬の増産奨励
- 六 工業と医薬の金銀需要は国家が提供
- 七 金銀の出国、入国は登記申告方法を採用

である。²⁴

金銀の流通禁止は一九四九年六月上海解放後行われ、人民幣の流通によつてその貨幣的使用は完全に消滅した。

Ⅶ 人民幣のデノミネーション

人民幣は過去の通貨膨張と解放初期の通貨増発の環境の中で発行されたため、次の如き欠陥を持つていた。²⁵

一 票面額がきわめて大きい。人民幣の単位は元であるが、物価計算は最小が数百元、一般に一萬元で、計劃、予算の数字は事毎に万億元をもつて計算しなければならなかつた。一元は完全に實際計算の意義を失つていた。この現象は經濟工作上多くの不便をうみ、計算、記帳に困難をきたし、人力物力を浪費した。

二 種類が多く紙質不良で印刷技術が悪い。このため識別が困難で、とくに文盲の農民、少数民族の色、図景による票面額の判断を不可能にし、紙幣の整理、修理に人力物力を浪費し、さらに偽造変造を容易にした。

三 票面印刷の文字は一部が蒙古文、^{ウイグル}維吾爾文を使用しているが、大部分は漢文を使用している。このため少数民族地域の流通をさまたげていた。

一九五〇年三月統一国家財政經濟工作が実施され、いわゆる四平、すなわち財政収支の平衡、物資調達処理の平衡、現金収支の平衡、國際収支の平衡を実現した。財政収支の平衡は貨幣増発による赤字補填を必要とせず、商品流通の要求によらない貨幣発行の矛盾を解消し、物資調達処理の平衡は生産の恢復、発展を基礎に商品流通を把握し、全国の購買力の変化に応じて商品供給を計画的に調節することができた。現金収支の平衡は貨幣流通を掌握してこれを商品流通と貨幣の季節的需要に適應して計画的に調節し、國際収支の平衡は国内物価を上昇させる外為的な影響を緩和することができたのである。²⁶

このように一九五〇年三月以来物価変動の要困が排除され、物価は全く安定し、一九五二年工農生産は戦前水準に恢復し、新たな発展の段階に入った。物価安定期になると上述の人民幣の欠陥は交易と計算にきわめて不便であり、ひいては国家計劃經濟建設の大きな障碍となつた。

かくて一九五五年三月、いわゆるデノミネーションが次の方法によつて実施された。²⁷

24 曾 凌、韓雷共著、上掲論文、上掲書、PP.121—122。

25 韓 雷、發行新幣的意義与作用、財政經濟出版社編、發行新的人民幣的意總与作用、PP.29—30。

26 政務院、關於統一国家財政經濟工作的決定、一九五〇年三月三日。

三木毅、新中国における統一国家財政經濟工作について、室蘭工業大学研究報告、第一卷、第五号。

27 国務院、關於發行新的人民幣和收回現行的人民幣的命令、一九五五年二月二十一日。

三木毅、新中国における人民幣デノミネーションについて、京都大学經濟論叢、第七六卷、第五号。

一 中国人民銀行は一九五五年三月一日から新人民幣を発行して旧人民幣を回収、新幣面額は主幣が一元、二元、三元、五元、十元、輔幣が一分、二分、三分、五分、一角、二角、五角で、票面文字は西藏文、蒙古文、^{ウイグル}維吾爾文、漢文の四種である。

二 交換比価は新幣一元対旧幣一万元である。

三 五万元、一万元の旧幣が三月三十一日で流通禁止、四月三十日で兌換停止、五千元、五千元以下の各種旧幣が五月十日で流通禁止、六月十日で兌換停止される。

四 兌換にあたっては、氏名、職業、住所を申出る必要がなく、個人、団体、階級、数量を問わず一律平等に行われる。

五 損欠幣の兌換は当初損欠四分の一以下全額、四分の一から二分の一半額、三分の一以下兌換不能であったが、五月以後五分の一以下全額、五分の一から二分の一半額、二分の一以下兌換不能となる。

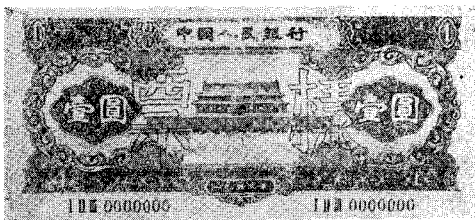
六 兌換機関は中国人民銀行本分支店および委託機関で、定置の外移動の兌換所も設置する。

七 新幣の発行、旧幣回収と廃棄の監督、検査は中央監察部の指示により各級監察機関が行う。

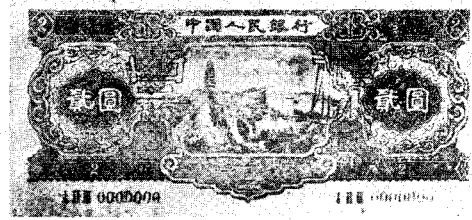
新幣は好看、好算、好使用、好記憶であるといわれる。新幣は中国人民の生活から十二年間打続いた通貨膨張の痕跡を徹底的に払いおとし、新中国の経済を苦返えらせた。元は本来の面目を恢復した。²⁸

28 新人民幣の图案を示せば次の通りである。

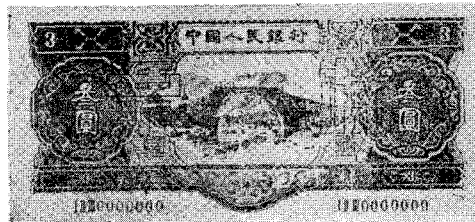
一 元 券



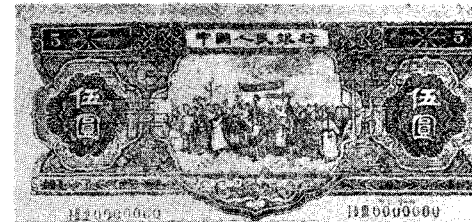
二 元 券



三 元 券



五 元 券



(經濟導報、一九五五年、第九期)

VIII 結 語

人民幣の発行および流通の過程は、中国革命の過程である。

この過程は、換言すれば人民幣の社会性の変質過程でもある。²⁹

新中国の経済は、これを二つの段階において考察できる。一は一九五二年までの恢復期、二は一九五三年からの発展期である。

恢復期において、国家の任務は破壊された経済生産力を急速に恢復することであつた。このため国家は私人資本主義経済と个体経済の生産性を刺戟し、同時に国营経済、合作社経済を指導的地位に発展させなければならなかつた。私人資本主義経済は利用、制限、改造の過程にありながら幅広い範囲の活動が許され、个体経済も組織化を強化しつつもその独自の活動が支持された。このため資本主義的商品流通法則が作用し、人民幣は資本用具としての社会的機能を發揮していた。

発展期、すなわち計划経済の時期において、国家の任務は大規模な社会主義工業を建設し、農業生産を組織し、私人資本主義経済を徹底的に改造することであつた。このため四種経済成分の生産と商品流通を把握し、監督し、商品と非商品の生産、配合を計划し、国营経済の指導権を確立し、^{どくりつさいさん}経済核算制を強化し、私人資本主義経済を経済計划に服従させ、国家資本主義化する必要があつた。この時期に社会主義的發展法則が作用し、人民幣は計划監督の用具としての社会的機能を働かせている。

要するに恢復期においては計划性の異なる経済成分が存在し、人民幣流通の計划化は困難であるが、発展期においては国营経済が支配的地位に成長し、人民幣流通の計划化が急速に進み、人民幣は国民経済計划化の重要な組成部分をなしているのである。³⁰

(昭和31年 4月30日受理)

29 三木毅，新中国における人民幣デノミネーションについて，京都大学経済論叢，第七七巻，第五号。

30 陳仰青，鄭伯彬，黃元彬，朱紹文，竈一飛，李紫東，共著，關於人民幣的若干理論問題，PP. 24—25。

曾 凌，韓雷共著，一九四八至一九四九年解放区的貨幣流通，經濟研究，第3号，PP. 111—112。

A Constructive Study of the Vector Space of Real Functions

Yoshio Kinokuniya*

Abstract

In this paper the author aims to show his some important results about the vector space of real functions from the standpoint of infinitesimal analysis. The coefficients of a linear combination are especially studied in some details.

1. Preliminaries

When a function $f(x)$ is defined in the form

$$f(x) = \sum_1^{\infty} c_k \varphi_k(x), \quad (1.1)$$

it is very inconvenient if the convergence of the right hand is not given as absolute. So, the summations in this paper are supposed to be absolutely convergent when they are not divergent.

To generalize the formula (1.1), the family of the orthonormal functions $\{\varphi_\alpha\}$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) is given to define a function $f(x)$ in the form as unique representation

$$f(x) = \mathfrak{E}_\alpha c_\alpha \varphi_\alpha(x) \quad (1.2)$$

on condition that

$$\mathfrak{E} c_\alpha \varphi_\alpha(x) = f(x)$$

is convergent; orthonormality of $\{\varphi_\alpha\}$ is given such as

$$(\varphi_\alpha, \varphi_\beta) = 0 \quad \text{when } \alpha \neq \beta$$

and

$$\|\varphi_\alpha\|^2 \equiv (\varphi_\alpha, \varphi_\alpha) = 1$$

in respect to a certain scalar product form (\cdot, \cdot) , which satisfies the conditions: (i) $(f_1 \pm f_2, g) = (f_1, g) \pm (f_2, g)$; (ii) $(f, g) = \overline{(g, f)}$; (iii) $(cf, g) = c(f, g)$.

In this case, we may have an infinitesimal quantity as scalar value, because $(f, \varphi_\beta) = \mathfrak{E} c_\alpha (\varphi_\alpha, \varphi_\beta) = c_\beta \|\varphi_\beta\|^2 = c_\beta$; the investigations are much simpli-

* 紀国谷芳雄

fied if we confine the functions to the type of decomposition

$$f(x) = \mu \sum_{\alpha} \lambda(\alpha) \varphi_{\alpha}(x) + \sum_{\beta} \gamma_{\beta} \varphi_{\beta}(x) \quad (1.3)$$

instead of (1.2), where $\lambda(\alpha)$ and γ_{β} take finite real values for each α, β , and μ indicates an infinitesimal quantity independent of $f(x)$ and α, β .

In this paper, all the functions are given as real functions of a real variable x to make the space V , all the values are expected to be observed as real numbers, and any linear transformation T of V is supposed to be obliged to the following hypothesis: if the relation

$$(Tf, f) = 0$$

is observed for each $f \in V$, it must be

$$T = 0.$$

Then, the condition (ii) is naturally altered by

$$(ii') \quad (f, g) = (g, f),$$

and moreover, it may be proved that if a (linear) transformation T has its adjoint T^* [which is defined by the relation $(Tf, g) = \overline{(f, T^*g)}$], T must be a *symmetric* one, i. e. $T = T^*$.

Besides (1.2), the decomposition formula

$$f(x) = \sum_{\xi} f(\xi) \partial_{\xi} \mathbf{I} \quad (1.4)$$

is adopted, where the symbol $\partial_{\xi} \mathbf{I}$ designates the characteristic function of the point-set (ξ) ; i. e.

$$\partial_{\xi} \mathbf{I}(x) = 0 \quad \text{when } x \neq \xi$$

and $\partial_{\xi} \mathbf{I}(\xi) = 1$. On account of the formula (1.4) the scalar product (f, g) may be symbolically written in the form

$$(f, g) = \sum_{\xi} \sum_{\eta} f(\xi) g(\eta) (\partial_{\xi} \mathbf{I}, \partial_{\eta} \mathbf{I})$$

which leads to the general representation

$$(f, g) = \sum_x \sum_y f(x) g(y) \delta(x, y).$$

If $\delta(x, y) = 0$ when $x \neq y$, the space V is called *canonical*, and then the scalar product (f, g) is given in the form

$$(f, g) = \sum_x f(x) g(x) \delta(x) \quad (1.5)$$

where $\delta(x)$ is a non-negative quantity which may be infinitesimal.

2. Spectral Definition

Let us suppose that all of the functions $\varphi_\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ can be regarded as proper functions with respect to a certain transformation T , and denote the proper value of φ_α by ω_α respectively; i. e.

$$T \varphi_\alpha = \omega_\alpha \varphi_\alpha. \tag{2,1}$$

Then, if we define the transformations E_ω by the formula

$$E_\omega f = \sum_{\omega_\alpha \leq \omega} c_\alpha \varphi_\alpha, \quad (-\infty < \omega < \infty)$$

for the functions $f(x)$ given by (1,2), it can be proved that $\{E_\omega\}$ make a spectral family of T and T may be written in the symbolical form

$$\begin{aligned} T &= \int_{\omega} \omega (E_\omega - E_{\omega-0}) \\ &\equiv \int_{\omega} \omega \delta E_\omega. \end{aligned} \tag{2,2}$$

It is evidently verified that

$$(E_\omega - E_{\omega-0})(E_{\omega'} - E_{\omega'-0})f = 0$$

for any $f(x)$ given by (1,2) when $\omega \neq \omega'$, in regard to the fact: the set M_ω of the values α for which $\omega_\alpha = \omega$, and the set $M_{\omega'}$ of the values α for which $\omega_\alpha = \omega'$ are distinct (i. e. $M_\omega \cap M_{\omega'} = 0$) when $\omega \neq \omega'$. Then, in case $\omega_\alpha \neq \omega_\beta$ when $\alpha \neq \beta$, we have

$$\begin{aligned} (\varphi_\alpha, \varphi_\beta) &= ((E_{\omega_\alpha} - E_{\omega_\alpha-0})f, (E_{\omega_\beta} - E_{\omega_\beta-0})f) \\ &= (f, (E_{\omega_\alpha} - E_{\omega_\alpha-0})^*(E_{\omega_\beta} - E_{\omega_\beta-0})f) \\ &= (f, (E_{\omega_\alpha} - E_{\omega_\alpha-0})(E_{\omega_\beta} - E_{\omega_\beta-0})f) \\ &= (f, 0) = 0 \end{aligned}$$

hence

$$(\varphi_\alpha, \varphi_\beta) = 0, \quad \text{when } \alpha \neq \beta.$$

Therefore, the orthogonality of the family $\{\varphi_\alpha\}$ does not harm the generality of our space V , as long as it accompanies the condition

$$\omega_\alpha \neq \omega_\beta \quad \text{when } \alpha \neq \beta. \tag{2,3}$$

On the above-stated structure, we can inversely define a (linear) trans-

1 This condition may be important to distinguish the class of such transformations from others.

formation T of our space V by the formula (2.1) to be accompanied with the spectral decomposition (2.2), on condition (2.3). Then, if

$$Tf = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} c_{\alpha} \varphi_{\alpha} = \omega f = \omega \sum_{\alpha} c_{\alpha} \varphi_{\alpha},$$

we have

$$\sum_{\alpha} (\omega_{\alpha} - \omega) c_{\alpha} \varphi_{\alpha} = 0.$$

Hence, in accordance to the unicity of the representation of a function by (1.2), it must be

$$(\omega_{\alpha} - \omega) c_{\alpha} = 0 \text{ for each } \alpha,$$

so that there may be no other α for which $c_{\alpha} \neq 0$,² than the values of M_{ω} .

THEOREM. *If T is defined by (2.1), there can be no other proper function than $\{\varphi_{\alpha}\}$ with respect to T , on condition (2.3).*

3. Canonical Space

In this section the canonical space L will be investigated specially in regard to the consistency with the hypothesis: the relation

$$(f_1, g) = (f_2, g) \text{ for each } g \in L \quad (3.1)$$

implies $f_1 = f_2$; this will be called the hypothesis of *weak coincidence*. If there are two functions $f_1, f_2 \in L$ for which $f_1(x) = f_2(x)$ when $x \neq \xi$ and $f_1(\xi) \neq f_2(\xi)$, and the relation (3.1) is satisfied, apparently it must be $\delta(\xi) = 0$. On the other hand, if the above-mentioned hypothesis is demanded to be consistent even in case such two functions belong to L , it is necessary that $|\delta(\xi)| > 0$.

In regard to the unicity of the representation of a function (1.2), it is sufficient for the coincidence $f_1(x) = f_2(x)$ that

$$(f_1, \varphi_{\alpha}) = (f_2, \varphi_{\alpha})$$

for each α . But, in this connexion, difficulty lies in that the quantity $(f, \varphi_{\alpha}) = c_{\alpha}$ is possibly infinitesimal, so that, to avoid the uncertainty, the restricted representation given in (1.3)

² Here, it must be promised that in case $c_{\alpha} = \mu \lambda(\alpha)$ the notations $c_{\alpha} \neq 0$ or $= 0$ mean $\lambda(\alpha) \neq 0$ or $= 0$ respectively.

$$f(x) = \mu \oplus \lambda(\alpha) \varphi_\alpha(x) + \oplus \gamma_\beta \varphi_\beta(x)$$

may be found very convenient, though it gives not a sufficiently general space of functions.

In regard to the representation (1.5), we have

$$\|f\|^2 = \oplus f^2(x) \delta(x).$$

Hereupon, for a set E of x let us define the function

$$\delta(E) = \oplus_{x \in E} \delta(x)$$

which may be called the δ -measure of E . Then, in regard to the step decomposition of $I = (-\infty, \infty)$ according to the values of a function $f(x)$

$$I = I_0 + I_1 + I_2 + \dots$$

where $I_0 = \{x: f(x) = 0\}$, $I_n = \{x: n-1 < |f(x)| \leq n\}$ ($n = 1, 2, \dots$), we have

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n-1)^2 \delta(I_n) \leq \|f\|^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \delta(I_n) \tag{3.2}$$

so that we may have

$$n^2 \delta(I_n) \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty.$$

From the relation (3.2) itself, we directly induce:

THEOREM. *In the canonical space L , if $\|f\|^2 > 0$ it must be that*

$$\delta(S_f) > 0$$

where S_f denotes the least support³ of the function $f(x)$.

The inverse expression of this theorem is: *if $\delta(S_f)$ vanishes, $\|f\|$ vanishes too.*

4. Transformation of $\partial_{\xi} I$

If we aim to find any discriminating discussion on the possibility of a space to be transformed to a canonical space, we may not avoid merely hypothetical conditions which will be imposed on the primitive space with no steady reason based on the construction of the space itself. Accordingly, it may be preferable to start with a canonical space from which the given space is to be investigated as transformed.

³ This is the set in which $f(x)$ does not vanish but out of which $f(x)$ vanishes.

First, let us posit the canonical space \mathbf{L} as imposed by the following group of formulas:

$$(i) \quad (f, g) = \mathfrak{S} f(x)g(x)\delta(x);$$

$$(ii) \quad f(x) = \mathfrak{S} f(\xi)\partial_\xi \mathbf{I};$$

$$(iii) \quad 1 = \mathfrak{S}\delta(x).$$

To elucidate that a quantity q may be infinitesimal but non-negative, we will introduce a symbolical expression

$$q \geq \odot.$$

When q is a non-negative quantity which cannot make any positive quantity by multiplication of any infinity, we will write

$$q = \odot,$$

and when $q \geq \odot$ but $q \neq \odot$ we will write

$$q > \odot.$$

In this paper, we associate the space \mathbf{L} with

$$\delta(x) > \odot.$$

Next, let us take a linear transformation T of \mathbf{L} and write

$$T\partial_\xi \mathbf{I} = \rho_\xi(x),$$

then, applying this on the formula (ii) we have

$$Tf(x) = \mathfrak{S}_\xi f(\xi)\rho_\xi(x).$$

It is evident that $\partial_\xi \mathbf{I} \perp \partial_\eta \mathbf{I}$ for $\xi \neq \eta$ in a canonical space, so that if the transformation T holds this orthogonality as invariant we may go with the formulas:

$$(\partial_\xi \mathbf{I}, \partial_\eta \mathbf{I}) = \odot, \quad (\rho_\xi, \rho_\eta) = \odot \quad \text{for } \xi \neq \eta \quad (4.1)$$

$$\|\partial_\xi \mathbf{I}\| = \sqrt{\delta(\xi)} > \odot, \quad \|\rho_\xi\| > \odot.$$

Let us call such a transformation T a *point-wise orthogonal* transformation, and suppose here T to be so.

On inversion of T , $\partial_\xi \mathbf{I}$ may be expressed in the form

$$\partial_\xi \mathbf{I} = \mathfrak{S}_{\eta \in Y(\xi)} c_{\xi\eta} \rho_\eta(x) \quad (4.2)$$

where $Y(\xi)$ denotes the set of η for which $c_{\xi\eta} \neq \odot$. If $\eta' \in Y(\xi)$, according to (4.1)

we have $(\rho_\eta, \rho_{\eta'}) = \odot$ for each $\eta \in Y(\xi)$ so that, on account of (4.2), $(\partial_\xi \mathbf{I}, \rho_{\eta'}) = \odot$

i.e. we have:

$$Y(\xi) \ni \eta' \rightarrow (\partial_\xi \mathbf{I}, \rho_{\eta'}) = \odot. \quad (4.3)$$

If $\eta \in Y(\xi)$, according to (4.2) we have

$$(\partial_{\xi} \mathbf{I}, \rho_{\eta}) = c_{\xi\eta} \|\rho_{\eta}\|^2. \tag{4.4}$$

In this place, it is very efficient if the symbol \odot conforms to the rule : if $p \neq \odot$ and $q \neq \odot$, then $pq \neq \odot$; let this assumption be called the hypothesis of *algebraic nullity*. If this hypothesis is consistent, (4.4) directly implies $(\partial_{\xi} \mathbf{I}, \rho_{\eta}) \neq \odot$, so that we may have :

$$Y(\xi) \ni \eta \rightarrow (\partial_{\xi} \mathbf{I}, \rho_{\eta}) \neq \odot. \tag{4.5}$$

If $\rho_{\eta_1}(\xi) \neq \odot$, by the definition of $\partial_{\xi} \mathbf{I}(x)$ we see $(\partial_{\xi} \mathbf{I}, \rho_{\eta_1}) = \rho_{\eta_1}(\xi) \delta(\xi) \neq \odot$. Then, in regard to (4.3) and (4.5), we see $\eta_1 \in Y(\xi)$. Consequently we have :

THEOREM. *Let the transformation T be point-wise orthogonal in the canonical space L , with respect to the symbol \odot conforms to the hypothesis of algebraic nullity, and $Y(\xi)$ be the set of the values of η for which $c_{\xi\eta} \neq \odot$ in the expression (4.2); then $Y(\xi)$ is the total aggregation of the values of η for which $(\partial_{\xi} \mathbf{I}, \rho_{\eta}) \neq \odot$ (i. e. $\partial_{\xi} \mathbf{I} \perp \rho_{\eta}$), and moreover $Y(\xi)$ is the total aggregation of the values of η for which $\rho_{\eta}(\xi) \neq \odot$.*

We have the relation

$$Y(\xi) = \sum_0^{\infty} E_k$$

on the assignations : $E_0 = \{ \eta : \delta(\xi) < c_{\xi\eta}^2 \|\rho_{\eta}\|^2 \leq \infty \}$, and $E_k = \left\{ \eta : \frac{\delta(\xi)}{k+1} < c_{\xi\eta}^2 \|\rho_{\eta}\|^2 \leq \frac{\delta(\xi)}{k} \right\}$ ($k=1, 2, \dots$). Besides, as

$$\delta(\xi) = \bigoplus_{\eta} c_{\xi\eta}^2 \|\rho_{\eta}\|^2,$$

we directly see that each of E_k consists of a finite number of elements ($k=0, 1, 2, \dots$). Hence $Y(\xi)$ is found to be a set at most enumerable when

$$Y(\xi) = \sum_0^{\infty} E_k.$$

This relation may be a trivial one, when $\delta(x)$ is given as a finite positive quantity as well as $c_{\xi\eta}^2$ and $\|\rho_{\eta}\|^2$, but it may not be generally brought about when $\delta(x)$ is allowed to be infinitesimal. Hence, this relation may be regarded as a sort of equi-measure condition between the systems $\{\partial_{\xi} \mathbf{I}\}$ and $\{\rho_{\xi}\}$.

Mathematical Seminar

in the Muroran Univ. Eng., Hokkaido

(Received April 11, 1956)

昭和三十一年十二月十五日印刷
昭和三十一年十二月二十日発行

〔非売品〕

編輯兼
發行者 室蘭工業大學

東京都千代田区霞ヶ関三ノ四(文部省内)

印刷者 本 井 喜 一

東京都千代田区霞ヶ関三ノ四(文部省内)

印刷所 文教協会印刷部

CONTENTS

Vol. 2. No. 2

JUNE 1956

Whole No. 7

	page
The Rate of Air Oxidation of Ethylene by the Unpromoted Silver Catalyst..... H. Kano & T. Kanazuka	1
Investigations of Stainless Steel Oven corroded on Sulfur Smelting K. Nishida	9
Calculation for Adjustment of plane Triangulation Nets K. Morita	31
Calculation for Adjustment of Level Net K. Morita	107
On Applications of Finite Fourier Transformation to Problems in Thin Plate and Plane Elasticity S. Nomachi	123
On the Stresses of Beam under Surface Traction Normal and Tangential to its Axis S. Nomachi & N. Sugawara	143
Foundamental Studies on the Deflection Theory of Beam..... S. Nakamura	151
Single-phase Short-circuit Theories on Series-capacitor Compensated Systems and Treatment of General Asymmetrical Circuits ... G. Miura	173
Transformation Theory of Fundamental Equations on Salient-pole Alternator Systems G. Miura	195
On the Method of Driving the Magnetostriction Vibrator with a Single Pulse Current J. Futatsugi & S. Akiyama	207
On Some Properties of Steels at Low Temperatures... M. Naito & K. Kikuchi	217
On the Selection of Bimetallic Electrodes for the Potentiometric Titration-in Neutralization (strong acid-weak base, weak acid-strong base)..... K. Ueno & T. Tachikawa	227
Paper-currencies in China T. Miki	243
Issue and Circulation of People's Notes in New China T. Miki	257
A Constructive Study of the Vector Space of Real Functions Y. Kinokuniya	271