



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DE ALGORITMO PARA SOLUÇÕES
MÚLTIPLAS DE BARGANHA DE RAIFFA-
KALAI-SMORODINSKY À NEGOCIAÇÃO DE
CONTRATOS DE ENERGIA**

Por,
Daniel da Silva Monteiro

Brasília, fevereiro de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DE ALGORITMO PARA SOLUÇÕES
MÚLTIPLAS DE BARGANHA DE RAIFFA-
KALAI-SMORODINSKY À NEGOCIAÇÃO DE
CONTRATOS DE ENERGIA**

Por,
Daniel da Silva Monteiro

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Produção

Banca Examinadora

Prof. Ph.D Reinaldo Crispiniano Garcia, UnB/EPR (Orientador)

Prof. Dr Annibal Affonso Neto., UnB/EPR

Brasília, 08 de fevereiro de 2018

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente à minha mãe, sem a qual nada em minha vida seria possível. Agradeço, também, à minha família, por ter me dado o suporte sempre que precisei, especialmente ao meu avô Ady pela grande inspiração acadêmica que me proporcionou enquanto esteve vivo.

Agradeço ao meu orientador, Professor Reinaldo, cuja dedicação como profissional e humanidade são indescritíveis. Alia a grande capacidade técnica que possui com um poder inimaginável de motivar um aluno e de fazer-nos sonhar grande. Jamais poderia imaginar uma trajetória acadêmica dentro do curso na qual o Professor Reinaldo não estivesse incluso. Fui não só um estudante completamente diferente depois de conhecê-lo, mas também uma pessoa totalmente diferente. Se tive conquistas acadêmicas, dêvo-as ao Professor. Muito obrigado.

Agradeço aos meus amigos, sempre ao meu lado nas fases e boas e difíceis do curso e da vida. Agradeço, finalmente, todos os meus colegas que fizeram parte desta história, seja em algum projeto, seja em algum trabalho em grupo, seja em motivação.

Resumo

O mercado de eletricidade passou por grandes mudanças no mundo a partir da década de 1980. Houve grande desestatização e flexibilização dos mercados de eletricidade em diversos países. Tais mudanças provaram ser muito úteis para reduzir a probabilidade de falta de energia, em casos de choques de demanda ou de geração.

Apesar desta referida flexibilização e liberalização do mercado ter trazido benefícios, ela acarretou, também, novas dinâmicas ao mercado, como um mercado *spot* de preços bastante voláteis devido à natureza da eletricidade e instrumentos como o contrato bilateral.

Muitos modelos estatísticos e de otimização são utilizados no mundo para tentar trazer as soluções ótimas que maximizem os lucros de alguma das partes, distribuidor ou fornecedor de energia, e para tentar trazer previsibilidade num mercado tão imprevisível.

Entre estes modelos, há a Solução de Barganha de Kalai Smorodinsky, que tem um paradigma um pouco diferente. Este modelo procura maximizar as receitas conjuntamente das duas partes do contrato bilateral, o que seria um “ganha-ganha” para as partes e não apenas uma maximização de uma das partes, em detrimento da outra.

O trabalho se propõe, portanto, a aplicar este modelo a um caso hipotético e analisar a quantidade de soluções ótimas obtidas, após a introdução de uma restrição a cada iteração, com a criação de “buracos” na região viável, com a utilização do *software MATLAB*.

Palavras-chave: Teoria de jogos, otimização, múltiplas soluções, Solução de Barganha de Kalai Smorodinsky

Abstract

The electricity market has been changing a lot since the eighties. There has been great flexibilization in this market in many countries. These changes, although useful for reducing the probability of energy shortage, in cases of demand or generation shocks it does not solve completely the weaknesses of the system.

Even though this flexibilization brought benefits, it has also brought new dynamics to this market, like a spot market, where the prices are really volatile because of electricity's nature, and the new financial instruments such as bilateral contracts.

Many statistical models are used in the world to bring optimal solutions that either maximize the profits of some of the parties, generator or distributor of energy, and to try to bring predictability to such a unpredictable market.

Among those models, there is the Raiffa Kalai Smorodinsky Bargain Solution approach, which has a slightly different paradigm. This model maximizes the profits of both parties of a bilateral contract jointly, which would be a "win-win" situation for both parties, and not just a maximization of the profits of one party.

This work proposes to apply this model on a hypothetical case and to analyze the quantity of optimal solutions and different equilibria obtained, after the introduction of a new restriction in each iteration, with the creation of "holes" in the feasible region.

Keywords: Game Theory, optimization, multiple solutions, Kalai Smorodinsky Bargain Solution

Sumário

1	Introdução.....	12
1.1	Contextualização	12
1.2	Justificativa	13
1.3	Objetivos do Trabalho	13
1.3.1	Objetivo Geral	13
1.3.2	Objetivos específicos	13
1.4	Estrutura do Trabalho	14
2	Metodologia.....	15
2.1	Classificação da pesquisa.....	15
2.2	Etapas do trabalho	15
3	Referencial Teórico.....	17
3.1	Sistema Elétrico Brasileiro.....	17
3.2	O Mercado Livre de Energia.....	19
3.2.1	Negociação de Contratos Bilaterais.....	20
3.2.2	O Mercado <i>Spot</i>	20
3.3	Pesquisa Operacional.....	22
3.3.1	Programação Dinâmica	22
3.3.2	Teoria dos Jogos.....	23
3.3.2.1	Equilíbrio de Nash.....	23
3.3.2.2	Jogos de Barganha.....	24
4	Modelagem Matemática.....	27
4.1	Programação Independente de Contratos Bilaterais	27
4.2	Programação Compromissada	29
4.3	Solução de Barganha de Raiffa Kalai Smorodinsky (SBRKS)	31
4.4	Modelo para Obtenção de Todas as Possíveis Soluções do SBRKS.....	32
5	Resultados e Discussão.....	34
5.1	<i>Inputs</i> do Modelo	34
5.2	Soluções do modelo SBRKS	35
6	Conclusão.....	40
	Referências Bibliográficas	42
	Apêndices 45	
	Apêndice 1 – Código utilizado para a programação independente realizada pelo distribuidor	45
	Apêndice 2 – Código utilizado para a programação independente realizada pelo produtor.....	51
	Apêndice 3 – Código utilizado para a obtenção de todas as soluções ótimas.....	56

Lista de Figuras

Figura 1 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (1930)	17
Figura 2 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (2002)	18
Figura 3 – Preços do mercado spot na França.....	21
Figura 4 – Conjunto de possíveis valores para o lucro	29
Figura 5 – Solução Raiffa-Kalai-Smorodinsky	31

Lista de Quadros

Quadro 1 – Porcos enjaulados.....	24
Quadro 2 – Inputs do modelo para ESC	34
Quadro 3 – Inputs do modelo para GC	34
Quadro 4 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 135 MWh.....	36
Quadro 5 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 140 MWh.....	37
Quadro 6 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 145 MWh.....	38
Quadro 7 – Comparação entre quantidade de soluções ótimas.....	39

Lista de Símbolos

Variáveis

x_k^t	Parte da eletricidade entregue a ESC de acordo com BC vendido aos consumidores finais, em MWh
x_s^t	Quantidade de energia comprada por ESC no mercado spot para vender aos consumidores finais, em MWh
x_{ss}^t	Parte da eletricidade entregue a ESC de acordo com BC vendido no mercado spot, em MWh
R_I	Receita de ESC, em \$
S_I	Lucro esperado de ESC, em \$
x^t	Quantidade de energia fornecida durante um contrato bilateral, em MWh
x_c^t	Parte da eletricidade produzida por GC e entregue de acordo com BC, em MWh
x_{gss}^t	Parte da eletricidade produzida por GC e vendida no mercado spot, em MWh
x_{gs}^t	Quantidade de energia comprada no mercado spot e entregue de acordo com BC, em MWh
x_g^t	Quantidade de energia produzida por GC, em MWh
R_2	Receita de GC, em \$
S_2	Valor esperado para o Lucro de GC, em \$
J	Valor do contrato bilateral, em \$

Variáveis aleatórias

\tilde{p}_s^t	<i>Forecast</i> de preço para o mercado <i>spot</i> , em $$/MWh$
-----------------	--

Constantes

p_d^t	Preço de eletricidade para consumidores finais, em $$/MWh$
V	Volume do Contrato, em MWh
x_{min}^t, x_{max}^t	Limites de distribuição de energia, em MWh
x_{min}^g, x_{max}^g	Limites de produção de GC, em MWh

Números

N	Número de intervalos de tempo do período contratual.
-----	--

1 Introdução

1.1 Contextualização

O mercado de energia elétrica no mundo é, indubitavelmente, um dos mercados mais importantes. Como imaginar, hoje, um mundo sem eletricidade? É praticamente impossível. Tolmasquim (2012) corrobora este pensamento ao dizer que energia é um dos pilares de sustentabilidade econômica de um país.

O Plano Decenal de Energia (PDE 2020), estima que o consumo de eletricidade no Brasil em 2020 será 61% maior do que o registrado no ano de 2010. Deve chegar a 730 TWh segundo a estimativa do plano.

Além do grande crescimento de demanda previsto pelo governo, o mercado de eletricidade passou por diversas mudanças nas últimas décadas. Leite, Castro e Timponi (2013), comentam estas mudanças, principalmente em relação à liberalização, ou descentralização do mercado de eletricidade brasileiro no período de 1996 a 2004. Fato, este, que proporcionou a criação de um mercado *spot*.

Mercado *spot* é um mercado cuja finalidade é flexibilizar as transações, ajustar entre energia contratada e gerada, além de ser referência para contratos de longo prazo. Apesar destas vantagens, os preços nos mercados *spot* são extremamente voláteis. (LEITE, CASTRO E TIMPONI, 2013)

O principal motivo para a volatilidade do mercado é a natureza não-estocável da *commodity* eletricidade. Esta ausência de estocabilidade gera volatilidade nos preços, porque o estoque não pode ser usado para amenizar efeitos de choques de demanda ou de fornecimento, tais como mudanças no clima ou escassez de chuva. (BESSEMBINDER E LEMMON, 2002).

Desta volatilidade, surge a importância dos contratos bilaterais de energia. Contratos bilaterais são contratos nos quais o gerador deve fornecer energia ao distribuidor em intervalos pré-estabelecidos e com preço também previamente acordado. Portanto, os contratos bilaterais são geralmente utilizados para estabilizar os preços e para fazer o *hedging* dos riscos de falta de eletricidade (PALAMARCHUK, 2010).

1.2 Justificativa

Não obstante aos já complexos fatores que influenciam os preços de eletricidade no mundo, com o advento das *cryptocurrencies* nos últimos anos, sendo o exemplo mais famoso o *Bitcoin*, o mercado de eletricidade torna-se ainda mais visado, já que há indícios de relação entre o preço da moeda com o preço da eletricidade. Além disso, em 2013, o consumo de energia dedicado à mineração da *cryptocurrency* já era equiparável ao consumo de energia de toda a população da Irlanda, de acordo com O’Dwyer, Malone (2014).

Devido à esta complexidade da estrutura dos mercados de eletricidade no mundo, diversos pesquisadores buscam compreender e elaborar modelos para melhor prever preços no mercado *spot*, além de modelar matematicamente contratos bilaterais para encontrar pontos ótimos de lucro máximo para o fornecedor ou o distribuidor de energia. Poucos são os pesquisadores, porém, que tratam do caso em que haja uma situação de ganha-ganha, ou seja, que ambos abram mão da mesma proporção de lucro no contrato bilateral, o *compromise approach*. (PALAMARCHUK, 2010).

A importância deste trabalho é, portanto, aplicar a solução do problema de barganha Raiffa-Kalai-Smorodinsky, com novas restrições, para obter todas as possíveis soluções de um problema de otimização.

1.3 Objetivos do Trabalho

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo do trabalho é identificar as possíveis soluções ótimas de um modelo do contrato de energia, em que nestas soluções haja igual concessão de lucros para os participantes, que são um produtor e um distribuidor de energia através do método de Barganha de Raiffa-Kalai-Smorodinsky.

1.3.2 Objetivos específicos

Os seguintes objetivos específicos são estabelecidos:

- Delimitar o problema de solução de barganha de Raiffa-Kalai-Smorodinsky para um problema de contrato de energia;

- Identificar possíveis soluções ótimas para o problema avaliado;
- Investigar o impacto nas soluções ótimas ao alterar o volume do contrato entre os participantes.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado com seis capítulos. O primeiro capítulo traz a introdução, cujo propósito é trazer a contextualização do tema, a justificativa, a estrutura do trabalho e os objetivos gerais e específicos. O capítulo 2 contém a metodologia de pesquisa, além das etapas do trabalho. O capítulo 3 contempla um referencial teórico, com breve introdução ao sistema elétrico brasileiro, aos mercados *SPOT* e futuro de energia, contratos bilaterais e aos modelos matemáticos aplicados para obtenção dos resultados finais. O capítulo 4 descreve a aplicação dos modelos matemáticos e algoritmos ao problema. O capítulo 5 traz a discussão e análise dos resultados obtidos e o capítulo 6, finalmente, traz a conclusão do projeto além de sugestão de futuros trabalhos.

2 Metodologia

2.1 Classificação da pesquisa

Pesquisa é, de acordo com Patil *et al.* (2016), uma procura sistemática e lógica por informações novas e úteis em um assunto, uma procura por soluções de problemas científicos e sociais com a utilização de análise sistemática e objetiva.

Pode ser classificada com base em seus objetivos como exploratória, descritiva e explicativa. A primeira, proporciona maior esclarecimento em relação ao problema e traz um planejamento mais flexível. Na segunda, objetiva-se primordialmente relacionar variáveis, geralmente quantitativas. Na terceira, finalmente, há o objetivo de identificar fatores que ajudam ou determinam a ocorrência de algum fato (GIL, 2002).

Além disso, Gil (2002) traz uma classificação em relação aos procedimentos técnicos utilizados para atingir os objetivos. Com base neste parâmetro, a pesquisa pode ser classificada em bibliográfica, documental, experimental, levantamento e estudo de caso.

Não obstante às classificações de Gil, há classificações de acordo com a natureza (básica e aplicada) e quanto à forma de abordagem do problema (quantitativa e qualitativa). (SILVA E MENEZES, 2005).

A pesquisa básica, tem como objetivo criar conhecimento sem aplicação prática. Por sua vez, a pesquisa aplicada, cria conhecimento e há aplicação prática para solução do problema. Finalmente, a pesquisa na sua abordagem quantitativa, requer a utilização de técnicas estatísticas e assume que tudo pode ser quantificável, enquanto a pesquisa qualitativa é descritiva e os dados são analisados intuitivamente. (SILVA E MENEZES, 2005)

De acordo com o que foi acima exposto, a pesquisa pode ser classificada como quantitativa, aplicada, descritiva e com procedimentos técnicos de modelagem e simulação.

2.2 Etapas do trabalho

Este trabalho foi realizado a partir dos seguintes passos: i) definir o problema (ii) revisar a bibliografia referente à obtenção de todas as soluções para modelos de otimização; (iii) criar algoritmo para adição de restrições ao modelo de otimização no problema de barganha

de Raiffa-Kalai-Smorodinsky aplicados à negociação de contratos bilaterais de energia; (iv) implementar o algoritmo criado para a obtenção de todas as possíveis soluções para o problema; (v) validar, por meio da utilização do *software* EXCEL, os resultados obtidos pelo algoritmo implementado no MATLAB.

3 Referencial Teórico

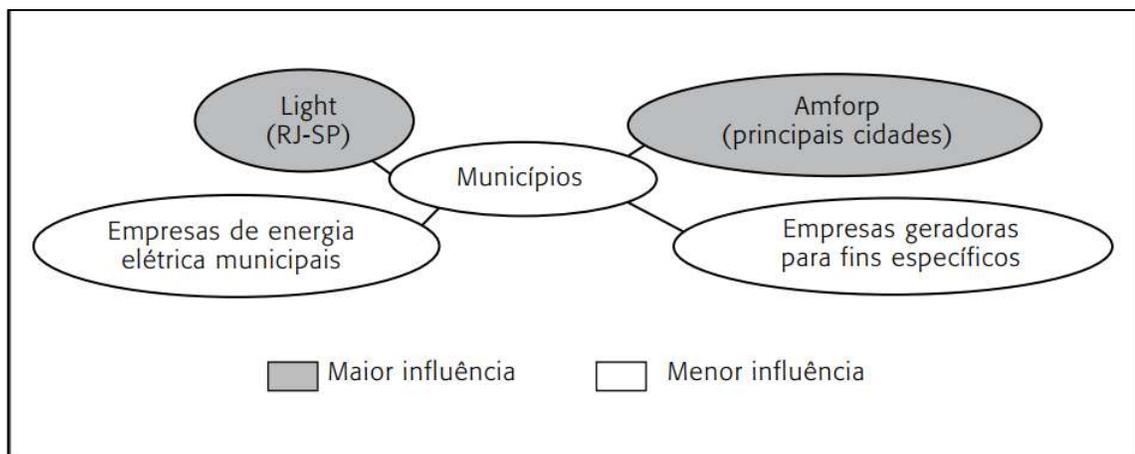
3.1 Sistema Elétrico Brasileiro

A energia elétrica no Brasil tem origens na década de 1880, mas com apenas aplicações em alguns serviços públicos e em fábricas. Era, inicialmente, dominado por poucas empresas de capital privado. (GOMES E VIEIRA, 2009).

Os autores resumem as etapas do mercado de energia elétrica no Brasil nas seguintes fases: monopólio privado (1880 – 1930), maior presença do Estado (1931 – 45), estado indutor (1946 – 62), modelo estatal (1963 – 79), crise institucional (1980 – 1992) e modelo híbrido (1993 – 2002).

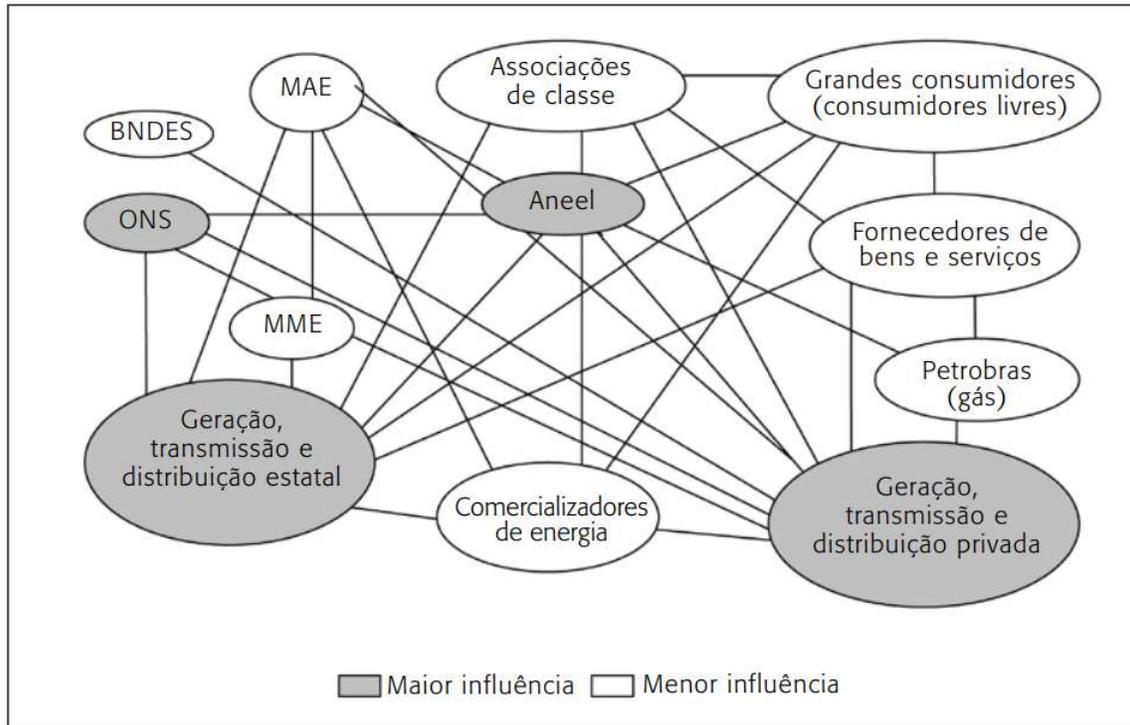
Dois figuras resumem o aumento da complexidade do setor elétrico brasileiro, ao se compararem os períodos de 1930 e 2002. A figura 1, traz as principais organizações do setor elétrico brasileiro em 1930 e a figura 2, traz a mesma informação para 2002. Pode-se perceber o grande aumento na quantidade de atores no mercado, entre geradores de energia, agências reguladoras.

Figura 1 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (1930)



Fonte: Gomes e Vieira (2009).

Figura 2 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (2002)



Fonte: Gomes e Vieira (2009)

Apesar desta maior complexidade, pelos autores demonstrada, o modelo de 2002, híbrido, com maior parte dos geradores de energia pertencentes ao Estado, e uma parte dos distribuidores de energia pertencentes à iniciativa privada, sofreu duras críticas no período posterior ao “Apagão” de 2001, como ficou conhecida a falta de energia naquele ano.

Em 2004 veio, portanto, a Lei 1.048 que, de acordo com Moriggi (2017), trouxe a descentralização da gestão, a serem compartilhadas pelo Estado e pela iniciativa privada. Cabe ao Estado, portanto, gerir as agências reguladoras, como a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) e à iniciativa privada gerir as concessões parciais.

O novo modelo tem como objetivo flexibilizar a geração de energia, aumentar a produtividade e atrair investimentos ao setor elétrico brasileiro, fato que traz benefícios, porém traz também alguns problemas, como será explorado mais detalhadamente na seção seguinte.

Segundo CCEE (2017), há 6864 agentes no mercado de eletricidade brasileiro distribuídos da seguinte maneira: 874 consumidores livres (participantes do mercado livre de energia), 4318 consumidores especiais, 219 comercializadores, 1404 geradores e 49 distribuidores.

Dentro da geração há três categorias, a saber: concessionário de serviço público de

geração, produtor independente de energia e autoprodutor. Os dois últimos são destinados à iniciativa privada, ao receber concessão, permissão ou autorização para gerar energia.

Analogamente há, em comercialização, diversos atores distintos. Estes são o comercializador, consumidor livre, consumidor especial, importador e exportador. O comercializador é, ainda, de acordo com a CCEE (2017), um agente que compra energia por meio de contratos bilaterais no Ambiente de Contratação Livre, conhecido como ACL.

Para o consumidor ser livre, há a necessidade de que haja uma demanda de, pelo menos, 3 MW, com qualquer tensão de fornecimento. O consumidor especial, no entanto, pode escolher comprar energia de qualquer fornecedor a partir de 500 Kw, desde que faça parte de fontes incentivadas, como eólica, biomassa entre outros.

Há, finalmente, os agentes de distribuição que, regulados pela ANEEL, distribuem a energia para atender a demanda de consumidores finais. Todos os distribuidores têm que participar do Ambiente de Contratação Regulada, conhecido como ACR, com contratos de energia com preços de leilões.

3.2 O Mercado Livre de Energia

O mercado de energia no mundo está em mudança muito forte há alguns anos. Há tentativas de descentralização em diversos países continentais, para desburocratizar e flexibilizar a produção e distribuição de energia, além de atrair mais investimentos.

Apesar destas tentativas, Glachant e Ruester (2014), argumentam que nenhum país com “estilo Federativo”, conseguiu implementar um mercado livre de energia em toda extensão territorial. São citados Estados Unidos, Canadá, Brasil, Rússia, Índia e China dentre os países que fracassaram na implementação completa. Al

Glachant e Ruester (2014), trazem o caso da União Européia e a longa jornada na tentativa de implementação deste modelo. Segundo os autores, houve muito progresso desde 1990. Citam como pontos positivos e já completamente implementados o funcionamento dos mercados de varejo e atacado de energia, no qual o consumidor pode trocar de fornecedor conforme variações de preços. Argumenta, porém, que dentre os motivos do fracasso na total implementação está a lenta evolução tecnológica, se comparados os mercados de eletricidade e telecomunicações, além de que eletricidade é, segundo eles, difícil de negociar, já que necessita de muitas regras para regulamentar a parte técnica, legal entre outros dentre extensões territoriais muito grandes.

Dentre os principais argumentos para a abertura e descentralização dos mercados de

eletricidade está o caos causado pela falta de energia na Califórnia no ano de 2000. Borenstein (2001), sugere que a crise foi causada pelo grande aumento da demanda sem aumento de preços, mesmo com restrições de produção de energia muito rígidas. Sugere, portanto, a adoção do livre mercado para que a demanda impacte os preços, seja para cima ou para baixo, como contratos futuros para reduzir o impacto das variações de preço.

No Brasil, Leite, Castro e Timponi (2013), argumentam que houve, também, grande esforço para a liberalização dos mercados, com motivos muito semelhantes aos citados por Borenstein (2001), em que o mercado *Spot* traria maior estabilidade e flexibilidade para o setor, apesar de não solucionar o problema de longo prazo, é de suma importância para a introdução de outros mecanismos nesta indústria, tais como os mercados de opções e de futuros.

3.2.1 Negociação de Contratos Bilaterais

Contratos bilaterais de energia vêm para estabilizar preços e fazer o *hedging* de riscos de falta de eletricidade, como dito por Palamachurk (2010). São contratos nos quais duas partes, gerador e distribuidor de energia, acordam entregas de energia em períodos pré-estabelecidos para obter o máximo lucro, além de um preço de contrato aceitável.

Os contratos com prazos maiores, tais como contratos bilaterais, permitem aos compradores o *hedging* contra preços muito altos no mercado *Spot* e permitem aos vendedores (geradores de energia) um *hedging* contra preços muito baixos no mercado, análogamente.

Há também alguns tipos que podem ser citados de contratos bilaterais. Há os contratos bilaterais puramente financeiros e os contratos bilaterais físicos. Segundo Anderson e Hu (2006), nos contratos físicos o gerador se compromete a prover certa quantidade de eletricidade. Se falhar, tem que comprar o resto da eletricidade no mercado e *spot* para fornecer o que foi acordado no contrato. Neste tipo de contrato, o mercado *Spot* é apenas utilizado para fornecer o excedente de energia que não fora possível gerar, no caso de algum problema no gerador. Nos contratos bilaterais puramente financeiros, porém, toda a energia é negociada através do mercado *Spot*,

3.2.2 O Mercado *Spot*

O mercado *Spot* diferencia-se dos contratos bilaterais pelo seu horizonte temporal. Este mercado geralmente é *day-ahead*, ou em tempo real, a depender da negociação. É um mercado de curto prazo com preços intrinsecamente voláteis.

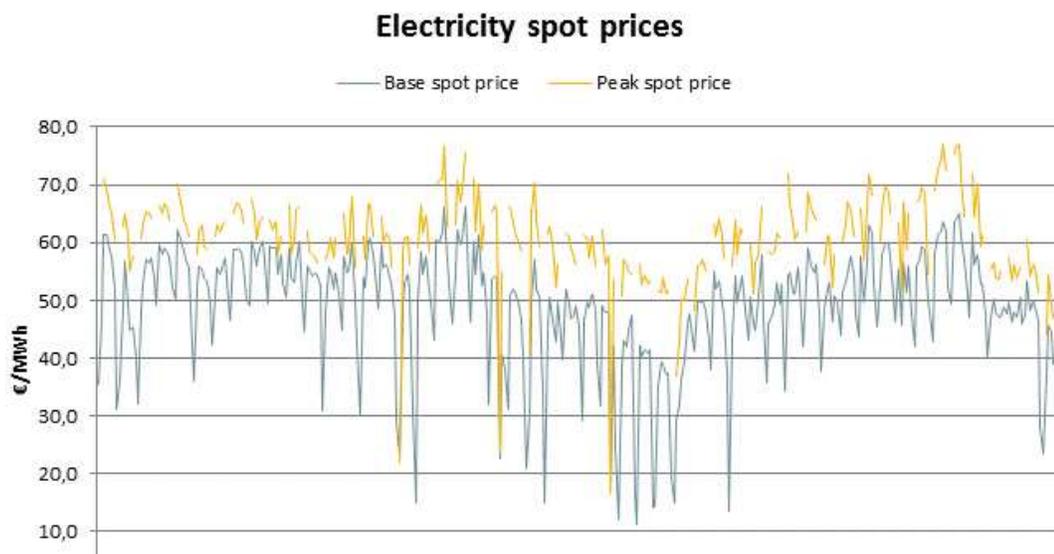
A variação de preços nem sempre é algo ruim. O fato de o preço variar em relação à demanda, poderia ter ajudado no caso da crise energética da Califórnia em 2000, conforme defendido por Borenstein (2001).

Muitos são os fatores apontados como causadores desta volatilidade aqui comentada. A baixa estocabilidade, quando eletricidade é tratada como *commodity*, é diversas vezes citada, como em Palamachurk (2010) e Bessembinder e Lemon (2002), mas não é o único fator a ser considerado.

No caso do mercado *spot* brasileiro, pelos autores chamado de Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), Leite, Castro e Timponi (2013), trazem como motivos a redução de investimentos pós-apagão, no período posterior a 2001 e restrições ambientais trazidas pela Constituição Federal de 1988.

Além disso, Ziel, Steinert e Husmann (2014), trazem a argumentação de que as energias renováveis, especialmente energias solar e eólica, trouxeram novas forças de formação de preço em mercados *spot* na Alemanha, o que muito provavelmente é também verdade no Brasil, devido à característica das fontes energéticas do país. A figura 3 demonstra a volatilidade do mercado *day-ahead* da França em 2011, país membro da União Européia:

Figura 3 – Preços do mercado *spot* na França



Fonte: Commission de Régulation de L'Énergie

3.3 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é pesquisa sobre operações. A PO tem aplicação a problemas que gerenciam operações e pode ser utilizada em diferentes áreas, tais como logística, manufatura, serviços públicos, militares entre outros. É, também, abrangente, já que adota um ponto de vista organizacional. (HILLIER, LIBERMANN, 2013)

A PO tenta encontrar uma melhor solução para problemas, já que pode haver mais de uma solução, como é o caso do problema tratado neste trabalho.

A disciplina busca, sobremaneira, utilizar dados para auxiliar a tomada de decisões em organizações, tal como a quantidade de caixas que operam num supermercado que otimize o tempo de espera dos consumidores, porém não seja muito custoso, decidir sobre investimentos com utilização de árvore de decisão, definir alocação de pistas de pousos e decolagens para aeronaves entre outras aplicações.

3.3.1 Programação Dinâmica

A programação dinâmica é, segundo Hillier e Lieberman (2013), uma técnica útil para inter-relacionar uma sequência de decisões. Traz um procedimento pragmático para determinar combinações ótimas.

Este tipo de programação tem algumas características, das quais podem ser citadas: divisão do problema principal em estágios, nos quais cada decisão sobre a política adotada é necessária a cada estágio. Estes estágios, por sua vez, têm estados associados ao seu início. O efeito de cada decisão acaba por transformar o estado atual em outro estágio seguinte. Tenta-se desenhar para obter a política ótima, que é independente das decisões sobre as políticas adotadas nos estágios anteriores e, por fim, há uma relação recursiva, ou seja, há dependência do próximo estágio. (HILLIER E LIEBERMAN, 2013).

A programação dinâmica pode ser tanto determinística, na qual o estágio seguinte é determinado pelo estado e decisão sobre a política do estado atual, como pode ser probabilística, na qual existe uma distribuição probabilística que governa os próximos estados. No caso da programação determinística, o problema pode ser escrito na forma de diagramas. (HILLIER E LIEBERMAN, 2013).

3.3.2 Teoria dos Jogos

A Teoria de jogos tem como foco as ações de tomadores de decisões (*decision makers*), que têm consciência de que as ações tomadas podem afetar os outros jogadores. A teoria de jogos não tem utilidades quando tomadores de decisão não se importam com o efeitos das suas ações aos outros *players*. (RASMUSEN, 2006).

Os elementos principais, de acordo com Rasmusen (2006), são jogadores, ações, *payoffs* e informação. Estes elementos são conhecidos, também, como regras do jogo. O objetivo do modelador é descrever a situação em termos das regras do jogo para explicar o que irá acontecer em determinada situação. Os *players* têm o objetivo de maximizar o *payoff* e, para isso, lançam mão de estratégias. Estas estratégias dependem da quantidade de informação que possuem.

A combinação de estratégias é, ainda segundo Rasmusen (2006), conhecida como equilíbrio. Dado certo equilíbrio, o modelador consegue verificar quais ações saíram do conjunto de estratégias dos *players* e encontrar, portanto, o final do jogo.

3.3.2.1 Equilíbrio de Nash

O equilíbrio de Nash é conhecido como o equilíbrio padrão em Economia. O perfil de estratégia é um equilíbrio de Nash, se o *player* não tem nenhum incentivo de desviar de sua estratégia, dado que os outros jogadores não desviam. É definido formalmente por Rasmusen (2006) como:

$$\forall i, \pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i', s_{-i}^*), \forall s_i'$$

O equilíbrio de Nash propõe um perfil de estratégia e testa se a estratégia do *player* é a melhor resposta a estratégia dos outros *players*. Um exemplo utilizado para apresentar o equilíbrio aqui exposto é o caso dos “porcos enjaulados”, proposto por Baldwin e Meese (1979). Dois porcos são colocados numa caixa, com um painel de controle de um lado e um *dispenser* de comida no outro lado. Quando um porco aperta o botão do painel, com um custo de utilidade de 2 unidades, dez unidades aparecem no *dispenser*. Um dos porcos é dominante e, se chegar primeiro ao *dispenser*, o outro porco apenas receberá as sobras (1 unidade). Se o porco menor chegar primeiro, consegue 4 unidades de comida e se chegar ao mesmo tempo do porco maior,

consegue 3 unidades.

Quadro 1 – Porcos enjaulados

		Porco Pequeno	
		Apertar	Esperar
Porco Grande	Apertar	5,1	4,4
	Esperar	9,-1	0,0

Fonte: Rasmusen, 2006.

Nesta situação, não há equilíbrio dominante, já que as decisões do porco grande dependem do que o porco grande acha que o porco pequeno irá fazer. O equilíbrio, portanto, é (Apertar, Esperar).

Para verificar que este equilíbrio trata-se de um equilíbrio de Nash, um perfil de estratégia é proposto para testar se a estratégia de cada um dos porcos é a melhor resposta para a estratégia do outro. Se o porco grande escolher “Apertar”, o porco pequeno escolhe entre um *payoff* de 1 de apertar, ou de 4 ao esperar. Se o porco pequeno escolhe “Esperar”, o porco grande tem uma escolha de um *payoff* de 0 para “Esperar” e de 4 para “Apertar”. O que confirma o equilíbrio “Apertar”, para o porco grande e “Esperar”, para o porco pequeno como um equilíbrio de Nash. (RASMUSEN, 2006)

3.3.2.2 Jogos de Barganha

A teoria de barganha tenta resolver determinações de preço que são mal descritas pela teoria econômica padrão. Em mercados pequenos, tais como mercados em que há um monopólio comprador e um monopólio vendedor, a teoria econômica padrão não é aplicável, já que os dois negociadores tenderiam a barganhar pelo preço. (RASMUSEN, 2006).

Para resolver este tipo de problema de precificação, Nash (1950), propôs alguns axiomas. X denota o conjunto de *payoffs* possíveis, que são assumidos convexos. O ponto de discordância é $\bar{U} = (\bar{U}_s, \bar{U}_j)$. A solução da barganha de Nash, $U^* = (U_s^*, U_j^*)$, é função de \bar{U} e X . Os axiomas estão descritos abaixo:

- 1) **Invariância:** para qualquer função F , estritamente crescente e linear,

$$U^*[F(\bar{U}), F(X)] = F[U^*(\bar{U}, X)].$$

- 2) **Eficiência:** a solução é Pareto ótima, para que nenhum dos dois *players* possa ter vantagem, ou seja,

$$(U_s, U_j) > U^* \rightarrow (U_s, U_j) \in X.$$

- 3) **Independência de Alternativas Irrelevantes:** se algumas combinações de utilidade forem descartadas de X, o que transforma X no conjunto menor Y, então se U^* não era um dos pontos descartados, então U^* não muda:

$$U^*(\bar{U}, X) \in Y \subset X \rightarrow U^*(\bar{U}, Y) = U^*(\bar{U}, X).$$

- 4) **Simetria:** a troca dos nomes dos *players* não afeta a solução.

A solução de barganha de Kalai-Smorodinsky (1975), porém, discorda do terceiro axioma de Nash, de independência de alternativas irrelevantes. Para os autores, todo o conjunto de alternativas deve afetar a solução. Em substituição à IIR (*independence of irrelevant alternatives*), os pesquisadores propõem a monotonicidade.

Monotonicidade é formalmente definida nas seguintes definições:

- $Best_i(X)$ – melhor valor que o *player* i consegue obter num acordo viável;
- $Best_i(X, u)$ – melhor valor que o *player* i consegue obter num acordo viável com utilidade u.

A Monotonicidade diz, então, que se (X, \bar{U}) e (X', \bar{U}) são dois problemas de barganha, os quais:

- $Best_1(X) = Best_1(X')$
- $\forall u, Best_2(X, u) = Best_2(X', u)$

Portanto, a solução x deve satisfazer a restrição:

- $x_2(X, \bar{U}) \leq x_2(X', \bar{U})$

Ou seja, para cada nível de utilidade que o *player* 1 demandar, a máxima utilidade viável que o *player* 2 consegue simultaneamente obter é aumentada, portanto o nível de utilidade ao *player* 2 de acordo com a solução também deve ser aumentado. (KALAI e SMORODINSKY, 1975).

Finalmente, a solução Kalai-Smorodinsky pode ser descrita como:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{Best_1(X)}{Best_2(X)}$$

4 Modelagem Matemática

4.1 Programação Independente de Contratos Bilaterais

A calendarização de contratos bilaterais significa, de acordo com Palamarchuk (2007) significar definir a quantidade de energia a ser entregue à cada parceiro de contrato a cada intervalo t dentro do período acordado. As partes, neste caso, são a *generation company* (GC) e a compradora de energia é a *electricity supply company* (ESC). As notações GC e ESC serão utilizadas no decorrer das análises.

No caso em que ESC programa $x^t, t = T_1, T_N$ independentemente de GC, com o objetivo de maximizar o valor esperado para o lucro S_1 , temos:

$$\max S_1 = E\left\{ \sum_{t=T_1}^{T_N} [p_d^t (x_k^t + x_s^t) - \tilde{p}_s^t x_s^t + \tilde{p}_s^t x_{ss}^t] - J \right\}$$

Sujeito às restrições, respectivamente de: volume total de contrato, vendas para consumidores finais, quantidade de entregas do contrato em intervalos, compra de eletricidade no mercado *spot*, vendas para o mercado *spot*, não-negatividade das variáveis:

$$\sum_{t=T_1}^{T_N} (x_k^t + x_{ss}^t) = V \quad (1)$$

$$x_k^t + x_s^t = x_d^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (2)$$

$$x_{min}^t \leq x_k^t + x_{ss}^t \leq x_{max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (3)$$

$$x_s^t \leq x_{s\ max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (4)$$

$$x_{ss}^t \leq x_{ss\ max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (5)$$

$$x_k^t \geq 0, x_s^t \geq 0, x_{ss}^t \geq 0, t = T_1, \dots, T_N \quad (6)$$

No caso deste contrato em específico, o valor do contrato (J) é considerado constante. Com isso, pode-se considerar que o valor esperado da Receita de ESC pode ser considerado como função objetivo. Portanto, tem-se que a receita é dada por:

$$R_1 = E\{\sum_{t=T_1}^{T N} [p_d^t (x_k^t + x_s^t) - \tilde{p}_s^t x_s^t + \tilde{p}_s^t x_{ss}^t]\}$$

Analogamente ao caso de ESC, se GC entrega $x^t, t = T_1, T_N$ no contrato bilateral, independente a ESC, o máximo lucro esperado S_2 é dado por:

$$\max S_2 = E\left\{\sum_{t=T_1}^{T N} [\tilde{p}_s^t x_{gss}^t - \tilde{p}_s^t x_{gs}^t - C^t(x_c^t + x_{gss}^t)] - J\right\}$$

Sujeito, respectivamente às restrições de volume total do contrato, geração de energia a cada intervalo, quantidade de entregas no contrato bilateral em certos intervalos, compra de energia no mercado *spot*, venda ao mercado *spot* e não-negatividade das variáveis. Matematicamente, temos:

$$\sum_{t=T_1}^{T N} (x_c^t + x_{gs}^t) = V \quad (7)$$

$$x_{g \min}^t \leq x_c^t + x_{gss}^t \leq x_{g \max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (8)$$

$$x_{\min}^t \leq x_c^t + x_{gs}^t \leq x_{\max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (9)$$

$$x_{gs}^t \leq x_{gs \max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (10)$$

$$x_{gss}^t \leq x_{gss \max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (11)$$

$$x_c^t \geq 0, x_{gs}^t \geq 0, x_{gss}^t \geq 0, t = T_1, \dots, T_N \quad (12)$$

Conforme foi feito no caso de ESC, também pode-se considerar a receita de GC como função objetivo, já que o valor do contrato é considerado constante. Obtem-se:

$$R_2 = E\left\{\sum_{t=T_1}^{T N} [\tilde{p}_s^t x_{gss}^t - \tilde{p}_s^t x_{gs}^t - C^t(x_c^t + x_{gss}^t)]\right\}$$

No caso da programação independente, porém, o valor e o volume do contrato são tratados separadamente, e cada uma das partes apenas visa a maior parte do lucro para si, ou seja, não há concessões relativas iguais para os dois. A solução mais justa seria, portanto, a solução da programação compromissada.

4.2 Programação Compromissada

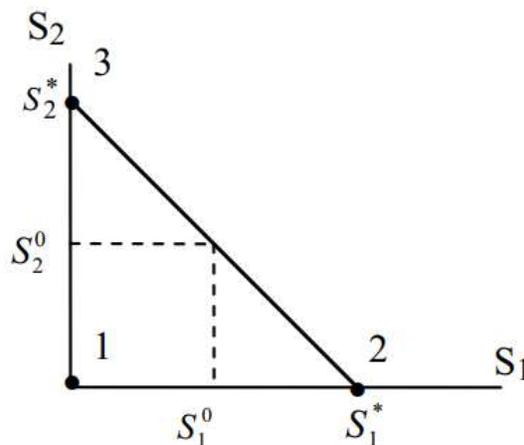
O maior problema que surge com a aplicação da programação é independente é que, apesar de relativamente mais simples, a solução encontrada não necessariamente é a melhor para as duas partes do contrato. Não é um “ganha-ganha”. Para obter-se uma solução em que haja iguais concessões do lucro por ambas as partes, deve-se usar a programação comprometida.

A negociação entre as partes GC e ESC pode ser representada por um jogo cooperativo com dois jogadores. Com a cooperação dos dois *players* espera-se obter combinações de J e V para que ambos tenham lucro. O equilíbrio de Nash é obtido quando: (PALAMARCHUK, 2007)

$$J^0 = 1/2(R_1^* + |R_2^*|)$$

Para obter-se este equilíbrio, assume-se que ambas as partes do contrato bilateral concordam em manter a outra parte informada de suas curvas de proposta e oferta, ou seja, ambos devem concordar em compartilhar informações em relação às suas curvas de oferta e de propostas. Há, ainda, o argumento de que o único ponto Nash, seria $S_1^0 = S_1^*/2$, $S_2^0 = S_2^*/2$. Os pontos S_1^0 e S_2^0 podem ser vistos graficamente na Figura 4.

Figura 4 – Conjunto de possíveis valores para o lucro



Fonte: Palamachurk, 2007.

No caso da programação compromissada, portanto, as receitas de ESC e de BC seriam, respectivamente (PALAMACHURK, 2007):

$$R_1^0 = E\left\{ \sum_{t=T_1}^{TN} [p_d^t (x_k^{t0} + x_s^{t0}) - \tilde{p}_s^t x_s^{t0} + \tilde{p}_s^t x_{ss}^{t0}] \right\}$$

$$R_2^0 = E\left\{ \sum_{t=T_1}^{TN} [\tilde{p}_s^t x_{gss}^{t0} - \tilde{p}_s^t x_{gs}^{t0} - C^t (x_c^t + x_{gss}^{t0})] \right\}$$

As concessões relativas são, portanto:

$$\Delta S_1^0 = 1/S_1^* [S_1^* - (R_1^0 - J^0)]$$

$$\Delta S_2^0 = 1/S_2^* [S_2^* - (J^0 - |R_2^0|)]$$

Para se atingir o equilíbrio de Nash, as concessões relativas acima têm que ser iguais, representadas neste trabalho por k .

Deste modo, a função objetivo passa a ser:

$$\min k$$

O que significa minimizar a concessão. Além disso é sujeito às restrições, respectivamente, de igualdade das relativas reduções no lucro (concessões relativas), pontos do conjunto mútuo (região de negociação), volume total do contrato, venda aos consumidores finais, geração de energia a cada intervalo, quantidade de entregas de acordo com o intervalo, compra de eletricidade no mercado *spot* (PALAMACHURK, 2007).

$$\{S_1^* - E\{\sum_{t=T_1}^{TN} [p_d^t (x_k^t + x_s^t) - \tilde{p}_s^t x_s^t + \tilde{p}_s^t x_{ss}^t]\} + 1/2(R_1^* + |R_2^*|)\} / S_1^* = k$$

$$\{S_1^* - E\{\sum_{t=T_1}^{TN} [p_d^t (x_k^t + x_s^t) - \tilde{p}_s^t x_s^t + \tilde{p}_s^t x_{ss}^t]\} + 1/2(R_1^* + |R_2^*|)\} / S_1^* = k \quad (13)$$

$$E\{\sum_{t=T_1}^{TN} [p_d^t (x_k^t + x_s^t) - \tilde{p}_s^t x_s^t + \tilde{p}_s^t x_{ss}^t]\} \geq |E\{\sum_{t=T_1}^{TN} [\tilde{p}_s^t x_{gss}^t - \tilde{p}_s^t x_{gs}^t - C^t (x_c^t + x_{gss}^t)]\}| \quad (14)$$

$$\sum_{t=T_1}^{TN} (x_k^t + x_{ss}^t) = V \quad (15)$$

$$x_k^t + x_s^t = x_d^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (16)$$

$$x_g^{t \min} \leq x_c^t + x_{gss}^t \leq x_g^{t \max}, t = T_1, \dots, T_N \quad (17)$$

$$x_k^t + x_{ss}^t = x_c^t + x_{gs}^t, t = T_1, \dots, T_N$$

$$x_{\min}^t \leq x_k^t + x_{ss}^t \leq x_{\max}^t, t = T_1, \dots, T_N \quad (18)$$

$$x_s^t \leq x_s^t \text{ máx}, t = T_1, \dots, T_N$$

$$x_{gs}^t \leq x_{gs}^t \text{ máx}, t = T_1, \dots, T_N \tag{19}$$

$$x_{ss}^t \leq x_{ss}^t \text{ máx}, t = T_1, \dots, T_N$$

$$x_{gss}^t \leq x_{gss}^t \text{ máx}, t = T_1, \dots, T_N \tag{20}$$

$$x_c^t \geq 0, x_{gs}^t \geq 0, x_{gss}^t \geq 0, x_k^t \geq 0, x_s^t \geq 0, x_{ss}^t \geq 0, k \geq 0, t = T_1, \dots, T_N \tag{21}$$

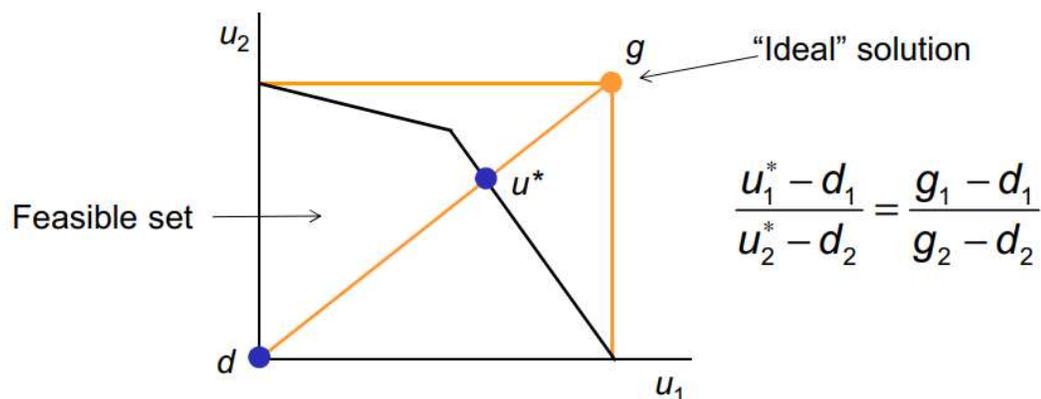
Este problema foi implementado por Palamarchuk (2007) e Toledo (2017) para a solução do Equilíbrio de Nash. Este trabalho estenderá esta implantação para obter todas as soluções do problema de barganha de Raiffa Kalai Smorodinsky.

4.3 Solução de Barganha de Raiffa Kalai Smorodinsky (SBRKS)

Além da solução de barganha de Nash, para a programação compromissada aplicada por Palamachurk (2007) e com a adição da restrição de Toledo (2017) para que o valor do contrato virasse restrição e assim pudessem ser obtidas múltiplas soluções, Barbosa (2017) aplica no mesmo problema a solução de barganha de Kalai Smorodinsky.

Para aplicação da SBRKS, algumas mudanças na função objetivo e nas restrições terão de ser implementadas. O equilíbrio de Raiffa-Kalai-Smorodinsky necessita que a fração de receita a serem ganhos pelos jogadores tem que ser igual. Portanto, cada jogador receberá uma fração igual ao ganho da sua utilidade. A figura 5 ilustra este conceito.

Figura 5 – Solução Raiffa-Kalai-Smorodinsky



Fonte: Hooker, 2014.

Ao normalizar-se a origem, e ao usar a notação deste projeto temos, portanto, $(d_1, d_2) = (0,0)$ e $(g_1, g_2) = (S_1^*, S_2^*)$ e $(u_1^*, u_2^*) = (R_1^*, R_2^*)$

A Solução de Barganha de Kalai Smorodinsky muda, portanto, a função objetivo. Em vez de calcular-se a menor concessão (min k), a SBKS irá maximizar as receitas de ambas as partes conjuntamente, como descrito abaixo (BARBOSA, 2017):

$$\max (R_1^* + R_2^*)$$

Sujeito às restrições (13)-(23), restrições da solução de barganha de Nash de Palamachurk (2007) e Toledo (2017), e à restrição proposta por Barbosa (2017):

$$\frac{u_1^*}{u_2^*} = \frac{S_1^*}{S_2^*} \quad (22)$$

Com a implantação destas mudanças na função objetivo e nas restrições, pode-se implementar a solução para obter o equilíbrio de Raiffa-Kalai-Smorodinsky.

4.4 Modelo para Obtenção de Todas as Possíveis Soluções do SBRKS

A existência de múltiplas soluções no equilíbrio de Nash e de Raiffa-Kalai-Smorodinsky tem sido sugerida por outros trabalhos, mas nunca houve uma busca sistemática sobre o número de soluções e um algoritmo para encontrar todas estas soluções únicas. (CUNHA, 2017; TOLEDO, 2017; BARBOSA, 2017)

Não houve, assim, nenhuma constatação em relação à quantidade de soluções ou melhor, a quantidade de pontos de equilíbrio para cada um dos modelos aplicados. Além disso, são escassos os trabalhos que discorrem sobre o tema.

Após revisão bibliográfica, verificou-se no trabalho de Pozo e Contreras (2011) uma proposta de obter todas as soluções de um equilíbrio de Nash. Os autores, com a adição de restrições em todas as iterações, conseguiram obter todos os equilíbrios do problema por eles tratado.

As restrições de Pozo e Contreras (2011), vêm da adição de pequenos buracos na região viável do modelo. Cada um destes buracos tem como centro o equilíbrio. No caso deste

trabalho, o equilíbrio de Raiffa-Kalai-Smorodinsky. Para cada novo equilíbrio encontrado, uma nova restrição é adicionada na região viável.

$$\sum_{k,t,i,b} (x_{ktib}^e - x_{ktib}^*)^2 + (y_{ktib}^e - y_{ktib}^*)^2 \geq r^2 \quad (25)$$

A equação da restrição (25), nos diz que a distância entre o ponto do novo equilíbrio, ou seja equilíbrio da i -ésima iteração, (x_{ktib}^e, y_{ktib}^e) e o ponto de equilíbrio anterior (x_{ktib}^*, y_{ktib}^*) , ponto de equilíbrio da iteração $i-1$, tem de ser maior do que um raio r , definido como 1.

Como o problema deste trabalho inclui dezoito variáveis, a restrição da adição de buracos na região viável ficou da seguinte maneira:

$$\sum_{t=1}^3 (x_k^{e t} - x_k^{* t})^2 + (x_s^{e t} - x_s^{* t})^2 + (x_{ss}^{e t} - x_{ss}^{* t})^2 + (x_c^{e t} - x_c^{* t})^2 + (x_{gs}^{e t} - x_{gs}^{* t})^2 + (x_{gss}^{e t} - x_{gss}^{* t})^2 \geq r^2 \quad (26)$$

Esta conclusão de número de variáveis, decorre em função do fato de o problema ser dinâmico, ter três períodos ($t = 1, 2, 3$) e do número de variáveis a serem determinadas para cada um destes períodos.

5 Resultados e Discussão

5.1 Inputs do Modelo

Para obtenção de todas as possíveis soluções da solução de barganha de Kalai Smorodinsky, foram utilizados os mesmos valores de *input* usados por Palamarchuk (2007). O modelo utilizado foi o modelo com a restrição descrita na Seção 4.4. O código utilizado para implementação do algoritmo está descrito no Apêndice 3. Os quadros 2 e 3 contêm os dados de input para o modelo respectivamente para ESC e GC.

Quadro 2 – Inputs do modelo para ESC

Intervalos de tempo	t_1			t_2			t_3		
<i>Forecasts</i> de preço feitas pela ESC									
Cenários de preço Spot, \$/MWh	10,0	10,4	10,8	11,0	11,2	11,8	11,0	11,4	11,8
Probabilidades Esperadas	0,1	0,8	0,1	0,3	0,5	0,2	0,2	0,4	0,4
Preço de eletricidade para consumidores finais, \$/MWh	16			16			16		
Restrições para otimização									
Consumo de eletricidade por consumidores finais, MWh	x_d^1			x_d^2			x_d^3		
	9,8			11,4			14,5		
Limites de entrega de eletricidade, MWh	x_{min}^1	x_{max}^1	x_{min}^2	x_{max}^2	x_{min}^3	x_{max}^3			
	8	60	5	68	6	62			

Fonte: Palamachurk, 2010.

Quadro 3 – Inputs do modelo para GC

Intervalos de tempo	t_1			t_2			t_3		
<i>Forecasts</i> de preço feitas pela GC									
Cenários de preço Spot, \$/MWh	10,8	11,2	11,6	11,0	11,6	12,0	11,0	11,8	12,4
Probabilidades Esperadas	0,2	0,6	0,2	0,25	0,5	0,25	0,1	0,6	0,3
Funções de custo de produção, \$	$8,4 + 1,4 x_g^1 + 0,4(x_g^1)^2$			$10,4 + 1,52x_g^2 + 0,44(x_g^2)^2$			$11,2 + 1,4x_g^3 + 0,32(x_g^3)^2$		
Restrições para otimização									
Limites de geração de energia, MWh	$x_{g min}^1$	$x_{g max}^1$	$x_{g min}^2$	$x_{g max}^2$	$x_{g min}^3$	$x_{g max}^3$			
	14	50	15	60	16	65			
Entregas de eletricidade, MWh	15			68			62		

Fonte: Palamachurk, 2010.

5.2 Soluções do modelo SBRKS

Após a aplicação do algoritmo que implementa o modelo SBRKS, com a restrição proposta por Pozo e Contreras, foram obtidas oito soluções. Estas oito soluções foram encontradas com a aplicação de um volume de contrato de 145 *Mwh* e todas têm o mesmo valor para as funções objetivos de cada respectiva iteração.

Além disso, todas as soluções chegaram no mesmo valor de contrato encontrado por Barbosa (2017), de $J = \$1666,36$ e os mesmos valores de concessão (55,01%) e de valores esperados para a receita de GC e ESC ($\$1524,82$ e $\$1807,90$, respectivamente).

O algoritmo, ao chegar na nona iteração, obteve um valor pior para a função objetivo do que as iterações passadas, fato que indica a exaustão das soluções na zona viável, após a abertura dos “buracos”.

Vê-se grande variedade nas soluções encontradas, que trariam cenários totalmente diferentes em termos de alocação de recursos pelas duas partes, apesar de obterem o mesmo valor de contrato. De posse de tais soluções, os tomadores de decisão podem escolher a que adequa-se melhor à realidade da operação.

Após a aplicação do algoritmo com o volume de contrato de 145 *MWh*, diversas simulações foram executadas para comparação entre a quantidade de soluções com a variação do volume. Todas as simulações obtiveram valores iguais aos dos obtidos por Barbosa (2017) em valor de contrato, valor de concessão e os valores esperados de receita de GC e ESC, o que sugerem a validade do algoritmo. Todos os resultados da simulação podem ser vistos nos quadros 4-7:

Quadro 4 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 135 MWh

V = 135						
Solução 1						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	3.37	6.43	4.63	2.66	11.34	5.34
t_2	9.55	1.85	58.45	11.29	3.71	56.71
t_3	12.93	1.57	46.07	15.39	1.01	43.61
Solução 2						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	5.07	4.73	2.93	5.09	8.91	2.91
t_2	1.58	9.82	66.42	4.57	10.43	63.43
t_3	8.01	6.49	50.99	1.76	14.64	57.24
Solução 3						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	7.36	2.44	0.64	2.10	11.90	5.90
t_2	3.13	8.27	64.87	2.84	12.16	65.16
t_3	3.21	11.29	55.79	9.64	6.77	49.36
Solução 4						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	2.39	7.41	5.61	5.42	8.58	2.58
t_2	6.01	5.39	61.99	4.93	10.07	63.07
t_3	9.48	5.02	49.52	14.56	1.84	44.44

Fonte: O autor.

Quadro 5 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 140 MWh

V = 140						
Solução 1						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	2.93	6.87	7.07	4.39	9.61	5.61
t_2	6.32	5.08	61.68	7.49	7.51	60.51
t_3	9.14	5.36	52.86	0.72	15.69	61.28
Solução 2						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	7.59	2.21	2.41	4.25	9.75	5.75
t_2	1.44	9.96	66.56	10.92	4.08	57.08
t_3	3.51	10.99	58.49	10.88	5.52	51.12
Solução 3						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.53	9.27	9.47	2.52	11.48	7.48
t_2	4.75	6.65	63.25	0.60	14.40	67.40
t_3	1.53	12.97	60.47	11.04	5.37	50.96
Solução 4						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.82	8.98	9.18	3.52	10.48	6.48
t_2	8.96	2.44	59.04	3.80	11.20	64.20
t_3	4.85	9.65	57.15	1.98	14.43	60.02
Solução 5						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	4.95	4.85	5.05	3.49	10.51	6.51
t_2	9.25	2.15	58.75	8.82	6.18	59.18
t_3	6.38	8.12	55.62	13.29	3.11	48.71
Solução 6						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	9.30	0.50	0.70	3.77	10.23	6.23
t_2	2.46	8.94	65.54	2.29	12.71	65.71
t_3	2.89	11.61	59.11	0.78	15.62	61.22

Fonte: O autor.

Quadro 6 – Soluções ótimas para o volume de contrato de 145 MWh

V = 145						
Solução 1						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	4.07	5.73	10.93	4.66	9.34	10.34
t_2	4.35	7.05	63.65	2.69	12.31	65.31
t_3	5.76	8.74	56.24	2.50	13.90	59.50
Solução 2						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.99	8.81	14.01	2.12	11.88	12.88
t_2	6.94	4.46	61.06	5.27	9.73	62.73
t_3	2.13	12.37	59.87	3.77	12.63	58.23
Solução 3						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.65	9.15	14.35	1.53	12.47	13.47
t_2	5.54	5.86	62.46	11.02	3.98	56.98
t_3	7.90	6.60	54.10	11.31	5.10	50.69
Solução 4						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.81	8.99	14.19	6.89	7.11	8.11
t_2	7.71	3.69	60.29	9.99	5.01	58.01
t_3	8.38	6.12	53.62	3.42	12.99	58.58
Solução 5						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	5.36	4.44	9.64	4.76	9.24	10.24
t_2	7.29	4.11	60.71	6.58	8.42	61.42
t_3	5.00	9.50	57.00	14.69	1.72	47.31
Solução 6						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	0.25	9.55	10.93	14.85	12.24	13.32
t_2	1.41	9.99	63.65	66.55	0.71	53.66
t_3	11.58	2.92	56.24	50.35	13.01	58.51
Solução 7						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	5.21	4.59	9.79	1.23	12.77	13.77
t_2	9.01	2.39	58.99	11.16	3.84	56.84
t_3	11.51	2.99	50.49	1.77	14.64	60.23
Solução 8						
Intervalo	Valores das Variáveis para ESC			Valores das Variáveis para GC		
	x_k^t	x_s^t	x_{ss}^t	x_c^t	x_{gs}^t	x_{gss}^t
t_1	9.40	0.40	33.53	0.17	34.31	42.76
t_2	0.06	11.34	55.05	0.03	14.97	55.08
t_3	14.49	0.01	32.47	16.02	0.05	30.93

Fonte: O autor.

Percebe-se que há grande variabilidade entre a quantidade de soluções pelo modelo encontradas a se variar os volumes de contrato. O volume de contrato que traz a maior flexibilidade em termos de quantidade de soluções é o volume de 145 *MWh*. O quadro abaixo sumariza a quantidade de soluções encontradas por volume.

Quadro 7 – Comparação entre quantidade de soluções ótimas

Volume de Contrato, <i>MWh</i>	Soluções Ótimas
135	4
140	6
145	8

Fonte: O autor.

Algumas considerações relevantes podem ser feitas a respeito da multiplicidade de soluções do problema. Conforme citado no trabalho, o mercado *spot* tem preços de alta volatilidade. Quando *decision-makers* têm algumas opções a serem negociadas, há maior flexibilidade para mitigação de risco.

Algumas das soluções encontradas, têm grande variação de produção de energia entre os três intervalos. Como grande parte da matriz energética do Brasil depende de hidrelétricas, poderia ser uma decisão inteligente para um tomador de decisão da GC, escolher uma das soluções na qual tenha-se menor necessidade de produção de energia num período em que há previsão de estiagem.

Ao tomarmos como exemplo a solução 8, do caso em que $V = 145 \text{ MWh}$, há uma quantidade bem menor de energia produzida pela GC nos períodos 1 e 2 (x_c^1, x_c^2). Se nestes períodos GC considerar que há possibilidade de choque de produção, causada por algum tipo de estiagem, seria uma opção válida a ser considerada.

Analogamente, o *decision-maker* de ESC poderá avaliar se há alguma probabilidade de choque de demanda, seja por aumento ou redução, nos períodos do contrato e selecionar uma das soluções que seja benéfica para os cenários esperados. Se houver alta probabilidade de choque de demanda no período 3, a solução 8 seria ideal, já que x_k^3 tem o valor mais alto. Ao garantir que maior parte do volume de eletricidade seja fornecido via contrato bilateral, ESC vê-se protegido contra os altamente voláteis preços do mercado *spot*.

6 Conclusão

Pode-se dizer que os objetivos deste trabalho foram atingidos com êxito. Todas as soluções, afinal, foram encontradas para o modelo de Kalai Smorodinsky, além de o impacto da variação do volume ser aferido. A quantidade de soluções encontrada foram 8, que dão o mesmo valor de contrato obtido por Barbosa (2017) e têm o mesmo valor para a função objetivo e concessão relativa (55,01%).

Foram feitas, também, simulações com diferentes volumes de contrato (135, 140 e 145 *MWh*), e obtiveram-se diferentes quantidade de soluções a se variar o volume. O volume de contrato que proporcionou maior quantidade de soluções, porém, foi o volume de 145 *MWh*.

A obtenção de múltiplas soluções em modelos de otimização como os apresentados tem grande importância, pois quando trata-se de eletricidade, geralmente vultuosas somas são investidas e a menor diferença surte grandes efeitos nas partes afetadas pelo contrato bilateral de energia.

Alguns exemplos foram citados no decorrer do trabalho, como em casos de choque de demanda para a ESC ou em casos de choque de produção, para GC. Em ambos os casos, aliada à análise de cenários dos tomadores de decisão de cada um dos jogadores, pode-se tomar decisões melhores em relação aos cenários esperados, o que tornaria o contrato bilateral uma ferramenta ainda melhor para mitigação de riscos.

Além disso, não há previsão para uma redução na volatilidade dos preços no mercado *spot*, fato que torna os contratos bilaterais contemporâneos à qualquer realidade, e a utilização deve ser ainda maior com as perspectivas de crescimento de demanda por eletricidade no mundo, seja por utilização da população em geral, seja por novas tecnologias, como as cripto-moedas, que têm grande demanda por energia.

Apesar de o método de criação de “buracos” na zona viável ter sido aplicado no modelo da solução de barganha de Kalai-Smorodinsky, sugere-se a aplicação ao modelo de Nash, para comparação entre os dois. Qual, afinal, teria a maior quantidade de soluções e quão diferentes estas soluções seriam? São perguntas interessantes a serem respondidas por futuros trabalhos.

Ademais, pode-se pesquisar diferentes tipos de contratos derivativos existentes e compará-los ao modelo de contrato bilateral, para verificar se o contrato bilateral é de

fato o melhor instrumento de *hedging* de preços de eletricidade e de probabilidade de falta de energia.

Referências Bibliográficas

ANDERSON, Edward J. ; HU, Xinmin. Forward Contracts in Electricity Markets: the Australian Experience. **Energy Policy, Elsevier** , [S.l.], p. 1-16, jan. 2007.

BARBOSA, Matheus. **A SOLUÇÃO DE BARGANHA DE KALAISMORODINSKY APLICADA À NEGOCIAÇÃO DE CONTRATOS BILATERAIS NO MERCADO LIVRE DE ELETRICIDADE** . 2017. 1-116 p. Projeto de Graduação (Engenharia de Produção)- Faculdade de Tecnologia, Brasília, 2017.

BESSEMBINDER, HENDRIK ; LEMON, MICHAEL L. Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets. **The Journal of Finance** , [S.l.], v. LVII, n. 3, p. 1347-1382, jun. 2002.

BORENSTEIN, Severin. The Trouble With Electricity Markets and California's Electricity Restructuring Disaster. **POWER Working Paper** , [S.l.], p. 1-25, jan. 2001.

CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. **Construindo um mercado inteligente de energia elétrica no Brasil**, 2012.

CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. **Panorama e perspectivas da comercialização de energia elétrica**. VIII Conferência do Setor Elétrico/Saneamento – Santander. Mar. 2016. Disponível em <<https://pt.slideshare.net/CCEEOficial/panorama-e-perspectivas-da-comercializacao-de-energia-eltrica>>

CUNHA, V. A. D. **Programação dinâmica aplicada à negociação de contratos bilaterais no mercado de eletricidade**. Universidade de Brasília, Brasília, Julho, 2017

GIL, Antonio Carlos. Como classificar pesquisas com base em seus objetivos?. In: GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos De Pesquisas** . São Paulo: Atlas S.A., 2002. p. 42-60.

DA SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estera Muskat . Metodologia de Pesquisa e Elaboração de Dissertação. **Metodologia de Pesquisa e Elaboração de Dissertação** , Florianópolis, p. 20-30, jan. 2015.

GLACHANT, Jean-Michel; RUESTER, Sophia. The EU Internal Electricity Market: Done Forever?. **Utilities Policies, Elsevier** , [S.l.], p. 1-10, jan. 2014.

GOMES, João Paulo Pombeiro; VIEIRA, Marcelo Milano Falcão. O campo da energia elétrica no Brasil de 1880 a 2002. **Revista de Administração Pública** , Rio de Janeiro, p. 295-321, abr. 2009.

HILLIER, F. S; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. 9th ed. New York: McGraw-Hill, 2013.

KALAI, E.; SMORODINSKY, M. **Other Solutions to Nash's Bargaining Problem**. *Econometrica*, v. 43, 1975, p. 513-518.

LEITE, André Luis da Silva ; DE CASTRO, Nivalde José ; TIMPONI, Raul Ramos . Causas da volatilidade do preço spot de eletricidade no Brasil. **Ensaio FEE** , Porto Alegre, p. 647-688, dez. 2013.

MORIGGI, Bruno. **Evolução institucional e inovações recentes do setor de energia elétrica brasileiro: dilemas da regulação** . 2017. 100 p. Dissertação (Mestrado em Economia)-UNESP/Araraquara, Araraquara, 2018.

NASH, J. F. **Equilibrium Points in N-Person Games**. Princeton University, 1950a.

NASH, J. F. **Non-Cooperative Games**. *Annals of Mathematics*, pp. 286-295, 1951.

NASH, J. F. **The Bargaining Problem**. *Econometrica*, p. 155-162, 1950b.

NASH, J. F. **Two-person Cooperative Games**. *Econometrica*. P. 128-140, 1953.

O'DWYER, Karl J. ; MALONE, David. Bitcoin Mining and its Energy Footprint. **ISSC** , Limerick, p. 26-27, jun. 2014.

PALAMARCHUK, S. I. **Bilateral contracts for electricity delivery: scheduling and arrangement**. Proceedings 2007 IEEE Lausanne Power Tech, Lausanne, p. 843-848, 2007.

PALAMARCHUK, S. I. **Compromise Scheduling of the Bilateral Contracts in the Electricity Market Environment**. In: SOROKIN, A.; REBENNACK, S.; PARDALOS, P. M.; ILIADIS, N. A.; PEREIRA, M. V. F. *Handbook of Networks in Power Systems I*. 1. Ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012. Cap. 9, p. 241-279.

PALAMARCHUK, S. I. **Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling**. *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 4, n. 2, 2010, p. 211-220.

PALAMARCHUK, S. I. **Forward contracts for electricity and their correlation with spot markets**. Proceedings 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference, Bologna, 2003.

PATIL, Sanjay; MANKAR, Archana. Research Methodology: For Beginners. **ISSN** , [S.l.], p. 1-5, jan. 2016.

POZO, David ; CONTRERAS, Javier. Finding Multiple Nash Equilibria in Pool-Based Markets: A Stochastic EPEC Approach. **IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS** , [S.l.], p. 1744-1752, ago. 2011.

RASMUSEN, Eric. Nash Equilibrium. In: RASMUSEN, Eric. **Games and Information An Introduction to Game Theory** . [S.l.: s.n.], 2006. p. 26-32.

TOLEDO, F. S. **Otimização matemática e teoria dos jogos aplicadas à programação da comercialização de energia mediante contratos bilaterais e o mercado spot**. Universidade de Brasília, Brasília, Julho, 2017

TOLMASQUIM, Mauricio Tiomino. Perspectivas e planejamento do setor energético no Brasil. **Estudos Avançados** , [S.l.], p. 249-255, jan. 2012.

ZIEL, Florian; STEINERT, Rick ; HUSMANN, Sven. Efficient Modeling and Forecasting of Electricity Spot Prices. **Energy Economics, Elsevier** , [S.l.], p. 1-30, out. 2014.

Apêndices

Os códigos apresentados a seguir foram os utilizados no software MATLAB para a obtenção dos resultados expostos e discutidos nos Seção 5.

Apêndice 1 – Código utilizado para a programação independente realizada pelo distribuidor

```
% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type I
rng(5)
clc;
clear all;

% Number of time intervals in the contract period
N = 3;

% Number of the contract states set for the FRF construction
n = 3;

% Number of discrete levels set for random spot market price presentation
m = 3;

% Total amount of electricity received by ESC (Electricity Supply Company)
% under BC (Bilateral Contract) during contract period, MWh
V = 145;

%% ESC Optimization

% Amounts of electricity delivered under the BC by the beginning of
% interval t, $/MWh (Contract states)
xtDD = [0 0 0; 60 90 100; 90 125 140];

% Spot price forecasts made by ESC
% spot price scenarios, $/MWh
ptsj = [10.0 10.4 10.8; 11.0 11.2 11.8; 11.0 11.4 11.8];
% expected probabilities
csitj = [0.1 0.8 0.1; 0.3 0.5 0.2; 0.2 0.4 0.4];
```

```

% electricity price for end consumers, $/MWh
ptd = [16; 16; 16];

% Constraints for optimisation problem
% electricity consumption by end consumers, MWh
xtd = [9.8; 11.4; 14.5];
% limits on electricity deliveries under BC, MWh
xtminmax = [8 60; 5 68; 6 62];

[xESC, zmaxESC, FRFcoef] = contractTypeIESC(N, n, m, V, xtDD, ptsj, csitj, ptd, xtd, xtminmax)

%% GC Optimization
% Spot price forecasts made by GC
% spot price scenarios, $/MWh
ptsgj = [10.8 11.2 11.6; 11.0 11.6 12.0; 11.0 11.8 12.4];
% expected probabilities
csitj = [0.2 0.6 0.2; 0.25 0.5 0.25; 0.1 0.6 0.3];

% production cost functions ([constant xg xg^2]), $
ct = [8.4 1.4 0.4; 10.4 1.52 0.44; 11.2 1.4 0.32];

% Constraints for optimisation problem
% electricity generation limits, MWh
xtgminmax = [14 50; 15 60; 16 65];
deliveries_xESC = xESC(:,1)+xESC(:,3)

[xGC, zmaxGC] = contractTypeIGC(N, m, ptsgj, csitj, ct, xtgminmax, deliveries_xESC)

sum_xGC = sum(xGC(:,[1 3]),2)



---


% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type I - ESC side

function [solution, zmax, FRFcoef] = contractTypeIESC(N, n, m, V, xtDD, ptsj, csitj, ptd, xtd, xtminmax)
x_ESC = [9.8 0 5.2; 11.4 0 56.6; 14.5 0 47.5]; %janiele
rng(5)
R = rand()*xtd; %janiele

%% Backward Procedure - First Iteration
opts = optimset('Display','off');
FRFpoints = zeros(N,n);
FRFcoef = zeros(N-1,2); % linear approximation

% x = [xtk xts xtss].

% Objective function f.
% f(1) = xtk
% f(2) = xts
% f(3) = xtss
temp = 0;
for i=1:m
    temp = temp + ptsj(N,i)*csitj(N,i)
end

f = [ptd(N) (ptd(N)-temp) temp];
f = -f;

```

```

% Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
% constraint (5) - (6)
A = [1 0 1; -1 0 -1; -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1];
b = [xtminmax(N,2) -xtminmax(N,1) 0 0 0]';

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
% constraints (4) and (14)
Aeq = [1 1 0; 1 0 1];

for i=1:n
    beq = [xtd(N) (V - xtDD(N,i))];
    x = linprog(f,A,b,Aeq,beq) %,[],[],[], opts);
    FRFpoints(N,i) = -f*x
end

% Calculate the linear approximation of the FRF using least square
f = fitype('poly1');
fit1 = fit(xtDD(N,:),FRFpoints(N,:)',f)
FRFcoef(N-1,1) = fit1.p2
FRFcoef(N-1,2) = fit1.p1

%% Backward Procedure - Next Iterations

% x = [xtk xts xtss xt+1,N].

for j=N-1:-1:1
    % Objective function f.
    % f(1) = xtk
    % f(2) = xts
    % f(3) = xtss
    % f(4) = xt+1,N
    temp = 0;
    for i=1:m
        temp = temp + ptsj(j,i)*csitj(j,i);
    end

    f = [ptd(j) (ptd(j)-temp) temp -FRFcoef(j,2)];
    f = -f;

    % Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
    % constraint (5), (6) and (17)
    A = [ 1 0 1 0; -1 0 -1 0; ... % (5)
          0 0 0 1; 0 0 0 -1; ... % (17)
          -1 0 0 0; 0 -1 0 0; 0 0 -1 0]; % (6)
    b = [xtminmax(j,2) -xtminmax(j,1) ... % (5)
          sum(xtminmax(j+1:N,2)) -sum(xtminmax(j+1:N,1)) ... % (17)
          0 0 0]'; % (6)

    % Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
    % constraints (4) and (16)
    Aeq = [1 1 0 0; 1 0 1 1];

    for i=1:n
        beq = [xtd(j) (V - xtDD(j,i))];
        x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)%,[],[],[], opts);
        FRFpoints(j,i) = -f*x + FRFcoef(j,1) + FRFcoef(j,2)*V
    end
end

```

```

if j>=2
    % Calculate the linear approximation of the FRF using least square
    f = fitype('poly1');
    fit1 = fit(xtDD(j,:),FRFpoints(j,:),f);
    FRFcoef(j-1,1) = fit1.p2;
    FRFcoef(j-1,2) = fit1.p1;
end
end

%FRFcoef = [1783.076 -11.48;1730.14 -11.48]; %janiele

%% Forward Procedure

solution = zeros(N,4);
zmax = 0;

for j=1:N-1
    % Objective function f.
    % f(1) = xtk
    % f(2) = xts
    % f(3) = xtss
    % f(4) = xt,N
    temp = 0;
    for i=1:m
        temp = temp + ptsj(j,i)*csitj(j,i);
    end

    f = [ptd(j) (ptd(j)-temp) temp -FRFcoef(j,2)];
    f = -f;

    % Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
    % constraint (5), (20) and (6)
    A = [1 0 1 0; -1 0 -1 0; ... % (5)
         0 0 0 1; 0 0 0 -1; ... % (20)
         -1 0 0 0; 0 -1 0 0; 0 0 -1 0]; % (6)
    b = [xtminmax(j,2) -xtminmax(j,1) ... % (5)
         sum(xtminmax(j+1:N,2)) -sum(xtminmax(j+1:N,1)) ... % (20)
         0 0 0]; % (6)

    % Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
    % constraints (4) and (19)
    Aeq = [1 1 0 0; 1 0 1 1];

    if j == 1
        beq = [xtd(j) V]';
    else
        beq = [xtd(j) (V - sum(solution(1:j-1,1)) - sum(solution(1:j-1,3)))]' ;
    end

    x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)%,[,],[,], opts);

    % x(1:3,:) = [R(j); xtd(j)- R(j); sum(x([1 3],:))-R(j)]; %changed by Janiele

    solution(j,:) = x'
    zmax = zmax -f*x + f(4)*x(4);
end
temp
teste = ptsj.*csitj

```

```

sum(teste,2)
% Objective function f.
% f(1) = xtk
% f(2) = xts
% f(3) = xtss
temp = 0;
for i=1:m
    temp = temp + ptsj(N,i)*csitj(N,i)
end

f = [ptd(N) (ptd(N)-temp) temp];
f = -f;

% Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
% constraint (5) and (6)
A = [1 0 1; -1 0 -1; ... % (5)
     -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]; % (6)
b = [xtminmax(N,2) -xtminmax(N,1) ... % (5)
     0 0 0]'; % (6)

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
% constraints (4) and (19)
Aeq = [1 1 0; 1 0 1];
beq = [xtd(N) (V - sum(solution(1:N-1,1)) - sum(solution(1:N-1,3)))];

x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)%,[],[],[], opts);
% x(1:3,:) = [R(N); xtd(N)- R(N); sum(x([1 3],:))-R(N)]; %janiele

solution(N,:) = [x' 0]
% solution(N,1:3) = x_ESC(N,:); %janiele
% x = solution(3,1:3)' %janiele

zmax = zmax -f*x



---


% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type I - GC side

function [solution, zmax] = contractTypeIGC(N, m, ptsj, csitj, ct, xtgminmax, deliveries_xESC)
opts = optimset('Display','off');
solution = zeros(N,3);
zmax = 0;
x_GC = [9.5 5.5 4.5; 15.0 53 0; 16.41 45.59 0];
rng(5)

for l=1:N
    % x = [xtc xtgs xtgs]'.

    % Objective function z(x) = (1/2)*x'*H*x + f*x.
    % H represents the quadratic expression and f the linear
    H = 2*[-ct(l,3) 0 -ct(l,3); 0 0 0; -ct(l,3) 0 -ct(l,3)];
    H = -H;

    temp = 0;
    for i=1:m
        temp = temp + ptsj(l,i)*csitj(l,i);
    end
end

```

```

f = [-ct(1,2) -temp (temp-ct(1,2))];
f = -f;

% Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
% constraint (9) and (11)
A = [1 0 1; -1 0 -1; -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1];
b = [xtgminmax(1,2) -xtgminmax(1,1) 0 0 0]';

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
% constraints (10)
Aeq = [1 1 0];
beq = deliveries_xESC(l);

% opts = optimset('Algorithm','Interior-point-convex','Display','off');
% x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,[],[],[],opts);
x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq)%,[],[],[], opts);

%S2 = sum(x([1 3],:));
%R2 = rand()*S2;
%x = [R2; sum_xESC(l) - R2; S2 - R2];
%x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq);
solution(l,:) = x'

zmax = zmax - ((1/2)*x'*H*x + f*x) - ct(1,1);

end

```

Apêndice 2 – Código utilizado para a programação independente realizada pelo produtor

```
% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type II

clc;
clear all;

% Number of time intervals in the contract period
N = 3;

% Number of the contract states set for the FRF construction
n = 3;

% Number of discrete levels set for random spot market price presentation
m = 3;

% Total amount of electricity received by ESC (Electricity Supply Company)
% under BC (Bilateral Contract) during contract period, MWh
V = 145;

% Amounts of electricity delivered under the BC by the beginning of interval
%t, $/MWh (Contract states)
xtDD = [0 0 0; 60 90 100; 90 125 138];

% Spot price forecasts made by GC
% spot price scenarios, $/MWh
ptsj = [10.8 11.2 11.6; 11.0 11.6 12.0; 11.0 11.8 12.4];
% expected probabilities
csitj = [0.2 0.6 0.2; 0.25 0.5 0.25; 0.1 0.6 0.3];
% production cost functions ([constant xg xg^2]), $
ct = [8.4 1.4 0.4; 10.4 1.52 0.44; 11.2 1.4 0.32];

% electricity price for end consumers, $/MWh
ptd = [16; 16; 16];

% Constraints for optimization problem
% electricity consumption by end consumers, MWh
xtd = [9.8; 11.4; 14.5];

% Constraints for optimization problem
% electricity generation limits, MWh
xtgminmax = [14 50; 15 60; 16 65];

% limits on electricity deliveries under BC, MWh
xtminmax = [8 60; 5 68; 6 62];

[xGC, zmaxGC, FRFcoef] = contractTypeIIGC(N, n, m, V, xtDD, ptsj, csitj, ct, xtgminmax, xtminmax)

% Spot price forecasts made by ESC
% spot price scenarios, $/MWh
ptsj = [10.0 10.4 10.8; 11.0 11.2 11.8; 11.0 11.4 11.9];
% expected probabilities
csitj = [0.1 0.8 0.1; 0.3 0.5 0.2; 0.2 0.4 0.4];
[xESC, zmaxESC] = contractTypeIIESC(N, m, ptsj, csitj, ptd, xtd, xtminmax, xGC(:,1)+xGC(:,2))
```

```

% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type II - GC side

function [solution, zmax, FRFcoef] = contractTypeIIGC(N, n, m, V, xtDD, ptsj, csitj, ct, xtgminmax, xtminmax)

%% Backward Procedure - First Iteration

FRFpoints = zeros(N,n);
FRFcoef = zeros(N-1,2); % linear approximation

% x = [xtc xtgs xtgs]'.

% Objective function z(x) = (1/2)*x'*H*x + f*x.
% H represents the quadratic expression and f the linear
H = 2*[-ct(N,3) 0 -ct(N,3); 0 0 0; -ct(N,3) 0 -ct(N,3)];
H = -H;

temp = 0;
for i=1:m
    temp = temp + ptsj(N,i)*csitj(N,i);
end

f = [-ct(N,2) -temp (temp-ct(N,2))];
f = -f;

% Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
% constraint (9), (25) and (11)
A = [ 1 0 1; -1 0 -1; ... % (9)
      1 1 0; -1 -1 0; ... % (25)
      -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]; % (11)
b = [xtgminmax(N,2) -xtgminmax(N,1) ... % (9)
     xtminmax(N,2) -xtminmax(N,1) ... % (25)
     0 0 0]; % (11)

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
% constraints (24)
Aeq = [1 1 0];

opts = optimset('Algorithm','Interior-point-convex','Display','off');

for i=1:n
    beq = V - xtDD(N,i); % (24)

    x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,[],[],[],opts);

    FRFpoints(N,i) = -((1/2)*x'*H*x + f*x) - ct(N,1);
end

% Calculate the linear approximation of the FRF using least square
f = fitype('poly1');
fit1 = fit(xtDD(N,:),FRFpoints(N,:),f);
FRFcoef(N-1,1) = fit1.p2;
FRFcoef(N-1,2) = fit1.p1;

%% Backward Procedure - Next Iterations

```

```

% x = [xtc xtgs xtgss xt+1,N].

opts = optimset('Algorithm','Interior-point-convex','Display','off');

for j=N-1:-1:1

    % Objective function z(x) = (1/2)*x'*H*x + f*x.
    % H represents the quadratic expression and f the linear
    H = 2*[-ct(j,3) 0 -ct(j,3) 0; 0 0 0 0; -ct(j,3) 0 -ct(j,3) 0; 0 0 0 0];
    H = -H;

    temp = 0;
    for i=1:m
        temp = temp + ptsj(j,i)*csitj(j,i);
    end

    f = [-ct(j,2) -temp (temp-ct(j,2)) -FRFcoef(j,2)];
    f = -f;

    % Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)
    % constraint (9), (25), (17) and (11)
    A = [ 1 0 1 0; -1 0 -1 0; ... % (9)
          1 1 0 0; -1 -1 0 0; ... % (25)
          0 0 0 1; 0 0 0 -1; ... % (17)
          -1 0 0 0; 0 -1 0 0; 0 0 -1 0]; % (11)
    b = [xtgminmax(j,2) -xtgminmax(j,1) ... % (9)
          xtminmax(j,2) -xtminmax(j,1) ... % (25)
          sum(xtminmax(j+1:N,2)) -sum(xtminmax(j+1:N,1)) ... % (17)
          0 0 0]; % (11)

    % Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
    % constraints (16 adapted)
    Aeq = [1 1 0 1];

    for i=1:n
        beq = V - xtDD(j,i); % (16 adapted)

        x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,[],[],[],opts);

        FRFpoints(j,i) = - ((1/2)*x'*H*x + f*x) - ct(j,1) + FRFcoef(j,1) + FRFcoef(j,2)*V;
    end

    if j>=2
        % Calculate the linear approximation of the FRF using least square
        f = fitype('poly1');
        fit1 = fit(xtDD(j,:),FRFpoints(j,:),f);
        FRFcoef(j-1,1) = fit1.p2;
        FRFcoef(j-1,2) = fit1.p1;
    end
end

%% Forward Procedure

solution = zeros(N,4);
zmax = 0;

opts = optimset('Algorithm','Interior-point-convex','Display','off');

```

```

for j=1:N-1

% Objective function  $z(x) = (1/2)*x'*H*x + f*x$ .
% H represents the quadratic expression and f the linear
H = 2*[-ct(j,3) 0 -ct(j,3) 0; 0 0 0 0; -ct(j,3) 0 -ct(j,3) 0; 0 0 0 0];
H = -H;

temp = 0;
for i=1:m
    temp = temp + ptsj(j,i)*csitj(j,i);
end

f = [-ct(j,2) -temp (temp-ct(j,2)) -FRFcoef(j,2)];
f = -f;

% Inequality Constraint Matrix A ( $A*x \leq b$ )
% constraint (9), (25), (17) and (11)
A = [ 1 0 1 0; -1 0 -1 0; ... % (9)
      1 1 0 0; -1 -1 0 0; ... % (25)
      0 0 0 1; 0 0 0 -1; ... % (17)
      -1 0 0 0; 0 -1 0 0; 0 0 -1 0]; % (11)
b = [xtgminmax(j,2) -xtgminmax(j,1) ... % (9)
     xtminmax(j,2) -xtminmax(j,1) ... % (25)
     sum(xtminmax(j+1:N,2)) -sum(xtminmax(j+1:N,1)) ... % (17)
     0 0 0]; % (11)

% Equality Constraints Matrix Aeq ( $Aeq*x = beq$ )
% constraints (16 adapted)
Aeq = [1 1 0 1];

if j == 1
    beq = V;
else
    beq = V - sum(solution(1:j-1,1)) - sum(solution(1:j-1,2));
end

x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,[],[],[],opts);
solution(j,:) = x';
%zmax = zmax -f*x + f(4)*x(4);
zmax = zmax - ((1/2)*x'*H*x + f*x) - ct(j,1) + f(4)*x(4);
end

% Objective function  $z(x) = (1/2)*x'*H*x + f*x$ .
% H represents the quadratic expression and f the linear
H = 2*[-ct(N,3) 0 -ct(N,3); 0 0 0; -ct(N,3) 0 -ct(N,3)];
H = -H;

temp = 0;
for i=1:m
    temp = temp + ptsj(N,i)*csitj(N,i);
end

f = [-ct(N,2) -temp (temp-ct(N,2))];
f = -f;

% Inequality Constraint Matrix A ( $A*x \leq b$ )
% constraint (9), (25) and (11)

```

```

A = [ 1 0 1; -1 0 -1; ... % (9)
      1 1 0; -1 -1 0; ... % (25)
      -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]; % (11)
b = [xtgminmax(N,2) -xtgminmax(N,1) ... % (9)
      xminmax(N,2) -xminmax(N,1) ... % (25)
      0 0 0]'; % (11)

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)
% constraints (24)
Aeq = [1 1 0];
beq = V - sum(solution(1:N-1,1)) - sum(solution(1:N-1,2));

x = quadprog(H,f,A,b,Aeq,beq,[],[],[],opts);
solution(N,:) = [x' 0];

zmax = zmax - ((1/2)*x'*H*x + f*x) - ct(N,1);

```

```

% Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling
% Contract Type II - ESC side

```

```

function [solution, zmax] = contractTypeIIESC(N, m, ptsj, csitj, ptd, xtd, xminmax, xt)

```

```

%% Forward Procedure

```

```

solution = zeros(N,3);
zmax = 0;

```

```

for j=1:N

```

```

    % Objective function f.

```

```

    % f(1) = xtk

```

```

    % f(2) = xts

```

```

    % f(3) = xtss

```

```

    temp = 0;

```

```

    for i=1:m

```

```

        temp = temp + ptsj(j,i)*csitj(j,i);

```

```

    end

```

```

f = [ptd(j) (ptd(j)-temp) temp];

```

```

f = -f;

```

```

% Inequality Constraint Matrix A (A*x<=b)

```

```

% constraint (5) and (6)

```

```

A = [1 0 1; -1 0 -1; ... % (5)
      -1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]; % (6)

```

```

b = [xminmax(j,2) -xminmax(j,1) ... % (5)
      0 0 0]'; % (6)

```

```


```

```


```

```

% Equality Constraints Matrix Aeq (Aeq*x=beq)

```

```

% constraints (4) and (10 adapted)

```

```

Aeq = [1 1 0; 1 0 1];

```

```

beq = [xtd(j) xt(j)]';

```

```

x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)

```

```

solution(j,:) = x'

```

```

zmax = zmax -f*x

```

```

end

```

Apêndice 3 – Código utilizado para a obtenção de todas as soluções ótimas

```
%-----  
%-----%  
% This algorithm is based on the paper "Dynamic programming approach to the  
bilateral contract scheduling" by S. Palamarchuk in Feb 2009 %  
% %  
% Last edited by Matheus Barbosa in 09/03/2017  
%  
%-----%  
%-----%  
clc;  
clear all;  
  
% GC - Generation Company  
% Electricity Supply Company  
  
%-----  
  
%Global Variables Declaration  
  
global ptd;  
global mean_spotESC;  
global mean_spotGC;  
global expectedrevenueESC;  
global expectedrevenueGC;  
global i;  
global testei;  
global r;  
global sym_matrix;  
global x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18;  
%-----  
  
% amount of eletricity delivered under BC (V)  
  
V = 145;  
maxProfitESC = 283.1; % According to independent scheduling made by ESC  
maxProfitGC = 266.1; % According to independent scheduling made by GC  
  
%-----  
  
% electricity price for end consumers, $/MWh (ptd) % [see table 1, page 6]  
ptd = [16; 16; 16];  
  
%-----  
  
% Spot price forecasts made by ESC
```

```

% spot price scenarios, $/MWh (ptsjESC) % [see table 1, page 6]
%      |      t1      |      t2      |      t3      |
ptsjESC = [10.0 10.4 10.8; 11.0 11.2 11.8; 11.0 11.4 11.8];

% expected probabilities (csitjESC) % [see table 1, page 6]
%      |      t1      |      t2      |      t3      |
csitjESC = [0.1 0.8 0.1; 0.3 0.5 0.2; 0.2 0.4 0.4];

mean_spotESC = sum(ptsjESC.*csitjESC,2);
% this will do the element-wise multiplication and then return a column
% matrix with the sum of each line
%i.e.:      t1 = (10.0*0.1 + 10.4*0.8 + 10.8*0.1) = 10.4

% Spot price forecasts made by GC, $/MWh (ptsjGC) % [see table 4, page 7]

%      |      t1      |      t2      |      t3      |
ptsjGC = [10.8 11.2 11.6; 11.0 11.6 12.0; 11.0 11.8 12.4];

% expected probabilities (csitjGC) % [see table 4, page 7]

%      |      t1      |      t2      |      t3      |
csitjGC = [0.2 0.6 0.2; 0.25 0.5 0.25; 0.1 0.6 0.3];

% this will do the element-wise multiplication and then return a column
% matrix with the sum of each line
%i.e.:      t1 = (10.8*0.2 + 11.2*0.6 + 11.6*0.2) = 11.2

%Vector that represents the expected spot price according to the
%probabilities
mean_spotGC = sum(ptsjGC.*csitjGC,2);

%-----

% electricity consumption by end consumers, MWh (xtd) % [see table 1, page
6]
%      | 9.8|
% xtd=|11.4|
%      |14.5|

xtd = [9.8; 11.4; 14.5];

%-----

% electricity generation limits, MWh (xtgminmax) % [see table 4, page 7]
%      min max
%      |14 50| t1
% xtgminmax=|15 60| t2
%      |16 65| t3
%

xtgminmax = [14 50; 15 60; 16 65];

```

```

%-----
% limits on electricity deliveries under BC, MWh (xtminmax) % [see table
1, page 6]
%           min max
%           | 8 60| t1
% xtminmax=| 5 68| t2
%           | 6 62| t3
%

```

```

xtminmax = [8 60; 5 68; 6 62];

```

```

%-----
%This Matrix contains the LINEAR INEQUALITIES
%The last 18 lines of matrix A is an Identity Matrix automatically
generated by the function eye()

```

```

%           matrix A =

% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 0|
% |1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |-1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0|
% |0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1|

```

```

A = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0; ...

```



```

xtgminmax(2,2);...
xtgminmax(3,2);...
-xtgminmax(1,1);...
-xtgminmax(2,1);...
-xtgminmax(3,1);...
xtminmax(1,2);...
xtminmax(2,2);...
xtminmax(3,2);...
-xtminmax(1,1);...
-xtminmax(2,1);...
-xtminmax(3,1);...
zeros(19,1)];

```

%-----

% Matrix Aeq: LINEAR EQUALITIES

```

Aeq =[ 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;... %(TOTAL
CONTRACT VOLUME - equation 32 - see paper)
      1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;... %(SALES TO
END CONSUMERS t1 - equation 33 - see paper)
      0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;... %(SALES TO
END CONSUMERS t2 - equation 33 - see paper)
      0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;... %(SALES TO
END CONSUMERS t2 - equation 33 - see paper)
      1 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 ;... %(AMOUNT OF
DELIVERIES UNDER CONTRACT AT t1 - equation 35 - see paper)
      0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 ;... %(AMOUNT OF
DELIVERIES UNDER CONTRACT AT t2 - equation 35 - see paper)
      0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 -1 0 0 0 0 0 -1 0 0] ; % (AMOUNT OF
DELIVERIES UNDER CONTRACT AT t3 - equation 35 - see paper)

```

%-----

% matrix beq =

```

% | 145 |
% | 9.8 |
% | 11.4 |
% | 14.5 |
% | 0 |
% | 0 |
% | 0 |

```

```

beq = [V;
      xtd(1);
      xtd(2);
      xtd(3);
      0;
      0;
      0];

```

%-----

```

% V = 145

% Upper Bound

lb = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

% Lower Bound

ub = [V V V V V V V V V V V V V V V V V 2000]; %contract value
shouldn't be higher than max expected reue

r = 1;

x0 = [9.8 11.4 14.5 0 0 0 22.9 56.6 29.8 9.5 15 5.12 4.5 0 11.25 23.2 53
39.18 1493.5];

%for i=1:5
i=1;

%if i<=1
%changes the default max evaluations and max iterations of function fmincon
% fmincon - Nonlinear programming solver (find minimum of constrained
nonlinear multivariable function)
% see
https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html?searchHighlight=fmincon&s\_tid=doc\_srchttitle

fprintf('\n***Solving for Max k*** \n \tCalculating, please wait...');
[x,fval] =
fmincon(@compromiseobjective,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@nonlconpaper_v06);
k = fval;
solutionESC = [x(1) x(4) x(7); x(2) x(5) x(8); x(3) x(6) x(9)];
solutionGC = [x(10) x(16) x(13); x(11) x(17) x(14); x(12) x(18) x(15)];
xmatrix(i,:) = x;

clearvars x
testei(1,:) = xmatrix(1,:);
testei
i=i+1;

%while k <= 0.5608
%changes the default max evaluations and max iterations of function
fmincon
% fmincon - Nonlinear programming solver (find minimum of constrained
nonlinear multivariable function)
% see
https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html?searchHighlight=fmincon&s\_tid=doc\_srchttitle

syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18

constraint_matrix = sym(-(((x1)-testei(i-1,1))^2+((x2)-testei(i-1,2))^2
+((x3)-testei(i-1,3))^2+((x4)-testei(i-1,4))^2+ ...

```

```

        ((x5)-testei(i-1,5))^2+((x6)-testei(i-1,6))^2+((x7)-testei(i-
1,7))^2+((x8)-testei(i-1,8))^2+ ...
        ((x9)-testei(i-1,9))^2+((x10)-testei(i-1,10))^2+((x11)-
testei(i-1,11))^2+((x12)-testei(i-1,12))^2+ ...
        ((x13)-testei(i-1,13))^2+((x14)-testei(i-1,14))^2+((x15)-
testei(i-1,15))^2+((x16)-testei(i-1,16))^2+ ...
        ((x17)-testei(i-1,17))^2+((x18)-testei(i-1,18))^2)) + r^2);

sym_matrix{i-1,1} = (constraint_matrix);

fprintf('\n***Solving for Max k*** \n \tCalculating, please wait...');
[x,fval] =
fmincon(@compromiseobjective,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@nonlconpaper_v06);
solutionESC = [x(1) x(4) x(7); x(2) x(5) x(8); x(3) x(6) x(9)];
solutionGC = [x(10) x(16) x(13); x(11) x(17) x(14); x(12) x(18) x(15)];
k2 = fval;
xmatrix(i,:) = x;
testei(i,:) = xmatrix(i,:);
testei
i=i+1

        while abs(k-k2)<=0.1

                solutionESC_old = [x(1) x(4) x(7); x(2) x(5) x(8); x(3) x(6)
x(9)];
                solutionGC_old = [x(10) x(16) x(13); x(11) x(17) x(14); x(12)
x(18) x(15)];
                expectedrevenueESC_old=expectedrevenueESC;
                expectedrevenueGC_old=expectedrevenueGC;
                J_old=x(19);

                syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17
x18

                constraint_matrix = sym(-(((x1)-testei(i-1,1))^2+((x2)-
testei(i-1,2))^2 +((x3)-testei(i-1,3))^2+((x4)-testei(i-1,4))^2+ ...
                ((x5)-testei(i-1,5))^2+((x6)-testei(i-1,6))^2+((x7)-testei(i-
1,7))^2+((x8)-testei(i-1,8))^2+ ...
                ((x9)-testei(i-1,9))^2+((x10)-testei(i-1,10))^2+((x11)-
testei(i-1,11))^2+((x12)-testei(i-1,12))^2+ ...
                ((x13)-testei(i-1,13))^2+((x14)-testei(i-1,14))^2+((x15)-
testei(i-1,15))^2+((x16)-testei(i-1,16))^2+ ...
                ((x17)-testei(i-1,17))^2+((x18)-testei(i-1,18))^2)) + r^2);

                sym_matrix{i-1,1} = (constraint_matrix);

                fprintf('\n***Solving for Max k*** \n \tCalculating, please
wait...');
                [x,fval] =
                fmincon(@compromiseobjective,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@nonlconpaper_v06);
                solutionESC = [x(1) x(4) x(7); x(2) x(5) x(8); x(3) x(6) x(9)];
                solutionGC = [x(10) x(16) x(13); x(11) x(17) x(14); x(12) x(18)
x(15)];
                k2 = fval;
                xmatrix(i,:) = x;
                testei(i,:) = xmatrix(i,:);
                testei
                i=i+1;
                %testei = xmatrix(i,:);

```

```

        %nonlconpaper(x)
        %end
    end;

% end

% by using a (slightly) different initial point x0 (i.e [9 11 14 0 0 0 22
56 29 9 15 5 4 0 11 23 53 39])
% to minimize our problem, we still find the same value for k = 0.5608.
% However, by doing this, we get to another optimal solution, what suggests
% that the compromise scheduling (and not only the independent scheduling)
% also presents multiple optimal solutions.

%-----

% Concession Percentage (regarding max profit)

J = x(19);

concessionESC = (314.58 - (expectedrevenueESC - J))/314.58;

concessionGC = (314.58 - ( expectedrevenueGC + J))/314.58;

fprintf('Results:\n\nContract value(J) = %.2f\n', J)
fprintf('Expected Revenue obtained by ESC = %.2f\n', expectedrevenueESC)
fprintf('Expected Revenue obtained by GC = %.2f\n', expectedrevenueGC)
fprintf('Concession made by ESC %.2f%%\n', concessionESC*100)
fprintf('Concession made by GC %.2f%%\n', concessionGC*100)

fprintf('profit obtained by ESC %.2f\n', (expectedrevenueESC-J))
fprintf('profit obtained by GC %.2f\n', (expectedrevenueGC+J))
testei
k
k2

concessionESC = (314.58 - (expectedrevenueESC_old - J_old))/314.58;

concessionGC = (314.58 - ( expectedrevenueGC_old + J_old))/314.58;

fprintf('Results:\n\nContract value(J) = %.2f\n', J_old)
fprintf('Expected Revenue obtained by ESC = %.2f\n',
expectedrevenueESC_old)
fprintf('Expected Revenue obtained by GC = %.2f\n', expectedrevenueGC_old)
fprintf('Concession made by ESC %.2f%%\n', concessionESC*100)
fprintf('Concession made by GC %.2f%%\n', concessionGC*100)

fprintf('profit obtained by ESC %.2f\n', (expectedrevenueESC_old-J))
fprintf('profit obtained by GC %.2f\n', (expectedrevenueGC_old+J))

```

```

function [c, ceq] = nonlconpaper_v06(x)

%Global Variables Declaration

global ptd;
global mean_spotESC;
global mean_spotGC;
global expectedrevenueESC;
global expectedrevenueGC;
global i;
global sym_matrix;
global x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18;
%-----

% Expected Revenue Obtained by the ESC

expectedrevenueESC = ptd(1)*(x(1)+x(4))-
mean_spotESC(1,1)*x(4)+mean_spotESC(1,1)*x(7) ... %t1
+ptd(2)*(x(2)+x(5))-mean_spotESC(2,1)*x(5)+mean_spotESC(2,1)*x(8) ....
%t2
+ptd(3)*(x(3)+x(6))-mean_spotESC(3,1)*x(6)+mean_spotESC(3,1)*x(9);...
%t3

%-----

% Expected Revenue Obtained by the GC

expectedrevenueGC = (mean_spotGC(1,1)*x(13) - mean_spotGC(1,1)*x(16) - (8.4
+1.4*(x(10)+x(13))+0.4*((x(10)+x(13))^2)) ... %t1
+ mean_spotGC(2,1)*x(14) - mean_spotGC(2,1)*x(17) - (10.4
+1.52*(x(11)+x(14))+0.44*((x(11)+x(14))^2)) ... %t2
+ mean_spotGC(3,1)*x(15) - mean_spotGC(3,1)*x(18) - (11.2 +
1.4*(x(12)+x(15))+0.32*((x(12)+x(15))^2)));

%-----

c(1) = -expectedrevenueESC + expectedrevenueGC; %inequality constraint (see
equation 31, page 8)

%-----
%*****K A L A I - S M O R O D I N S K Y*****
%-----

%ceq = ((expectedrevenueESC - x(19))/(expectedrevenueGC + x(19))) -
(283.1/266.1); %equality constraint for KS
ceq = ((expectedrevenueESC - x(19))/(expectedrevenueGC + x(19))) - (1);

if i>=2

% teste i vira x:) e teste i(:) na verdade vai ser teste i(i-1,:)
% c(i) = (x(1)-teste i(i-1,1))^2+(x(4)-teste i(i-1,4))^2+...

subs_calculation = double(subs(sym_matrix, {x1, x2, x3, x4, x5,
x6, x7, x8, x9, x10, x11, x12, x13, x14, x15, x16, x17, x18},

```

```
{x(1),x(2),x(3),x(4),x(5),x(6),x(7),x(8),x(9),x(10),x(11),x(12),x(13),x(14)  
,x(15),x(16),x(17),x(18)}});
```

```
z=size(c(1));  
s=size(subs_calculation);  
d = [c(1);zeros(z(1)-s(1),1)];  
c = vertcat(d, subs_calculation);
```

```
end
```

```
end
```