

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

Disertační práce

BRNO 2013

MAREK CHRASTINA



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



Studium rychlých změn jasnosti interagujících dvojhvězd

Disertační práce

Marek Chrastina

ŠKOLITEL: prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

BRNO 2013

Bibliografický záznam

Autor:	Mgr. Marek Chrastina Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
Název disertační práce:	Studium rychlých změn jasnosti interagujících dvojhvězd
Studijní program:	PřF D-FY4 Fyzika (čtyřleté)
Studijní obor:	PřF TEFY Teoretická fyzika a astrofyzika
Školitel:	prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
Rok obhajoby:	2013
Počet stran:	121
Klíčová slova:	Dvojhvězdy, interagující dvojhvězdy, kataklizmatické proměnné hvězdy, symbiotické proměnné hvězdy, flickering, CCD, fotometrie, světelné křivky, O-C diagram, FITS

Bibliographic entry

Author: Mgr. Marek Chrastina
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of dissertation: Study of fast light changes of interacting binaries

Degree programme: PřF D-FY4 Fyzika (čtyřleté)

Field of study: PřF TEFY Teoretická fyzika a astrofyzika

Supervisor: prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Year of defence: 2013

Number of pages: 121

Keywords: Binary stars, interacting binaries, cataclysmic variable stars, symbiotic stars, flickering, CCD, photometry, light curves, O-C diagram, FITS

Copyright

Táto práca je napísaná v systéme $\text{T}_\text{E}\text{X}/\text{L}^{\text{A}}\text{T}_\text{E}\text{X}$.

Čestné prohlášení

Týmto prehlasujem, že som dizertačnú prácu vypracoval samostatne iba s použitím uvedenej literatúry a s odbornou pomocou školiteľa.

Brno, 2013

Marek Chrastina

Poděkování

Touto cestou sa chcem poďakovať svojmu školiteľovi prof. RNDr. Zdenkovi Mikuláškov, CSc. za odborné vedenie a pomoc pri vypracovaní tejto práce. Tiež by som sa rád poďakoval všetkým kolegom z Ústavu teoretickej fyziky a astrofyziky za odborné konzultácie. V neposlednom rade sa chcem poďakovať svojej rodine a všetkým, ktorí svojim prístupom prispeli k vytvoreniu priaznivých podmienok pre vznik tejto práce.

Brno, 2013
Marek Chrastina

Abstrakt

V dizertačnej práci sa venujem CCD fotometrii premenných hviezd. Interagujúce sústavy sú charakteristické prenosom hmoty a prítomnosťou akréčneho disku a okolohviezdnej obálky. Fotometricky sa tieto štruktúry môžu prejavovať nepravidelnými rýchlymi variáciami jasnosti s malými amplitúdami, tzv. flickeringom. Observačne je jav málo preskúmaný. Získal som rozsiahly vlastný pozorovací materiál pre symbiotické sústavy Z And, CH Cyg, T CrB a pre niekoľko ďalších premenných hviezd. Na analýze pozorovaní QR And som ukázal štatistické metódy použiteľné pri štúdiu flickeringu. Rýchle variácie som zaznamenal počas dvoch posledných vzplanutí Z And, naproti tomu pri zjasnení CH Cyg som ich nepozoroval. Rozptyl získaných dát ostatných skúmaných sústav je na úrovni očakávaných amplitúd flickeringu, avšak dáta obsahujú viac informácií a poslúžili pri štúdiu ďalších javov a do dlhodobých svetelných kriviek.

Pri skúmaní malých amplitúd musíme poznať vlastnosti prístrojov a preto som analyzoval geometrickú štruktúru čipov, časové a teplotné závislosti biasu, temného prúdu, vyčítaacieho šumu a gainu CCD kamier SBIG ST-8XME a ST-8XE, s ktorými som pozoroval. Výsledky, vlastné výpočtové skripty a ucelený výklad základov CCD fotometrie predkladám v elektronických častiach práce na adrese <http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>.

Celkovo som získal svetelné krivky pre 116 premenných hviezd počas 277 nocí. Objavil som 4 nové premenné hviezdy a premennosť jednej hviezdy som potvrdil. Analyzoval som pozorovania centrálného objektu planetárnej hmloviny Sh2-71 a určil som efemeridy a fyzikálne parametre niekoľkých zákrytových sústav. Spracovanie observačných dát vyžaduje archiváciu snímok. V ČR dosiaľ chýbal archív originálnych CCD pozorovaní a preto som založil MUNI FITS Photometric Archive, ktorý bude slúžiť na online zálohovanie snímok v jednotnom formáte, umožní ľahké vyhľadávanie a poskytne možnosti spracovania dát. Pripravil som základný balík skriptov, definoval som pevnú štruktúru formátu FITS, syntax jeho hlavičky a sadu kľúčových slov s jednoznačným významom.

Pozorovania zákrytových sústav som využil na riešenie štyroch astrofyzikálnych úloh: fázovanie svetelných kriviek so spresňovaním efemeríd, určovanie okamihov miním a konštrukciu O-C diagramov, riešenie apsidálneho pohybu a efektu tretieho telesa. Metóda regresnej analýzy umožňuje preložiť dátami modelovú funkciu a nájsť optimálne hodnoty jej volných parametrov. Genetické algoritmy umožňujú vyhľadať počiatočné riešenie v oblasti globálneho minima regresného modelu. Obe metódy predstavujú nový prístup k analýze pozorovacích dát, na výpočty som však musel vytvoriť vlastné skripty. Regresnú analýzu O-C diagramov som úspešne použil pre sústavy s apsidálnym pohybom CO Lac a MZ Lac. Riešením Keplerovej rovnice som regresne určil elementy tretieho telesa AR Aur. Rozdiel v použití nového prístupu a tradičných metód som ukázal na príklade určovania okamihov miním metódou Kwee-Van Woerden.

Abstract

My dissertation thesis presents CCD photometry of variable stars. Mass transfer between components and presence of accretion disk and circumstellar matter are typical features in interacting binaries. They were suggested to be responsible for fast irregular short-time-scale light variations with low amplitudes, so-called flickering. There are just few observational studies of the phenomenon. I obtained large observational data for symbiotic stars: Z And, CH Cyg and T Crb and for some other variables. Statistical methods for flickering study are introduced on QR And data. During last two outbursts of Z And I detected rapid light variations. On the other hand, during CH Cyg brightening light curves showed no such variations. Data scatter in observations of other variables was on the same level as expected amplitude of flickering, but the data contained much more information and I used them for other phenomena studies and for long-term light curves.

Features of instruments have to be known for the low amplitude light variation studies. I made the analysis of geometric structure of chips, statistical features, temperature and time dependences of bias, dark current and readout noise of SBIG ST-8XME and ST-8XE CCD cameras, which I used for variable star observations. Results, developed scripts and basic explanation of CCD photometry are introduced and they are available in electronic parts of the thesis on adress <http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>.

I obtained total number of 116 light curves during 277 nights. I discovered 4 new variables and I confirmed variability of one star. I analysed observations of central object of planetary nebula Sh2-71. Ephemeris and physical parameters of some binaries were determined. Storage area for CCD frames is required, if we are processing the data. There was no archive to store original frames in the Czech Republic, thus I established MUNI FITS Photometric Archive. Frames could be online stored in single data format. Data could be easily found and processed, basic scripts have to be developed as well. Structure of FITS format was introduced, mainly definition of header and set of fixed keywords.

Binary star observations were used to solve four astrophysical tasks: light curve phasing and ephemeris finding, mid-eclipse time determination and O-C diagram calculation, solution of apsidal motion and light time effect. Regression analysis allows to fit data with model function and it could to find optimal values of free parameters. Genetic algorithms allow to search for initial solution at global minimum of regression model. Both methods represent new approach to observational data analysis, however, I have to develop scripts for calculations. I was succeeded with using O-C diagram regression analysis on CO Lac and MZ Lac, variables showing apsidal motion. By solving Kepler equation regression solution was found for third body of AR Aur. Orbital elements were calculated as well. New approach was compared to traditional methods, taking as an example the mid-eclipse time determination by Kwee-Van Woerden method.

Zadání práce

Stručná charakteristika tématu: Některé z interagujících dvojhvězd vykazují stochastické a kvaziperiodické změny jasnosti v časové škále sekund až minut, které nazýváme mihotání, neboli flickering. Mihotání se s největší pravděpodobností týká dominantního zdroje světla v soustavě. Může jím být nestabilní horká skvrna v akrečním disku kolem primární složky, ale i jiné součásti hvězdného systému. Mechanismus flickeringu zatím není řádně prozkoumán.

Vytipování možných fyzikálních příčin způsobujících flickering a správné umístění proměnného zdroje světla v soustavě je nezbytným předpokladem k sestavení realistického modelu studovaných interagujících hvězdných systémů a k pochopení dějů, které zde probíhají. Studium energetické bilance flickeringu a jeho výskyt v různých stádiích aktivity pak může odhalit povahu vývoje hvězdných soustav i akrečního disku, který je jejich součástí.

Cíl práce: Komplexní studium rychlých změn jasnosti interagujících systémů s využitím vlastních fotometrických pozorovacích dat. Studium zaměřit také na problematiku vlastního sběru pozorovacích dat. Při analýze souvislosti mezi charakteristikami mihotání a charakteristikami jednotlivých studovaných soustav by se měly přednostně použít nové progresivní metody zpracování, jako jsou waveletová a komponentová analýza.

Návrh pozorování: Fotometrická pozorování vybraných dvojhvězdných systémů (mj. rekurentích nov T CrB, RS Oph, V1017 Sgr) budou prováděna především 0,6-m dalekohledem observatoře v Hlohovci, vybaveného CCD kamerou a filtry rozšířeného Johnsonova fotometrického systému. Dále se využijí dostupné zdroje spektroskopických a fotometrických dat z družic a celooblohových přehlídek v různých oblastech.

Seznam literatury: [1] Szász, G., Chrastina, M. a Petřík, K. 2003: Úprava softvéru pre fotometriu v Hlohovci, Perseus 6/2003, pp. 14-19. [2] Chrastina, M., Szász, G. Petřík, K a Hric, L. 2005: Fotometria premenných hviezd v Hlohovci IV. Veľmi mäkký röntgenový zdroj QR And., Perseus 1/2005. [3] Chrastina, M. 2005: Meranie vybraných meteorologických prvkov elektronickou cestou a aplikovanie vo fotometrii premenných hviezd, ŠVOČ, FMFI UK Bratislava [4] Chrastina, M. 2005: Štúdium veľmi mäkkého röntgenového zdroja QR Andromedae, Diplomová práca, FMFI UK Bratislava [5] Chrastina, M., Szász, G., Petřík, K. a Hric, L. 2005: Veľmi mäkké röntgenové zdroje., Perseus 1/2005 [6] Petřík, K., Szász, G. a Chrastina, M. 2005: Fotometria premenných hviezd v Hlohovci I. Aparatúra., Perseus 1/2005.

Publikace

Pribulla, T., Baluđanský, D., Chochol, D., Chrastina, M., Parimucha, Š ., Petřík, K., Szász, G., Vaňko, M. & Zboril, M. 2005, *New Minima of Selected Eclipsing Close Binaries*, IBVS, 5668, 1

počet citací: 37

Chrastina, M., Szász, G., Petřík, K. & Hric, L. 2006, *Updated ephemeris, (O-C) diagrams and light fluctuations of the supersoft X-ray source QR And*, in Proceedings of the 37th Conference on Variable Stars Research, ed. by L. Brát, OEJV, 23, 78

počet citací: 1

Szász, G., Chrastina, M., Petřík, K. & Hric, L. 2006, *Photometry of the supersoft X-ray source V Sagittae during its large outburst in 2004*, in Proceedings of the 37th Conference on Variable Stars Research, ed. by L. Brát, OEJV, 23, 80

počet citací: 1

Parimucha, Š ., Vaňko, M., Pribulla, T., Hambálek, L., Dubovský, P., Baluđanský, D., Petřík, K., Chrastina, M. & Urbančok, L. 2007, *New Time Minima of Selected Eclipsing Binaries*, IBVS, 5777, 1

počet citací: 22

Chrastina, M. 2007, *Záludnosti CCD fotometrie*, Zborník z konferencie o úspechoch stelárnej astronómie, Bezovec, 17

Chrastina, M. & Hroch, F. 2008, *CCD Photometry: Measurement uncertainty*, in Proceedings of the 39th Conference on Variable Stars Research, OEJV, 95, 21

Skopal, A., Chrastina, M., Mikulášek, Z., Dubovský, P. A., Kudzej, I. & Vadila, P. 2008 *On a disk-jet connection during the 2006-outburst of the symbiotic prototype Z Andromedae*, submitted to Proceedings of "Interacting binaries: Accretion and Synchronization" held in the Crimean Astrophysical Observatory (Nauchny, Crimea, Ukraine) on June 20-26, 2008. ASP Conference Series

Skopal, A., Pribulla, T., Budaj, J., Vittone, A. A., Errico, L., Wolf, M., Otsuka, M., Chrastina, M. & Mikulášek, Z. 2009, *Transient Jets in the Symbiotic Prototype Z Andromedae*, ApJ, 690, 1222

počet citací: 16

Wolf, M., Šmelcer, L., Kučáková, H., Hynek, T., Onderková, K., Svoboda, P. & Chrastina, M. 2010, *Rapid apsidal motion in V381 Cassiopeiae*, New A, 15, 6, 530

počet citací: 1

Kocián, R., Plávalová, E., Solovaya, N. A., Pittich, E. M., Kiyeva, O. V., Šmelcer, L., Zasche, P., Šimon, V., Polášek, C., Jelínek, M., Hudec, R., Štrobl, Chrastina, M., Zejda, M. & Mikulášek, Z. 2010, *What shall we do with photometric data?*, Proceedings of the 41st Conference on Variable Stars Research, OEJV, 125, 29

Wolf, M., Zejda, M., Mikulášek, Z., Janík, J., Chrastina, M., Skarka, M., Drozdź, M. & Kreiner, J. 2010, *NSVS 1065 3195 Ser: A New Low-Mass Binary*, in Proceedings of "Binaries - key to comprehension of the universe", ed. by A. Prša & M. Zejda, ASP Conference Series, 435, 441

počet citací: 1

Chrastina, M., Zejda, M. & Mikulášek, Z. 2010, *MUNI-FITS-Utills*, in Proceedings of "Binaries - key to comprehension of the universe", ed. by A. Prša & M. Zejda, ASP Conference Series, 435, 83

počet citací: 1

Mikulášek, Z., Žižňovský, J., Zejda, M., Zverko, J., Hubrig, S., Krtička, J., Dubovský, P. A., Gazeas, K., Zoła, S., Ogłóza, W., Albayrak, B., Chrastina, M., Gráf, T., Janík, J., Kudzej, I. 2010, *The Triple Star AR Aurigae*, in Proceedings of International Conference held the Special Astrophysical Observatory of the Russian AS, ed. by I. I. Romanyuk & D. O. Kudryavtsev, 431

Chrastina, M., Zejda, M., Mikulášek, Z. 2012, *The MUNI Photometric Archive*, in Proceedings of "From Interacting Binaries to Exoplanets: Essential Modeling Tools", Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 282, 205

Wolf, M., Zasche, P., Hornoch, K., Chrastina, M., Janík, J., Zejda, M. 2012, *NSVS 01031772 Cam: a new loss-mass triple?*, in Proceedings of "From Interacting Binaries to Exoplanets: Essential Modeling Tools", Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 282, 490

Mikulášek, Z., Chrastina, M., Žižňovský, J., Zejda, M., Gráf, T., Zverko, J., Janík, J., Pejcha, O., Dubovský, P. A., Zhu, L.-Y., Qian, S.-B., Zoła, S., Kudzej, I., *AR Aurigae as a tester of novel approaches to the LiTE analysis and mid-eclipse time determination*, v přípravě

Pedagogická činnost

Výuka

2006/2007

- PŘF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PŘF:F1421 Základní matematické metody ve fyzice 1, 3/1, KZ, 1 seminární skupina
- PŘF:F2422 Základní matematické metody ve fyzice 2, 3/1, KZ, 1 seminární skupina

2007/2008

- PŘF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PŘF:F1421 Základní matematické metody ve fyzice 1, 3/1, KZ, 2 seminární skupiny
- PŘF:F2422 Základní matematické metody ve fyzice 2, 3/1, KZ, 2 seminární skupiny

2008/2009

- PŘF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PŘF:F1421 Základní matematické metody ve fyzice 1, 3/1, KZ, 1 seminární skupina
- PŘF:F2422 Základní matematické metody ve fyzice 2, 3/1, KZ, 1 seminární skupina

2009/2010

- PŘF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PŘF:F2712 Matematika 2, 4/3, ZK, 1 seminární skupina
- PŘF:F1421 Základní matematické metody ve fyzice 1, 3/1, KZ, 2 seminární skupiny
- PŘF:F2422 Základní matematické metody ve fyzice 2, 3/1, KZ, 2 seminární skupiny

2010/2011

- PřF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PřF:F7581 Praktická astrofyzika - základy, 2/2, KZ, výuka některých částí
- PřF:F1422 Početní praktikum 1, 0/3, KZ, 1 seminární skupina
- PřF:F2423 Početní praktikum 2, 0/3, KZ, 1 seminární skupina

2011/2012

- PřF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PřF:F7581 Praktická astrofyzika - základy, 2/2, KZ, výuka některých částí
- PřF:F8582 Praktická astrofyzika - pokročilé metody, 1/1, KZ, výuka některých částí
- PřF:F0020 Podzimní astronomický kurs, blokově, Z, výuka některých částí
- PřF:F1422 Početní praktikum 1, 0/3, KZ, 2 seminární skupiny
- PřF:F2423 Početní praktikum 2, 0/3, KZ, 2 seminární skupiny

2012/2013

- PřF:F0010 Přípravný kurz ke studiu, blokově, Z, výuka některých částí
- PřF:F0020 Podzimní astronomický kurs, blokově, Z, výuka některých částí
- PřF:F1422 Početní praktikum 1, 0/3, KZ, 1 seminární skupina
- PřF:F2423 Početní praktikum 2, 0/3, KZ, 2 seminární skupiny

Studijní materiály

Chrastina, M. 2011, *Početní praktikum. Zbierka príkladov*, Masarykova univerzita,
URL: <http://physics.muni.cz/~chm/>

Chrastina, M. a Mikulášek, Z. 2012, *Praktická astrofyzika - pokročilé metody. Řešení příkladů*, Masarykova univerzita,
URL: <http://physics.muni.cz/~chm/>

Oponentúry

Skarka, M. 2008, bakalářská práce PřF MU Brno, Interpretace světelné křivky krátkoperiodické proměnné hvězdy VW Bootis

Liška, J. 2009, diplomová práce PřF MU Brno, Komplexní studium dvojhvězdy UX UMa

Květoň, J. 2011, bakalářská práce PřF MU Brno, Přesnost fotometrie v závislosti na expoziční době

Konzultace závěrečných prací

Lényi, P. 2013, diplomová práce FI MU Brno, Rozhraní Virtuální Observatoře pro fotometrický archiv CCD snímků

Svobodová, R. 2012, bakalářská práce PřF MU Brno, Dvojhvězdy nízké hmotnosti

Hudeček, J., R. 2012, bakalářská práce PřF MU Brno, Dvojhvězdy nízké hmotnosti

Nagy, T. 2012, diplomová práce PřF MU Brno, Meranie oblačnosti v infračervenej oblasti spektra

Projekty a granty

GA ČR 205/08/H005, Fyzika Slunce, hvězd a hvězdných soustav

MŠMT MEB051018, Dvojhvězdnost - nástroj pro studium hvězdných charakteristik

GA AV IAA301630901, Rozložení energie ve spektru horkých hvězd a jeho proměnnost

Masarykova univerzita MUNI/A/0968/2009, Fyzika hvězd a hvězdných soustav

MŠMT CZ.1.07/2.3.00/09.0192, Systematické komplexní vzdělávání pracovníků VaV v oblastech širší problematiky řízení VaV jako nezbytný prvek efektivity výzkumu

GAP 209/12/0217, Multispektrální proměnnost horkých hvězd a její příčiny

MŠMT 7AMB12AT003, Proměnné hvězdy v otevřených hvězdokupách

Obsah

1	Pozorovania a spracovanie dát	1
1.1	Pozorovania	2
1.2	Parametre observatórií	9
1.3	Spracovanie pozorovaní	10
1.4	Pozorovací denník a záznam o spracovaní dát	13
2	Interagujúce premenné hviezdy a flickering	26
2.1	QR And - prvý pokus	29
2.1.1	Vlnková transformácia a nelineárna analýza	30
2.1.2	Výsledky	31
2.2	Z And	37
2.3	Flickering interagujúcich sústav	41
3	Metódy analýzy fotometrických dát	44
3.1	Regresná analýza	45
3.2	Genetické algoritmy	48
3.3	Zaokrúhľovanie a šírenie neistôt	50
3.4	Periódová analýza a modelovanie svetelnej krivky	51
3.5	Okamihy miním a O-C diagramy	56
3.6	Apsidálny pohyb	58
3.7	Efekt tretieho telesa	62
4	Premenné hviezdy ďalších typov	65
4.1	V1710 Aql	66
4.1.1	GSC2 N02013121751	67
4.2	V631 Aql	69
4.2.1	GSC 01064-04398	70
4.3	GV Cyg	72
4.3.1	USNO-B1.0 1370-0515181	74
4.4	V859 Cyg	75
4.4.1	USNO-B1.0 1189-0356565	75
4.4.2	2MASS J19272179+2857291	77
4.5	CO Lac	80
4.6	MZ Lac	81
4.6.1	DG Lac	85

4.6.2	USNO-B1.0 1437-0410375	88
4.7	AR Aur	90
	Literatúra	103

Kapitola 1

Pozorovania a spracovanie dát

Vo svojej dizertačnej práci sa venujem CCD fotometrii premenných hviezd a zameriam sa na observačné štúdium rýchlych zmien jasnosti (flickeringu) interagujúcich premenných hviezd. Pozorovať som začal už v roku 2003 na Hvezdárni a planetáriu Hlohovec v rámci svojej diplomovej práce (Chrastina 2005) a v pôvodnom pláne dizertačnej práce bolo pokračovať v pozorovaniach v Hlohovci. Po mojom príchode na MU sa čoskoro ukázalo, že nebude možné skombinovať povinnosti a pracovné úlohy na fakulte spolu s pozorovaniami v Hlohovci. Cestovanie je finančne nákladné a časovo náročné a preto som radšej využil pozorovacie zázemie v Brne predovšetkým prístrojové vybavenie MU. Vlastné pozorovania na svoju dizertačnú prácu som získaval v rokoch 2006–2011 na Observatóriu Masarykovej univerzity, Hvezdárni a planetáriu Brno a pre sústavu QR And (viď časť 2.1) som využil ešte aj svoje staršie pozorovania z Hvezdárne a planetária Hlohovec. Parametre pozorovacích stanovišť a ich prístrojového vybavenia uvádzam v časti 1.2.

Flickering je charakteristický malými amplitúdami zmien jasnosti a ich krátkou časovou škálou (viď kap. 2). Vzhľadom na to, ho je možné pozorovať iba počas tzv. fotometrických nocí, t. j. bezmesačných a predovšetkým bezoblačných nocí, kedy získané svetelné krivky nie sú ovplyvnené týmito vonkajšími javmi. Geoklimatická poloha Brna však takýchto nocí poskytuje iba niekoľko do roka. Na druhej strane je každé pozorovanie premennej hviezdy unikátne, neopakovateľné a preto nesmierne cenné. Na dôkaz tohto tvrdenia si stačí zalistovať napr. v Atlase O-C diagramov zákrytových dvojhviezd (Kreiner et al. 2001). Naše možnosti analýz, skúmania a získania fyzikálnych údajov by mohli byť značne vyššie, ak by nebolo tých „prázdnych miest“ v diagramoch mnohých hviezd. Preto som chcel na pozorovania využiť aj menej kvalitné noci a svoj pozorovací program som rozšíril o zákrytové sústavy (viď kap. 4 a elektronická časť Pozorovací denník a záznam o spracovaní dát). Amplitúdy a časové škály ich fotometrických zmien sú zvyčajne väčšie a preto ich svetelné krivky nie sú natoľko ovplyvnené okolitými podmienkami a umožňujú získať hodnotné pozorovania aj počas nefotometrických nocí.

Na Hvezdárni a planetáriu Brno¹ som mal možnosť pozorovať iba krátke obdobie od mája 2009 do augusta 2010. Pozorovania prebiehali za bežnej prevádzky hvezdárne, čo znamená, že som mohol pozorovať až po ukončení programu pre návštevníkov hvezdárne, čím som vždy prišiel o časť noci. Na druhej strane nejaký pozorovací čas je určite lepší než žiadny, využil som možnosť ako získať ďalší pozorovací materiál a hlavne išlo o efektívnej-

¹V dobe mojich pozorovaní niesla inštitúcia názov Hvězdárna a planetárium Mikuláše Koperníka v Brně

šie využitie nocí strávených pod nočnou oblohou. Je totiž fakt, že ak porovnáme nároky kladené na pozorovateľa, tak oproti starším pozorovacím technikám sú CCD pozorovania relatívne nenáročné. Pozorovacie stanovištia MUO a HaP sú v jednej lokalite, vzdialené od seba iba niekoľko desiatok metrov a skúsený pozorovateľ zvládne súčasnú obsluhu aj niekoľkých prístrojov vybavených na CCD fotometriu.

Najviac pozorovaní sa mi podarilo získať na Observatóriu Masarykovej univerzity. Podľa počtu nocí až 75 %, čo ukazuje na ústretovosť v pridelovaní pozorovacieho času ale aj na dominantný vplyv na moju dizertačnú prácu. Technický stav observatória a jeho prístrojového vybavenia v dobe mojich pozorovaní nebol optimálny, ovplyvnil získané dáta a podnietil niekoľko zmien v mojej dizertačnej práci. Tému sa bližšie venujem v časti 1.1 a aj napriek uvedeným ťažkostiam môžem konštatovať, že som získal rozsiahly a fyzikálne zaujímavý pozorovací materiál. V tab. 1.1 uvádzam súhrnnú štatistiku svojich pozorovaní z Brna.

Tab. 1.1: Štatistika vlastných pozorovaní z Brna.

observatórium	počet nocí	čistá doba pozorovaní
HaP	59	15 d 23 h 35 m 51 s
MUO1	46	13 d 16 h 02 m 33 s
MUO2	172	62 d 23 h 52 m 17 s

Celkovo som získal fotometrické merania počas 277 nocí. Všetky pozorovania som spracoval metódou apertúrnej diferenciálnej fotometrie (časť Hlava, kap. 1.4) a získal som svetelné krivky celkovo pre 116 premenných hviezd. Objavil som 4 nové premenné hviezdy a premennosť jednej hviezdy som potvrdil (viď kap. 4). V dizertačnej práci som analyzoval iba časť pozorovaní a tie uvádzam v časti 1.4 a kap. 4. Zvyšnú časť získaného observačného materiálu, vzhľadom na jeho rozsiahlosť a ekologický prístup, predkladám len v elektronickej podobe v časti s názvom Pozorovací denník a záznam o spracovaní dát na adrese:

<http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>.

Pri redukcii a spracovaní CCD meraní som použil výhradne metódu apertúrnej diferenciálnej fotometrie (viď časť 1.3). Každá metóda má svoje klady a zápory. Použitie jednej metódy má výhodu v tom, že poskytuje konzistentnú sadu fyzikálnych meraní, ku ktorej je možné pristupovať štatisticky a dá sa tak redukovať vplyv obmedzení danej metódy. Ak sa merania spracujú pomocou niekoľkých rôznych metód, tak sa do výsledného súboru zavedie heterogenita, ktorej vplyv sa vyhodnocuje podstatne ťažšie. Pri štúdiu tak zložitých observačných javov akým je napr. flickering, je lepšie použiť jednu metódu a získať homogénny súbor dát než niekoľko metód s neznámym štatistickým vplyvom.

1.1 Pozorovania

Moja dizertačná práca má observačné zameranie a je relevantné opísať pozorovacie podmienky, pretože určujú možnosti pozorovacieho programu a fyzikálne vlastnosti získaných dát. Zistil som, že je treba sa naozaj detailne zaoberať vlastnosťami prístrojovej techniky

a metódami redukcie a spracovania dát. Astronóm sa nesmie uspokojiť s hodnotami udávanými výrobcom, pretože zväčša nie sú kompletne a môžu obsahovať nepresnosti, presne tak ako redukčný a spracovateľský software. Na MUO mi bolo umožnené detailne preskúmať vlastnosti a parametre prístrojov, vďaka čomu som viedol pozorovania efektívnejšie a prinieslo to tiež mnoho ďalších výsledkov do mojej dizertačnej práce. Z vlastných pozorovateľských skúseností som zistil, že je nevyhnutné dobre rozumieť CCD technológii, procesu získavania snímok, fotometrickým filtrom, redukčným metódam, odhadu šumu a vnútorných neistôt pozorovaní a apertúrnej diferenciálnej fotometrii. Bez týchto znalostí nie je možné viesť pozorovania efektívne ani ich korektne spracovať. Úžitok zo získaných vedomostí som završil spísaním uceleného výkladu základov CCD fotometrie, ktorý z úsporných dôvodov predkladám len v elektronickej podobe (časť Hlava, kap. 1) na adrese:

<http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>.

Takto rozsiahla práca v slovenčine aj češtine dosiaľ chýbala a mohla by slúžiť ako študijný materiál pre všetkých, ktorí by sa chceli s témou oboznámiť. Dôraz kladiem na výklad vlastností a parametrov CCD, pretože ich pochopenie je kľúčovým prvkom pri získavaní kvalitných pozorovacích dát. Značné úsilie som venoval premeraniu CCD kamier SBIG ST-8XME a ST-8XE, s ktorými som pozoroval. Analyzoval som geometrickú štruktúru čipov, štatistické vlastnosti, časové a teplotné závislosti biasu, temného prúdu, vyčítavacieho šumu a gainu. Postupy svojich meraní som zdokumentoval a zároveň som na potrebné výpočty a prácu so snímkami vytvoril sadu skriptov (časť Hlava, kap. 4.3). Určil som napr. použiteľný dynamický rozsah kamery s antibloomingovými bránami (časť Hlava, kap. 3). Výrobca totiž hodnotu, pri ktorej sa brány uvedú do činnosti, vôbec neuvádza.

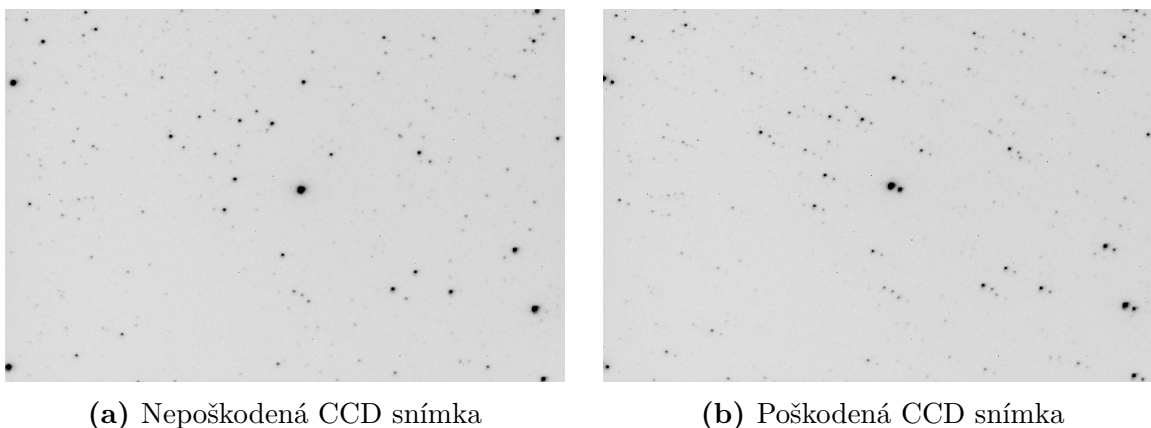
Univerzitné observatórium rovnako ako aj brnianska hvezdáreň sa nachádzajú v centrálnej časti Brna, takže obe pracoviská trpia značne veľkým svetelným znečistením a to hlavne na južnej strane, kde sa pozoruje najviac. Technický stav observatória a prístrojového vybavenia na začiatku mojich pozorovaní nebol dobrý, ale postupom času sa zlepšoval. Počas mojej práce došlo k dvom veľkým rekonštrukciám, rekonštrukcii kupole a neskôr ďalekohľadu, jeho montáže a ovládania. Každá z nich znamenala 3/4 ročnú odstavku pozorovaní, na druhej strane však vždy zlepšila stav prístroja a tým aj pozorovacie možnosti.

Odrasné plochy ďalekohľadu na MUO boli zaprášané, nachádzali sa na nich trvalé nečistoty a korózne vrstvy. Dôsledkom bol vyšší rozptyl svetla, čo efektívne viedlo k nižšej limitnej hviezdnej veľkosti resp. nutnosti používania dlhších expozičných dôb, čím sa znižovalo časové rozlíšenie dát. Pre hviezdne veľkosti $V \sim 14$ mag sa pri 60 s expozičii dosahoval veľmi nízky pomer $S/N \sim 2,5:1$, takže získané dáta boli značne zašumené. Na ozubených kolesách montáže ďalekohľadu dochádzalo často k prešmykom. Na obr. 1.1a je zobrazená bezchybná snímka, naproti tomu na obr. 1.1b je vidno snímku poškodenú „skokom“ montáže. K javu dochádzalo tak často, že dlhšie ako 60 s expozičné doby boli prakticky nepoužiteľné. Poškodené snímky sú ťažko spracovateľné, preto vznikali v časových radoch pozorovaní diery, ktoré komplikovali analýzu takých javov ako napr. flickering. Sekundárne zrkadlo bolo ukotvené príliš blízko okraja tubusu, čo spôsobovalo vnikanie bočného svetla. Samozrejme najviac sa to prejavilo pri pozorovaniach v blízkosti mesiaca vo vysokej fáze (viď obr. 1.2).

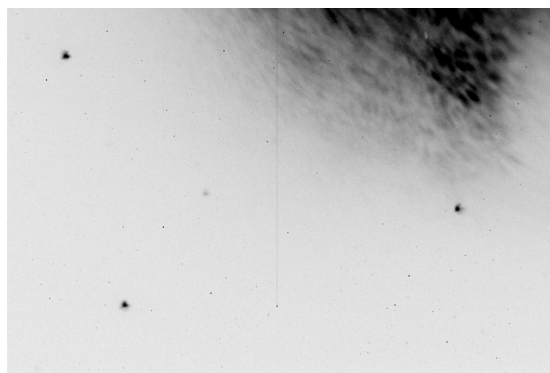
Významným obmedzením pre fotometriu bol asymetrický obraz hviezd. Na obr. 1.3b je zobrazenie 3D profilu jasnejšej hviezdy. Ak pri spracovaní dát apertúrnou fotometriou

zvolím apertúru malého priemeru, tak v dôsledku asymetrického ľavého krídla do nej nezahrniem významnú časť signálu hviezdy. Ak zvolím väčšiu apertúru, tak v pravej časti do apertúry zahrniem len šum. Pri slabších hviezdach bol jav ešte výraznejší, pretože obraz hviezdy bol rozložený na podstatne menšej ploche, čím došlo k degenerácii tvaru intenzitného profilu hviezdy. Na obr. 1.4b je zobrazenie 3D profilu slabšej hviezdy, na ktorom môžeme vidieť rozdvojený stredový pík. Ľavý vrchol je vyšší a v dôsledku toho sa smerom dolava posunutie aj centroid (časť Hlava, kap. 1.4.3). Najväčším problémom bola však zmena obrazu hviezd na snímkach v priebehu jedného pozorovania. Na obr. 1.5a je snímka zo začiatku pozorovania a na obr. 1.6a je snímka z konca pozorovania s časovým odstupom zhruba 6 hodín. Obr. 1.5b, 1.5c a 1.6b, 1.6c zobrazujú priemerné rezy snímok vo vyznačených oblastiach v smere osi x a y . Na konci pozorovania bol profil viac asymetrický a rozostrený. Asymetria spôsobuje systematický posun centroidu a rozostrovaním sa obraz hviezdy rozkladá stále na väčšiu a väčšiu plochu čipu. Metóda apertúrnej fotometrie však vyžaduje použitie jednej apertúry na celé pozorovanie. Ak zvolím menšiu apertúru, tá bude dobre vyhovovať pozorovaniam zo začiatku noci, avšak profil hviezdy na snímkach z konca pozorovania pokryje iba čiastočne. Ak zvolím väčšiu apertúru, ktorá zodpovedá profilu z konca pozorovania, tak na snímkach z počiatku noci zahrniem do apertúry viac šumu. Vznikal tak nekonzistentný rad meraní, kedy sa v dôsledku zmeny centroidu a rozloženia obrazu hviezdy do apertúry zahŕňala vždy iná časť profilu hviezdy. Ako môžeme vidieť z obr. 2.14d, jednalo sa o veľmi nepríjemný jav, ktorý ovplyvnil výsledné svetelné krivky. Pozorovania naznačujú, že veľkosť vplyvu je síce malá, žiaľ porovnateľná s malými amplitúdami flickeringu. Toto je hlavný dôvod, pre ktorý nedôverujem získaním meraniam flickeringu (viď časť 2). Pozorovacie podmienky súviseli predovšetkým s vekom observatória, prístroj bol postavený za iných podmienok než aké sú dnes. V posledných rokoch sa však situácia zlepšuje a to vďaka úsiliu celého kolektívu Ústavu teoretickej fyziky a astrofyziky, čoho dôkazom sú aj dve veľké rekonštrukcie, ku ktorým už došlo.

Pozorovania ukázali limity pozorovacích podmienok, na druhej strane som vďaka nim získal mnoho cenných skúseností, ktoré ma priviedli k ďalším cieľom a výsledkom mojej práce. Predovšetkým som pozmenil a doplnil svoj pozorovací program o zákrytové sústavy (viď časť 4) a založil som fotometrický archív CCD snímok (časť Hlava, kap. 2). Krátko po začiatku mojich intenzívnych pozorovaní na MUO som zistil, že získavanie rýchleho sledu CCD snímok vedie k obrovskému množstvu počítačových súborov a že ich následná archivácia robí problém nielen mne ale aj mojim kolegom. Súvisiacou témou bola praktická nevyhnutnosť automatizovanej redukcie a spracovania dát. Pri práci so snímkami vo formáte FITS som narazil na rôznorodosť nejednoznačne definovaných kľúčových slov. Kľúčové slová v hlavičkách súborov sú veľmi dobrým nástrojom, pomocou ktorého môže astronóm (alebo softvér) získať údaje potrebné pre spracovanie dát. Neúplnosť, rôzne názvy a obsah kľúčových slov však značne komplikujú tvorbu softvéru, pretože je nutné brať do úvahy všetky možnosti alebo je nutný manuálny vstup astronóma do behu programu, čím sa stáva spracovanie pracné a časovo náročné. Vytvorenie archívu surových CCD snímok považujem za najefektívnejšie riešenie. Snímky by boli ukladané v homogénnej súborovej štruktúre a hlavičky súborov by obsahovali kompletnú informáciu o pozorovaní uloženú v presne definovanej sade kľúčových slov. Efektivita spočíva v jednorázovej pracovnej investícii, kedy je síce nutné opraviť veľký objem už existujúcich dát, ale urobí sa to len raz. Ponechanie heterogenity súborov totiž znamená riešiť ten istý problém pri každom

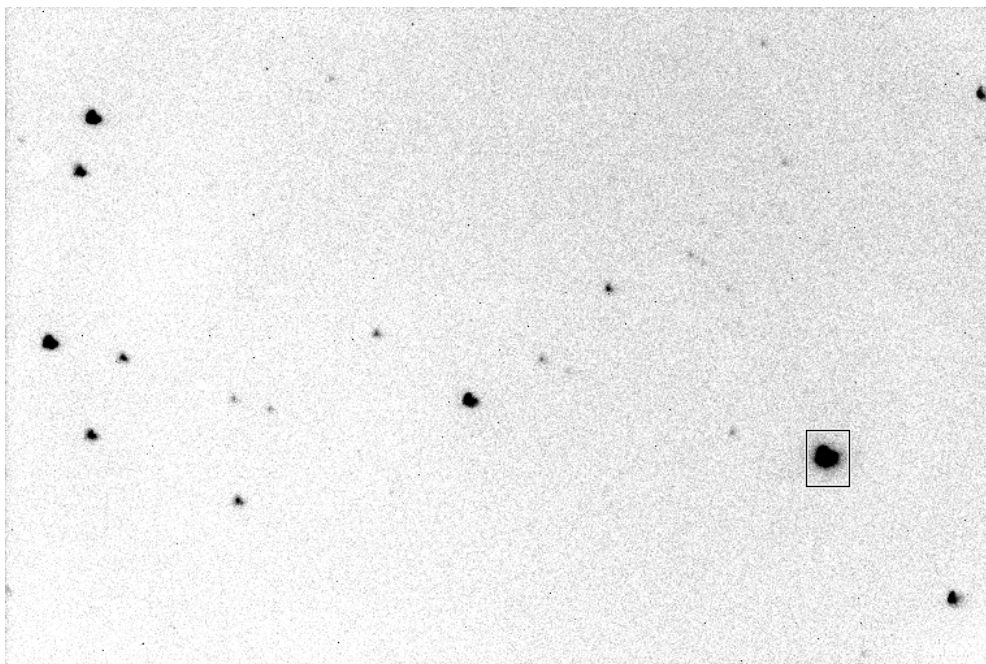


Obr. 1.1: Pozorovanie premennej hviezdy GSC 4045-0687, 28. 11. 2011, MUO2, expozičná doba 60 s, teplota -30°C , filter R

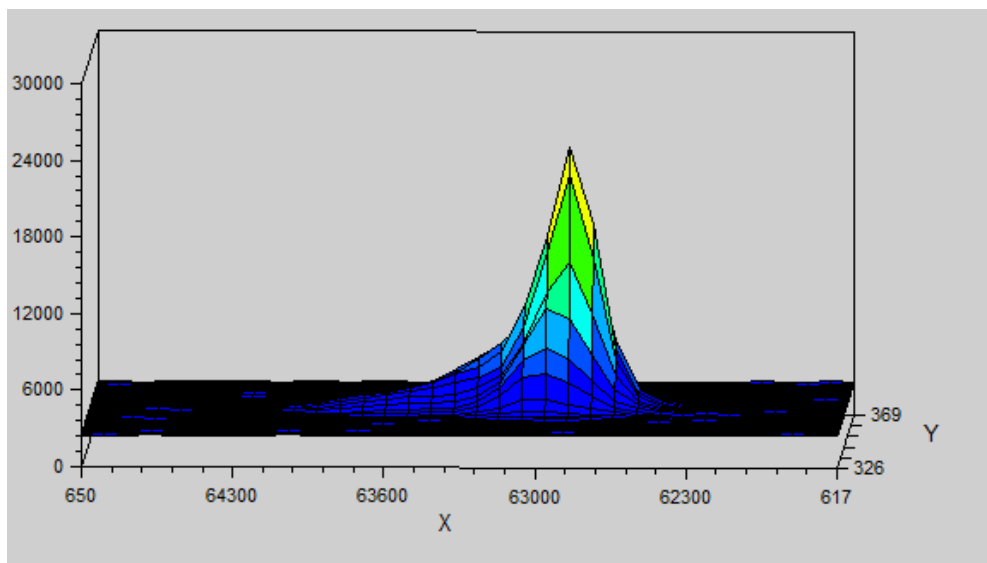


Obr. 1.2: Pozorovanie premennej hviezdy Z And, 10. 10. 2006, MUO1(3x3), expozičná doba 5 s, teplota -15°C , filter V

novom programe a spracovaní pozorovania. Opravovanie súborov som si uľahčil niekoľkými vlastnými skriptami (časť Hlava, kap. 4). Moja práca na vznikajúcom archíve predstavovala predovšetkým definovanie jeho štruktúry, presné vymedzenie sady kľúčových slov a vytvorenie základných softvérových nástrojov. V čo možno najväčšej miere som chcel využiť už zaužívané zvyklosti a to znamenalo veľkú prácu pri prehľadávaní a triedení kľúčových slov. Vznikla tiež myšlienka zapojiť do archívu ďalších astronómov z ČR, sústrediť existujúce fotometrické pozorovania na jedno miesto a vytvoriť tak jeden veľký homogénny archív CCD snímok, ktorý by priniesol možnosť spracovania a vyhodnocovania dát jednotnou metodikou. Zvýšilo by sa využitie existujúcich CCD snímok, pretože zväčša sú pozorovania spracované len do jednej príp. niekoľko málo svetelných kriviek, hoci sú na snímkach fotometrické údaje aj pre niekoľko desiatok či stoviek hviezd. Podľa môjho odhadu je celkový objem CCD snímok v ČR porovnateľný s objemom dát prehliadky SDSS (2011) DR7 a teda predstavuje potenciálne veľký zdroj astronomických informácií. Snímky sú však uložené v desiatkach drobných archívoch v rozličnej, často chaotickej podobe. Preto som založil archív MUNI FITS Photometric Archive, v ktorom by boli CCD snímky zálohované v jednotnej podobe, ľahko vyhľadateľné a online dostupné. Podrobný výklad témy predkladám v elektronickej podobe (časť Hlava, kap. 2) na už vyššie uvedenej adrese.

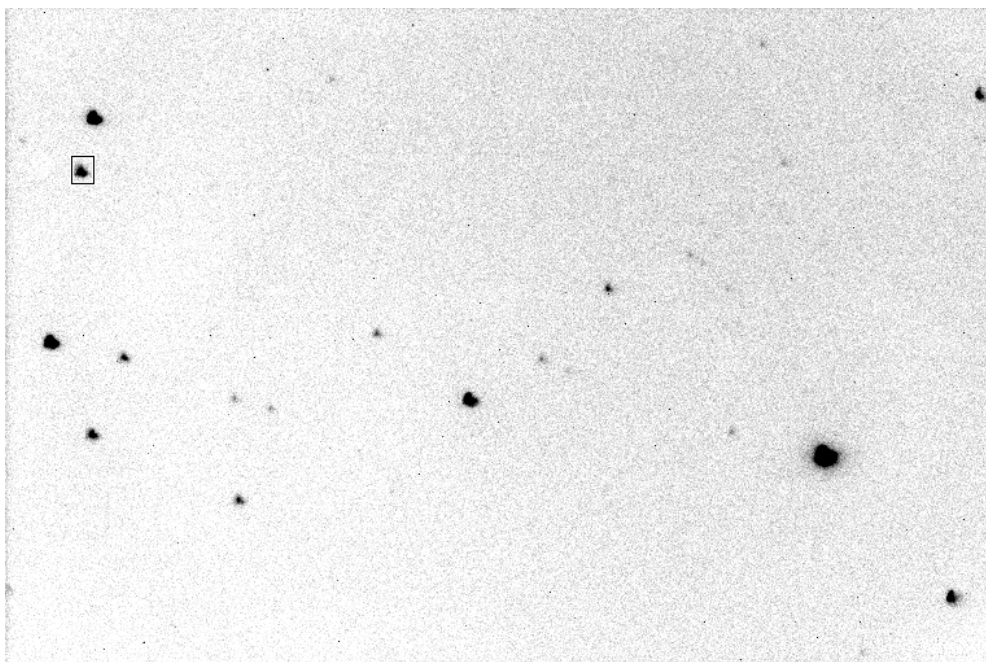


(a) CCD snímka

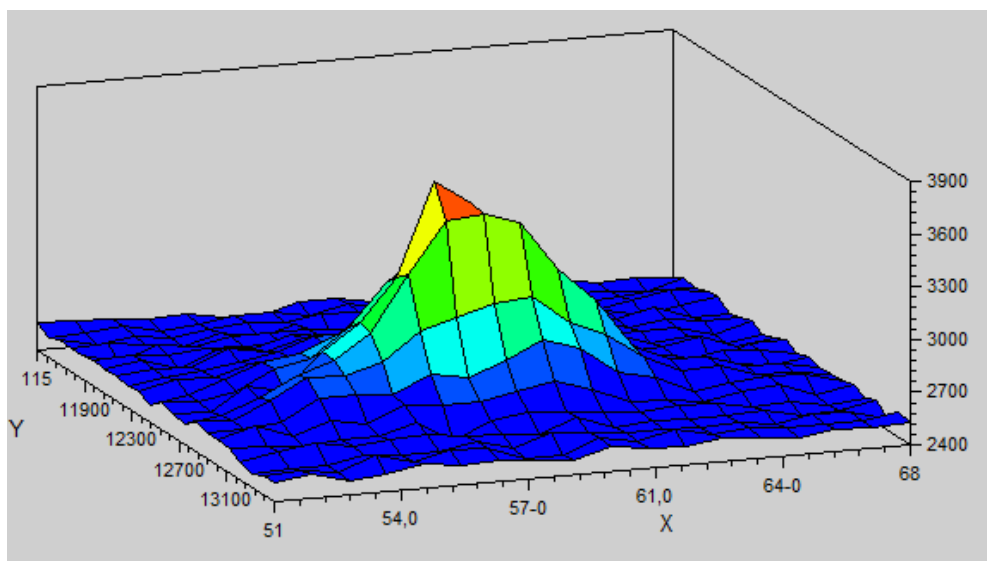


(b) Zobrazenie 3D profilu hviezdy

Obr. 1.3: Pozorovanie premennej hviezdy V407 Peg, 27. 10. 2011, MUO2, expozičná doba 45 s, teplota -30°C , čiernym rámečkom na obr. 1.3a je vyznačená oblasť merania na obr. 1.3b

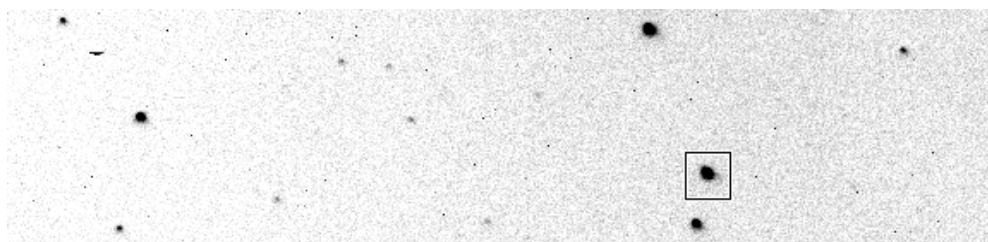


(a) CCD snímka

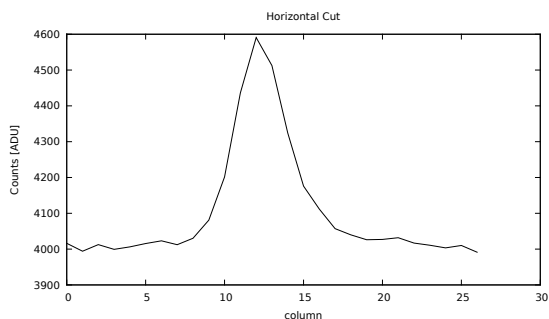


(b) Zobrazenie 3D profilu hviezdy

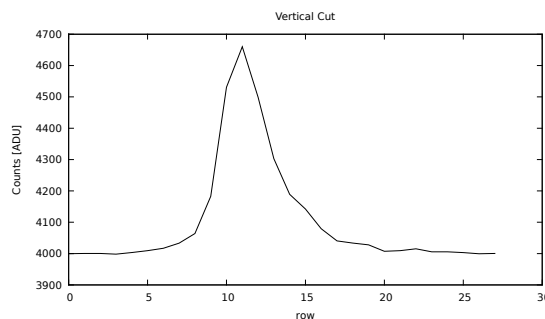
Obr. 1.4: Pozorovanie premennej hviezdy V407 Peg, 27. 10. 2011, MUO2, expozičná doba 45 s, teplota -30°C , čiernym rámečkom na obr. 1.4a je vyznačená oblasť merania na obr. 1.4b



(a) Časť CCD snímky

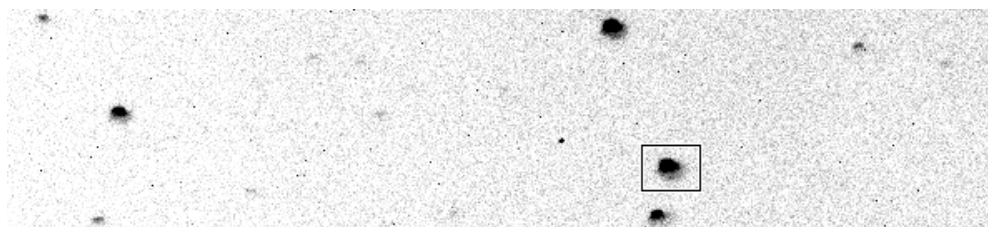


(b) Priemerný horizontálny rez

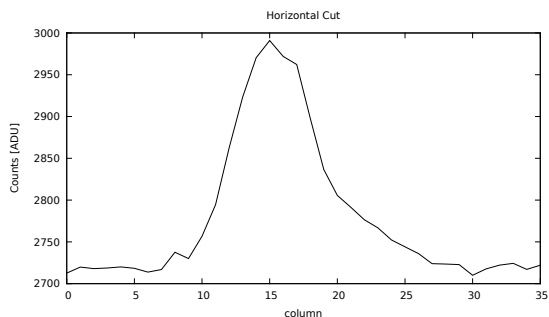


(c) Priemerný vertikálny rez

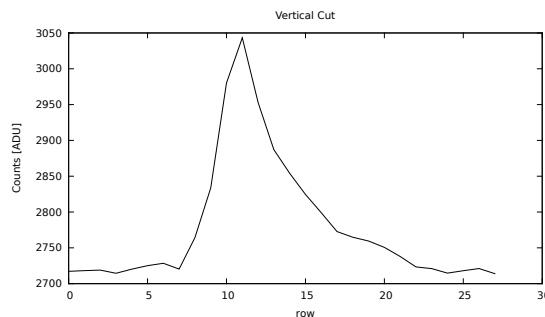
Obr. 1.5: Pozorovanie premennej hviezdy IP Peg, 4. 11. 2011 18:35:37.658 UTC, MUO2, expozičná doba 60 s, teplota -15°C , filter R, čiernym rámčekom na obr. 1.5a je vyznačená oblasť merania na obr. 1.5b a 1.5c



(a) Časť CCD snímky



(b) Priemerný horizontálny rez



(c) Priemerný vertikálny rez

Obr. 1.6: Pozorovanie premennej hviezdy IP Peg, 4. 11. 2011 00:47:03.316 UTC, MUO2, expozičná doba 60 s, teplota -15°C , filter R, čiernym rámčekom na obr. 1.6a je vyznačená oblasť merania na obr. 1.6b a 1.6c

1.2 Parametre observatórií

V tab. 1.2–1.5 uvádzam parametre observatórií a technické špecifikácie prístrojov, ktoré som použil na získanie vlastných pozorovaní a meraní vo svojej práci. Technické údaje som prevzal z manuálov dodaných výrobcom resp. predajcom prístrojov. V texte svojej práce používam na označenie pôvodu dát označenia z týchto tabuliek.

Tab. 1.2: Špecifikácie pozorovacieho stanovišta: Observatoř Masarykovy univerzity

označenie	MUO1
poloha	49° 12' 16" +16° 35' 1" 305 m n. m.
ďalekohľad	Newton 602/2780
CCD kamera	SBIG ST-8XE
čip CCD kamery	KAF-1603ME Class 2, full frame, non-ABG
pripojenie kamery k PC	LPT
počet fyzických pixlov CCD	1530×1020
lineárny rozmer fyzického pixla CCD	9×9 μm
zorné pole	17,0'×11,3'
filtre	BVRI (Bessell 1990)
uhlové rozlíšenie	1,33"/px (binning 2×2), 2,00"/px (binning 3×3)
vyčítavacia doba pri binningu 1×1	51 s
vyčítavací šum	15 e ⁻ /px
gain	2,3 e ⁻ /ADU

Tab. 1.3: Špecifikácie pozorovacieho stanovišta: Observatoř Masarykovy univerzity

označenie	MUO2
poloha	49° 12' 16" +16° 35' 1" 305 m n. m.
ďalekohľad	Newton 602/2780
CCD kamera	SBIG ST-8XME
čip CCD kamery	KAF-1602LE, full frame, ABG
pripojenie kamery k PC	USB
počet fyzických pixlov CCD	1530×1020
lineárny rozmer fyzického pixla CCD	9×9 μm
zorné pole	17,0'×11,3'
filtre	BVRI (Bessell 1990)
uhlové rozlíšenie pri binningu 2×2	1,33 arcsec/px
vyčítavacia doba pri binningu 1×1	3,7 s
vyčítavací šum	15 e ⁻ /px
gain	2,5 e ⁻ /ADU

Tab. 1.4: Špecifikácie pozorovacieho stanovišta: Hvězdárna a planetárium Brno

označenie	HaP
ploha	49° 12' 14,9" +16° 35' 1,8" 305 m n. m.
ďalekohľad	Newton 400/1750
CCD kamera	SBIG ST-7XMEI
čip CCD kamery	KAF-0402ME, full frame, non-ABG
pripojenie kamery k PC	USB
počet fyzických pixlov CCD	765×510
lineárny rozmer fyzického pixla CCD	9×9 μm
zorné pole	13,5'×9,0'
filtre	BVRI (Bessell 1990)
uhlové rozlíšenie pri binningu 2×2	2,12 arcsec/px
vyčítavacia doba pri binningu 1×1	1 s
vyčítavací šum	15 e ⁻ /px
gain	2,3 e ⁻ /ADU

Tab. 1.5: Špecifikácie pozorovacieho stanovišta: Hvezdareň a planetárium Hlohovec

označenie	FRO
poloha	48° 25' 11" +17° 47' 54" 231 m n. m.
ďalekohľad	Zeiss Spiegelobjektiv 5,6/1000
CCD kamera	SBIG ST-9XE
čip CCD kamery	KAF-0261E, full frame, non-ABG
pripojenie kamery k PC	USB
počet fyzických pixlov CCD	512×512
lineárny rozmer fyzického pixla CCD	20×20 μm
zorné pole	35,2'×35,2'
filtre	V (Johnson & Morgan 1953)
uhlové rozlíšenie pri binningu 2×2	4,12 arcsec/px
vyčítavacia doba pri binningu 1×1	1 s
vyčítavací šum	15 e ⁻ /px
gain	2,2 e ⁻ /ADU

1.3 Spracovanie pozorovaní

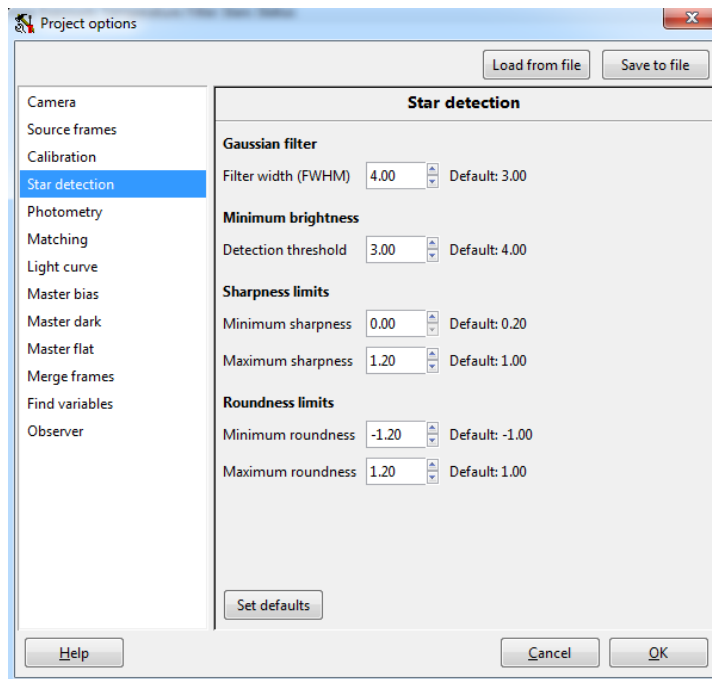
Pri vyhľadávaní literatúry a údajov používam služby ADS (Eichhorn et al. 2001), Simbad (Wenger 1981) a AAVSO VSX (Watson 2006). Na identifikáciu hviezdnych polí používam službu Aladin (Bonnarel et al. 1994), prehliadku hviezdnej oblohy Sloan Digital Sky Survey (SDSS 2011) a astrometrický katalóg USNO (Monet et al. 2003). Za najvhodnejšiu

porovnávaciu hviezdu považujem takú, ktorej jasnosť a farebné indexy sú čo najbližšie premennej hviezde a zároveň takú, ktorá je k premennej hviezde uhlovo najbližšie. Stretnúť sa môžeme s dvoma problémami. V prípade slabších hviezd sú málokedy známe farebné indexy a u jasnejších hviezd sa zase do zorného poľa nemusí vtesnať žiadna porovnateľne jasná hviezda.

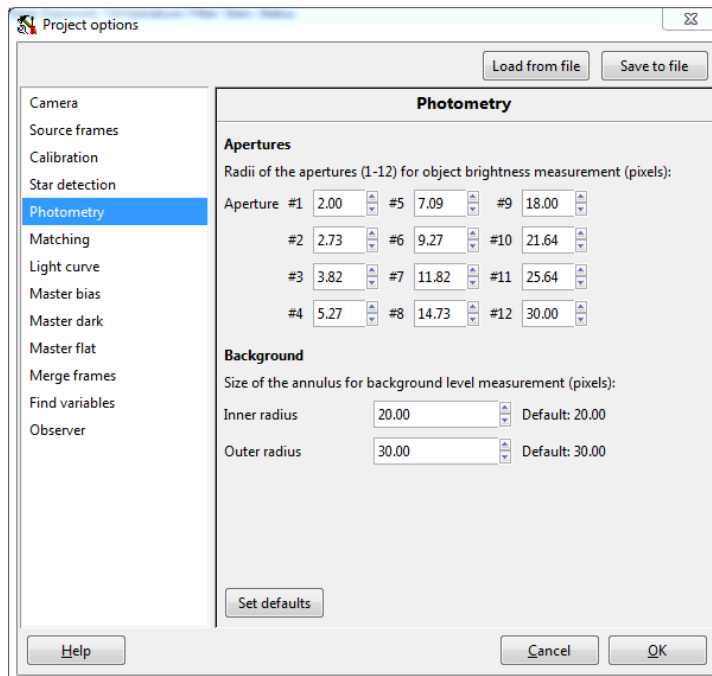
Vždy je riziko, že zvolená porovnávacia hviezda sa ukáže byť premenná a preto na kontrolu jej nepremennosti používam tzv. kontrolné hviezdy. Porovnávaciu hviezdu označujem písmenom C a kontrolné hviezdy označujem ako C1, C2, C3, ... Za porovnávaciu hviezdu sa môže zvoliť jedna konkrétna hviezda na snímke alebo sa môže použiť niekoľko hviezd na snímke súčasne. V druhom prípade sa jedná o tzv. ansámblovú fotometriu (časť Hlava, kap. 1.4.5). Jasnosť všetkých zvolených porovnávacích hviezd na snímke sa spriemeruje, čím vznikne akási virtuálna porovnávacia hviezda, ktorá sa potom použije v metóde diferenciálnej fotometrie. Účelom tejto techniky je znížiť relatívnu neistotu jasnosti porovnávacjej hviezdy, tým že sa zvýši počet hviezd n . Štatistické zvýšenie presnosti je však úmerné pomaly rastúcej funkcii \sqrt{n} a navyše treba zväžiť vplyv farebných indexov. Buď sa musia vybrať iba hviezdy s rovnakým indexom alebo sa ich musí zahrnúť tak veľa, aby sa ich rozdiel štatisticky vykompenzoval. Na CCD snímkach uhlovo malých hviezdnych polí, čo je prípad aj mojich pozorovaní, je typicky málo hviezd a použitie ansámblovej fotometrie by viedlo len k nepatrnému zvýšeniu presnosti. Rovnaký vplyv ako farebné indexy majú v tomto prípade aj jasnosti hviezd, čím sa počet hviezd vhodných pre virtuálnu porovnávaciu hviezdu ešte zníži. Pri spracovaní svojich pozorovaní som túto metódu nepoužil.

Na redukciu a spracovanie svojich pozorovaní som použil program C-Munipack (Motl 2011), ktorý dáta spracováva metódou apertúrnej diferenciálnej fotometrie. Pri každom pozorovaní som získal sadu 10–100 Dark Frame snímkov pri rovnakej teplote čipu pre každú expozičnú dobu, s ktorou som získaval snímky hviezdneho poľa alebo oblohy. MUO ani HaP nie sú vybavené na získavanie umelých Flat Field snímkov, takže som Flat Field snímky získaval z oblohy a kvôli stabilite teploty čipu výlučne za svitania. Vychladenie čipu za súmraku je problémom na MUO hlavne v letných mesiacoch, kedy celý deň slnko nahrieva uzavretú nevetranú kupolu a je tak kvôli vysokej teplote vzduchu problém vychladiť čip na nižšiu teplotu. Pozorovacie „okno“, kedy sa dajú získavať Flat Field snímky s vyšším pomerom S/N, je relatívne úzke, trvá do 20 minút. Často sa stane, že práve v túto dobu prídu oblaky, ktoré narušia rovnomernosť osvetlenia čipu. Z tohto dôvodu získavam Flat Field snímky iba z bezoblačnej oblohy a nemám tak k dispozícii Flat Field snímky pre každú pozorovaciu noc. Pri redukcii dát potom používam Flat Field snímky z inej čo najbližšej noci. Ak získavam snímky vo všetkých štyroch filtroch, tak sa podarí pre každý filter získať cca 20 snímkov s vyšším pomerom S/N. Používam pritom expozičné doby 30 s a 7 s a pozorujem v oblasti s najmenším gradientom jasu, t. j. 40° od zenitu v smere proti polohe slnka (Chromey & Hasselbacher 1996).

Zo získaných Dark Frame snímkov pre každú expozičnú dobu vytvorím strednú Dark Frame snímku. Ak som v danú noc získal aj Flat Field snímky, od každej z nich odčítam strednú Dark Frame snímku rovnakej expozičnej doby a vytvorím strednú Flat Field snímku normovanú na 10 000 ADU samozrejme pre každý filter zvlášť. Do počítania strednej Flat Field snímky zaraďujem iba tie surové snímky, ktorých stredná hodnota neprekročila hladinu 42 000 ADU a to kvôli problémom s linearitou a gainom za touto hranicou (časť Hlava, kap. 3). Následne urobím redukciu získaných dát. Od každej snímky hviezdneho



(a) Detekcia hviezd



(b) Veľkosti apertúr

Obr. 1.7: Hodnoty nastavených parametrov programu C-Munipack

poľa odčítam strednú Dark Frame snímku rovnakej expozičnej doby, čím súčasne odčítam strednú hodnotu biasu aj temného prúdu. Samozrejme po celú dobu tu predpokladám, že všetky snímky boli získané pri rovnakej teplote čipu, čo je v drvivej väčšine prípadov aj pravda. Snímky potom podelím normovanou strednou Flat Field snímkou v rovnakom filtri, čím zredukujem vplyv nerovnakej citlivosti jednotlivých pixlov, vplyv nečistôt na optických plochách a vplyv vignetácie.

Na obr. 1.7a sú zobrazené hodnoty parametrov programu C-Munipack pre detekciu hviezd v poli. Z dôvodu asymetrického tvaru obrazov hviezd na snímkach (viď časť 1.1) používam pre parametre Sharpness a Roundness limits o niečo väčší interval než je implicitný. Z rovnakého dôvodu používam zvyčajne aj vyššie FWHM (z ang. Full Width at Half Maximum), parameter udávajúci plnú šírku profilu hviezd v polovici jeho maxima. Program umožňuje zmerať FWHM jednotlivých hviezd na jednotlivých snímkach ešte pred spracovaním, takže si jeho aktuálnu hodnotu môžem vždy overiť. Detekčný limit nastavujem nižší kvôli tomu, aby som premeral aj slabšie hviezdy, obzvlášť ak dochádza k rozmazávaniu ich obrazu čiže efektívne k zníženiu pomeru S/N.

Na obr. 1.7b sú zobrazené hodnoty parametrov pre apertúrnú fotometriu, t. j. polomery jednotlivých apertúr. Program C-Munipack zmeria jasnosti všetkých identifikovaných hviezd na snímke metódou apertúrnej fotometrie vo všetkých 12 apertúrach a súčasné verzie programu vykreslia aj apertúrnú krivku rastu (časť Hlava, kap. 1.4.4.2). Podľa práce Stetson (1990) je pre zostavenie krivky najvhodnejšie zvoliť apertúry s polomeri danými geometrickým radom (vzťah 1.1). Počet apertúr je n , polomer apertúry je r_k a koeficient geometrického radu je q . Hoci implicitné hodnoty polomerov apertúr v programe C-Munipack dodržiajú vzťah 1.1 iba približne, tak tieto prednastavené hodnoty používam.

$$r_k = qr_{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad q = \sqrt[n-1]{\frac{r_n}{r_1}} \quad (1.1)$$

Pre výsledné spracovanie volím apertúru, ktorá zodpovedá minimu apertúrnej krivky rastu. Krivky sa však pre jasnejšie a slabšie hviezdy líšia a preto ešte vždy kontrolujem štandardné odchýlky meraní porovnávacej hviezd a kontrolných hviezd. Ak sú v niektorej apertúre podstatne nižšie, tak volím radšej túto apertúru. Výsledný tvar svetelnej krivky závisí na voľbe polomeru apertúry (časť Hlava, kap. 1.4.4) a preto v tabuľkách záznamov o spracovaní svojich pozorovaní (viď časť 1.4 a elektronická časť Pozorovací denník a záznam o spracovaní dát) vždy uvádzam použitú hodnotu FWHM a polomer apertúry.

1.4 Pozorovací denník a záznam o spracovaní dát

V tejto časti uvádzam súpis vlastných pozorovaní, ktoré som analyzoval vo svojej dizertačnej práci (viď kap. 2 a 4) a podrobný záznam o ich spracovaní. Tabuľky obsahujú informácie o pozorovaniach ako večerný dátum, pozorovacie stanovište s identifikáciou prístrojovej konfigurácie, teplota čipu T v $^{\circ}\text{C}$, expozičné doby v s a počty získaných CCD snímok hviezdnych polí v jednotlivých fotometrických filtroch BVRI (Bessell 1990). Záznamy sú doplnené o parametre FWHM a polomer apertúry v px , ktoré som použil pri spracovaní dát metódou apertúrnej fotometrie.

Tab. 1.6: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre USNO-B1.0 1437-0410375.

Observatórium	Dátum	T			B			V			R			I		
		Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO2	20090902	-12			30/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727
HaP	20090906	-20			45/292	2,00	3,8182	30/290	2,00	3,8182	30/290	2,00	3,8182	30/147	2,00	3,8182
HaP	20090909	-20			45/52	2,00	3,8182	30/52	2,00	3,8182	30/52	2,00	3,8182	45/52	2,00	3,8182
HaP	20090910	-20			40/143	2,00	5,2727	25/143	2,00	3,8182	40/142	2,00	3,8182	40/142	2,00	5,2727
HaP	20090921	-20			45/3, 35/148	2,00	3,8182	20/149	2,00	3,8182	40/149	2,00	3,8182	40/149	2,00	3,8182
HaP	20090922	-17			45/1, 35/216	2,00	5,2727	20/217	2,00	5,2727	40/217	2,00	5,2727	40/217	2,00	5,2727
HaP	20090923	-17			35/173	2,00	3,8182	20/173	2,00	3,8182	40/172	2,00	3,8182	40/172	2,00	5,2727
HaP	20090926	-25			45/90	2,00	2,7172	20/90	2,00	2,7273	40/89	2,00	2,7273	40/89	2,00	3,8182
HaP	20090927	-20			45/95	2,00	2,7172	20/95	2,00	2,0000	40/95	2,00	2,0000	40/95	2,00	3,8182
HaP	20091004	-25			45/134	2,00	3,8182	20/132	2,00	3,8182	40/132	2,00	3,8182	40/132	2,00	3,8182

Tab. 1.7: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V1710 Aql.

Observatórium	Dátum	T			B			V			R			I		
		Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO1(2×2)	20080805	-11			120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	3,8182	120/6	5,00	3,8182
MUO1(2×2)	20080806	-9			120/6	4,50	3,8182	120/6	4,50	3,8182	120/6	4,50	3,8182	120/6	4,50	3,8182
MUO1(2×2)	20080807	-9			120/6	4,00	2,7273	120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	5,2727
MUO1(2×2)	20080810	-11			60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	3,8182
MUO1(2×2)	20080811	-11			60/9	4,00	3,8182	60/9	4,00	3,8182	60/9	4,00	2,0000	60/9	4,00	5,2727
MUO1(2×2)	20080812	-6			60/8	3,00	5,2727	60/8	3,00	5,2727	60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	5,2727
MUO1(2×2)	20080826	-12			60/8	3,00	2,0000	60/8	3,00	3,8182	60/8	3,50	3,8182	60/8	3,50	3,8182
MUO1(2×2)	20080827	-8			60/8	2,50	2,7273	60/8	2,50	2,0000	60/8	3,00	2,0000	60/8	3,00	3,8182
MUO1(2×2)	20080830	-14			60/8	4,00	3,8182	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	5,2727
MUO2	20090410	-15			60/15	4,00	5,2727	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	5,2727
MUO2	20090411	-20			60/7	4,00	3,8182	60/7	4,00	2,7273	60/7	4,00	2,7273	60/7	4,00	3,8182

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.7 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V1710 Aql.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO2	20090427	-15	60/4	4,00	2,0000	60/8	4,00	3,8182	60/7	4,00	2,0000	60/4	4,00	2,0000
MUO2	20090507	-20	60/13	4,00	2,0000	60/13	4,00	3,8182	60/13	4,00	2,0000	60/13	4,00	2,0000
MUO2	20090517	-15	60/16	4,00	5,2727	60/16	5,00	2,7273	60/16	5,00	2,7273	60/15	4,00	3,8182
MUO2	20090524	-15	60/10	3,00	2,7273	60/9	3,00	3,8182	60/9	3,00	3,8182	60/9	3,00	3,8182
MUO2	20090525	-15	60/11	5,00	2,0000	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	2,7273	60/8	4,00	3,8182
MUO2	20090603	-20							120/28	4,00	2,0000	120/29	4,00	7,0909
MUO2	20090617	-15	60/11	4,50	3,8182	60/10	4,50	2,0000	60/10	5,00	3,8182	60/10	4,50	5,2727
MUO2	20090708	-20	60/9	3,50	2,0000	60/9	3,50	2,7273	60/8	3,50	2,7273	60/8	3,50	2,0000
MUO2	20090712	-15	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,50	2,7273	60/10	5,00	7,0909	60/10	5,00	3,8182
MUO2	20090716	-15	60/10	4,00	2,0000	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	5,2727
MUO2	20090719	-20	60/18	5,00	3,8182	60/18	5,00	3,8182	60/17	5,00	5,2727	60/17	4,00	3,8182
MUO2	20090720	-15	60/14	3,00	2,0000	60/14	3,00	3,8182	60/14	3,50	5,2727	60/14	3,50	7,0909
MUO2	20090721	-14	60/11	3,50	2,7273	60/11	3,50	2,0000	60/11	3,50	2,0000	60/11	4,00	3,8182
MUO2	20090726	-17	60/10	6,00	2,7273	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	5,2727	60/10	5,00	9,2727
MUO2	20090727	-15	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,50	5,2727	60/10	3,00	7,0909
MUO2	20090728	-15	60/22	3,00	3,8182	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	5,2727
MUO2	20090729	-15	60/10	4,00	2,0000	60/10	4,00	5,2727	60/10	5,00	3,8182	60/10	5,00	9,2727
MUO2	20090805	-17	60/29	3,00	2,0000	60/29	3,00	2,7273	60/29	3,00	2,7273	60/29	4,00	7,0909
MUO2	20090806	-16	60/12	4,00	2,7273	60/12	3,00	5,2727	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273
MUO2	20090809	-15	60/12	3,00	2,0000	60/12	3,00	2,7273	60/12	3,00	3,8182	60/12	4,00	5,2727
MUO2	20090820	-5				60/6	3,00	2,0000	60/6	4,00	2,7273	60/6	4,00	5,2727
MUO2	20090823	-10				60/5	3,50	2,0000	60/5	3,50	2,0000	60/5	3,50	5,2727
MUO2	20090825	-14	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,50	5,2727
MUO2	20090827	-10	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	3,8182
MUO2	20090829	-19	60/10	5,00	3,8182	60/10	5,00	3,8182	60/10	5,00	2,7273	60/10	4,00	5,2727
MUO2	20090830	-17	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727
MUO2	20090901	-15	60/12	3,00	3,8182	60/12	3,00	3,8182	60/12	4,00	5,2727	60/12	4,00	5,2727

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.7 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V1710 Aql.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I					
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP			
MUO2	20090902	-12	60/10	3,00	2,7273	60/10	2,50	5,2727	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	5,2727
MUO2	20090907	-15	60/15	3,00	2,7273	60/15	3,50	3,8182	60/15	3,50	3,8182	60/15	4,00	5,2727	60/15	4,00	7,0909
MUO2	20090909	-15	60/10	3,50	2,0000	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	7,0909
MUO2	20090910	-12	60/11	4,50	2,7273	60/11	4,50	7,0909	60/11	4,50	7,0909	60/11	5,00	3,8182	60/11	4,50	7,0909
MUO2	20090920	-15	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	7,0909	60/15	4,00	7,0909	60/15	4,50	3,8182	60/15	4,00	7,0909
MUO2	20090921	-15	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182
MUO2	20090927	-19	60/13	3,50	2,0000	60/13	3,50	3,8182	60/13	3,50	3,8182	60/13	4,00	3,8182	60/13	3,50	2,0000
MUO2	20100407	-30	60/14	4,00	2,7273	60/14	4,00	3,8182	60/14	4,00	3,8182	60/14	3,50	2,0000	60/14	3,50	3,8182
MUO2	20100422	-25	60/9	5,00	7,0909	60/9	5,00	3,8182	60/9	5,00	3,8182	60/9	5,00	3,8182	60/9	4,50	7,0909
MUO2	20100425	-20	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182
MUO2	20100426	-20				120/5	4,00	2,7273	120/4	4,00	2,0000	120/3	4,00	2,0000	120/3	4,00	2,0000
MUO2	20100427	-20	60/10	3,50	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	7,0909
MUO2	20100606	-15	60/7	5,00	2,0000	60/6	5,00	5,2727	60/6	5,00	5,2727	60/6	3,50	5,2727	60/6	4,00	2,0000
MUO2	20100607	-15	60/11	2,50	2,0000	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182	60/11	3,00	3,8182
MUO2	20100608	-15	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,00	5,2727	60/10	4,00	2,0000
MUO2	20100609	-15	60/12	4,00	2,7273	60/12	3,50	5,2727	60/12	3,50	5,2727	60/12	3,00	3,8182	60/12	3,00	5,2727
MUO2	20100610	-12	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	3,8182
MUO2	20100701	-10	60/14	5,00	2,0000	60/14	6,00	5,2727	60/14	6,00	5,2727	60/14	7,00	5,2727	60/14	7,00	3,8182
MUO2	20100703	-10	60/15	5,00	3,8182	60/15	6,00	5,2727	60/15	6,00	5,2727	60/15	5,00	7,0909	60/15	5,00	3,8182
MUO2	20100707	-15	60/10	4,50	5,2727	60/10	4,50	3,8182	60/10	4,50	3,8182	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	3,8182
MUO2	20100708	-15	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	5,2727
MUO2	20100711	-10	60/16	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/15	4,00	3,8182
MUO2	20100712	-9	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	7,0909
MUO2	20100713	-10	60/15	3,50	2,0000	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	3,8182	60/15	3,00	5,2727
MUO2	20100714	-10	60/14	3,50	3,8182	60/14	3,50	2,7273	60/14	3,50	2,7273	60/14	3,50	3,8182	60/14	3,50	7,0909
MUO2	20100720	-15	60/15	3,50	2,0000	60/15	3,50	2,0000	60/15	3,50	2,0000	60/15	3,50	5,2727	60/15	3,50	2,0000
MUO2	20100721	-10	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.7 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V1710 Aql.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO2	20100801	-12	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	5,2727	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	5,2727
MUO2	20100803	-15	60/6			60/6	3,50	2,0000	60/6	4,00	2,0000	60/6	3,50	5,2727
MUO2	20100804	-15	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	3,8182
MUO2	20100808	-15	120/9	3,50	2,0000	80/9	3,50	2,7273	80/9	3,50	2,0000	80/9	3,50	2,0000
MUO2	20100809	-15	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	7,0909
MUO2	20100811	-14	60/12	3,50	3,8182	60/12	3,50	2,0000	60/12	4,00	3,8182	60/12	3,50	7,0909
MUO2	20100825	-18	80/10	3,50	2,0000	80/10	3,50	2,0000	80/10	4,00	3,8182	80/10	3,50	3,8182
MUO2	20100901	-20	60/14	4,00	3,8182	60/14	3,50	2,0000	60/14	3,50	7,0909	60/14	3,50	9,2727
MUO2	20100912	-15	60/12	3,00	3,8182	60/12	4,00	3,8182	60/12	3,50	3,8182	60/12	3,50	3,8182
MUO2	20100919	-20	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,00	7,0909
MUO2	20110706	-13	80/10	5,00	5,2727	80/10	5,00	3,8182	80/10	6,00	5,2727	80/10	6,00	9,2727
MUO2	20110711	-15	80/7	4,00	3,8182	80/7	4,00	5,2727	80/7	4,50	3,8182	80/7	4,50	3,8182
MUO2	20110823	-8	60/12	4,00	3,8182	60/12	4,00	2,7273	60/12	5,00	3,8182	60/12	5,00	5,2727
MUO2	20110824	-7	60/10	5,00	5,2727	60/10	5,00	2,0000	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	7,0909
MUO2	20110825	-8	60/10	5,00	2,0000	60/10	5,00	5,2727	60/10	6,00	7,0909	60/10	6,00	9,2727
MUO2	20110901	-15	60/23	3,00	2,0000	60/23	3,00	2,7273	60/23	3,50	2,0000	60/23	3,50	3,8182
MUO2	20110902	-12	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727
MUO2	20110906	-15	60/11	4,50	3,8182	60/11	4,50	3,8182	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727

Tab. 1.8: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GSC2 N02013121751.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO1(2×2)	20080805	-11				120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	3,8182	120/6	5,00	3,8182
MUO1(2×2)	20080806	-9				120/6	4,50	3,8182	120/6	4,50	3,8182	120/6	4,50	3,8182
MUO1(2×2)	20080807	-9				120/6	4,00	2,7273	120/6	4,00	3,8182	120/6	4,00	5,2727
MUO1(2×2)	20080810	-11				60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	5,2727	60/8	3,50	3,8182

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.8 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GSC2 N02013121751.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I						
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP				
MUO1(2×2)	20080811	-11				60/9			60/9	4,00	2,0000	60/9	4,00	2,0000	60/9	4,00	2,0000	5,2727
MUO1(2×2)	20080812	-6				60/8	3,00	5,2727	60/8	3,00	5,2727	60/8	3,00	5,2727	60/8	3,50	5,2727	5,2727
MUO1(2×2)	20080826	-12				60/8	3,00	2,0000	60/8	3,00	3,8182	60/8	3,50	3,8182	60/8	3,50	3,8182	3,8182
MUO1(2×2)	20080827	-8				60/8	2,50	2,7273	60/8	2,50	2,0000	60/8	3,00	2,0000	60/8	3,00	3,8182	3,8182
MUO1(2×2)	20080830	-14				60/8	4,00	3,8182	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	5,2727	5,2727
MUO2	20090410	-15	60/15			60/15	4,00	2,0000	60/15	3,50	2,0000	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	5,2727	5,2727
MUO2	20090411	-20	60/7			60/7	4,00	3,8182	60/7	4,00	2,7273	60/7	4,00	2,7273	60/7	4,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090427	-15	60/4			60/8			60/7	4,00	2,0000	60/4	4,00	2,0000	60/4	4,00	5,2727	5,2727
MUO2	20090507	-20	60/13	4,00	2,0000	60/13	4,00	3,8182	60/13	4,00	2,0000	60/13	4,00	2,0000	60/13	4,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090517	-15	60/16			60/16	5,00	2,7273	60/16	5,00	3,8182	60/16	4,00	3,8182	60/16	4,00	5,2727	5,2727
MUO2	20090524	-15	60/10			60/9	3,00	3,8182	60/9	3,00	3,8182	60/9	3,00	3,8182	60/9	3,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090525	-15	60/11	5,00	2,0000	60/8	4,00	5,2727	60/8	4,00	2,7273	60/8	4,00	2,7273	60/8	4,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090603	-20				120/28	4,00	2,0000	120/28	4,00	2,0000	120/29	4,00	2,0000	120/29	4,00	7,0909	7,0909
MUO2	20090617	-15	60/11			60/10	4,50	2,0000	60/10	5,00	3,8182	60/10	4,50	3,8182	60/10	4,50	5,2727	5,2727
MUO2	20090708	-20	60/9			60/9	3,50	2,7273	60/8	3,50	2,7273	60/8	3,50	2,7273	60/8	3,50	2,0000	2,0000
MUO2	20090712	-15	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,50	2,7273	60/10	5,00	7,0909	60/10	5,00	7,0909	60/10	5,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090716	-15	60/10	4,00	2,0000	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	5,2727	5,2727
MUO2	20090719	-20	60/18	5,00	3,8182	60/18	5,00	3,8182	60/17	5,00	5,2727	60/17	4,00	5,2727	60/17	4,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090720	-15	60/14			60/14	3,00	3,8182	60/14	3,50	5,2727	60/14	3,50	5,2727	60/14	3,50	7,0909	7,0909
MUO2	20090721	-14	60/11	3,50	2,7273	60/11	3,50	2,0000	60/11	3,50	2,0000	60/11	4,00	2,0000	60/11	4,00	3,8182	3,8182
MUO2	20090726	-17	60/10	6,00	2,7273	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	9,2727	9,2727
MUO2	20090727	-15	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,00	7,0909	7,0909
MUO2	20090728	-15	60/22	3,00	3,8182	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	5,2727	5,2727
MUO2	20090729	-15	60/10	4,00	2,0000	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	3,8182	60/10	5,00	3,8182	60/10	5,00	9,2727	9,2727
MUO2	20090805	-17	60/29	3,00	2,0000	60/29	3,00	2,7273	60/29	3,00	2,7273	60/29	3,00	2,7273	60/29	4,00	7,0909	7,0909
MUO2	20090806	-16	60/12	4,00	2,7273	60/12	3,00	5,2727	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273	2,7273
MUO2	20090809	-15	60/12	3,00	2,0000	60/12	3,00	2,7273	60/12	3,00	3,8182	60/12	3,00	3,8182	60/12	4,00	5,2727	5,2727

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.8 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GSC2 N02013121751.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I					
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP			
MUO2	20090820	-5				60/6	3,00	2,0000	60/6	4,00	2,7273	60/6	4,00	2,7273	60/6	4,00	5,2727
MUO2	20090823	-10				60/5	3,50	2,0000	60/5	3,50	2,0000	60/5	3,50	2,0000	60/5	3,50	5,2727
MUO2	20090825	-14		3,00	3,8182	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,00	3,8182	60/10	3,50	5,2727
MUO2	20090827	-10		5,00	2,7273	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	2,7273	60/11	5,00	3,8182
MUO2	20090829	-19		5,00	3,8182	60/10	5,00	3,8182	60/10	5,00	3,8182	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	5,2727
MUO2	20090830	-17		4,00	3,8182	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727
MUO2	20090901	-15		3,00	3,8182	60/12	3,00	3,8182	60/12	3,00	3,8182	60/12	4,00	5,2727	60/12	4,00	5,2727
MUO2	20090902	-12		3,00	2,7273	60/10	2,50	5,2727	60/10	2,50	5,2727	60/10	3,00	2,0000	60/10	3,00	5,2727
MUO2	20090907	-15		60/15	3,8182	60/15	3,50	3,8182	60/15	3,50	3,8182	60/15	4,00	5,2727	60/15	4,00	7,0909
MUO2	20090909	-15		60/10	4,00	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	2,7273	60/10	4,00	7,0909
MUO2	20090910	-12		4,50	2,7273	60/11	4,50	7,0909	60/11	4,50	7,0909	60/11	5,00	3,8182	60/11	4,50	7,0909
MUO2	20090920	-15		60/15	4,00	60/15	4,00	7,0909	60/15	4,00	7,0909	60/15	4,50	3,8182	60/14	4,00	7,0909
MUO2	20090921	-15		60/10	4,00	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182
MUO2	20090927	-19		60/13	2,0000	60/13	3,50	2,0000	60/13	3,50	3,8182	60/13	4,00	3,8182	60/13	3,50	2,0000
MUO2	20100407	-30		60/14	4,00	60/14	4,00	3,8182	60/14	4,00	3,8182	60/14	3,50	2,0000	60/14	3,50	3,8182
MUO2	20100422	-25		60/9	5,00	60/9	5,00	3,8182	60/9	5,00	3,8182	60/9	5,00	3,8182	60/9	4,50	7,0909
MUO2	20100425	-20		60/11	4,00	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	5,2727	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182
MUO2	20100426	-20		60/10	3,8182	120/5	4,00	2,7273	120/4	4,00	2,0000	120/3	4,00	2,0000	4,00	4,00	2,0000
MUO2	20100427	-20		60/10	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	7,0909
MUO2	20100606	-15		60/7	5,00	60/6	5,00	5,2727	60/6	3,50	5,2727	60/6	4,00	5,2727	60/6	4,00	2,0000
MUO2	20100607	-15		60/11	4,00	60/11	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	4,00	3,8182	60/10	3,00	3,8182
MUO2	20100608	-15		60/10	3,50	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,00	2,7273	60/10	3,00	5,2727	60/10	4,00	2,0000
MUO2	20100609	-15		60/12	2,7273	60/12	3,50	5,2727	60/11	3,00	3,8182	60/11	3,00	3,8182	60/11	3,00	5,2727
MUO2	20100610	-12		60/11	4,00	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273	60/10	3,00	2,7273	60/10	3,00	3,8182
MUO2	20100701	-10		60/14	2,0000	60/14	6,00	5,2727	60/14	6,00	5,2727	60/14	7,00	5,2727	60/14	7,00	3,8182
MUO2	20100703	-10		60/15	6,00	60/15	6,00	5,2727	60/15	6,00	5,2727	60/15	5,00	7,0909	60/15	5,00	3,8182
MUO2	20100707	-15		60/10	3,8182	60/10	4,50	3,8182	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	5,2727	60/10	4,00	3,8182

Pokračovanie na ďalšej strane

Tab. 1.8 – pokračovanie: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GSC2 N02013121751.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I					
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP			
MUO2	20100708	-15	60/11	3,00	2,0000	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	2,7273	60/11	3,00	5,2727
MUO2	20100711	-10	60/16	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/15	4,00	2,7273	60/11	4,00	3,8182
MUO2	20100712	-9	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	7,0909
MUO2	20100713	-10	60/15	3,50	2,0000	60/15	4,00	2,0000	60/15	4,00	3,8182	60/15	3,00	3,8182	60/15	3,00	5,2727
MUO2	20100714	-10	60/14			60/14	3,50	2,7273	60/14	3,50	3,8182	60/14	3,50	3,8182	60/14	3,50	7,0909
MUO2	20100720	-15	60/15			60/15	3,50	2,0000	60/15	3,50	2,0000	60/15	3,50	5,2727	60/15	3,50	2,0000
MUO2	20100721	-10	60/10			60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182
MUO2	20100801	-12	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	5,2727	60/10	3,50	5,2727	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	5,2727
MUO2	20100803	-15	60/6			60/6	3,50	2,0000	60/6	3,50	2,0000	60/6	4,00	2,0000	60/6	3,50	5,2727
MUO2	20100804	-15	60/10			60/10			60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	3,8182
MUO2	20100808	-15	120/9			80/9	3,50	2,7273	80/9	3,50	2,7273	80/9	3,50	2,0000	80/9	3,50	2,0000
MUO2	20100809	-15	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,0000	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	7,0909
MUO2	20100811	-14	60/12			60/12	3,50	2,0000	60/12	3,50	2,0000	60/12	4,00	3,8182	60/12	3,50	7,0909
MUO2	20100825	-18	80/10	3,50	2,0000	80/10	3,50	2,0000	80/10	3,50	2,0000	80/10	4,00	3,8182	80/10	3,50	3,8182
MUO2	20100901	-20	60/14			60/14	3,50	2,0000	60/14	3,50	2,0000	60/14	3,50	7,0909	60/14	3,50	9,2727
MUO2	20100912	-15	60/12	3,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182	60/11	4,00	3,8182	60/11	3,50	3,8182	60/11	3,50	3,8182
MUO2	20100919	-20	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	3,8182	60/10	3,50	2,7273	60/10	3,00	7,0909
MUO2	20110706	-13	80/10	5,00	5,2727	80/10	5,00	3,8182	80/10	5,00	3,8182	80/10	6,00	5,2727	80/10	6,00	9,2727
MUO2	20110711	-15	80/7	4,00	3,8182	80/7	4,00	5,2727	80/7	4,00	5,2727	80/7	4,50	3,8182	80/7	4,50	3,8182
MUO2	20110823	-8	60/12	4,00	3,8182	60/12	4,00	2,7273	60/12	4,00	2,7273	60/12	5,00	3,8182	60/12	5,00	5,2727
MUO2	20110824	-7	60/10	5,00	5,2727	60/10	5,00	2,0000	60/10	5,00	2,0000	60/10	5,00	2,7273	60/10	5,00	7,0909
MUO2	20110825	-8	60/10			60/10	5,00	5,2727	60/10	5,00	5,2727	60/10	6,00	7,0909	60/10	6,00	9,2727
MUO2	20110901	-15	60/23			60/23	3,00	2,7273	60/23	3,00	2,7273	60/21	3,50	2,0000	60/21	3,50	3,8182
MUO2	20110902	-12	60/11			60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727	60/11	5,00	5,2727
MUO2	20110906	-15	60/11	4,50	3,8182	60/11	4,50	3,8182	60/11	4,50	3,8182	60/11	5,00	5,2727	60/10	5,00	5,2727

Tab. 1.9: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre Z And.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I						
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP				
MUO1(3×3)	20060906	-9				20/824	2,00	7,0909										
MUO1(3×3)	20060911	-12	40/236	2,00	5,2727	20/235	2,00	7,0909	3/233	2,00	7,0909	3/236	2,00	7,0909	2,00	7,0909		
MUO1(3×3)	20080803	-9	30/117	3,00	7,0909	20/117	3,00	7,0909	7/116	3,50	7,0909	3/115	4,00	7,0909	4,00	7,0909		
MUO1(3×3)	20080805	-14	50/151	2,50	5,2727	30/151	3,00	7,0909										
MUO1(3×3)	20080826	-20	30/24	2,50	7,0909	20/24	3,00	7,0909	7/24	2,50	9,2727	3/24	2,50	9,2727	2,50	5,2727		
MUO1(3×3)	20080827	-16	30/137	3,00	5,2727	20/137	2,50	7,0909										
MUO1(3×3)	20080830	-22	30/56	2,50	3,8182	20/55	2,50	9,2727	7/55	2,50	9,2727	3/55	2,50	7,0909	2,50	5,2727		
MUO2	20090805	-17				10/742	3,00	5,2727										
MUO2	20090806	-16				6/651	3,00	9,2727	4/650	3,00	9,2727							
MUO2	20090831	-15				10/975	3,00	11,8182										
MUO2	20090921	-15				10/1265	3,00	9,2727										
MUO2	20090927	-19				10/1592	3,00	9,2727										
MUO2	20101010	-25				15/652	4,00	11,8182										
MUO2	20101011	-25	30/9, 25/395	4,00	14,7273	15/8, 10/394	3,50	11,8182										
MUO2	20111002	-15	30/346	3,00	11,8182	10/347	3,00	11,8182										
MUO2	20111003	-15	30/358	3,00	11,8182	10/357	3,00	11,8182										

Tab. 1.10: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre USNO-B1.0 1370-0515181.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I						
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP				
MUO2	20100623	-15				60/13, 120/25, 180/16	4,00	5,2727	60/17, 120/19, 180/16	4,00	5,2727							
MUO2	20100811	-14				60/64, 80/31	3,00	7,0909	60/95	3,00	5,2727							

Tab. 1.11: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre MZ Lac.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO2	20090902	-12				30/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727
HaP	20090906	-20				45/292	2,00	3,8182	30/290	2,00	3,8182	30/147	2,00	3,8182
HaP	20090909	-20				45/52	2,00	3,8182	30/52	2,00	3,8182	45/52	2,00	3,8182
HaP	20090910	-20				40/143	2,00	5,2727	25/143	2,00	3,8182	40/142	2,00	5,2727
HaP	20090921	-20				45/3, 35/148	2,00	3,8182	20/149	2,00	3,8182	40/149	2,00	3,8182
HaP	20090922	-17				45/1, 35/216	2,00	5,2727	20/217	2,00	5,2727	40/217	2,00	5,2727
HaP	20090923	-17				35/173	2,00	3,8182	20/173	2,00	3,8182	40/172	2,00	5,2727
HaP	20090926	-25				45/90	2,00	2,7172	20/90	2,00	2,7273	40/89	2,00	3,8182
HaP	20090927	-20				45/95	2,00	2,7172	20/95	2,00	2,0000	40/95	2,00	3,8182
HaP	20091004	-25				45/134	2,00	3,8182	20/132	2,00	3,8182	40/132	2,00	3,8182

Tab. 1.12: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre DG Lac.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
MUO2	20090902	-12				30/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727	25/155	3,00	5,2727
HaP	20090906	-20				45/292	2,00	3,8182	30/290	2,00	3,8182	30/147	2,00	3,8182
HaP	20090909	-20				45/52	2,00	3,8182	30/52	2,00	3,8182	45/52	2,00	3,8182
HaP	20090910	-20				40/143	2,00	5,2727	25/143	2,00	3,8182	40/142	2,00	5,2727
HaP	20090921	-20				45/3, 35/148	2,00	3,8182	20/149	2,00	3,8182	40/149	2,00	3,8182
HaP	20090922	-17				45/1, 35/216	2,00	5,2727	20/217	2,00	5,2727	40/217	2,00	5,2727
HaP	20090923	-17				35/173	2,00	3,8182	20/173	2,00	3,8182	40/172	2,00	5,2727
HaP	20090926	-25				45/90	2,00	2,7172	20/90	2,00	2,7273	40/89	2,00	3,8182
HaP	20090927	-20				45/95	2,00	2,7172	20/95	2,00	2,0000	40/95	2,00	3,8182
HaP	20091004	-25				45/134	2,00	3,8182	20/132	2,00	3,8182	40/132	2,00	3,8182

Tab. 1.13: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GV Cyg.

Observatórium	Dátum	T	B		V		R		I				
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP		
MUO2	20100623	-15				60/13,	4,00	5,2727	60/17,	4,00	5,2727		
						120/25,			120/19,				
						180/16			180/16				
MUO2	20100811	-14				60/64,	3,00	7,0909	60/95	3,00	5,2727		
						80/31							

Tab. 1.14: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V859 Cyg.

Observatórium	Dátum	T	B		V		R		I					
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP			
HaP	20100422	-25				40/1, 50/79	2,50	2,7273	25/80	2,00	2,7273	25/1, 30/78	2,00	3,8182
HaP	20100721	-10				35/58,	2,00	3,8182	20/58,	2,00	3,8182	25/58,	2,00	3,8182
						45/72			30/72			35/72		
MUO2	20100803	-15				80/1,	5,00	5,2727	60/1, 80/25,	6,00	5,2727	60/1, 80/25,	3,00	5,2727
						100/23,			100/34			100/34		

Tab. 1.15: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre CO Lac.

Observatórium	Dátum	T	B		V		R		I					
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP			
MUO2	20091004	-25	30/146	3,00	2,0000	20/146	3,00	2,7273	16/145	3,00	2,7273	16/145	3,00	2,0000

Tab. 1.16: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre V631 Aql.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
HaP	20090616	-20				45/92	2,50	2,7273	45/90	2,50	2,7273	45/89	2,50	2,7273
MUO2	20090720	-15				60/97	5,00	5,2727	60/96	4,00	5,2727	60/96	3,00	5,2727
HaP	20090728	-20				45/32	3,00	2,7273	45/32	3,00	2,7273			
HaP	20090729	-20				45/144	3,00	2,7273	45/143	3,00	2,7273			
HaP	20090805	-20				45/137	2,50	2,0000	45/136	2,50	2,0000			
HaP	20090809	-20				45/190	3,00	3,8182	45/190	3,00	3,8182			
MUO2	20100720	-15				60/60	4,00	7,0909	60/60	3,00	9,2727	60/60	5,00	9,2727
MUO2	20100721	-10				120/4, 60/25	4,00	9,2727	120/4, 60/25	4,00	9,2727	120/4, 60/24	4,00	7,0909

Tab. 1.17: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre GSC 01064-04398.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
HaP	20090616	-20				45/92	2,5	2,7273	45/90	2,5	2,7273	45/89	2,5	2,7273
MUO2	20090720	-15				60/97	5,0	7,0909	60/96	4,0	5,2727	60/96	3,0	5,2727
HaP	20090728	-20				45/32	3,0	2,7273	45/32	3,0	2,7273			
HaP	20090729	-20				45/144	3,0	2,7273	45/143	3,0	2,7273			
HaP	20090805	-20				45/137	2,5	2,0000	45/136	2,5	2,0000			
HaP	20090809	-20				45/190	3,0	3,8182	45/190	3,0	3,8182			
MUO2	20100720	-15				60/60	4,00	7,0909	60/60	3,00	9,2727	60/60	5,00	9,2727
MUO2	20100721	-10				120/4, 60/25	4,00	9,2727	120/4, 60/25	4,00	9,2727	120/4, 60/24	4,00	7,0909

Tab. 1.18: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre 2MASS J19272179+2857291.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
HaP	20100422	-25				40/1, 50/79	2,00	2,0000	25/80	2,00	2,0000	25/1, 30/78	2,00	2,0000
HaP	20100721	-10				35/58, 45/72	2,00	2,0000	20/58, 30/72	2,00	2,0000	25/58, 35/72	2,00	2,0000
MUO2	20100803	-15				80/1, 100/23, 120/38	5,00	2,7273	60/1, 80/25, 100/34	6,00	2,0000	60/1, 80/25, 100/34	3,00	2,0000

Tab. 1.19: Záznam o vlastných získaných pozorovaniach pre USNO-B1.0 1189-0356565.

Observatórium	Dátum	T	B			V			R			I		
			Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP	Exp./No	FWMH	AP
HaP	20100422	-25				40/1, 50/79	2,00	2,0000	25/80	2,00	2,0000	25/1, 30/78	2,00	2,0000
HaP	20100721	-10				35/58, 45/72	2,00	2,0000	20/58, 30/72	2,00	2,0000	25/58, 35/72	2,00	2,0000
MUO2	20100803	-15				80/1, 100/23, 120/38	5,00	2,7273	60/1, 80/25, 100/34	6,00	2,0000	60/1, 80/25, 100/34	3,00	2,0000

Kapitola 2

Interagujúce premenné hviezdy a flickering

Interagujúce premenné hviezdy sú dvojhviezdne sústavy s prenosom hmoty medzi zložkami. Zaraďujem k nim kataklizmatické aj symbiotické premenné hviezdy. Sekundárnu zložku kataklizmatických premenných hviezd (skr. CVs) tvorí chladná hviezda hlavnej postupnosti príp. mierne vyvinutá, ktorá vyplňa svoj Rocheov lalok, v dôsledku čoho dochádza k prenosu jej hmoty na primárnu kompaktnú zložku, ktorou je zvyčajne biely trpaslík. Hmota na trpaslíka obvykle nedopadá priamo, ale cez tzv. akréčný disk, ktorý okolo trpaslíka vytvára pritekajúca hmota. Ak má kompaktná zložka silné magnetické pole, tak môže narušiť štruktúru akréčného disku príp. jeho tvorbe úplne zabrániť. Takéto sústavy patria do triedy magnetických premenných a najznámejšími predstaviteľmi sú polary a intermediálne polary. Prenos hmoty ovplyvňuje obe zložky sústavy ale aj sústavu ako celok, dochádza k vzájomnej interakcii a typickým prejavom sú vzplanutia. Podľa typu vzplanutí rozlišujeme CVs na novy, trpasličie novy a sústavy novám podobné.

Prítomnosť akréčného disku je typickou vlastnosťou kataklizmatických premenných hviezd a spôsobuje alebo ovplyvňuje mnoho z ich pozorovaných svetelných prejavov. Vo väčšine CVs je dominantným zdrojom žiarenia v optickej a UV oblasti práve akréčný disk (Bruch 1995). Jednými z najzaujímavejších fotometrických charakteristík spoločných všetkým CVs sú svetelné variácie na časových škálach od sekúnd po niekoľko desiatok minút s amplitúdami v rozmedzí 0,01–1 mag (Bruch 1992a). Týmto rýchlym zmenám jasnosti sa hovorí flickering a prejavuje sa na svetelnej krivke ako kontinuálna sekvencia prekrývajúcich sa zjasnení. Ako uvádza Bruch (1992a), tieto kontinuálne variácie vznikajú ako štatistická superpozícia jednotlivých zjasnení s odlišnými amplitúdami a trvaniami.

Flickering sa pozoruje predovšetkým u kataklizmatických premenných hviezd, ale nie je obmedzený iba na ne. Pozorovaný bol aj u iných typov premenných hviezd, u ktorých došlo k akrécii alebo prenosu hmoty, napr. u magnetických premenných hviezd, málo hmotných röntgenových dvojhviezd, hviezd typu UX Ori a symbiotických premenných hviezd (Bruch 2000). Vzhľadom na to sa dá predpokladať, že flickering nie je spôsobený iba jedným fyzikálnym mechanizmom, ale pravdepodobne k nemu vedie niekoľko rozličných javov (Bruch 1992a). Doterajšie štúdie naznačujú, že flickering by mohol slúžiť ako test prítomnosti prenosu hmoty medzi zložkami, mohol by predstavovať nový diagnostický prvok pri štúdiu akréčných diskov a prenosu hmoty v hviezdnych systémoch. Preto som sa po

konzultácii so svojim školiteľom rozhodol svoje pozorovania a štúdium zamerať na príbuzný typ premenných hviezd a to na symbiotické sústavy. Prenos hmoty u symbiotík je na rozdiel od CVs daný silným hviezdny vetrom. V sústave vzniká okolohviezdna obálka a môže dôjsť k prenosu hmoty na druhú zložku.

Observačný jav flickeringu je známy už niekoľko desaťročí. Avšak takmer po celú dobu zostával mimo aktívny záujem astronómov. Až v 90. rokoch publikoval Bruch sériu článkov, v ktorých uverejnil prvé systematické štúdium. Bruch (1992a) získal alebo prevzal veľké množstvo pozorovaní a svoje štúdium flickeringu založil na štatistickej analýze jeho observačných vlastností. Hľadal spoločné a rozdielne atribúty, ktoré flickering vykazuje u jednotlivých hviezd a ich typov, v rôznych štádiách aktivity a v závislosti na fotometrickej fáze. Pritom vyvinul a použil niekoľko štatistických metód a analýz. Zistil, že amplitúda, trvanie ako aj opakovanie jednotlivých zjasnení flickeringu sa mení a to aj v prípade jednej hviezdy. Flickering sa javí ako stochastický proces a ako taký sa riadi štatistickými zákonmi. Podarilo sa mu nájsť pravdepodobné miesta v hviezdnej sústave, kde vzniká. Všetky pozorovania naznačujú, že vzniká v centrálnych častiach akréčneho disku. Iba flickering s kratšími dobami zrejme pochádza z horúcej škrvny, čo je miesto, kde pretekajúci prúd hmoty naráža do akréčneho disku (Bruch 1996). Z analýzy pozorovaní ďalej vyplynulo, že flickering sa vyskytuje takmer vo všetkých fotometrických štádiách aktivity okrem vzplanutia nov, kedy je pozorovateľná len opticky hrubá expandujúca obálka okolo systému a počas extrémne nízkych štádií aktivity niektorých hviezd, kedy v sústave došlo k pozastaveniu prenosu hmoty alebo rozrušeniu akréčneho disku (Bruch 2000). Flickering je prítomný v celom spektre, ale najvýraznejší je v modrej oblasti (Zuckermann 1961) a pravdepodobne aj UV oblasti (Bruch 1992b), čo naznačuje jeho vysokoenergetický charakter. Nie je však viac modrý než farba celého systému. Flickering sa významne podieľa na celkovom žiarení sústavy. Jeho stredná hodnota je 25 % žiarenia kompaktnej zložky, ale môže dosiahnuť až 50 %. Štatisticky jednotlivé zjasnenia flickeringu trvajú tým dlhšie, čím majú vyššiu amplitúdu. Bruch navrhol a diskutoval niekoľko pravdepodobných fyzikálnych príčin vzniku flickeringu a aj keď presnú príčinu nenašiel, určil aspoň fyzikálne limity. Observačný jav flickeringu je značne zložitý a Bruchove práce jasne ukázali, že na jeho štúdium a vysvetlenie je potrebný jednak rozsiahly a jednak kvalitný pozorovací materiál.

Flickering sám o sebe nebol nikdy dobre definovaný a to hneď z niekoľkých dôvodov. Predovšetkým nie je jasné, či by sa variácie na časových škálach hodín čiže škálach porovnateľných s orbitálnou periódou kataklizmatických premenných hviezd a variácie na škále minút mali považovať len za rozličné prejavy toho istého javu (flickeringu) alebo nie. Bruch (1995) uvádza ako hornú hranicu trvania jednotlivých zjasnení flickeringu kataklizmík 20–30 min. Na druhej strane, Price et al. (2004) považujú za flickering u trpasličej novy BZ UMa aj variácie na škále 43 min, čo je takmer polovica orbitálnej periódy. Pravdepodobne však variácie na časových škálach porovnateľných s orbitálnou periódou k flickeringu nepatria, pretože sú zrejme zapríčinené inými fyzikálnymi mechanizmami (Bruch 2000). Dlhšie časové škály flickeringu u iných typov premenných hviezd ako CVs sa dajú prirodzene vysvetliť väčšími rozmermi centrálnych telies (Bruch 2000).

Svetelné krivky kataklizmatických premenných hviezd sú veľmi zložené. Variácie pozorované v danom fázovom intervale sú spôsobené: šumom fotónov, atmosférickým šumom (scintiláciou), flickeringom, orbitálnymi alebo s orbitálnym pohybom spojenými javmi ako sú humpy a superhumpy, zákrytmi a ďalšími, často neznámymi javmi (Bruch 1996). Pôvod

a príčiny vzniku flickeringu nie sú presne známe ako ani jeho fyzikálne vlastnosti. Preto je veľmi ťažké stanoviť, čo presne je na svetelnej krivke flickering. Problémom je ako odlíšiť flickering od šumu prístroja, vplyvu atmosféry a ostatných svetelných prejavov hviezdy. Vychádzať možno iba z veľmi dobrej znalosti vlastností pozorovacieho prístroja, stanovišťa, pozorovacích podmienok a samozrejme metódy spracovania dát. Je nevyhnutné vedieť, koľko z toho, čo je vidieť na svetelnej krivke, je spôsobené samotným meraním a spracovaním dát. Táto na prvý pohľad samozrejmosť však rozhodne nie je triviálna. Aj Bruch (1996) konštatuje, že má vo svojich dátach väčší šum než zodpovedá jeho odhadu inštrumentálnych neistôt. Hoci predpokladá, že časť šumu je inštrumentálneho pôvodu a časť je spôsobená scintiláciou, stanoviť ich presnú veľkosť nedokázal. Ak nie je jasné, aký veľký je inštrumentálny šum a aké má vlastnosti, ťažko potom určiť, čo všetko zo svetelnej krivky je flickering. Interpretácia týchto pozorovaní je náročná a často sporná. Tieto myšlienky ma priviedli k tomu, aby som preskúmal svoje vlastné pozorovacie podmienky. Práve časť 1.1 a časť Hlava, kap. 3 obsahujú výsledky môjho bádania okolo vplyvu prístrojov, spracovania pozorovaní a okolitého prostredia na výsledné dáta.

Časové vlastnosti flickeringu sú tiež neznáme a v prípade štatistického výzkumu jeho prejavov sú najvýhodnejšie časovo ekvidistantné rady pozorovaní. V opačnom prípade je porovnávanie svetelných kriviek s rozličným časovým rozlíšením veľmi sporné (Bruch 1995). Nedisponujeme však prístrojom, ktorý by poskytoval pozorovania rôzne jasných hviezd s rovnakým pomerom S/N a rovnakým časovým rozlíšením. Samozrejme tu vstupujú do hry taktiež náhodné elementy ako počasie, prechod lietadla či družice, kozmické žiarenie atp. Tieto javy spôsobujú diery v časových radoch pozorovaní a ako uvádza Bruch (1992a), autokorelačná funkcia sa dá spočítať iba z ekvidistantného radu. Veľkosť medzery v časovom rade obmedzuje minimálnu amplitúdu flickeringu, ktorá sa dá analyzovať. Čím väčšia je diera, tým väčšia musí byť amplitúda, aby sa dal flickering identifikovať.

Do roku 2009 slúžil na MUO ako detektor kamera SBIG ST-8XE s menej kvalitným čipom druhej triedy a pomalým LPT pripojením k počítaču, ktoré výrazne obmedzovalo časové rozlíšenie pozorovaní v dôsledku dlhého vyčítania snímok (viď časť 1.2). Použitím vyššieho binningu sa dá skrátiť doba vyčítania ako aj znížiť vyčítavací šum ale za cenu nižšieho uhlového rozlíšenia a predovšetkým nižšieho rozlíšenia signálu (časť Hlava, kap. 1). Toto obmedzenie pominulo s inštalovaním novej kamery SBIG ST-8XME pripojenej k počítaču pomocou USB. Vplyv časového rozlíšenia na svetelnú krivku možno vidieť porovnaním obr. 2.12a a obr. 2.12b. Pozorovanie jasnejších hviezd ako napr. Z And, CH Cyg a T CrB má výhodu vo vysokom pomere S/N a dobrom časovom rozlíšení v dôsledku kratších expozičných dôb, ale vzhľadom na malé zorné pole sa do neho vôjde málo vhodných porovnávacích hviezd. Pri pozorovaní slabších hviezd ako napr. V627 Cas a V443 Her je obmedzujúcim faktorom veľmi nízky pomer S/N a to aj pri dlhších expozičných dobách, ktoré redukujú časové rozlíšenie.

Symbiotické premenné hviezdy sú dlhoperiodické dvojhviezdne sústavy s typickými periódami 1–100 rokov. Sústavy tvorí primárna zložka, ktorou je červený obor a horúci sprievodca obklopený ionizovanou obálkou (Dobrzycka et al. 1996). Fyzikálna štruktúra horúcej zložky nie je dodnes presne známa. Môže ňou byť biely trpaslík ale aj akreujúca hviezda hlavnej postupnosti. Symbiotiky nemajú rovnakú fyzikálnu štruktúru ako CVs, pretože červený obor vyplňa svoj Rocheov lalok iba v niekoľkých malo prípadoch a nemôže tak prenášať materiál do akrečného disku rovnakým spôsobom ako u CVs. Prenos hmoty

je daný silným hviezdnyim vetrom primárnej zložky, čím v sústave vzniká okolohviezdna obálka, ktorá je ionizovaná žiarením trpaslíka. Výsledné spektrum je zložené zo spektra oboch hviezd a tzv. symbiotickej hmloviny. Z doterajších štúdií môžeme predpokladať, že flickering úzko súvisí s prenosom hmoty a preto by u symbiotických premenných hviezd mohol slúžiť ako test prítomnosti prenosu hmoty.

Symbiotické dvojhviezdy vykazujú celú škálu fotometrických prejavov: vysoké a nízke štádiá aktivity, vzplanutia, výtrysky hmoty, zákryty, pulzácie chladnej zložky a ďalšie. Je známych asi 200 symbiotických premenných hviezd, ale iba 9 z nich vykazuje rýchle zmeny jasnosti: RS Oph, T CrB, MWC 560, Z And, V2116 Oph, CH Cyg, RT Cru, o Cet a V407 Cyg (Gromadzki et al. 2006). Flickering na časovej škále do zhruba 2 hodín sa objavuje v štádiách vysokej aktivity a/alebo počas vzplanutí. Práca Dobrzycka et al. (1996) naznačuje, že k flickeringu dochádza iba u symbiotických systémov s bielym trpaslíkom. Na druhej strane nie všetky symbiotické sústavy s bielym trpaslíkom flickering vykazujú. Ďalšie zistenia naznačujú, že flickering sa vyskytuje iba u sústav s nižšími luminozitami horúcej zložky. Medián luminozity skupiny flickerujúcich symbiotík je $70 L_{\odot}$ a $1000 L_{\odot}$ pre skupinu, ktorá flickering nevykazuje. K obdobnému záveru dospeli aj v práci Gromadzki et al. (2006), sústavy s flickeringom majú luminozitu horúcej zložky v rozmedzí $10\text{--}100 L_{\odot}$ až na Z And s luminozitou $1000 L_{\odot}$ a V2116 Oph, ktorej horúca zložka je neutrónová hviezda. Počet takto preštudovaných symbiotických systémov je však malý a preto tieto závery nemusia mať všeobecnú platnosť. Aj z tohto dôvodu som sa rozhodol zamerať svoje štúdium flickeringu na symbiotické premenné hviezdy.

2.1 QR And - prvý pokus

Premenná hviezda QR And (= RX J0019.8+2156) sa zaraďuje do triedy veľmi mäkkých röntgenových zdrojov (ang. Supersoft X-ray Sources, ďalej len SSXSs). Medzihviezdna látka je pre veľmi mäkké röntgenové žiarenie značne nepriehľadná, čo mimoriadne sťažuje hľadanie týchto objektov. V našej Galaxii sa ich preto dodnes podarilo opticky identifikovať iba zopár. Objav QR And je výsledkom práce Beuermann et al. (1995) nájst SSXSs v dátach z celooblohovej prehliadky ROSAT. Vizuálna jasnosť QR And je približne 12 mag, t. j. je prinajmenšom o 5 mag jasnejšia ako ostatné SSXSs, čo ju predurčuje pre dlhodobé a podrobné observačné štúdie aj pomocou menších prístrojov.

Presný model systému nie je dodnes známy, avšak doterajšie pozorovania a teoretické znalosti naznačujú, že sa jedná o dvojhviezdu tvorenú bielym trpaslíkom a hviezdou hlavnej postupnosti príp. mierne vyvinutou hviezdou. Biely trpaslík akreuje hmotu zo sprievodcu pri rýchlosti $100\text{--}1000$ krát vyššej ako u typických kataklizmatických systémov. Akrečný prúd prudko naráža do akrečného disku a spôsobuje vyvýšenie jeho okraja, ktorý je pre žiarenie bieleho trpaslíka nepriehľadný. Vysoká akrečná rýchlosť spôsobuje stále alebo cyklické horenie nahromadeného vodíku na povrchu bieleho trpaslíka, čoho dôsledkom je vznik veľmi mäkkého röntgenového žiarenia. Röntgenové žiarenie je v akrečnom disku reemitované do ultrafialovej a optickej oblasti, kde predstavuje dominantný zdroj jasnosti. Akrečný disk je preto mimoriadne významnou súčasťou SSXSs. Vzhľadom na turbulentný charakter akrečného disku a jeho veľkú plochu, ktorá môže zakrývať i celého bieleho trpaslíka, je možné očakávať prejavy flickeringu.

Premennej hviezde QR And a typu SSXSs som sa venoval vo svojej diplomovej práci (Chrastina 2005) a je v nej možné nájsť bližšie podrobnosti. V roku 2004 som na Observatóriu Hlohovec získal fotometrické pozorovania počas 22 nocí. Ako prvý pokus pri štúdiu flickeringu som sa snažil v získaných dátach nájsť známky flickeringu pomocou vlnkovej transformácie a nelineárnej analýzy. S výpočtami mi pomohol Mgr. Karlovský, ktorý tieto analýzy používa a má príslušné programy.

2.1.1 Vlnková transformácia a nelineárna analýza

Metóda vlnkovej transformácie umožňuje, podobne ako Fourierova transformácia, analyzovať časové rady a hľadať významnosti periód pomocou periodogramov. Fourierova transformácia poskytuje informáciu o tom, aké frekvencie sa nachádzajú v signále (časovom rade). Nehovorí však nič o tom, kde v čase sa nájdená frekvencia vyskytuje. Preto je vhodná iba pre stacionárne časové rady a nie je vhodná na skúmanie dynamických systémov, ktoré vykazujú časovú zmenu variability, t. j. ak je základná variabilita modulovaná časovo premenlivými periódami. Princíp vlnkovej analýzy spočíva v získaní časovo-frekvenčného popisu signálu. Na rozdiel od fourierovskej transformácie umožňuje hľadanie periód pre každý okamih radu, pretože časový rad môže byť nestacionárny a v takom prípade je potrebná lokalizácia frekvencie v čase. Riešením je použitie tzv. okna, v ktorom sa ohraničí krátky úsek časového radu a určí sa v ňom frekvenčné spektrum. Od tvaru a šírky okna závisí rozlíšenie vo frekvencii a v čase. Široké okno dáva veľké rozlíšenie vo frekvencii a malé rozlíšenie v čase. Úzke okno dáva naopak nízke rozlíšenie vo frekvencii a vysoké v čase. Vhodnou zmenou šírky a tvaru okna je možné dosiahnuť optimálny pomer rozlíšenia v čase a frekvencii. Okno sa nazýva aj materská vlnka (ang. mother wavelet). Vlnková transformácia je založená na hľadaní podobností rôzne dlhých úsekov celého časového radu s prekrývajúcimi sa, rôzne škálovanými funkciami (vlnkami) potrebných vlastností. Umožňuje skúmanie radov, ktoré vykazujú nestacionárny výkon pre rôzne frekvencie (Daubechies 1990).

Na analýzu časových radov som použil spojitú vlnkovú transformáciu (Continuous Wavelet Transform) s tzv. Morletovou materskou vlnkou, kde sínusová vlnka je modulovaná v čase Gaussovou funkciou. Pri určení významnosti lokálnych maxím výkonového spektra som vychádzal z predpokladu, že časový rad má priemerné (globálne) výkonové spektrum. Ak výkon vlnkovej transformácie výrazne presahuje pozadové spektrum, môžem ho považovať za reálny s určitou mierou spoľahlivosti. Ak výslovne neuvádzam inak, tak som pri svojej analýze použil mieru spoľahlivosti 90 % a testoval som ju podľa prác Kestin et al. (1998) a Percival (1995). Na výpočty som využil modifikované počítačové programy Torrence & Compo (1998) pre vlnkovú transformáciu svetelných kriviek od Mgr. Karlovského.

Nelineárna analýza umožňuje získať informácie o dynamickom systéme, ktorý formuje časový rad a to počet stupňov voľnosti systému, charakter jeho pohybu vo fázovom priestore a predpovedateľnosť jeho chovania (Karlovský 1998). Spočíva v rekonštrukcii dynamiky systému, ktorý vytvára jednorozmerný rad. Rekonštrukcia vychádza z predpokladu existencie dynamického systému, ktorý generuje pohyb na atraktore (príťahujúcej množine). Výsledok rekonštrukcie fázového priestoru potom ukazuje, aké vlastnosti má pôvodný dynamický systém a od kolkých stupňov voľnosti daný časový rad závisí. Na základe zistenia dynamických invariantov, ako sú fraktálna dimenzia, Kolmogorovská entropia (K2) a Ljapunovove exponenty, možno rozhodnúť, či sa jedná napríklad o deterministický chaos alebo nie. Namiesto

fraktálnej dimenzie sa často používa korelačná dimenzia D_2 . Jej závislosť od tzv. vnorenej dimenzie ukazuje, či sa jedná o periodickú funkciu, dve nezávislé periodické funkcie alebo rôzne závislosti s vyšším počtom stupňov voľnosti a tiež to, či je v danom systéme prítomný šum. Za určitých podmienok môžeme zistiť aj charakter šumu. Najväčší Ljapunovov exponent je kritériom chaotičnosti pohybu v systéme. Na jeho základe môžeme tiež zistiť, na aký dlhý čas dopredu je možné predpovedať priebeh časového radu. Čím viac bodov časový rad obsahuje, tým lepšie je možné zrekonštruovať dynamiku systému pomocou nelineárnej analýzy, hlavne ak sa jedná o systém s väčším počtom stupňov voľnosti. Platí, že pre systém s korelačnou dimenziou $D_2 = N$, potrebujeme v časovom rade aspoň 10^N bodov, aby sa dal tento rad považovať za dostatočne robustný. Na výpočty som použil algoritmy a programy z prác Wolf et al. (1985), Hegger et al. (1999) a Schreiber & Schmitz (2000).

Obe metódy vyžadujú ekvidistantné časové rady. Pri fotometrických meraniach môžu v časovom rade vzniknúť medzery, ktoré sa zvyknú doplniť interpoláciou susedných bodov. Časový rad po doplnení chýbajúcich bodov však môže nadobudnúť priebeh s ďalšími (umelými) frekvenciami alebo môže dokonca vzniknúť úplne nový dynamický systém. Červený šum vzniká vtedy, keď hodnoty časového radu nie sú na sebe úplne nezávislé, ale sú korelované s určitým korelačným časom (Markovove stochastické procesy). Je charakteristický tým, že spektrálna hustota výkonu (výkon na frekvenčný interval) klesá s frekvenciou ako f^{-2} . Biely šum, nazývaný aj Johnsonov, charakterizuje konštantná spektrálna hustota výkonu, hodnoty časového radu sú na sebe úplne nezávislé.

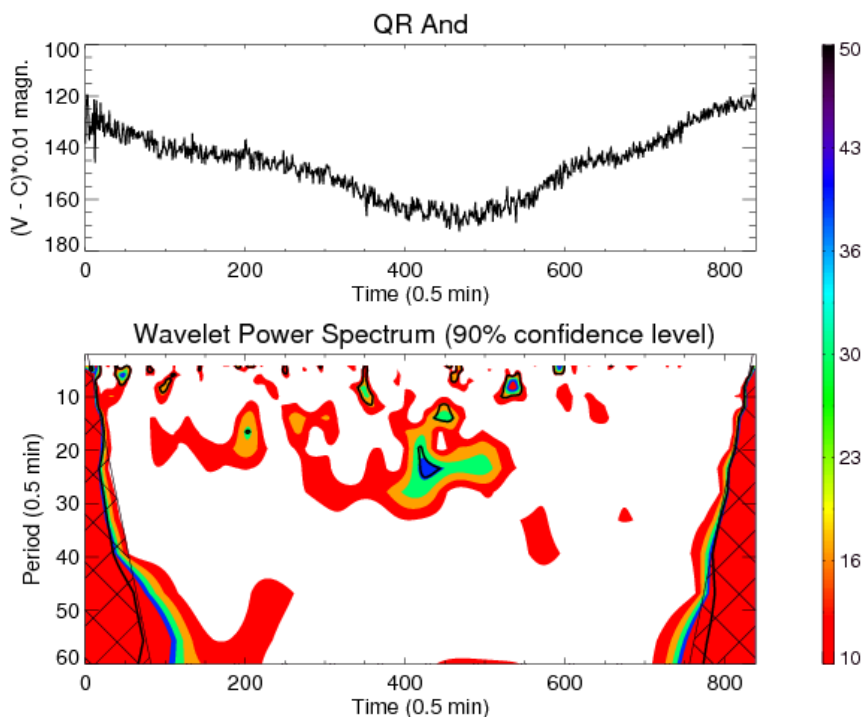
2.1.2 Výsledky

Hľadanie periód je obmedzené dĺžkou časového radu, v prípade vlnkovej transformácie zhruba $1/8$ dĺžky svetelnej krivky. Presná hodnota závisí na výbere a parametroch vlnky (Fritz & Bruch 1998). Dostatočnú dĺžku a kvalitu dát pre analýzu mali iba pozorovania z 9. 9., 30. 10. a 4. 10. 2004, ktoré prebiehali cez Johnsonov filter V s integračnou dobou 12 s a časovým rozlíšením 32 ± 1 s. V analýze som použil všetky body s vnútornou neistotou menšou ako 0,03 mag. Vlnková transformácia ukazuje výskyt periodicít v blízkosti primárneho minima (obr. 2.1–2.3). V horných grafoch na obr. 2.1–2.6 je na zvislej osi rozdiel jasností premennej a porovnávacej hviezdy v stotinách magnitúdy a na vodorovnej osi je čas v jednotkách 0,5 minúty. V dolných grafoch je na zvislej osi perióda v jednotkách 0,5 minúty a na vodorovnej osi je čas v jednotkách 0,5 minúty. Periód y rýchlych zmien jasnosti QR And nájdené s použitím globálneho pozadia uvádzam v tab. 2.1. Vo všetkých pozorovaniach sa vyskytujú ešte dlhšie periód y, tie však súvisia s priebehom jasnosti v okolí minima, napr. v pozorovaniach z 30. 9. sú to periód y 18 a 25 minút.

Tab. 2.1: Periód y rýchlych zmien jasnosti QR And nájdené pomocou vlnkovej transformácie

Dátum	Periód y [min.]
9. 9. 2004	9, 12
30. 9. 2004	10
4. 10. 2004	7,5, 12

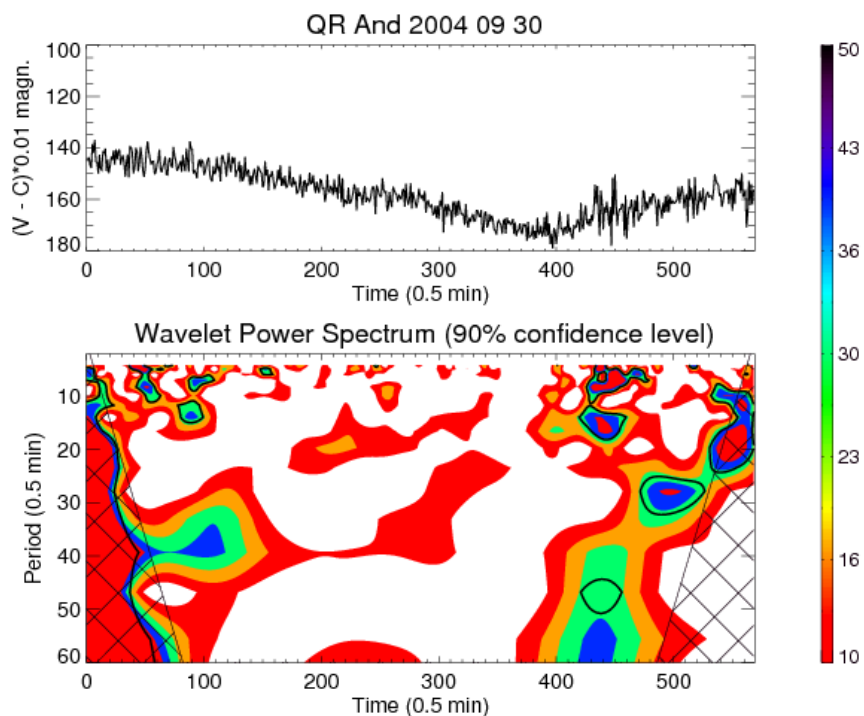
Pre hľadanie krátkych periód sme pokusne odstránili trend v okolí minima v pozorovaní z 9. 9. a to tak, že od originálnych dát sme odčítali kľzavý priemer z 30 bodov. Vlnkové



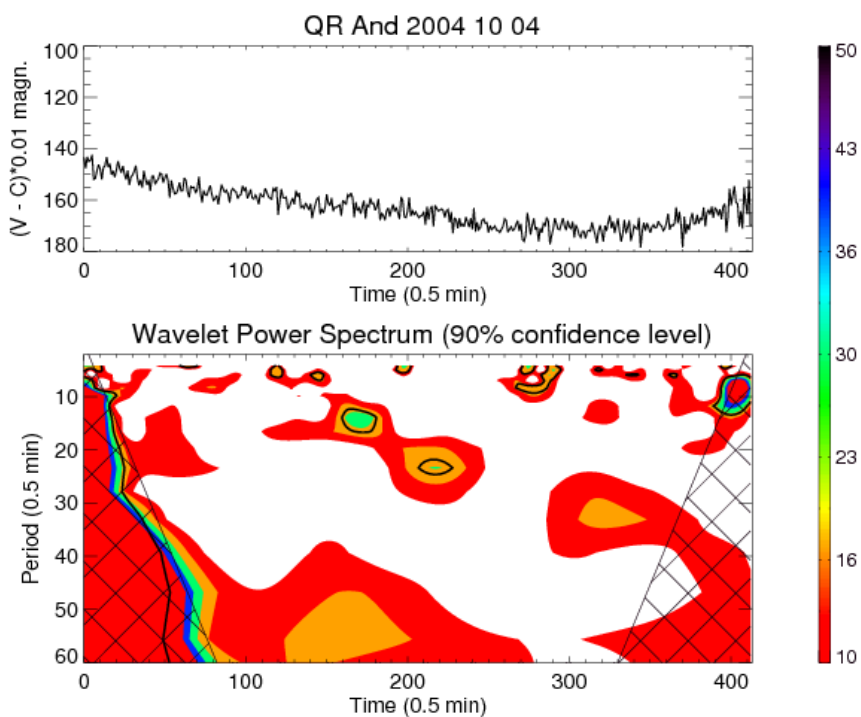
Obr. 2.1: Vlnkové výkonové spektrum pozorovaní QR And, 9. 9. 2004, FRO, exp. doba 12 s, teplota -20°C , filter V

výkonové spektrum ukazuje dve významné periódy 9 a 12 minút (obr. 2.4). Pri analýze s červeným šumom sa však nijaké významnejšie periódy neobjavili (obr. 2.5). V prípade bieleho šumu sa ako významná javí perióda 12 minút (obr. 2.6). Na obr. 2.8 je vidieť charakter závislosti výkonu od frekvencie. V prostrednom grafe, ktorý zobrazuje Fourierovu transformáciu, sú vyznačené jednotlivé trendy závislosti a je vidieť, že 12 minútová perióda zodpovedá prechodu trendu výkonového spektra fourierovskej transformácie na biely šum a preto sa pravdepodobne nejedná o skutočnú periódu, ale iba o periódu, ktorá je súčasťou šumu. Nájdené periódy rýchlych zmien jasnosti možno považovať za šum. Príčinou je vysoká vnútorná neistota analyzovaných pozorovaní 0,03 mag.

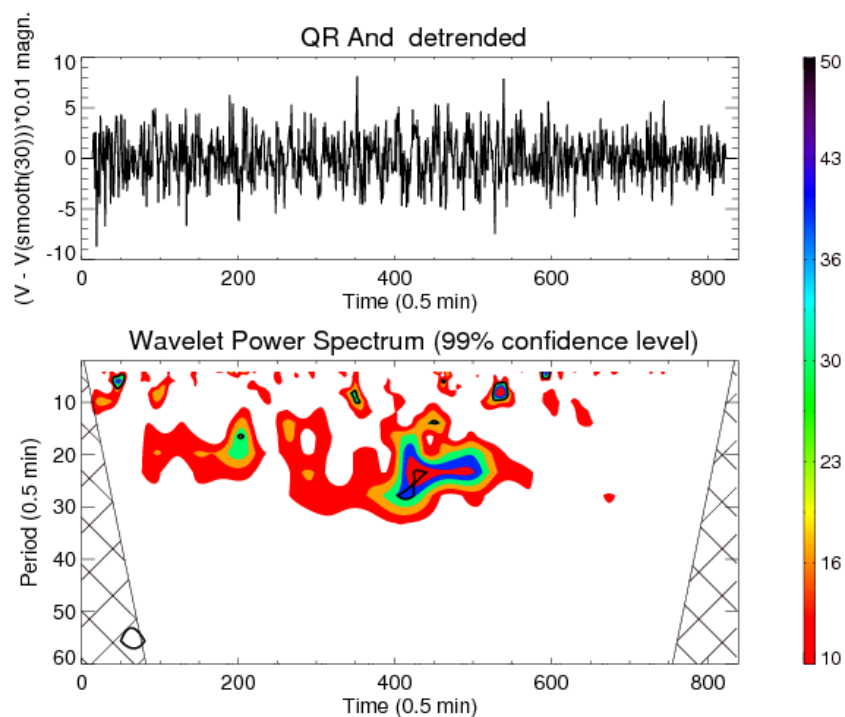
Pomocou algoritmu nelineárnej redukcie šumu sme zredukovali šum v dátach až na štvrtinu vnútornej neistoty pozorovaní. Predošlé výsledky to však takmer vôbec neovplyvnilo a nelineárna redukcia šumu sa ukázala ako neúčinná. Analýza dát z 9. 9. ukázala, že v korelačnej dimenzii D_2 v závislosti od vnorenej dimenzie nedochádza k nasýteniu, krivka stále stúpa, čo svedčí o veľkom podiele šumu v pozorovaniach (obr. 2.7). Fraktálny test (test sebedopodbnosti) ukázal, že takmer všetky dáta predstavujú šum (obr. 2.9). Vodorovné úseky grafu dokumentujú sebedopodbnosť dát na takmer všetkých časových mierkach. Až pri väčších časových škálach (v pravej časti grafu na obr. 2.9) je úplná sebedopodbnosť porušená. Tu sa už nejedná o šum, ale o reálne zmeny jasnosti súvisiace s priebehom minima. Na lepšiu analýzu je potrebné zvýšiť pomer S/N, zmenšiť neistotu pozorovaní a zväčšiť robustnosť dát časového radu zvýšením počtu pozorovaní. Hľadanie flickeringu v mojich pozorovaniach QR And bolo síce negatívne, ale ukázalo aspoň možné metódy a analýzy, ktoré by sa pri jeho štúdiu dali použiť.



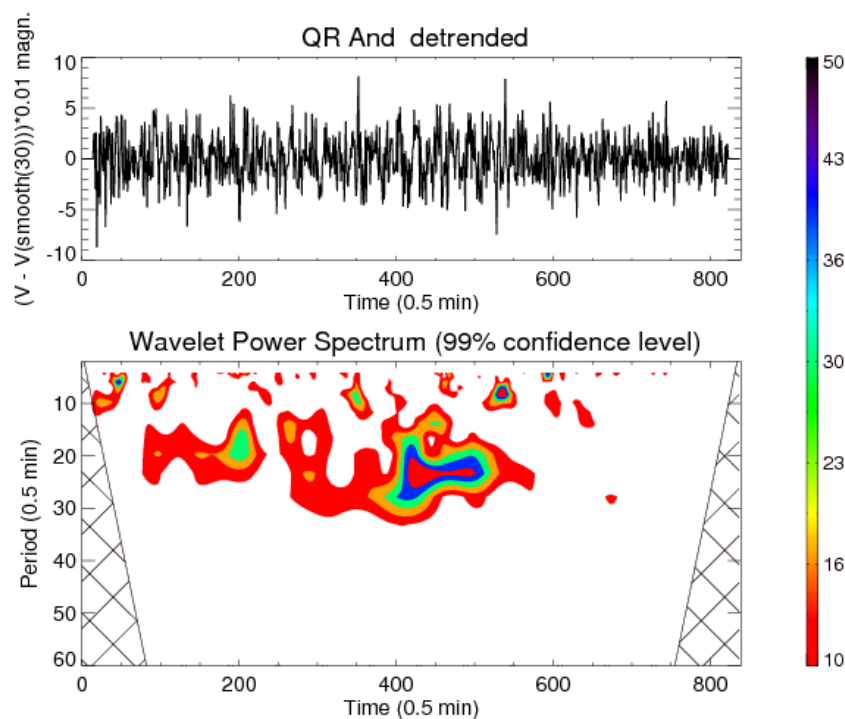
Obr. 2.2: Vlnkové výkonové spektrum pozorování QR And, 30. 9. 2004, FRO, exp. doba 12 s, teplota -15°C , filter V



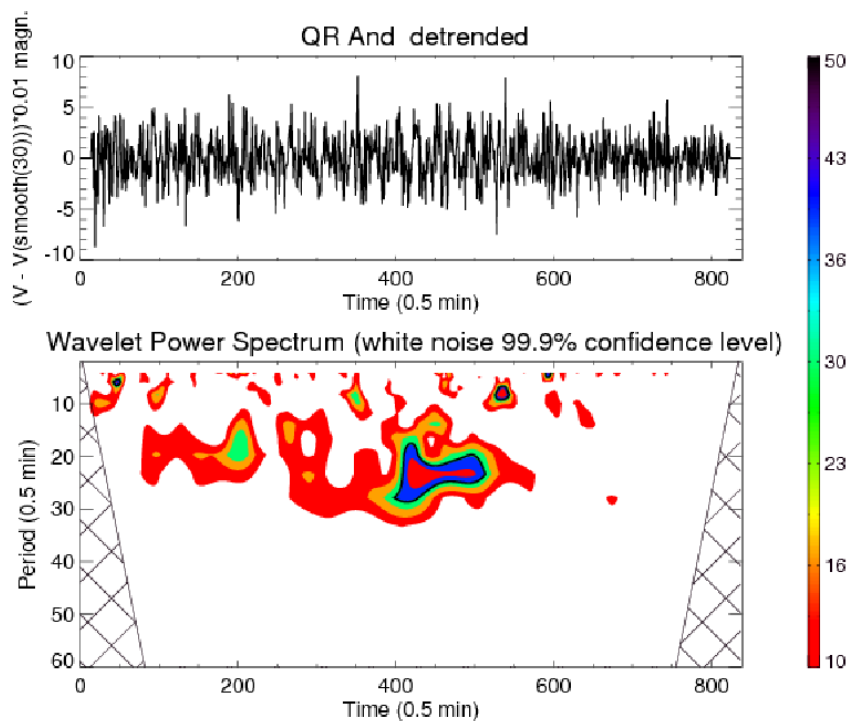
Obr. 2.3: Vlnkové výkonové spektrum pozorování QR And, 4. 10. 2004, FRO, exp. doba 12 s, teplota -18°C , filter V



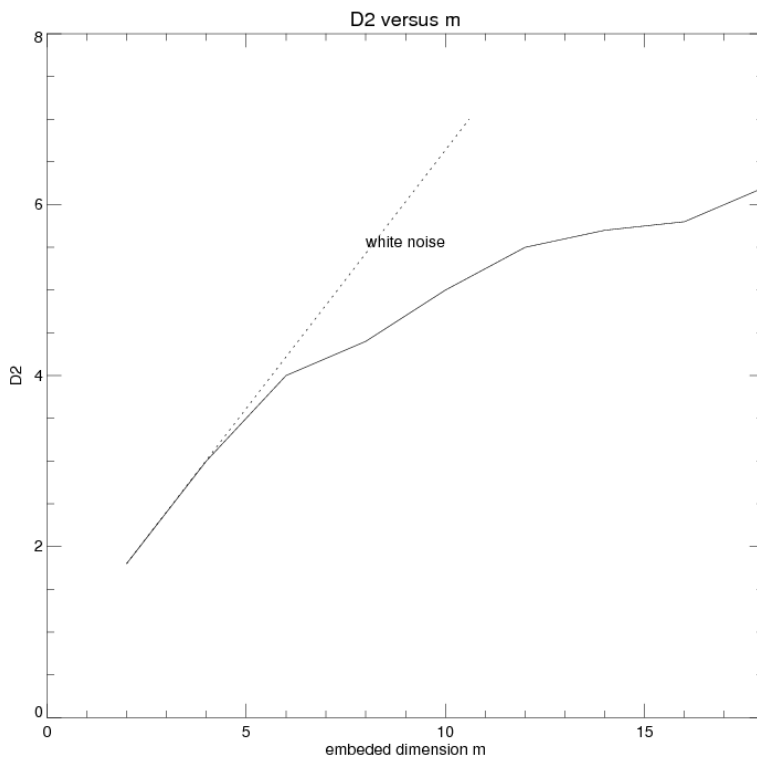
Obr. 2.4: Vlnkové výkonové spektrum pozorování QR And z 9. 9. 2004 po odstránení trendu v okolí minima



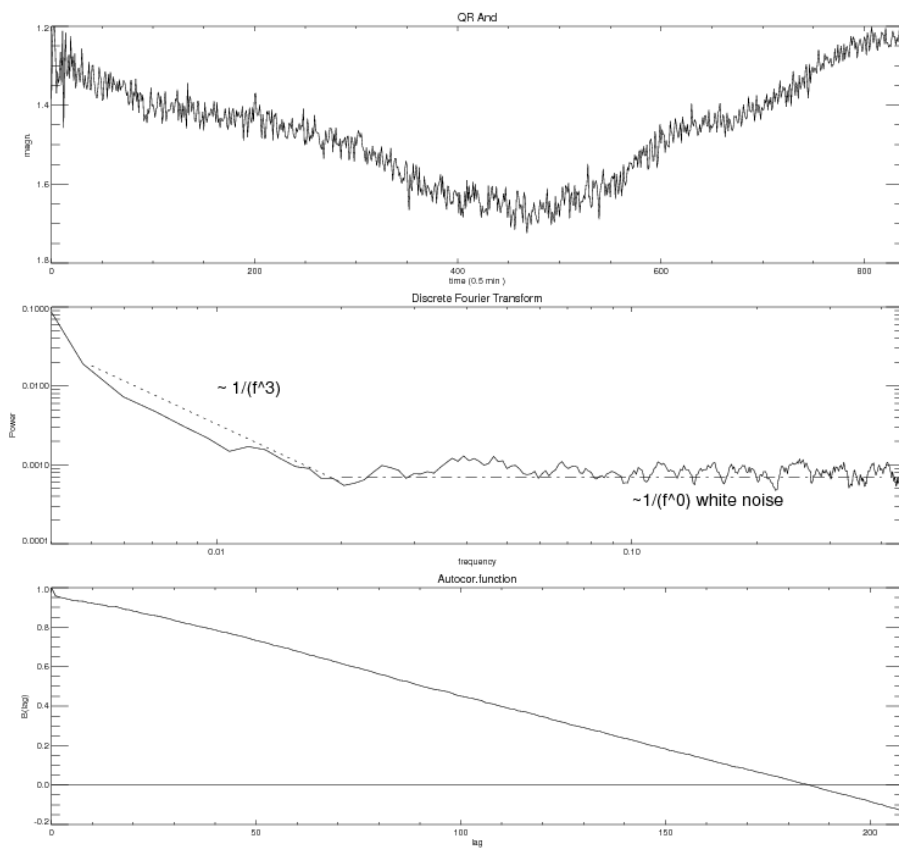
Obr. 2.5: Vlnkové výkonové spektrum pozorování QR And z 9. 9. 2004 po odstránení trendu v okolí minima s použitím červeného šumu



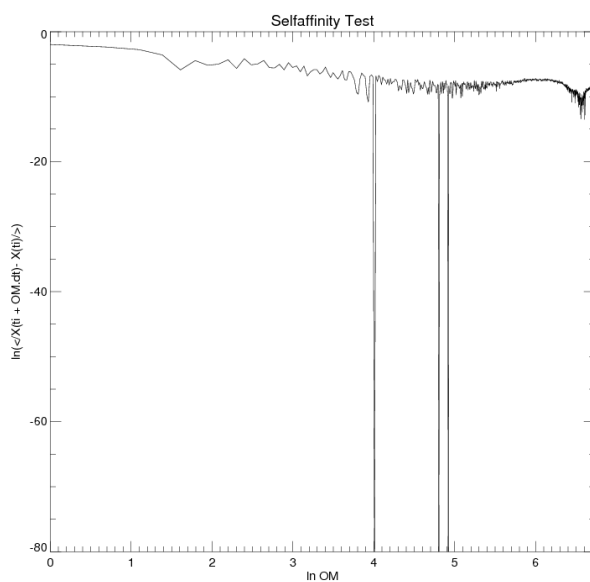
Obr. 2.6: Vlnkové výkonové spektrum pozorování QR And z 9. 9. 2004 po odstránení trendu v okolí minima s použitím bieleho šumu



Obr. 2.7: Závislosť korelačnej dimenzie D_2 od vnorenej dimenzie m pre dáta premennej hviezdy QR And z 9. 9. 2004



Obr. 2.8: Fourierovská a autokorelačná analýza pozorovaní QR And z 9. 9. 2004. Horný graf zobrazuje svetelnú krivku, prostredný graf Fourierovu transformáciu a spodný graf autokorelačnú analýzu.



Obr. 2.9: Fraktálny test. Test sebedopodnosti dát QR And z 9. 9. 2004

2.2 Z And

Tab. 2.2: Základné údaje o Z And

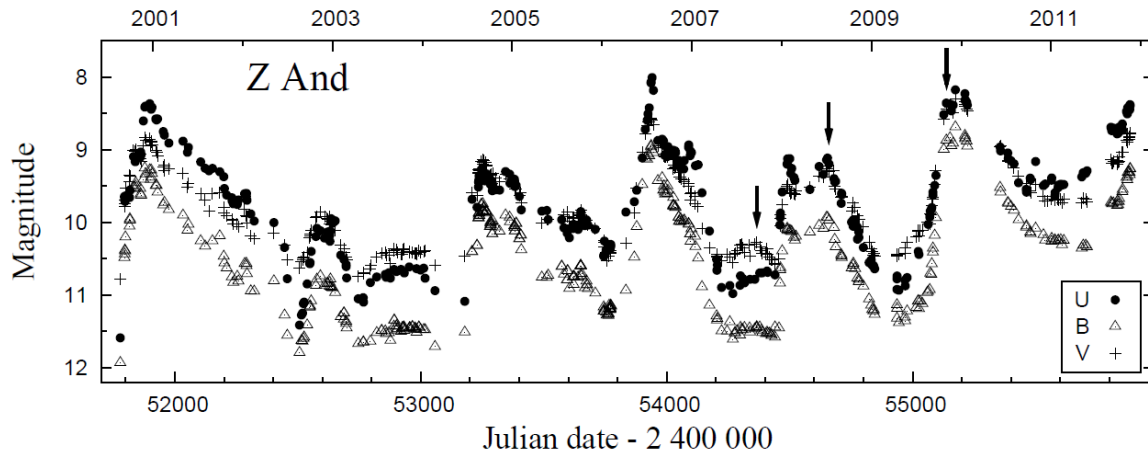
Označenie	Z And
Súradnice	23 ^h 33 ^m 39, ^s 95095 +48° 49' 05,"9585
Typ	ZAND
Spektrálny typ	M2III+B1eq
Svetelné zmeny	V: 7,7–11,3 mag

Tab. 2.3: Identifikácia porovnávacích hviezd pre Z And

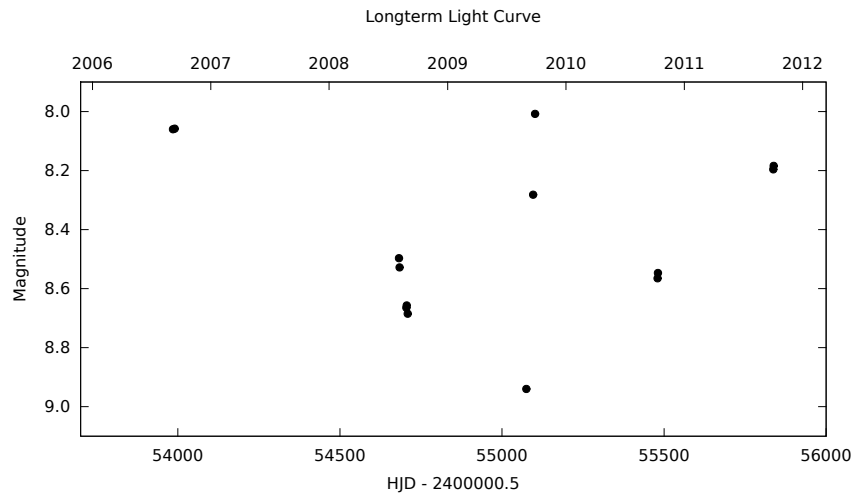
C	BD+47 4192
C1	BD+47 4188
C2	GSC 03645-01592

Pri svojom štúdiu rýchlych zmien jasnosti symbiotických systémov som začal v roku 2006 s pozorovaním Z And, prototypom tejto triedy premenných hviezd. V júli 2006 došlo v sústave k vzplanutiu, mimoriadne zaujímavému a nie príliš častému javu. Pri jeho detailnom štúdiu poslúžili aj moje fotometrické pozorovania. Priebeh vzplanutia a analýza pozorovaní je publikovaná v spoluautorskej práci Skopal et al. (2009). Z dlhodobej svetelnej krivky na obr. 2.10a môžeme vidieť, že vzplanutie sústavy Z And trvalo až do konca roku 2006. Kvôli technickým problémom s kupolou MUO v tomto období sa mi podarilo získať iba dve pozorovania počas nocí 6. a 11. 9. Obe sú zobrazené na obr. 2.11 spolu s pozorovaniami spoluautorov. Môžeme vidieť, že počas vzplanutia sa na svetelnej krivke objavili variácie s veľkými amplitúdami, ktoré pred ani po vzplanutí neboli prítomné. Pred a po vzplanutí boli nepravidelné variácie na úrovni $\Delta B \sim 0,02$ mag, zatiaľ čo v okolí maxima dosiahli amplitúdu až $\Delta B \sim \Delta V \sim 0,06$ mag. Charakter zmien jasnosti sa menil od relatívne rýchlych variácií s malými amplitúdami pred vzplanutím po pomalé variácie s vysokými amplitúdami v okolí maxima, čo naznačuje ich pôvod v disku. Zmena charakteru a vymiznutie rýchlych variácií sa dá vysvetliť tak, že žiarenie zapálilo a rozrušilo vnútorné časti deformovaného a skloneného disku. Táto interpretácia je založená na vzťahu medzi polomerom disku a časovou škálou variácií. Rozrušenie disku taktiež viedlo k vyvrhnutiu kolimovaného prúdu hmoty vo forme bipolárnych výtryskov.

K ďalším dvom vzplanutiam došlo v roku 2008 a 2009. Prvé z nich bolo menšie a malo dve maximá, jedno v januári a druhé v júli (viď obr. 2.10a). V auguste 2009 začala sústava opäť zjasňovať a maximum jasnosti dosiahla v priebehu decembra 2009 až januára 2010. Pre porovnanie na obr. 2.10b uvádzam dlhodobú svetelnú krivku z mojich vlastných pozorovaní, jasnosť porovnávacej hviezdy $V = 8.985$ mag som prevzal z práce Skopal et al. (2012) a je vidieť, že potvrdzuje publikované fotometrické prejavy. Každý bod na krivke zodpovedá časovému stredu jedného pozorovania a váženému aritmetickému priemeru jasností. Na výpočet hodnôt som použil svoje vlastné skripty (časť Hlava, kap. 4).



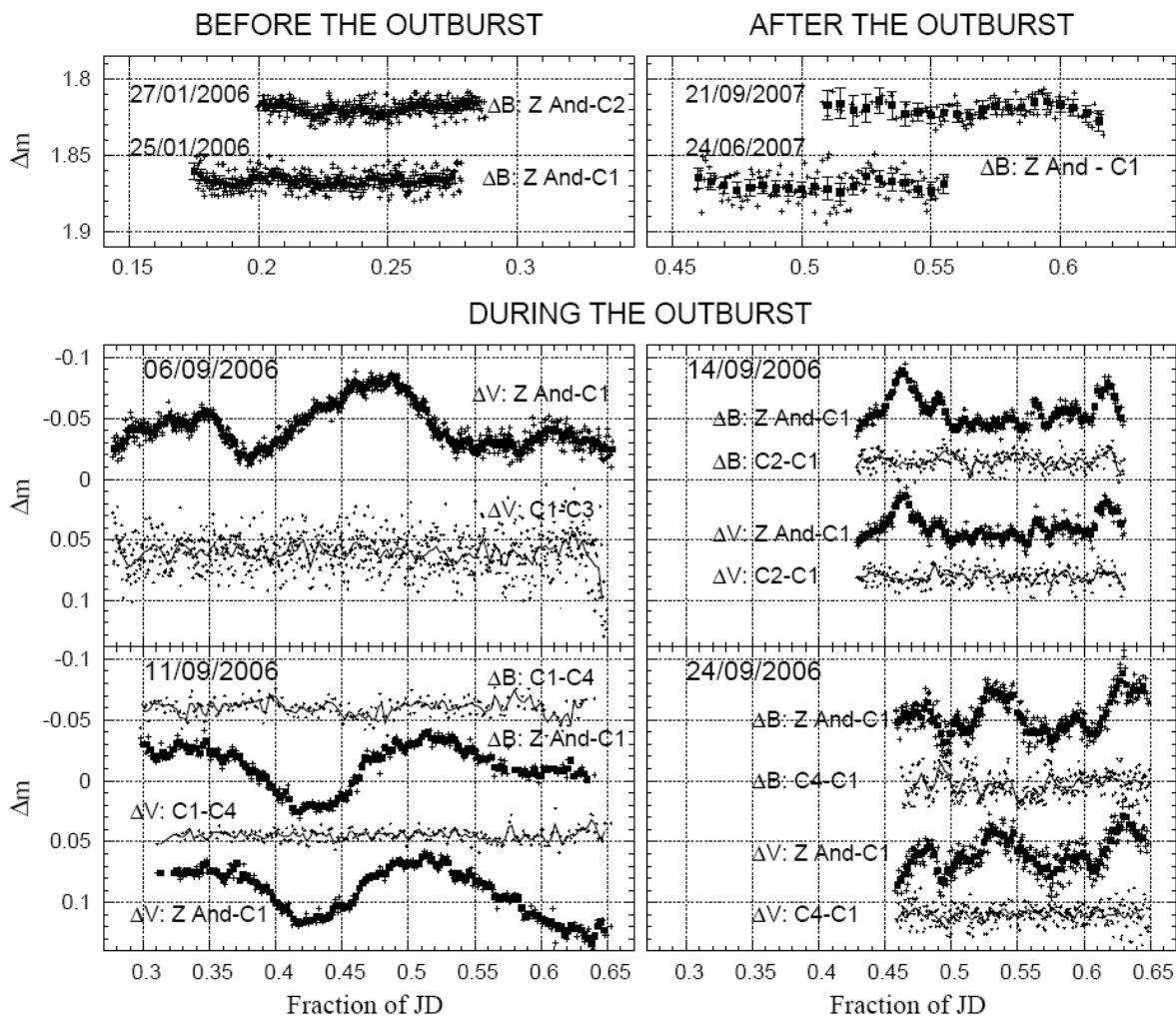
(a) Krivka prevzatá z práce Skopal et al. (2012).



(b) Krivka z mojich pozorovaní vo filtri V.

Obr. 2.10: Dlhodobé svetelné krivky Z And.

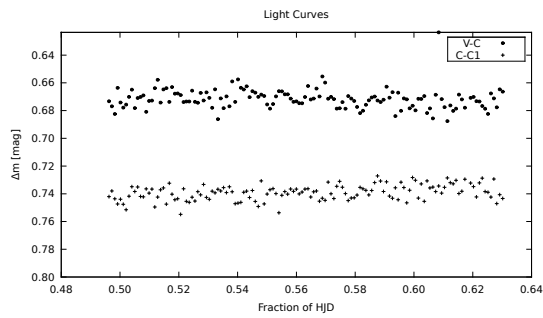
Ako uvádza Skopal et al. (2012), pred vzplanutím pozorovali rýchle variácie na časovej škále 1–2 h s amplitúdou $\Delta m \sim 0,02$ mag, ktorej veľkosť bola na úrovni fluktuácií jasnosti porovnávacej hviezdy. Počas väčšieho vzplanutia sa časová škála rýchlych variácií zvýšila na 7–9 h a ich amplitúda sa zväčšila na $\Delta m \sim 0,065$ mag. V mojich pozorovaniach som významné rýchle variácie jasnosti zaznamenal iba počas noci z 31. 8. 2009 (viď obr. 2.12c). Ostatné pozorovania z 21. 9. 2009 (obr. 2.12d) a 27. 9. 2009 (obr. 2.12e) boli ovplyvnené počasím, takže rýchle variácie nie je možné jednoznačne potvrdiť. Náznak variácií je vidieť aj na svetelnej krivke z 10. 10. 2010 (obr. 2.12f), žiaľ aj toto pozorovanie bolo zatažené vplyvom počasia a navyše porovnávacia hviezda vykazuje mierny trend. V pozorovaní z 21. 9. 2009 je dokonca vidieť určitú variabilitu porovnávacej hviezdy zapríčinenú zrejme vplyvom prístrojov a metódou spracovania dát. Porovnaním svetelných kriviek z 27. 8. 2008 (obr. 2.12a) a 6. 8. 2009 (obr. 2.12b) si môžeme všimnúť výrazne



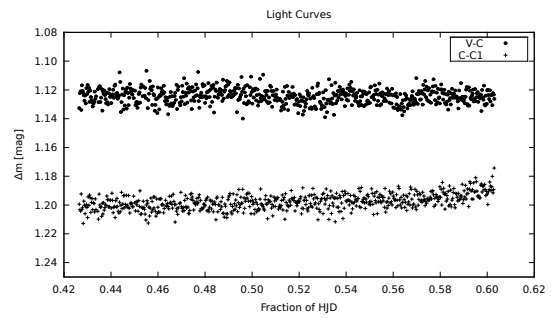
Obr. 2.11: Svetelné variácie Z And počas jej vzplanutia v roku 2006. Prevzaté zo spoluautorskej práce Skopal et al. (2009)

zlepšenie časového rozlíšenia svetelnej krivky, za ktoré vďačím novej CCD kamere SBIG ST-8XME inštalovanej na Observatórium Masarykovej univerzity v roku 2009. Kamera je k počítaču pripojená rýchlym USB a je vybavená novším čipom vyššej kvality, čo umožnilo jednak znížiť časové straty rýchlejšim vyčítavaním CCD snímok a jednak skrátiť expozičné doby citlivejším čipom.

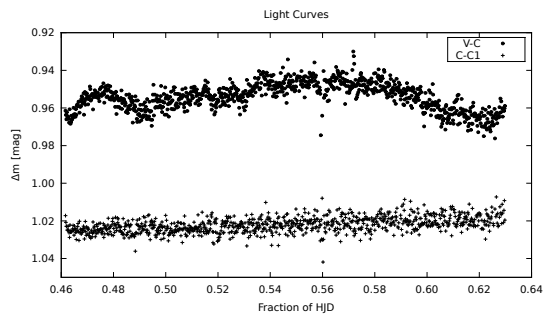
Fotometrické prejavy Z And počas vzplanutia v roku 2009 boli podobné ako pri predšom vzplanutí v roku 2006. Na druhej strane počas veľkého vzplanutia v rokoch 2000–2003 neboli zaznamenané žiadne rýchle variácie jasnosti ani výtrysky hmoty. Dá sa očakávať, že medzi vzplanutiami, ktoré sú spojené s výtryskami hmoty a rýchlymi variáciami existuje určitý súvis. Ďalšie štúdium by mohlo viesť k pochopeniu mechanizmov, ktoré spôsobujú vznik a zmenu charakteru rýchlych variácií jasnosti, mohlo by doplniť naše znalosti o prenose hmoty v sústave a poskytnúť bližšie údaje o štruktúre a vlastnostiach disku. Moje práca tiež ukázala význam a dôležitosť dlhodobých a systematických pozorovaní symbiotických premenných hviezd.



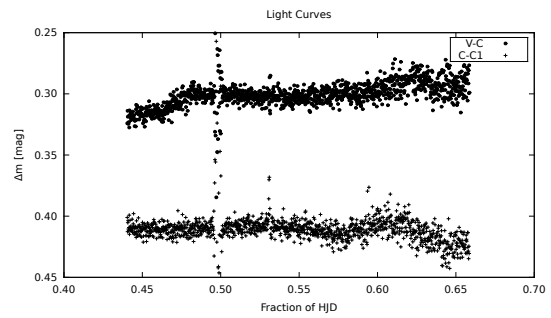
(a) 27. 8. 2008, MUO1(3x3), exp. doba 20 s, teplota -16°C , filter V



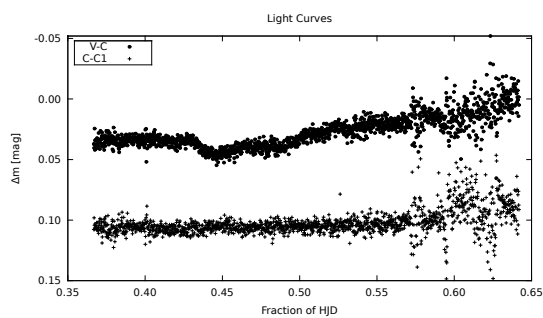
(b) 6. 8. 2009, MUO2, exp. doba 6 s, teplota -16°C , filter V



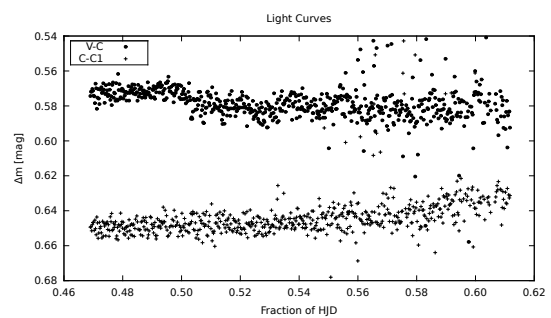
(c) 31. 8. 2009, MUO2, exp. doba 10 s, teplota -15°C , filter V



(d) 21. 9. 2009, MUO2, exp. doba 10 s, teplota -15°C , filter V



(e) 27. 9. 2009, MUO2, exp. doba 10 s, teplota -19°C , filter V



(f) 10. 10. 2010, MUO2, exp. doba 15 s, teplota -25°C , filter V

Obr. 2.12: Svetelné krivky Z And.

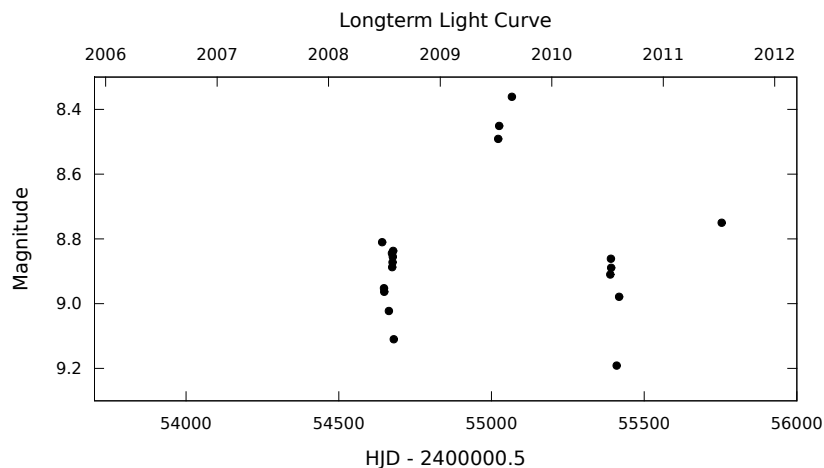
2.3 Flickering interagujúcich sústav

Na prípade Z And (viď časť 2.2) je možné vidieť náznak toho, že zrejme existuje súvis medzi rýchlymi variáciami jasnosti a prenosom hmoty v hviezdnej sústave príp. akréčnym diskom a okolohviezdnou obálkou. Podobné náznaky ukazujú aj ďalšie observačné štúdie interagujúcich premenných hviezd. Ako som uviedol v úvode tejto kapitoly, rýchle variácie jasnosti by mohli byť ukazateľom toho, že medzi zložkami dochádza k prenosu hmoty a tvorbe disku či obálky a zároveň mohli by slúžiť aj ako výzkumný nástroj. Z týchto dôvodov som svoju prácu observačne zameril predovšetkým na symbiotické sústavy, príbuzný typ kataklizmatických premenných hviezd. Systematickými a dlhodobými pozorovaniami som chcel rozšíriť naše znalosti fotometrických prejavov týchto sústav, analyzovať ich spoločné vlastnosti a nájsť medzi nimi príp. spojitosti. Z predošlých štúdií v publikovanej literatúre som zostavil zoznam kandidátov a z nich som vybral tie hviezdy, ktoré najlepšie vyhovovali mojim observačným podmienkam. Kritériom bola napr. výška nad obzorom, tak aby sa v pozorovaniach čo najmenej prejavoval vplyv extinkcie a svetelného znečistenia a zároveň aby som mohol hviezdu pozorovať v čo najdlhšiu časť roka. Ďalšími kritériami boli vhodné porovnávacie hviezdy v zornom poli a jasnosti jednotlivých hviezd kvôli časovému rozlíšeniu svetelnej krivky a veľkosti pomeru S/N. Uvedené kritériá spĺňali aj tri interagujúce premenné hviezdy iných typov a tak som ich pridal do svojho pozorovacieho programu vybraných symbiotických sústav. V tab. 2.4 uvádzam zoznam vybraných interagujúcich premenných hviezd z môjho pozorovacieho programu a súhrnnú štatistiku vlastných pozorovaní, ktoré sa mi podarilo získať.

Tab. 2.4: Štatistika vlastných pozorovaní interagujúcich premenných hviezd

hviezda	typ	počet nocí	perióda
AG Dra	ZAND	1	548,65
AG Peg	ZAND+ELL	5	818,2
AX Per	ZAND+E	1	680,83
BF Cyg	ZAND	5	-
CH Cyg	ZAND+SR	24	-
CI Cyg	ZAND+E	5	852,98
IP Peg	UG+E	2	0,15820609
TX CVn	ZAND+ELL	6	199,75
T CrB	NR+ELL	19	227,5687
UV Aur	M+ZAND	1	394,42
V443 Her	ZAND	8	-
V627 Cas	SR:	5	-

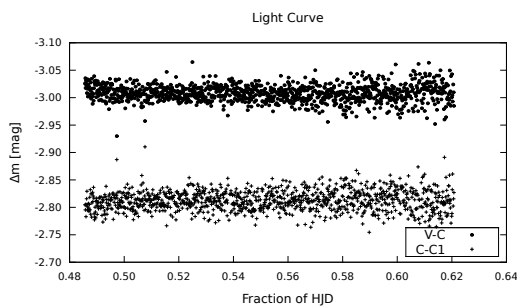
Počtom nocí som najviac pozorovaní získal pre symbiotickú premennú hviezdu CH Cyg. Na obr. 2.13 uvádzam dlhodobú svetelnú krivku zostavenú z mojich vlastných pozorovaní. Jasnosť porovnávej hviezdy $V = 11,26$ mag som prevzal z práce Høg et al. (2000) a môžem konštatovať, že potvrdzuje fotometrické prejavy publikované v práci Skopal et al. (2012). Každý bod na krivke zodpovedá časovému strediu jedného pozorovania a váženému aritmetickému priemeru jasností. Na výpočet hodnôt som použil svoje vlastné skripty (časť



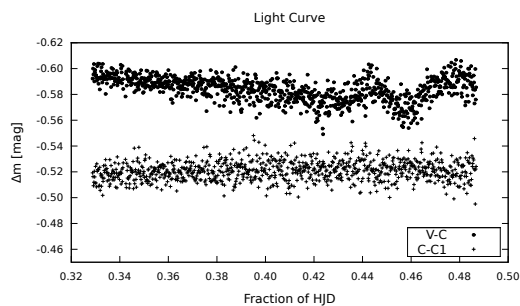
Obr. 2.13: Dlhodobá svetelná krivka CH Cyg z mojich pozorovaní vo filtri V.

Hlava, kap. 4). Od roku 2007 je sústava v nízkom štádiu fotometrickej aktivity. V júli až septembri roku 2009 došlo k miernemu zjasneniu sústavy, počas ktorého sa na svetelnej krivke objavili rýchle zmeny jasnosti $\Delta U \sim 0,2 - 0,3$ mag (Skopal et al. 2012). V tomto období som získal pozorovania počas 7 nocí, všetky vo filtri V a len jedno aj vo filtri R. Žiadne rýchle variácie však na svetelných krivkách nie sú prítomné. Na obr. 2.14a som zobrazil svoje pozorovanie z 29. 8. 2009, diferenciálna svetelná krivka CH Cyg je voči porovnávacej hviezde a krivka porovnávacej hviezdy je voči kontrolnej hviezde. Rozptyl meraní na oboch krivkách vo filtri V je $\Delta m \sim 0,1$ mag a napriek tomu nie sú viditeľné žiadne očividné variácie také, ako pozoroval Skopal et al. (2012) vo filtri U. Dá sa tak usudzovať, že variácie jasnosti sú spôsobené javom s vyššími energiami.

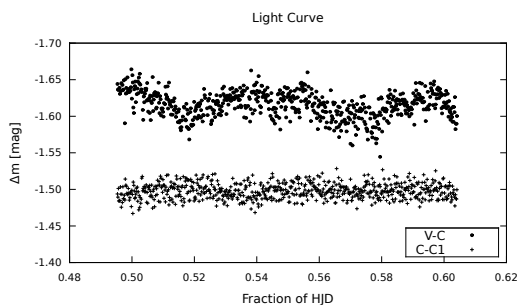
Na obr. 2.14b–2.14f som zobrazil všetky svoje pozorovania interagujúcich premenných hviezd, na ktorých sú prítomné rýchle variácie jasnosti. Z celkového počtu 82 nocí je to iba 5 pozorovaní. Navyše rozptyl diferenciálnych kriviek porovnávacích hviezd voči kontrolným hviezdám je na rovnakej úrovni alebo len o málo menšej ako amplitúda rýchlych variácií jasnosti, ktoré sú viditeľné na diferenciálnych krivkách premenných hviezd. Flickering u interagujúcich premenných hviezd sa tak nedá jednoznačne potvrdiť a preto ani identifikovať jeho pôvod a vlastnosti, na štúdium by boli potrebné dáta s výrazne nižším rozptylom svetelných kriviek. Treba tiež uvážiť možnosť, že flickering u symbiotických sústav nie je stály jav, ale vzniká iba za určitých podmienok. Na preskúmanie hypotézy sú potrebné ďalšie rozsiahle pozorovania. Napriek tomu sú získané dáta cenné a môžu poslúžiť pri štúdiu ďalších typov fotometrických zmien a do dlhodobých svetelných kriviek. Na diferenciálnej krivke C-C1 na obr. 2.14d je možné vidieť vplyv zmeny optických dráh, rozostrenia a asymetrického obrazu hviezd na čipe kamery na výslednú svetelnú krivku získanú spracovaním CCD dát metódou apertúrnej fotometrie (viď časť 1.1). Na konci pozorovania bol obraz hviezd už značne rozostrený a asymetrický, preto som použil apertúru väčšieho polomeru, čo však malo za následok započítavanie väčšej časti šumu na snímkach zo začiatku pozorovania, kedy bol obraz hviezd ostrý a symetrický. V dôsledku toho je rozptyl bodov v ľavej časti svetelnej krivky značne väčší a smerom doprava sa kontinuálne zmenšuje.



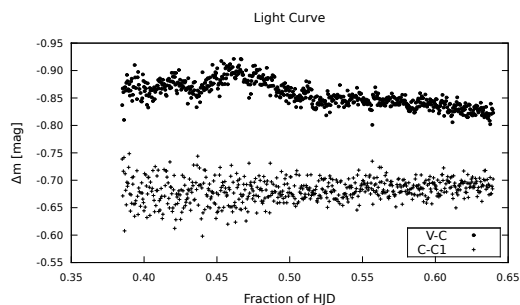
(a) CH Cyg, 29. 8. 2009, MUO2, expozičná doba 6 s, teplota -19°C , filter V



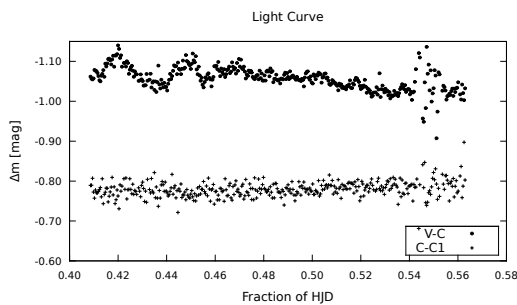
(b) AG Dra, 1. 9. 2009, MUO2, expozičná doba 10 s, teplota -15°C , filter V



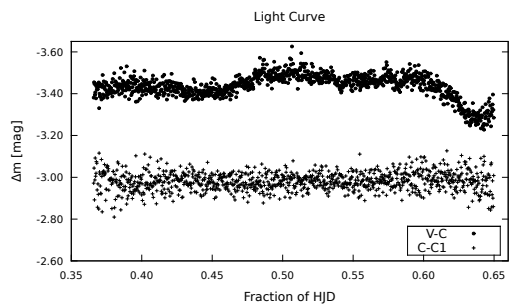
(c) TX CVn, 3. 2. 2010, HaP, expozičná doba 10 s, teplota -40°C , filter V



(d) T CrB, 6. 4. 2009, MUO2, expozičná doba 30 s, teplota -20°C , filter V



(e) T CrB, 29. 4. 2009, MUO2, exp. doba 30 s, teplota -20°C , filter V



(f) T CrB, 7. 4. 2010, HaP, expozičná doba 20 s, teplota -30°C , filter V

Obr. 2.14: Svetelné krivky rýchlych variácií jasnosti

Kapitola 3

Metódy analýzy fotometrických dát

Astronómia je jednou z najstarších vedných disciplín a sú známe pozorovania už z jej raných období. Každé fotometrické pozorovanie je treba najskôr spracovať a výsledné dáta následne analyzovať, pričom vyvinutých bolo mnoho prístupov a rôznych metód. V tejto kapitole rozoberám tie metódy, ktoré som použil v kap. 4 pri analýze svetelných kriviek a O-C diagramov. Každá metóda má svoje klady a zápory. Metóda úplne vyhovujúca všetkým možným prípadom a podmienkam neexistuje. Analytické metódy majú výhodu v tom, že ich vlastnosti sa dajú kvantitatívne vyjadriť, je teda možné číselne ohodnotiť ich obmedzenia a čo je najdôležitejšie, dá sa určiť ich vplyv na výsledok. Používanie jednej metódy má podľa mňa veľké výhody. Tou dôležitejšou je získanie konzistentnej sady fyzikálnych výsledkov, ku ktorej je potom možné pristupovať štatisticky a redukovať tak vplyv obmedzení danej metódy. Z týchto dôvodov som pri redukcii a spracovaní CCD snímok ako aj pri analýze svetelných kriviek a O-C diagramov použil vždy len jednu metódu.

Vo svojej práci som vždy prihliadal k použiteľnosti svojich výsledkov ďalšími astrofyzikmi. Verejne sa o tom príliš nehovorí, ale väčšinu fotometrických dát získavajú dnes amatérsky pozorovatelia a je úplne prirodzené, že profesionálni astronómovia ich dáta preberajú (časť Hlava, kap. 2). Nie je dokonca žiadnou výnimkou, ak amatér získava pozorovania pre profesionála, tak povedziac na zakázku. Amatérsky pozorovatelia sú však často profesiou ďaleko od fyzikálnych oborov a samozrejme samotné pozorovania zaberú veľa z ich voľného času. Nie je tak možné očakávať, že budú mať čas a vedomosti, aby si sami mohli naštudovať potrebné detaily z vedeckej literatúry, vytvorili správnu metodiku pozorovania, redukcie a spracovania dát a vytvorili si na to potrebné softvérové nástroje. Ak im tento servis poskytnem, tak odmenou budú kvalitnejšie dáta a taktiež homogenita výsledkov daná jednotnou metodikou. Príkladom môžu byť nové premenné hviezdy. Najznámejšie katalógy premenných hviezd GCVS a AAVSO VSX však pre registráciu objavy požadujú nielen potvrdené pozorovanie ale aj elementy svetelnej krivky ako napr. periódu, interval zmien jasnosti, šírky mínim a ďalšie, čím samozrejme vzniká otázka ako ich určiť. Existuje mnoho metód, ale pri výbere treba byť značne obozretný. Metódy, ktoré som použil a ktoré rozoberám práve v tejto kapitole sa ukázali byť účinné a efektívne. Fyzikálne výsledky, ktoré sa pomocou nich dajú získať, uvádzam na príkladoch analýz niekoľkých premenných hviezd v kap. 4. Metóda regresnej analýzy a prehľadávanie konfiguračného priestoru parametrov genetickými algoritmi predstavujú určitý jednotný prístup k dátam, ktoré nedegenerujú vstupné merania, ba práve naopak, využívajú ich úplný fyzikálny

zmysel. Metódy sú to všeobecné a je možné ich použiť aj pri riešení ďalších astrofyzikálnych úloh. Avšak akokoľvek dobrá metóda sa minie svojmu účinku, ak nie sú k dispozícii volne dostupné softvérové nástroje. Z tohto dôvodu som veľkú časť práce venoval práve vytvoreniu výpočtových skriptov (časť Hlava, kap. 4). Detailne som opísal použité metódy a postup výpočtov na štyroch astrofyzikálne zaujímavých aplikáciách, fázovanie svetelných kriviek so spresňovaním efemeríd, určovanie okamihov miním a konštrukcia O-C diagramov, riešenie apsidálneho pohybu a efektu tretieho telesa. Moje skripty poskytujú zatiaľ základné funkcie, ale v ďalšej práci ich rozšírim.

3.1 Regresná analýza

Premenné hviezdy toho na seba svojou premennosťou prezrádzajú ďaleko viac než hviezdy nepremenné, ich štúdium poskytuje cenné údaje o vnútornej štruktúre hviezd a hviezdnych sústav, ich evolúcii a rozširuje naše znalosti o fyzikálnych dejoch, ktoré sa v nich odohrávajú. Výzkumu premenných hviezd sa preto venuje veľká pozornosť. Typ premennosti sa zvyčajne posudzuje podľa tvaru svetelnej krivky, čo je graf závislosti jasnosti hviezdy na čase. Skúmanie charakteru časových zmien jasnosti a ich matematické vyjadrenie poskytuje základné údaje o premenných hviezdach ako napr. multiplicita sústavy, orbitálne elementy a fyzikálne parametre zložiek. Jedným z najpoužívanejších nástrojov je regresná analýza a to predovšetkým jej najstaršia a najprepracovanejšia časť — metóda najmenších štvorcov.

Vyšetríme dátový súbor n meraní fyzikálnej veličiny y_i v čase t_i . Predpokladajme pritom, že čas meriame úplne presne, takže ho môžeme považovať za nezávislú veličinu, zatiaľ čo merania závislej premennej veličiny y_i sú zatažené určitou neistotou δy_i . Cieľom je nájsť takú skalárnu funkciu $F(t)$, ktorá optimálne prechádza nameranými bodmi v rámci ich známych neistôt a vystihuje reálnu časovú závislosť pozorovanej veličiny. Funkčná závislosť bodov je niekedy zrejماً buď priamo z grafu alebo na základe znalosti fyzikálnych dejov, ktoré za nameranými hodnotami stoja. Tak napríklad pre nepremennú hviezdu by sme mali za ideálnych pozorovacích podmienok dostať svetelnú krivku, ktorej body sa sústreďujú okolo priamky rovnobežnej s časovou osou. Ďaleko častejšie však presný funkčný tvar závislosti nepoznáme a úlohou je nájsť vhodnú matematickú funkciu, ktorá čo najlepšie vystihuje pozorovanú svetelnú krivku. Je zrejmé, že sa jedná o odhad, určité priblíženie skutočnosti a preto funkciu $F(t)$ nazývame modelovou funkciou alebo tiež regresným modelom. Za týchto okolností je rozumné voliť model zložený z jednoduchších funkcií, ako sú napr. polynómy a harmonické funkcie.

Predpokladajme, že zvolený regresný model je funkcia g vopred neznámych voľných parametrov $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_g$, pričom definujeme vektor parametrov $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_g)^T$. Cieľom je nájsť také hodnoty týchto parametrov alebo tiež koeficientov, pre ktoré by funkcia $F(\boldsymbol{\beta}, t)$ optimálne vystihovala tvar pozorovanej svetelnej krivky. Tu je potrebné stanoviť kritérium optimálnosti. Najčastejšie používaná metóda najmenších štvorcov stanovuje túto podmienkou tak, že suma kvadrátov odchýlok všetkých meraní musí byť minimálna. Ak prihliadneme k tomu, že jednotlivé merania majú rôznu neistotu a teda ich váha vplyvu na optimálnosť je rôzna, tak sa dostaneme k modernej variante metódy najmenších štvorcov a sumu môžeme prepísať pomocou známej veličiny χ^2 (vzťah 3.1), kde $w_i = (\delta y_i)^{-2}$ sú váhy jednotlivých meraní. Chceme nájsť taký vektor $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{b}$, pre ktorý je hodnota $\chi^2(\boldsymbol{\beta} = \mathbf{b})$

minimálna. Táto podmienka sa dá zapísať pomocou gradientu funkcie (vzťah 3.2) a preto metóda najmenších štvorcov patrí do skupiny tzv. gradientných metód.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i - F(t_i, \boldsymbol{\beta})}{\delta y_i} \right]^2 = [y_i - F(t_i, \boldsymbol{\beta})]^2 w_i, \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \chi^2(\mathbf{b}) = \left(\frac{\partial \chi^2}{\partial \beta_1}, \frac{\partial \chi^2}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial \chi^2}{\partial \beta_g} \right)_{\boldsymbol{\beta}=\mathbf{b}} = 0 \quad (3.2)$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} F_1(t_1) & F_2(t_1) & \dots & F_g(t_1) \\ F_1(t_2) & F_2(t_2) & \dots & F_g(t_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_1(t_n) & F_2(t_n) & \dots & F_g(t_n) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Ak je možné modelovú funkciu $F(t)$ napísať v tvare lineárnej kombinácie g rôznych funkcií času $f_k(t)$, potom hovoríme o lineárnej modelovej funkcii a lineárnej regresii, ktorú je možné elegantne riešiť použitím maticového počtu. Zostavme vektor nameraných hodnôt fyzikálnej veličiny $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ a diagonálnu maticu váh \mathbf{W} rozmeru $n \times n$, zavedme označenie $F_k(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial \beta_k}$ a zostavme maticu derivácií \mathbf{X} rozmeru $n \times g$ (vzťahy 3.3). Každý stĺpec matice \mathbf{X} prislúcha jednému hľadanému parametru modelovej funkcie. Optimálne hodnoty parametrov $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_g$ nájdeme lineárnou regresiou:

$$\mathbf{U} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{V}^{-1}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{H} \mathbf{U} \quad (3.4)$$

Matica \mathbf{H} sa nazýva kovariančná matica. Riešenie, t. j. optimálne hodnoty hľadaných koeficientov modelovej funkcie obsahuje vektor \mathbf{b} a vektor $\delta \mathbf{b}$ udáva odhad neistôt ich určenia (vzťahy 3.5). Sumu štvorcov odchýliek modelovej funkcie od nameraných hodnôt určuje veličina R , štandardnú odchýlku udáva σ , pričom $n - g$ vyjadruje počet stupňov voľnosti. Všimnime si, že štandardná odchýlka je tým menšia, čím je menší počet parametrov g modelovej funkcie. Je to jeden z argumentov, prečo je dôležité nájsť vhodný regresný model s čo najnižším počtom voľných parametrov. Hodnoty modelovej funkcie obsahuje vektor \mathbf{y}_p a odhad neistoty predpovede vektor $\delta \mathbf{y}_p$. Poznamenajme, že vzťah pre $\delta \mathbf{b}$ má všeobecnejší význam, pretože je pomocou neho možné odhadnúť neistotu ľubovoľného výrazu $Q(\boldsymbol{\beta}, t)$ a po zavedení predpokladu o vzájomnej nezávislosti parametrov β_k , vedie na známy zákon šírenia chýb (viď časť 3.3).

$$\delta \mathbf{b} = \sigma \sqrt{\bar{w} \text{diag}(\mathbf{H})}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{R}{\bar{w}(n-g)}}, \quad R = \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - \mathbf{b}^T \mathbf{U}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{X} \mathbf{b}, \quad \delta \mathbf{y}_p = \sigma \sqrt{\bar{w} \text{diag}(\mathbf{X} \mathbf{H} \mathbf{X}^T)}, \quad \chi_r^2 = \frac{\chi^2}{n-g}, \quad \sigma_{\chi_r^2} = \sqrt{\frac{2}{n-g}}$$

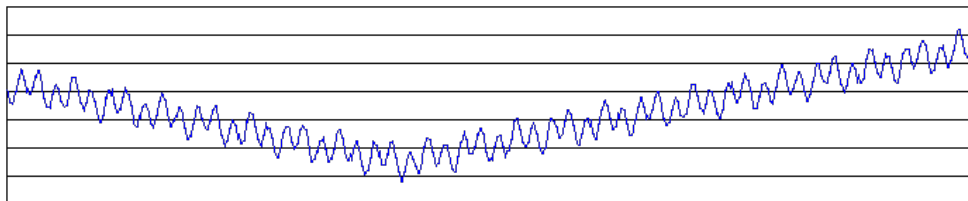
Ak si uvedomíme význam veličiny χ^2 , dá sa odhadnúť, že $\chi^2 \simeq n-g$ a je výhodné zaviesť veličinu redukovaný χ_r^2 (vzťahy 3.5), ktorej veľkosť závisí na voľbe regresného modelu a znalosti neistôt vstupných meraní. Dá sa tak použiť ako rozhodovacie kritérium, ak chceme porovnať optimálnosť preloženia nameraných dát rôznymi modelmi. Najlepší model

bude ten s najnižšou hodnotou χ_r^2 , pričom odhad neistoty určenia je $\sigma_{\chi_r^2}$ (vzťahy 3.5).

Regresné modely, ktoré dostatočne dobre vystihujú reálny priebeh astrofyzikálnych meraní väčšinou nie sú lineárne, čo sa prejavuje aj tak, že parciálne derivácie modelovej funkcie sú závislé na jej vlastných parametroch. Navyše nelineárna regresia môže viesť k viacerým riešeniam, z ktorých iba niektoré majú fyzikálny zmysel. Z týchto dôvodov je nutné poznať odhad počiatočného riešenia, v okolí ktorého budeme riešenie hľadať. V mnohých prípadoch sa dá riešenie v okolí minima $\chi^2(\boldsymbol{\beta})$ dostatočne dobre nahradiť paraboloidom a je teda možné nelineárny model nahradiť linearizovanou aproximáciou. Počiatočné riešenie si označme ako \mathbf{b}_0 a použijeme postup ako pri lineárnej regresii (vzťahy 3.4) s tým rozdielom, že namiesto vektora \mathbf{Y} použijeme diferencný vektor $\Delta\mathbf{Y} = \mathbf{Y} - \mathbf{F}$, kde $\mathbf{F} = (F(t_1), F(t_2), \dots, F(t_n))^T$. Ako riešenie získame vektor $\Delta\mathbf{b}$ predstavujúci korekciu, o ktorú treba zlepšiť počiatočný odhad \mathbf{b}_0 . Celý postup regresie sa iteračne opakuje vždy s novými spresnenými hodnotami, až kým sa výsledok ďalšími iteráciami už príliš nemení. V niektorých prípadoch môžu byť hodnoty nájdených korekcií príliš veľké a správne riešenie sa jednotlivými iteráciami sústavne preskakuje. Preto pre nový odhad parametrov používam polovičné hodnoty určenej korekcie, t. j. $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0 + 0,5\Delta\mathbf{b}$. Počítanie s polovičným krokom vedie na väčší počet iterácií, ale riešenie býva stabilnejšie. Dodávam len, že pri nelineárnej regresii je veličina R (viď vzťahy 3.5) určená takto: $R = \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}$. Zvolený regresný model nemusí byť plne nelineárny a v niektorých parametroch môže byť lineárny. V takomto prípade zložky vektora $\Delta\mathbf{b}$ zodpovedajúce parametrom, ktoré sú lineárne, určujú priamo hodnoty príslušných koeficientov. Zložky zodpovedajúce nelineárnym parametrom predstavujú korekcie, o ktoré treba zlepšiť počiatočný odhad týchto parametrov.

Pri výpočtoch je zvyčajne vhodné zaviesť substitúcie $t_i = t_i - \bar{t}$ a $w_i = \frac{w_i}{\bar{w}}$, pričom $\bar{w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i$ a \bar{t} je časový stred meraní. Pre nové váhy potom platí, že $\sum_{i=1}^n w_i = n$ a $\bar{w} = 1$. Normovanie váh a prechod k časovému stredu zlepši numerické riešenie, keďže takto dostanem menšie čísla. Treba mať na pamäti, že aj presnosť počítača je obmedzená. Čísla sú v ňom ukladané do pamäti v dátovom type s určitou bitovou dĺžkou resp. rozlíšením, napr. dátový typ float v jazyku Python má rozlíšenie 53 bitov. Veľmi hrubo povedané, každé číslo sa uloží len s konečným počtom číslic a tým dochádza k zaokrúhľovacím chybám. Neopatrné počítanie so zbytočne veľkými číslami môže potom spôsobiť problémy pri numerickom riešení. Typickým príkladom sú práve svetelné krivky, u ktorých sa čas vyjadruje v JD. Niekolko prvých číslic je rovnakých pre celé pozorovanie, takže kvôli zaokrúhľovacím chybám je vhodné prejsť k časovému stredu.

Regresia je nástroj, pomocou ktorého môžeme nájsť neznáme hodnoty voľných parametrov zvoleného modelu, tak aby optimálne vystihoval priebeh svetelnej krivky. Takéto nástroje sa súhrnne označujú ako optimalizačné metódy. Treba si však uvedomiť, že metóda najmenších štvorcov tak ako aj z nej odvodené moderné varianty hľadá iba optimálne hodnoty voľných parametrov regresného modelu. Metóda neurčí tvar samotnej modelovej funkcie. Ten musí byť vopred známy a je to práve úloha fyzika, aby správne odhadol tvar funkčnej závislosti získaných meraní. Fyzikálne najväčšou výhodou regresnej analýzy je objektívne a reprodukovateľné stanovenie optimálnych hodnôt koeficientov zvolenej modelovej funkcie, analytický predpis odhadu ich neistôt a rovnako aj odhad neistôt funkčných hodnôt modelovej funkcie, vďaka čomu je možné do grafu vykresliť aj tzv. chybový pás.



Obr. 3.1: Príklad konfiguračného priestoru parametrov modelovej funkcie. Prevzaté z práce Obitko (1998)

Výpočtovo najnáročnejšou časťou je počítanie inverzných matíc a pre veľké dátové súbory môže trvať dlhšiu dobu. Navyše pri nelineárnej regresii sa musia počítať pri každej iterácii. Skúsme na chvíľku odhliadnuť od dôsledkov kvantovej mechaniky, fyzikálne deje vrátane tých fotometrických sú potom spojité. Proces fotometrických meraní však diskretizuje úplne všetky merané veličiny, stačí ak sa pozrieme na príklad svetelnej krivky — je tvorená bodmi. Každý z nich je výsledkom merania v čase, navyše princíp merania vyžaduje určitú integračnú dobu. Jasnosť je v prípade CCD kamier výstupom A/D prevodníka, t. j. opäť dostávame diskkrétne hodnoty. V prípade spektier dostaneme kvôli konečnému rozmeru pixlov tiež konečné čiže diskkrétne rozlíšenie vlnových dĺžok atď. Hľadanie funkčných závislostí, ktoré namerané body sledujú, je v podstate snaha získať informáciu o pôvodnej spojitej funkcii. Jej parametre tak často majú význam fyzikálnych veličín, ktoré súvisia s pozorovaným dejom. Toto je hlavný dôvod prečo sa dáta tzv. fitujú.

3.2 Genetické algoritmy

Metóda nelineárnej regresie vyžaduje znalosť počiatočného riešenia. Navyše všetky optimalizačné metódy založené na gradientoch funkcie, či už sa počítajú exaktne pomocou derivácií alebo nejak inak ako v prípade simplexovej metódy, sú schopné nájsť iba lokálny extrém funkcie. Znamená to, že nájdené optimálne riešenie zodpovedá lokálnemu minimu danému počiatočným riešením. Zjednodušenú ilustráciu situácie môžeme vidieť na obr. 3.1. Ak si vezmeme prípad určovania okamihov minim z akrytových dvojhviezd, počiatočné hodnoty koeficientov modelovej funkcie sa dajú nahliadnuť pomerne ľahko priamo zo svetelnej krivky. Naproti tomu odhad počiatočných hodnôt parametrov apsidálneho pohybu už taký jednoduchý rozhodne nie je. Avšak ani v prípade okamihov minim nemusíme mať vyhraté, stačí aby ich bolo veľa. Dá sa vtedy očakávať požiadavka na plne automatizovaný výpočet, takže potrebujeme metódu, ktorá bude schopná prehľadať konfiguračný priestor voľných parametrov regresného modelu a nájde také počiatočné hodnoty, ktoré vedú k riešeniu zodpovedajúcemu globálnemu minimu funkcie. Na túto úlohu sa dajú použiť genetické algoritmy. Základné údaje som prevzal z práce Obitko (1998) a doplnil som ich o výklad mojej konkrétnej realizácie algoritmov a vlastné skúsenosti (časť Hlava, kap. 4).

Genetické algoritmy sú založené na princípoch Darwinovej teórie evolúcie. V terminológii biológie, každý parameter regresného modelu β_k je jeden gén. Vektor voľných parametrov potom predstavuje jeden chromozóm. Na začiatku evolúcie vygenerujem pomocou generátora náhodných čísel prvotnú populáciu n chromozómov. Kvalitu chromozómu čiže mieru toho ako dobre príslušná modelová funkcia, ktorú chromozóm definuje, vystihuje

priebeh nameraných bodov, ohodnocujem pomocou χ^2 (vzťah 3.1). V ďalšom kroku nasleduje vytvorenie druhej, rovnako početnej generácie chromozómov.

V prírode vzniká nový jedinec krížením dvoch rodičov. Nie vždy sú však potomkovia kvalitnejší než ich rodičia a ak by som celú druhú generáciu vytvoril iba z potomkov, mohol by som stratiť najlepšie riešenie (parametre modelovej funkcie), ktoré už mám. V prírode je to bežná situácia, že niektorí rodičia prežívajú aj do generácie potomkov, hoci iní zomrú. V mojich skriptoch tieto biologické fakty zahrňam tak, že novú generáciu chromozómov tvorím z pôvodnej rodičovskej. Krížením v rodičovskej populácii vygenerujem k potomkov, pričom $k \leq n - 1$, keďže zachovávam tzv. princíp elitizmu, t. j. najkvalitnejší chromozóm rodičovskej generácie vždy prežije do generácie potomkov. Ak $k < n - 1$ tak do ďalšej generácie prežije $n - k - 1$ najkvalitnejších chromozómov.

Nový chromozóm tzv. potomok vznikne skrížením dvoch pôvodných tzv. rodičovských chromozómov. V mojich skriptoch krížim chromozómy tak, že oba rodičovské chromozómy rozdelím na polovicu. Prvú polovicu génov zdedí potomok od prvého rodičovského chromozómu a druhú polovicu od druhého rodičovského chromozómu. V prípade nepárneho počtu génov je prvá „polovica“ o jeden gén väčšia než tá druhá. V zmysle evolučnej teórie, čím je chromozóm kvalitnejší, tým musí mať vyššiu pravdepodobnosť prenosu svojich génov do generácie potomkov. Pri vyberaní rodičovských chromozómov, ktoré splodia nového potomka, používam selekčnú metódu pomocou hodností. Je síce pomalšie konvergentná než selekčná metóda rulety, ale zabráňuje vzniknú neprimeranej dominancii jedného chromozómu. Chromozómy v rodičovskej generácii sa zoradia podľa kvality od najhoršieho po najlepšie. Prvému chromozómu sa prideli číslo (tzv. hodnosť) 0, druhému 1 atď. Suma hodností všetkých chromozómov je $s_n = 0,5(n - 1)n$. Chromozóm, ktorý sa bude krížiť vyberiem tak, že pomocou generátora náhodných čísel vygenerujem náhodné číslo r z intervalu $\langle 0, s_n \rangle$. Potom sčítavam hodnosti chromozómov vo vzostupne zoradenej populácii. Do procesu kríženia bude vybraný práve ten chromozóm, pri ktorom táto priebežná suma prekročí hodnotu r . Rovnakým spôsobom nájdem aj druhý rodičovský chromozóm a celý proces kríženia opakujem k -krát.

V prírode dochádza k tzv. mutáciám čiže náhodným zmenám génov. Po vytvorení generácie potomkov náhodne vyberiem jeden chromozóm a v ňom opäť náhodne jeden gén, ktorému prideli novú náhodnú hodnotu. Proces opakujem l -krát čiže v generácii potomkov sa náhodne zmení l génov, hoci nie nutne rôznych. Elitizmus zachovávam aj pri mutáciách, t. j. najkvalitnejší chromozóm pred mutáciami chránim.

V novo vytvorenej druhej generácii chromozómov opäť vyhodnotím kvalitu jednotlivých chromozómov a celý postup opakujem. Dovolím si však ešte zopár poznámok. Z logiky veci je zrejmé, že musím poznať číselný rozsah resp. interval pre každý parameter modelovej funkcie. Tým vlastne definujem konfiguračný priestor parametrov, ktorý genetickými algoritmi prehľadávam. Dá sa povedať, že genetické algoritmy predstavujú sofistikované náhodné prehľadávanie konfiguračného priestoru parametrov modelovej funkcie. Tak ako v prírode aj tu sa lepší jedinec v novej generácii vytvorenej krížením rodičov objavuje len s malou pravdepodobnosťou. V tomto zmysle sú genetické algoritmy neefektívne a nájdenie riešenia môže trvať dlho. Čím bude konfiguračný priestor väčší, tým bude pravdepodobne táto doba dlhšia. Na druhej strane genetické algoritmy dokážu to, čoho gradientné metódy nie sú schopné — dokážu „vyskočiť“ z lokálneho minima a môžu nájsť globálne minimum. V mojich skriptoch využívam genetické algoritmy len na lokalizáciu oblasti globálneho mi-

nima, t. j. nájdenie počiatočného riešenia, ktoré regresiou vedie k hľadanému globálnemu minimu. Efektívne tak urýchľujem nájdenie riešenia a predovšetkým získavam exaktný odhad neistôt, ktoré genetické algoritmy neposkytujú. Vždy keď genetickými algoritmi nájdem lepší chromozóm, tak sa ho pokúsim regresne ziterovať. Chromozóm však môže definiť iba lokálne minimum a preto som ako mieru správneho riešenia zaviedol limit pre χ^2 . Efektívnosť genetických algoritmov závisí na spôsobe kríženia, počte mutácií, veľkosti populácie, selekčnej metóde pri krížení, použití elitarizmu a tvorbe generácie potomkov, t. j. či sa generuje celá populácia krížením resp. koľko a ktoré z rodičovských chromozómov prežijú. Navyše pre každý fyzikálny prípad, ktorý som pomocou genetických algoritmov počítal, môže byť vhodná iná realizácia algoritmov. Efektivita algoritmov je dôležitý faktor, ak sa majú spracovať veľké dátové sady, ale jej skúmanie ponechávam do budúcnosti.

3.3 Zaokrúhľovanie a šírenie neistot

Každé meranie je zatažené určitou neistotou. Číselné hodnoty meranej veličiny a jej neistoty môžu byť určené na niekoľko desatinných miest. S akou presnosťou má však fyzikálny zmysel čísla uvádzať? Najčastejšie sa asi stretne s pravidlom zaokrúhľovania výsledkov na prvé platné (nenulové) desatinné miesto neistoty. Uvážme ale toto pravidlo na jednom na príklade z fotometrie premenných hviezd a to na určovaní okamihov miním. Presnosť určenia okamihu minima je daná jednak kvalitou pozorovania a jednak metódou určovania. Kvalita merania čiže získanej svetelnej krivky sa dá ohodnotiť povedzme pomocou rozptylu bodov. Ten je daný jednak prístrojovým vybavením a spracovaním dát, tak aj okolitými podmienkami a jasnosťou hviezdy v danom spektrálnom obore. Keďže prístrojové vybavenie a spracovanie dát je pre konkrétne observatórium rovnaké, tak pre danú hviezdu je kvalita pozorovania určená predovšetkým okolitými podmienkami a to platí pre každé observatórium. V prvom priblížení môžeme povedať, že neistoty okamihov miním získaných pre túto hviezdu z jedného observatória hovoria o kvalite pozorovacích podmienok. Rozsah podmienok, za ktorých sa dá ešte pozorovať, však nie je veľký a preto sa neistoty od seba navzájom odlišujú často až na vyšších desatinných miestach. Zaokrúhľovanie na prvé platné desatinné miesto sa ukazuje byť príliš hrubé, pretože zotiera rozdiely medzi jednotlivými pozorovaniami. V regresii, ktorú pri svojich výpočtoch používam, sú neistoty dôležitým faktorom (viď časť 3.1). Do metódy vstupujú ako váhy a pri zaokrúhľovaní na prvé platné desatinné miesto, som sa často stretol s tým, že váhy jednotlivých okamihov boli rovnaké alebo len s minimálnym rozdielom, ktorý nezodpovedal reálnej kvalite.

$$\delta\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \delta\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \quad (3.6)$$

Zmyslom merania je získať hodnotu meranej veličiny. Zo skúsenosti však vieme, že pri opakovaní merania môžeme dostať rôzne hodnoty. Žiadne meranie nie je absolútne presné a je ovplyvnené napr. náhodnými chybami. V dôsledku toho môžeme získať pre hodnotu meranej veličiny iba odhad μ a neistotu určenia σ . Čím viac meraní budeme mať k dispozícii, tým presnejšie odhady získame. Neurčitosti týchto odhadov $\delta\mu$ a $\delta\sigma$ sú primárne závislé na počte meraní n a sú dané vzťahmi 3.6 (Mikulášek 2012). Úpravou môžeme získať relatívne neistoty, z ktorých je už zrejmé, v akom intervale môžeme očakávať

výsledky v dôsledku náhodných chýb, t. j. koľko desatinných miest má fyzikálny význam.

Pri regresnej analýze dát musia byť fyzikálne veličiny resp. parametre modelovej funkcie v rovnakých jednotkách. Z praktických dôvodov sa však často získané hodnoty zvyknú uvádzať v iných jednotkách. Napr. uhlové veličiny sa počítajú v radiánoch, ale uvádzajú sa v stupňoch. Periódny apsidálneho pohybu sa typicky pohybujú na škálach desiatok rokov a vyšších, takže výsledky v dňoch sa zvyknú prepočítavať (viď časť 3.6). Podobným prípadom sú aj odvodené fyzikálne veličiny ako napr. konštanta vnútornej štruktúry, do ktorej vstupujú tak orbitálne elementy ako aj polomery a hmotnosti zložiek.

Často hľadáme hodnotu fyzikálnej veličiny y , ktorá je závislá na n meraných veličinách X_i , t. j. $y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ je funkcia n premenných. Keďže vstupné hodnoty meraných veličín X_i sú zatažené určitou neistotou, tak aj výstupná hodnota veličiny y bude známa iba s určitou neistotou δy . Otázka znie, ako ju odhadnúť. Predpokladajme najskôr, že y je lineárnou kombináciou veličín X_i . Koeficienty si označme A_i a vektor koeficientov $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_n)$. Výstupnú veličinu potom môžeme napísať v tvare $y = \mathbf{A}\mathbf{X}$, kde $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Predpokladajme, že pre každú veličinu X_i máme k meraní x_i^l a jej strednú hodnotu si označme \bar{x}_i . Hľadanú neistotu δy potom vypočítame zo vzťahov 3.7, kde kovariančná matica \mathbf{C} je symetrická, pretože $\text{cov}(X_i, X_j) = \text{cov}(X_j, X_i)$.

$$\delta y = \sqrt{\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T}, \quad \text{cov}(X_i, X_j) = \frac{1}{k-1} \sum_{l=1}^k (x_i^l - \bar{x}_i)(x_j^l - \bar{x}_j),$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \text{cov}(X_1, X_1) & \text{cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{cov}(X_1, X_n) \\ \text{cov}(X_2, X_1) & \text{cov}(X_2, X_2) & \dots & \text{cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(X_n, X_1) & \text{cov}(X_n, X_2) & \dots & \text{cov}(X_n, X_n) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ak veličina y nie je lineárnou kombináciou meraných veličín X_i , tak je možné za predpokladu malých neistôt použiť iba prvé členy ich Taylorovho rozvoja a funkciu linearizovať: $y = y_0 + \mathbf{J}\mathbf{X}$, kde $\mathbf{J} = \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}, \frac{\partial f}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial X_n} \right)$ je gradient funkcie f . Absolútny člen y_0

je konštantný, nemá vplyv na odhad neistoty a preto dostaneme $\delta y = \sqrt{\mathbf{J}\mathbf{C}\mathbf{J}^T}$. V prípade, že budú merané veličiny X_i navzájom nekorelované, tak nediagonálne prvky korelačnej matice \mathbf{C} budú nulové a vzťah prejde do tvaru známeho ako tzv. zákon šírenia chýb.

Dovolím si ešte jednu súvisiacu poznámku. Pri prepočtoch a výpočtoch v astronómii sa veľmi často vo vzorcoch vyskytujú rôzne „konštanty“ typu dĺžka roka, rýchlosť svetla atď. Ak sa však pozrieme do publikovanej vedeckej literatúry, tak zistíme, že ich hodnoty sa rôznia. Líšiť sa však potom musia aj prepočítané výsledky. Preto som toho názoru, že hodnoty použitých konštánt by sa mali vždy presne uviesť. Výsledok totiž na nich závisí rovnako ako na použitých hodnotách veličín typu hmotnosť hviezdy, jej polomer atď.

3.4 Periódová analýza a modelovanie svetelnej krivky

Fotometrickým pozorovaním premenných hviezd získavame svetelné krivky, z ktorých mnohé vykazujú periodické alebo cyklické zmeny. Prvou úlohou je tieto zmeny analyzovať a nájsť efemeridu, t. j. vzťah popisujúci pozorované svetelné zmeny v závislosti na fotomet-

rickej fáze (skrátene len fáza). Celá časť fázy určuje epochu čiže číslo cyklu a desatinná časť určuje časovú polohu v rámci aktuálneho cyklu. Znalosť efemeridy dáva možnosť poskladať svetelnú krivku do fázovej svetelnej krivky, čím sa práve využije periodicita pozorovaných zmien. Pre elegantnejší zápis vzťahov je výhodné zaviesť tzv. fázovú funkciu $\vartheta(t)$, čo je monotónne rastúca hladká funkcia času prechádzajúca bodom $[t = T_0, \vartheta(T_0) = 0]$, kde T_0 je základný časový okamih, od ktorého sa počíta fáza a pre stabilné numerické riešenie nelineárnej regresie je potrebné, aby zodpovedal okamihu jedného extrému svetelnej krivky. Vzťahy 3.8 predstavujú model najjednoduchšieho prípadu fázovej funkcie s konštantnou periódou P a uvádzam aj parciálne derivácie potrebné pre regresnú analýzu (viď časť 3.1).

$$\vartheta(t) = \frac{t - T_0}{P}, \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial T_0} = -\frac{1}{P}, \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial P} = -\frac{t - T_0}{P^2} = -\frac{\vartheta(t)}{P} \quad (3.8)$$

Základnou analýzou svetelných kriviek je ich periódová analýza. U známych premenných hviezd efemeridu často poznáme z predošlých štúdií. Zahŕňa však iba dovtedy známe pozorovania a u niektorých hviezd dochádza v čase k zmenám svetelných prejavov. Perióda, amplitúda a ďalšie parametre svetelnej krivky sa môžu meniť postupne alebo aj skokovo. Niektoré typy zmien sú tak malé, že aby sa prejavili, musí byť časová základňa pozorovaní veľmi dlhá. Preto má význam venovať pozorovací čas aj už známym premenným hviezdám a naďalej spresňovať ich efemeridu. Publikovaná efemerida však môže slúžiť ako východzí bod pri analýze ďalších získaných pozorovaní. Pri neznámych, novo objavených premenných hviezdach takúto pomôcku nemám a musím vychádzať len zo získaných pozorovaní.

Na hľadanie periód využívam periodogramy, čo sú grafy odhadu spektrálnej hustoty signálu, ktoré vyjadrujú rozdelenie pravdepodobností v závislosti na perióde alebo frekvencii. V literatúre je publikovaných mnoho metód konštrukcie periodogramov, pričom niektoré z nich sú zahrnuté v programe Peranso (Vanmunster 2010), ktorý na ich výpočet využívam. Najčastejšie používam metódu Phase Binned AoV (Analysis of Variance) založenú na prácach Schwarzenberg-Czerny (1989, 1996) a Devor (2005).

Pri analýze svetelných kriviek môžem zájsť ešte ďalej a nájsť vhodný model svetelnej krivky. Existujú dva prístupy. Prvý by som nazval fyzikálny, pretože vychádza z fyzikálneho opisu dejov, ktoré pravdepodobne stoja za pozorovanými svetelnými zmenami. Typickým príkladom sú modely počítačového programu Wilson-Devinney (Wilson & Devinney 1971). Takéto modelovanie vyžaduje dobrú znalosť jednak fyzikálnych parametrov premennej hviezdy a jednak musia byť do modelu zahrnuté všetky relevantné fyzikálne deje. V mnohých astrofyzikálnych prípadoch však máme príliš málo a nepresných údajov. Fyzikálne modelovanie je navyše výpočtovo veľmi náročné, pretože väčšinou treba riešiť veľa zložitých rovníc, často navzájom previazaných. Ukazuje sa však, že v mnohých reálnych prípadoch je postačujúci iný, jednoduchší prístup. Cieľom fenomenologického modelovania je nájsť vhodný matematický predpis (model), ktorý v rámci kvality vstupných meraní dostatočne dobre vystihuje priebeh svetelnej krivky. Výpočtovo je zvyčajne menej náročný, nevyžaduje znalosť presných fyzikálnych parametrov premennej hviezdy, pretože je založený na matematickom modeli tvaru samotnej svetelnej krivky. Na druhej strane vhodnou voľbou modelu, predovšetkým fyzikálnym významom jeho voľných parametrov, je možné získať kvalitnú reprezentáciu pozorovanej svetelnej krivky a hodnoty veličín súvisiacich s premennou hviezdou. Príkladom fenomenologického modelovania je moja práca a práce môjho školiteľa prof. Mikuláška (Mikulasek & Graf 2011; Zhu et al.

2012). Svetelné krivky modelujem resp. prekladám vhodnými matematickými funkciami, optimálne hodnoty koeficientov získavam nelineárnou regresiou (viď časť 3.1) a na hľadanie počiatočných riešení používam genetické algoritmy (viď časť 3.2).

Kľúčovou otázkou pri fenomenologickom modelovaní svetelných kriviek je voľba modelovej funkcie. Tvar krivky často postačuje aproximovať pomocou trigonometrického radu. Tento typ modelov dobre opisuje priebeh fotometrických zmien zákrytových dvojhviezd s plynulou zmenou jasnosti ako napr. hviezdy typu W UMa, RR Lyr a chemicky pekuliárne hviezdy s fotometrickými škvrnami a je tiež vhodný v prípade asymetrických profilov kriviek. Príkladom je model uvedený vo vzťahoch 3.9, profil má jedno minimum na periódu a použil som ho pri modelovaní sústavy V1710 Aql (viď časť 4.1). Vo vzťahoch uvádzam aj parciálne derivácie potrebné pre regresnú analýzu. V mojom skripte muni-lcfitter (časť Hlava, kap. 4) je tento model označený ako č. 3 a dobre vyhovuje, ak neistoty meraní nie sú menšie než 0,0003 mag (Mikulášek & Zejda 2013). Parameter m_0 určuje strednú hodnotu jasnosti, parameter a_1 má význam amplitúdy zmien so základnou periódou P , a_2 súvisí so špicatostou fázovej funkcie v okolí základného extrému a a_3 kvantifikuje mieru asymetrie. Modelová funkcia je zvolená tak, aby $\left. \frac{\partial F}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta=0} = 0$, čím sa fixuje poloha jedného extrému svetelnej krivky vo fáze $\vartheta = 0$ a stabilizuje sa numerické riešenie.

$$\begin{aligned}
 F &= m_0 + a_1 \cos(2\pi\vartheta) + a_2 \cos(4\pi\vartheta) + a_3 (\sin(2\pi\vartheta) - 0,5 \sin(4\pi\vartheta)) \\
 \frac{\partial F}{\partial a_0} &= 1, \quad \frac{\partial F}{\partial a_1} = \cos(2\pi\vartheta), \quad \frac{\partial F}{\partial a_2} = \cos(4\pi\vartheta), \quad \frac{\partial F}{\partial a_3} = \sin(2\pi\vartheta) - 0,5 \sin(4\pi\vartheta) \quad (3.9) \\
 \frac{\partial F}{\partial \vartheta} &= -2\pi a_1 \sin(2\pi\vartheta) - 4\pi a_2 \sin(4\pi\vartheta) + 2\pi a_3 (\cos(2\pi\vartheta) - \cos(4\pi\vartheta))
 \end{aligned}$$

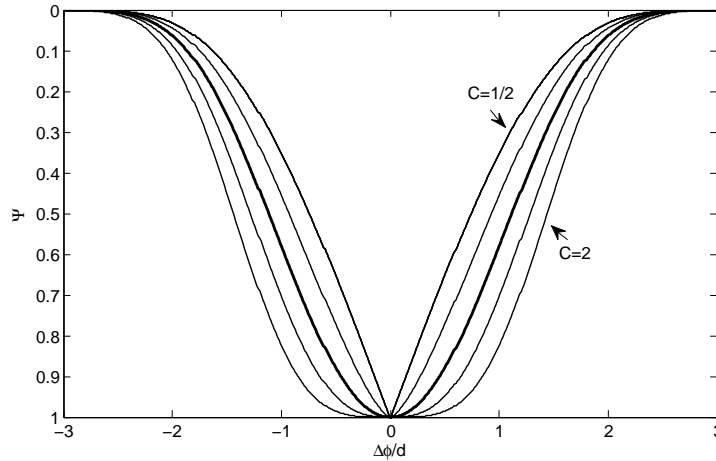
Na svetelných krivkách klasických algolíd dochádza k zmenám jasnosti väčšinou len v relatívnej krátkej časti v okolí zákrytov. Zostup do minima a následný vzostup je viacmenej lineárny a tvar krivky v okolí minima môžeme považovať za symetrický. Existuje mnoho algolíd, u ktorých môžeme pozorovať tzv. zastávku v minime, kedy sa ich jasnosť mení len minimálne. Na dostatočný opis tvaru kriviek klasických algolíd pomocou trigonometrického radu by bol potrebný prinajmenšom 13. rád (Mikulášek & Zejda 2013), čo je v rozpore s mojou požiadavkou, aby bol fenomenologický model závislý na čo najmenšom počte voľných parametrov (viď časť 3.1). Krivky algolíd je možné dobre opísať pomocou symetrickej, Gaussovej funkcie, ktorá síce nie je periodická, ale určitým trikom ju periodickú môžeme urobiť. Vo vzťahoch 3.10 uvádzam fenomenologický model prof. Mikuláška, ktorý je v mojom skripte muni-lcfitter (časť Hlava, kap. 4) označený ako model č. 1. a uvádzam aj všetky parciálne derivácie nevyhnutné pre metódu nelineárnej regresie. Funkcia round vracia hodnotu vstupného reálneho čísla zaokrúhlenú na najbližšie celé číslo. Funkcia floor vracia hodnotu vstupného reálneho čísla zaokrúhlenú na najbližšie celé číslo smerom k mínus nekonečnu. Parameter T_0 určuje časový okamih, od ktorého sa počíta fáza, P zodpovedá perióde, m_0 má význam vertikálneho posunu svetelnej krivky čiže určuje strednú hodnotu jasnosti a γ má vplyv na špicatost modelu v minime. Parametre a_1 a a_2 majú význam amplitúd a zodpovedajú hĺbkam miním. Parametre d_1 a d_2 zodpovedajú šírkam miním. Vzťahy 3.11 uvádzajú ten istý model za predpokladu, že šírky a hĺbky oboch miním sú

rovnaké a v mojom skripte muni-lcfitter (časť Hlava, kap. 4) je označený ako model č. 2.

Fenomenologický model prof. Mikuláška je veľmi dobrým priblížením tvaru svetelných kriviek tesných zákrytových dvojhviezd na kruhových dráhach. Dobre vystihuje vzhľad oboch miním jasnosti spôsobených zákrytmi, vrátane miním so zastávkou a efekty blízkosti zložiek ako napr. elipticita zložiek, efekt odrazu a gravitačné stemnenie. Parameter γ ovplyvňuje špicatosť modelu v minime a pomocou hodnôt $\gamma > 1$ je možné realisticky modelovať svetelné krivky so zastávkou v minime. Na obr. 3.2 sú zobrazené tvary modelovej funkcie pre niekoľko hodnôt $\gamma \in \langle 0,5, 2 \rangle$. Pre hodnoty $\gamma < 1$ má síce modelová funkcia v nule skok v derivácii, všade inde sa ale chová normálne.

$$\begin{aligned}
 F &= m_0 + \sum_{i=1}^2 a_i \left\{ 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^\gamma \right\} \\
 \varphi_1 &= \vartheta(t) - \text{round}(\vartheta(t)), \quad \varphi_2 = \vartheta(t) - \text{floor}(\vartheta(t)) - 0,5, \quad \frac{\partial F}{\partial m_0} = 1 \\
 \frac{\partial F}{\partial a_i} &= 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^\gamma, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial T_0} = \frac{\partial \vartheta}{\partial T_0}, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial P} = \frac{\partial \vartheta}{\partial P} \\
 \frac{\partial F}{\partial \gamma} &= - \sum_{i=1}^2 a_i \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^\gamma \ln \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right] \\
 \frac{\partial F}{\partial d_i} &= \frac{a_i \gamma \varphi_i}{d_i d_i} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d_i} \\
 \frac{\partial F}{\partial T_0} &= - \sum_{i=1}^2 \frac{a_i \gamma}{d_i} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial T_0} \\
 \frac{\partial F}{\partial P} &= - \sum_{i=1}^2 \frac{a_i \gamma}{d_i} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d_i} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial P}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
 F &= m_0 + a \sum_{i=1}^2 \left\{ 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^\gamma \right\} \\
 \varphi_1 &= \vartheta(t) - \text{round}(\vartheta(t)), \quad \varphi_2 = \vartheta(t) - \text{floor}(\vartheta(t)) - 0,5, \quad \frac{\partial F}{\partial m_0} = 1 \\
 \frac{\partial F}{\partial a} &= \sum_{i=1}^2 \left\{ 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^\gamma \right\}, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial t_0} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t_0}, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial p} = \frac{\partial \vartheta}{\partial p} \\
 \frac{\partial F}{\partial \gamma} &= -a \sum_{i=1}^2 \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^\gamma \ln \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right] \\
 \frac{\partial F}{\partial d} &= \frac{a \gamma \varphi_i}{d d} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d} \\
 \frac{\partial F}{\partial t_0} &= -a \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma}{d} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t_0} \\
 \frac{\partial F}{\partial p} &= -a \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma}{d} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{\varphi_i}{d} \right) \sinh \frac{\varphi_i}{d} \frac{\partial \varphi_i}{\partial p}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$



Obr. 3.2: Profily fenomenologického modelu prof. Mikuláška pre vybrané hodnoty špicatosti γ , v grafe je označený ako C . Hrubou čiarou je vyznačený model pre $\gamma = 1$, $\Delta\Phi/d$ je fáza vzťahnutá k šírke minima. Prevzaté z práce Mikulášek & Zejda (2013)

Na fenomenologické modelovanie svetelných kriviek algolíd bolo v literatúre publikovaných niekoľko ďalších modelov (viď tab. 3.1). V spoluautorskej práci Mikulášek et al. (2013) sme analyzovali „schopnosť“ jednotlivých modelov optimálne vystihnúť tvar týchto špecifických svetelných kriviek. Vzali sme si syntetickú svetelnú krivku zákrytovej dvojhviezdy a jej bodmi sme pomocou regresnej analýzy (viď časť 3.1) postupne preložili každý z modelov. Optimálnosť preloženia sme vyhodnocovali z rozptylu bodov od výsledného fitu a vyjadrili sme ho pomocou parametra Q zo vzťahu 3.12. Parameter s vyjadruje tento rozptyl v percentách hĺbky primárneho minima. Výsledné hodnoty a porovnanie voči modelovej funkcii prof. Mikuláška uvádzam v tab. 3.1. Na základe výsledkov je logické, že som pri modelovaní zákrytových sústav v kap. 4 použil práve model prof. Mikuláška.

Svetelné krivky kontaktných alebo takmer kontaktných zákrytových sústav sa oproti krivkám oddelených dvojhviezd vyznačujú tým, že k zmenám jasnosti dochádza neustále aj v dobe medzi zákrytmi. Tieto tzv. „proximity effects“ sa dajú dobre vystihnúť modifikáciou modelu prof. Mikuláška, ktorá obsahuje aj harmonickú funkciu kosínus. Na niektorých svetelných krivkách sa môžeme stretnúť s tým, že maximá jasnosti majú rôznu výšku a ich rozdiel je najväčší v modrej oblasti spektra a najmenší v infračervenom obore. Jav sa označuje ako tzv. O’Connellov efekt, najčastejšie sa vysvetľuje výskytom fotometrických škvrín na povrchu hviezd a do modelu je ho možné zahrnúť pomocou funkcie sínus. Úpravou modelovej funkcie je možné modelovať aj vplyv elipticity orbitálnych dráh a trendy, ktoré sa pri pozorovaniach často vyskytujú. Fenomenologické modelovanie svetelných kriviek je veľmi silným nástrojom pri analýze fotometrických meraní a poskytuje mnoho výhod. Umožňuje tiež spresňovanie efemeridy zákrytových dvojhviezd, t. j. hľadanie optimálnej hodnoty základného časového okamihu T_0 a periódy P . K dispozícii však musí byť pozorovací materiál na časovej škále viacerých periód.

$$\delta F = P \sqrt{\frac{\chi^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2 \sigma_i^{-2}}} = \frac{\bar{\sigma}P}{\sqrt{n\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2}} = \frac{Q}{\sqrt{(n-g)}} \quad (3.12)$$

Tab. 3.1: Porovnanie modelových funkcií

F	s	Q	zdroj
$1 - \left[1 - \exp\left(1 - \cosh \frac{\varphi}{d}\right)\right]^\gamma$	0,7	82	Mikulášek et al. (2013)
$\text{Real}\left(1 - \left \frac{\varphi}{d}\right ^\beta\right)^{3/2}$	1,1	120	Andronov (2012)
$1 - \left\{1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi}{d}\right)^2\right]\right\}^\gamma$	1,3	120	Zhu et al. (2012)
$\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi}{d}\right)^2\right]$	1,8	200	Mikulášek et al. (2012)
$\frac{1}{2}\left(1 - \left \frac{\varphi}{d}\right + \left \left \frac{\varphi}{d}\right - 1\right \right)$	2,5	270	„trojuholník“

3.5 Okamihy míním a O-C diagramy

Svetelné krivky premenných hviezd vykazujú cyklické zmeny s rozličným stupňom, od prísne periodických, cez cyklické až po veľmi nepravidelné, skokové zmeny či sekulárne zmeny a rôzne trendy. Na štúdium týchto vlastností slúžia O-C diagramy. Na základe efemeridy môžeme spočítať predpoveď, kedy by mal nastať okamih minima a môžeme ju porovnať so skutočne pozorovaným okamihom minima. Rozdiel medzi pozorovaným okamihom minima a spočítanou predpoveďou určuje hodnotu O-C (z ang. Observed-Calculated). O-C diagram získame tak, že do grafu vynesieme časovú závislosť hodnôt O-C, zvyčajne voči epoche. Z diagramu je možné určiť napr. prenos hmoty v sústave (príklad pre DG Lac v časti 4.6.1) alebo riešiť apsidálny pohyb (príklad pre CO Lac v časti 4.5 a pre MZ Lac v časti 4.6) či efekt tretieho telesa (príklad pre AR Aur v časti 4.7).

Na konštrukciu O-C diagramov som napísal vlastný skript muni-oc (časť Hlava, kap. 4), ktorý umožňuje spočítať diagram podľa lineárnej a kvadratickej efemeridy. Fotometrickú fázu Φ pozorovaného okamihu minima t určuje vzťah 3.13, kde T_0 je základný (počiatočný) okamih primárneho minima, P je perióda, E je epocha a $\frac{dP}{dE}$ je zmena periódy za jeden cyklus. Lineárnu efemeridu označujem ako model č. 1, kvadratickú ako model č. 2. Z fotometrickej fázy počítam epochu E podľa vzťahu 3.14 a typ minima j podľa vzťahu 3.15. Pre primárne minimum platí, že $j = 1$ a pre sekundárne minimum, $j = 2$. Predpoveď okamihu minima t_{comp} určuje vzťah 3.16. Hodnota O-C je potom $(\text{O-C}) = t - t_{\text{comp}}$.

$$\Phi = \begin{cases} \frac{t - T_0}{P}, & \text{model} = 1 \\ \left(\frac{dP}{dE}\right)^{-1} \left(-P + \sqrt{P^2 - 2\frac{dP}{dE}(T_0 - t)}\right), & \text{model} = 2 \end{cases} \quad (3.13)$$

$$E = \begin{cases} \text{round}(\Phi), & (\Phi - \text{round}(\Phi)) \in \langle -0,25, 0,5 \rangle \\ \text{round}(\Phi - 0,5), & (\Phi - \text{round}(\Phi)) \in \langle -0,5, -0,25 \rangle \end{cases} \quad (3.14)$$

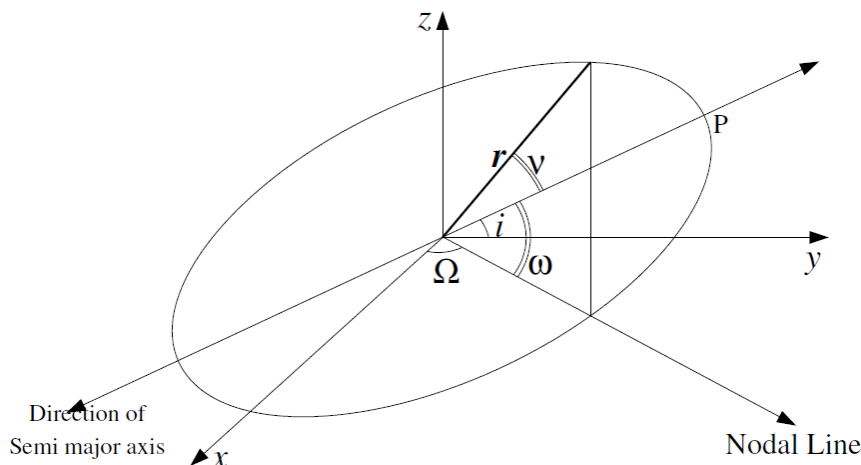
$$j = \begin{cases} 1, & (\Phi - \text{round}(\Phi)) \in \langle -0,25, 0,25 \rangle \\ 2, & (\Phi - \text{round}(\Phi)) \in \langle -0,5, -0,25 \rangle \cup (0,25, 0,5) \end{cases} \quad (3.15)$$

$$t_{\text{comp}} = \begin{cases} T_0 + PE + 0,5(j-1)P, & \text{model} = 1 \\ T_0 + PE + 0,5(j-1)P + 0,5 \frac{dP}{dE} E^2, & \text{model} = 2 \end{cases} \quad (3.16)$$

Ak chcem konštruovať O-C diagramy, musím vedieť zo svetelných kriviek určovať okamihy pozorovaných miním. Ukazuje sa, že aj v tomto prípade je možné veľmi účinne a efektívne využiť fenomenologické modelovanie. Vzhľadom na výsledky uvedené v časti 3.4 používam modelovú funkciu prof. Mikuláška. Jej predpis a parciálne derivácie potrebné pre regresnú analýzu uvádzam vo vzťahoch 3.17, pričom význam voľných parametrov je rovnaký ako v prípade fázovania svetelných kriviek. Tento model je vhodný na určovanie okamihov miním so symetrickým profilom a v mojom skripte muni-tofs (časť Hlava, kap. 4), ktorý som za týmto účelom napísal, je označený ako model č. 1. Príklady výsledkov, t. j. okamihov miním určených práve touto metódou, sú v kap. 4. V mojom skripte je pod označením model č. 2 zahrnutý ešte model paraboly. Jeho matematický tvar a parciálne derivácie uvádzam vo vzťahoch 3.18. Model som do skriptu zahrnul výhradne za účelom porovnávacej analýzy v prípade zákrytovej sústavy s tretím telesom AR Aur (viď časť 4.7). Skúmal som aký vplyv má voľba modelovej funkcie na výsledný O-C diagram. Na základe získaných výsledkov môžem konštatovať, že model paraboly nevystihuje dostatočne kvalitne priebeh miním a preto by sa pri určovaní okamihov miním nemal vôbec používať.

$$\begin{aligned} F &= m_0 + a \left\{ 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right]^\gamma \right\} \\ \frac{\partial F}{\partial a} &= 1 - \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right]^\gamma, \quad \frac{\partial F}{\partial m_0} = 1 \\ \frac{\partial F}{\partial t_0} &= \frac{a\gamma}{d} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \sinh \frac{t-t_0}{d} \\ \frac{\partial F}{\partial d} &= \frac{a\gamma}{d} \frac{t-t_0}{d} \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right]^{\gamma-1} \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \sinh \frac{t-t_0}{d} \\ \frac{\partial F}{\partial \gamma} &= -a \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right]^\gamma \log \left[1 - \exp \left(1 - \cosh \frac{t-t_0}{d} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} F &= m_0 + a(t-t_0)^2 \\ \frac{\partial F}{\partial m_0} &= 1, \quad \frac{\partial F}{\partial a} = (t-t_0)^2, \quad \frac{\partial F}{\partial t_0} = -2a(t-t_0) \end{aligned} \quad (3.18)$$



Obr. 3.3: Orbitálna dráha dvojhviezdy. Os z smeruje k pozorovateľovi, P je bod periastra a priamka, ktorá ním prechádza, je priamka apsid, uzlová priamka je označená ako Nodal Line. Prevzaté z práce Raichur (2009)

3.6 Apsidálny pohyb

Štúdium apsidálneho pohybu v oddelených zákrytových dvojhviezdach s excentrickými orbitami je významným zdrojom údajov o vnútornej štruktúre hviezd, slúži ako dôležitý test teoretických modelov hviezdneho vývoja a umožňuje verifikáciu teórie relativity. Priamka apsid je spojnica najvzdialenejšieho bodu (apoastra) a najbližšieho bodu (periastra) na relatívnej dráhe sekundárnej hviezdy voči primárnej (viď obr. 3.3). Gravitačné pole hviezd sa odlišuje od poľa hmotného bodu a preto sa dráha sekundáru líši od Keplerovskej dráhy, dochádza ku stáčeniu priamky apsid. Pohyb priamky apsid je v rovnakom smere ako pohyb sekundárnej zložky na obežnej dráhe. V prvom priblížení môžeme gravitačný potenciál hviezdy vyjadriť pripočítaním poruchového člena k potenciálu hmotného bodu $1/r$. Perturbačný člen je zodpovedný za stáčanie priamky apsid a zahŕňa v sebe vplyv rotačnej deformácie zložiek, ktorá porušuje ich sférickú symetriu a vplyv vzájomnej slapovej deformácie (Giménez & Bastero 1995). Okrem týchto dvoch príspevkov vyplývajúcich z klasickej Newtonovej mechaniky má na potenciál vplyv aj príspevok vyplývajúci z teórie relativity. V rámci presnosti našich meraní môžeme konštatovať, že klasický a relativistický príspevok sú aditívne separabilné (viď vzťah 3.23). Relativistický príspevok je dôležitý najmä u dvojhviezd s malými relatívnymi polomerami a vysokou excentricitou (Gimenez 1985). Najmenej preskúmaným príspevkom je však príspevok slapovej deformácie, ktorá vykazuje najzložitejšie správanie (Quataert et al. 1995).

Apsidálny pohyb môžeme študovať pomocou O-C diagramov. V dôsledku stáčania priamky apsid dochádza k zmenám v rozdieloch medzi pozorovanými okamihmi mínim a ich predpoveďami podľa jednoduchej lineárnej efemeridy. Na O-C diagrame vzniknú dve sínusoidy so vzájomným fázovým posunom π , jedna pre primárne minimá a druhá pre sekundárne minimá. Stáčanie priamky apsid však ovplyvňuje a mení aj tvar samotných svetelných kriviek. Tradične sa k apsidálnemu pohybu pristupuje tak, že riešenie zložitých

transcendentných rovníc sa aproximuje radmi. V práci Giménez & Bastero (1995) nájdeme rozvoj až do šiesteho rádu excentricity, zatiaľ najvyššieho publikovaného rádu a jeho predpis uvádzam vo vzťahoch 3.28. Druhou možnosťou je optimalizácia parametrov sústavy pomocou priameho riešenia Keplerovej rovnice (Lacy 1992). Jedná sa však o prácu z nedávnej doby, naproti tomu prvé rozvoje boli odvodené už v 30. rokoch minulého storočia, takže môžeme predpokladať, že väčšina publikovaných riešení apsidálneho pohybu bola spočítaná pomocou rozvojev.

S riešením apsidálneho pohybu som sa stretol až pri svojej dizertačnej práci, predtým som s ním nemal žiadnu osobnú skúsenosť a tak som sa rozhodol použiť na začiatok jeden z jednoduchších rozvojev. Pri prehľadávaní literatúry som zistil, že pri analýzach O-C diagramov vykazujúcich apsidálny pohyb sa používa niekoľko rôznych aproximácií vzťahu 3.28. Pri výpočtoch s použitím približných vyjadrení pomocou rozvojev však treba byť veľmi obozretný. Nie každá aproximácia musí byť vhodná pre skúmanie apsidálneho pohybu ľubovoľnej premennej hviezdy a preto môže dôjsť k odlišnostiam vo výsledných riešeniach, ktoré je potom treba starostlivo zvážiť. V ďalšej práci by som chcel do svojich skriptov zahrnúť aj ostatné publikované aproximácie a urobiť ich porovnanie, zhodnotiť vhodnosť ich použitia v konkrétnych prípadoch a určiť ako ovplyvňujú získané hodnoty. Ak však existuje priama metóda riešenia a je v našich kapacitných možnostiach strojového času, ktorý máme k dispozícii, tak je určite správne používať priamu metódu a preto chcem svoje skripty v budúcnosti rozšíriť aj o metódu publikovanú v práci Lacy (1992).

$$\begin{aligned}
F &= T_0 + EP_s + 0,5(j-1)P_a + (2j-3)\frac{\varepsilon P_a}{\pi} \cos \omega + \frac{3\varepsilon^2 P_a}{8\pi} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{6}\right) \sin 2\omega \\
\frac{\partial F}{\partial T_0} &= 1, \quad \frac{\partial \omega}{\partial \omega_0} = 1, \quad \frac{\partial \omega}{\partial \dot{\omega}} = E, \quad \frac{\partial P_a}{\partial P_s} = \left(1 - \frac{\dot{\omega}}{2\pi}\right)^{-1} \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} &= (2j-3)\frac{P_a}{\pi} \cos \omega + \frac{3P_a}{4\pi} \left(\varepsilon + \frac{1}{3}\varepsilon^3\right) \sin(2\omega), \quad \frac{\partial P_a}{\partial \dot{\omega}} = \frac{P_s}{2\pi} \left(1 - \frac{\dot{\omega}}{2\pi}\right)^{-2} \\
\frac{\partial F}{\partial P_s} &= E + \frac{1}{2}(j-1)\frac{\partial P_a}{\partial P_s} + (2j-3)\frac{\varepsilon}{\pi} \frac{\partial P_a}{\partial P_s} \cos \omega + \frac{3\varepsilon^2}{8\pi} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{6}\right) \frac{\partial P_a}{\partial P_s} \sin(2\omega) \quad (3.19) \\
\frac{\partial F}{\partial \omega_0} &= -(2j-3)\frac{\varepsilon P_a}{\pi} \frac{\partial \omega}{\partial \omega_0} \sin \omega + \frac{3\varepsilon^2 P_a}{4\pi} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{6}\right) \cos(2\omega) \frac{\partial \omega}{\partial \omega_0} \\
\frac{\partial F}{\partial \dot{\omega}} &= \frac{1}{2}(j-1)\frac{\partial P_a}{\partial \dot{\omega}} + (2j-3)\frac{\varepsilon}{\pi} \left(\cos \omega \frac{\partial P_a}{\partial \dot{\omega}} - \sin \omega P_a \frac{\partial \omega}{\partial \dot{\omega}}\right) + \\
&\quad \frac{3\varepsilon^2}{8\pi} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{6}\right) \left(\sin(2\omega) \frac{\partial P_a}{\partial \dot{\omega}} + 2 \cos(2\omega) P_a \frac{\partial \omega}{\partial \dot{\omega}}\right)
\end{aligned}$$

Na riešenie apsidálneho pohybu analýzou O-C diagramov som napísal svoj vlastný skript muni-apsid (časť Hlava, kap. 4). Bodmi O-C diagramu prekladám modelovú funkciu pomocou nelineárnej regresie (viď časť 3.1) a na hľadanie počiatočného riešenia používam genetické algoritmy (viď časť 3.2). Za modelovú funkciu som zvolil rozvoj z práce Gimenez & Garcia-Pelayo (1983), ktorý je aproximáciou vzťahu 3.28 do 2. rádu excentricity a v koeficiente A_2 až do 4. rádu. Predpokladá sa pritom, že sklon orbitálnej dráhy je presne 90° . Zvolený regresný model $F(T_0, P_s, \varepsilon, \omega_0, \dot{\omega})$ je funkciou piatich voľných parametrov a jeho predpis a parciálne derivácie uvádzam vo vzťahoch 3.19. Parameter T_0

vyjadruje okamih počiatku (základného) primárneho minima, od ktorého sa počítajú obežné cykly (epochy), P_s je siderická orbitálna perióda v dňoch, ε je excentricita orbitálnej dráhy, ω_0 je dĺžka periastra v radiánoch v čase $E = 0$ a $\dot{\omega}$ je pozorovaná uhlová rýchlosť apsidálneho pohybu (pohybu priamky apsid) v radiánoch za siderickú peródu. Presnejšie rozvoje (viď vzťahy 3.28) závisia na sklone obežnej dráhy i . Epochu E a typ minima j určujem podľa vzťahov uvedených v časti 3.5 a dĺžku periastra ω (uhol medzi uzlovou priamkou a priamkou apsid) v radiánoch v čase E počítam podľa vzťahu 3.23 (Lacy 1992). Anomálna orbitálna perióda P_a v dňoch je daná vzťahom 3.20 (Wolf 1994).

Získané optimálne hodnoty voľných parametrov regresného riešenia O-C diagramu s apsidálnym pohybom nám dovoľujú vypočítať hodnoty aj niekoľkých ďalších astrofyzikálne zaujímavých veličín príp. ich hodnoty prepočítať do iných fyzikálnych jednotiek. V definičných vzťahoch 3.20–3.27 uvádzam zároveň aj svoje výpočty parciálnych derivácií, ktoré sú potrebné, ak chceme získať aj odhad neistôt určenia týchto odvodených veličín alebo veličín prepočítavaných do iných jednotiek (viď časť 3.3). Neistoty jednotlivých veličín sú označené znakom δ . Veličiny na pravých stranách rovníc sú v jednotkách, ktoré sú uvedené v texte. Ak sú jednotky výstupných veličín na ľavých stranách rovníc odlišné, tak ich explicitne uvádzam. Hodnoty uhlových veličín na vstupe aj výstupe skriptu muni-apsid sú v stupňoch, hoci samotné výpočty prebiehajú v radiánoch. Prepočet je však dobre známy a neuvádzam ho.

Periódu apsidálneho pohybu U v rokoch môžeme vypočítať podľa vzťahu 3.21 (Gimenez 1985). Upozorňujem, že v súhrnnej práci Giménez & Bastero (1995) je predpis pre výpočet uvedený chybné so siderickou periódou. Relativistický príspevok rýchlosti stáčania priamky apsid $\dot{\omega}_R$ v radiánoch za siderickú periódu určuje vzťah 3.26 (Gimenez 1985), kde M_1 a M_2 sú hmotnosti hviezdnych zložiek v jednotkách hmotností Slnka. Zo vzťahov 3.23 je potom možné odvodiť Newtonovský príspevok apsidálneho pohybu $\dot{\omega}_N$ v radiánoch za siderickú periódu (Claret & Giménez 2010) a ich bezrozmerný podiel α (Gimenez 1985). Pomer uhlových rýchlostí rotačného pohybu hviezdy a orbitálneho pohybu je daný vzťahom 3.22 (Wolf 1994; Claret & Giménez 2010), kde ω_i je uhlová rýchlosť rotačného pohybu hviezdy i a ω_k je stredná uhlová rýchlosť orbitálneho pohybu (tzv. keplerovská rýchlosť). Vzorec platí za predpokladu, že rotačné rýchlosti hviezd sú synchronizované s orbitálnou rýchlosťou v periastre, kde je účinok slapových síl najväčší. Výpočet funkcií $f(\varepsilon)$ a $g(\varepsilon)$ je daný vzťahom 3.24 (Claret & Giménez 2010) a koeficienty c_{2i} môžeme vypočítať zo vzťahu 3.27 (Wolf 1994; Claret & Giménez 2010), kde r_i je relatívny polomer hviezdy i vztiahnutý voči veľkej poloosi orbitálnej dráhy. Stredná hodnota pozorovanej konštanty vnútornej štruktúry $\bar{k}_{2,\text{obs}}$ je daná vzťahom 3.25 (Wolf 1994; Claret & Giménez 2010). Konštanty vnútornej štruktúry hviezd $k_{2,i}$ sú funkciami rozloženia hustoty. Pre hmotný bod nadobúdajú hodnotu 0 a pre homogénnu hviezdu hodnotu 0,75. Znalosť orbitálnych elementov nám však neumožňuje získať individuálne hodnoty konštant pre jednotlivé zložky, ale iba ich vážený priemer $\bar{k}_{2,\text{obs}}$.

Prezentovanú metódu som použil na riešenie apsidálneho pohybu v sústave CO Lac (viď časť 4.5) a MZ Lac (viď časť 4.6). Na základe výsledkov môžem konštatovať, že metóda je efektívna, poskytuje hodnoty parametrov apsidálneho pohybu a realistické odhady neistôt ich určenia.

$$P_a = \frac{P_s}{1 - \frac{\dot{\omega}}{2\pi}}, \quad \frac{\partial P_a}{\partial P_s} = \delta P_s \left(1 - \frac{\dot{\omega}}{2\pi}\right)^{-1}, \quad \frac{\partial P_a}{\partial \dot{\omega}} = \frac{P_s \delta \dot{\omega}}{2\pi} \left(1 - \frac{\dot{\omega}}{2\pi}\right)^{-2} \quad (3.20)$$

$$U = \frac{2\pi P_a}{365,2425 \dot{\omega}}, \quad \frac{\partial U}{\partial P_a} = \frac{2\pi \delta P_a}{365,2425 \dot{\omega}}, \quad \frac{\partial U}{\partial \dot{\omega}} = -\frac{2\pi P_a \delta \dot{\omega}}{365,2425 \dot{\omega}^2} \quad (3.21)$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_k} = \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{(1-\varepsilon)^3}}, \quad \frac{\partial \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)}{\partial \varepsilon} = \left(\frac{1+\varepsilon}{(1-\varepsilon)^3} \right)^{-1/2} \frac{(2+\varepsilon)\delta\varepsilon}{(1-\varepsilon)^4} \quad (3.22)$$

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}E, \quad \dot{\omega}_N = \dot{\omega} - \dot{\omega}_R, \quad \alpha = \frac{\dot{\omega}_R}{\dot{\omega}_N}, \quad \dot{\omega} [\text{rad/rok}] = \frac{365,2425 \dot{\omega}}{P_s} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \dot{\omega} [\text{rad/rok}]}{\partial \dot{\omega} [\text{rad/cyklus}]} = \frac{365,2425 \delta \dot{\omega}}{P_s}, \quad \frac{\partial \dot{\omega} [\text{rad/rok}]}{\partial P_s} = -\frac{365,2425 \dot{\omega} \delta P_s}{P_s^2}$$

$$f(\varepsilon) = (1-\varepsilon^2)^{-2}, \quad g(\varepsilon) = \frac{(8+12\varepsilon^2+\varepsilon^4)f(\varepsilon)^{25}}{8}, \quad \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = 4\varepsilon\delta\varepsilon(1-\varepsilon^2)^{-3} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial g(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{8}(24\varepsilon+4\varepsilon^3)f(\varepsilon)^{2,5}\delta\varepsilon, \quad \frac{\partial g(\varepsilon)}{\partial f(\varepsilon)} = \frac{2,5}{8}(8+12\varepsilon^2+\varepsilon^4)f(\varepsilon)^{1,5}\delta f(\varepsilon)$$

$$\bar{k}_{2,\text{obs}} = \frac{c_{21}k_{21} + c_{22}k_{22}}{c_{21} + c_{22}} = \frac{1}{c_{21} + c_{22}} \frac{P_a}{U} = \frac{1}{c_{21} + c_{22}} \frac{\dot{\omega}}{2\pi}, \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \bar{k}_{2,\text{obs}}}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\delta \dot{\omega}}{2\pi(c_{21} + c_{22})}, \quad \frac{\partial \bar{k}_{2,\text{obs}}}{\partial c_{2i}} = -\frac{\delta c_{2i}}{(c_{21} + c_{22})^2}$$

$$\dot{\omega}_R = 5,45 \cdot 10^{-4} \frac{\pi}{180(1-\varepsilon^2)} \left(\frac{M_1 + M_2}{P_s} \right)^{2/3}$$

$$\delta \dot{\omega}_R = 5,45 \cdot 10^{-4} \frac{\pi}{180} \sqrt{\left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial \varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial P_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_2} \right)^2} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial \varepsilon} = \frac{2\varepsilon\delta\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2} \left(\frac{M_1 + M_2}{P_s} \right)^{2/3}, \quad \frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial P_s} = -\frac{2\delta P_s}{3P_s(1-\varepsilon^2)} \left(\frac{M_1 + M_2}{P_s} \right)^{2/3}$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_1} = \frac{2\delta M_1}{3P_s(1-\varepsilon^2)} \left(\frac{M_1 M_2}{P_s} \right)^{-1/3}, \quad \frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_2} = \frac{2\delta M_2}{3P_s(1-\varepsilon^2)} \left(\frac{M_1 + M_2}{P_s} \right)^{-1/3}$$

$$c_{2i} = r_i^5 \left(\left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 \left(1 + \frac{M_{3-i}}{M_i} \right) f(\varepsilon) + \frac{15M_{3-i}}{M_i} g(\varepsilon) \right)$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial f(\varepsilon)} = r_i^5 \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 \left(1 + \frac{M_{3-i}}{M_i} \right) \delta f(\varepsilon), \quad \frac{\partial c_{2i}}{\partial g(\varepsilon)} = 15r_i^5 \frac{M_{3-i}}{M_i} \delta g(\varepsilon)$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial M_i} = -r_i^5 \left[\left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 f(\varepsilon) + 15g(\varepsilon) \right] \left(\frac{M_{3-i}}{M_i} \right)^2 \frac{\delta M_i}{M_i}$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial M_{3-i}} = r_i^5 \left[\left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 f(\varepsilon) + 15g(\varepsilon) \right] \frac{M_{3-i}}{M_i} \frac{\delta M_{3-i}}{M_i} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial r_i} = \left[\left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2 \left(1 + \frac{M_{3-i}}{M_i} \right) f(\varepsilon) + 15g(\varepsilon) \frac{M_{3-i}}{M_i} \right] 5r_i^4 \delta r_i$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)} = 2r_i^5 \frac{\omega_i}{\omega_k} \delta \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right) \left(1 + \frac{M_{3-i}}{M_i} \right) f(\varepsilon)$$

$$\begin{aligned}
T &= T_0 + EP_s + 0,5(j-1)P_a + (2j-3)A_1 \frac{\varepsilon P_a}{2\pi} \cos \omega + A_2 \frac{\varepsilon^2 P_a}{4\pi} \sin 2\omega - \\
&- (2j-3)A_3 \frac{\varepsilon^3 P_a}{8\pi} \cos 3\omega - A_4 \frac{\varepsilon^4 P_a}{16\pi} \sin 4\omega + (2j-3)A_5 \frac{\varepsilon^5 P_a}{32\pi} \cos 5\omega + A_6 \frac{\varepsilon^6 P_a}{64\pi} \sin 6\omega \\
A_1 &= \operatorname{tg}^{-2}i + 2 - \varepsilon^2 \left\{ \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-2}i - \frac{1}{4} (2 + \sin^{-2}i) \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-2}i + \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-4}i - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^{-6}i + \right. \\
&\quad \left. + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{8} \operatorname{tg}^{-2}i + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-2}i - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-6}i (2 + \sin^{-2}i) + \frac{5}{32} \operatorname{tg}^{-8}i + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{3}{8} \operatorname{tg}^{-4}i (\sin^{-4}i + 2 \sin^{-2}i - 1) - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^{-6}i (3 + \sin^{-2}i + 3 \sin^{-4}i) - \frac{3}{64} \operatorname{tg}^{-10}i \right] \right\} \\
A_2 &= \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-2}i + 2 \operatorname{tg}^{-2}i + \frac{3}{2} + \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{4} - \operatorname{tg}^{-2}i + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-4}i (2 + \sin^{-2}i) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-6}i \sin^{-2}i - \operatorname{tg}^{-4}i \left(\frac{3}{2} + \sin^{-2}i \right) + \varepsilon^2 \left[\frac{3}{32} - \frac{5}{8} \operatorname{tg}^{-8}i \sin^{-2}i + \frac{5}{16} \operatorname{tg}^{-10}i \sin^{-2}i \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-4}i \left(\frac{1}{2} - \sin^{-2}i - \frac{9}{4} \sin^{-4}i - \sin^{-6}i \right) + \operatorname{tg}^{-6}i \left(1 + \frac{3}{16} \sin^{-2}i + \frac{3}{4} \sin^{-4}i + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{5}{4} \sin^{-6}i \right) - \operatorname{tg}^{-2}i \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{16} \sin^{-2}i + \frac{1}{4} \sin^{-4}i - \frac{3}{16} \sin^{-6}i - \frac{5}{8} \sin^{-8}i - \frac{5}{16} \sin^{-10}i \right) \right] \right\} \\
A_3 &= (2 + \sin^{-2}i) \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-2}i + 3 \operatorname{tg}^{-2}i + \frac{4}{3} + \operatorname{tg}^{-4}i - \frac{1}{6} \operatorname{tg}^{-6}i + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-2}i + \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-4}i (2 \sin^{-2}i + \sin^{-4}i + 1) - \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-4}i (2 \sin^{-2}i + \sin^{-4}i + 4) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{3}{4} \operatorname{tg}^{-6}i \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \sin^{-2}i - \sin^{-4}i - \frac{5}{12} \operatorname{tg}^{-2}i + \frac{1}{8} \operatorname{tg}^{-4}i \right) \right] \\
A_4 &= \frac{5}{4} + \operatorname{tg}^{-2}i (4 + 2 \sin^{-4}i + 3 \sin^{-2}i + \sin^{-6}i) + \operatorname{tg}^{-4}i (3 + 2 \sin^{-2}i - \\
&\quad - \operatorname{tg}^{-2}i \sin^{-2}i) + \varepsilon^2 \left[\frac{3}{4} + \operatorname{tg}^{-8}i \sin^{-2}i (2 - \operatorname{tg}^{-2}i) - \operatorname{tg}^{-4}i \left(\frac{9}{2} + 3 \sin^{-2}i \right) - \right. \\
&\quad \left. - \operatorname{tg}^{-6}i \left(4 + \frac{3}{2} \sin^{-2}i \right) + \operatorname{tg}^{-2}i \left(\frac{1}{2} \sin^{-2}i + \sin^{-4}i + \frac{3}{2} \sin^{-6}i + 2 \sin^{-8}i + \sin^{-10}i \right) \right] \\
A_5 &= \frac{6}{5} + \operatorname{tg}^{-2}i \left[5 + \sin^{-8}i + 2 \sin^{-6}i + 3 \sin^{-4}i + 4 \sin^{-2}i + 3 \operatorname{tg}^{-2}i (2 + 2 \sin^{-2}i + \right. \\
&\quad \left. + \sin^{-4}i) - \operatorname{tg}^{-4}i \left(\sin^{-2}i + 3 \sin^{-4}i - \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{4} \operatorname{tg}^{-6}i \left(1 - \frac{3}{10} \operatorname{tg}^{-2}i \right) \right] \\
A_6 &= \frac{7}{6} + \operatorname{tg}^{-2}i \left[6 + 5 \sin^{-2}i + 4 \sin^{-4}i + 3 \sin^{-6}i + \sin^{-8}i (2 + \sin^{-2}i) \right] + \\
&\quad + \operatorname{tg}^{-4}i \left(10 + 12 \sin^{-2}i + 9 \sin^{-4}i + 4 \sin^{-6}i \right) + \operatorname{tg}^{-6}i \left(\frac{16}{3} + 3 \sin^{-2}i - \right. \\
&\quad \left. - 4 \sin^{-4}i - \frac{20}{3} \sin^{-6}i \right) - \operatorname{tg}^{-8}i \sin^{-2}i (2 - \operatorname{tg}^{-2}i)
\end{aligned} \tag{3.28}$$

3.7 Efekt tretieho telesa

Zákrytové dvojhviezdy často vykazujú periodické zmeny O-C diagramov a v niektorých prípadoch je ich príčinou prítomnosť tzv. tretieho telesa. Zákrytový pár obieha okolo

spoločného ťažiska s tretím telesom, v dôsledku čoho dochádza k periodickej zmene vzdialenosti zákrytového páru voči pozorovateľovi. Keďže rýchlosť svetla je konečná, zmena vzdialenosti vyvolaná tretím telesom sa prejaví periodickou zmenou pozorovaných okamihov miním. Na O-C diagrame spočítanom s lineárnou efemeridou sa vytvorí jedna sínusoida spoločná pre primárne aj sekundárne minimá. Podotýkam, že zmeny vyvolané tretím telesom sú prísne periodické, takže cyklické a iné zmeny na O-C diagrame sa pomocou tohto efektu vysvetľujú len veľmi ťažko. Na rozdiel od apsidálneho pohybu, efekt tretieho telesa zvyčajne nemení tvar svetelných kriviek. Tvrdenie samozrejme platí iba čiastočne, povedzme na kratších časových škálach. Vplyvom vzájomných porúch môže dôjsť k zmenám orbitálnych dráh, v dôsledku čoho sa môžu tvary svetelných kriviek zmeniť a môžu sa dokonca objaviť zákryty s tretím telesom. Light Time Effect alebo tzv. efekt tretieho telesa potvrdzuje existenciu viacnásobných hviezdnych sústav a spolu so štúdiom apsidálneho pohybu pomáha skúmať rôzne astrofyzikálne procesy, slúži výzkumu hviezdnej štatistiky a testuje naše znalosti nebeskej mechaniky.

$$F(t) = M_0 + [\theta + 0,5(j - 1)]P + \Delta(t, A, \omega, \varepsilon, t_0, P_3) \quad (3.29)$$

$$\Delta = A \left[\frac{(1 - \varepsilon^2) \sin(\nu + \omega)}{1 + \varepsilon \cos \nu} + \varepsilon \sin \omega \right], \quad A = \frac{a_{12} \sin i}{2,590 \cdot 10^{10}} \quad (3.30)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad E = M + \varepsilon \sin E, \quad M = \frac{2\pi(t - t_0)}{P_3} \quad (3.31)$$

$$a_{12} \sin i [\text{AU}] = \frac{A}{173,14}, \quad P_3 [\text{roky}] = \frac{P_3}{365,2425}, \quad f(m_3) = \frac{(a_{12} \sin i)^3}{P_3^2} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial f(m_3)}{\partial a_{12} \sin i} = 3\delta(a_{12} \sin i) \left(\frac{a_{12} \sin i}{P_3} \right)^2, \quad \frac{\partial f(m_3)}{\partial P_3} = -2\delta P_3 \left(\frac{a_{12} \sin i}{P_3} \right)^3$$

V rámci spoluautorskej práce Mikulášek et al. (2013) som na riešenie efektu tretieho telesa analýzou O-C diagramov napísal vlastný skript muni-lites (časť Hlava, kap. 4). Bodmi O-C diagramu prekladám modelovú funkciu pomocou nelineárnej regresie (viď časť 3.1) a na hľadanie počiatočného riešenia používam genetické algoritmy (viď časť 3.2). Po skúsenostiach získaných pri riešení apsidálneho pohybu (viď časť 3.6) som sa rozhodol pre riešenie efektu tretieho telesa, ktoré vychádza z priameho riešenia Keplerovej rovnice. Vzťah 3.29 udáva matematický predpis modelovej funkcie, pričom časový posun okamihov miním, ktorý vzniká vplyvom prítomnosti tretieho telesa definuje funkcia Δ (vzťah 3.30). Regresný model je funkciou siedmich voľných parametrov, M_0 je okamih počiatočného (základného) primárneho minima, od ktorého sa počíta fotometrická fáza, P reprezentuje orbitálnu periódu zákrytového páru v dňoch a P_3 je orbitálna perióda tretieho telesa v dňoch. Ostatné parametre sa týkajú orbitálnej dráhy zákrytového páru okolo spoločného ťažiska s tretím telesom. Parameter ε reprezentuje excentricitu dráhy, t_0 je okamih prechodu periastrom a ω je argument periastra v radiánoch. Veličina $a_{12} \sin i$ (vzťah 3.30) predstavuje priemet hlavnej poloosi v km do roviny rovnobežnej so zorným lúčom, číselný faktor je približná hodnota rýchlosti svetla v km/deň a z toho vyplýva, že veličina A je priemet

poloosi vyjadrený v svetelných dňoch. Použitím 2. Keplerovho zákona a riešením implicitnej Keplerovej rovnice môžeme vypočítať pravú anomáliu ν v radiánoch (vzťahy 3.31), kde M predstavuje strednú anomáliu a E je excentrická anomália. Implicitnú Keplerovu rovnicu riešim 30 iteráciami, po ktorých je číselný rozdiel medzi počiatočnou a výslednou hodnotou epochy θ v poslednej iterácii menší než 10^{-15} . Epochu θ a typ minima j určujem podľa vzťahov, ktoré som uviedol v časti 3.5.

Vo vzťahoch 3.33 uvádzam všetky parciálne derivácie modelovej funkcie potrebné pre riešenie efektu tretieho telesa regresnou analýzou O-C diagramov. V záverečných výpisoch môjho skriptu muni-lites prepočítavam hodnoty niektorých výsledných veličín do iných fyzikálnych jednotiek a ak chceme poznať odhad neistôt týchto prepočítaných hodnôt, potrebujeme vyčísliť parciálne derivácie (viď časť 3.3), ktoré uvádzam vo vzťahoch 3.32. Neistoty jednotlivých veličín sú označené znakom δ . Veličiny na pravých stranách rovníc sú v jednotkách uvedených v predošlom odstavci. Jednotky výstupných veličín na ľavých stranách rovníc uvádzam explicitne. Hodnoty uhlových veličín na vstupe aj výstupe skriptu muni-lites sú v stupňoch, hoci samotné výpočty prebiehajú v radiánoch. Prepočet je však dobre známy a neuvádzam ho. Získané optimálne hodnoty voľných parametrov regresného riešenia O-C diagramu s efektom tretieho telesa nám dovoľujú vypočítať tzv. funkciu hmotnosti $f(m_3)$ v hmotnostiach Slnka. Vzťahy 3.32 udávajú výpočtový vzorec a derivácie potrebné na odhad neistoty, kde $a_{12} \sin i$ je v AU a P_3 je rokoch.

Uvedená metóda umožňuje nájdenie orbitálnych elementov sústav s tretím telesom pomocou regresnej analýzy O-C diagramov priamym riešením Keplerovej rovnice. S úspechom som ju použil pri analýze pozorovaní premennej hviezdy AR Aur (viď časť 4.7).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial A} &= \frac{(1 - \varepsilon^2) \sin(\nu + \omega)}{1 + \varepsilon \cos \nu} + \varepsilon \sin \omega, & \frac{\partial F}{\partial \omega} &= A \left[\frac{(1 - \varepsilon^2) \cos(\nu + \omega)}{1 + \varepsilon \cos \nu} + \varepsilon \cos \omega \right] \\
\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} &= \frac{\partial \Delta}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial \Delta}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial \Delta}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \varepsilon}, & \frac{\partial F}{\partial P} &= \theta + \frac{1}{2} (j - 1), & \frac{\partial F}{\partial M_0} &= 1 \\
\frac{\partial \nu}{\partial \varepsilon} &= \frac{\sin \nu}{1 - \varepsilon^2}, & \frac{\partial \nu}{\partial E} &= \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \left(\frac{\cos \frac{\nu}{2}}{\cos \frac{E}{2}} \right)^2, & \frac{\partial E}{\partial \varepsilon} &= \frac{\sin E}{1 - \varepsilon \cos E} \\
\frac{\partial E}{\partial M_0} &= \frac{1}{1 - \varepsilon \cos E}, & \frac{\partial M_0}{\partial t_0} &= \frac{-2\pi}{P_3}, & \frac{\partial M_0}{\partial P_3} &= \frac{-2\pi t - t_0}{P_3 P_3} \\
\frac{\partial F}{\partial t_0} &= \frac{\partial \Delta}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M_0} \frac{\partial M_0}{\partial t_0}, & \frac{\partial F}{\partial P_3} &= \frac{\partial \Delta}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M_0} \frac{\partial M_0}{\partial P_3} \\
\frac{\partial \Delta}{\partial \varepsilon} &= A \left\{ \sin \omega - \frac{\sin(\nu + \omega)[2\varepsilon + (1 + \varepsilon^2) \cos \nu]}{(1 + \varepsilon \cos \nu)^2} \right\} \\
\frac{\partial \Delta}{\partial \nu} &= \frac{A(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos \nu} \left[\cos(\omega + \nu) + \frac{\varepsilon \sin(\omega + \nu) \sin \nu}{1 + \varepsilon \cos \nu} \right]
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Kapitola 4

Premenné hviezdy ďalších typov

Fotometrické noci som využíval na pozorovanie flickeringu (viď kap. 2), postupom času sa však ukázalo, že na brnianskych observatóriách nezískam dáta požadovanej kvality ani objemu. Do úvahy prichádzali tri možnosti ako ďalej postupovať. Mohol som vyhľadať observatóriá s lepšími podmienkami a pokúsiť sa získať observačné dáta k študovanému flickeringu symbiotických sústav niekde v zahraničí. Táto možnosť však bola finančne príliš nákladná, pretože pozorovací čas je zvyčajne platený resp. treba k ďalekohľadu cestovať. Predovšetkým ale, záujemcov o pozorovania na takýchto observatóriách je ďaleko viac než volné kapacity a s najväčšou pravdepodobnosťou by som nezískal dostatok pozorovacieho času na jednom prístroji. Pozorovania by som musel získať na viacerých observatóriách. Fotometrické merania sú však nekalibrované, výstupné hodnoty detektorov nie sú vo fyzikálnych jednotkách a tak porovnávanie dát z rôznych prístrojov je vždy komplikované a sporné. Týmto problémom trpí aj druhá možnosť a to prebrať už existujúce dáta. K archívnym dátam často chýba mnoho dôležitých údajov a preto ich spracovanie a porovnávanie býva ešte zložitejšie. Poslednou možnosťou bolo naďalej získavať hodnotné dáta vlastným pozorovaním astrofyzikálne zaujímavých sústav s dôrazom na krátkodobé fotometrické zmeny, aj keď nepôjde o „čistý“ flickering. Po dohode so svojim školiteľom som zvolil tento prístup ako najrealistickejší a astrofyzikálne najprínosnejší. Svoj pozorovací program som doplnil o premenné hviezdy iných typov, predovšetkým o zákrytové sústavy so zmenami na O-C diagramoch. Zameril som sa najmä na sústavy, ktoré vykazujú znaky stáčania priamky apsid alebo prítomnosť tretieho telesa a dvojhviezdy s nízkymi hmotnosťami. Vzhľadom na väčšie amplitúdy fotometrických zmien, ich dlhšie trvanie a lepšiu znalosť fyzikálnych príčin ich vzniku, nekladú také veľké nároky na prístroje a pozorovacie podmienky.

CCD kamera je plošný detektor a preto prináša možnosť súčasného snímania a fotometrického merania nielen jednej hviezdy, ale určitej časti oblohy zodpovedajúcej zornému poľu. Štruktúru tejto kapitoly som rozčlenil tak, že každá sekcia je označená názvom primárne pozorovanej premennej hviezdy a do prípadných podsekcí som zaradil ďalšie premenné hviezdy, ktoré som v jej poli zachytil. V tejto kapitole uvádzam základné údaje o jednotlivých premenných hviezdach, analýzu pozorovaní a získané výsledky. Záznam o získaných pozorovaniach a spracovaní dát uvádzam v kap. 1.4.

Časová os všetkých svetelných kriviek ako aj všetkých časových údajov je výhradne v JDHEL, t. j. v juliánskom dátume s heliocentrickou korekciou. Označenie typu premennosti som prevzal zo služby AAVSO VSX (Watson 2006).

4.1 V1710 Aql

Tab. 4.1: Základné údaje o V1710 Aql

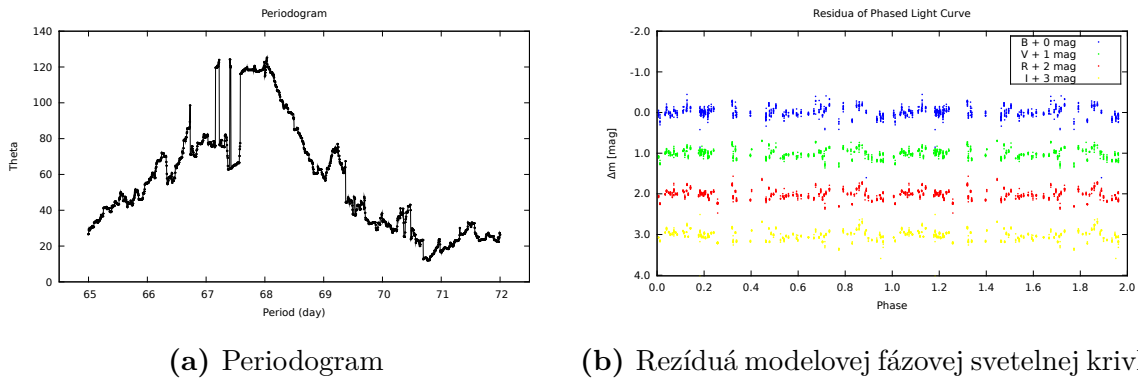
Označenie	V1710 Aql
Súradnice	19 ^h 02 ^m 00 ^s ,286 +02° 09' 10,"96
Typ	*
Spektrálny typ	B8
Svetelné zmeny	V: 13,1–13,9 mag
Periódá	68,101±0,01 d (Mikulášek et al. 2007)

Tab. 4.2: Identifikácia porovnávacích hviezd pre V1710 Aql

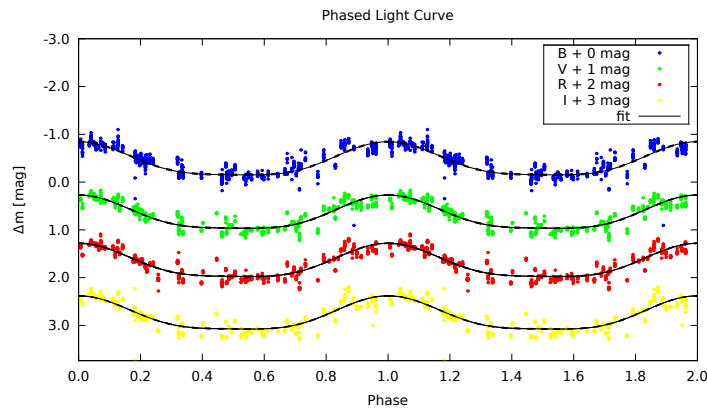
C	USNO-B1.0 0921-0514450
C1	USNO-B1.0 0921-0514390
C2	USNO-B1.0 0921-0514326

V1710 Aql je centrálny objekt planetárnej hmloviny Sh2-71. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.1. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.7, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.2. Svetelná krivka vykazuje periodické zmeny s periódou $68,101 \pm 0,01$ d a zmeny na dlhších časových škálach bez zjavnej periodicity (Mikulášek et al. 2007). Vlastné pozorovania som získal v rokoch 2008–2011. Vzhľadom na dlhšiu periódú svetelných zmien som pozoroval tak, že v každej dostupnej noci som získal cca 10 snímok v každom z filtrov BVRI (Bessell 1990). Pozorovanie vedené týmto spôsobom sa podobá meraniam celooblohových prehliadok, kde je výsledkom tiež len niekoľko málo meraní s viac či menej rovnakým časovým rozstupom a nízkym časovým rozlíšením. V1710 Aql bola svojou jasnosťou na hranici možností MUO. Navyše má nízku deklináciu, takže vystupuje iba nízko nad obzor, kde je obloha veľmi presvetlená. Preto som príliš nedúfal, že merania prinesú nejaký astrofyzikálny výsledok, ale o to väčšie bolo moje prekvapenie. Nízka kvalita a veľký rozptyl dát je však očividný (obr. 4.2). V extrémnych prípadoch je rozptyl jasnosti v sérii za sebou idúcich snímok z jednej noci až 0,5 mag.

Najpravdepodobnejšia periódá podľa periodogramu na obr. 4.1a je $68,04 \pm 0,71$ d. Vo svojom skripte muni-1cfitter som zvolil model č. 3 (viď časť 3.4), pričom som predpokladal spoločný tvar funkcie vo všetkých filtroch, len parameter m_0 som určil zvlášť. Výsledné parametre fitu uvádzam v tab. 4.3 a fázovú svetelnú krivku spolu s preloženým modelom a chybovým pásom na obr. 4.2. Na obr. 4.1b sú rezíduá modelovej fázovej svetelnej krivky, t. j. zmeraná jasnosť po odčítaní modelovej funkcie. Z mojich pozorovaní sa nedá vylúčiť možnosť fázovej krivky s dvoma maximami. Na základe spočítaného modelu som získal novú efemeridu: $\text{HJD}_{\text{max}} = (2\,455\,240,81 \pm 0,11) + (67,94 \pm 0,022)E$. Periódá je o 0,2 d kratšia než periódá uvedená v práci Mikulášek et al. (2007). Keďže V1710 Aql vykazuje nepravidelné dlhodobé zmeny, tak rozdiel môže byť zapríčinený kratším obdobím mojich pozorovaní. Bolo by potrebné analyzovať moje pozorovania spolu s archívnymi meraniami.



Obr. 4.1: Grafy pre V1710 Aql



Obr. 4.2: Fázoová svetelná krivka V1710 Aql

Tab. 4.3: V1710 Aql: parametre modelu č. 3 zo skriptu muni-1cfitter

$m_{0,B}$	$-0,416 \pm 0,012$	$m_{0,V}$	$-0,299 \pm 0,0062$
$m_{0,R}$	$-0,2892 \pm 0,0047$	$m_{0,I}$	$-0,1896 \pm 0,0032$
a_1	$-0,3457 \pm 0,0034$	a_2	$-0,084 \pm 0,0033$
a_3	$-0,0058 \pm 0,0046$	t_0	$2455240,81 \pm 0,11$
P	$67,94 \pm 0,022$	χ_r^2	$72,743559$
počet meraní	3022		

4.1.1 GSC2 N02013121751

Tab. 4.4: Identifikácia porovnávacích hviezd pre GSC2 N02013121751

C	USNO-B1.0 0921-0514450
C1	USNO-B1.0 0921-0514390
C2	USNO-B1.0 0921-0514326

Tab. 4.5: Základné údaje o GSC2 N02013121751

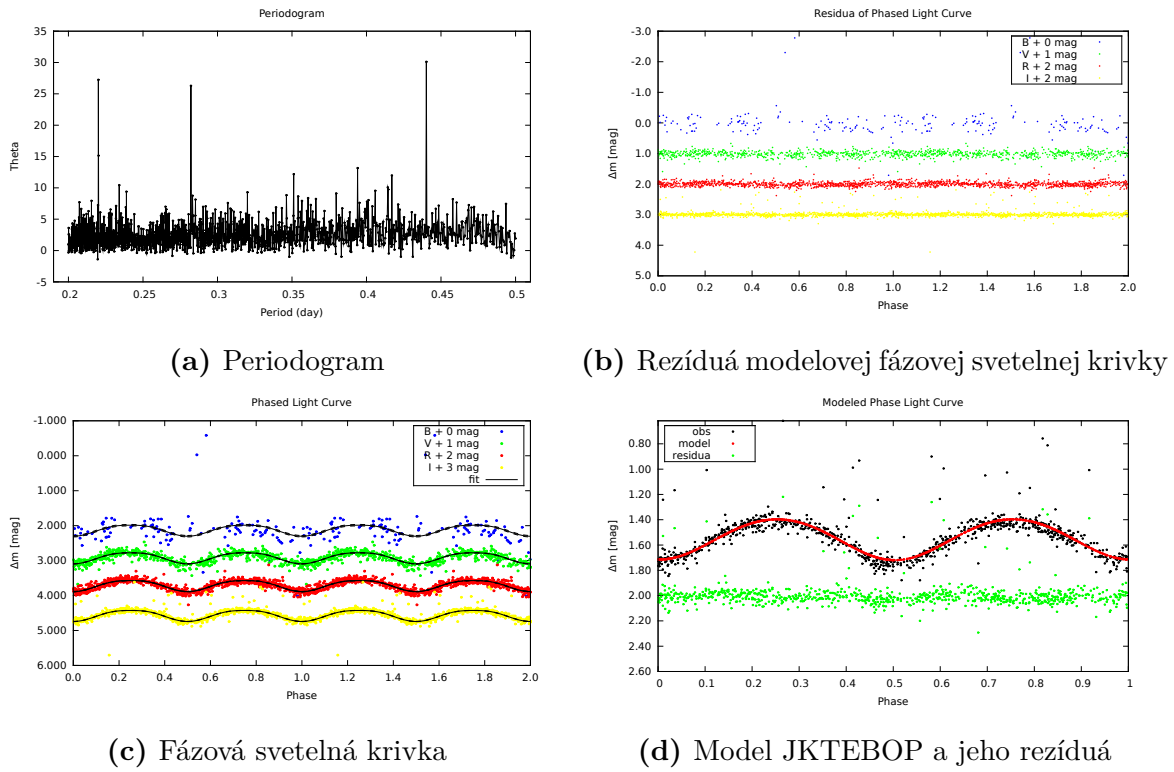
Označenie	GSC2 N02013121751
Súradnice	19 ^h 02 ^m 07, ^s 05 +02° 07' 27,"1
Typ	EW
Svetelné zmeny	I: 14,0–14,4 mag
Periódá	0,44014 d Pejcha (2006)

GSC2 N02013121751 je premenná hviezda objavená pri pozorovaní premennej hviezdy V1710 Aql (Pejcha 2006). Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.5. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.8, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.4. Pravdepodobne sa jedná o zákrytovú dvojhviezdu typu W UMa. Na obr. 4.3a je periodogram zo získaných meraní, podľa ktorého je najpravdepodobnejšia hodnota periódy $0,4401 \pm 0,0004$ d. Vo svojom skripte muni-*lc*fitter som zvolil model č. 2. (viď časť 3.4), pričom som predpokladal rovnaký tvar funkcie pre všetky štyri fotometrické filtre, len parametre m_0 som určil pre každý filter zvlášť. Výsledné hodnoty modelu uvádzam v tab. 4.7 a fázovú svetelnú krivku spolu s preloženým modelom a chybovým pásom na obr. 4.3c. Na obr. 4.3b sú rezíduá modelovej fázovej svetelnej krivky. Na základe spočítaného modelu som z mojich 2090 meraní získal novú efemeridu: $HJD_{\min} = (2455225,6331 \pm 0,00033) + (0,44012292 \pm 0,00000057)E$, ktorej perióda sa zhoduje s periódou publikovanou v objavovej práci na 4 desatinné miesta.

GSC2 N02013121751 je nepreskúmaná premenná hviezda s neznámymi fyzikálnymi parametrami, preto som sa ich pokúsil určiť. K dispozícii som mal len svoje fotometrické pozorovania, takže jedinou možnosťou bolo skúsiť fyzikálne modelovanie svetelnej krivky (viď časť 3.4). Výsledky predošlého fenomenologického modelovania boli pritom veľmi užitočné, pretože perióda a počiatočný okamih minima sú vstupnými parametrami programu JKTEBOP (Southworth 2012), ktorý som na tento účel použil. Relatívne polomery zložiek r_A a r_B sú v ňom reparametrizované pomocou ich sumy $r_A + r_B$ a pomeru $k = r_A/r_B$, pričom $r_A = R_A/a$ a $r_B = R_B/a$. Veličina a je veľká poloos orbitálnej dráhy a je v rovnakých fyzikálnych jednotkách ako absolútne polomery zložiek R_A a R_B . S úspechom som pomocou programu JKTBOP získal hodnoty fyzikálnych parametrov sústavy a uvádzam ich v tab. 4.6. Na obr. 4.3d je vykreslené preloženie modelu napozorovanými dátami spolu s rezíduami, ktoré som vertikálne posunul o 2 mag.

Tab. 4.6: Určené fyzikálne parametre GSC2 N02013121751

pomer centrálnych povrchových jasností $J = \frac{J_B}{J_A}$	0,3
suma relatívnych polomerov $r_A + r_B$	0,28
pomer relatívnych polomerov k	0,65
sklon i	72°



Obr. 4.3: Grafy pre GSC2 N02013121751

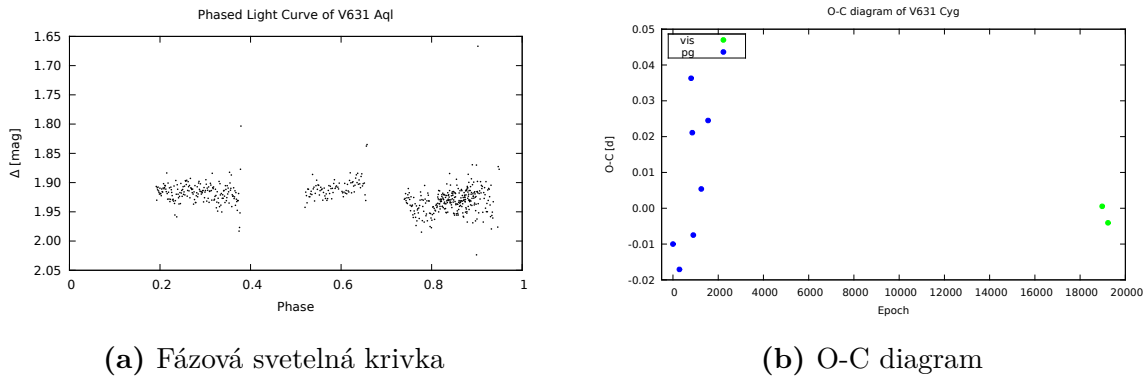
Tab. 4.7: GSC2 N02013121751: parametre modelu č. 2 zo skriptu muni-lcfitter

$m_{0,B}$	$1,985 \pm 0,021$	$m_{0,V}$	$1,7752 \pm 0,0050$
$m_{0,R}$	$1,5701 \pm 0,0033$	$m_{0,I}$	$1,4249 \pm 0,0029$
a	$0,3176 \pm 0,0056$	d	$0,0957 \pm 0,0023$
γ	$0,962 \pm 0,056$	t_0	$2455225,6331 \pm 0,00033$
P	$0,44012292 \pm 0,00000057$	χ_r^2	1,675190
počet meraní	2090		

4.2 V631 Aql

Tab. 4.8: Identifikácia porovnávacích hviezd pre V631 Aql

C	USNO-B1.0 1020-0579113
C1	USNO-B1.0 1020-0578885
C2	USNO-B1.0 1020-0580032



(a) Fázová svetelná krivka

(b) O-C diagram

Obr. 4.4: Grafy pre V631 Aql**Tab. 4.9:** Základné údaje o V631 Aql

Označenie	V631 Aql
Súradnice	19 ^h 35 ^m 45,8 +12° 03' 24''
Typ	EA (Malkov et al. 2006)
Spektrálny typ	(F2)+/[K1IV] (Budding et al. 2004)
Periódá	1,1551 d (Malkov et al. 2006)

V631 Aql je zákrytová dvojhviezda typu Algol. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.9. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.16, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.8. Na obr. 4.4a som zobrazil fázovú svetelnú krivku zostavenú z mojich pozorovaní. Hoci som získal fotometrické merania počas 8 nocí, fázová krivka je veľmi slabo pokrytá a jej modelovanie by bolo neúspešné. Pre zostavenie fázovej krivky som použil periódou 1,1551 d publikovanú v práci (Malkov et al. 2006). Na obr. 4.4b som zostavil O-C diagram, ktorý som spočítal podľa efemeridy O-C brány (Paschke & Brát 2012): $HJD_{\min} = 2\,429\,163,326 + 1,155102 \cdot E$.

4.2.1 GSC 01064-04398

Tab. 4.10: Základné údaje o GSC 01064-04398

Označenie	GSC 01064-04398 = USNO-B1.0 1020-0577859
Súradnice	19 ^h 35 ^m 28,471 +12° 01' 52''31
Typ	EW (Chrastina 2013)
Svetelné zmeny	R: 11,37–11,40 mag (Chrastina 2013)
Periódá	0,13206520(56) d (Chrastina 2013)

Tab. 4.11: Identifikácia porovnávacích hviezd pre GSC 01064-04398

C	USNO-B1.0 1020-0579113
C1	USNO-B1.0 1020-0578885
C2	USNO-B1.0 1020-0580032

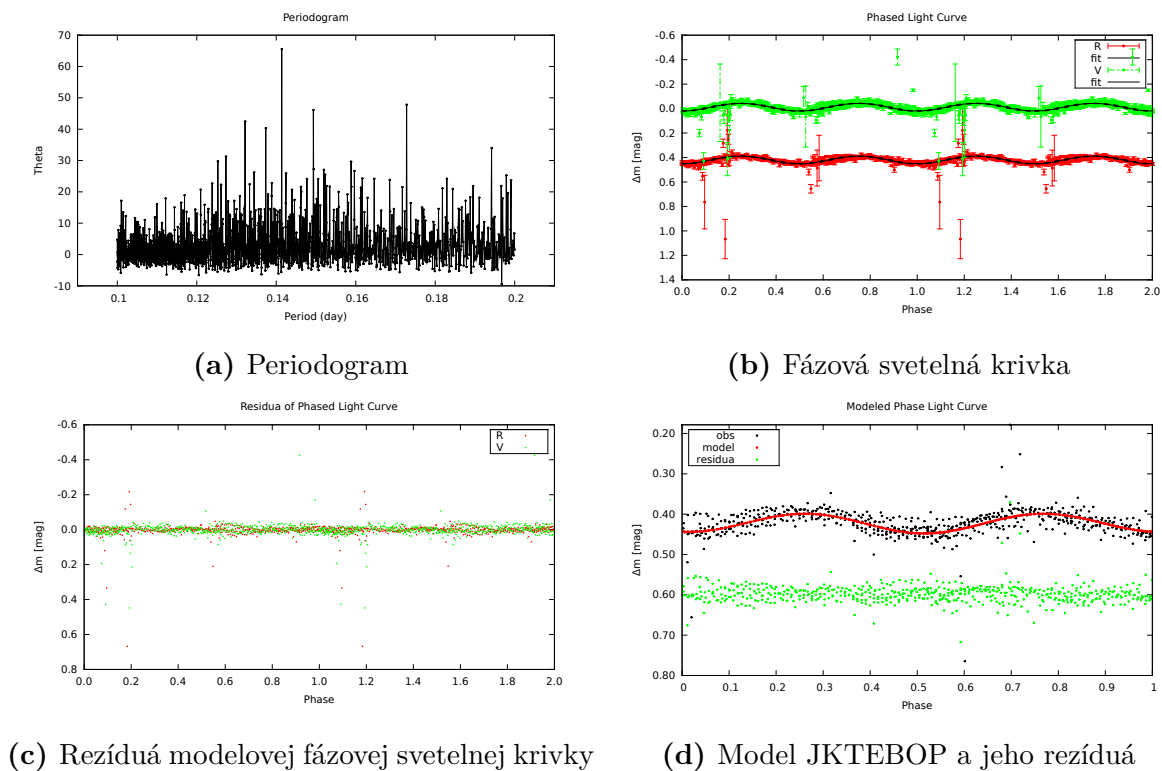
GSC 01064-04398 je nová premenná hviezda, ktorú som objavil v poli V631 Aql. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.10. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.17, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.11. Na obr. 4.5a je periodogram zo získaných meraní, podľa ktorého je najpravdepodobnejšia hodnota periódy $0,1414 \pm 0,0001$ d. Pri fenomenologickom modelovaní som vo svojom skripte muni-lcfitter zvolil model č. 2 (viď časť 3.4). Fázovú svetelnú krivku spolu s preloženým modelom som zobrazil na obr. 4.5b. Konvergentné riešenie sa mi podarilo nájsť iba pre časť dát z HaP a aj to len pre filtre VR. Chybový pás leží vo vnútri rozptylu bodov okolo fitu, ale ak sa pozrieme na neistoty nájdených parametrov (viď tab. 4.12), je zrejmé, že to nebudú skutočne správne hodnoty. Rezíduá modelovej funkcie na obr. 4.5c tiež naznačujú, že sfázovanie pozorovaní nie je vyhovujúce. V prípade GSC 01064-04398 zrejme pôjde o zložitejší typ premennosti s fotometrickými zmenami, ktoré regresný model č. 2 nezahŕňa a mohli by ich odhaliť až ďalšie pozorovania. Nájdenú efemeridu: $HJD_{\min} = (2\,455\,090,2601 \pm 0,0018) + (0,1320652 \pm 0,00000056)E$ môžeme považovať len za prvý odhad pre ďalšie skúmanie.

Podľa mojich pozorovaní sú inštrumentálne jasnosti V-C v jednotlivých fotometrických filtroch: $\Delta V \cong 0,0$ mag, $\Delta R \cong 0,4$ mag a $\Delta I \cong 0,7$ mag. Jasnosti porovnávacej hviezdy USNO-B1.0 1020-0579113 som prevzal z literatúry: B = 13,384 mag, V = 11,847 mag, R = 10,970 mag (Zacharias et al. 2005) a I = 10,15 mag (Monet et al. 2003). Na základe týchto údajov môžem odhadnúť jasnosti premennej hviezdy: V = 11,9 mag, R = 11,4 mag a I = 10,9 mag. Keďže amplitúda zmien jasnosti vo všetkých filtroch je zhruba rovnaká $\Delta m \cong 0,03$ mag, tak dostávam interval svetelných zmien 11,37–11,40 mag vo filtri R.

GSC 01064-04398 je nová premenná hviezda s neznámymi fyzikálnymi parametrami, preto som sa ich pokúsil určiť. K dispozícii som mal len svoje fotometrické pozorovania, takže jedinou možnosťou bolo skúsiť fyzikálne modelovanie svetelnej krivky (viď časť 3.4). Použil som sa program JKTEBOP (Southworth 2012) a určené fyzikálne parametre sústavy uvádzam v tab. 4.13. Na obr. 4.5d som vykreslil preloženie modelu napozorovanými dátami spolu s rezíduami, ktoré som vertikálne posunul o 0,6 mag. Aj tu znova vidieť, že riešenie nie je vyhovujúce a k získaným parametrom treba pristupovať kriticky.

Tab. 4.12: GSC 01064-04398: parametre modelu č. 2 zo skriptu muni-lcfitter

$m_{0,V}$	$-0,4 \pm 0,31$	$m_{0,R}$	$0,03 \pm 0,31$
a	$0,41 \pm 0,30$	d	$0,208 \pm 0,025$
γ	$0,97 \pm 0,10$	t_0	$2455090,2601 \pm 0,0018$
P	$0,1320652 \pm 0,00000056$	χ_r^2	4,205645
počet meraní	980		



Obr. 4.5: Grafy pre GSC 01064-04398

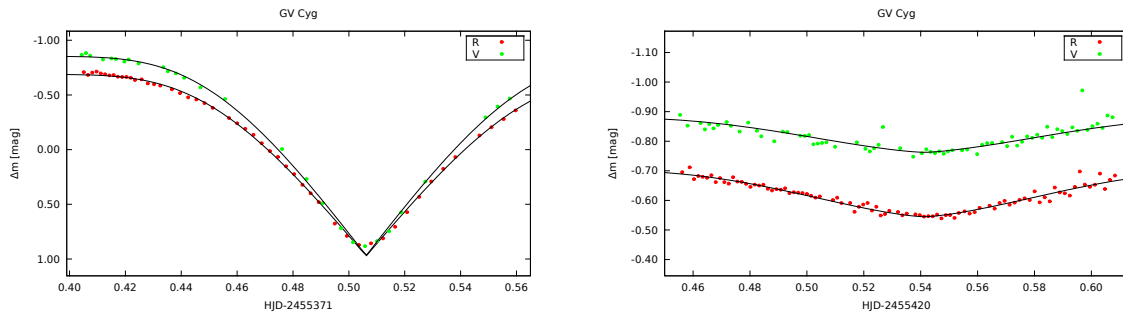
Tab. 4.13: Určené fyzikálne parametre GSC 01064-04398

pomer centrálnych povrchových jasností $J = \frac{J_B}{J_A}$	2,8
suma relatívnych polomerov $r_A + r_B$	0,36
pomer relatívnych polomerov k	0,29
sklon i	64,6°

4.3 GV Cyg

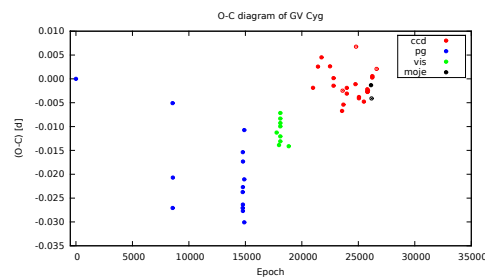
Tab. 4.14: Základné údaje o GV Cyg

Označenie	GV Cyg
Súradnice	21 ^h 58 ^m 25, ^s 25 +46° 56' 25,"2
Typ	EA/SD
Spektrálny typ	A5:
Svetelné zmeny	V: 13,2–15,2 mag
Periódá	0,9906772 d (Ahnert et al. 1941)



(a) Svetelná krivka GV Cyg z 23. 6. 2010

(b) Svetelná krivka z 11. 8. 2010

Obr. 4.6: Určenie okamihov miním GV Cyg**Obr. 4.7:** O-C diagram GV Cyg z O-C brány**Tab. 4.15:** Identifikácia porovnávacích hviezd pre GV Cyg

C	USNO-B1.0 1369-0489220
C1	USNO-B1.0 1369-0489475
C2	USNO-B1.0 1369-0489603

GV Cyg je polodotyková zákrytová dvojhviezda typu Algol. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.14. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.13, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.15. Získal som pozorovania iba počas dvoch nocí, čo na fázovej svetelnej krivky nestačí. Avšak počas oboch nocí došlo k zákrytom a tak som pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4) určil okamihy miním (viď tab. 4.16). Na obr. 4.6 sú získané svetelné krivky a plnými čiarami sú vykreslené regresné riešenia. Oba prípady dokladujú úspešnosť použitia metódy regresnej analýzy a kvalitu modelovej funkcie prof. Mikuláška (viď časť 3.5). Na obr. 4.7 som zostavil O-C diagram podľa efemeridy z O-C brány: $HJD_{\min} = 2\,429\,495,356 + 0,9906643 \cdot E$.

Tab. 4.16: Okamihy miním GV Cyg

VR	prim.	$2455371,5062 \pm 0,00011$
VR	sek.	$2455420,5413 \pm 0,00066$

4.3.1 USNO-B1.0 1370-0515181

Tab. 4.17: Základné údaje o USNO-B1.0 1370-0515181

Označenie	USNO-B1.0 1370-0515181
Súradnice	21 ^h 59 ^m 02,317 +47° 00' 50,43

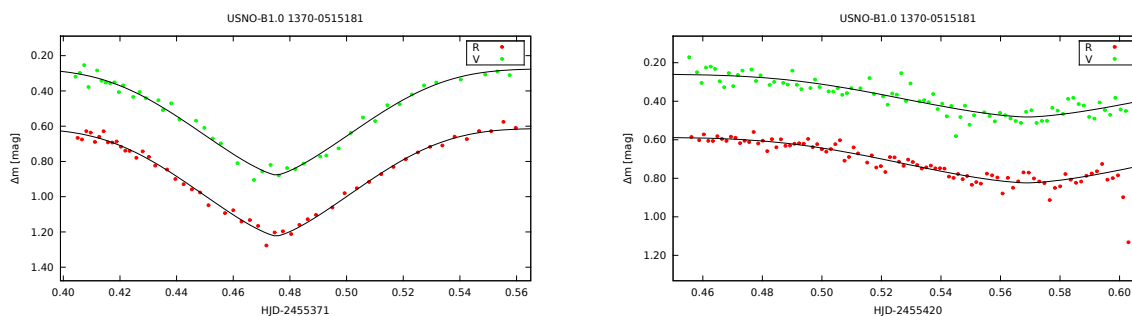
Tab. 4.18: Identifikácia porovnávacích hviezd pre USNO-B1.0 1370-0515181

C	USNO-B1.0 1370-0514996
C1	USNO-B1.0 1369-0489696
C2	USNO-B1.0 1369-0489722

USNO-B1.0 1370-0515181 je nová premenná hviezda, ktorú som objavil v poli GV Cyg. Základné údaje sú v tab. 4.17. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.10, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.18. Pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4) som určil okamihy miním, ktoré uvádzam v tab. 4.19. Na obr. 4.8 sú získané svetelné krivky spolu s regresným riešením a rád by som na nich poukázal na neadekvátnosť používaných váh pri riešeníach O-C diagramov. Ak spočítame váhy ako prevrátené kvadráty ich neistôt, dostaneme pomer $\sim 1:37,5$. Jedná sa pritom o dve minimá získané z jedného pozorovacieho stanovišťa, v rovnakej prístrojovej konfigurácii, spracované a analyzované rovnakou metódou. Vo vedeckých článkoch sa však často stretne s tým, že tieto dve minimá majú rovnaké váhy (napr. práca Wolf (1994)). Naproti tomu váhy CCD pozorovaní a vizuálnych pozorovaní sú v pomere 1:10.

Tab. 4.19: Okamihy miním USNO-B1.0 1370-0515181

VR	2455371,47523 \pm 0,00031
VR	2455420,5691 \pm 0,0019



(a) Svetelná krivka z 23. 6. 2010

(b) Svetelná krivka z 11. 8. 2010

Obr. 4.8: Určenie okamihov miním USNO-B1.0 1370-0515181

4.4 V859 Cyg

Tab. 4.20: Základné údaje o V859 Cyg

Označenie	V859 Cyg
Súradnice	19 ^h 27 ^m 12, ^s 66 +28° 56' 49,"6
Typ	EW/KW
Svetelné zmeny	pg: 11,7–12,2 mag
Periódá	0,40500132 d (Wachmann 1963)

Tab. 4.21: Identifikácia porovnávacích hviezd pre V859 Cyg

C	GSC 02137-00260
C1	USNO-B1.0 1188-0353964
C2	GSC 02137-02999

V859 Cyg je dotyková zákrytová dvojhviezda typu W UMa s elipsoidálnymi zložkami. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.20. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.14, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.21. Získal som pozorovania iba počas troch nocí, čo na spresňovanie elementov fázovej svetelnej krivky nestačí. Avšak počas všetkých troch nocí došlo k zákrytom a tak som pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4) určil okamihy miním (viď tab. 4.22). Na obr. 4.9a–4.9c sú získané svetelné krivky a plnými čiarami sú vykreslené regresné riešenia, ktoré dokladujú úspešnosť použitia metódy regresnej analýzy a kvalitu modelovej funkcie prof. Mikuláška (viď časť 3.5). Na obr. 4.9d som zostavil O-C diagram podľa efemeridy z O-C brány: $HJD_{\min} = 2\,434\,629,4141 + 0,4050017 \cdot E$.

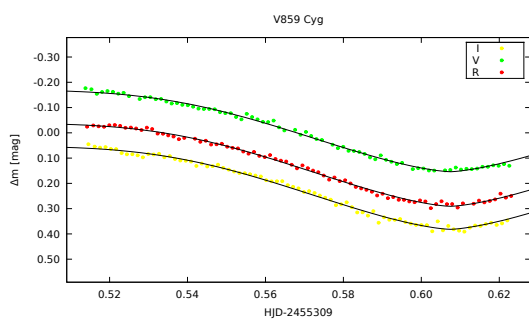
Tab. 4.22: Okamihy miním V859 Cyg

VRI	prim.	2455309,60746 ± 0,00035
VRI	prim.	2455399,51703 ± 0,00011
VRI	prim.	2455412,47731 ± 0,00026

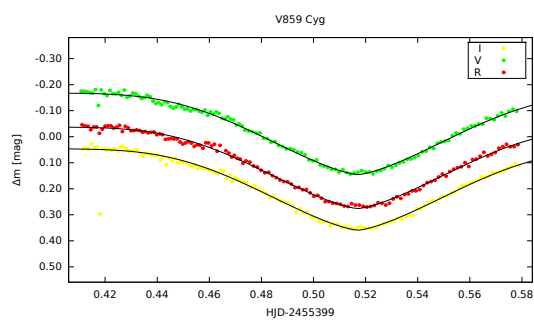
4.4.1 USNO-B1.0 1189-0356565

Tab. 4.23: Základné údaje o USNO-B1.0 1189-0356565

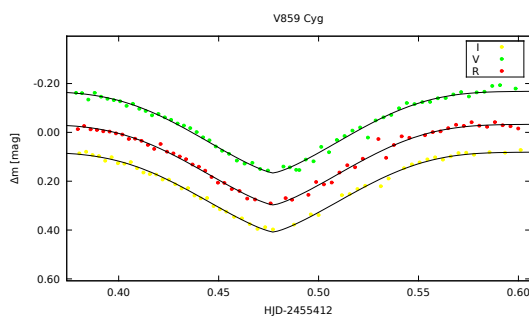
Označenie	USNO-B1.0 1189-0356565
Súradnice	19 ^h 27 ^m 07, ^s 764 +28° 58' 49,"78



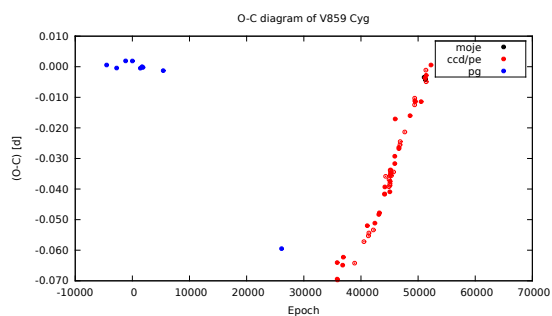
(a) Svetelná krivka z 22. 4. 2010



(b) Svetelná krivka z 21. 7. 2010

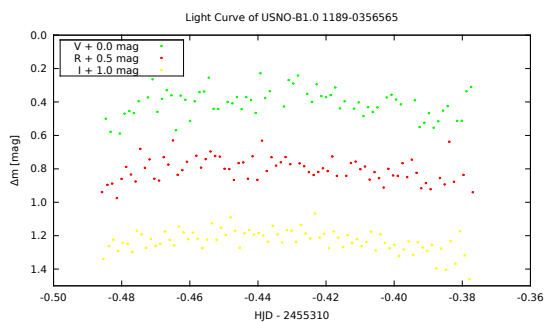


(c) Svetelná krivka z 3. 8. 2010

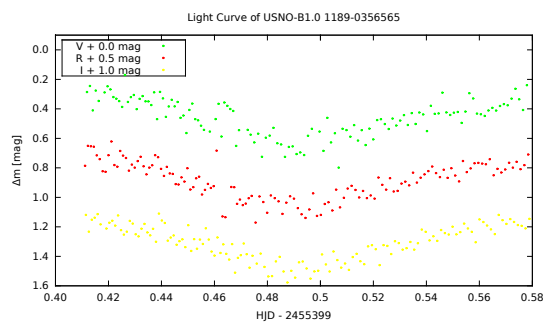


(d) O-C diagram V859 Cyg z O-C brány

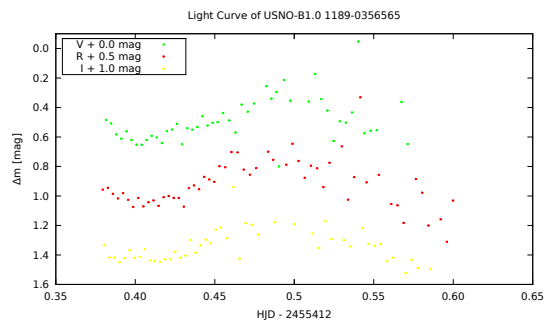
Obr. 4.9: Grafy pre V859 Cyg



(a) Svetelná krivka z 22. 4. 2010



(b) Svetelná krivka z 21. 7. 2010



(c) Svetelná krivka z 3. 8. 2010

Obr. 4.10: Vlastné pozorovania pre USNO-B1.0 1189-0356565

Tab. 4.24: Identifikácia porovnávacích hviezd pre USNO-B1.0 1189-0356565

C	USNO-B1.0 1189-0356541
C1	USNO-B1.0 1189-0356469
C2	USNO-B1.0 1189-0356470

USNO-B1.0 1189-0356565 je pravdepodobne nová premenná hviezda, ktorú som našiel v poli premennej hviezdy V859 Cyg. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.23. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.19, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.24. Získané tri svetelné krivky sú na obr. 4.10a–4.10c, avšak na potvrdenie premennosti budú nutné ďalšie pozorovania.

4.4.2 2MASS J19272179+2857291

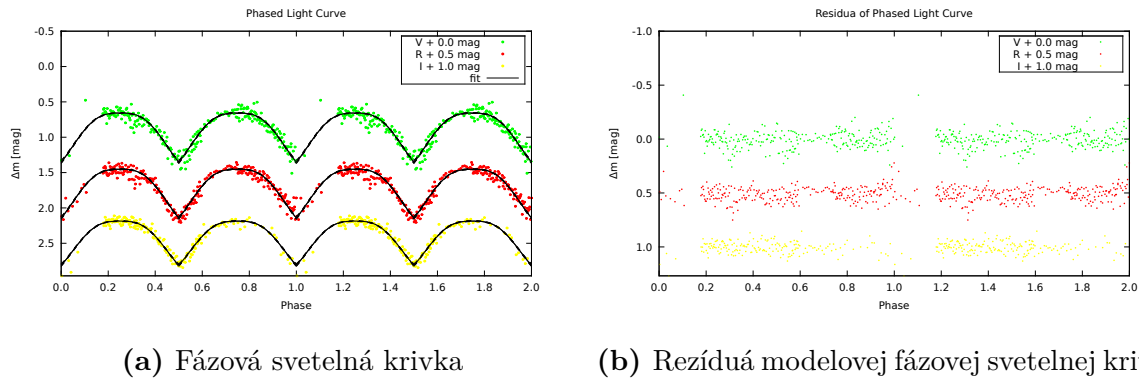
Tab. 4.25: Základné údaje o 2MASS J19272179+2857291

Označenie	2MASS J19272179+2857291 = USNO-A2.0 1125-12690030
Súradnice	19 ^h 27 ^m 21, ^s 80 +28° 57' 29,"2
Svetelné zmeny	R: 14,9–15,7 mag (Chrastina 2013)
Periódá	0,4005263(43) d (Chrastina 2013)

Tab. 4.26: Identifikácia porovnávacích hviezd pre 2MASS J19272179+2857291

C	USNO-B1.0 1189-0357044
C1	USNO-B1.0 1189-0357151
C2	USNO-B1.0 1189-0357019

2MASS J19272179+2857291 bola hviezda podozrivá z premennosti (Zejda et al. 2006). Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.25. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.18, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.26. Počas všetkých troch pozorovaní, ktoré som získal, vidieť zjavné zmeny jasnosti. Na obr. 4.12 je periodogram zo získaných meraní, podľa ktorého je najpravdepodobnejšia hodnota periódy $0,2329 \pm 0,0003$ d. Zodpovedá fázovej krivke s jedným minimom na periódu a keďže som predpokladal, že sa jedná o zákrytovú dvojhviezdu, tak som pri fenomenologickom modelovaní použil dvojnásobnú hodnotu. Vo svojom skripte muni-lcfitter som vybral model č. 2 (viď časť 3.4), pričom som predpokladal spoločný tvar funkcie pre všetky tri fotometrické filtre, len parametre m_0 a a som určil pre každý filter zvlášť. Výsledné hodnoty fitu uvádzam v tab. 4.28. Fázová svetelná krivka spolu s preloženým regresným riešením a chybovým pásom je na obr. 4.11 a dokladuje, že zvolená modelová funkcia je v tomto prípade vyhovujúca. Na obr. 4.11b sú rezíduá modelovej fázovej svetelnej krivky. Na základe spočítaného modelu som určil efemeridu: $HJD_{\min} = (2\,455\,383,71937 \pm 0,00034) + (0,4005263 \pm 0,0000043)E$.



Obr. 4.11: Fenomenologické modelovanie pozorovaní 2MASS J19272179+2857291

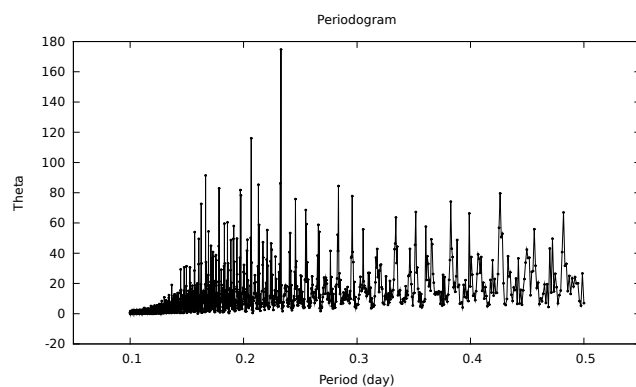
Pokus o určenie fyzikálnych parametrov sústavy programom JKTEBOP (Southworth 2012) bol neúspešný. Príčinou je zrejme slabé a nekompletné pokrytie fázovej svetelnej krivky. V tab. 4.27 uvádzam okamihy miním, ktoré som určil pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4). Podľa mojich získaných pozorovaní sú inštrumentálne jasnosti V-C v jednotlivých fotometrických filtroch: $\Delta V \cong 0,8$ mag, $\Delta R \cong 1,1$ mag a $\Delta I \cong 1,3$ mag. Jasnosti porovnávacej hviezdy USNO-B1.0 1189-0357044 som prevzal z literatúry: B = 15,290 mag, V = 14,320 mag, R = 14,570 mag (Zacharias et al. 2005) a I = 13,63 mag (Monet et al. 2003). Z týchto údajov môžem odhadnúť jasnosti premennej hviezdy: V = 15,12 mag, R = 15,67 mag a I = 14,93 mag. Keďže amplitúda zmien jasnosti vo všetkých filtroch je zhruba rovnaká $\Delta m \cong 0,75$ mag, tak dostávam interval svetelných zmien 14,9–15,7 mag vo filtri R.

Tab. 4.27: Okamihy miním 2MASS J19272179+2857291

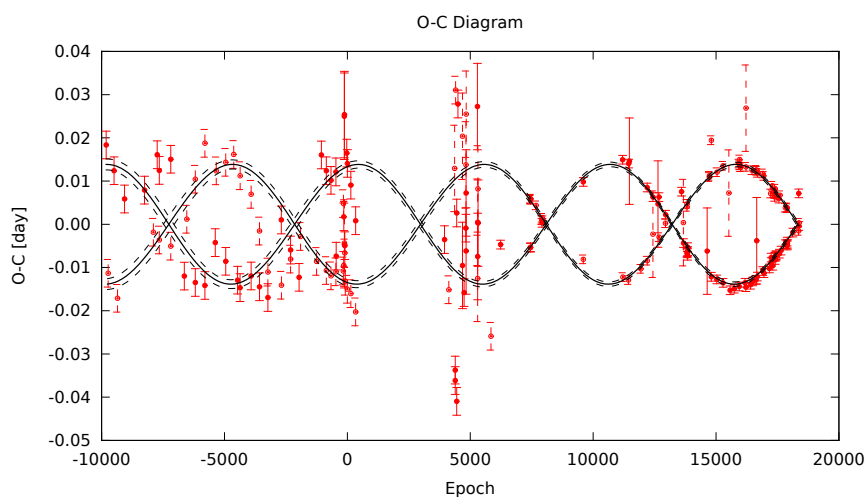
VRI	$2455399,54186 \pm 0,00047$
VRI	$2455412,5606 \pm 0,0018$

Tab. 4.28: 2MASS J19272179+2857291: parametre modelu č. 2 zo skriptu muni-lcfitter

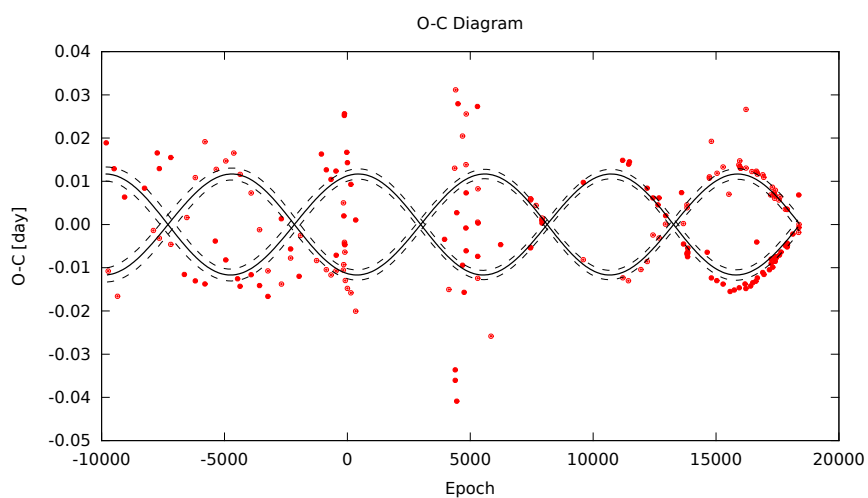
$m_{0,V}$	$0,6566 \pm 0,0069$	$m_{0,R}$	$0,9515 \pm 0,0061$
$m_{0,I}$	$1,1859 \pm 0,0060$	a_V	$0,691 \pm 0,023$
a_R	$0,687 \pm 0,021$	a_I	$0,62 \pm 0,020$
d	$0,0927 \pm 0,0027$	γ	$0,569 \pm 0,041$
t_0	$2455383,71937 \pm 0,00034$	P	$0,4005263 \pm 0,0000043$
χ_r^2	0,740467	počet meraní	664



Obr. 4.12: Periodogram 2MASS J19272179+2857291



Obr. 4.13: O-C diagram CO Lac s preloženým modelom zo skriptu muni-apsid s váhami



Obr. 4.14: O-C diagram CO Lac s preloženým modelom zo skriptu muni-apsid s bez váh

4.5 CO Lac

Tab. 4.29: Základné údaje o CO Lac

Označenie	CO Lac
Súradnice	22 ^h 46 ^m 30, ^s 00235 +56° 49' 31,"6495
Typ	EA/DM
Spektrálny typ	B8.5IV+B9.5V
Svetelné zmeny	V: 10,28 - 10,89 mag
Periódá	1,5422075 d
Hmotnosť M_1/M_\odot , M_2/M_\odot	3,13, 2,75 (Wolf 1994)
Relatívny polomer r_1 , r_2	0,240(5), 0,220(5) (Wolf 1994)

Tab. 4.30: Identifikácia porovnávacích hviezd pre CO Lac

C	GSC 03992-02560
C1	USNO-B1.0 1468-0456245
C2	GSC 03992-01741

Tab. 4.31: Okamihy miním CO Lac

BVRI	sek.	2455109,51621 ± 0,00044
------	------	-------------------------

CO Lac je oddelená zákrytová dvojhviezda typu Algol. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.29. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.15, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.30. V tab. 4.31 uvádzam okamih minima zo svojich pozorovaní, ktorý som určil pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4). Ďalšie okamihy miním som prebral z O-C brány (Paschke & Brát 2012).

Premenná hviezda CO Lac je známa stáčaním priamky apsid a použil som ju ako referenčný prípad pri vývoji svojho skriptu muni-apsid. Skript slúži na hľadanie elementov apsidálneho pohybu, pričom využíva regresnú analýzu O-C diagramov s modelovou funkciou odvodenou z exaktného rozvoja (viď časť 3.6). K hviezde existuje dostatočný počet pozorovaných okamihov miním, má krátku periódu apsidálneho pohybu a pomerne malú excentricitu, takže dobre vyhovuje rozvoju do nízkeho rádu excentricity, ktorý som vo svojom skripte použil.

Okamihy miním v O-C bráne sú uvedené bez neistôt ich určenia a preto som pri regresnej analýze O-C diagramu najprv použil jednotkové váhy. Získané riešenie som zobrazil na obr. 4.14 a je vidieť, že modelová funkcia neprechádza bodmi optimálne. Zvýšenie počtu iterácií sa ukázalo byť neúčinné. Regresné riešenie je totiž značne ovplyvnené málo presnými okamihmi miním. Na diagrame sa nachádzajú v časti s epochami menšími než ~ 6000 ,

početne je ich viac a sú rozložené na väčšej časti časovej škály než presnejšie fotoelektrické a CCD merania, ktoré sú na diagrame s epochami väčšími než 6000. Preto som do ďalšieho modelovania zaviedol váhy a to také, aby medzi pozorovaniami vizuálnymi, fotografickými a fotoelektrickými alebo CCD bol pomer 1:10:100. Na obr. 4.13 je možné jednotlivé typy pozorovaní rozlíšiť podľa veľkosti chybovej úsečky. K hodnote pomeru ma viedli vlastné výsledky z časti 4.3.1 a práca Zhu et al. (2012). Ako môžeme vidieť na obr. 4.13, zavedenie váh s uvedeným pomerom už viedlo k vyhovujúcemu regresnému riešeniu. Príklad analýzy O-C diagramu CO Lac ukazuje, akú fyzikálne dôležitú úlohu hrajú neistoty meraní a z nich odvodených veličín. Podotýkam, že ak nie sú známe realistické odhady neistôt, tak ani genetické algoritmy v mojich skriptoch nie sú moc účinné. Na vyhodnotenie kvality chromozómov používam χ^2 , ktorý ich znalosť priamo vyžaduje.

Výsledné elementy apsidálneho pohybu pre oba modely uvádzam v tab. 4.32 a porovnal som ich s hodnotami publikovanými v práci Wolf (1994). Upozorňujem, že typy miním na O-C diagrame v uvedenej práci sú označené presne naopak a na rozdiel od mojej práce použili pri analýze apsidálneho pohybu takmer výhradne iba presnejšie fotoelektrické merania. Dá sa predpokladať, že práve táto skutočnosť je príčinou toho, že neistoty elementov apsidálneho pohybu určené pomocou môjho skriptu, sú rádovo vyššie. Hodnoty elementov sú však v rámci neistôt približne rovnaké, čo ukazuje na správnosť použitých výpočtových metód a aplikovateľnosť mojich skriptov.

Tab. 4.32: Elementy apsidálneho pohybu CO Lac

	Chrastina (2013) s váhami	Chrastina (2013) bez váh	Wolf (1994)
T_0 (deň)	27534,07392(72)	27534,07368(80)	2427534,0763(4)
P_s (deň)	1,542207343(49)	1,542207373(71)	1,54220717(12)
ω_0 (°)	165(4)	166(6)	167,9(4)
$\dot{\omega}$ (°/cyklus)	0,03516(28)	0,03500(52)	0,0351(3)
e	0,02821(88)	0,0238(18)	0,0298(2)
P_a (deň)	1,542358(12)	1,5423573(22)	1,54235739(12)
$\dot{\omega}$ (°/rok)	8,326(67)	8,29(12)	8,30(8)
$\dot{\omega}_R$ (°/cyklus)	0,001331165(66)	0,00133086(11)	0,00133
$\dot{\omega}_R$ (°/rok)	0,315261(16)	0,315189(27)	-
U (rok)	43,24(35)	43,43(65)	43,36(4)
$\bar{k}_{2,obs}$	0,00438(34)	0,00437(34)	0,00419(12)

4.6 MZ Lac

Tab. 4.33: Okamihy miním MZ Lac

VRI sek.	$2455102,56933 \pm 0,00036$
----------	-----------------------------

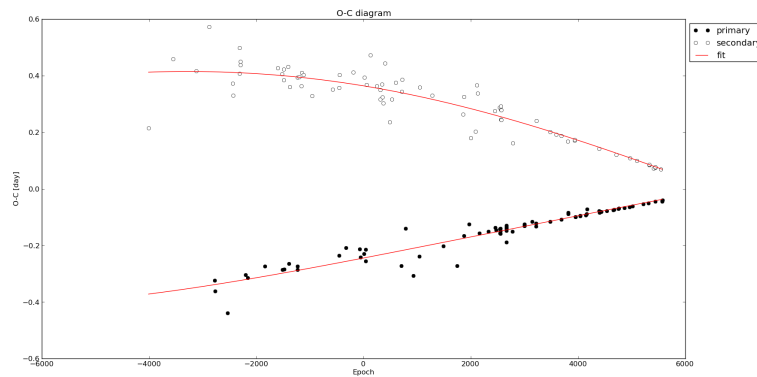
Tab. 4.34: Základné údaje o MZ Lac

Označenie	MZ Lac
Súradnice (ICRS J2000)	22 ^h 28 ^m 01, ^s 7 +53° 41' 00''
Typ	EA
Spektrálny typ	A9V + F3V (Kozyreva et al. 2005)
Svetelné zmeny	pg: 11,2–12,1 mag
Periódá	3,158795 d (Miller & Wachmann 1971)
Hmotnosť M_1/M_\odot , M_2/M_\odot	1,50(5), 1,29(4) (Kozyreva et al. 2005)
Polomer R_1/R_\odot , R_2/R_\odot	1,86(15), 1,35(10) (Kozyreva et al. 2005)
Hlavná poloos a	13,3 ± 1,1 (Kozyreva et al. 2005)
Sklon orbity i	86,°6(7) (Kozyreva et al. 2005)
Luminozita $\log(L_1/L_\odot)$, $\log(L_2/L_\odot)$	0,79(5), 0,45(4) (Kozyreva et al. 2005)

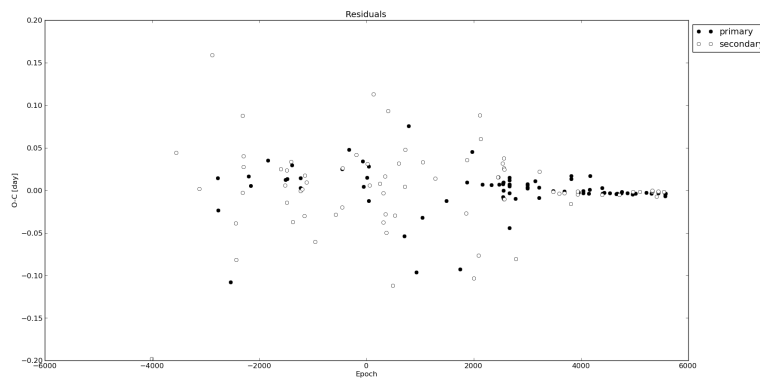
Tab. 4.35: Identifikácia porovnávacích hviezd pre MZ Lac

C	GSC 03983-01672
C1	GSC 03983-01656
C2	USNO-B1.0 1436-0410736

MZ Lac je zákrytová dvojhviezda typu Algol. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.34. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.11, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.35. Na obr. 4.17 som zobrazil fázovú svetelnú krivku zostavenú z mojich pozorovaní, pričom som použil periódu 3,158795 d publikovanú v práci Miller & Wachmann (1971). V tab. 4.33 uvádzam okamihy miním zo svojich pozorovaní, ktoré som určil pomocou svojho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4). Ďalšie okamihy som prebral z O-C brány (Paschke & Brát 2012) a skonštruoval som O-C diagram na obr. 4.15. Diagram naznačuje, že v sústave dochádza k stáčeniu priamky apsid a preto som sa pomocou svojho skriptu muni-apsid pokúsil nájsť elementy apsidálneho pohybu. V tab. 4.36 uvádzam elementy, ktoré som získal vlastným riešením a porovnávam ich s hodnotami publikovanými v práci Wolf et al. (1998). Môžeme si všimnúť, že odhady neistôt určené pomocou môjho skriptu sú pre väčšinu elementov väčšie. Periódá MZ Lac je ~ 450 rokov, naproti tomu časová škála pozorovaní je dlhá iba ~ 80 rokov, takže dáta nepokrývajú ani jednu celú periódu apsidálneho pohybu. Dá sa očakávať, že v takomto prípade bude regresné riešenie citlivé na hodnoty váh jednotlivých meraní a v práci Wolf et al. (1998) ich zrejme vyhodnotili vhodnejším spôsobom. Hodnoty elementov apsidálneho pohybu však v rámci neistôt vyšli približne rovnaké. Rezíduá O-C diagramu som zobrazil na obr. 4.16. Apsidálny pohyb MZ Lac ukazuje na dôležitosť dlhodobých a systematických pozorovaní premenných hviezd. Regresná analýza O-C diagramov bude poskytovať tým presnejšie hodnoty, čím bude pokrytie diagramu pozorovacími dátami v pomere k perióde apsidálneho pohybu vyššie.



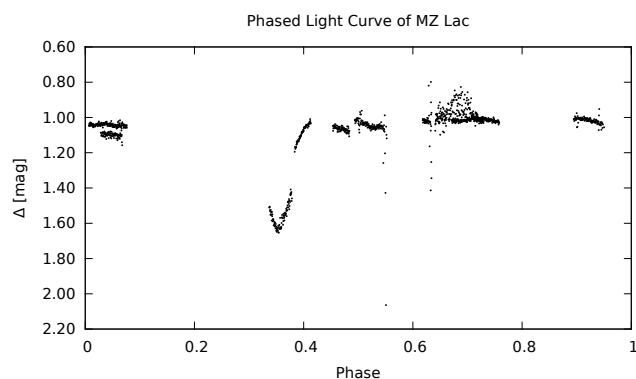
Obr. 4.15: O-C diagram MZ Lac s preloženým modelom zo skriptu muni-apsid



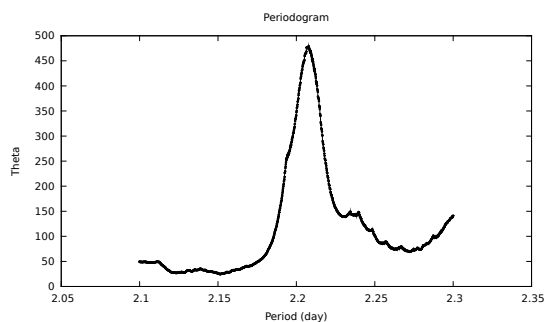
Obr. 4.16: Rezíduá O-C diagramu MZ Lac

Tab. 4.36: Elementy apsidálneho pohybu MZ Lac

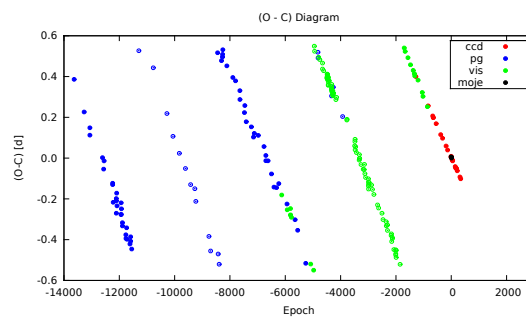
	Chrastina (2013)	Wolf et al. (1998)
T_0 (deň)	2438264,508(17)	2438264,5807(6)
P_s (deň)	3,1587911(33)	3,1587846(7)
ω_0 ($^\circ$)	45(6)	45,7(4)
$\dot{\omega}$ ($^\circ$ /cyklus)	0,0067(11)	0,0070(4)
e	0,425(43)	0,421(5)
P_a (deň)	3,158850(10)	3,1588462(7)
$\dot{\omega}$ ($^\circ$ /rok)	0,78(13)	0,812(46)
$\dot{\omega}_R$ ($^\circ$ /cyklus)	0,000612(28)	-
$\dot{\omega}_R$ ($^\circ$ /rok)	0,0708(32)	-
U (rok)	462(75)	444(25)
$\bar{k}_{2,obs}$	0,00402(84)	-



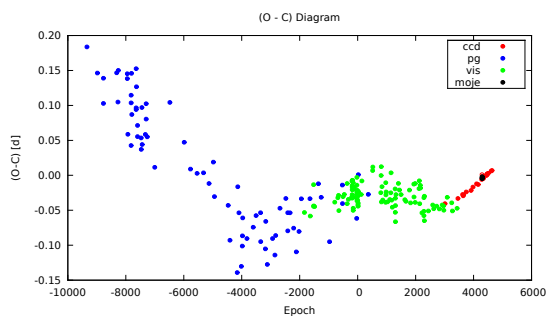
Obr. 4.17: Fázová světelná křivka MZ Lac



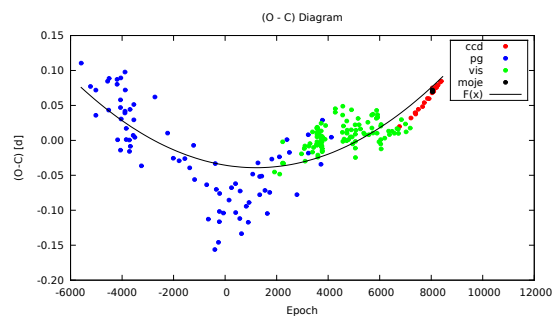
(a) Periodogram spočítaný pomocou programu Peranso



(b) O-C diagram podľa efemeridy Chrastina (2013)



(c) O-C diagram podľa efemeridy Paschke & Brát (2012)



(d) O-C diagram podľa efemeridy Erdem et al. (2010)

Obr. 4.18: Diagramy z pozorování DG Lac

4.6.1 DG Lac

Tab. 4.37: Základné údaje o DG Lac

Označenie	DG Lac
Súradnice	22 ^h 28 ^m 50, ^s 2 +53° 46' 16''
Typ	EA/SD
Spektrálny typ	A5+[G5IV] (Budding et al. 2004)
Svetelné zmeny	pg: 10,8–12,0 mag
Periódá	2,206534 d (Miller & Wachmann 1971)
Sklon orbity	82,°5 (Budding et al. 2004)
Stredná orbitálna vzdialenosť (R_{\odot})	9,5 (Budding et al. 2004)
Hmotnosť M_1/M_{\odot} , M_2/M_{\odot}	1,90, 0,60 (Budding et al. 2004)
Polomer R_1/R_{\odot} , R_2/R_{\odot}	1,90, 2,70 (Budding et al. 2004)

Tab. 4.38: Identifikácia porovnávacích hviezd pre DG Lac

C	GSC 03983-01672
C1	GSC 03983-01656
C2	USNO-B1.0 1436-0410736

DG Lac je polodotyková zákrytová dvojhviezda typu Algol, ktorá sa nachádza v poli MZ Lac a zároveň je kandidátom na systém s pulzujúcou zložkou typu δ Scuti (Erdem et al. 2010). Napriek jej zjavnej zaujímavosti, je dvojhviezda veľmi slabo preštudovaná. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.37. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.12, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.38.

Podľa periodogramu na obr. 4.18a zostaveného zo získaných meraní je najpravdepodobnejšia hodnota periódy $2,2078 \pm 0,0071$ d. Vo svojom skripte muni-lcfitter som zvolil model č. 1 (viď časť 3.4), pričom som predpokladal spoločný tvar funkcie pre všetky tri fotometrické filtre, len parametre m_0 , a_1 a a_2 som určil pre každý filter zvlášť. Výsledné hodnoty fitu uvádzam v tab. 4.39 a fázovú svetelnú krivku spolu s preloženým modelom a chybovým pásom na obr. 4.19. Určil som novú efemeridu (viď tab. 4.40) a skonštruoval som O-C diagram na obr. 4.18b. Z diagramu vidieť, že perióda určená modelovaním môjho pozorovacieho materiálu, nie je správna. V takýchto prípadoch by sa dalo postupovať tak, že sa budú súčasne regresne analyzovať tak samotné fotometrické pozorovania ako aj O-C diagram. Metóda regresnej analýzy takúto možnosť poskytuje, ale zatiaľ ju nemám vo svojom skripte zahrnutú. Ak sa pozrieme na rezíduá fázovej krivky na obr. 4.20, je evidentné, že sa v prípade DG Lac nejedná o obyčajnú zákrytovú dvojhviezdu a zvolený regresný model nevystihuje priebeh všetkých svetelných zmien. Na druhej strane, voľba tohto modelu umožňuje dobré modelovanie samotných zákrytových zmien. Odčítaním modelu od fázovej krivky môžeme získať krivku rezíduí vhodnú na štúdium sekundárnych javov.

Medzi minimami dochádza ku kontinuálnej zmene jasnosti, ktorá je zrejme spôsobená efektom odrazu (Silhan 1990). Reflexný jav je zapríčinený vzájomným osvetľovaním zložiek, svetlo jednej zložky sa vo fotosfére druhej zložky rozptýli a vyžiari do priestory a zároveň absorbuje a nahreje fotosféru. Oba javy vedú k zvýšeniu jasnosti privrátených strán oboch hviezd. Efekt býva najvýraznejší v dvojhviezdach s kompaktnou zložkou, ktorá vyžaruje röntgenové žiarenie a nahrieva atmosféru druhej zložky až o 1000 K.

V tab. 4.41 uvádzam okamihy minim um určené pomocou môjho skriptu muni-tofs (časť Hlava, kap. 4). Ďalšie minimá som prevzal zo služby O-C brána (Paschke & Brát 2012) a na obr. 4.18b–4.18d som zobrazil O-C diagramy skonštruované podľa lineárnych efemeríd uvedených v tab. 4.40. Ako najlepšia sa javí efemerida z práce Erdem et al. (2010) a preto som ju použil v ďalšom štúdiu. Bodmi O-C diagramu som metódou najmenších štvorcov pomocou môjho skriptu muni-lsm preložil parabolou. Určil som tak hodnotu zmeny periódy $\frac{1}{P} \frac{dP}{dE} = 8,23 \cdot 10^{-7} \text{ rok}^{-1}$, ktorá zodpovedá zmene $\frac{dP}{dt} = 7,11 \text{ s/storočie}$. Obe hodnoty sa len o málo líšia od hodnôt uvedených v práci Erdem et al. (2010). Na rozdiel od tohto článku som na výpočet rýchlosti prenosu hmoty v systéme použil vzťah $\frac{1}{P} \frac{dP}{dE} = 3 \left(\frac{M_1}{M_2} - 1 \right) \frac{\Delta M}{M_2}$ z práce Kwee (1958). Moja hodnota $\Delta M = 0,76 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ tak vyšla o rád nižšia.

Tab. 4.39: DG Lac: parametre modelu č. 1 zo skriptu muni-lcfitter

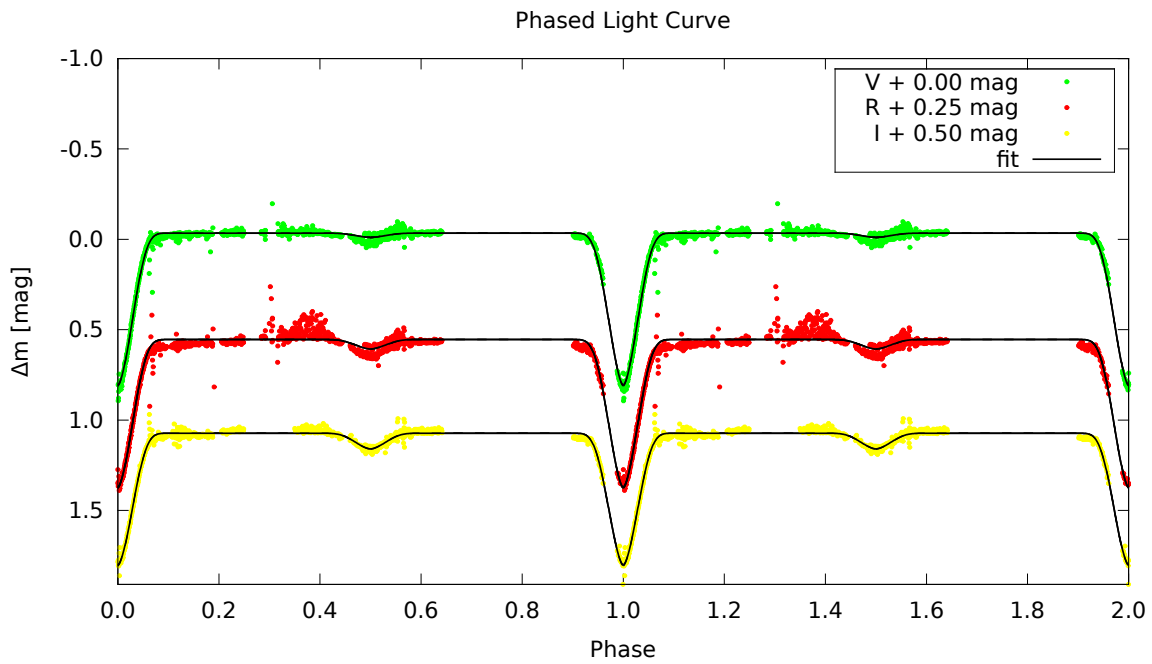
$m_{0,V}$	$-0,03422 \pm 0,00089$	$m_{0,R}$	$0,30423 \pm 0,00077$
$m_{0,I}$	$0,57303 \pm 0,00082$	$a_{1,V}$	$0,842 \pm 0,0051$
$a_{1,R}$	$0,8187 \pm 0,0049$	$a_{1,I}$	$0,7296 \pm 0,0046$
$a_{2,V}$	$0,0238 \pm 0,0021$	$a_{2,R}$	$0,0528 \pm 0,0019$
$a_{2,I}$	$0,0869 \pm 0,0019$	d_1	$0,03215 \pm 0,00016$
d_2	$0,03326 \pm 0,00095$	γ	$0,805 \pm 0,015$
t_0	$2455093,90918 \pm 0,00040$	P	$2,206821 \pm 0,000071$
χ_r^2	39,162250	počet meraní	4009

Tab. 4.40: Publikované efemeridy DG Lac

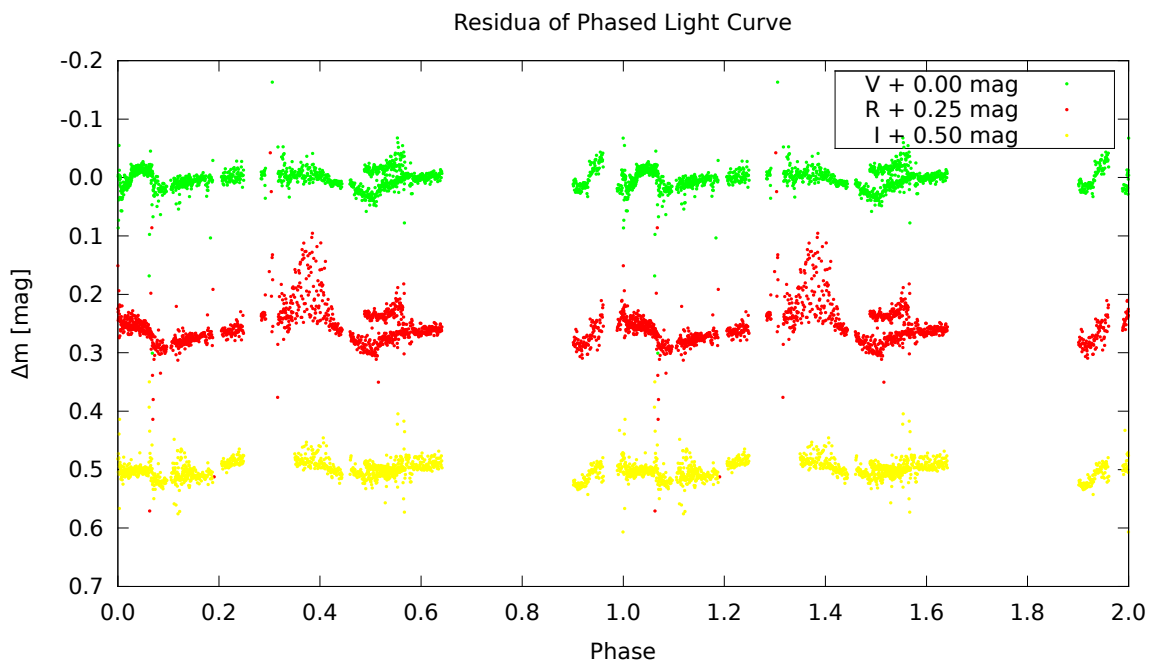
$\text{HJD}_{\min} = 2\,455\,093,90918(40) + 2,206821(71)E$	Chrastina (2013)
$\text{HJD}_{\min} = 2\,445\,621,485 + 2,206483 \cdot E$	Paschke & Brát (2012)
$\text{HJD}_{\min} = 2\,437\,338,3606 + 2,2064722 \cdot E$	Erdem et al. (2010)

Tab. 4.41: Okamihy minim DG Lac

VRI sek.	$2455077,3641 \pm 0,0014$
VRI prim.	$2455098,32698 \pm 0,00050$
VRI sek.	$2455101,6372 \pm 0,0012$
VRI prim.	$2455109,35704 \pm 0,00029$



Obr. 4.19: Fázová svetelná krivka DG Lac



Obr. 4.20: Rezíduá modelovej fázovej svetelnej krivky DG Lac

4.6.2 USNO-B1.0 1437-0410375

Tab. 4.42: Identifikácia porovnávacích hviezd pre USNO-B1.0 1437-0410375

C	GSC 03983-01672
C1	GSC 03983-01656
C2	USNO-B1.0 1436-0410736

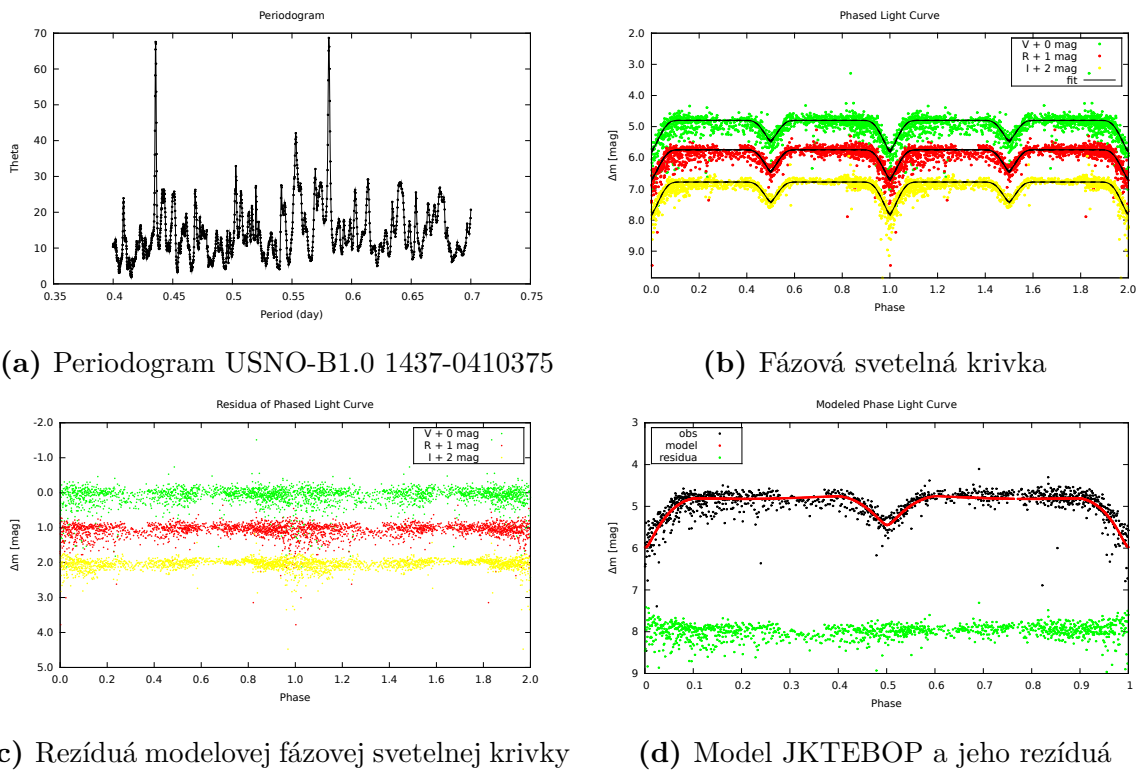
Tab. 4.43: Základné údaje o USNO-B1.0 1437-0410375

Označenie	USNO-B1.0 1437-0410375
Súradnice	22 ^h 28 ^m 20, ^s 580 +53° 45' 49,"72
Typ	EA (Chrastina 2013)
Svetelné zmeny	R: 14,7–15,6 mag (Chrastina 2013)
Periódá	0,580969(13) d (Chrastina 2013)

USNO-B1.0 1437-0410375 je nová premenná hviezda, ktorú som objavil v poli premennej hviezdy MZ Lac. Základné údaje o nej uvádzam v tab. 4.43. Zoznam pozorovaní a parametre použité pri ich spracovaní uvádzam v tab. 1.6, identifikácia porovnávacích hviezd je v tab. 4.42. Podľa periodogramu na obr. 4.21a zostaveného na základe získaných meraní vyšla ako najpravdepodobnejšia periódá 0,5809(7) d. Vo svojom skripte muni-lcfitter som zvolil model č. 1 (viď časť 3.4), pričom som predpokladal spoločný tvar funkcie pre všetky tri fotometrické filtre, len parametre m_0 , a_1 a a_2 som určil pre každý filter. Výsledné hodnoty fitu uvádzam v tab. 4.45 a fázovú svetelnú krivku spolu s preloženým fenomenologickým modelom a chybovým pásmom na obr. 4.21b. Modelová funkcia dobre vyhovuje pre všetky fotometrické filtre. Podľa tvaru fázovej svetelnej krivky sa pravdepodobne jedná o zákrytovú dvojhviezdu typu Algol. Na obr. 4.21c sú rezíduá fázovej svetelnej krivky. Z modelu som určil efemeridu: $HJD_{\min} = (2455093,77327 \pm 0,00021) + (0,580969 \pm 0,000013)E$.

Podľa mojich získaných pozorovaní sú inštrumentálne jasnosti V-C v jednotlivých fotometrických filtroch približne rovnaké: $\Delta V \cong \Delta R \cong \Delta I \cong 5$ mag. Jasnosti porovnávacej hviezdy GSC 03983-01672 som prevzal z literatúry: B = 11,866 mag (Kharchenko & Roeser 2009), V = 10,984(84) mag (Droege et al. 2007), R = 10,577 mag (Roeser et al. 2008) a I = 9,812(68) mag (Droege et al. 2007). Z týchto údajov môžem odhadnúť jasnosti premennej hviezdy, napr. pre filter R = 15,577 mag, čo je v dobrom súlade s údajom 15,72 z práce (Monet et al. 2003). Z modelu (tab. 4.45) vyšla amplitúda primárneho minima 0,913(34) mag, čo dáva interval svetelných zmien 14,7–15,6 mag vo filtri R.

Na určenie fyzikálnych parametrov sústavy z mojich dát som použil program JKTEBOP (Southworth 2012). Relatívne polomery $r_A = \frac{R_A}{a}$ a $r_B = \frac{R_B}{a}$ zložiek, kde a je veľká poloos orbity sú reparametrizované pomocou ich sumy $r_A + r_B$ a pomeru $k = \frac{r_A}{r_B}$. Výsledné fyzikálne parametre sústavy uvádzam v tab. 4.44. Na obr. 4.21 je vykreslené preloženie modelu napozorovanými dátami spolu s rezíduami, ktoré som vertikálne posunul o 8 mag.



Obr. 4.21: Grafy z pozorování USNO-B1.0 1437-0410375

Tab. 4.44: Výsledné fyzikálne parametre USNO-B1.0 1437-0410375 určené programom JKTEBOP

pomer centrálnych povrchových jasností $J = \frac{J_B}{J_A}$	$0,56 \pm 0,27$
suma relatívnych polomerov $r_A + r_B$	$0,608 \pm 0,032$
pomer relatívnych polomerov k	$1,01 \pm 0,38$
sklon i ($^\circ$)	$87,30 \pm 1,20$

Tab. 4.45: USNO-B1.0 1437-0410375: parametre modelu č. 1 zo skriptu muni-lcfitter

$m_{0,V}$	$4,7998 \pm 0,0048$	$m_{0,R}$	$4,7443 \pm 0,0033$
$m_{0,I}$	$4,7797 \pm 0,0030$	$a_{1,V}$	$0,996 \pm 0,044$
$a_{1,R}$	$0,954 \pm 0,033$	$a_{1,I}$	$1,048 \pm 0,035$
$a_{2,V}$	$0,674 \pm 0,033$	$a_{2,R}$	$0,703 \pm 0,027$
$a_{2,I}$	$0,654 \pm 0,023$	d_1	$0,04168 \pm 0,00083$
d_2	$0,0382 \pm 0,0010$	γ	$0,615 \pm 0,044$
t_0	$2455093,77327 \pm 0,00021$	P	$0,580969 \pm 0,000013$
χ_r^2	0,991424	počet meraní	3869

4.7 AR Aur

Tab. 4.46: Základné údaje o AR Aur

Označenie	AR Aur
Súradnice	05 ^h 18 ^m 18,90 +33° 46' 02,"5
Typ	EA/DM
Spektrálny typ	Ap(Hg-Mn)+B9V
Svetelné zmeny	V: 6,15 - 6,82 mag
Periódá	4,134695 d

K tejto hviezde nemám žiadne vlastné pozorovania, ale venujeme sa jej v spoluautorskej práci Mikulášek et al. (2013). AR Aur je oddelená zákrytová dvojhviezda typu Algol s tretím telesom v sústave. Prof. Mikuláškovi sa podarilo pozbierať značný pozorovací materiál a to nielen okamihy miním ako je to bežné, ale priamo svetelné krivky. Vďaka tomu som mohol pomocou svojho skriptu `muni-tofs` určiť presné okamihy miním spolu s exaktným odhadom neistôt ich určenia. Vzhľadom na to, že som použil jednu rovnakú metódu, tak sú odhady neistôt určené konzistentne v celej pozorovacej sade a vďaka tomu je možné účinne použiť genetické algoritmy na prehľadávanie konfiguračného priestoru voľných parametrov zvoleného regresného modelu. Na riešenie efektu tretieho telesa a určenie jeho elementov som vyvinul skript `muni-lites`, ktorý využíva regresný model opísaný v časti 3.7. Výsledné parametre fitu uvádzam v tab. 4.47 a porovnávam s riešením publikovaným v práci Albayrak et al. (2003). Až na excentricitu orbitálnej dráhy, ktorá mi vyšla vyššia, sú ostatné parametre v rámci neistôt približne rovnaké. Ukazuje to na správnosť použitých výpočtových metód a aplikovateľnosť môjho skriptu.

Značné množstvo svetelných kriviek, ktoré som mal k dispozícii, som použil aj to, aby som poukázal na dôležitosť vhodného výberu metódy určovania okamihov miním. Pomocou svojho skriptu `muni-tofs` som určil okamihy miním, pričom ako regresný model som zvolil parabolu. Výsledný O-C diagram je na obr. 4.26 a na obr. 4.27 som zobrazil výsek s rovnakými hranicami oboch osí ako na všetkých ostatných O-C diagramoch zobrazených pre túto hviezdu. Určovanie okamihov miním regresiou nevedie k správny výsledkom, ak sa použije modelová funkcia, ktorá dostatočne presne nevystihuje tvar svetelných kriviek. Nesprávne O-C diagramy, skonštruované z okamihov miním určených pomocou paraboly, poukazujú na nevhodný výber modelovej funkcie, pretože ako som ukázal na niekoľkých výsledkoch v mojej práci, samotná regresia je vhodnou optimalizačnou metódou.

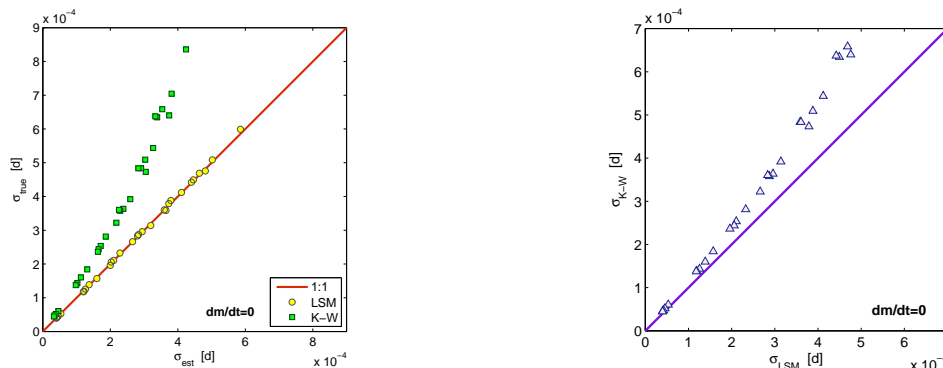
Drvivá väčšina publikovaných miním bola určená metódou známou ako metóda Kwee-Van Woerden (Kwee & van Woerden 1956), skrátene KWD. Metóda umožňuje určiť okamih minima len jednej svetelnej krivky a nie je schopná využiť pozorovania z príp. ďalších filtrov, tak ako regresná analýza. Preto som pri určovaní okamihov miním metódou KWD postupoval podľa doporučenia redakcie vedeckého časopisu IBVS, ktorá hovorí, že za výslednú hodnotu sa považuje aritmetický priemer spočítaný z okamihov miním určených v jednotlivých filtroch. Na určovanie okamihov miním metódou KWD je k dispozícii niekoľko programov. Pokusne som vybral program `Minima v25c`, ktorý je voľne dostupný

z adresy <http://members.shaw.ca/bob.nelson/software1.htm>. Pomocou neho som určil okamihy miním a skonštruoval O-C diagram na obr. 4.28. Porovnajme ho však s O-C diagramom na obr. 4.29, ktorý som skonštruoval pomocou okamihov miním určených metódou KWD za pomoci svojho vlastného skriptu. V skripte som implementoval metódu KWD presne tak, ako je publikovaná v pôvodnej práci. Z porovnania O-C diagramov sa potvrdil môj predpoklad, že dostupné výpočtové programy, majú metódu KWD implementovanú „vo vlastnej verzii“. Metóda KWD má totiž značné obmedzenia na kvalitu svetelných kriviek, krivky musia byť symetrické s dostatočným pokrytím oboch krídiel, malým rozptylom bodov a predovšetkým bez trendov či ďalších sekundárnych javov. Metóda bola vyvinutá začiatkom minulého storočia a zodpovedá vtedajšej kvalite pozorovaní. Charakter súčasných pozorovaní je však značne odlišný, predovšetkým čo sa týka časového rozlíšenia, t. j. množstva bodov na krivke a ich rozptylu. V mnohých prípadoch tak metóda KWD v pôvodnej verzii dáva buď nesprávne výsledky alebo vôbec žiadne, pretože v príslušnom vzorci vyjde záporný diskriminant. Z tohto dôvodu zrejme autori programov metódu „vylepšujú“, avšak spôsob vylepšenia je takmer vždy utajený. Na ilustráciu som na obr. 4.24 zobrazil snímku programu Minima25c, na ktorej je vidieť jediný, používateľovi dostupný opis metódy použitej v programe. Ak by skutočne používal metódu KWD, museli by vyjsť oba O-C diagramy rovnaké. Je teda otázne akou metódou program Minima25c okamihy miním vlastne určuje. Poznámam, že zjavné odlišnosti sú aj v počítaní odhadov neistôt určených okamihov miním. Z obr. 4.24 sa dá tiež vyčítať „správny“ postup určovania okamihov miním. Okamih minima je treba určiť všetkými šiestimi implementovanými metódami a z výsledkov spočítať aritmetický priemer. Ak sa fyzik dostane do situácie, že používaná metóda už nevyhovuje súčasným pozorovacím dátam, mal by nájsť takú metódu, ktorá im vyhovuje a hlavne metódu korektné opísať. Toto je cesta, ktorou som sa vybral a okamihy miním určujem regresnou analýzou, ktorá súčasnej kvalite observačných dát vyhovuje a poskytuje realistické odhady neistôt.

Tab. 4.47: Elementy efektu tretieho telesa v sústave AR Aur

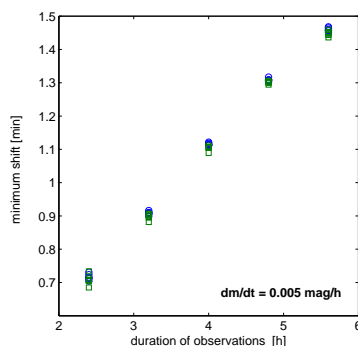
	Chrastina (2013)	Albayrak et al. (2003)
M_0 (deň)	2449559,58129(17)	2452596,4927(21)
P (deň)	4,13466576(13)	4,1346657(10)
ε	0,349(33)	0,20(4)
ω (°)	37(6)	33(2)
T_0 (deň)	2448231(130)	2448090(45)
P_3 (rok)	23,73(18)	23,68(17)
A (svetelný deň)	0,00834(16)	0,0084(2)
$a_{12} \sin i$ (AU)	1,443(28)	1,419(12)
$f(m_3)$ (M_\odot)	0,00534(32)	0,0057(4)
χ_r^2	39,381782	-

Metóda KWD má niekoľko výhod. Nevyžaduje žiadne predpoklady o tvare svetelnej krivky, je výpočtovo nenáročná a jej výsledky sú vo svete všeobecne akceptované. V spolu-



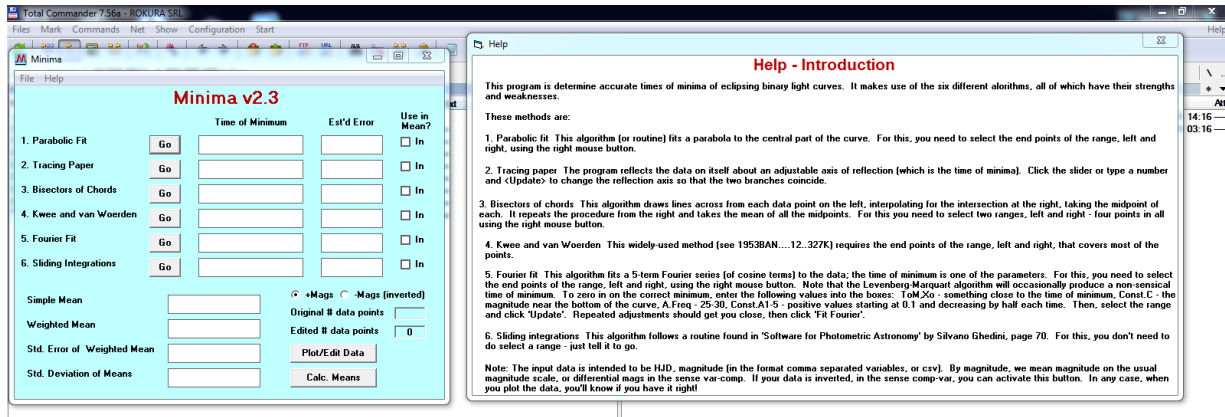
(a) Graf odhadu neistôt voči skutočnej hodnote. (b) Graf odhadu neistôt regresie a KWD voči sebe navzájom.

Obr. 4.22: Grafy zo simulácii porovnania metód regresnej analýzy a KWD. Prevzaté zo spoluautorskej práce Mikulášek et al. (2013).

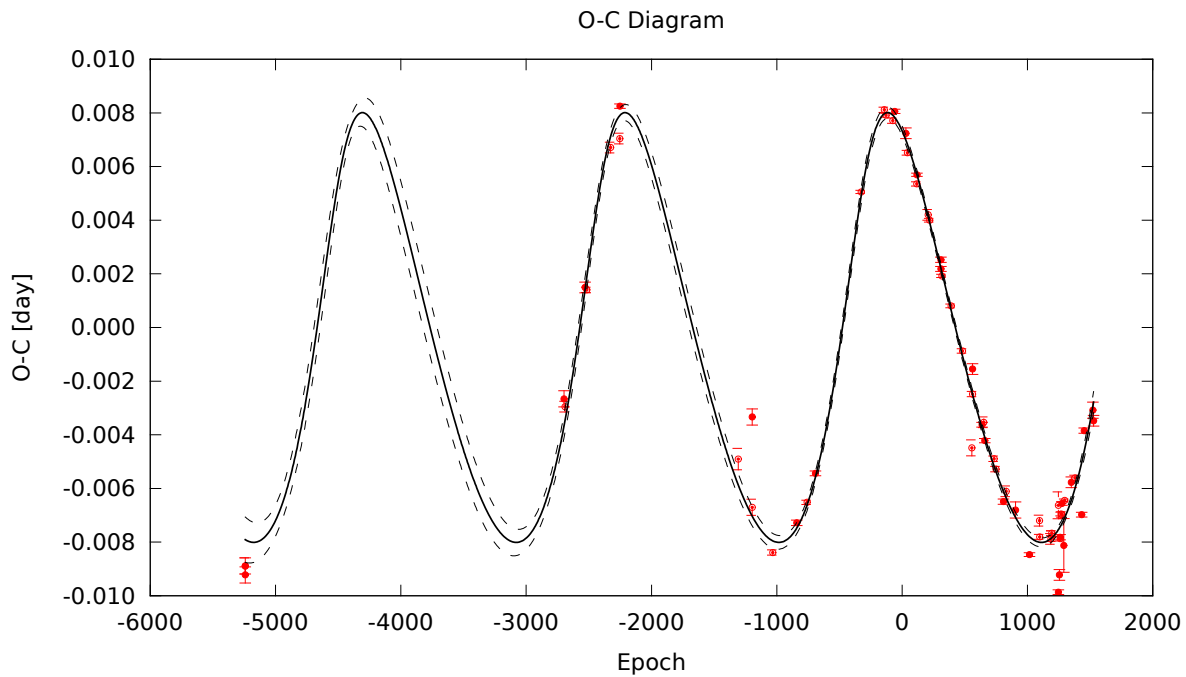


Obr. 4.23: Časový posun určených okamihov miním za prítomnosti lineárneho trendu v závislosti na dĺžke pozorovania. Prevzaté zo spoluautorskej práce Mikulášek et al. (2013).

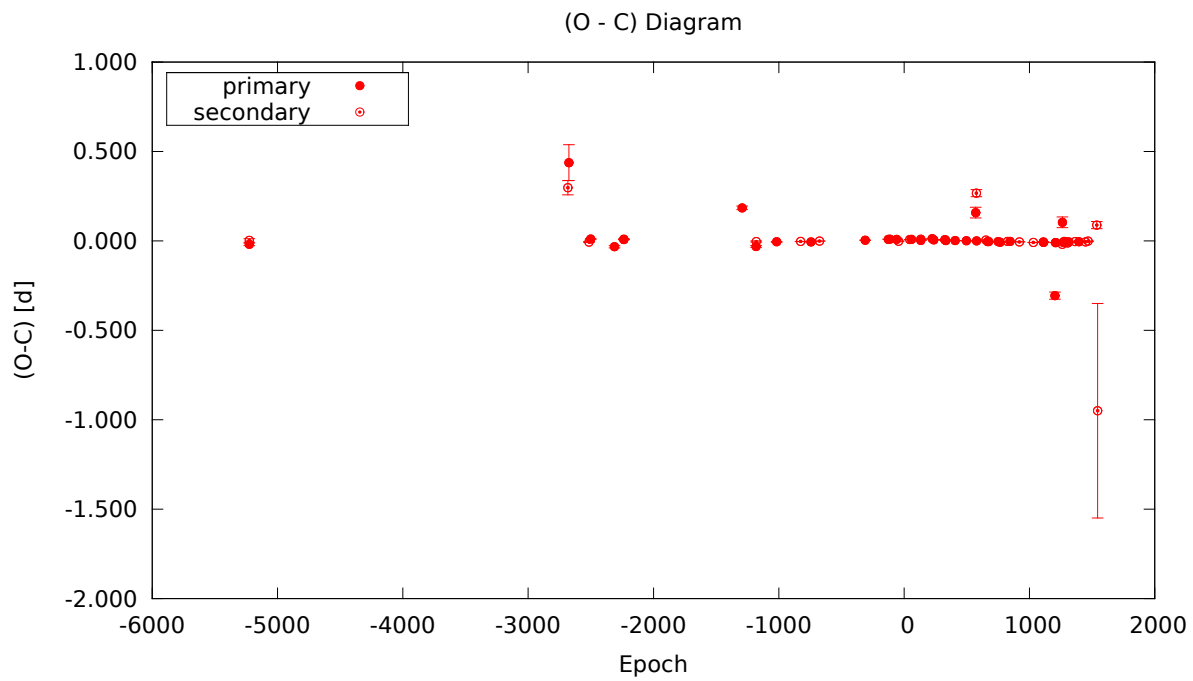
autorskej práci Mikulášek et al. (2013) sme sa rozhodli na prípade AR Aur porovnať metódu KWD a regresnú analýzu. Vzali sme svetelnú krivku v okolí primárneho minima a zaviedli sme do nej náhodný šum s normálnym rozdelením. Urobili sme 500 000 simulácií určovaní okamihov miním pomocou oboch metód. Z výsledkov môžeme konštatovať, že metóda KWD je použiteľná len na svetelné krivky s malým počtom bodov a nízkym rozptylom, pre bežné CCD pozorovania sa nehodí. Rozptyl regresnej analýzy je vždy menší než rozptyl získany metódou KWD, pretože predpoklad tvaru svetelnej krivky poskytuje ďalšiu informáciu, vďaka ktorej je určovanie okamihov miním presnejšie. Odhady neistôt metódy KWD sú oproti regresnej analýze sú podhodnotené faktorom 1,4 (obr. 4.22). Na druhej strane určené okamihy miním sú rovnaké, takže publikované okamihy miním určené metódou KWD sú použiteľné. Obe metódy trpia negatívnym vplyvom trendov, ktoré sú v pozorovaniach často prítomné. Lineárny trend pritom zapríčiňuje posun určeného okamihu minima v čase. Typický trend $dm/dt = 0,005 \text{ mag/h}$ spôsobuje posun 0,7–1,6 min v závislosti na celkovej dĺžke pozorovania (obr. 4.23). Výhoda regresnej analýzy je v tom, že umožňuje zahrnutie trendov do modelu, vďaka čomu sa rozptyl hodnôt O-C znížil takmer trojnásobne a neistoty samotných okamihov miním zhruba dvojnásobne.



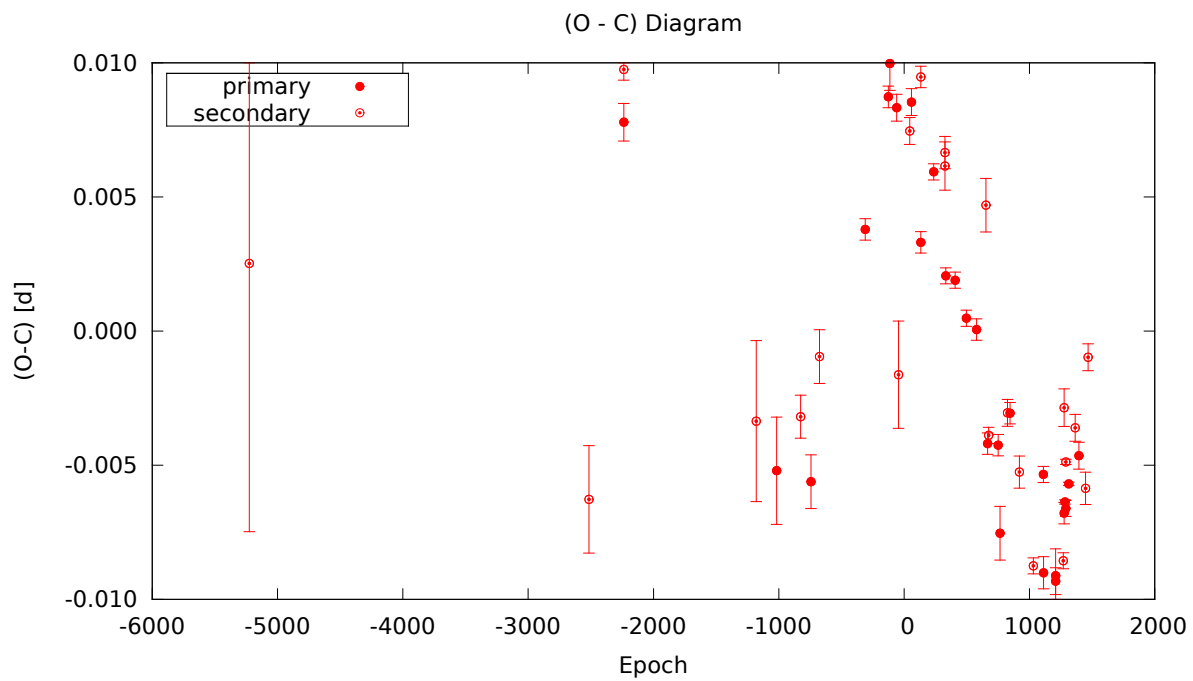
Obr. 4.24: Publikovaný opis určovania okamihov miním programom Minima25.



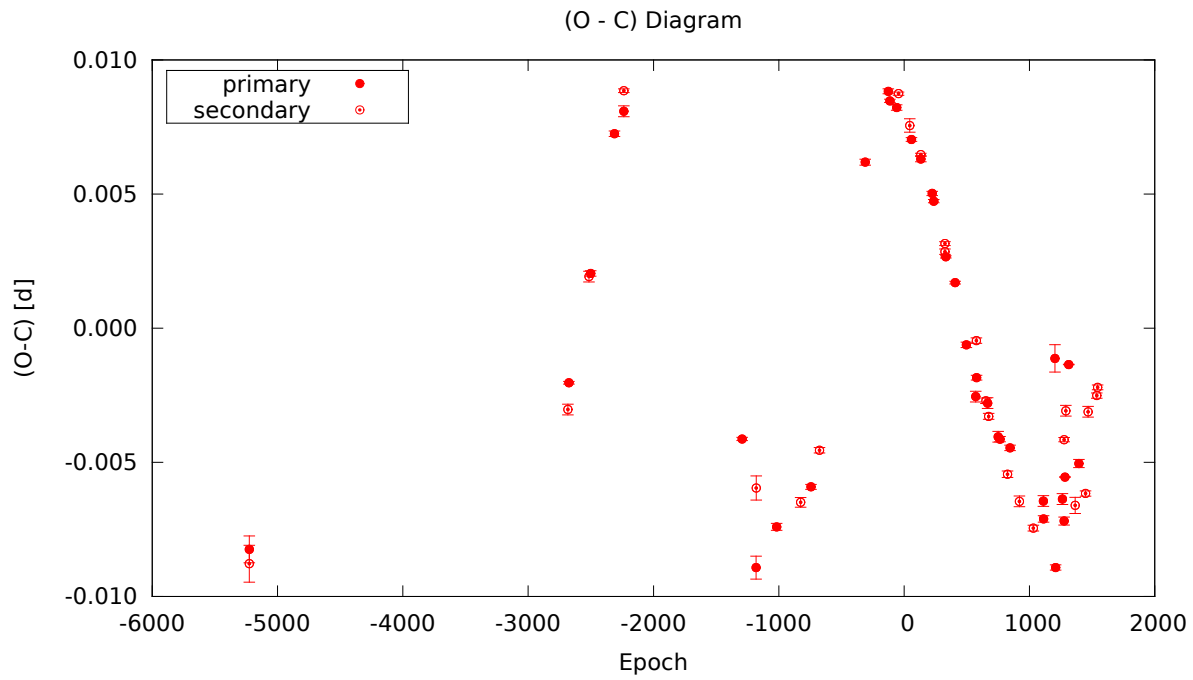
Obr. 4.25: O-C diagram AR Aur s riešením tretieho telesa.



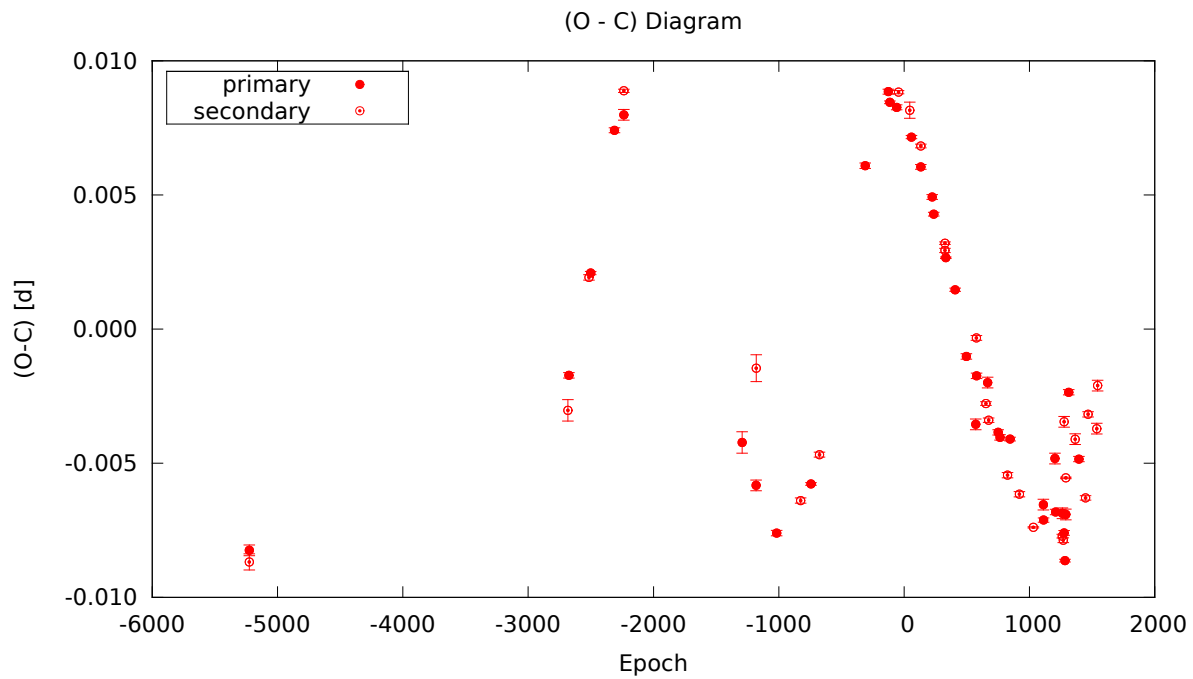
Obr. 4.26: O-C diagram AR Aur, okamihy minim určené fitovaním paraboly.



Obr. 4.27: Výsek O-C diagramu AR Aur, okamihy minim určené fitovaním paraboly.



Obr. 4.28: O-C diagram AR Aur, okamihy miním určené metódou KWD pomocou programu Minima25c.



Obr. 4.29: O-C diagram AR Aur, okamihy miním určené metódou KWD pomocou môjho skriptu, v ktorom je implementovaná metóda podľa pôvodnej práce.

Zavěrečné shrnutí

V dizertačnej práci sa venujem CCD fotometrii premenných hviezd. Interagujúce sústavy sú charakteristické prenosom hmoty a prítomnosťou akréčného disku a okolohviezdnej obálky. Fotometricky sa tieto štruktúry môžu prejavovať nepravidelnými rýchlymi variáciami jasnosti s malými amplitúdami $\sim 0,1$ mag, tzv. flickeringom. Nie sú známe presné príčiny jeho vzniku ani priestorová lokalizácia zdroja v sústave. Observačne je jav málo preskúmaný a definície toho, čo je flickering sa v literatúre líšia. Pozoruje sa u všetkých kataklizmatických premenných hviezd. Rozhodol som sa jav skúmať na príbuznom type premenných hviezd a svoju prácu som observačne zameril na symbiotické sústavy. Získal som rozsiahly vlastný pozorovací materiál pre hviezdy Z And, CH Cyg, T CrB, V443 Her, TX CVn, AG Peg, BF Cyg, CI Cyg, V627 Cas, IP Peg, AG Dra, AX Per a UV Aur. Na analýze svojich starších pozorovaní QR And som ukázal štatistické metódy použiteľné pri štúdiu flickeringu, vlnkovú transformáciu a nelineárnu redukciu šumu. Dáta však nemali potrebnú kvalitu a časové rozlíšenie a hľadanie flickeringu bolo negatívne. Počas dvoch posledných vzplanutí Z And som pozoroval rýchle variácie jasnosti, ktoré však pred ani po vzplanutí pozorovateľné neboli. Ďalšie dáta by mohli odhaliť súvis medzi vznikom rýchlych variácií jasnosti a vzplanutiami. Počas posledného zjasnenia CH Cyg boli vo filtri U pozorované obdobné rýchle variácie, avšak na mojich pozorovaniach vo filtri V viditeľné nie sú, čo poukazuje na zdroj s vyššími energiami. Z celkového počtu 82 pozorovaní (okrem Z And) som detekoval rýchle zmeny jasnosti iba na 5 krivkách. Rozptyl dát je na úrovni očakávaných amplitúd flickeringu, ale treba uvážiť, že flickering u symbiotických sústav nemusí byť stálym javom a môže vznikáť iba za určitých podmienok. Získané dáta obsahujú viac informácií a poslúžili pri štúdiu ďalších javov a do dlhodobých svetelných kriviek.

Pri skúmaní malých amplitúd musíme dobre poznať vlastnosti detekčných prístrojov, pretože ovplyvňujú získané svetelné krivky. Analyzoval som geometrickú štruktúru čipov, časové a teplotné závislosti biasu, temného prúdu, vyčítavacieho šumu a gainu CCD kamier SBIG ST-8XME a ST-8XE, s ktorými som pozoroval. Určil som použiteľný dynamický rozsah kamery s antibloomingovými bránami. Na výsledné svetelné krivky majú vplyv majú aj samotné redukčné metódy a metódy fotometrického spracovania CCD dát. Časť práce som venoval vytvoreniu ucelenejšieho výkladu základov CCD fotometrie, keďže v slovenčine ani češtine takto rozsiahly materiál k dispozícii nebol. Výsledky, vlastné výpočtové skripty a výklad CCD fotometrie predkladám v elektronických častiach práce na adrese <http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>.

Celkovo som získal pozorovania počas 277 nocí, pričom všetky dáta som spracoval jednotnou metodikou pomocou apertúrnej diferenciálnej fotometrie a získal som tak svetelné krivky celkovo pre 116 premenných hviezd. Objavil som 4 nové premenné hviezdy a premennosť jednej hviezdy som potvrdil. Určil som efemeridy a fyzikálne parametre niekoľkých

zákrytových sústav. Analyzoval som pozorovania centrálneho objektu planetárnej hmloviny Sh2-71 (premenná hviezda V1710 Aql). Systematické a dlhodobé pozorovania sa ukázali byť veľmi účinným nástrojom. Hoci majú dáta vysoký rozptyl a nízke časové rozlíšenie, podarilo sa mi zostaviť fázovú svetelnú krivku a určiť periódu, ktorá sa od publikovanej líši iba nepatrne. Rozdiel môže byť spôsobený dlhodobými nepravidelnými zmenami, ktoré svetelné krivky vykazujú. Na dvoch určených okamihoch miním premennej hviezdy USNO-B1.0 1370-0515181 som ukázal skutočný pomer ich váh. Hoci sa jedná o minimá získané z jedného prístroja, spracované a určené rovnakou metódou, dostaneme pomer $\sim 1:37,5$. Pre premennú hviezdu DG Lac som určil zmenu periódy $dP/dt = 7,11$ s/storočie, ktorá sa od publikovanej veľmi nelíši a určil som rýchlosť prenosu hmoty medzi zložkami.

Spracovanie CCD dát vyžaduje archiváciu snímok. Vzhľadom na obrovské množstvo počítačových súborov je súvisiacou témou praktická nevyhnutnosť automatizovanej redukcie a spracovania dát. V ČR dosiaľ chýbal archív originálnych CCD pozorovaní a preto som založil MUNI FITS Photometric Archive, ktorý bude slúžiť na online zálohovanie snímok v jednotnom formáte, umožní ľahké vyhľadávanie a poskytne možnosti spracovania dát. Pripravil som základný balík skriptov, definoval som pevnú štruktúru formátu FITS, syntax jeho hlavičky a sadu kľúčových slov s jednoznačným významom. Podľa môjho odhadu je celkový objem CCD snímok v ČR porovnateľný s objemom dát prehliadky SDSS DR7 a teda predstavuje potenciálne veľký zdroj astronomických informácií. Snímky sú však uložené v desiatkach drobných archívoch v rozličnej, často chaotickej podobe. Ak by sa tieto dáta sústredili, mohol by vzniknúť jeden veľký homogénny archív CCD snímok, ktorý by zvýšil využiteľnosť existujúcich CCD dát.

Pozorovania zákrytových sústav som využil na riešenie štyroch astrofyzikálnych úloh: fázovanie svetelných kriviek so spresňovaním efemeríd, určovanie okamihov miním a konštrukciu O-C diagramov, riešenie apsidálneho pohybu a efektu tretieho telesa. Metóda regresnej analýzy umožňuje preložiť dátami modelovú funkciu a nájsť optimálne hodnoty jej voľných parametrov. Genetické algoritmy umožňujú prehľadať konfiguračný priestor voľných parametrov regresného modelu a umožňujú vyhľadať počiatočné riešenie v oblasti globálneho minima. Obe metódy predstavujú nový progresívny prístup k analýze pozorovacích dát. Akokoľvek dobrá metóda sa však minie svojmu účinku, ak nie sú k dispozícii voľne dostupné výpočtové skripty a práve preto som ich vytvoril. Regresnú analýzu O-C diagramov som úspešne použil pre sústavy s apsidálnym pohybom CO Lac a MZ Lac. Na prípade CO Lac som ukázal fyzikálnu dôležitosť realistických odhadov neistôt určených okamihov miním. Regresné riešenia konvergujú k správnym hodnotám iba s realistickými váhami. Riešením Keplerovej rovnice som regresne určil elementy tretieho telesa AR Aur. Výsledky sú porovnateľné s publikovanými hodnotami a ukazujú správnosť regresných riešení. Rozdiel v použití nového prístupu a tradičných metód som ukázal na príklade určovania okamihov miním metódou Kwee-Van Woerden, ukázal som jej limity pre súčasné CCD pozorovania a vplyv lineárnych trendov v pozorovaniach. Všetky okamihy miním zo svojich pozorovaní som určil pomocou fenomenologických modelov. Porovnal som modelovú funkciu môjho školiteľa prof. Mikuláška s publikovanými a ukázal som, že priebeh miním vystihuje najlepšie. V ďalšej práci by som rád rozšíril progresívnu metódu regresných fenomenologických modelov na riešenie ďalších astrofyzikálnych úloh.

Literatúra

- Ahnert, P., van Schewick, H., & Hoffmeister, C. 1941, *Die Veraenderlichen Sterne der noerdlichen Milchstrasse. Teil II*, Kleine Veroeffentlichungen der Universitaetssternwarte zu Berlin Babelsberg, 6, 4
- Albayrak, B., Ak, T., & Elmasli, A. 2003, *A new light-time effect study of AR Aurigae*, *Astronomische Nachrichten*, 324, 523
- Andronov, I. L. 2012, *Phenomenological modeling of the light curves of algol-type eclipsing binary stars*, *Astrophysics*, 55, 536
- Bessell, M. S. 1990, *UBVRI passbands*, *PASP*, 102, 1181
- Beuermann, K., Reinsch, K., Barwig, H., et al. 1995, *Discovery of a galactic supersoft binary X-ray source.*, *A&A*, 294, L1
- Bonnarel, F., Paillou, P., Ochsenbein, F., Creze, M., & Egret, D. 1994, *Aladin: Towards an Interactive Atlas of the Digitized Sky*, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 61, *Astronomical Data Analysis Software and Systems III*, ed. D. R. Crabtree, R. J. Hanisch, & J. Barnes, 215
- Bruch, A. 1992a, *Flickering in cataclysmic variables - Its properties and origins*, *A&A*, 266, 237
- Bruch, A. 1992b, *Observational Properties of the Optical Flickering in Cataclysmic Variables and Scenarios for Physical Mechanisms*, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 29, *Cataclysmic Variable Stars*, ed. N. Vogt, 47
- Bruch, A. 1995, *Flickering in Cataclysmic Variables: Inventory and Perspectives*, in *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, Vol. 454, *IAU Colloq. 151: Flares and Flashes*, ed. J. Greiner, H. W. Duerbeck, & R. E. Gershberg, 288
- Bruch, A. 1996, *Studies of the flickering in cataclysmic variables. II. The location of the flickering light source in Z Chamaeleontis.*, *A&A*, 312, 97
- Bruch, A. 2000, *Studies of the flickering in cataclysmic variables. VI. The location of the flickering light source in HT Cassiopeiae, V2051 Ophiuchi, IP Pegasi and UX Ursae Majoris*, *A&A*, 359, 998
- Budding, E., Erdem, A., Çiçek, C., et al. 2004, *Catalogue of Algol type binary stars*, *A&A*, 417, 263

- Chrastina, M. 2005, *Štúdium veľmi mäkkého röntgenového zdroja QR Andromedae*, Diplomová práca, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky,
URL: <http://chrastina.kozmos.sk>
- Chrastina, M. 2013, *Studium rychlých změn jasnosti interagujících dvojhvězd*, Dizertačná práca, Masarykova univerzita v Brne, Přírodovědecká fakulta,
URL: <http://physics.muni.cz/~chm/dizina.html>
- Chromey, F. R. & Hasselbacher, D. A. 1996, *The Flat Sky: Calibration and Background Uniformity in Wide Field Astronomical Images*, PASP, 108, 944
- Claret, A. & Giménez, A. 2010, *The apsidal-motion test of stellar structure and evolution: an update*, A&A, 519, A57
- Daubechies, I. 1990, *The Wavelet TRansform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis*, IEEE Transactions on Information Theory, 36, 961
- Devor, J. 2005, *Solutions for 10,000 Eclipsing Binaries in the Bulge Fields of OGLE II Using DEBiL*, ApJ, 628, 411
- Dobrzycka, D., Kenyon, S. J., & Milone, A. A. E. 1996, *Rapid Light Variations in Symbiotic Binary Stars*, AJ, 111, 414
- Droege, F., T., Richmond, W., M., & Sallman, M. 2007, *TASS Mark IV patches photometric catalog, version 2 (Droege+, 2007)*, VizieR Online Data Catalog, 2271, 0
- Eichhorn, G., Accomazzi, A., Grant, C. S., et al. 2001, *From the Literature to the Data: Linking to On-line Data from the ADS*, in Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 33, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 1320
- Erdem, A., Dođru, S. S., Soyduđan, F., Çiçek, C., & Demircan, O. 2010, *Period studies of five neglected Algol-type binaries: RW Cet, BO Gem, DG Lac, SW Oph and WY Per*, New A, 15, 628
- Fritz, T. & Bruch, A. 1998, *Studies of the flickering in cataclysmic variables. IV. Wavelet transforms of flickering light curves*, A&A, 332, 586
- Gimenez, A. 1985, *General-relativistic periastron advances in eclipsing binary systems*, ApJ, 297, 405
- Giménez, A. & Bastero, M. 1995, *A Revision of the Ephemeris-Curve Equations for Eclipsing Binaries with Apsidal Motion*, Ap&SS, 226, 99
- Gimenez, A. & Garcia-Pelayo, J. M. 1983, *A new method for the analysis of apsidal motions in eclipsing binaries*, Ap&SS, 92, 203
- Gromadzki, M., Mikolajewski, M., Tomov, T., et al. 2006, *Searching for Flickering Variability in Several Symbiotic Stars and Related Objects: BX Mon, V471 Per, RS Oph, V627 Cas, CI Cam, V886 Her, Z And, T CrB, MWC 560, V407 Cyg*, Acta Astron., 56, 97

- Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber, T. 1999, *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*, CHAOS, 9, 413,
URL: <http://www.mpipks-dresden.mpg.de/tisean/>
- Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., et al. 2000, *The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars*, A&A, 355, L27
- Johnson, H. L. & Morgan, W. W. 1953, *Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas*, ApJ, 117, 313
- Karlovský, V. 1998, *Slnečná aktivita a nízkodimenzionálny chaos*, in Zborník referátov z 13. celoštátneho slnečného seminára, Upohlav 1996, ed. B. Lukáč, SÚH Hurbanovo, 108
- Kestin, T. S., Karoly, D. J., & Yano, J. I. Rayner, N. A. 1998, *Timefrequency variability of ENSO and stochastic simulations*, Journal of Climate, 11, 2258
- Kharchenko, N. V. & Roeser, S. 2009, *All-sky Compiled Catalogue of 2.5 million stars (Kharchenko+ 2009)*, VizieR Online Data Catalog, 1280, 0
- Kozyreva, V. S., Kusakina, A. V., & Wolf, M. 2005, *Study of the Apsidal Motion in the Eclipsing Binary MZ Lac*, Astronomy Letters, 31, 824
- Kreiner, J. M., Kim, C.-H., & Nha, I.-S. 2001, *An Atlas of O-C Diagrams of Eclipsing Binary Stars* (Cracow, Poland: Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej. 2001.)
- Kwee, K. K. 1958, *Investigation of variations in the period of sixteen bright short-period eclipsing binary stars*, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 14, 131
- Kwee, K. K. & van Woerden, H. 1956, *A method for computing accurately the epoch of minimum of an eclipsing variable*, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 12, 327
- Lacy, C. H. S. 1992, *An exact solution of the ephemeris-curve problem*, AJ, 104, 2213
- Malkov, O. Y., Oblak, E., Snegireva, E. A., & Torra, J. 2006, *A catalogue of eclipsing variables*, A&A, 446, 785
- Mikulasek, Z. & Graf, T. 2011, *Two methods for the light curves extrema determination*, ArXiv e-prints
- Mikulášek, Z., Chrastina, M., Žižňovský, J., et al. 2013, *AR Aurigae as a tester of novel approaches to the LiTE analysis and mid-eclipse time determination*, in prep.
- Mikulášek, Z., Skopal, A., Zejda, M., et al. 2007, *Light Variations of the Anomalous Central Star of Planetary Nebula Sh 2-71*, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 361, Active OB-Stars: Laboratories for Stellare and Circumstellar Physics, ed. A. T. Okazaki, S. P. Owocki, & S. Stefl, 469
- Mikulášek, Z., Zejda, M., & Janík, J. 2012, *Period Analyses Without O-C Diagrams*, in IAU Symposium, Vol. 282, IAU Symposium, ed. M. T. Richards & I. Hubeny, 391–394

- Mikulášek, Z. 2012, *Popisná statistika, Popisná statistika 2, Metoda nejmenších čtverců*
- Mikulášek, Z. & Zejda, M. 2013, *Úvod do studia proměnných hvězd*, Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
- Miller, W. J. & Wachmann, A. A. 1971, *VV281 - 427, variable stars in a Cepheus-Lacerta field of the Milky Way.*, *Ricerche Astronomiche*, 8, 211
- Monet, D. G., Levine, S. E., Canzian, B., et al. 2003, *The USNO-B Catalog*, *AJ*, 125, 984
- Motl, D. 2011, *C-Munipack*,
URL: <http://c-munipack.sourceforge.net>
- Obitko, M. 1998, *Genetic Algorithms*,
URL: <http://www.obitko.com/tutorials/genetic-algorithms/index.php>
- Paschke, A. & Brát, L. 2012, *O - C gateway*,
URL: <http://var.astro.cz/ocgate/>
- Pejcha, O. . 2006, *Reports on New Discoveries*, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5700, 1
- Percival, D. P. 1995, *On estimation of the wavelet variance*, *Biometrika*, 82, 619
- Price, A., Vanmunster, T., Starkey, D., et al. 2004, *Flickering and Periodic Activity in the 2004 Outburst of BZ UMa*, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5526, 1
- Quataert, E., Kumar, P., & Ao, C. O. 1995, *On the Validity of the Classical Apsidal Motion Formula for Tidal Distortion*, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 27, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 1343
- Raichur, H. 2009, *Orbital Evolution and Super-orbital flux variations in X-ray Binary Pulsars*, Dizertačná práca, Indian Institute of Science, Department of Physics, Bangalore, India
- Roeser, S., Schilbach, E., Schwan, H., et al. 2008, *PPMX Catalog of positions and proper motions (Roeser+ 2008)*, *VizieR Online Data Catalog*, 1312, 0
- Schreiber, T. & Schmitz, A. 2000, *Surrogate time series*, *Physica D*, 142, 346,
URL: <http://www.mpipks-dresden.mpg.de/tisean/>
- Schwarzenberg-Czerny, A. 1989, *On the advantage of using analysis of variance for period search*, *MNRAS*, 241, 153
- Schwarzenberg-Czerny, A. 1996, *Fast and Statistically Optimal Period Search in Uneven Sampled Observations*, *ApJ*, 460, L107
- SDSS. 2011, *The Sloan Digital Sky Survey Data Release 7*,
URL: <http://www.sdss.org/dr7/>

- Silhan, J. 1990, *Period Changes in the Eclipsing Binaries DG Lacertae and MZ Lacertae*, Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO), 19, 12
- Skopal, A., Pribulla, T., Budaj, J., et al. 2009, *Transient Jets in the Symbiotic Prototype Z Andromedae*, ApJ, 690, 1222
- Skopal, A., Shugarov, S., Vaňko, M., et al. 2012, *Recent photometry of symbiotic stars*, Astronomische Nachrichten, 333, 242
- Southworth, J. 2012, *JKTEBOP: Analyzing light curves of detached eclipsing binaries*, Astrophysics Source Code Library, 7013,
URL: <http://www.astro.keele.ac.uk/jkt/codes/jktebop.html>
- Stetson, P. B. 1990, *On the growth-curve method for calibrating stellar photometry with CCDs*, PASP, 102, 932
- Torrence, C. & Compo, G. P. 1998, *A Practical Guide to Wavelet Analysis*, Bulletin of the American Meteorological Society, 79, 61,
URL: <http://paos.colorado.edu/research/wavelets>
- Vanmunster, T. 2010, *Peranso*,
URL: <http://www.peranso.com>
- Wachmann, A. A. 1963, *Die Veraenderlichen im Sudteil der Cygnuswolke. Teil II.*, Astronomische Abhandlungen der Hamburger Sternwarte, 6, 97
- Watson, C. L. 2006, *The International Variable Star Index (VSX)*, Society for Astronomical Sciences Annual Symposium, 25, 47
- Wenger, M. 1981, *Data-Bases of CDS - SIMBAD*, Bulletin d'Information du Centre de Donnees Stellaires, 20, 81,
URL: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>
- Wilson, R. E. & Devinney, E. J. 1971, *Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni*, ApJ, 166, 605
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., & Vastano, J. A. 1985, *Determining Lyapunov exponents from a time series*, Physica D, 16, 285
- Wolf, M. 1994, *Apsidal motion in the eclipsing binary CO Lacertae*, A&A, 286, 875
- Wolf, M., Diethelm, R., Kozyreva, V. S., & Sarounova, L. 1998, *Apsidal motion in the eclipsing binaries V1136 Cygni, ES Lacertae, MZ Lacertae and EQ Vulpeculae*, A&A, 334, 840
- Zacharias, N., Monet, D. G., Levine, S. E., et al. 2005, *NOMAD Catalog (Zacharias+ 2005)*, VizieR Online Data Catalog, 1297, 0
- Zejda, M., Mikulasek, Z., & Wolf, M. 2006, *CCD Times of Minima of Selected Eclipsing Binaries*, Information Bulletin on Variable Stars, 5741, 1

Zhu, L.-Y., Zejda, M., Mikulášek, Z., et al. 2012, *The Photometric Study of a Neglected Near Contact Binary: BS Vulpeculae*, AJ, 144, 37

Zuckermann, M. C. 1961, *Observations et interprétation de l'étoile variable SS Cygn*, Annales d'Astrophysique, 24, 431