R

[illegible]

Trattato dell'Aritmetica Superiore =

Libro I.

Tra tutte le scienze che con ammirabil effetto e sottigliezza procedono tiene il suo riguardevole luogo questa, che da noi chiamata viene Aritmetica Superiore, alzandosi la medesima di siffatta maniera, quanto colla sua elevata altura giunge a manifestare quali siano le Spaziosi Campi della Matematica: e bene alla bella prima si mostra appunto come un inviluppato labirinto, con una plausibile però applicazione si viene ad appianare, e ad a capire qualsisia difficoltà che insorgere nelle operazioni ancora potrebbe ═

Il scopo di questa Scienza sarà il trattare dalle Scienze numeriche, considerare la sua naturalezza, e proprietà, accertare la sua composizione, e per fine giungere alla resoluzione ed estrazione delle radici e perciò si dichiara per Scienza Analitica, o sia resolutiva =

Definizioni =

1. Potestà, e Potenza d'un numero, sarà quel prodotto nato dalla moltiplicazione continua di detto numero per se medesimo = Come = Potenza d'una linea sarà il quadrato, che di quella formasi, o formar potrassi =

Potenza di due linee, sarà il parallelogrammo, che di quelli si verrà a formare (Defin. 1. del lib. 2. Euclide) =

Potenza d'un numero sarà il prodotto moltiplicandolo per uno, o più numeri resulta =

Potenza di due, o più numeri sarà quel prodotto nato della continua moltiplicazione di quelli fra di loro; come la potenza di 2. 3. sarà 6; e la potenza di 2. 3. 4. sarà 24. per nascere dalla moltiplicazione dalli sopradetti numeri.

Potenza numerica propriamente sarà quel prodotto della moltiplicazione del numero una, o più volte fatta da se medesimo; e così il 4. è potenza del 2. per nascere dalla moltiplicazione di 2. per 2; ancora 8. è potenza del medesimo 2. perche due volte 2. fan 4. e due volte 4. fan 8. =

11. Radice numerica sarà quel numero dalla di cui moltiplicazione nasceranno le potestà numeriche =

Si potranno chiamar radice d'un numero quelli, dalla di cui moltiplicazione resulta; e così per procedere il numero 24. dalla moltiplicazione di 6. per 4. si potranno chiamare il 6. ed il 4. sue radici.

Di ciò si ritieva, che la radice e sue potestà compongano una progressione Geo=

metrica, il di cui denominatore sarà la radice, e per conseguenza tutti li termini averanno frà di loro la medesima raggione, che la radice con l'unità =

Scrivasi la progressione Geometrica formata dalla radice e sue potestà e sopra cadauno termine una medesima lettera dell'Abbecedario, accoppiate colli termine della progressione Aritmetica naturale, successivamente collocati a lato di cadauna lettera nella maniera seguente =

Progres: Aritm: a1 · a2 · a3 · a4 · a5 · a6 · etc.
Progress: Geom: 1 · 2 · 4 · 8 · 16 · 32 · 64 - etc.

Le lettere accoppiate colli numeri della progressione aritmetica chiamansi Esponenti, per dichiarare li termini della progressione Geometrica = Ogni lettera conduce il segnale diverso per mostrare se la serie, o progressione composta venga di raggione dupla, tripla etc.

le lettere con l'esponente come a1. B1. ecc. di notano la radice† d'uno. Quelli a2. B2. ecc. la radice†† di due, e così degl'altri. † o potestà
†† o potestà

Per maggior facilità, e chiarezza chiameremo le letter coll'esponente semplicemente potestà. Come a1. B1 potestà prima a2. B2. potestà seconda, e così degl'altri.

3. In qualsivoglia Progressione il primo termine dopo l'unità chiamasi radice, o vero lato, il suo carattere sarà a1. B1. X1. si suole lasciare sempre l'unità, perche essendo sola la lettera già si intende, che significar voglia una radice.

4. La seconda potestà che siegue nella progressione Geometrica si chiama numero quadrato, perche nasce dalla moltiplicazione di un numero per se stesso, quale numero moltiplicante si chiama radice quadrata il suo carattere sarà a2. B2. ecc.

5. La terza potestà chiamasi cubo, perche deriva dalla moltiplicazione del quadrato per la sua radice, e questa che prima

si dicea esser radice quadrata, adesso si dirà radice cubba; come il 2. è radice cubba di 8, e l'8. si dirà numero cubbo, o solido il suo carattere sarà A3. B. 3 =

6. La quarta potestà si chiama quadrato-quadrato, la quale nasce dalla moltiplicazione continua della radice quadrata per quattro volte, o vero dalla moltiplicazione di d.ta radice col suo numero cubbo come 16. sarà il numero quadrato—quadrato, e 2. sarà la radice quadrata-quadrata il suo carattere sarà A 4. B. 4.

7. La quinta potestà si chiama communemente quadrato-cubbo, super-solido, o primo relato quale nasce dalla moltiplicazione del quadrato—quadrato per la sua radice, il suo carattere sarà A 5. B. 5.

8. La sesta potestà si chiama cubbo—cubbo ed il suo carattere sarà A 6. B 6: quale numero dalla moltiplicazione del quadrato cubbo per la sua radice,

9. La settima potestà si chiama supersolido

secondo, secondo relato overo quadrato-quadrato-Cubbo, nato dalla moltiplicazione del numero Cubbo-Cubbo pella sua radice ed il suo carattere sarà A 7. B. 3.

Degl'espressati modi si potrà giungere a qualsivoglia grado di radice, lasciandone Io la ~~composizione~~ continuazione per ~~mio~~ evitar confusione alli operanti = -

Per maggior chiarezza metto qui sotto la Tavola delle potestà numeriche = -

Potestà		Carattere
1.		
2.	radice, osia lato	A.1.
4.	Quadrato	A.2.
8.	Cubbo, overo Solido	A.3.
16.	Quadrato-Quadrato	A.4.
32.	Quadrato-Cubbo	A.5.
64.	Cubbo-Cubbo	A.6.
128.	Quadr-Quadr: Cubbo	A.7.
256.	Quadr-Cubbo-Cubbo	A.8.
512.	Cubbo-Cubbo-Cubbo	A.9.
&c.	&c.	&c.

8. Di ciò si rileva che il 2. era due quadrata di A, cubba di 8; quadrata-quadrata di 16; quadrata cubba di 32; etc.

10. Per distinguere la radice d'un numero, ci serviremo dal segno V. allorquando detto segno sarà accoppiato coll'esponente 2. come V2. overo senza esponente dinota esser radice quadrata d'un numero; quando detto segno sarà accoppiato coll'esponente 3. come V3. dinota radice cubba d'un numero; quando sarà accoppiato col 4. dinoterà radice quadrata-quadrata etc.

11. Il segno + significa più, quale si chiama affermativo; Il segno — significa meno, e si chiama negativo; del primo ci serviremo quand una quantità si hà da unire con un'altra, come A+B. si intende che la grandezza espressata B. si hà da sommare colla grandezza espressata A: Il secondo segno dinota, che una quantità si hà da sottrarre dall'altra come A—B. s'intende che la

lettera B. si deve sottrarre dalla lettera
A; Il segno ∽ overo = dinota l'ugual-
tà di due quantità, e così 8.—2 = 6 al-
tro non significa che sottratti due da 8.
restano 6. quale sarà uguale all'altro
6. al lato del segno; come ancora se
fosse disposto così 5+3. = 8. il tre som-
mato col cinque farà 8. quale sarà ugua-
le all' 8. al lato ~~destro~~ del segno collocato,
lo stesso averebbe dinotato se il segno stato
fosse così ∽ = etc.

11. Le Potestà si dividono in semplici, e Com-
poste; le potestà semplici son quelli che
non averanno composizione ~~alcuna~~ di
altri, ne saranno composti della medesima, o di diffe-
rente spezie come 1. a1. 1×B. etc.
La potestà composta, è quella che si
compone di multi della medesima spezie,
o vero di differente spezie come 20.a2.
significa 20. quadrati; 1.a2+1.a3. ~~un~~
significa un quadrato più d'un cubbo =

13. Le potestà si dividono ancora in razionale ed irrazionale, quelle razionale sono le dicui radice potransi spiegar con uno, o più numeri, senza che rimanessero altri numeri, come 3. era dice razionale della potestà 9: il 6. radice razionale dal 36. etc.

Le Irrazionali, o vero sordi son quelli lequali dopo nato la loro radice, rimangono altri numeri, come la radice del numero 68., sarà 8. e rimangono altri 4; e perciò si dice esser irrazionali, o Sordi =

14. Numero plano, sarà il prodotto nato dalla moltiplicazione di 2. numeri quali numeri si chiamano lati =

15. Numero Solido, è quel prodotto nato dalla moltiplicazione di tre numeri quali da noi si chiamoranno lati; dato il numero piano, quanto il Solido potranno avere le lati di disuguale misura Come sia il numero piano 24. un lato

potra esser di palmi 4. e l'altro di palmi 6. Così ancora sia il numero solido ~~ac~~ 36. un lato potrà essere di palmi 2. l'altro di palmi ~~di palmi~~ 3. e l'altro di pal. 6; che moltiplicati saranno 36. etc.

16. Numeri piani, o Solidi simiglianti son quelli i di cui lati sono ~~simiglianti~~ proporzionali, come 6. e 24. sono numeri piani simiglianti, perche 2. 3. lati del primo, son proporzionali con 4. 6. lati del secondo, così medesimo 24. e 192. saranno Solidi simmiglianti, perche 2. 3. 4. che son lati del primo, son proporzionali con 4. 6. 8. lati del secondo = =

Capo I.

Spiega delli Teoremi fondamentali delle potestà numeriche.

Per la perfetta intelligenza della naturalezza, e proprietà delle potestà numeriche Bisognano prima d'ogni altra, le seguenti Teoremi quasi tutti estratti dal Lib. 8. degl'Elementi d'Euclide, le quali serviranno per dimostrarci l'operazioni dalle quali ci ~~servire~~ ~~mo~~ risolveremo delle Potestà, e suoi radici —

1.° Serva ciò d'intelligenza, che per la maggior brevità, e chiarezza si noteranno ordinariamente li numeri colle lettere; e per esprimere il prodotto di due, o più numeri, si accoppieremo quelle lettere, che le significano, una al lato dell'altra come si nota il numero 3. con A, ed il 4 con B: sarà AB il prodotto di 12: de' detti numeri —

2.° Si averte ancora, che come si disse nella definizione 13. del lib. 5. della Geometria Elementare il modo di formare una raggione composta d'altri qualsivoglia raggioni, ~~consiste~~ dipende in disponere le raggioni date in forma di numeri rotti, ponendo le primi come numeratori sopra d'una linea e li secondi sotto quelli come denominatori, amoltiplicando continuatamente li numeratori, e così ancora li denominatori, il prodotto sarà un numero rotto li di cui termini esprimano la raggione composta delli raggioni dati — Esempio. Siano le quantità 8. 3. 6. 4., come disse nel luogo citato, l'8. al quattro viene ragione composta di quelli di 8 a 3 · di 3 a 6 · e di 6 · ad 9, si dispongano queste ragioni in forma di rotti secondo come siegue.

$$\frac{8}{3}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{144}{72}$$

Facendo la moltiplicazione sopradetta sarà il prodotto l'ultimo rotto, e la raggione di 144 a 72 sarà composta dalli raggioni dati come quella di 8 a 4 in uguale = per la qual cosa chiaramente si vede, che il prodotto dell'antecedenti di qualsivoglia raggioni dati, avranno col prodotto delli conseguenti delle medesime raggioni, raggione composta di tutti le raggioni dati = = —

Proposizione · I · Teorema

Le grandezze, o prodotti di molti dimenzioni, che avranno alcuni lati, o radici uguali, ed altri disuguali, avranno fra loro la raggione di quelli disuguali =

Siano le prodotti BC, e DC, i quali averanno, il lato, overo la radice C uguale, si dice che avranno fra loro la raggione di B · ad D, che sono quelli disuguali, di maniera che son proporzionali BC, DC :: B, D.

Dimostrazione = Come si ritiva della proposizione 15. del libro 5. della Geometria Elementare, e dimostra Euclide nella prop. 17 del Lib. 7. quando due, o piu grandezze, si moltiplicheranno per una terza grandezza le prodotti averanno fra loro la raggione medesima di dette grandezze, essendo dopo BC, e DC, prodotti di B, e D, per C, auranno fra loro la raggione di B. a D =

BC		DC
12.		6
B	C	D
4.	3.	2.

Così medesimo questi due prodotti BBC, e DBC, auranno fra loro la raggione di B, e D, per esser prodotti della moltiplicazione di B, e D, per una medesima grandezza BC, e saranno proporzionali BBC, DBC :: B, D,

Proposizione II. Teorema -

Il Prodotto di due grandezze sarà medio proporzionale ~~tra~~ colle quadrati delle medesime grandezze = -

Siano le grandezze B, e D; il prodotto nato della moltiplicazione di B. per D. sarà BD, il quadrato di B. overo il prodotto di B. per B. sarà BB; ed il prodotto e D. per D sarà DD; si dice BB, BD, DD, essere proporzionali = = =

Dimostrazione = Per la proposizione prima = BB a BD, sarà come B. a D, così medesimo BD, a DD sarà come B, a D; sicche la medesima raggione vi sarà di BB, a BD, che di BD, a DD, dunque BD, sarà medio proporzionale fra BB, e DD.

B.	D.	
2.	3.	
BB.	BD.	DD,
4.	6.	9.

Proposizione III Problema

Trovare quanti numeri si vogliono continuatamente proporzionali, minimi in una data raggione = = = = =

Si domanda prima l'ongialtro tre numeri nella raggione di B, a D, continui proporzionali, e che siano le minimi che potrassi avere nella detta raggione ——

Operazione = Se le numeri B, D, non saranno le minimi nella data raggione, si riducano a quelli pella Proposizione 9 del lib. 7. dell'aritmetica inferiore

+ e il prodotto BD sarà il medio

Fatto ciò si moltiplichi B per se medesimo, e D ancora per se medesimo, e li prodotti BB, e DD, saranno l'estremi; si moltiplichi B, per D + e BD ~~[illegible]~~ sarà il medio, e saranno le tre continui proporzionali BB, BD, DD nella raggione data, nella proposizione antecedente = =

Che siano le tre minimi che aver si potrà nella detta raggione, si dimostra; che essendo B, e D, li minimi in quella raggione saranno [24. 7. Eucl.] fra loro primi, e moltiplicandosi a se medesimi saranno li prodotti BB, e DD ancora fra loro primi [27. 7. Eucl.] sicche nelle tre proporzionali BB, BD, DD, essendo quelli estremi fra loro primi, saranno le tre minimi nella data raggione [1.8 Eucl.]

B.	D.		
2.	3.		
BB	BD.	DD.	
9.	6.	4.	
BBB,	BBD,	BDD,	DDD
27.	18.	12.	8.

Ci si domandano quattro numeri proporzionali, che guardano fra loro la medesima raggione, che B. a D, e siano li minimi, che essendo quattro possan continuare la sopradetta raggione = =

Operazione = Se B, e D, non saranno li minimi in sua raggione, ~~[illegible]~~ si ri;

cavano a quelli (per la propos: 9. lib. 2. dell'Arit-
metica infer:) ed avendo trovato per la
regola sopradetta li tre BB, BD, DD,
continui proporzionali, e minimi in sua
raggione, si moltiplicheranno BB, e
BD, per B, come ancora BD, e DD,
per D, ensciranno li quattro numeri
BBB, BBD, BDD, DDD che si cercavano
del medesimo modo si troveranno quanti
numeri si ricercheranno medii proporzionali,
e minimi nella data raggione
la demostrazione sarà l'istessa, che
quella della propos: 2. del lib. 8. di Eucl.

Corollario = = =

Se vi fossero molti numeri continui proporzionali,
e minimi in sua raggione,
come 25. 15. 9. l'estremi 25. e 9 saranno
primi frà loro, che è la proposizione
3 del lib. 8. d'Eucl., e se li continui proporzionali,
~~saranno~~ e minimi saranno
tre, l'estremi saranno numeri quadrati.
e se saranno quattro, l'estremi saranno
Cubi, e cinque, quadrati-quadrati et=

Proposizione IV. Teorema

Li numeri Piani averanno fra loro la raggione composta delli loro lati = = –

Siano li due numeri piani, DB, e CJ si dice; che avranno fra loro la raggione composta della raggione di B a C, e della raggione di D, ad J =

Dimostrazione = Il primo Piano B.D, sarà un prodotto della moltiplicazione di B, e D, che son l'antecedenti delli raggioni delli lati; così medesimo il secondo piano CJ sarà un prodotto nato dalla moltiplicazione di C, per J, sicche B.D aurà con CJ raggione composta di B a C, e di D ad J secondo la avertenza seconda = =

B.D.		C.J.	
12.		24.	
B	D	C	J
3	4	2	12.

Proposizione V. Teorema.

Li numeri Piani somiglianti averanno fra loro la raggione duplicata delli suoi lati uguali

Li numeri AB, CD, son piani somiglianti; si dice che averanno fra loro la raggione duplicata della raggione di A a C overo di B. ad D =

Dimostrazione = per esser numeri piani averanno la raggione composta delli suoi lati (prop. 3.) le raggioni di questi saranno uguali per esser li numeri proposti piani semiglianti) Def. 31 sicche AB, e CD, auranno raggione composta

AB.		CD.	
12.		48.	
A	B	C	D
3.	4.	6.	8.

di tre raggioni uguali, che vi sarà fra le suoi lati, e così averanno raggione duplicata delli suoi lati

Proposizione VI. Teorema

Li numeri quadrati averanno fra loro la raggione duplicata di quella de' suoi lati, o radice

La raggione è, perche li numeri quadrati son piani semiglianti, ie di cui lati proporzionali sono le radice; sicche per lo addimostrato, averanno raggione dupplicata delle radice. Eucl. 11. 8.

Proposizione VII. Teorema

Fra li numeri piani semiglianti vi è sempre un medio proporzionale; e se fra due numeri vi è un medio proporzionale saranno piani semiglianti

Siano le numeri AB, CD, piani semiglianti, si dice che fra quelli, hà l'aver

necessariamente un medio proporzionale
si moltiplica B, per C, e sarà il prodotto BC, =

AB.	BC.	CD.	
12.	24.	48.	
A.	B	C	D
3.	4.	6.	8.

Demostrazione =
AB averá con BC la raggione di A a C; ancora BC, con CD averá la raggione di B a D; ed essendo in tutti li piani semiglianti la raggione di A a C, la medesima che quella di B a D, sará AB con BC, come BC con CD, dunque BC sará medio proporzionale: e per la medesima raggione, se dentro li due numeri AB, CD, vi é un medio proporzionale BC, i suoi lati saranno proporzionali; e per consequenza saranno piani semiglianti = = = -

Corollario I

Del detto si rilieva, che dentro due numeri quadrati sempre ha d'avere un medio proporzionale, perche li quadrati sono piani semiglianti, e questo medio sará sempre il prodotto de' suoi radice prop. 2. Eucl. prop. 11. lib. 8.

Corollario II.

Se tre numeri, come per esempio 9. 18. 36. essendo continui proporzionali, il primo sará quadrato, ancora lo sarà ~~quadrato~~ proporzionale l'ultimo; perche essendo proporzionali, averà frà quelli estremi un medio proporzionale, sicche li estremi per quel che si è dimostrato saranno piani semiglianti, e come il piano semigliante a un quadrato necessariamente sia altro numero quadrato, si siegue che se il primo 9· è quadrato, ancora 36 sarà quadrato = =

Proposizione VIII· Teorema

Se piani semiglianti averanno fra loro la raggione d'un quadrato, ad altro quadrato =

Siano li numeri 8· e 18· due piani simiglianti: Si dice che averanno fra loro la raggione d'un quadrato, ad altro quadrato = = = =

Demostrazione = = Essendo come si suppone, piani semiglianti, vi sarà fra quelli un medio proporzionale, quale sarà 12, e si questi tre ~~numeri~~ termini, si riducano alli minimi che possano conservare la medesima proporzione, quali saranno 4· 6· 9· il primo=

8·	12·	18·
4·	6·	9·

e l'ultimo necessariamente hanno da esser quadrati (come dimostra Euclide nel corollario della proposizione 2. lib 8. che è la 3. di questo libro) essendo dunque 8 à 12: come 4 à 6. e 12 à 18; come 6. à 9. sarà per ugualità ordinata ~~8 à 18~~ 8 à 18; come il quadrato 4. al quadrato 9. = sarà la propo: 16. lib. 8. Eucl: =

Propositione IX. Teorema

I numeri solidi averanno fra loro la raggione composta delli suoi lati

I numeri BDC, FEH son solidi: si dice che il primo al secondo tiene raggione composta delli tre raggioni delli suoi lati; cioè della raggione di B ad F, di quella di D a E. e di quella di C ad H =

Demostrazione = BDC sarà il prodotto della moltiplicazione delli antecedenti di qlli tre raggioni sopradette che sono B, E, C, ed il secondo sarà prodotto della moltiplicazione delli tre conseguenti F, E. H sicche (per la avertenza seconda) la raggione di BDC a quella di FEH sarà composta delli tre raggioni delli Lati = =

BDC, FEH
24. 60.
B 2. D. C : F E H
2 3 4 : 3 4 5

Proposizione X Teorema

Li numeri solidi semiglianti
auranno fra loro la raggione
triplicata delli suoi lati omogeni

Demostrazione = Per esser solidi semigli=
anti auranno li lati proporzionali [Defi. 8]
e per conseguenza li tre raggioni delli suoi
lati uguali; dunque come [8] terranno
per esser solidi raggione composta delle tre
raggioni de' suoi ~~lati~~ lati; e auranno
per esser semigliante la raggione com=
posta delle tre raggioni semiglianti de
suoi lati che [Defi. 14. lib. 5] sarra raggio-
ne triplicata

Proposizione XI. Teorema =

Li Cubi auranno fra loro rag-
gione triplicata di quella de'
suoi lati

Si ritieva di quel che si è detto, perche
li Cubi son solidi semiglianti; dun=
que auranno fra loro raggione tri-
plicata delli suoi lati, o radici. Il cubo
BBB, overo B3; al cubo CCC, overo C3.

avrà ~~triplicata~~ ragion composta delli tre raggioni di B a C; di B a C; di B a C; però questi son uguali; sicche la raggione delli Cubi, composta di quelli, è triplicata, cioè composta di tre raggioni uguali =

Corollario =

Per la medesima raggione si deteggie, che li quadrati-quadrati, averanno fra loro raggione composta delli suoi lati. e questa sarà raggione quadruplicata e così generalmente quelli di più potestà d'un medesimo genere averanno fra loro raggione composta delli ~~suoi~~ loro lati, cioè quintuplicata, sestuplicata &c. secondo sarà 6. o 5. il suo esponente =

Proposizione XII Teorema

In qualsivoglia due Cubi, se moltiplicasi il quadrato della radice del primo per la radice del secondo; ed il quadrato del

della radice del secondo per la radice del
primo, li due prodotti saran=
no medij proporzionali fra le
cubi sopradetti

Siano le due Cubi B3, ~~C~~ C3 overo BBB, CCC, il prodotto del quadrato della radice B del primo, per la radice C del secondo sarà BBC, et il prodotto del qua=drato della radice del secondo per la radice del primo sarà CCB; di maniera che questi prodotti saranno medij proporzio=nali fra li Cubi, cioè; che son conti=nui proporzionali B3 : B2+C :: C2+B . C3.

Demostrazione = Della proposizione li son proporzionali, come in A; sicche | 11.5. Eucl. | la medesima raggione vie di BBB, a BBC, che di BBC, a CCB, e di CCB, a CCC, sicche son continui proporzionali BBB, BBC :: CCB . CCC;

A			
~~BBB . BBC . CCB . CCC~~			
BBB . BBC	B	C	
BBC . CCB	B	C	
CCB . CCC	B	C	

Corollario I

Si rilieva del detto di sopra, che fra due numeri Cubi vi è duo medij propor=

zionali; che saranno sempre le prodotti sopradetti.

Corollario II.

Fra due quadrati-quadrati vi è tre medij proporzionali; e universalmente fra qualsivoglia due potestà del medesimo genere, vi è tanti medij proporzionali, meno uno quanti unità vi sono nell'esponente, come fra X 5, e Z 5. vi sia quattro, e fra X 6. ed Z 6 vene saranno cinque &c. tutto ciò con il sud.to modo facilmente si dimostra, ~~essendo quadrato~~ essendovi un medio proporzionale fra due quadrati, e due fra due Cubi.

Proposizione XIII. Teorema

Fra due numeri solidi simiglianti vi è due medij proporzionali. E se fra due numeri, vi è due medij proporzionali saranno solidi simiglianti.

Siano li numeri solidi simiglianti ABC, CDF. i di cui lati sono A, B, E, del primo; ed i lati del secondo saranno C, D, F. Si moltiplicano li lati B, E. C, e così medesimo li lati E, C. D e saranno le prodotti BEC, ECD; Sicche questi prodotti saranno medij proporzionali fra li Solidi dati — Demostrazione

ABE,	BEC,	ECD,	CDF.
24.	48.	96	192.
A. B	E.	C. D.	F
2. 3.	4.	4. 6.	8.

[I] Il Solido ABE, al Solido BEC tiene la raggione di ~~A~~ ~~ad~~ A a C: ed il Solido BEC, ad ECD, aurà la raggione di B a D; ed il Solido ECD, a CDF aurà la raggione di E ad F. ed essendo la medesima raggione la quale vi è di A a C che di B a D, e che di E ad F terrà il primo Solido al secondo la medesima raggione che il secondo, al terzo, ed il terzo al quarto, sicche son quattro continui proporzionali; e per conseguenza BEC, ECD son medj proporzionali. per la proposizione 18 lib. 8. di Euclide —

Da Sicondo, che se fra due numeri come per esempio ABE, CDF vi è due medj proporzionali, come sono BEC ECD, quelli tali numeri saranno solidi simiglianti —

Demostrazione = Il Primo numero al secondo, avrà la medesima raggione, che ad A a C, ed il secondo al terzo la medesima raggione che B. a D, ed il Terzo al quarto la medesima che E. ad F; ed essendo una medesima raggione la sua raggione del primo al secondo, che quella del secondo, al Terzo e così questa, a quella del quarto, la medesima raggione sarà quella di A, ad E, che quella di B a D, e di E ad F. che sono le lati omogenj delli numeri solidi A.B.E, C.D.F. sicche avendo fra quelli due medj proporzionali avranno i loro lati omogenj proporzionali sicche (Defi: 13) son solidi simiglianti = Euclide. prop. 21. del lib 8.

Corollario

Sedi quattro numeri continui proporzionali, come 8. 12. 18. 27. il primo, et l'ultimo saranno Cubi la raggione si è, perche essendo continui proporzionali, avrà due medj, sicche li estremi 8 e 27 son solidi simiglianti, e come ad un Cubo, che non abbia altro solido simigliante, sino altro cubo, se il primo 8 e Cubo, ancora l'ultimo 27 sarà cubo = Eucli. prop. 23. lib. 8.

Proposizione XIV Teorema

Li numeri Solidi simiglianti, avranno fra loro la medesima raggione, che un Cubo, ad un'altro cubo =

Siano le due Solidi simiglianti 10 ed 80, questi averanno fra loro la medesima raggione, che un Cubo, ad un'altro = Dimostrazione = Per esser 10, ed 80 solidi simiglianti hanno d'avere necessariamente fra loro due medii proporzionali /12/ che saranno 20 e 40. con le quali saranno continui proporzionali 10. 20. 40. 80. e se questi termini si riducano alli minori che conservar possano la medesima proporzione quali saranno 1. 2. 4. 8. la il primo, et ultimo di questi numeri Cubi

10	20	40	80
1	2	4	8

come dimostra Euclide nel Corollario della proposizione 2. del lib. 8. essendo 10. a 20. come 1. a 2. e 20. a 40. come 2. a 4. e 40. ad 80. come 4. ad 8. sarà per uguaglità ordinata 10 a 8. come 1. a 80. che sono numeri cubi = —

Proposizione XV: Teorema,

Quando le grandezze sono proporzionali, ancora saranno proporzionali i suoi quadrati, cubi, e tutti quelli di più potestà, ed al contrario = —

Essendo proporzionali le grandezze A, B :: C, D, ancora li saranno le sue potestà =

Dimostrazione = La ragione di AA, con BB, e quella di CC, con DD son duplicati, della raggione di A con B, di quella di C, con D, le raggione di AAA, con BBB, alla raggione di CCC, con DDD, son triplicati, e della medesima ~~...~~ ~~....~~ raggione di A con B, e così di quelli di più potestà; Essendo dopo co=

A2. B2.	::	C2.	D2
A3. B3.	::	C3.	D3
A4. B4.	::	C4.	D4

me si suppone, le raggioni di A con B, e di C con D uguali ancora le composte di quelli saranno uguali; sicche essendo proporzionali le grandezze, ancora proporzionali saranno le potestà dunque essendo proporzionali proporzionali li quadrati, cubi ecc. di più grandezze saranno ancora queste proporzionali, per aver fra loro raggione subduplicata, e subtriplicata ecc. d'una medesima raggione = =

Corolario =

Li quadrati, e cubi, e di più potestà delli termini d'una progressione, ancora formeranno progressione, perche come si è dimostrato, li quadrati, e li Cubi ecc. di grandezze proporzionali, saranno proporzionali, sicche, essendo la proporzione delle grandezze continua, ancora sarà quella delle sue potestà, con cui formeranno progressione =

Proposizione XVI. Teorema

In qualsivoglia progressione Geometrica il quadrato del primo termine, al quadrato del secondo, averà la raggione, che il primo termine al terzo: Il cubo del primo termine al cubo del secondo, averà la raggione che il primo termine al quarto, e così per suo ordine a quelle di più potestà

Siano continui proporzionali le grandezze B, C, D, F, etc. si dice che BB, con CC, è come B, con D,

Dimostrazione [6] La raggione di BB a CC è duplicata della raggione di B a C. la raggione di B. a D, è ancora duplicata della raggione medesima di B a C. [Defin. 10. lib. 5. Eucl.] Dunque BB a CC sarà come B a D; ancora che B^3 a C^3 averà raggione che B. ad F, perchè B^3 a C^3 viene raggione triplicata della raggione di B a C [11] ed essendo la raggione di B. ad F triplicata ~~della raggione~~

di quella di B a C 2. come B ad F della medesima maniera si dimostrerà di quelle di più potestà

Proposizione XVII. Teorema

Se due grandezze, ogn'una di due dimenzioni, sono uguali le due radici della prima saranno reciproche a quelle due della seconda grandezza, cioè che saranno quelli, o alli medj, o alli estremi in una proporzione di quattro termini

Siano BF, e CD due grandezze uguali, si dice che le loro radici B, F della prima e C, D della seconda saranno reciproche cioè, che B a C sarà come D ad F la ragione si è perchè come si dimostrò nella propos. 17. del lib. 2. dell'Aritm. Inferiore sempre che in quattro grandezze, il prodotto delli estremi sarà uguale a quello delli medj, dette grandezze saranno proporzionali; ed essendo dopo il prodotto BF uguale al prodotto C, D, saranno proporzionali B ad C come D ad F

Capo II

Della Composizione delle Cose Numeriche Come Fondamento dell'Analisi o Resulizione

Proposizione XVIII. Teorema

Il numero, il dicui primo carattere alla dritta hà di legge sarà 2. 3. 7. 8. non è quadrato che avrà radice giusta = =

Nasce questo Teorema della medesima operazione, con cui si forma il quadrato numerico; perche, come questo si forma moltiplicando la radice numerica per se medesima, necessariamente hà da venir a dritta il numero che resulta l'un numero digito moltiplicato per se medesimo, però niuno di questi, moltiplicandosi a se medesimo potrà dar le sopradetti numeri, perche uno moltiplicandosi in se darà 1; ed il due, 4: ed il 3. darà 9. ed il 4. ~~darà 16~~ producendo 16. da l'ultimo 6; ed il 5. producendo

25 · dà l'ultimo 5; il 6 producendo 36 dà l'ultimo 6. il 7. producendo 49, dà l'ultimo 9. l'8. producendo ~~l'ultimo~~ 64. dà l'ultimo 4; e per fine il 9. producendo 81; dà l'ultimo 1; sicche l'ultimo ~~numero~~ carattere d'un numero quadrato perfetto, solo potrà esser 1. 4. 5. 6. 9; dunque se detto ultimo carattere sarà uno di questi come 2. 3. 7. 8. non sarà detto numero quadrato giusto =

Proposizione XIX. Teorema

Se il numero d'una potestà non consta di più cifre, che vi è unità nel suo esponente, non averà che più che una cifra nella sua radice, e se non averà più cifre, che unità vi ene il doppio del suo esponente, non averà più che due nella sua radice &c. se però si passerà di detti termini, sempre ne averà una più =

Spiega — L'esponente del quadrato è 2, sicchè se un quadrato numerico costa di due cifri, avrà una cifra per sua radice, se sarà di quattro, ne avrà due per sua radice, se di sei, ne avrà tre ecc.; però se detto quadrato costa d'una sola cifra, quantunque non giunga a due, sempre avrà una cifra di sua radice, e se n'avrà 3. quantunque non arrivano a quattro sempre avrà due cifre di sua radice, e se n'avrà cinque, quantunque non arrivano a sei, sempre avrà tre cifre di sua radice.

Il cubo per suo esponente à 3, se il numero cubo costa di tre cifre, avrà una cifra per sua radice, se il numero cubo costa di sei cifre, avrà due cifre per sua radice ecc. se però il numero cubo costa di una o due cifre, quantunque non arriva alli tre cifre sempre avrà una cifra per sua radice, e se il numero cubo costa di quatro, o cinque cifre, quantunque non arriva alli sei sempre avrà due cifri, o membri per la sua radice ecc.: così in quelli di più potestà —

Dimostrazione — Il numero 9. è il maggior di quelli che si esprimono con una cifra, il suo quadrato sarà 81.

quale costa di due cifre, sicche avrà soli due cifre del quadrato, quale corrisponde ad uno nella sua radice = Il numero minore di quelli che ~~corrispondano~~ costano di due cifri è il 10. ed il suo quadrato 100. viene tre cifri, sicche a tre cifre del quadrato, li corrispondano necessariamente due cifri nella radice 10 = Il numero 99, è il maggiore di quelli che si esprimano con due cifre soli; ed il suo quadrato 9801 costa di quattro cifre; sicche a quattro cifre ~~sole~~ del suo quadrato solo li corrispondano due cifri nella sua radice, quale dimostrazione servirà ancora per quelle di più potestà = =

Proposizione XX. Teorema

Il quadrato, il di cui lato sta diviso in due parti, componesi del quadrato della prima parte più di due ~~quadrati~~ rettangoli o prodotti della prima parte per la seconda; più del quadrato della seconda parte

Questa proposizione è stata dimostrata,

si per geometria, come per numeri nella propos. 4. del lib. 2. della Geometria Elementare; e cosi basterà la seguente spiegaz.ⁿᵉ =

Nel numero 576 numero quadrato, il di cui lato totale, o radice sarà 24, che suppongo diviso in due parti 20, e 4 il quadrato di 20. sarà 400; li due prodotti di 20 per 4 sono 80. e 80, quali sommati fanno 160; ed il quadrato di quattro sarà 16. quali sommati faranno il quadrato totale 576.

Quadrato del primo Segmento	400.
Due piani delli segmenti	160.
Quadrato del secondo Segmento	16
Quadrato totale	576.

Corolario =

Se il lato d'un quadrato costa di tre parti, il quadrato della prima: più di due rettangoli fatti della prima per un lato, e della seconda, e terza uniti per altro: più, il quadrato della seconda, e terza uniti formeranno il quadrato totale, come si inferisce dell'ultimo jstrato, così medesimo il quadrato della prima, e seconda parti uniti, più due rettangoli di detta parti, e la terza più il quadrato della terza compongono il quadrato totale per la medesima ragione

Proposizione XXI Teorema

Si ad un quadrato se le aggiunge il doppio della sua radice, e una unità, resulta il quadrato prossimo maggiore

La verità di questo ~~tratto~~ Teorema si vede chiaramente, perche se al quadrato 4 se l'aggiunge due volte la sua radice 2, ed una unità, resulta 9 quadrato del 3 quale è il prossimo ~~maggiore~~ maggiore, e così di quelli di più, sin dopo il quadrato AL la di cui radice quadrata è AN tuttavolta se al quadrato AL se l'aggiunge due volte la sua radice, ed una unità più resulterà il qua=

drato prossimo maggiore; cioè resulterà un quadrato la di cui ~~sotto~~ radice eccederà a quella del quadrato AL in una unità; suppongasi, che questa radice sia AC e si perfezionasi il quadrato AB, come si vede nella figura

Demostrazione — Per esser la linea AC divisa in N, sarà (a. 4. Eucl.) il quadrato AB della linea AC uguale a quelli quadrati di AN, e di NC; e a due rettangoli ANC, e come NC si supponga esser la unità, sarà il quadrato AB uguale al quadrato di AN, a due rettangoli di AN, e la unità (che sarà lo stesso che due radice) ed al quadrato della unità, che è la medesima unità. Dunque si al quadrato AL la di cui radice è 2, si uniscano due radici, moltiplicati per l'unità, quali saranno CL, DL, e il quadrato LB della unità uguaglierà il quadrato AB, la di cui radice AC sarà tre, e ciò resterà dimostrato la figura —

Proposizione XXII. Teorema

Se ad un quadrato, se li toglie il doppio della sua radice, meno l'unità, resulterà il quadrato prossimo minore =

Se dal quadrato 9. se li toglie il doppio della sua radice 3. meno l'unità, cioè se li levano 5. ~~resterà~~ dal quadrato 9. resteranno 4; quale sarà il quadrato prossimo minore al 9. per eccedere il lato del 9. a quello del 4. in sola la unità. Sia il quadrato AB il di cui lato o radice è AC. se a detto quadrato se li scema il doppio della sua radice meno l'unità resulterà il quadrato AI, prossimo minore = = ═ ═ ═

~~Proposizione il quadrato AB e de detto AB~~

Proposizione XXIII. Teorema

Qualsivoglia quadrato numerico costa di tanti numeri impari di quelli che vengono in progressione Aritmetica dell'unità, quanti vi è l'unità nella sua radice = —

La progressione delli numeri impari è 1·3·5·7·9· si dice, perche R. radia di 4· costa di due unità, il suo quadrato 4 costa delli due primi termini di detta progressione; 1·3 = e perche 3· tiene tre unità il suo quadrato 9 costa delli tre numeri 1·3·5· che sommati fanno 9·, e così degl'altri =

Proposizione XXIV. Teorema

Qualsivoglia, il di cui lato, ò radice sia divisa in due segmenti, si compone del Cubo del primo segmento, più di tre solidi, ò prodotti fatti dalla moltiplicazione del quadrato del primo segmento, per il secondo: più d'altri tre solidi, ò prodotti nati dalla moltiplicazione del primo segmento, quale è il quadrato del secondo; e più del Cubo del secondo segmento = =

Questo Teorema, e li seguenti si dichiarano con gran facilità per numeri e caratteri; e si dimostrano con gran difficultà per linee, a causa di non potersi bastantemente espressare nella carta la moltitudine delli piani, e Solidi le quali si compone questa potestà, e perciò giudico esser più convenevole palesare la sua verità con i soli numeri = Sicche sia il Cubo 13824 la di cui radice sarà 24. costa questa di due segmenti quali sono 20 e 4. Dico che questo Cubo si compone delli Solidi nella proposta detti, quali saranno li seguenti

Cubo di 20 segmento primo	8000.
Tre Solidi o prodotti di 400 quadrato di 20. per 4. segmento secondo	4800.
Tre Solidi, o prodotti di 16. quadrato di 4. per 20. segmento primo	960.
Cubo di 4. segmento secondo	64.
Cubo Totale	13824.

Proposizione XXV. Teorema

Il quadrato-quadrato, il di cui lato sta diviso in due Segmenti, si compone del quadrato-quadrato del segmento primo: più del quadruplo del Cubo del segmento primo, mol=

-tiplicando per ~~quello~~ il segmento secondo:
più del quadrato del segmento ~~primo~~ secondo, moltiplicato per il sestuplo del quadrato del segmento primo:
più del Cubo del segmento secondo moltiplicato per il quadruplo del lato primo
più del quadrato-quadrato del lato secondo =

Questi problemi apportano confusione nell'astratto della proposta però si rende intelligibile, pella spiega seguente =

Sia il quadrato-quadrato totale 331776 -
la di cui radice o lato sarà 24; che esposto di due segmenti 20 e 4; dico che si compone delli solidi segmenti

Quadrato-quad. di 20 segm: primo - - - 160000 -
Quadruplo del Cubo del segm. primo per il segmento secondo - - - 128000
Quadrato del segmento secondo per il sestuplo del quadrato del segmento primo - - - - - - - 38400 -
Cubo del segmento secondo per=

riporto — — — — 326400
quadruplo del segmento primo — — — — 5120.
Quadrato-quadr: del segmento secon-
do — — — — — — — — — — — — — — — — — 256.

Quadrato-quadrato totale — — 331776.

Proposizione XXVI. Teorema.

Il super solido, o quinta potestà, la di cui radice, o lato, si compone di due segmenti, costa del super solido del segmento primo: più del segmento secondo, moltiplicato per il quintuplo del quadrato-quadrato del segmento primo: più del quadrato del segmento secondo, moltiplicato per il decuplo del Cubo del segmento primo: più del cubo del segmento secondo, moltiplicato per il decuplo del quadrato del segmento primo: più del quadrato-quadrato del segmento secondo, moltiplicato per il quintuplo del segmento primo: più del super solido del segmento secondo ═ —

Sia il super solido, o quinta potestà 3 9 6 2 6 2 4 (di cui radice, o lato 24 composto di due segmenti 20 e 4) dico che si compone delli solidi, o prodotti seguenti =

Super solido del primo segm.^to	3200000
Secondo segmento, per il quintuplo del quadrato-quadrato del segmento primo	3200000
Quadrato del segmento secondo per il decuplo Cubo del segmento primo	1280000
Cubo del segmento secondo per il decuplo del quadrato del segmento primo	256000
Quadrato-quadrato del segm.^to secondo per il quintuplo del segmento primo	25600
Super solido del segm.^to secondo	1024
Super solido datale	3962624

Proposizione XXVII. ~~Teor~~ Problema

Determinare li piani, e solidi dalli quali si compone qualsivoglia potestà = = =

Nella Tavola seconda, che unitamente con altri si ritrova, dopo della propos=

izione prima del seguente libro, cer=
casi il Carattere proprio della potestà
la di cui compossizione si desidera sapere,
il quale si troverà nell'infima linea
trasversale: sopra il novato Carattere
si vedrà una Colonna di numeri, si
prestatano questi numeri nel medesimo
ordine, e per maggior chiarezza se li
unisce una unità sopra, ed un'altra
abasso: al lato di casa uno numero se
li scrive a un A. meno a quella uni-
tà di sotto, se unisce medesimamente
della A un B meno a quella che corris-
ponde alla unità di sopra; e questi let-
tre si uniranno li termini della progres-
sione naturale aritmetica, che prin-
cipia dall'unità; però con questa dif-
ferenza, ~~che~~ quella che scrivasi al
lato di A. principierà di sotto, a salire
sopra, e quella che scrivasi al lato di
B. principierà di sopra ascendendo
abasso, ciò detto si moltiplicheranno le
piani, e solidi che compongono quella

potestà colla facilità che si vede nel
seguente Esempio = —

Si desidera sapere di quali solidi, o prodotti si compone la sesta potestà, che chiamano Cubo-Cubo. Cercasi il suo carattere ch 6. nella linea infima della Tavola I., e sopra detto carattere trovo la colonna 6. 15. &c. che traslatato in una Carta, come qui a lato si vede; ponendo una unità ad ogni Cubo e scrivendole alla dritta uno A, e una B nella maniera si disse di sopra; unitamente la progressione delli esponenti ascendente in A, e discendente in B. Fatto ciò, sopra questa nuova tavola come leggendo li solidi, o prodotti del quale si compone la potestà soprradetta; avvertendo, che la A, significa sempre il segmento primo del lato, o radice, e la B. il secondo segmento = = = —

1.	A6.	
6.	A5	B1.
15.	A4.	B2.
20.	A3.	B3.
15	A2.	B4.
6.	A1	B5.
1.	.	B6.

Si dice dopo che la sesta potestà si compone d'un Cubo-Cubo del segmento primo, più del sestuplo supersolido del segmento primo moltiplicato per il segmento secondo: più di 15. quadrato-quadrati del segmento primo moltiplicati per il quadrato del segmento secondo: più di 20. cubi del segmento primo moltiplicati per il Cubo del segmento secondo, più di 15. quadrati del segmento primo, moltiplicati per il quadrato quadrato del segmento secondo: più del sestuplo del segmento primo, moltiplicato per il supersolido del segmento secondo: e più d' un Cubo-Cubo del segmento secondo, ecc. così di quelli di più potestà = =

Il modo di fare, e continuare la Tavola sopradetta infinitamente vederemo nel libro seguente; ed il fondamento della sua fabrica si vedrà chiaramente nel Trattato dell'Algebra, dove si proverà altra volta più patente tutto quello che fin ora abbiamo detto =

&c. &c. &c.

&c. &c.

&c.

Libro II. =

Risoluzione delle Potestà numeriche

Capo I. ~~[illegible]~~

Regola Generale per l'analisi, ò sia risoluzione delle Potestà ⸗

Regole ~~ge~~generale per l'estrazioni delle radici numeriche = =

Regola I. Il numero da chi si voglia estrarre la radice, si distinguerà con punti, principiando a fare questa divisione per la dritta, fino la sinistra. Come per Esempio sia il numero posto in A. dal quale si voglia estrarre la radice quadrata, si dividevanno le figure di due, in due, come si vede per esser 2 l'esponente del quadrato; e dovendosi estrarre d'un dato numero la radice cubba, si farà la divisione di tre, in tre cifre come si vede in B per esser 3. l'esponente del Cubbo, e se la radice da estrarsi sarà quadrata-quadrata, si farà la divisione di quattro in quattro ~~[illegible]~~ cifre, per esser 4. l'esponente della del quadrato-quadrato come si vede in C, e così degl'altri, secondo il loro esponente

A: 83.69.56.78 = B: 9.567.853 = C: 57.8495.6789

Regola 2.= Fatto quanto si è detto di sopra, si principierà l'operazione nella seguente forma: Si cerca la radice del primo membro della sinistra, la quale pella proposizione 19 del libro 1: non avrà giamai più che una Cifra, e questa si troverà di memoria, o per la Tavola prima, che va divisa in differente ordini, uno per ogni potestà; Cercasi dopo nell'ordine partinente alla potestà, cercasi la di cui radice; il numero del primo membro; e se questo non si troverà nella Tavola, si prenderà il prossimo minore, ed a suo lato si incontrerà la radice, Come per Esempio si ricerca la radice quadrata di 49: si trova nell'ordine di A2: il 49. ed a suo lato si incontrerà 7. che sarà la sua radice; però se si cercherà la radice quadrata di 58; per non trovarsi 58. nella Tavola, si prenderà il suo prossimo minore, quale sarà 49: ed a suo lato si incontrerà 7. sua radice, la quale si prenderà ancora come radice del 58.

Regola 3.= La prima Cifra della radice si scriverà sopra d'una linea, la quale si potrà tirare sopra il numero di cui si vuol estrarre la sua radice, e la potestà di detta Cifra si scriverà sotto quelli del primo

membro; cioè se estraesi la radice qua=
drata, si moltiplicherà il numero trova=
to per se stesso, ed il prodotto si scriverà
nel sopradetto luogo, e se estraesi la radi=
ce cubba, si cubicarà, ed il suo cubbo si porrà
rà nel surreferito luogo, lasciando sempre
che l'ultima cifra alla destra corrisponda all'
ultima del membro sopradetto, sottragasi
questa potestà dal numero di detto mem=
bro, e si terrà il residuo primo, e nel suo
suo seguito si scriverà il membro secon=
do, omettendo il punto che pria lo distin=
gueva dal primo membro =

Regola 4 = Passati già a ricercar la se=
conda cifra della radice, primo d'ogni al=
tro si hà disponere una ~~Tavola~~ Tavola con
cinque colonne, che potrassi traslatare di
quelli che più sotto pongasi con il titolo di
Tavola 3. Analitica: Se cercasi la radice
quadrata, si prenderà la Tavola propria
per quella e così dell'altri radici, secondo
sarà il suo ricercato =

Regola 5 = Preparata la Tavola ~~propria~~
della radice che si cerca dopo si operarà co=
me siegue: la cifra che si trovò per la ra=

dice del primo membro, e che si collocò sopra della linea si scriverà ancora nella Tavola a lato del carattere A1. nella seconda Colonna = A questa Cifra per regola generale se le ponrà a suo lato un Zero, supponendo sempre essere questa Cifra Zero valore del Carattere A1. = Se nella Tavola si troverà ancora il Carattere A2. si quadrerà, ed il suo quadrato sarà il valore di A2. scrivendolo a suo lato e se si troverà il Carattere A3. si cubbirà, ed il suo cubbo. sarà il valore di A3. quale si scriverà a suo lato, e così degl'altri = = = =

Regola 6.ª = Si moltiplichi ogni numero della seconda Colonna, con quel numero che li corrisponde a suo lato nella prima Colonna, e li prodotti si noteranno col medesimo ordine nella terza Colonna, ciò fatto si sommano le stessi numeri posti nella terza Colonna, e questa somma sarà il divisore, che hà da partire il ~~pr~~ primo residuo, ed il quoziente sarà la seconda cifra della radice la quale si ponrà sopra la linetta come colla prima si prattticò, ed ancora si noterà a lato di B1; senza che si facci

caso del residuo rimasto dalla partizio=
ne=

Regola 7. = Alla sopradetta Cifra secon=
da, trovata sebe accoppierà un Zero; e
se vi sarà B1. si quadrerà, ed il suo quadra=
to si noterà a lato di B1; e se sarà B3.
si cubirà ed il suo cubo si noterà a la=
to del B3. e così degl'altri: Ciò pratticato
ogni numero di questa quarta colonna
si moltiplicherà, con il suo corrispon=
dente della terza Colonna, e col mede=
simo ordine si scriveranno li prodotti
nella quinta Colonna, et l'ultimo nu=
mero della sud.^{a} quarta colonna, che
giamai averà suo corrispondente, si pas=
serà anche nella quinta Colonna
~~e quali~~ che sommati insieme, il prodot=
to di quali = dovarà sottrairsi il re=
siduo primo, e darà il residuo secondo =

Regola = 8. Se il residuo secondo sarà
tutto Zeri, sarà terminata l'operazione
e la radice trovata sarà razionale; quan.

~~te~~ volte non vi fossero altri membri d'estrarsi la radice; ma seperi ~~ti~~ vi restero, e questi fossero ancora zeri, dovrassi aggiungere alla radice trovata tanti zeri, quanti saranno le membri rimasti, e così sempre la radice sarà giusta, e razionale =

Seperi il residuo secondo non era zeri, e non vi fosse altro membro nella potestà da risolversi, allora si dirà essere la sua radice ~~irrazionale~~ o ~~vero~~ sorda, e la sua potestà irrazionale; abbenche si potrà approssimare ~~alla~~ una più vicina radice secondo le regole, che si daranno in appresso =

Regola 9 = Se il residuo secondo, non sarà zeri, ma vi fosse alcun'altro numero, e nella potestà data si fosse ancora altro, o altri membri si proseguirà l'operazione nella forma seguente =

Si dispengna un'altra seconda Tavola, ed al lato del Carattere A1. le due lettere trovate per radice nell'operazioni

passati, e continuando le medesime ope-
razioni di sopra si troverà la terza
Cifra della radice; e così sarà termina-
ta l'operazione, e se vi fosse altro mem-
bro nella data potestà, della quale bis-
ogna trovar la quarta Cifra della ra-
dice, sarà necessario formare altra
Tavola, ed operando sempre come
si è detto, si giungerà all'infinito

Tavola I.

Potestà delle numeri digiti

A2		A3		A4	
1	1	1	1	1	1
4	2	8	2	16	2
9	3	27	3	81	3
16	4	64	4	256	4
25	5	125	5	625	5
36	6	216	6	1296	6
49	7	343	7	2401	7
64	8	512	8	4096	8
81	9	729	9	6561	9
A5		**A6**		**A7**	
1	1	1	1	1	1
32	2	64	2	128	2
243	3	729	3	2187	3
1024	4	4096	4	16384	4
3125	5	15625	5	78125	5
7776	6	46656	6	279936	6
16807	7	117649	7	823543	7
32768	8	262144	8	2097152	8
59049	9	531441	9	4782969	9

Tavola II.
Sintetico-Analitica =

A2.	A3.	A4	A5.	A6.	A7.	A8.	A9.	A10.	A11.	A12.
										12.
									11.	66
								10	55	220
							9.	45	165	495
						8.	36	120	330	792
					7.	28	84	210	462	924
				6.	21	56.	126	252	462	792
			5	15.	35	70	126	210	330	495
		4.	10.	20	35	56	84	120	165	220
	3	6	10	15	21.	28	36	45	55	66
2	3	4	5	6	7	8.	9	10.	11.	12

Tavola III
Analitica

Tavola per a2. =

2.	a1.		B2.	

Tavola per a3. =

3. 3	a2. a1.		B1. B2. B3.	

Tavola per a4. =

4. 6 4.	a3. a2. a1.		B1 B2. B3. B4.	

Tavola per a5. =

5. 10 10 5	a4. a3. a2. a1.		B1. B2. B3. B4. B5.	

Tavola per a6 =

6 15 20 15. 6.	a5. a4. a3. a2. a1		B1. B2. B3. B4 B5. B6.	

Tavola per a7.

7. 21. 35. 35. 21. 7.	a6 a5. a4 a3. a2. a1.		B1. B2. B3 B4. B5. B6 B7.	

V.

Proposizione VII. Problema
Fabrica, ed uso delle Tavole

La Tavola I. si fabrica moltiplicando ogni numero digito per se stesso, tante volte sino a trovar la cercata potestà al suo lato = L'uso di detta Tavola è ancora facile perche trovato nella Tavola il numero di cui si voglia la sua radice, si vede corrispondere a suo lato la radice che ricercavasi o quadrata, cubba, o qualunque altra sia =

Fabrica ed uso della Tavola II.

Si dispenga trasversalmente la progressione naturale Aritmetica principiando dall'1: ciò fatto si scriverà la medesima per linea diagonale come si vede nella Tavola. dopo ciò si troveranno ~~tutti~~ l'altri numeri, sommando quelli di sotto con il suo immediato di sopra, e la somma sarà il numero collaterale, come nel secondo luogo sopra A3. trovo 3. e sopra questo altro 3. quali entrambi sommati fan 6. quale si scriverà a suo lato sopra del 4. ed ecco formata la terza colonna; per formar la quarta si prosiegue, dicendo 4. e 6. della Terza Colon.

na dan 10. quale si scriverà al lato del 6. e continuando si dica 6. e 4. dan ancora 10. quale si scriverà al lato dell'altro 4. e così resterà formata la quarta colonna, e della medesima maniera si proseguirà all'infinito, si chiama Tavola Sintetico-Analittica perchè contiene sì le piani, come le solidi, che compongono le potestà servando ancora nella loro regulazione ——

Fabrica, e uso della Tavola II.

La Tavola 3. si compone di molte tavole particolari una per ogni potestà; ogni Tavola sarà composta di cinque collonne nella prima alla sinistra si collocheranno le numeri proprj di quella potestà, ~~trovati~~ che si troveranno nella Tavola seconda; nella seconda colonna si poneranno le Carattere delle potestà di a. che significa il primo segmento / ~~quando si userà di questa Tavola~~ / ossia della radice come si è detto ai disopra, detto segmento quando useremo delle Tavole si supponga conosciuto = e si collocano dette Carattere al lato delle numeri della prima Colonna ponendo quella della potestà più alta di sui esponente sempre terrà una unità meno che l'esponente della potestà a chi parviene la Tavola. La terza colonna si lascerà vacua, nella quarta si collocherà il carattere B. e suoi potestà sino quella che tiene l'esponente medesimo, e l'ultima colonna si lascerà ancora vacua. Con ciò verranno a tenere in queste Tavole i piani, e solidi il medesimo ordine che si esplicò nel libro antecedente proposizione 11. L'uso di dette Tavole si potrà meglio capire nelli Proposizioni seguenti.

Proposizione Problema

Esempio 1. Si domanda la radice quadrata dal numero ~~9801~~ 4096.

Operazione. perchè l'esponente del quadrato è 2. Divido il numero proposto di due, in due figure, come si vede, e principio l'operazione per mani sinistra, trovando la radice quadrata del primo membro che sarà 40. e di ciò

	1
Quadrato	40·96

	1	
Quadrato 6	6	4
	40.96	
Resid. 1.°	36.	
	496	
	496	
Resid. 2.°	000	

Così la radice quadrata di 40. (quantunque non giusta) sarà 6 quale scriverò la linea, il quadrato di 6. sarà 36 quale si sottraerà ~~...~~ del 40 e resteranno 4. residuo del primo membro, e abbassando il 96. di sopra membro secondo della data potestà si scriverà al lato del 4. e sarà dopo 496. Ciò fatto si passerà alla seconda operazione per trovare la seconda lettera della radice, primo d'ogni altro si disponghi la tavola propria del quadrato come si vede.

2	a1. 60	120	B1. 4. B2. 16.	480 16 496

Scrive nella seconda colonna al lato di a1: il 6. trovato per prima littera della radice, al quale se l'accoppierà il zero e sarà 60: quale 60. moltiplicato col 2. della prima colonna sarà 120. quale prodotto scrivo nella tavola terza ed il medesimo sarà il divisore del primo residuo 496. e trovo 4. quale si scriverà sopra della lineatta, come anco si collocherà nella quarta colonna al lato di B1: e questa sarà la seconda cifra della radice, e perche B2. è il quadrato di B1. quaderò il quattro moltiplicandolo in se stesso, ed il prodotto 16. sarà il valore di B2: che il ~~valore~~ 16. si scriverà a suo lato; fatto ciò si moltiplica la quarta colonna nella terza, cioè il 4: per 120. ed il prodotto 480. lo scriverò nella quinta colonna, sotto del quale passerò il 16: quali entrambi sommati e sarà 496. e questi sarà il numero che dovrà sottrarre al residuo primo, ~~e perche~~ 496. il quale sottratto ritrovo esser il residuo tutti zeri, e non essendovi altri membri nella potestà data, lascia terminata l' operazione, e dico esser 64. radice giusta del quadrato 4096. proposto

Esempio secondo = Domandasi la radice quadrata di 262144.

Operazione = Si divide come prima il numero proposto di due, in due figure

6Q=6A

si principia l'operazio=ne dicendo la radice di 2. primo membro della sinistra, e 1: quale si scrive sopra della linea, essendo il quadrato d' 1. sarà 1: lo porrò sotto del primo membro 1: quale sottratto dal medesimo, resterà uno 1: ed abbassando a suo lato il membro secondo 62: sarà 162. quale sarà il residuo del primo =

	1	6	2.
Quadrato.	262	4	4
	1		
Resid. 1. - - -	1	6	2.
	1	5	6
Resid. 2. - - -		6 4	4 -

Per ritrovare la seconda lettera della radice, bisogna prima disporsi la Tavola seguente =

2.	a1. 10.	20	B1. 6. B2. 36.	120- 36. 156.

Scrivo nella seconda Colonna al lato di a1. il 1. trovato per radice, ed unendole un zero sarà dieci, quale moltiplicato col 2: della prima colonna sarà 20. il quale si collocherà nella terza colonna, ed il suddetto 20. sarà il numero divisore, che à da partire il residuo primo 162: nel quale entrerà 6. volte, ed il 6 si scriverà nella quarta colonna a lato del B1. quale 6. sarà la seconda lettera della radice, scrivo al lato di B2. il valore di 36.

quadrato del 6: si moltiplica finalmente
la terza colonna nella quarta vale a dire
il 6 per il 20 e sarà 120 quale si scrive=
rà nella quinta colonna, passandoli sotto
il 36; la somma de' quali sarà il diviso=
re del residuo ~~secondo~~ primo 162. Il quale restato
le 156 resterà per residuo secondo 6. che
accoppiatoli 44 terzo membro della potes=
tà sarà 644 ~~per~~ residuo secondo = =
Siccome di detto residuo si ha da trovare il
terzo carattere della radice bisogna dis=
porre un'altra volta la tavola nella
forma seguente

2	a1. 160.	320	B1. 2	640.
			B2. 4	4.
				644

Si colloca il 16 radi=
ce trovata al lato
a1 con unirli un
zero, e sarà 160 quale moltiplicato per il 2
della prima colonna sarà 320, quale
dopo collocato sarà nella terza colonna =
dividerà il secondo residuo 644 nel quale en=
trerà due volte, quale 2 terza figura sa=
rà della ricercata radice, e si ponerà al lato
del B1 ed il 4 quadrato di detto 2 si po=
nerà al lato di B2, si moltiplica dopo 320
per 2, ed il suo prodotto 640 si ponerà

nella quinta colonna, e perche il 4. non hà con chi moltiplicarsi si passarà sotto del 640; che entrambe sommati fanno 644. quale sottratto col passido secondo resta il residuo terzo tutti zeri; per qual cosa dico che la radice di 162. ritrovata sarà giusta, e razionale = — —

Avertenza = — —

1. Quando accaderà che il residuo, che si hà da partire sarà più minore ~~che~~ del divisore trovato nelle Tavole, allora si ponerà un zero sopra la linietta dove si segnano le lettere delle radice, e si proseguirà facendo gl'altri Tavole, l'esempio seguente servirà per maggior intelligenza della pratica =

Esempio = Sia il quadrato 4120900: del quale si cerca la sua radice, si dividerà con punti di due in due numeri come si vede; e si principia l'operazione ~~come~~ dicendo: La radice quadrata di 4, sarà 2; quale si noterà sopra della linea ed il suo quadrato, si noterà sotto il primo membro, dal quale restato il sud.º quadrato resterà nulla, ciò fatto si abbia

serà il 12. quale sarà il residuo 1.	2 0 3 0 0
Per la seconda operazione per trovare la seconda cifra della radice	Quadra: . 4 · 12 · 09 · 00 · 00 ·
	4
	Residi. 1. ... 0 1209
	1209
si disponga la tavola seguente, e	Resid. 2. ... 0000

2.	41 · 20 ·	40 ·

trovasi che il diviso= che dà la terza colonna sarà 40. ed essendo il residuo primo 12. meno del 40; non si potrà per consequenza esser diviso dal detto 40. per la qual cosa si metterà sopra della linea un zero per secondo carattere della radice, e lasciando da parte la sud.ta Tavola si verrà ad operare, come siegue =

Si passa a far la terza operazione, si abbassa il terzo carattere 09. terzo membro della potestà data, quale accoppiato col primo residuo sarà il numero 1209, e per trovare la terza Cifra della radice, si farà la tavola seguente, si pone sanno prima ~~la due~~

nella seconda colonna al lato di A1. Co

due ritrovati carat-
tere della radice
quali sono 20, e accop-
piandole un Zero sarà
200 quale si collocarà
al detto luogo del A1.

2.	A1:200	400	B1. 3	1200
			B2 9	9
				1209

quale 200 moltiplicato per il 2. della prima colonna, darà 400. quale si noterà nella terza colonna, ed il medesimo sarà il divisore del 1209: ed il 400, nel 1209. entrandoci 3. volte, il 3. si noterà nella quarta colonà al lato del B1:, ed il quadrato di detto 3. che sarà 9. si noterà sotto detto 3. al lato del B2; come pure si noterà sopra della linea per esser il 3. terzo carattere dalla ricercata radice, ciò fatto si moltiplicherà il tre della quarta colonna per il 400 della terza colonna, ed il suo prodotto 1200 si noterà nella quinta colonna, e siccome il 9. del B2. della quarta colonna, nella terza colonna non trova numero a suo lato, con cui si potesse moltiplicare; si passerà detto 9. nella quinta, ed ultima colonna, sotto dal 1200, che entrambe sommati daranno 1209 quale sottrattato dal primo residuo darà zero, e come che, ancor vi sono altri due membri da estrassi la sua radice; le quali per esser ancora zeri, si noteranno altri due zeri sopra della linea, dove collocati sono le carattere della radice, e se ve ne fossero stati degl'altri, altri tanti zeri, si dovessero collocare la sopra, quanti membri rimanevano. laonde in questa operazione fatta la radice trovata sarà 10300, che per non aver rimasto numero alcuno si dice essere giusta, e non sorda.

Avvertenza

Quando la somma delli prodotti dell'ultima colonna saranno aumentati di sì fatta maniera, quanto che non si potrà sottraere dal residuo, sarà difetto di

s'accorgi pregio errore nella partizione
posta, qual cosa sarà necessario replicare
di bel nuovo l'operazione, con dare alla
cifra il 1131: altra cifra di minor valo=
re, e così si potrà praticare in tale oc-
correnza =

Propo: Problema

Estrarre la radice Cuba.

Esempio 1: Si domanda la radice
cuba di 148877. =

Operazione = Per esser 3. l'esponente del
Cubo bisogna divi=
dere il dato numero
di tre in tre Caratte=
ri principiando a far
della divisione dalla ma=
no destra. Ciò fatto

	5.	3.
Cubo	148.877.	
	125	
Resid.1.	23877.	
	23877	
Resid.2.	00000	

si darà principio alla resoluzione della
seguente maniera: La radice cuba prossi=
ma del primo membro 148. sarà cinque
ed il suo cubo 125. scrivesi sopra della
linea il 5. ed il 148. sia sottratto dal 125
e resteranno 23; si abbassa il secondo
membro al lato del 23. e farà 23877.

quale sarà il ~~secondo~~ primo ~~membro~~ residuo =

Dopo ciò si facci la seguente Tavola: si noterà il 5 nato dal primo membro, al lato del A1: al quale accoppiandole un zero, sarà 50 quale moltiplicato in se stesso farà

3	A2. 2500	7500	B1. 3.	22500
3	A1. 50	150	B2. 9	1350
			B3. 27.	27
		7650	.	23877.

2500: valore del A2. e si noterà al lato del detto A2. si moltiplicherà 2500 per il primo 3. della prima colonna ed il prodotto 7500 si noterà nella terza colonna, come ancora moltiplicato il 50 per il secondo 3. della prima colonna il suo prodotto 150 si noterà nella terza Colonna sotto 7500, la somma de' quali 7650. sarà il divisore quale dividendo al primo residuo, c'entrerà tre volte quale 3. prima si noterà sopra della linea al lato del primo carattere della radice, ed dopo si noterà nella quarta colonna al lato del B1. il 9 quadrato di d.to 3. si scriverà al lato del B2. ed il 27. cubo del medesimo 3. si noterà al lato del 53: Ciò fatto si moltiplichi il 3. della quarta colonna con il 2500, ed il suo prodotto 7500 si noterà nella quinta, ed ultima colonna, così ancora moltiplicato il 9. della quarta colonna con il 150. della terza il prodotto 1350, si noterà sotto del primo nella quinta colonna, e perche il 27. della quarta colonna non tiene numero a suo lato nella terza colonna, si passerà d.to 27. sotto del primo, e secondo prodotto notati nella quinta colonna, la somma delli quali 8877. sottratto dal primo residuo resteranno zeri, per la qual cosa si dice il 53 essere la giusta radice cuba che si cercava

Esempio 2.° — Si ha di estrarre la radice cuba di 75686967.

Avendo prima diviso il numero dato di tre ~~numero~~ in tre cifre, trovisi la radice cuba del primo membro, quale sarà 4. ed il suo cubo 64. scrivo il 4. sopra della linea, ed il 64. ~~[illegible]~~ lo sottraggo dal 75, all'avanzo della quale sottrazione 11. l'accoppio il secondo membro 686. e

	4. 2 3.
Cubo	75.686.967.
	64.
Resid. 1.	11686.
	10088
Resid. 2.	1598967.
	1598967.
Resid. 3.	0000000.

intutto sarà 11686 quale sarà il primo re=
siduo, ciò fatto si formerà la seguente Tavo-
la

Si ponghi il 4 trovato per primo carattere della radice in a1·a2 copiando con un zero che sarà 40

3	a2·	1600	4800	B1·	2	9600
3	a1·	40	120	B2·	4	480
				B3·	8	8
			4920			10088

nella prima colonna

che sarà 40 quale moltiplicato in se stesso da
1600, quale si noterà al lato di a2, dopo ciò
si moltiplicherà detto 1600 per il primo 3 della
prima colonna ed il prodotto 4800 si noterà
nella Tavola terza, locchè ancora si farà dal
prodotto nato dal secondo 3 della prima Colon=
na col 40 della seconda colonna, ~~quale~~ il pro-
dotto sarà 120, quale si ponerà sotto del 4800
la somma de' quali 4920 sarà il numero di=
visore dal primo residuo, e perche ~~tutto~~ il 4920
nel primo residuo entra due volte il due dopo
che sarà notato sopra della linea, ove si notano
le radice, si noterà al lato del B1 ed il 4
quadrato del 2 si noterà al B2, ed 8 cubo
del 2 si noterà al lato del B3, ciò fatto si
moltiplicherà il 2 della quarta Colonna, col
4800 della terza colonna, ed il prodotto 9600
si noterà nella quinta Colonna, si moltipli=

nella par= Colonna

cherà il 4 della quarta Colonna col 120 della terza colonna ed il prodotto 480 si noterà nella quinta Colonna sotto del primo prodotto, e si come l'8 della quarta colonna non tiene nella terza colonna numero col quale si possa moltiplicare, si porrà sotto li due prodotti nella quinta colonna che entrambe sommati il prodotto 10088 sarà ~~il divisore, che ha da partire il~~ qual numero che avrà da sottrarre il primo residuo, ed infatti sottratto resteranno 1598. al quale accoppiandole alla cala il terzo membro 967 sarà 1598967: fatto ciò si passerà alla terza operazione =

Si faccia di bel nuovo un'altra Tavola come si vede. Si scrive il A2 termine delle Radice trovato al lato di A1 nella

3 3	A2 · 176400 A1 · 420	529200 1260 530460	B1 · 3 B2 · 9 B3 · 27	1587600 11340 27 1598967

seconda Colonna, che aggiungendoli un zero farà 420, il quale moltiplicato in se farà il valore del A2 · 176400: nella seconda Colonna, ciò fatto si moltiplichi il valore di A1 per il primo 3 della prima Colonna, ed il prodotto 529200 si noterà nella terza Colonna, si moltiplichi ancora il vabici di 90. che è 420. per il secondo 3. della Tavola prima, ed il prodotto 1260. si ponerà sotto del primo prodotto notato nella Tavola terza, le quali prodotti, sommati, daranno 530460, quale numero sarà il divisore dal secondo residuo 1598967. e perchè detto divisore, nel secondo residuo entrarà 3. ~~[illegible]~~ volte, si noterà prima detto 3. al luogo delle caratteri della radice, e dopo si ponerà nella quarta colonna al lato del B 1. ed al ~~a~~ lato del B 2. se li noterà il quadrato di detto 3. quale sarà 9., ed il cubbo di detto 3. quale sarà 27. si noterà al lato del B 3. dopo ciò si moltiplichi il 3. ~~notato posto~~ a lato del B 1. nella quarta colonna per il primo numero ~~prodotto~~ della Tavola terza, ed il prodotto 1587600 si noterà per primo numero nella tavola quinta, si moltiplichi ancora il 9. quadrato del 3. che a lato ritrovasi del B 2. pel secondo numero della ~~[illegible]~~ terza Colonna, ed il prodotto, si noterà per secondo numero nella quinta colonna sotto del primo, e siccome il 27 della quarta Colonna non trova numero nella terza colonna, con chi moltiplicarsi si noterà sotto il primo, e secondo prodotto notati nella quinta colonna, le quali tutti tre sommati il prodotto di quali 1598967 - sarà il numero che ha da sottrarsi il secondo residuo, che nel nostro caso rimangono tutti zeri, e si dice ~~[illegible]~~ 423 - essere la radice cuba giusta del num.º 75686967 =

Proposizione Vecrema

Spiega = l'esponente del quadrato-quadrato è 4 - il quale procede dalla moltiplicazione del 2. esponente del quadrato, per se medesimo: e si dice che la radice quadrato-quadrata si può trovare estraendo prima la radice quadrata del numero dato, e di questa radice trovata estrarre altra volta la radice quadrata, e quest'ultima sarà la radice quadrato quadrata del numero dato. Così ancora l'esponente del cubo-cubo, ossia sesta potestà è 6 - che procede dalla moltiplicazione di 3, esponente del cubo, per 2 esponente del quadrato: Dicesi dopo che la radice cubo-cubica d'un numero dato, si può trovar, con trovare prima la radice quadrata di detto numero, e dopo la radice cuba, del numero che nacque per radice quadrata, overo al contrario, estraendo primo la radice cuba del dato numero, e di questa dopo, estraesi la radice quadrata, e così degl'altri potestà: la raggione chiaramente si vede nella seguente progressione

2. 4. 8. 16 32. 64. 128 256. 512.
a1. a2. a3. a4. a5. a6. a7. a8. a9.

Perche si di a4. che è 16. si estrae la sua radice quadrata, si troverà esser 4. ed estraendo la radice quadrata di 4. si troverà esser 2. la quale in questo caso sarà radice quadrato-quadrata del 16. Così medesimo perche l'esponente a6. procede dalla moltiplicazione di 3. per 2: si da a6. che è nell'esempio proposto 64. si estraerà la sua radice cuba, si troverà esser quattro 4. la di cui radice quadrata è 2, la quale radice 2. ancora sarà radice cubo-cubica del 64. overo se dal medesimo 64 si estraerà la sua radice quadrata si troverà esser 8; dalla quale radice 8 estratta la radice cuba si troverà esser 2.

radice ancora cubo-cuba, e così degli altri; La raggione si vede chiaramente nella serie proposta perchè il 64 non solo proviene dalla moltiplicazione di 32 nella radice 2, ma ancora dal suo cubo 8 moltiplicato per se medesimo; con che 64 è quadrato del cubo della sua radice; siccome se estraessi la radice quadrata di 64 si trova il suo cubo, ed estratta la radice cuba di questo cubo, si troverà la radice cubo-cuba di 64 e così degl'altri =

Proposizione Problema =

Estrarre la radice quadrata-quadrata = — —

Sia il quadrato quadrato 1048576 si domanda la sua radice =

Come che l'esponente di questa è 4 che procede dalla moltiplicazione di 2 per 2 si può estrarre la sua radice di due modi =

Il primo sarà estraendo la sua radice quadrata, e di quel che resulta estrarre di nuovo la sua radice quadrata; estraggo dopo la sua radice quadrata del dato nume=

nella proposizione 4, e si troverà essere 1024. dalla quale estratta di bel nuovo la radice quadrata si troverà esser 32. quale sarà la radice quadrata quadrata = =

Il secondo modo sarà per la regola generale come siegue =

Per esser 4. l'esponente della data potestà, si dividerà il dato numero di quattro, in quattro caratteri, e si troverà nella Tavola la prima, che la radice quadrata-quadrata di 104. primo membro del dato numero, esser 3. il di cui quadrato quadrato sarà 81 = scriverò prima la radice tre sopra della linea usata farsi per collocarle le cifra delle radici, ed il quadrato quadrato 81. sotto del 104, che sottraendolo dal medesimo resterà 23, e scrivendole a suo lato il secondo membro 8536 darà per primo residuo 238536 come si vede, ciò fatto si disponerà la seguente Tavola, per trovare la seconda cifra della ricercata radice

		3.	2.
	I		
X4.	104·8536		
	81		
Residi.	·238536		
	·238536		
Resid2.	·000000		

4	a3. 27000	108000	B1. 2.	216000
6	a2. 900	5400	B2. 4	21600
4	a1. 30	120	B3. 8	960
			B4. 16	16
		113520		238576

Posto il 3. che si trovò per radice nella seconda colonna al lato di a1. al quale unendole un zero sarà 30 ~~il~~ e per conseguenza il quadrato 900 sarà il valore di a2, ed il suo cubo 27000 sarà il valore di a3. Dopo ciò moltiplicando la seconda colonna per la prima saliranno le prodotti quali situati vedonsi nella terza colonna la somma de' quali 113520 sarà il divisore, si partirà dopo il primo residuo per il sud.to divisore, e si troverà per quoziente 2, quale si noterà prima sopra dalla solita linea, come cifra ~~tet~~ seconda della radice, e dopo si noterà al lato di B1. nella quarta colonna, al B2. se li sarà il 4. quadrato del sud.to 2. al B3. il cubo che sarà 8. ed al B4. il quadrato quadrato dal detto 2. che sarà il 16; ciò fatto si moltiplica la terza colonna per la quarta, e li prodotti si noteranno nella quinta colonna, summa delli quali si sottraerà dal primo residuo, che al nostro caso resteranno tutti zeri, onde si vede essere il 32. la giusta radice quadrata quadrata ricercata, e non altrimente = =

Proposizione Problema =

Trovare la radice del sursolido, o quadrato cubo, ossia primo relato =

La quinta potestà, sursolido, o relato primo che si suppone per risolvere trovando la sua radice; sarà 7967624 ————

Operazione = = Per esser 5. l'esponente di questa ~~radice~~ potestà, si divide di cinque in cinque caratteri il lato numero, e per la Tavola prima si troverà esser 3. la V^s del primo membro 79. il sursolido giusto del 3. sarà 37. quale sottratto dal ~~7~~ 79. rimarranno 42. al lato del quale si scriverà il secondo membro quale sarà il residuo primo come si vede; e per trovare la seconda cifra della radice, si farà la seguente Tavola = —

	3	4.
Xs	V	79.67624.
		37
Res. 1. –		4767624.
		4767624.
Res. 2. –		0000000

In questa tavola il valore di a1 sarà 20, quello di a2 400, e così degl'altri potestà come

5	a4 160000	800000	B1	4	3200000
10	a3 8000	80000	B2	16	1280000
10	a2 400	4000	B3	64	256000
5	a1 20	100	B4	256	25600
			B5	1024	1024
		884100			4762624

si vedono, moltiplicata la seconda colonna nella prima li prodotti si collocaranno nella terza colonna, la di cui somma sarà il divisore, col quale divisosi il residuo primo, averrà il quoziente quattro, quale scrivendolo al debito luogo delle caratterè delle radice, dopo si passarà il detto al lato di B1 nella quarta colonna, nel B2 il 16 suo quadrato, nel B3 64 ~~nel~~ suo cubo, nel B4 il 256 suo quadrato quadrato, e nel B5 il 1024 il quadrato cubo, overo relato primo dal 4; dopo ciò moltiplicasi per li numeri alli loro lati corrispondenti della terza collonna, e li prodotti di tale moltiplicazione si passerà nella quinta colonna, la somma de' quali sottratta dal primo residuo, sarà il secondo residuo tutto zeri e sarà 24 la giusta radice ricercata =

Proposizione VIII Problema = =

Trovare la radice cubo cubica =

La sesta potestà chiamata cubo-cubo si potrà risolver in due modi; Il primo secondo quello si disse nella proposizione V, ed il secondo per la regola generale di tutte le potestà =

Si domanda la radice cubo-cuba numerica di 1073741824.

Il primo modo sarà come siegue = Per esser l'esponente 6. di questa potestà il quale proviene dalla moltiplicazione di 3. per 2. estraesi la radice cuba di detto numero nella proposizione 4. e si troverà esser 1024; si estrae la radice quadrata di 1024. e sarà 32. e questa sarà la radice cubo-cuba del numero proposto = =

O' è dal medesimo numero dato si estraerà la radice quadrata si troverà esser 32768; e se di questo si estraerà la radice cuba si troverà esser 32. come è prima = — — =

Il secondo modo sarà questo per la regola generale di tutte le potestà, servendosi

della Cavola, quale tralascio per aver-
mi abbastanza spiegato —
Con questo artificio delle Cavole si risol-
veranno tutti gl'altri potestà sino all'
infinito, per la qual cosa giudico non
esser necessario addurne più esempij,
saranno sufficienti que' che si hanno pro-
posto nella perfetta intelligenza di
questo assunto —

Capo II.

Della approssimazione delli radici Sordi, ed Irra- zionali.

Radici Irrazionali, overo Sordi, son
quelli potestà irrazionali (che come si disse
se nella definizione 10. del lib. I.) spiegar
non potransi con numero alcuno, ne in-
tiero ne rotto: Che abbia somigliante po-
testà Irrazionali, che ~~ognuno di radice~~
mancano di radice giusta esplicabile con
numeri, il tutto si dimostrerà in suo luo-
go. però nel presente dobbiamo supponerlo sin-

golarmente non essendo necessaria la dimostrazione della sua esistenza, della dimostrazione delle suoi regole, della sua approssimazione, quale sarà il scopo di questo Capitolo

b L'approssimare le radice irrazionali, o vero Sordi, consiste in trovare le radice delle potestà irrazionali, la quale quantunque non sarà la veridica, e giusta, (per non potersi trovare) però sarà prossima alla veridica, e potrà approssimarsi di tal maniera quanto la differenza della radice trovata alla veridica, sarà minore che qualsivoglia quantità determinata assignabile, per quanto piccola sia

Questa approssimazione può procedere all'infinito, senza che sia giamai possibile rivar alla radice giusta, e veridica. Le regole per ciò date, saranno quelle che a suo luogo diremo, nella dimostrazione della quale, prima d'ogni altro necessitano le Teoremi seguenti

Proposizione IX. Teorema

Il prodotto di due numeri quadrati, a di cui radice è il piano, o prodotto delli due radici delli quadrati sopradetti

Siano li due numeri quadrati 4. e 9. il di cui prodotto è 36. si dice che questo prodotto 36. ha da esser necessariamente numero quadrato, e che la sua radice sarà 6. prodotto di 2. radice del 4 per 3. radice del 9., e quantunque questo chiaramente si vede nelli medesimi numeri, che si han proposto, non per questo si deve lasciare la dimostrazione, per la quale suppongo che sia aa = 4. BB = ed il prodotto di questi due quantità sarà aaBB = 36. ciò supposto, secondo l'avvertenza nel lib. 1: Cap. 1. il prodotto aaBB,

sarà il medesimo che AA, BB, per proce=
der tanto l'uno come l'altro ~~d'una me~~
~~desima~~ della moltiplicazione d'una me=
desima grandezza, essendo dopo la radice
di AA, BB il prodotto AB, sarà ancora il
medesimo AB radice del prodotto AA, BB:
ed essendo A radice del quadrato AA, e
B radice del quadrato BB, sarà il pro_
dotto delle radice di AA, BB radice
del prodotto AABB, il quale necessaria=
mente hà da esser numero quadrato,
per procedere dalla moltiplicazione
di AB, per AB, cioè d'un numero co.
nosciuto per se medesimo =.

Proposizione X. Teorema = =

Il prodotto di due numeri cubi,
sarà numero cubo, la di cui radice
sarà il prodotto delle radice di detti
numeri cubi = =

Siano le due numeri cubi 8 e 27. sarà=

dice di 8 e 2; e quella di 27 e 3, vi dico che il prodotto di 8 per 27 che sarà 216 sarà un numero cubo, la di cui radice sarà 6 prodotto della radice 2 per la radice 3. Si dimostra come nella proposizione antecedente; perche supposto sia $AAA \Omega 8$ e $BBB \Omega 27$ sarà $AAABBB \Omega 216$ e come il prodotto $ABABAB$, ~~sarà~~ sia il medesimo $AAAB$=BB, per procedere d'una medesima grandezza sarà $ABABAB \Omega 216$, e essendo la radice di $ABABAB$ il prodotto AB, sarà AB uguale alla radice di 216; ed essendo AB il numero conosciuto 6, sarà 6 la radice cuba di 216: dunque questo prodotto sarà un cubo, la di cui radice è il prodotto di 2 radice d'8, per 3 radice di 27=

Corollario = = —

Ciocche si è dimostrato nel quadrato, e cubo, si dimostrerà ~~[illegible]~~ con la medesima facilità in tutti gl'altri potestà

cioè, che il prodotto di due potestà nu=
meriche d'un medesimo grado, è una
potestà numerica del medesimo grado,
la di cui radice sarà il prodotto delle ra=
dici delli sopradetti potestà, come per
Esempio, si un quadrato-quadrato si
multiplicherà per un'altro quadrato-qua=
drato, il prodotto sarà un quadrato-qua=
drato, il ~~dicui prodotto~~ la di cui ra=
dice sarà il prodotto delli radici delli
primi, e così degl'altri potestà = =

Proposizione XI. Problema =

Approssimar quanto ricercasi
le radici irrazionali, o Sordi =

Regola generale = Si unirà all'ultimo
residuo tanti zeri, quanti vi è d'unità
nell'esponente della potestà, di cui la
radice si cerca; Come per Esempio si cer=
ca la radice quadrata si uniranno due
zeri, se cuba tre zeri, e così degl'altri =
Ciò fatto si continuarà l'operazione, per
le Tavole, cercando altra Cifra, nella radice

e trovata questa si ponerà per numeratore d'un rotto, il dicui denominatore sarà 10. e la radice che si trovò al principio unita col rotto novamente trovato, sarà radice più prossima della data potestà, e se ~~quantunque~~ tante volte si desidera, approssimarla più, si uniranno all'ultimo residuo le medesimi zeri altra volta, e si farà per la Tavola altra operazione, e la cifra trovata unita coll'altra, componerà con quella un numeratore d'un rotto, il dicui denominatore sarà 100, e se desiderasi trovar altra cifra per maggior approssimazione si collocarebbe ancora al lato dell'antecedente per numeratori, alli quale se li darebbe il denominatore di 1000, e così all'infinito =

Esempio = Si domanda la radice quadrata, dal quadrato irrazionale 69:

Operazione = La radice di 69. quantunque' menore, che giugra, sarà 8. il quadrato di 8. è 64; che sottratto di 69 dà il residuo primo 5. si ricerca dopo che la radice si approssimi più alla veridica; e perche l'esponente del quadrato è 2. si uniranno due zeri al residuo 5. e sarà 500. ed in questo si ha l'espressi la seconda Cifra della radice, per la qual cosa si disponga la Tavola come si vede = -

	8.	$\frac{206}{1000}$
X2. V	69.	
	64.	
Re.1.	500	
	489	
Re.2.	1100	
	110000	
	99636.	
Re.3.	10364.	

2	a 80	160	B1.	3	480
			B2.	6	9
					489

Operando secondo ~~...~~ le regole generali porrò l'8. che si trovò per radice nella Tavola al lato A. ed unendoli il zero sarà 80. e moltiplicandolo per il 2. della prima colonna, il prodotto 160. si noterà nella terza colonna, si divida 500 per 160 e sarà il quoziente 3, cioè tredecimi si porrà questo sotto sopra una linea vicino dell' 8 che si trovò prima per radice. Si scriva ancora detto 3. in B1.

ed il suo quadrato 9. in B.; e termi=
nata la Tavola secondo nell'antecedenti si è pratticato, si sottraerà il residuo
primo per la somma dell'ultima Co=
lonna che sarà 489; e resterà il re=
siduo secondo 11. e per radice 8. e 3.
decimi, la quale è più prossima che
l'8. solo = =

Se si volesse approssimare più si uni=
ranno altri due zeri al residuo secon=
do, e sarà 1100, e ponerasi in a[+] la ra=
dice trovata, senza che si facci caso
del denominatore 10. cioè che a. sarà
83. ed unendoli un zero sarà 830, che
moltiplicato per il 2. della prima
Colonna, sarà il prodot=
to 1660, quale doveasi divi=
dere il residuo secondo, lo quale[††] per
esser meno dal divisore; nella qual
cosa non è necessario continuare
la Tavola, ma solo unire un zero
al ~~denom~~ numeratore 3. ed un al=
tro al denominatore 10; e sarà la ra=
dice più prossima + 8. e. 30. centesimi = =

2.	a 830.	1660

[+] nella seconda Tavola

[††] non si potrà dividere

Per approssimar alquanto più la radice trovata, si uniranno altri due zeri al residuo secondo, e sarà 10000, e si disponerà la Tavola come siegue = = = =

$\frac{0}{}$	a. 8300.	16600	Br. 6 / Br. 36	99600 / 36
				99636

Si ponerà al lato di a. le tre cifre trovate della radice, senza che si faccia caso dal denominatore, e sarà a 8300 che motiplicato per due sarà il divisore 16600. col quale dividendo il residuo secondo 110000, darà il quoziente 6. che si ponerà sopra dalla linea al lato del numeratore, quale sarà 306, ed unendo un zero al suo denominatore, sarà il rotto 306 millesimi, e terminata la tavola secondo le regole insegnate, la somma della quinta colonna, si sottrarà il secondo residuo, ed il rimanente, sarà il residuo terzo, e la radice approssimata sarà

8. e 306 millesimi, e della sudetta maniera si potrà qualunque radice sorda approssimarsi all'infinito, sin che giunga ad esser minore d'una quantità determinata, per quanto piccola sia = =

Demostrazione = Nell'esempio proposto lo medesimo sarà unire due zeri al cinque residuo primo, che moltiplicarlo per il quadrato numerico 100, sicche (prop. 9.) la radice del sopradetto residuo aumentato con le due zeri la quale è 3. procede dalla moltiplicazione della radice che si cerca, per 10 radice di 100; dunque il 3. si averà da partire per 10 per reducersi allo stato che era prima della moltiplicazione, partendo dunque la cifra trovata 3. per 10. sarà 3. decimi, sicche la seconda cifra che approssima la radice, sarà 3 decimi. Ancora come il residuo secondo sia parte del primo, avendosi questo moltiplicato per 100; ancora resterà detto residuo secondo ed unendoli due zeri più per la seconda approssi=

maggiore, i sarà moltiplicato per il quadrato numerico 10000, conche la radice che di questo risulta sarà |prop 9| il prodotto di quella, che cercasi per 100 radice di 10000 sicche portata per proporzione sarà 30 centesimi, e così degl'altri

Capo III

Delli radici delli rotti

Come per moltiplicare un numero rotto, per un altro, si deve moltiplicare numeratore, per numeratore, e Denominatore per denominatore, come si disse nell'aritmetica inferiore; ne deriva, che il quadrato d'un rotto, sarà il prodotto, che nasce dalla moltiplicazione del numeratore di detto rotto per se medesimo, e del denominatore ancora per se medesimo, ed il numero rotto che si è moltiplicato in detta forma, sarà la radice; e lo medesimo rispettivamente nelle dignità potestà; dal seguente, si comprenderà appieno la regola qual sia per estrarre la radice delli numeri rotti

Proposizione XII. Problema
Trovare la radice quadrata d'un rotto

Estraesi la radice quadrata, che si desidera dal numeratore del dato rotto, estraesi ancora quella dal denominatore, e formasi d'entrambi un nuovo rotto, facendo dalla prima il numeratore, e della seconda il denominatore; e questo nuovo rotto sarà la ricercata radice.

Esempio. Si domanda la radice quadrata di 9:25. Essendo $\frac{9}{25}$ si tirà la radice di 9 e 3 quella di 25 sarà 5. sicchè la radice quadrata che si domanda sarà 3 quinti. Si domanda la radice cuba di 8 125 essendo la radice cuba d'8 e 2 quella di 125 sarà cinque, per la qual cosa si tirà essere la radice cuba che cercavasi 2 quinti, e così degli altri simili proposta.

Proposizione XIII. Problema

Estrarre qualsivoglia radice d'un numero intiero, e rotto =

Riducasi l'intiero ~~et~~ a rotto, e ciò si farà con moltiplicare l'intiero per il denominatore, ed unendoli alla somma il numeratore, che sarà formato un nuovo rotto, estraesi di questi la radice per la proposizione antecedente, e così sarà finita l'operazione = =

Esempio domandasi la radice quadrata di 930, ed un quarto. Fatta la riduzione ~~sarà~~ sarà 3721 quarti, la radice quadrata del numeratore sarà 61 quella del denominatore sarà 2 per la qual cosa si dirà, che la radice trovata sarà 61: mezzo, che sono 30 intieri e mezzo =

Si domanda la radice cuba di 15, e 5 ottavi, fatta la reduzione del intiero a rotto, sarà 125 ottavi, estratta la sua radice cuba, si troverà esser 5, e quella dal denominatore 8 essere 2, si dirà essere la radice cuba de' dati numeri 5 mezzi, che giusto sono 2 e mezzo, e così degl'altri =

Ciò che si è detto sarà facile, però bisogna osservare il contenuto nelle seguente proposizioni =

Proposizione XIV. Teorema

Può succedere che un rotto sia quadrato, cubo, quadrato-quadrato ecc. e che li termini, con cui espressasi ~~...~~ saranno nè quadrati, nè cubi ecc. ...

Il rotto AB è quadrato, e le suoi termini A e B son quadrati, le quali averanno la sua radice giusta $\frac{A\,4}{B\,9}$ C3. $\frac{D\,12}{E\,27}$.

multiplicasi tanto tanto il numeratore, quanto il denominatore, per qualsivoglia numero a, che sia quadrato, e deriveranno le numeri D, ed E, come si vede, li quali non potran esser mai quadrati (come dimostra il Padre Clavio sopra la propositione 2. del lib. 9. d'Eucl: ed il Padre Dechales nella propos. 11. del lib. 3. dell'Aritmetica) e come il ~~quadrato~~ rotto DE sia uguale al rotto AB. si disse nell'Aritmetica inferiore lib. 1. propos. 1. siccome AB è quadrato, ancora sarà quadrato DE, quantunque non costa di numeri quadrati, di ciò si rilieva che avendo d'estrarre la radice quadrata d'un numero rotto, sarà necessario esaminare prima, se sarà, o no quadrato, locche si farà nella seguente propositione, e lo stesso si prattic[h]erà per gl'altri potestà ═══ ═══

$\frac{1}{9}$ te nume

Proposizione XV. Problema

Conoscer se un rotto, che non cosiste di termini quadrati, o cubi, esia detto numero si, o nó quadrato o Cubo = = — = —

Per conoscer se un rotto, che non stà in termini quadrati, sia quadrato, si moltiplicherà il numeratore per il denominatore, e se il prodotto averà radice razionale, il rotto sarà quadrato, in difetto di ciò non lo sarà affatto =

Esempio = Sia il rotto 12. 27esimi, quale già non é in termini quadrati, e si desidera sapere, se sia quadrato; Si moltiplica il numeratore 12. per il denominatore 27; e dal prodotto 324 estrattasi la radice quadrata la quale sarà 18, per la qual cosa si dice esser il dato rotto numero quadrato —— $\frac{12}{27}$

Se però il prodotto del numeratore per il numeratore d'un rotto, avanzerá ~~[illegible]~~ dalla radice razionale, detto numero rotto ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ non sarà numero quadrato, ne potrà ridursi a termini quadrati ═══ ═══

Esempio = Sia il rotto 6. 15 esimi, molti=
plicando 6. per 15 sarà 90 la di cui radice
sarà 9. e come dal prodotto 90. avanzano
numeri si dice che il numero 6. non sarà
quadrato =

Per conoscere se un quadrato, che non starà
in termini cubi, se sia cubo, si moltipli=
cará il quadrato del numeratore, per
denominatore, dal prodotto de' quali nas=
cendo la giusta radice cuba; si potrà
detto numero rotto redurre a termini cubi =

Esempio = Sia il rotto 16. 250 esimi, il
quale non starà in termini cubi, acer=
carsi se potrassi redurre a quelli. Il qua=
drato di 16 sarà 256, quale moltipli=
cato per il denominatore 250. darà il
prodotto 64000 la di cui radice cuba sa=
rà 40; la quale per esser ragionale, si po=
trà detto rotto redurre a termini cubi =

Regola Generale =

In tutti le potestà per accertarci se un
rotto, che non starà in termini, lo chi si vol

la radice razionale, si possa ridurre a quelli potestà; si moltiplicherà la potestà del numeratore immediata minore, a quella del rotto, per il denominatore del medesimo rotto, e se dal prodotto si potrà estrarre radice razionale, si potrà ridurre il dato rotto a quelli termini; come per accertarci, se potrassi esspressare con termini quadrati-quadrati si moltiplicherà il cubo del suo numeratore, per il denominatore. Se si voglia ridurre a termini di primo relato, si moltiplicarà il quadrato-quadrato del suo numeratore per il denominatore, e così quelli d'appiù potestà, e dal prodotto estraendosi la radice che si cercherà, è segno potersi ridurre a que' termini che si voleva

Proposizione XVI Problema

Ridurre un rotto a termini quadrati, cubi, od altra qualsia potestà

Avendosi conosciuto nella proposizione antecedente, se un rotto, che non sarà in termini quadrati, o l'altra potestà, sarà o nò riducibile a quelli; ciò essendo che possa redurre, si porterà il rotto a quelli minimi termini le quali, saranno quadrati, cubi, o altri =

Esempio = Il ~~quad~~ rotto 11. 99. esimi non starà in termini quadrati, abbenche per la proposizione antecedente si trova esser reducibile; si riduca dunque alli suoi minimi termini, e trovasi 4 noni che saranno termini quadrati =

Ancora il quadrato 16. 54. esimi non starà in termini cubi, però per la regola della antecedente proposizione a quelli si redurranno, ed infatti trovasi per suoi minimi termini 8. 27. esimi quali saranno termini cubi la di cui radice cuba sarà 2. terzi; della stessa maniera si pratticarà con gl'altri Recetta =

Se il dato rotto non starà in termini quadrati, cubi, quadrati-quadrati, o altro, il quale non si potrà redurre a quelli ter=

che si voglia, in questo caso si estraerà la radice prossima del numeratore, come ancora quella del Denominatore, e di quelli si formerà un nuovo rotto il quale servirà per radice prossima del proposto rotto — — —

Proposizione XVII. Problema
Esaminar le radici trovati di qualsivoglia Potestà

Regola Generale —

Se la radice quadrata, cuba etc. che si trovò si vorrà sapere, se sarà giusta si farà come siegue =

Esempio = Se la radice quadrata di 55225, si trovò esser 235 per farne l'esame dell'operazione, si moltiplicheranno 235 per se medesimi e si troverà il suo prodotto essere 55225: allor quando detto prodotto, corrisponderà col dato numero quadrato, sarà certo aversi operato con esattezza, lo stesso parimente si prattichera colla radice cuba 75686967 si trovò esser 423 si cubirà detto ABC moltiplicandosi per se stesso, ed il prodotto altra volta per ABC, ed essendo l'ultimo prodotto uguale al numero dato, sarà segno esser stata fatta a dovere l'operazione

Se la radice non sarà razionale, che rimasto avrà qualche residuo, si oprerà della maniera detta di sopra, aggiungendoli alla somma il residuo rimasto, e ciò fatto nascerà un numero uguale al numero dacui si è estratta la radice. Però si hà d'avertire, che il residuo giamai hà da esser maggiore, che li piani, o solidi o prodotti che esprimono le due primi colonne della Tavola, propria di quella potestà, come per esempio la Tavola Analitica del quadrato averà nelle ~~pr~~ due primi colonne ~~come qui a lato si vede~~ locche qui a lato si vede,

2.	a

sicche il residuo che avanza dopo estratta la radice quadrata, non hà eccedere il doppio della medesima radice. Così medesimo le primi Colonne della Tavola che servirà per estrarre la radice cuba, come si vede nella tavola qui a lato, il residuo non

3	a2
3	a1

hà d'eccedar alla somma del triplo del quadrato della radice, e del triplo della medesima radice = le colonne poste qui sono le proprie della radice quadrata-quadrata, con che il residuo non hà d'accedar la somma fatta di 4 cubbi, sei quadrati della radice, e del quadruplo della medesima radice, la raggione si raccoglie della medesima composizione delle potestà =

4	a3
6	a2
4	a1

Accerto che il sopradetto residuo sarà uguale ò maggiore, che la radice trovata, la radice minore, che la veridica sarà la più esatta, però se il residuo sarà minore; La radice maggiore che la veridica, sarà più precisa che la minore; come dimostrato viene dal Pad.re Milet nella proposizione 9. lib. 3. dell'Aritmetica

&c. &c. &c.

&c. &c.

&c.

Libro III.

Dell'uso delle radici e potestà numeriche

Proposizione I. Problema

Fra due numeri dati trovare un medio proporzionale

Operazione = Si moltiplicano fra loro li numeri dati, e dal prodotto de' quali estrahasi la radice quadrata, quale radice sarà il medio geometrico ricercato

Esempio = Frà il 6. ed il 54. si trovi un medio geometrico, moltiplicato 54 per ~~54~~ 6 dà il prodotto 324 la radice quadrata del quale sarà 18, ed il 18. sarà il medio Geometrico ricercato, ed il 6. 18. 54. saranno continui proporzionali, la raggione si è, perche in tre proporzionali il prodotto dell'estremi, è eguale al quadrato del mezzo [Aritm. Inferiore lib. 4. propos. 3]

Se dal prodotto delli dati numeri non potrasi estrarre la radice quadrata giusta, sarà segno, non esservi fra quelli medio proporzionale; = = —

Proposizione II. Problema

Fra due numeri dati trovare quanti medj proporzionali si ricercano.

Regola Generale

Si scrivano le numeri dati in una linea, tanto distanti l'un dall'altro quanto collocar vi si possano la quantità delli medj ricercati.

Al primo numero di quelli dati se li ponrà il Carattere A, ed all'altro il B, sotto d'ogni punto si collocaranno ~~lettere~~ entrambe lettere A e B lato per lato, ed a questi si accoppiaranno l'esponenti soliti a costumarsi in questa forma alla prima A di mano dritta se li darà l'esponente 1. ed a quella seconda l'esponente 2, ed al contrario alla prima B di mano sinistra se li darà l'esponente 1. a se B di dritta l'esponente 2; e con ciò resterà notato come in cifra tutto quel che si à da operare; perche A1 B2 significa che il numero notato con A si hà da moltiplicar per il quadrato del numero denotato B. cosi ancora ~~[illegible]~~ se si trovasse A2. B3. signiditerà che il quadrato di A si à da moltiplicare per il cubo di B, e così degl'altri. Per trovare dopo qualsivoglia medio, senza dipendenza di quell'altri, si moltiplicheranno le potestà numeriche delli numeri dati, nella forma già detta, e del prodotto si estrarà la radice, che venga per esponente la somma delli esponenti d'entrambe lettere, che in fatti e una medesima. Ciò si farà facile mercè l'esempio seguente — — —

Esempio I. — Si domandano due medij proporzionali fra li numeri 5. e 135. si espongano le numeri dati, e sue potestà secondo la regola, avendo la disposizione seguente — —

5.			135.
A.	A^2B^1.	A^1B^2.	B.

Ciò fatto si potrà estrarre il primo medio, overo il secondo, senza che l'uno dipendi dell'altro, si supponga dopo se si voglia estrarre il primo, espressato in A^2B^1 si moltiplica il quadrato di 5. che è 25. perche è significato dal A^2. per 135. significato in B^1.

ed il prodotto sarà 3375. e perche so-
mati li esponenti di dette lettere fan-
no 3; quale sarà esponente del cubo,
si estraga la radice cuba di detto pro-
dotto, e si troverà esser 15. e questo
sarà il primo medio proporzionale
per trovare il secondo medio bas-
terà partire il primo medio trovato
15. per il primo termine 5; ed il
quoziente sarà 3; quale sarà il
denominatore della proporzione,
e moltiplicando 15. per 3. il pro-
dotto 45. sarà il secondo medio;
però se si volesse trovare il secon-
do senza dipendenza del primo
medio, si operarà come prima mol-
tiplicando 5. significato in A1. per
18225 significato in BCC. che è
il quadrato di 135, ed estraendo la
radice cuba del prodotto 91125 si
troverà esser 45 medio secondo, e
saranno li quattro continui propor-
zionali 5. 15. 45. 135.

Esempio I. Si domandano quattro medij proporzionali frà il 5. ed il 1215. dispongansi come siegue = —

5 . . . . 1215.
A. A4B1. A3B2 A2B3. A1B4. A

Si volesse prima estrarre il primo medio si moltiplica il quadrato quadrato di 5. significato in A4. per il numero dato 1215. significato in B1. e perche la somma dell'esponente e 5. si estraerà la radice $\sqrt{5}$. del prodotto 759375. e si troverà esser 15. per medio primo =

Trovato il primo medio si potran trovare quelli di più partendo il medio trovato per il primo termine, e de nerà nel quoziente il denominatore il prodotto sarà il secondo medio, e moltiplicando il secondo per il medesimo si averà il terzo, e così degl' altri =

Però se si ricerca trovare altro qualsivoglia, come per esempio il

secondo senza dipendenza dell'~~....~~
altri si opererà come prima,
moltiplicando il Cubo di S. si=
gnificato del A3., per il quadrato
1815 significato in B2. e la V.S. da
rà il secondo medio AS; e così degl'
altri = = = = =
Dimostrazione = Nell'esempio pri
mo, frà il Cubo di S. ed il Cubo di
135. vi è due medj proporzionali, co
me si dimostrò nella propos. 17. del
lib. 1; e suoi Corolarj sono li solidi
seguenti, che con l'estremi forma=
no quattro continui proporzionali
A3. AAB1. A1B2 . B3 –
sicche (15) le radici di questi solidi
ancora saranno continui propor=
zionali cioè S. 15. AS. 135. dunque
15. e AS. saranno le medj propor=
zionali che si cercavano. della mede=
sima maniera si dimostrerà lo
medesimo nel secondo esempio, ed altri
qualsivoglia in cui si troveranno molti
medj proporzionali. =

Se la radice che si cerca delli prodotti sopradetti non potrà esser giusta sarà certo non poter trovarsi fra li numeri dati quelli medi proporzionali che si domandano

Proposizion III. Problema
Ridurre una figura rettangola prolongata a quadrato

In un Salone vi sarà una finestra prolungata che viene otto palmi di largo e di deci, e mezzo d'altezza, la quale si hà da chiudere, e sene hà d'aprire un'altra quadrata, di maniera che entrasse di questa la stessa luce, che entrava della prima, si domanda quanti palmi hà d'aver per cadauno lato

Operazione trovasi un medio proporzionale fra li lati di pal. 8. e 12. e mezzo moltiplicando 12. e mezzo per 8. ad dai prodotto 100. estratta la radice quadrata, la quale sara 10. e tanto dovrà essere ~~il lato~~ cadauno lato della nuova finestra da farsi

Proposizione IV Problema

Si risolveranno alcuni questioni d'interessi

Questione I: Uno diede 3000 ducati a cambio per quatro anni, con tal condizione, che il guadagno d'ogni anno, guadagnasse al medesimo rispetto che il principale, compiti quattro anni li diedro di Capitale e guadagno 3993 ducati si domanda che cosa l'aviano da fruttare l'anno terzo, se si avessi ~~conchiuso~~ e finito il negozio in quell'anno =

Operazione = le quantità competenti ad ogni anno formano una progressione Geometrica di quattro termini proporzionali, delli quali si dà il primo, che è 3000, ed all'ultimo che è 3993; e nasceranno li due medij, si faccia nella propos. I. disponendo li termini nella forma seguente -

3000 3993 -

A A.B. A.B. B.

e perche si domanda la quantità competente all'anno terzo, che è il ter-

mino terzo notato con A1. B2. si mol-
tiplica il quadrato di B che sarà
15944049. per A che è 3000, e sarà
il prodotto 47832147000, e perche
la somma delli ~~esponenti~~ esponenti
è 3; estraesi la radice cuba di detto
prodotto, e troverò esser 3630; somma
spettante del terzo anno =

Questione 7. = Nella proposta sopradet-
ta si desidera sapere quanto guadagnò detto
negozio per 100 ogn'anno =

Risoluzione = Disposti li termini come
prima si troverà il primo medio propor=
zionale, che è il più facile, e perche
nel suo luogo vie A2. B1. motiplicasi
il quadrato di A quale è 9000000, per
B 3993; e sarà il prodotto 35937000000
estraesi la radice cuba di detto prodotto
e troverò esser 3300, quale sarà la
somma del Capitale, e guadagno, che
sottratto da questo il capitale 3000, reste.

ranno di semplice guadagno 800, sicche dicasi, che ogni 100 guadagnorono 10, e così verrà alla raggione del 10 per 100.

Questione 3. In una Progressione Geometrica dati l'estremi, ed il numero delli termini, si domanda il Denominatore della proporzione = Come per Esempio Pompeo pagò una somma in cinque anni, nel primo pagò 4 scudi, e all'ultimo 2500; procedendo la paga in una medesima proporzione, si domanda qual sia stata la domanda =

Modo 1. Supposto che delli cinque termini, se ne ignorano li tre medj, si troveranno questi nella proposizione 2; e trovato il primo medio, che sarà 20 si partirà per il primo termine, quale è 5. che il quoziente ~~sarà~~ 4 sarà il denominatore della proporzione, con cui la paga; procederanno nella proporzione quintupla, ~~come~~ come di sopra si è detto = =

Modo 2. Si divida il maggiore estremo

per il minore, quale sarà 2500 per 4.
e sarà il quoziente 625. lasciasi uno
del numero delli termini, o anni
quali erano 5. resteranno 4; e questo
sarà l'esponente della radice, che si
hà d'estrarre dal quoziente 625. estra-
esi dopo la radice ~~quadrata~~ $\sqrt{4}$. di ques-
to numero, e si troverà esser 5. quale
sarà il denominatore della progressione —
Questione 4 = Nella medesima
progressione dati li medesimi termi-
ni si cerca la somma di tutta quella
paga fatta —
Operazione = Trovasi come prima il
denominatore della proporzione, che
è 5. e trovato questo, si troverà nella
proposizione 27. lib. 5. dell'aritmetica
Inferiore, la somma di tutta la
progressione nella maniera seguen-
te; sottragasi il minore estremo 4.
dal maggiore 2500. e il residuo 2496.

si divide per il denominatore 5 meno la unità, quale sarà 4; ed il prodotto se 624 sarà somma della progressione meno il maggiore estremo, il quale aggiuntoli il detto 2500, farà 3124 intiera somma di tutta la progressione =

Proposizione V. Problema

Dividere un numero quadrato in quanti quadrati si voglia =

Si domanda il numero quadrato 49 che si divida in due numeri quadrati =

operazione = Si prenderanno per regola generale i tre numeri quadrati, come 25. 16. 9; per esser di tal qualità, che la somma delli due 16. 9. è uguale al quadrato di 25, si disponerà una regola di tre, dicendo si 25 vengono da 9. sicche 49 verranno di 17. e 16. 25 esimi, che sarà un quadrato parte del 49. il rotto trovato; però se si desiderà opera=

re come nel primo, si disponerà altra regola di tre dicendo se 25. vengono da 16. dunque 49. verranno da 31. e 9. 25-esimi, e questi due quadrati uniti saranno uguali al 49. =

Demostrazione = In virtù di queste operazioni la medesima ragione averanno li quadrati 9. e 16. con 25. che quelli due numeri trovati con il 49: sicche essendo quelli uguali al 25. questi saranno uguali al 49. e che questi siano numeri quadrati è chiaro per essere ogni uno di quelli quattro proporzionali a tre numeri quadrati

Di ciò si rilieva che essendo detti quadrati trovati proporzionati con quelli che si suppongano conosciuti, ancora saranno proporzionati le loro radici, e per conseguenza, si potranno queste trovare per regola di tre nella forma seguente si 5. donano 3. dunque 7. radice di 49. daranno 4; cun quinto radice del primo quadrato trovato 17. e 16 25esimi; Altra uolta se 5. daranno 4. dunque che daranno 7., e daranno 5. e tre quinti radice dell'altro quadrato 31. e 9. $\frac{\quad}{25}$ esimi

E' si domanda, che il medesimo numero quadrato 49. si divida in 4 numeri quadrati si dividerá prima nelli due sopradetti, e dopo si dividerá cadauno di quelli in altri due, con la medesima regola di tre, e che dará il 49. diviso in quattro quadrati, e di questa medesima maniera si potrá ogni quadrato di questi, dividere in altre due, e cosi infinitamente

Proposizione VI. Problema

Trovare due numeri quadrati la di cui somma, sia ancora numero quadrato

Supponghasi lo che si disse nella proposizione passata, che le due numeri quadrati 16, e 9. sommati fanno 25; quale e numero quadrato, ciò supposto prendasi qualsivoglia numero quadrato, come per Esempio 36., e dicasi per regola di tre si g. donano 16. che daranno 36; e si troverà 64; sommasi questo quadrato 64. con il 36; che si prese arbitrariamente e la somma 100 sarà numero quadrato come chiaramente si vede = = =

Proposizione VII. Teorema =

Si domandano tre numeri, che la somma di quelli facci un numero quadrato = = =

Prendasi nella antecedente proposizione due numeri quadrati, che sommati facciano un quadrato, e siano per esempio 64. e 36, le quali sommati fanno il quadrato 100. trovasi con il numero 100 per la medesima proposizione passata altro quadrato, che sommato con 100. facci la somma un numero quadrato, e si troverà esser 177. e $\frac{7}{9}$ esimi, sommansi le tre quadrati 36. 64. 177. e $\frac{7}{9}$ esimi, e la somma 277 e $\frac{7}{9}$ esimi sarà il numero quadrato ricercato = =

Proposizione VIII. Problema

Trovar due, o più numeri, tali, che i suoi quadrati sommati faccino una unità

Si prendono due numeri quadrati, le summeti faccino numero quadrato, come sono 9. e 16. che la sua somma fà 25; e si formeranno due rotti che tengano per denominatore comune la radice della somma 25. la quale sarà 5, e per numeratore l'uno il 3 radice del 9. e l'altro il 4. radice del 16; e saranno $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$; e questi sono quelli che si domandano perche i suoi quadrati son $\frac{9}{25}$ e $\frac{16}{25}$ la di cui somma sarà $\frac{25}{25}$ o sia che una unità

Se si domandano tre numeri, le di cui quadrati sommati faccino l'unità, si troveranno per l'antecedente tre numeri quadrati, la di cui somma sia numero quadrato, come son 9. 16. 144. la di cui somma sarà 169. quale sarà quadrato che aurà per radice 13. formasi le tre numeri rotti, il denominatore de' quali sia 13; e le numeratori 3·4·12· radici delle tre quadrati sopradetti, e la somma delli loro quadrati sarà l'unità =

Proposizione IX· Problema

Resoluzioni d'alcuni questioni per estrazione di radici = =

Questione 1ª = Avendo un Cert'uno entrato in un giardino, raccolse 300 peri, al sortir che lui fece l'incontrarono alcuni fanciulli, le quali avendogli domandato delle peri gliene dispensò alquanti, ~~quando que volse contar quelle peri che le rimasse-ro~~ e per contentarle li diede ad ogni uno tanti peri, per quanti erano le dette fanciulli, e gliene restarono undici = ~~ti~~ Si domanda quanti erano le fanciulli =

Operazione = Se dalli 300· si sottraerà 11· sarà il residuo 289· numero delli peri dispensati alli fanciulli, e supposto che ognuno di quelli ne presero per quanti erano tutti loro, estraendo la radice quadrata dal detto numero 289. quale sarà 17; e questa radice quadrata sarà il numero delli fanciulli ———— =

Questione 7. = Vi erà un Giardino la figura del quale era parallelogramma HF fig. I. il lato LF era di 140 palmi, ed il lato FG di 135. In mezzo del quale vi era un'altro Giardino BE la di cui longitudine AE era doppia del suo lato AB ed occupava la metà del primo giardino, si domanda la longitudine, e latitudine del giardino med.to

Operazione = Si moltiplica FG. 135. per LF 140, e si troverà esser tutta l'aere del grande giardino 18900. la sua metà 16200, che sarà l'aere che occupa il piccolo giardino, e per.

quanto la sua longitudine AE, e doppia dalla latitudine AB, costerà la sua aere di due quadrati uguali BI, KE: sicche ogni ~~...~~ uno sarà di 8100 piedi estraegsi la radice quadrata di 8100, esi troverà esser 90. e questa sarà la quantità di AB, e di AI sicche AB e 90 piedi AE 180. se si sottraerà 180 da 240 sarà il residuo 60. la di cui metà e 30 quale sarà DA, e cosi medesimo sottraendosi AB 90. di FG 135. sarà il residuo 45. la di cui metà 22 e mezzo sarà AC. —

Questione 3. — Si hà da salire in un muro, la di cui altezza sarà di palmi 48. al piede del quale vi sarà un fosso di 12. palmi di larghezza, si domanda quanto dev'esser lunga la scala, perche posti le suoi piedi 12. palmi distante dal muro venghi a corrispondere alla sopradetta altezza —

Operazione = Si quadraranno li palmi 48. (quale sarà l'altura del muro) e sarà il suo quadrato 2304. palmi, si quadrerà il N. della larghezza del Fosso, ed il suo quadro sarà 144. sommanzi entrambe quadrati, e della somma 2448 = estragsi la radice quadrata, che si troverà esser 49. palmi e mezzo, e questa averà da esser la lunghezza della Scala per la proposizione 47. lib. 1. Eucl. =

Questione 4. = Si hà da salire sopra d'un muro la di cui altezza sarà palmi 48, e la Scala, con cui se li hà da salire sarà lunga palmi 50. si domanda quanto si hà a distaccare dal piede del muro per poter colla espressata larghezza arrivare giustamente all'altezza del muro =

Operazione = Si quadrerà, come prima li 48. palmi dell'altezza del muro, e sarà il suo quadrato 2304. si quadri ancora il 50 altezza della Scala ed il suo quadrato sarà 2500, sottragasi il primo quadrato del secondo, e sarà il residuo 196 estraegasi la sua radice quadrata, e si troverà esser 14 e dicasi che li piedi della Scala devono stare allontanati dal muro 14 palmi —

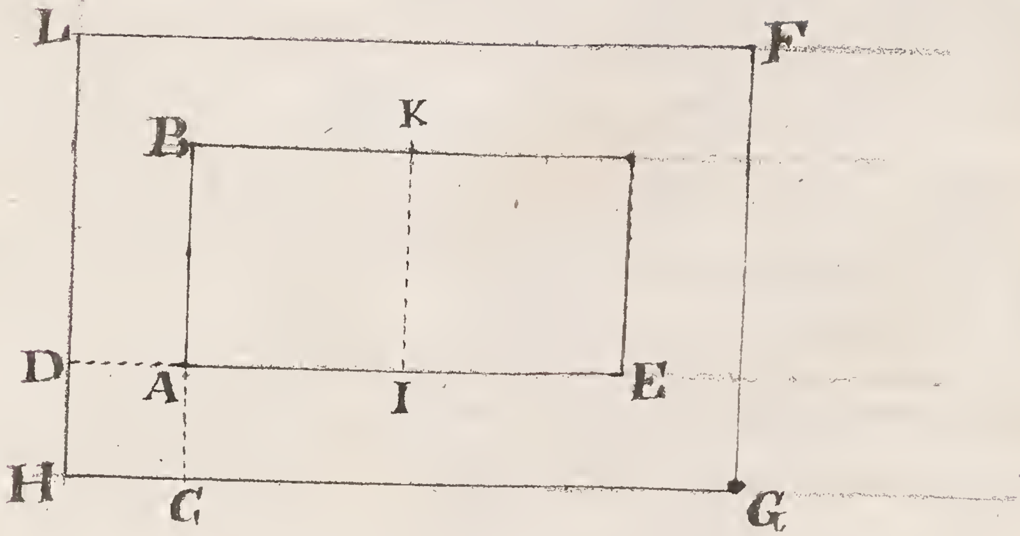
Fine dell'Aritmetica Superiore

&c &c &c

&c &c

&c

Fig: 1.



Trigonometria è la scienza che insegna il modo di risolvere li Triangoli, e per ciò chiamasi scienza analitica, o resolutiva.

Definizioni

1. Misura di qualsivoglia angolo rettilineo è quell'arco dal Circolo descritto, dal punto dove concorrono le linee, et è compreso trà quelle. P.E. sia l'arco C.B. Fig. 1. di 42. gradi, e 14. minuti diremo che l'angolo C.A.B. è di 42. gradi, e 14. minuti. Fig.

2. Compimento d'un Angolo acuto, o vero d'un arco meno che il quadrante, è quello che abbisogna per compire il quadrante. Compimento d'un angolo ottuso, o d'un arco maggior che il quadrante è quel che abbisogna per compire il semicircolo. P.E. il compimento dell'angolo acuto C.A.B. o dell'arco C.B. sino al quadrante, è l'arco CF. o vero l'angolo CAF. Il compimento dell'angolo ottuso DAC, o vero dell'arco DC. è l'angolo CAB o l'arco CB. fino al semicircolo.

3. Corda d'un arco, è la retta, che unisce l'estremità d'un arco come C.G. la quale è corda dell'arco CBG.

4. Seno retto, o seno primo, o sia semplicemente detto seno d'un angolo, o Arco, è la perpendicolare C.E. metà della corda CG.

Si averte sempre che trovasi assolutamente questo nome seno si hà d'intendere il seno retto.

5. Seno secondo, o seno del compimento d'un'arco, o Angolo, è il seno retto, o primo del compimento di dett'arco, o Angolo come CI., qual'è seno primo, o retto dell'arco FC. o seno secondo compimento dell'arco CB.

6. Seno totale, è il seno retto del quadrante, overo Arco di 90. gradi, il quale è il medesimo raggio, e così il raggio FA. è seno totale, per esser seno del quadrante FB.

7. Seno verso, o Sagitta è la porzione del Diametro compreso dentro il seno retto d'un'arco, e l'arco medesimo come EB. è il Seno verso dell'arco CB. così ED. è il Seno verso dell'arco CFD.

8. Tangente generalmente è qualsivoglia linea, che tocca il circolo in un punto, ed è perpendicolare all'estremità del raggio

9. Tangente speciale d'un'arco, è la retta che tocca il Circolo nell'estremità di quell'arco, e si termina nel concorso d'altra retta tirata dal Centro per l'estremità del medesimo arco. P. E. BH. è tangente dell'arco CB. e questa si chiama tangente prima, a differenza della tangente seconda. Tangente seconda d'un'arco minore che il quadrante, è la tangente prima del compimento di dett'arco al quadrante, e così la retta FL, è la tangente seconda dell'arco CB, perchè è tangente pri=

ma dell'arco FC, compimento dell'Arco BC, sino al quadrante BF ——

10. Secante d'un'arco, e la retta che alzandosi dal Centro del Circolo passa per l'estremità di dett'arco sino ad incontrarsi colla tangente. Secante prima d'un'arco, e quella che vien terminata dalla Tangente prima

1. Secante seconda e quella che vien terminata dalla Tangente seconda. P. E. La Secante prima AH, dell'arco BC, perche si termina in BH. tangente prima di dett'arco.

La Secante Seconda AL. perche termina in FL. tangente seconda di dett'arco —

2. Gl'angoli ottusi, ed archi maggiori del quadrante non tengono altri tangenti, ne secanti, che solo quelli delli complimenti al semicircolo, cosi la tangente prima dell'arco DFC, e l'HB, la tangente seconda e l'FL, e così medesimo la secante prima di dett'arco, e l'HA, e la secante seconda e l'AL. ——

Capo Primo

Proposizione I. Problema

Conosciuta la ~~retta CF~~ corda di un'arco trovare la corda del compimento sino al semicircolo —— . Fig.

Conosciuta la corda AB: cioè = sapendosi quante parti contiene diametro CA; cercasi quanti delli medesimi contiene la corda BC.

Operazione = Quadrasi CA, moltiplicando il suo numero in se stesso, quadrasi medesimamente AB, restasi il quadrato di AB, del quadrato di CA, ed il residuo sarà il quadrato di BC; ~~col quale si presente la radice del quadrato, che sarà~~ la radice quadrata del quale sarà la corda BC.

Dimostrazione. — L'angolo B nel semicircolo e retto [a] dunque il quadrato di AC, e uguale alli quadrati di AB, BC: onde restando il quadrato di AB, del quadrato di AC, il residuo sarà il quadrato di BC, la radice del quale sarà il lato BC.

Proposizione IV. Problema

Dato il seno primo d'un arco trovare il seno secondo, o del compimento del medesimo arco =

Fig. 3.

Dato CB, seno primo dell'arco AB, trovasi FB seno secondo del medesimo arco, overo del compimento BE =

Operazione = Sottragasi il quadrato CB, dal quadrato del raggio DB ed il residuo sarà il quadrato di DC, overo di FB suo ~~compimento~~ uguale la radice del quale sarà il seno FB.

Proposizione III. Problema

Dato il seno d'un arco, trovare il seno dell'arco doppio, e del suduplo

Congiunta la retta CF, seno retto dell'arco CG, si cerca DE seno retto dell'arco DC duplo. Fig 4

di CG =

Operazione = Trovasi pell'antecedente il seno secondo dell'arco CG, quale e BF, e facciasi una regola di tre; come il raggio BG al seno secondo BF, cosi tutta la corda CD, quale e seno CF duplicado, alla retta DE, quale e seno dell'arco DGC. —

Demostrazione =

L'Triangoli BFC, EDC, sono proporzionali, per aver l'angoli E, F, retti, e l'angolo C, commune: dunque sarà BC con BF, come CD con DE.

Proposizione IV. Problema

Corollario =

Il seno della metà d'un arco, e mezzo proporzionale dentro il semiraggio, ed il seno verso di tutto l'arco; questo e CF, seno dell'arco CG, metà di CGD, ed è medio proporzionale dentro la medietà del raggio BC, ed EC, seno verso di tutto l'arco CGD, la raggione e

e perche essendo proporziona=
le li Triangoli BFC, DEC, sa=
rà il raggio BC, ad CD come
CF ad EC: ed essendo BC, ad
CD, come la metà ~~del rag~~
gio di BC, alla metà di DC,
sarà la metà del raggio BC.
alla metà di CD, questo e
al CF, come EC=

Proposizione IV. Problema.

Dati li Seni di due Archi trovare
Fig. 5. il seno agregato di detti Archi

Si supponga conosciuti BG,
seno dell'arco AB: e CI, seno
dell'arco BC. si cerca il seno
CD, quello stesso dell'arco CA
composto de detti due AB, e BC.

Operazione = Trovasi colla preposizione secon=
da la FI, seno secondo dell'arco CB, e faccia=
si una regola di tre: come il raggio FB, al
seno secondo FI, così il seno BG al quarto pro=
porzionale IH. Ciò fatto, si trovi colla citata
preposizione FG, seno secondo dell'arco BA
colla quale si formerà altra regola di tre: co=
me il raggio FB al seno secondo FG; con CI,
seno primo di CB, alla linea CE, sommarsi CE
con IH, o ED suo uguale, e sarà la somma
detta la retta CD, seno dell'arco AC. —

Proposizione V. Problema

La corda di 60 gradi è eguale al raggio =

Essendo divisa tutta la Cir=conferenza in 360 gradi, ed essendo la sua sesta parte 60 gradi viene per conseguenza ad essere la corda 60 gradi, ed il lato dell'esagono uguale al rag=gio; sicchè la corda di 60 gra=di, è eguale al raggio ═══

Questi proposizioni sono bastanti per fabricar la tavola delli Seni come dirò nelle proposizioni seguenti ═══

Proposizione VI. ~~Problema~~ Teorema

Come il seno AE dell'arco BC al seno primo EC del med.mo arco così è il raggio AB alla tangente BH ═══

Demostrazione = Nel triango=lo ABH, è il seno EC, paralello alla tangente BH: dunque sa=rà AE ad EC, come AB ad BH ———

Sicchè per trovare le tangenti, si formerà una regola di tre: come il seno secondo d'un arco al seno primo del medesimo arco, così il raggio alla tangente del medesimo

Proposizione VII. Teorema

Il raggio è medio proporzionale tra il seno secondo d'un arco, e la

secante prima del medesimo arco;
e dentro il seno primo, e secante se=
conda; come dentro la tangente pri=
Fig. 1. ma, e seconda del medesimo

Dimostrazione = Essendo EC parallella ad BH
sarà come il seno secondo IC,
o dal suo uguale AF, al ra=
gio AB: così il raggio AC
alla secante AH. dalla me=
desima maniera il seno pri=
mo EC, overo AI suo ugua
le al raggio AF, come al
raggio AC, ed alla secante
AL. così ancora la tangen
te prima BH al raggio BA
come il raggio BF, alla tan
tangente FL.

Sicche sapendo il seno primo, e secondo d'un ar=
co, si sapran le secanti prima, e seconda del
med.^mo formando una regola di tre. Come il
seno secondo ~~del~~ al raggio, così il raggio alla
secante ~~seconda~~ prima di dett'arco. Ed ancora come
il seno primo d'un arco al raggio: così il rag.
gio alla secante seconda del med.^mo

Capo Secondo
Uso del Canone Trigonometrico
e Tavola Logaritmica

Proposizione VIII. Problema .

Dati gl'archi, e gl'angoli fino alli minuti trovare le seni, e tangenti

~~Dati gli archi, e tangenti fino alli minuti, trovare i seni, e tangenti de' medesimi.~~

~~Operazione~~ = Sia dato l'Arco, o vero l'angolo di 37· gradi, e 30 minuti, si cerchi il seno primo ~~seno~~ e tangente prima, come il seno secondo e tangente seconda del medesimo ——

Operazione = Si cerchi nel fronte delle Tavole li 37· gradi, e nella prima colonna li 30· minuti, si troverà a linea delli 30· minuti il seno primo 9·7854689· e la tangente prima — 9·7701485· e continuando nella medesima linea si troverà il seno secondo, vale a dire il compimento del seno primo 9·9353204· e la tangente seconda = 10·2298515· ——

Altro Esempio

~~Operazione~~ =

Sia dato l'arco, overo l'angolo di 148· gradi, e 36· minuti, si domanda il seno primo, tangente prima, seno secondo, e tangente seconda del medesimo arco ——

Operazione = Per aver l'arco di 148 gradi e 36 minuti maggiore della quarta parte del circolo bisogna che dett'arco si sottraga da 180 gradi valore del semicircolo, ed il residuo sarà 31 gradi e 24 minuti, e operando come l'antecedente si troveranno li seni primi e secondi, come le tangenti prime, e secondi del sudett'arco =

Proposizione IX Problema

Trovar li seni concernitorii dell'archi che costano di gradi, minuti, e secondi ———

Si cerca il seno primo d'un arco di 30 gradi 36 minuti, e 40 secondi ———

Operazione = Si cerchi nell'antecedente il seno primo di 30 gradi 36 minuti, che sarà 9.7067531: ciò fatto si prende dalla medema Tavola il seno che immediatamente li segue, che sarà 9.7068667 e sottraendo il maggiore dal minore, sarà la differenza 2136. ciò trovato si dice per regola di tre se 60 secondi valore d'un minuto donano 2136 che daranno 40 minuti e si troverà 1424: che unendo detto 1424 al primo logaritmo 9.7067531 farà la somma 9.7068955 giusto seno dell'arco di 30 gradi 36 minuti e 40 secondi ———

Proposizione X. Problema

Dato il Logaritmo d'un Seno, o la tangente d'un'arco, trovare l'Angolo, o Arco =

Sia dato il logaritmo 9.7885323.
Si domanda il seno primo del medesimo =

Operazione = Si cerchi nelle Tavole il logaritmo dato, e trovato nella colonna delli Seni si vede alla sinistra corrispondere il valore dell'Angolo, o Arco qual è di gradi 37: e minuti 55. =

Ma se il logaritmo proposto non si troverà esattamente nelle Tavole, come se fosse 9.7889959 allora si prende il suo prossimo minore quale sarà 9.7888565. ed a suo lato alla sinistra si corrisponde 57 minuti ed in fronte 37. gradi, sicchè il logaritmo dato è del seno primo d'un'arco, o Angolo di 37. gradi, e 57. minuti =

Siccome li gradi 37, e 57. minuti sono del seno primo d'un'arco, ed il compimento del medesimo sono 142. gradi, e 3. minuti. così ancora li 37: gradi, e 57. minuti esser possono compimento del seno primo d'un'arco di 142. gradi, e 3. minuti, laonde bisogna

1 9.7889959

prima conoscere l'arco ò Angolo che cercasi, se sia maggiore, ò minore dalla quarta parte, ò quadrante dal Circolo

Altro Esempio =

Sia dato il medesimo logaritmo 9·7889959. ~~come seno secondo d'un arco~~ si cerchi il seno secondo d'un arco; si trovi come prima nelle Tavole delli Seni, e trovato il suo prossimo minore 9·7888565: seguendo l'istessa linea si incontrerà alla destra di detto logaritmo 3· minuti, ed in fronte a detta tavola 51· gradi; sicche il logaritmo dato è del seno secondo di 52· gradi, e 3· minuti,

Siccome li gradi 52· 3· minuti sono seno secondo d'un arco ò Angolo, ed il suo compimento sono 127· 57· minuti pel semicircolo, così li medesimi 52· gradi, e 3· minuti esser possono compimento d'un seno secondo d'un arco, ò Angolo di 127· gradi, e 57· minuti come sopra si disse·

S'averte che allorquando si prende il logaritmo prossimo minore, ancora è minore l'arco prossimo che li corrisponde· perche nel seno primo, e tangente primo l'arco minore dal quadrante

esce alquanto meno dal giusto, e quel mag-
giore dal quadrante alquanto maggiore;
al contrario però nel seno secondo, e tangen-
te seconda nell'arco minore dal quadran-
te nasce alquanto maggiore, ed in quell'
d'arco maggiore dal quadrante alquanto
minore; perciò si lascia in oblio tale
differenza, stante l'essere di pocco momen-
to

Proposizione XI. Problema =.

Dato il logaritmo del seno, o tangente
d'un arco, determinare l'altro seno
per in fino alli secondi del ~~minuto~~ secondo

Sia dato il logaritmo 9.788959 come seno
primo d'un arco, o angolo, ed operando come
l'antecedente proposizione si trova il suo pros-
simo minore 9.~~7880904~~ 9.7888505 che corrisponde all'
angolo di 51 gradi, e 55 minuti, ed il compi-
mento al semicircolo sono 128 gradi, e 5
minuti, e per provare le secondi, si opererà
come siegue: si prende il logaritmo prossi-
mo maggiore 9.7890184 e si sottragga ~~dal~~ il
prossimo minore 9.~~7880904~~ 9.7888505, e la differen-
za sarà 1019 si sottragga ancora il logarit-

me ~~dato 9.7880959~~ prossimo minore dal logaritmo dato 9.7889959 e la differenza sarà 1394. fatto ciò si forma la seguente regola di tre. se la differenza 1619 e di 60 secondi di quanti secondi sarà la differenza 1394; e sarà 51. ~~minuti~~ secondi, e quali uniti all'angolo acuto 52. gradi 3. minuti, e 51. secondo, che sottratti dal valore del semicircolo 180. gradi resterà l'angolo ottuso di gradi 127. gradi 56. minuti, e 9. secondi, della medesima maniera si opererà nella tangente prima —

Nel seno secondo, e tangente seconda dopo fatta la regola di tre si opererà al contrario sottraendo le secondi trovati dall'angolo acuto, ~~e uniti~~ si unisscono all'ottuso. per ciò bisogna molta attenzione per non commettere errore —

Capo III.

Uso dal Canone Trigonometrico Tavole Logaritmiche

Proposizione XII. Problema =

Dato un numero trovare il Logaritmo, e dato il Logaritmo trovare il numero —

Sia dato il numero 618.
si trovi il suo logaritmo
Operazione = Cercasi detto numero nella Tavola, ed a suo lato si troverà il logaritmo 2.7906885 corrispondente a destra di detto numero =

Sia dato il logaritmo 2.7906885.
si trovi il suo numero =
operazione = Si cerchi detto logaritmo nella Tavola, ed a suo lato sinistro si troverà il numero 618 corrispondente a detto logaritmo =

Avvertenza -

Quando il logaritmo dato non si trova ~~per~~ esattamente nella tavola, si prenderà quel più prossimo al logaritmo ~~dato~~ proposto, ed il numero che alla sinistra li corrisponde, si può prendere per il veridico, stante che la differenza sarà di puoco momento = -

Proposizione XIII. Problema.
Trovare il Logaritmo di qualsivoglia rotto = =

e ~~tanto~~ hò d'avertire
che quando il numeratore
è maggiore dal Denomina:
tore si dice improprio,
quando il numeratore
è minore dal denominato-
re si dice proprio

Sia dato il numero improprio
$\frac{20}{15}$ si domanda il suo logaritmo =

Operazione = Il Logaritmo dal ~~numerato~~ denomina-
tore 15 è 1.1760913 si sottragga dal loga-
ritmo del numeratore 20 che è 1.3010300
il quoziente 0.1249387 sarà il logaritmo
dal rotto proposto =

Quando il numero rotto sarà
proprio, il logaritmo del nume-
ratore sottrarrà il logaritmo
dal denominatore =

Proposizione XIV. Problema

Trovar il logaritmo d'un
intiero, ed un numero rotto

Si domanda il Logaritmo di 34 e
$\frac{3}{4}$ si riducano tutti a quarti che
ne sortirà il rotto improprio $\frac{139}{4}$

Operazione = Il logaritmo di 139 è 2.1430148
e quello del denominatore 4 è 0.6020600 =

quale sottratto dal logaritmo del numeratore da il residuo 1·5409548· logaritmo dell'intiero, e rotto proposto

Avertenza

Succederá spesse volte, che fatta la moltiplicazione dell'intiero pel denominatore del numero rotto nascere un prodotto maggiore dell'ultimo numero della Tavola; ~~per~~ in tale caso bisogna procedere come siegue, ancorche non sia di quella esattezza, come la detta di sopra

Operazione = si prende il logaritmo del numero intiero 34· qual'é 1·5314789· e dopo, quel del seguente 35· qual'é 1·5440680· si sottraga il minore dal maggiore, e sará la differenza 125891· e formata regola di tre si dirá, se il denominatore 4· dá il numeratore 3· che daranno 125891· e sará il quarto termine 94418· quale unito col logaritmo dell'intiero del numero intiero dará il nuovo logaritmo 1·5409207, cavato dall'intiero, e rotto

Proposizione XV· Problema·

Dato un numero maggiore che l'ultimo della Ta:

vola trovare il suo
logaritmo ———— .

Operazione = Bisogna prima vedere quali numeri che moltiplicati in se stessi do- nano il quantitativo del numero pro- posto, che al nostro caso sia il numero ~~...~~ 780. il quale nasce dalla moltiplicazio- ne del numero 30. per il numero 26. e preso il logaritmo di 30. qual'è . 1. 4771212. e quello del numero 26. qual'è 1. 4149733.
quali sommati insieme danno 2. 8920945.
logaritmo del numero proposto.

Hò rapportato il numero 780 per maggior intelligenza della gioventù =

Se però il numero che sarà proposto non avrà numeri che colla loro moltiplicazione non potranno comporre il proposto numero bisogna per regola generale pratticare come siegue —

Operazione = Sia dato il ~~medesimo~~ numero 78093. separasi con un punto le quattro prime carattere dalla banda sinistra e l'altra, quanti fossero si pongano sopra una linea, della medesima maniera delli rotti $\frac{3}{10}$ il di cui denominatore sarà l'unità, unendoli tanti zeri per quanti sono li caratteri posti sopra la linea, essendo al nostro caso 7809. $\frac{3}{10}$ si trovi per la proposizione 15. il logaritmo dall'intiero, e rotto e sarà il logaritmo 3.8926120. dall'intiero e rotto 7809. $\frac{3}{10}$ =

Proposizione XVI. Problema =

Dato un logaritmo quale non si trova precisamente nella tavola domandasi l'intiero, e rotto da chi è logaritmo =

Operazione = ~~Sia dato il logaritmo 4.53815.0. il suo prossimo minore sia 4.53[illegible], ed il suo prossimo maggiore sia 4.5390761.~~

Operazione = Sia il logaritmo dato 4.6989700. si figuri, che la caratteristica non sia più che 3. e che il logaritmo sia 3.6989700. si cerchi nella tavola il suo prossimo minore e sia 3.6988831. quale è logaritmo del numero 4999. si scriva a parte questo numero, e si prenda il prossimo maggiore quale sia 3.6990569. la differenza del maggiore e minore sarà 1738. la diffe-

renza dal minore e medio è 869. quale
si unisce con tanti zeri per quanto avan=
za la caratteristica; che al nostro caso
la caratteristica col logaritmo proposto
è 4: e quella da noi presa è 3: avanzan=
do la prima di 1: sicche devesi unire alla un zero
differenza 869, la quale sarà 8690. e
ciò fatto si divide 8690. per 1738: dalla
quale divisione ne nasce il prodotto 5:
e sarà il logaritmo 6989700. logaritmo
di 4999: per trovare il rotto pel compimen=
to dal logaritmo si farà come siegue ——
Operazione — si prende la differenza dal
prossimo maggiore, e minore sopradetto
quale sarà 1738, si prenda ancora la diffe=
renza dal minore, e medio 869: e perche
il rotto che si cerca se le puole dare qualun=
que denominatore, elsiremo in questo il
numero 100. Ciò fatto si faci la presente
regola di tre: come 1738. ad 869. così 100.
al quarto termine 50. ~~datq~~ il quale sarà
il denominatore del prodotto cinque nato
dalla divisione sopradetta fatta $\frac{5}{50}$ ——

* ° * ° *
° ° ° °
* ° *
° °
*

Proposizione XVII. Problema

Per trovar il compimento logaritmo.

Compimento logaritmo altro non è se non che la differenza, che vi è di quatsivoglia logaritmo al Raggio. Usiamo spesso del compimento logaritmo nella resuluzione delli Triangoli per rendere facile l'operazioni; detto compimento logaritmico si prende dalla caratteristica, sino alla penultima carattere del logaritmo sino al numero 9. e l'ultimo carattere del logaritmo sino al numero 10. e ciò s'oserva in tutti li compimenti per regola generale

Operazione — Sia il logaritmo dato 3. 9216345. dal quale si domanda il compimento al raggio. si dica così di 3. andare al num. 9. ve ne sono 6. dal numero 9. andare a 9. ve ne è ~~sono~~ zero, dal numero 2. al 9. vi è 7. dal num. 1. al 9: vi è 8. dal numero 6. a 9. vi è 3. dal. num. 3. a 9. vi è 6. dal num. 4. a 9. vi è 5.

lo.	3. 9216345.
C.L.	6. 0783655.

e l'ultimo carattere del logaritmo proposto che è 5. si dice di 5 a 10 vi sono 5. come si vede disopra.

Avvertenza.

Se il logaritmo sarà maggiore del raggio come alle volte succede, si prenderà il compimento al doppio raggio 20. 0000000. della maniera di sopra, senza incaricarsi dall'unità che ~~sta~~ si trova alla sinistra nella Caratteristica, come per maggior chiarezza si scorge dal seguente Esempio.

Sia la tangente logaritmica 10. 3637743. si prenderà dicendo di zero a 9. vi sono 9. di 3. a 9. visono 6. di 6. a 9. visono 3. di 3. a 9. visono 6. di 7. a 9. visono 2. di 7. a 9. visono 2. di 4. a 9. vi sono 5. e l'ultimo carattere, come sopra di 3. a 10. vi sono 7. ed il compimento al doppio raggio sarà 9. 6362257.

Logaritmo dato	10. 3637743.
Comp: logart.	9. 6362257.

Capo IV.

Aplicazione delli Logaritmi a differenti Operazioni.

Proposizione XVIII. Problema.

Dati tre numeri trovare il quarto proporzionale.

Si sommano li logaritmi dal secondo, e terzo termine, della somma de' quali si sottrae il logaritmo dal primo termine, ed il prodotto sarà il logarit. mo dal quarto =

Operazione = Siano li numeri dati le seguenti. Se 8· donano 24: che daranno 37: si sommano insieme le logaritmi dal secondo termine 24· che sono 1·3802112·

Si	8·	0·9030900·
da	24·	1·3802112·
che darà	37·	1·5051500·
si trov.	96·	1·9822712·

col logaritmo dal numero terzo 37· che è il suo logaritmo 1·5051500· che uniti fanno 2·8853612· quale ~~diviso~~ sottratto dal logarit. mo 0·9030900· sono 1·9822712·

Esempio

logaritmo dal numero secondo cioè dal secondo termine 24 ------	1·3802112·
dal terzo termine 37· ---	1·5051500·
somma d'ambedue -----	2·8853612·
logaritmo dal primo termine 8 -------------	0·9030900·
sottrazione ------------	1·9822712·

che cercato nelle tavole li corrisponde il numero 96·

quarto termine ricercato

~~Se~~ Essendo la regola proposta inversa si sommaranno li logaritmi del primo, e secondo, e dal prodotto si sottraerà il logaritmo del quarto, il quoziente sarà il logaritmo del quarto termine

Proposizione XIX. Problema -

Il sopradetto si risolve più facilmente, con prendere il compimento logaritmo

quando dati li sopradetti numeri 8. 24. 32. si cerca il quarto proporzionale, in luogo del logaritmo del primo termine si prende il compimento del med.^mo logaritmo, come si insegnò nella proposizione 17: quale compimento si somma colli logaritmi, del secondo, e terzo termine, e la somma delli quali sarà il logaritmo del quarto termine ricercato

Compimento logaritmico
del primo termine 8 C. L. 9. 0969099.
logaritmo del secondo termine 24 - - - - - - - - - - - 1. 3802112.
logaritmo del terzo termine 32 - - - - - - - - - - - - 1. 5051500
~~2. 885~~

Sommano - - - - - - - - - - 1: 9822712. quale logaritmo trovato nelle tavole si vede corrispondente alla sinistra il quarto termine 96

Essendo li sudetti numeri dati per regola di tre rovescia si prende il compimento del logaritmo del terzo numero quale unito con li logaritmi del primo, e secondo numero, la somma delli medesimi sarà il logaritmo del quarto numero proporzionale =

Esempio

Logaritmo del primo termine 8.	0.9030900.
logaritmo del secondo termine 24.	1.3802112.
Compimento del terzo termine 32.	8.4948490.
Sommano	0.7781507.

logaritmo del numero 6: quarto proporzionale ricercato

Proposizione XX. Problema =

Dati due numeri trovare il terzo proporzionale.

Operazione = Si duplica il logaritmo del numero secondo dal quale si sottragga il logaritmo del numero primo, il residuo sarà il logaritmo del terzo proporzionale

Più Breve = si prende il compimento logaritmico del numero primo quale sommato col logaritmo duplicato del numero secondo, il prodotto sarà il terzo proporzionale ricercato = -

Proposizione XXI. Problema

Fra due numeri dati trovare uno o più medj proporzionale

Operazione. Siano li numeri dati 4. e 32: si cercano due medii proporzionali, si prende il logaritmo del numero quattro quali sarà 0.6020600. ed il logaritmo del numero 32. sarà 1.5051500 – la differenza dal minore, al maggiore sarà 0.9030900. della quale preso la terza parte 0.3010300. ed unita col logaritmo del primo numero da 0.9030900 – quale li corrisponde nelle tavole il numero 8: che sarà un medio proporzionale, la stessa terza parte 0.3010300. accoppiata col logaritmo trovato 0.9030900 sarà 1.2041200 che sarà il logaritmo del secondo numero proporzionale 16: e così sarà terminata l'operazione =

Avertenza =

Quando si vole un medio proporzionale si divide la differenza dal magiore al minore in due parti uguali. Se due medii in tre parti uguali, se tre medi in quattro parti uguali, e così segui=

rando sempre una parte più di quanto medj si cercaro, quale parte s'accoppia col logaritmo del primo termine, ed il resultato sarà il medio ricercato ==

Proposizione XXII. Problema ==

Trovar qual si voglia radice numerica d'un numero dato

Operazione = Si domanda la radice quadrata dal numero 6400: dal quale si cerchi nelle tavole il suo logaritmo quale sarà 3. 8061800. quale logaritmo per regola generale nelle radici quadrate si dividerà in due che al nostro caso sarà 1: 9030900. quale logaritmo cercato nelle tavole se li vede corrispondere alla sinistra il numero 80. radice ricercata dal numero 6400 ———

Sia dato però il numero 5832. da cui si vole estrarre la sua radice cubica si opererà come siegue, si prende il suo logaritmo quale sarà 3.7658175. dal quale logaritmo per regola generale sene prende la terza parte la quale al nostro caso sarà 1: 2552725. logaritmo dalla radice che si cerca, il quale logaritmo trovato nelle Tavole se li vede alla sinistra corrispondere il numero 18. quale numero sarà la radice ricercata —

Capo V:

Applicazione delli Logaritmi a differenti operazioni

Proposizione XXIII. Problema —

Trovare le secanti logaritmiche —

Ho dimostrato nella proposizione 7: che il raggio è medio proporzionale dentro il seno secondo d'un arco e la secante prima del medesimo, e dentro il seno primo e secante seconda. Dico dunque nella proposizione 18: che duplicando il logaritmo del raggio, e sottraendoli il logaritmo del seno secondo il residuo sarà il logaritmo della secante prima, e se dal med.mo logaritmo dup.

plicato si sottrae il logaritmo dal seno primo il residuo sarà il logaritmo della secante seconda=

Operazione = e Si domanda la secante prima dell'arco di 35 gradi e 8 minuti —
Il Logaritmo del suo seno secondo è 9.9126551. quale sottratto dal doppio raggio 20.0000000. dà il residuo 10. 0873449. quale sarà il logaritmo della secante prima dell'arco proposto =

Così medesimo se dal doppio raggio 20. 0000000. si sottrae il seno primo del medesimo arco quale sarà 9.7600311. il residuo 10. 2399689. sarà la secante seconda —

La sudetta operazione s'abrevia molto usando del compimento logaritmico —

Operazione = Si prende il compimento logaritmico del seno secondo, quale sarà 0. 0873449. al quale unendole l'unità alla caratteristica sarà 10. 0873449 tangente prima ricercata =

Così ancora prendendo il compimento logaritmico del seno primo 9. 7600311. quale sarà 0. 2399689. ed unendoli l'unità alla caratteristica sarà 10. 2399689. logaritmo della secante seconda

Proposizione XXIV. Problema

Trovare le logaritmi delli seni versi, e ~~Tangenti~~ Sagitte

Nel Corollario della proposizione 3. hò dimostrato che il seno verso della metà d'un arco è medio proporzionale dentro il semiraggio, ed il seno verso di tutto l'arco. adunque si troverà il seno verso d'un arco con formare una regola di tre; come la medietà del raggio, al seno della medietà dell'arco, così detto seno, al seno verso. ed operando secondo la proposizione 18. con duplicare il logaritmo del seno della medietà dell'arco dato, e di quel doppio sottratto il logaritmo del semiraggio il residuo

sarà il logaritmo del seno
verso dell'arco dato ——

Operazione — Si domanda il logaritmo del Seno verso dell'arco di 50 gradi, si cerchi nelle Tavole il logaritmo del seno di 25. gradi medietà delli 50 gradi quale logaritmo duplicato, se le sottrae il logaritmo della metà del raggio, quale logaritmo sarà 9. 6989700 - dal semi raggio — Ciò fatto il residuo rimarrà dalla sottrazione sarà il logaritmo del Seno verso dall'arco di 50 gradi, che si ricercavesi

Esempio

logaritmo dall'arco di
25 gradi - - - - - - - - - 9. 6259483.
l'istesso per duplicarlo - - - 9. 6259483.

Sommati fanno - - - - 19. 2518966.
dalla quale somma sot:
tratto il logaritmo dal
semi raggio - - - - - - 9. 6989700.

darà residuo di - - - - - 9. 5519266. lo:
garitmo del seno verso dell'arco di 50. gradi come sopra ——

Avvertimento.

Il logaritmo del semiraggio è 9. 6989700.

168

per raggione che, avers' supposto esser il raggio di numeri assoluti 10000000000. ed il semiraggio 5000000000. se l'hà dato solo ~~f~~ la caratteristica il numero 9. e come che il raggio supposto nelli logaritmi resta 10000; viene adesso il semiraggio 5000. che li corrisponde al lato destro il suo logaritmo colla caratteristica che 9: 6989700. per maggior facilitazione, ci serviremo de' compimenti logaritmici come qui sotto s'osserva = —

Operazione = Si prenda il compimento logaritmico del semiraggio come si insegnò nella proposizione 17. che al nostro caso sarà 0. 3010299 si levi via dopo due volte il logaritmo del seno di 25. gradi, quale sommati, e dalla somma lasciata l'unità della caratteristica sarà la somma il logaritmo del seno verso =

Esempio.

~~Compimento del semiraggio~~

Esempio

Compimento del semiraggio ---------------- 0. 3010299.
logaritmo del seno di 25. gradi ---------------- 9. 6259483.
l'istesso per duplicarlo ---------- 9. 6259483.
sommano ---------------- 19. 5529265.

che tolta l'unità della caratteristica daranno 9. 5529265. logaritmo del seno verso dell'arco di 50. gradi come sopra =

* * * * *

Libro II:

Della Trigonometria, nella risoluzione delli Triangoli.

Definizioni =

1: Nelli Triangoli rettangoli ~~...~~ rettilinei ~~...~~, il lato opposto all'angolo retto si chiama Ipotenusa, l'altri si chiamano col nome generale di lati ——

2. In qualsisia Triangolo l'angolo che fa fron=

ce ad un lato si chiama angolo opposto a quel lato, ed il lato si chiama lato opposto all'angolo —

3. Angolo adiacente, o contermine, è quell'angolo che si forma sopra quello lato —

4. Lato adiacente, o contermine ad un angolo è quel lato che unito coll'altro forma un angolo —

Capo I.

Teoremi fondamentali pella risoluzione delli Triangoli rettilinei rettangoli —

Proposizione I. Teorema —

In qualsivoglia Triangolo rettilineo li lati sono proporzionali colli seni degl'angoli opposti —

Fig. 6.

Sia dato il Triangolo ABC: così si avrà il lato AB con il lato BC, come il seno dell'Angolo ACB, con il seno dell'Angolo BAC.

Si circonscriva a detto Triangolo un Circolo, e dallo si dividono in mezzo li lati AB, BC in D, ed E, si tirano dal centro del circolo le linee FD, FE† li quali saranno perpendicolari alli lati AB, BC, e divideranno per mezzo l'angoli AFB, BFC, si tirano ancora le linee FB, FA, FC, †† e sarà l'angolo AFD fatto nel centro uguale all'an=

† 3. Eucl.

†† 3. Eucl.

golo ACB, fatto nella periferia; el'angolo BFE uguale all'angolo BAC.

Demostrazione = -

Così si ha il lato AB al lato BC, come AD medietà di AB, a BE medietà di BC, ed essendo AD per la definizione. 4. seno dell'angolo AFD, overo di ACB suo uguale, e BE seno dell'angolo BFE, o di BAC suo uguale, sarà il lato AB, con il lato BC, come il seno dell'angolo ACB, con il seno dell'angolo BAC.

15. 5. Eucl.

20. 3 Eucl.

Proposizione II. Teorema = .

Nelli Triangoli la medesima raggione tiene l'Ipotenusa con qualsivoglia lato che il raggio al seno dell'angolo opposto a detto lato — Fig. 7

Sia il Triangolo ABC. rettangolo in C, la medesima raggione tiene l'Ipotenusa BA con il lato AC, come il raggio BD alla DE seno dell'angolo B, opposto al lato AC.

Demostrazione —

Per esser l'angolo C retto, et E.D. paralello a CB, sarà l'angolo E ancora retto; dunque le lati delli Triangoli BAC, BDE sono proporzionali;

cioè, come l'Ipotenusa BA al lato AC così il raggio alla ED seno dell'angolo B. lo medesimo si dimostrerà con il lato BC ——

Proposizione III. Teorema

Nelli Triangoli rettangoli così si hà il lato conterminе ad un angolo con il lato opposto a dett'angolo, come il raggio, con la tangente di dett' angolo ——

Fig. 7. Sia il Triangolo ABC: il lato BC conterminе all'angolo B. così si averà il lato CA opposto allo medesimo Angolo come il raggio BG alla GF tangente del medesimo angolo B. —— —— Eucl. 2. 6.

Capo II.

Della risoluzione delli Triangoli rettilinei Rettangoli ——

1. Qualsivoglia Triangolo costa di sei cose, cioè di tre lati, e tre angoli, dalle quali per risolvere qualunque Triangolo bisogna saperne tre ——

2. Bisogna sapere dal suddetto Triangolo o tre lati, 2.° o due lati, ed un angolo 3.° o due angoli ed un lato, non poten.

doi passare al conoscimento delli lati quantunque si suppongano conosciuti tutti tre i angoli, la raggione si è che essendo gl'angoli li medesimi potran esser li lati maggiori ominori

3. Quelle che sarà conosciuto in un Triangolo si noteranno con una tinietta, e quelli che si cercheranno sapere si noteranno con un zero

4. Sempre che l'Ipotenusa entrerà nella proporzione si risolverà il Triangolo colla proposizione del Teorema 2; e sempre che li due lati entreranno nella proporzione si risolverà il Triangolo colla proposizione del Teorema 3.

5. Nelle Regole del Tre nella resoluzione delli Triangoli invece di ponerle il logaritmo del primo termine si ponerà il suo compimento aritmetico scritto con il C.L.

6. Quando il primo termine sarà il raggio non necessiterà scriverlo; per esser il suo compimento a se medesimo tutti zeri, come si vedrà nell'operazioni che seguino

Proposizione IV. Problema.

Nel Triangolo ABC si suppongono conosciuti il lato AB di Fig. 8.

1230 piedi ed il lato
CB di 720. piedi. si do:
manda l'angolo A. —

Questo quesito si risolve pella
proposizione del Teorema 3.

Operazione. logaritmi.

Come AB 1230. piedi	C.L. 6.9100949.
al lato CB 720. piedi	2.8573325
Così il raggio	10.0000000.
alla Tangente dell'angolo	
A 30. gradi 20. minuti	9.7674274.

Trovato l'angolo A 30 gradi
e 20. minuti, questi sottratti
dalli 90. gradi, il residuo 59.
gradi e 40. minuti valore dell'
āgolo C. —

Proposizione V. Problema.

Nel Triangolo ABC. data
l'Ipotenusa AC. 1425. piedi
ed il lato AB 1230 piedi tro:
vare l'angolo C.

Fig.a 9.

Questo quesito si risolve pella
proposizione del Teorema 2.

Operazione. logaritmi

Come l'Ipotenusa 1425	CL 6.8461851.
al raggio	10.0000000
così AB 1230	3.0899051.
Al seno dell'angolo C 59.40	9.9360902.

Conosciuto l'angolo C di 59 gradi, e 40 minuti, che sottratto da 90 gradi il residuo di 30 gradi, e 20 minuti sarà il valore dell'angolo A = —

Proposizione VI. Problema

Nel Triangolo ABC dato l'angolo C. 59 gradi e 40 minuti, ed il lato AB di 1230 piedi si domanda l'Ipotenusa AC = Fig. 10

Operazione = Logaritmi =

Come il compimento del seno dell'angolo C 59 gradi e 40 minuti ----------	C.L. 0. 0639098.
al raggio ----------------	10. 0000000.
Così il lato AB 1230 piedi ---	3. 0899051.
all'Ipotenusa AC 1425 piedi ---	3. 1538149.

Proposizione VII. Problema.

Sia dato l'angolo A 30 gradi e 20 minuti ed il lato AB 1230 piedi si domanda il lato BC. — Fig. 11

Operazione = Logaritmi

Come il raggio --------	C.L. 0. 0000000.
alla Tangente dell'angolo A. 30 gradi, e 20 minuti -------	9. 7674274.
Così il lato AB 1230 piedi -------	3. 0899051.
al lato BC 720 piedi ----	2. 8573325.

Proposizione VIII. Problema

Sia dato il Triangolo ABC l'angolo A 30. gradi e 10. minuti e la Ipotenusa AC 1425 piedi si domanda il lato BC.

Operazione — Logaritmi —

Fig. 9. Come il raggio 10. 0000000
alla Ipoten. AC 1425. piedi . . . 3. 1538149.
così il seno dell'angolo A.
di 30 gradi, e 10 min: . . . 9. 7033170
al lato opposto BC 720 piedi. 2. 8571319.

Della medesima maniera si troverà l'altro lato AB. valendosi del suo angolo opposto C —

Proposizione IX. Problema —

Nel Triangolo ABC dato l'Ipotenusa AC 1425. piedi ed il lato AB 1230. piedi domandasi l'altro lato CB.

Fig. 9.

~~Metodo~~ Operazione Prima =

Della proposizione 5. si trovino gl'angoli A, e C; e questi trovati, si troverà dalle proposizione 6. 7. 8. il lato CB. o altro —

Operazione seconda =

Si sommano insieme l'Ipotenusa AC,

ed il lato AB sarà la somma 2655. della quale somma si prenda il logaritmo. ciò fatto si sottragga il lato AB, dall'Ipotenusa AC, ed il residuo sarà 195. del quale si prenderà il suo logaritmo, quale logaritmo sommato col logaritmo di 2655. la metà di quest'ultima somma sarà il logaritmo del lato BC quale sarà di 720. piedi, come meglio qui sotto si vede.

Pratica.

Ipotenusa AC	1425.	
lato AB -------	1230.	
Somma -------	2655.	L. 3. 4240645.
Differenza dal lato AB. all'Ipotenusa AC. -------	195.	L. 2. 2900346.
Somma -------------		5. 7140991.
Semisomma ----------		2. 8570495.

la quale semisomma sarà il logaritmo del lato BC di 720. piedi, sopra ricercato =

Se sarà data l'Ipotenusa AC. ed il lato BC. si opererà come sopra si fatto, non già però

~~per~~ se si dovesse ricercare l'Ipotenusa domentre bisogna l'operazione della maniera, che si spiegherà nella proposizione II.

Proposizione X. Problema =

Nel Triangolo ABC sia dato il lato BC 20. piedi, ~~e la corrispondente~~ il corrispondente l'angolo A 30. 20. minuti si domanda l'Ipotenusa AC.

Fig. 10.

Operazione — Logaritmi.

Come il Seno dell'Angolo
A 30. gradi, e 20 minuti C.L. 0.2965830.
al lato BC suo opposto 20 — 1.8523375.
così il raggio 10.0000000
~~il domanda~~ alla l'Ipotenu:
sa AC 1A25 .... 3.1SA0155.

Così ancora data l'Angolo C di 59. e 40 minuti, ed il lato opposto AB. 1230. operando come si disse nella proposizione 6.

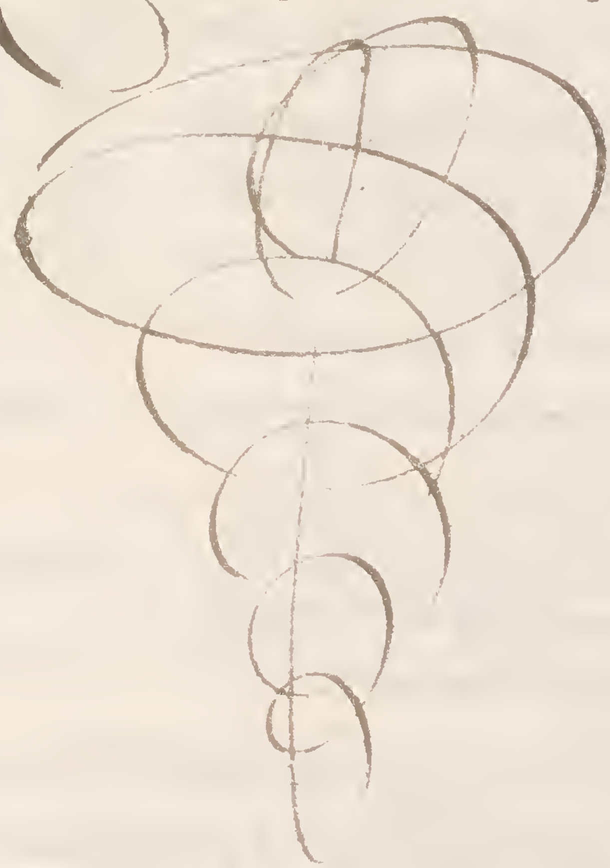
Fig. 11:

Proposizione XI. Problema.

In qualsivoglia Triangolo Rettangolo dati li lati, trovare l'Ipotenusa

Si cercano primieramente l'angoli della proposizione 4; ciò fatto si trova nell'antecedente l'Ipotenusa = Mi figuro essermi spiegato abbastanza per onde non rapporterò altri esempi, credo sufficienti le sopra espresate operazioni

Laus Deo =



Libro III.

Libro III.

Della Trigonometria Rettilinea Obliquiangola

Capo I.

Teoremi Fundamentali per la Resoluzione delli Triangoli Rettilinei Obliquiangoli.

Teorema I. Proposizione.

In qualsivoglia Triangolo rettilineo la somma delli due lati alla differenza delli medesimi, è la medesima raggione che la Tangente della semisomma degl' angoli opposti, alla tangente della semidifferenza delli medesimi —

Fig. 12. Nel Triangolo ABC la somma delli lati AB, AC è la raggione colla differenza delli medesimi, che la tangente della semisomma dell'angoli B e C opposti a detti lati tiene colla Tangente della semidifferenza delli medesimi Angoli —

~~Si continui la linea BA sino D sino~~

Si continui la linea B A sino D, di maniera che AD sia uguale ad AC. si tagli DR uguale ad AB e ciò fatto sarà tutta la BD somma delli lati BA, AC. e RA sarà la differenza delli medesimi lati.

Ciò fatto si tiri la linea DC, e perche AD, AC sono uguali, la perpendicolare AE dividerà per mezzo tanto la base DC quanto l'angolo DAC, e perche dett'angolo è esterno, rispetto del tale triangolo ABC sarà uguale alla somma dell'angoli B, e C, con ciò ~~sarà~~ l'angolo EAC sarà la semi somma delli medesimi angoli —

e si tirano per fine le rette RL, AH parallele a BC e sarà l'angolo DAH uguale all'angolo B, e l'angolo HAC, uguale all'angolo interno ACB. ed essendo BA uguale ad RD, sarà CH uguale ad LD e per conseguenza EH, EL resteranno uguali, come ancora gl'angoli EAL, EAH come ancora gl'angoli LAD, HAC e l'angolo LAH sarà la differenza dell'angoli DAH HAC overo dell'angolo B e C interni; quale l'angolo ~~EAH~~ EAH sarà la semi differenza delli medesimi angoli B e C; e facendo un circolo col raggio AE, sarà EC tangente della semisomma EAC; ed EH tangente della semisomma EAH, si dimostra che BD, somma delli lati AB AC, viene con RA differenza delli medesimi lati, la stessa raggione che viene EC tangente della semisomma degl'angoli B, e C, con EH tangente della semidifferenza delli medesimi.

Dimostrazione =

Per esser LR, AH, BC paralelli saranno proporzionali (2. 6. Eucl.) come DB ad RA, così DC, ad LH, ed essendo intiera la DC, all'intiera ~~come~~ LH, ~~come DB~~ come EC metà di DC, ad EH metà di LH sarà DB somma delli lati ad RA differenza delli medesimi, come EC tangente della semisomma degl'angoli B e C, ad EH tangente della semidifferenza delli medesimi =

Corollario =

Corollario =

Con questo teorema si forma la risoluzione di qualsivoglia triangolo, dalli quali si darà conosciuti due lati, et angolo compreso entro le medesime = Perloche sommando il AB con il lato AC; dopo sommati si sottrarrà il lato AB dal lato AC e si saprà la loro differenza: sottraendo ancora l'angolo A conosciuto dal 180 gradi valore di tutti tre angoli, il residuo sarà la somma degl'Angoli B, e C e la sua metà sarà la semisomma. Ciò fatto si pianterà la proposizione seguente: Come la somma delli lati alla differenza delli medesimi, così la tangente della semisomma al termine quarto, che sarà la tangente della semidifferenza dell'angoli; quale ~~differenza~~ semidifferenza trovata unita alla semisomma degl'angoli darà l'angolo maggiore, e la sua semidifferenza sottratta dalla medesima sem.

mi somma sarà l'angolo
minore.

Proposizione II. Teorema.

In qualsivoglia Triangolo il
lato maggiore si trova con la
somma dell'altri lati; come
la differenza di questi alla
differenza delli segmenti fatti
nel lato maggiore dalla
perpendicolare tirata dal
vertice a detto lato.

Fig. 13. Sia il Triangolo ABC la di cui base, o lato
maggiore sia AC: Tirasi dal vertice
B la perpendicolare BE, e con la
distanza BC si descriva un circolo
dal centro B. e si continua il lato
AB sino G. Ciò fatto perche BG,
e BC sono uguali sarà ABG, som-
ma delli lati AB BC, e perche la
perpendicolare BE divide la corda
DC in E, in due parti uguali sarà
DA la differenza delli segmenti
†E, E.A. C~~E~~†E.A; e perche BC, e BH sono
uguali sarà HA la differenza del-
li lati CB, BA. onde così sarà
AC lato maggiore, a GA somma
degl'altri lati come HA differen-
za delli medesimi lati a DA differen-
za delli segmenti della base.

Proporzione =

Come — AC, Base, o lato maggiore
ad — AG. somma degl'altri lati
Così — HA. differenza delli med.^{mi} lati
a — DA differenza delli segmenti della base =

Corollario =

Con questo Teorema si forma la risoluzione di qualsivoglia Triangolo, quando si daranno conosciuti li suoi tre lati, senza che si conosca punto alcun angolo; perche tirando la perpendicolare BE, la quale divide il Triangolo in due Triangoli rettangoli, e come che si conoscono li tre lati del Triangolo ABC, si saprà il lato maggiore AC, e sommando l'altri lati AB, e BC si saprà la sua somma AG, e sottraendo BC, di BA, si saprà AH sua differenza, e per regola di tre con li termini AC, AG, AH, si saprà il quarto termine proporzionale AD, che sottraendoli di AC, si saprà DC, e per conseguenza la sua metà EC; sicche nel Triangolo rettangolo BCE si saprà il lato EC, e la Ipotenusa BC dico pella proposizione 5. si troverà l'angolo EBC dicendo come l'Ipotenusa BC al raggio, così il lato

EC al seno dell'angolo EBC
sapendo ciò si saprà l'angolo
C suo compimento a 90 gra=
di della medesima maniera
si risolverà il triangolo AEB,
e si troverà l'angolo A, e così
sarà risoluta la tangente
ABC

Le sudette teoremi sono assolutamente
bastanti per dimostrare la risoluzione
di qualsivoglia triangolo rettilineo obli=
quiangolo, e così per brevità ometto
altre dimostrazioni

Capo II.

Della risoluzione delli Trian=goli rettilinei obliquiangoli

Proposizione III. Problema.

Nel Triangolo obliquiangolo dati due lati ed uno degli angoli opposti trovare gl'altri angoli, supponendosi saper che si cerca un angolo acuto, o ottuso

Fig. 14

Nel Triangolo ABC, conosciuti li lati BA, AC, il lato BA è 400 piedi, ed il secondo AC è 300 piedi, e l'angolo B, opposto al

il lato AC di 54. gradi 30 minuti si trove-
ranno gl'angoli C, ed A e primieramente l'
angolo C opposto al lato AB supponendo sia
dett' angolo acuto =

Operazione = logaritmi

Come il lato AC opposto
all'angolo B. 400 ------ C.L. 7.3979400.
al sino del angolo B.
di 54. gradi 30 min. ------ 9.9106860.
cosi il lato AB 300 piedi ------ 2.4771212.
Al sino del angolo C di
37. gradi 38. minuti ------ 9.7857472.

Trovato l'angolo C, si troverà l'angolo A per-
che sommando l'angolo C trovato coll'angolo
Dato B, quale somma sottratta da 180 il resi-
duo sarà l'angolo A = Esempio =

Angolo B. 54. gradi 30 minuti
Angolo C. 37. — 38.
Somma 92. gradi 8. minuti

Da 180 gradi sottratti 92. gradi e 8 minuti
resteranno 87. gradi, e 52. minuti valore
dell'angolo A. = Avertenza =
Si deve avertire però aver prima conosciu-
to l'angolo che si cerca, se sia ottuso, o vero
acuto, ciò per non far errore nell'angolo che
si cerca =

50

Proposizione IV. Problema =

Del triangolo obliquangolo ABC si suppone conosciuto l'angolo A di 30 gradi, e 4 minuti il lato CA di 590 piedi ed AB di 300 piedi

9.15 si cercano gl'angoli B. e C =

Operazione = Trovasi il compimento dell'angolo conosciuto A di 30 gradi e 4 minuti, alli 180 gradi valore di due angoli retti, e sarà detto compimento 149 e 56 minuti, e tanto sarà la somma degl'altri due ~~lati~~ angoli B, e C, e la semi somma sarà 74 gradi, e 58 minuti si sommano li lati conosciuti CA, AB, e sarà la somma 890. ~~dalla quale somma~~ sottratto il lato minore AB. del maggiore AC sarà la differenza 290 piedi ciò fatto si supponga la seguente proporzione secondo la proposizione seconda =

Proporzione =	Logaritmi =
Come la somma delli lati CA. AB 890	7.0506100.
alla differenza delli medesimi	2.4623980.
Così la Tangente della semisomma degl'angoli B, e C. 74 gradi e 58 minuti	10.5709379.
alla Tangente della	10.0839459. semi=

differenza delli medesimi angoli B, e C. è 50. gradi, e 30. minuti – Quale differenza unita alla somma delli 74 gradi, e 58. minuti . semisomma degl'angoli B, e C. darà 125. gradi, e 28. minuti valore dell'angolo B, e li stessi 50. gradi, e 30. minuti difalcati dalla sud.tta semisomma 74 gradi, e 58. minuti darà 24. gradi, e 28. minuti valore dell'angolo C. —

Proposizione V. Problema

Nel triangolo obliquiangolo ABC. li detti tre lati si suppongano conosciuti come il lato AB 865. piedi il lato AC, 1237., ed il lato BC 632. piedi, si cercano li suoi angoli

Fig. 16.

Operazione prima

Sia il lato maggiore CA come base del triangolo dato, tirasi la perpendicolare BE, che darà diviso detto triangolo in due triangoli rettangoli, si sommano il lato BC con il lato AB e sarà la somma 1497: Si sottragga il lato BC dal lato BA, ed il residuo 233. sarà la differenza, la quale trovata, si disporrà la seconda regola di tre sulla proposizione del Teorema 2.

Operazione — Logaritmi —

Come AC. 1277. piedi .... C.L. 6. 8938091.

alla somma di AB con

BC 1497. piedi .... 3. 1752218.

Così la differenza di AB. e

BC 233. piedi .... 2. 3673559.

ad AD differenza delli segmenti AE, EC. 273. piedi .... 2. 4363868.

Fatto ciò se la differenza AD 273. si sottraerà di AC 1277. ne sarà DC 1004. la di cui metà 502. sarà CE overo ED, e unendo la sud.ta differenza AD 273. colla sud.ta medietà 502: darà il segmento EA 775:=

Sicche nel triangolo ABE conosciuta l'ipotenusa AB. 805; ed il lato AE 775. si troverà colla proposizione 5: l'angolo ABE. 63. gradi, e 38. minuti, e l'angolo A. 26. gradi, e 22. minuti —

Della medesima maniera nel triangolo rettangolo BEC conosciuta l'ipotenusa BC. 632; ed il lato CE 502; si troverà colla citata proposizione 5. l'angolo CBE 52. gradi, e 35. minuti, e l'angolo C 37. gradi, e 25. min. sommati alla fine gl'angoli ABE, ed CBE e la somma 116. grad. 13. min. sarà il valore del angolo AB operazione seguente:

Si Sommano le tre lati del dato Triangolo, e della semisomma si sottragano li lati contermini all'angolo che si cerca, ogn'uno da per se come nell'operazione prattica qui sotto esposta si vede, e si noteranno la differenze trovate, e si formerà la presente proporzio

Come il prodotto delli lati contermini all'angolo che si cerca –
al prodotto della differenza trovata
così il quadrato del raggio
al quadrato del seno della medietà dell'angolo, che si cerca =

Il primo termine sarà la somma delli due logaritmi, delli due lati contermini all'angolo che si cerca; e per più brevità si prenderanno li compimenti logaritmici delli due logaritmi delli due lati contermini, e delli quali compimenti sommati sarà il primo termine. Ciò fatto si sommeranno li logaritmi delle due differenze trovati, quale somma sarà il secondo termine; e per fine si scriverà il logaritmo duplicato del raggio, abbenchè non è necessario per avervi servito delli due compimenti sopradetti, si sommano il primo, e secondo termine detto di sopra, e la metà della somma sarà il logaritmo della medietà dell'angolo, che si cerca, l'operazione si vede nel seguente Esempio =

Esempio =

lato AC	1277. piedi
lato AB	865. piedi
lato BC	632. piedi
Somma	2774. piedi
Semisomma	1387. piedi
Differenza della semisomma, e lato AB	522. piedi
Differenza della semisomma e lato BC	755.

Logaritmi –

Lato AB. 865. piedi	C.L. 7. 0629839.
lato BC 632. piedi	C.L. 7. 1992829.
differ: di AB 522. piedi	2. 7176705.
differ. di BC 755. piedi	2. 8779469.
Somma	19. 8578842.
Semi somma	9. 9289421.

la quale sarà il logaritmo del seno di 58 gradi e 6. minuti, e mezzo, medietà dell'angolo ABC, quale duplicato sarà 116. gradi, e 13. minuti valore dell'angolo ABC ricercato = = –

17. Fig. 17

Proposizione VI. Problema –

Nel Triangolo rettilineo obliquiangolo dati due angoli, ed un lato trovare qualsivoglia lato –

Sia il Triangolo ABC, l'angoli congiunti siano B. di 50. gradi, e 15. minuti, e C. di 35. gradi e 10. minuti, ed il lato congiunto sia CA di 448. piedi, si domanda il lato AB.

Si risolve pella proposizione ~~prim~~ del Teorema I.

Operazione = Logaritmi -

Come il seno dell'angolo B 50. gradi 15. min. ... C.L. 0. 1141630.
al lato CA 448. piedi ... 2.6511780.
Cosi il seno dell'angolo C di 35. gradi 10. min. ... 9.7621775.
al lato opposto AB di 337. piedi ... 2.5276185 -

Della medesima maniera si ~~formera~~ trovera il lato BC. come siegue.

Operazione

Come il seno dell'angolo B.
al lato opposto CA.
Cosi il seno dell'angolo A.
al lato opposto BC = -

Proposizione VII. Problema.

Dati due lati, ed l'angolo intermedio, trovare il terzo lato Fig. 15

Nel Triangolo obliquiangolo ABC, l'angolo A.

è di 61· grad· e 16· minuti, il lato AC 400·
piedi, ed il lato AB 300· piedi, si cerca il lato
BC· =

Si trova ~~egualmente~~ primieramente l'
Angolo B pella proposizione 4ª; e per l'an-
tecedente si troverà il lato B·C·

Proposizione VIII· Problema.

Nel Triangolo obliquiangolo, dati
due lati, ed un'angolo ad uno
de' lati opposto, trovare l'
altro lato = =

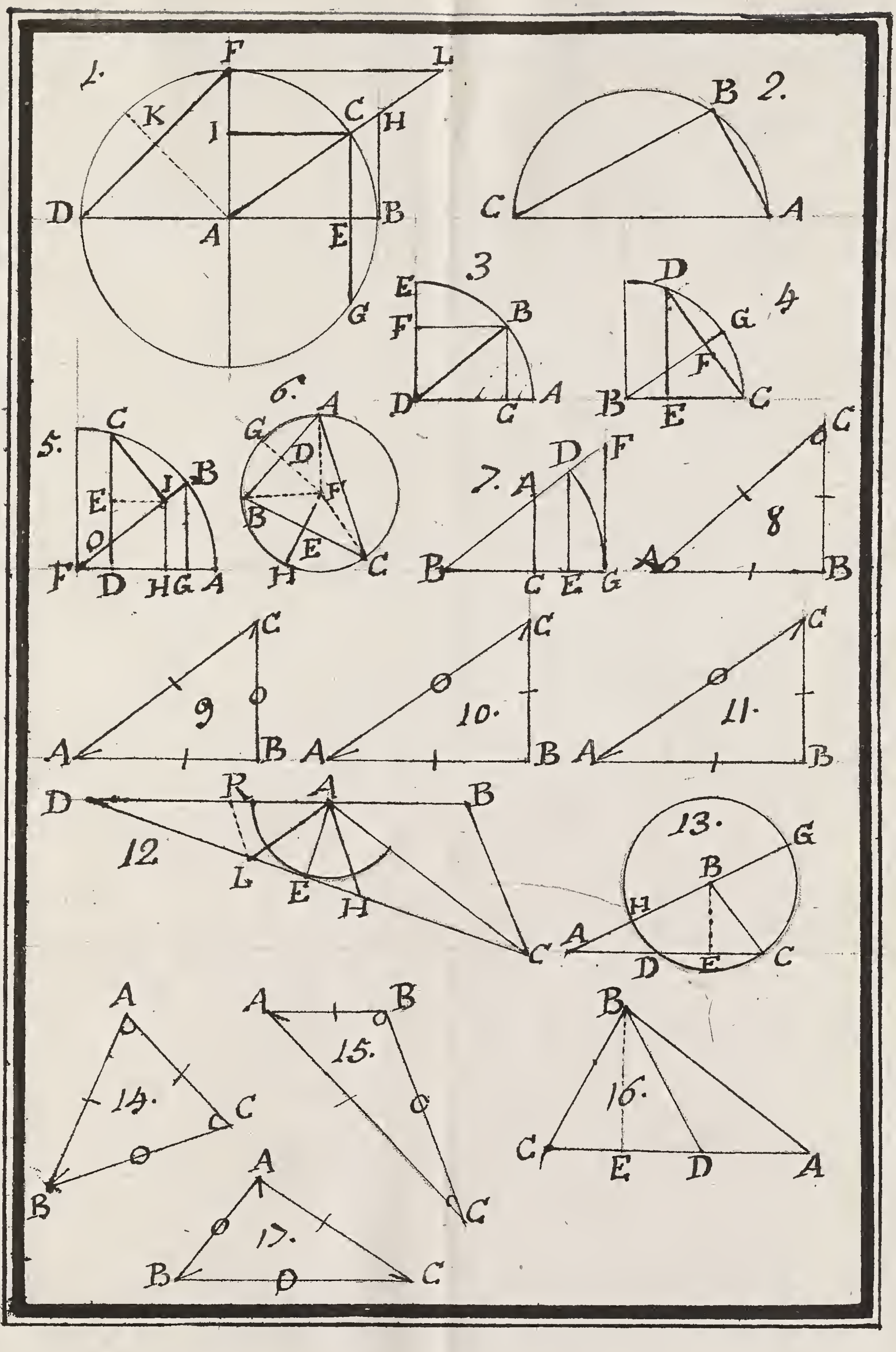
fig· 14·

Nel Triangolo A.B.C. dati li lati BA.
AC, et l'angolo B si domanda il lato BC.

Operazione = Si troverà prima pella
proposizione 5. l'angolo A. ciò
fatto pella proposizione 6. si tro-
verà il lato BC, nella manie-
ra che siegue =

Come il seno dell'angolo B· opposto al lato
AC.
così il seno dell'angolo A.
Al lato opposto BC =

Laus Deo.



Trattato della Meccanica

Questa scienza, di cui uno, che ispirò al l'ingegnoso Archimede l'asseverare al re Gerone, che moverebbe il gran peso di tutta la terra, se potuto avessi fuor della medesima fermarsi le piante:

Da ubi consistam terramque movebo.

L'artifizio maraviglioso di questa scienza vien communamente chiamata Machinaria che altro non significa secondo l'interpretazione del Greco, l'avvedutezza ingegnosa, e di ciò deriva che le sue machini chiamati vengono ingegni e que' che le medesimi dispongono Ingegneri, et architetti, dimentre con gl' artifiziose machini di tali ingegni si alzano i pesi, e movere quai si voglia pesi—

Libro I.

Delli principj della Meccanica

Definizioni

1. Corpo grave è quello, che si muove ...

nei inclinazione fino al centro della Terra.

2. Gravità, è la virtù che tiene un corpo pesato per spingersi fino al centro della Terra.

3. Momento d'un corpo grave, è l'inclinazione, che tiene per muoversi fino al centro della Terra; originata dalla sua gravità, e dalla disposizione, e situazione delle sue parti=

4. Centro di gravità è un punto dentro, o fuori d'un corpo grave, dal quale appeso conserverà sempre un medesimo Equilibrio delle sue parti=

5. Pesi uguali son quelli le quali collocati in una bilancia di bracci uguali pesano ugualmente, senza che l'uno prevalga contra all'altro=

6. Pesi equiponderanti, son quelli che sospesi nel braccio d'una stadera, a uguali, o disuguali distanza dell'asse, pesano ugualmente ~~che~~ senza che l'uno prevalga contra dell'altro =

7. Movimenti uguali son quelli che in uguali tempi camminano spazi uguali—

8. Movimenti disuguali quando in uguali

tempo scorrono di ugual spazio =

9. Movimento veloce, e meno veloce quando
in ugual tempo scorre maggior spazio
del meno veloce =

10. Potenza motrice è quel corpo che muo-
ve ad un altro corpo la quale può esser
animata ~~vivente~~ come un uomo, ed inanimata
come una pietra, un piombo etc.

11. Linea di direzione d'un corpo, o d'una
potenza è quella linea retta per la quale
si dirige il suo movimento, la quale
nelli corpi gravi passa pel centro di gra-
vità del medesimo corpo al centro della
terra, abbenchè nelle potenze animate
può esser diversamente =

Proposizione I.ª Teorema =

Quando una potenza si considera bastan-
te nel movere e superare un peso di 100
libre, accompagnando della potenza con un ar-
tifizio meccanico verrà la medesima a so-
stenere un altro peso di 1000, 2000 e 3000
libre. Indi è che abbisogna sapere il vero
effetto d'un sì tanto mirabile artificio
della natura =
Per aggiungere a tal conoscimento princi=

però per spiegare gl'affetti della, inde- ra, li quali serviranno di vero fondamento della Meccanica =

Proposizione II. Teorema

Quan'due ~~pesi~~ corpi d'ugual peso le quali posti in ugual distanza nella stadera stanno in Equilibrio =

Fig. I.
Dato il peso A, ed il peso B ognuno di 20· libre, le quali posti uno in D, e l'altro in E, in ugual distanza dell'asse C, dico che detti pesi resteranno in equilibrio senza che l'uno prevaglia contra dell'altro

Se però il peso B s'allontani alquanto dell'asse C di maniera che la C D resti minore che la E C allora il peso B alzerà il peso A =

Fig. I.
~~Quindi~~ Indi è, che per equilibrare un peso minore con un'altro [illegible] Maggiore supplir si debba la distanza dall'asse al peso minore, colla proporzione di quanto più pesante ritrovasi il peso maggiore dal minore

Fig. 1.
Sia per esempio il peso A di due libre ed il peso B d'una libra, per esser il peso A doppio del peso B, bisogna darle al peso B doppia distanza dell'asse C, della distan-

che vi è dall'asse C, al peso A e così si
sarà il peso maggiore col minore in equi
librio =

Se però il sud.to peso B minore dal peso
A s'allontani più dell'asse, allora non
sarà ~~reciproco~~ equilibrio, ma il peso minore
B prevalerà contro ~~il peso~~ del maggiore del A.

Sia per esempio il peso A di due libre Fig. 3.
e il peso B d'una libra † ~~per esser il pe~~
~~so A doppio del peso B, per trovar l'e~~ † per esser il primo doppio
quilibrio ~~d'ambedue pesi si dovevano~~ del secondo, ed acciò detti
~~esser doppie le distanze C ed E dal~~ pesi rimanes
~~C al D~~, come sopra si è detto; ma sicco sero in equil
me la distanza dall'asse C all'E è dop brio bisogna
pia dall'asse C al D, verrà il peso B che la distan
a prevalere contro del peso A e così si spin CE fosse dopp
gerà dall'equilibrio = dalla distan
CD

Corollario I.

Movendosi un corpo col medesimo movi
mento, se in un minuto di tempo scor
re lo spazio di cinque palmi, in ugual
tempo un'altro corpo col stesso movi
mento scorrerà altri palmi cinque di spa
zio =

Se però nel medesimo tempo vi fosse dop
pio movimento, ~~nel medesimo tempo~~
scorrerebbe doppio spazio, e così in ugual

proporzione di triplo, quadruplo etc. =

Proposizione III. Teorema

Tanto movimento si darà in un corpo d'una libra il quale scorre una linea di 10 palmi, come in un corpo di due libre, che nel medesimo tempo scorre una linea di 5 palmi =

Siano due corpi uno di due libre, e l'altro d'una libra, le quali collocati in reciproca distanza nella stadera di una ~~mostodo~~ sopra, in un minuto di tempo si vede scorrere lo spazio di 10 palmi, e quello di due libri nel medesimo tempo scorre lo spazio di 5 palmi, però qui dico essere il movimento del secondo d'una libra uguale al movimento del primo di due libre, come per maggior chiarezza di questo Teorema ne descrivo li seguenti Esempj =

Esempio I.

Fig. 4. Sia il peso A di due libre, ed il peso B d'una libra, li quali in reciproca distanza collocati di maniera che la distanza CE sia duplicata dalla distanza CD. scorrendo il peso A siano

DG
~~AD~~ finale si deve considerare due vol-
te per esser il peso A di due volte dop-
pio del peso B, ed il peso B l'arco ~~E~~ EF
doppio dell'arco GD e perche dett'arco
si deve credere due volte; per con-
seguenza vengono ad eguagliarsi am-
be movimenti, e così niuno prevale-
rà contra dell'altro con rimanesero ~~…~~ in
equilibrio.

Termino 2.°

Che però il peso A sarà d'una libra, ed
il peso B meno d'una libra, quali colloca-
ti in quella proporzione medesima che
nell'antecedente ritrovavansi ~~trovavano~~, viene il
peso A in un dato tempo a correre l'
arco GD ed il peso B nel medesimo tem-
po l'arco FE dico che l'arco FE sarà Fig. A
doppio dell'arco GD, e così sarà il mo-
vimento del peso B doppio del movimen-
to del peso A per ritrovarsi detti ~~…~~ Corpi d'ugual peso, in dist…
dunque distanza collocati. quai distan…

Proposizione IV. Teorema

Sempre che il peso minore ne

nel reciproco movimento, al peso Maggiore, il peso minore viene ad equivalere al peso Maggiore =

Un Corpo move l'altro mediante il suo movimento e per conseguenza la forza sua motrice è a corrispondenza del suo movimento; Se collocati due pesi nella stadera in reciproca distanza, quanto movimento tiene uno nell'una parte del stromento, quanto ne tiene l'altro nell'altra parte medesima e così verranno equalizzati e loro forze senza che uno prevalga contra dell'altro =

Proposizione V. Teorema

I corpi che le velocità sono reciproche con li spazj vi sarà equilibrio =

Essendo la distanza EC del peso B, con la distanza CD del peso A come il peso A al peso B vi sarà equilibrio =

4 Perché per esser EC doppia di CD sarà l'arco FE doppio dall'arco DG sicché la velocità FE sarà doppia della velocità DG per esser le velocità come le linee che si muovono (nella propo. 5.) così la velocità

del peso B alla velocità del peso A, sarà come il peso A, al peso B, ci quali per esser reciproche vi sarà Equilibrio =

Proposizione VI. Teorema.

Quando la velocità del peso minore alla velocità del peso maggiore, tiene maggior raggione che il peso maggiore al minore, il peso minore prevalerà al maggiore =

Fig. 3 ~~6~~

Sia il peso A doppio del peso B le quali pesi nella Stadera, il peso A nel punto D, ed il peso B nel punto E, ed alzando la Stadera alla situazione di FG, sarà l'arco EF lo spazio scorso dal peso B, e l'arco DG lo spazio scorso dal peso A, ed essendo maggiore la velocità del peso B di quella del peso A, verrà il peso minore B ad aver maggior momento, ed alzerà il peso A =

8 Quando la velocità del peso B, a quella del peso A, sarebbe come il peso A al peso B allora fra essi vi sarà Equilibrio. Ma siccome la velocità del peso B è maggiore della velocità del peso A, con tutto ciò che il peso A sarà maggiore del peso B, ~~per~~ per la discordanza della reciproca velocità, aurà più movimento il peso B, e così prevalerà con maggior forza, e potenza contra del peso maggiore A =

Proposizione VII = ~~[illegible]~~

Avendo le distanze dell'asta fra di loro maggior raggione che li pesi, il minore prevalerà contro dal maggiore =

Fig. 3 =

Sia la distanza EC tripla della distanza DC, ed il peso A sia solamente doppio dal peso B, in questo caso il peso B prevalerà contro del peso A =

Per esser la distanza CE tripla della distanza CD, sarà l'arco FE triplo dell'arco DG sicche la velocità del peso B sarà tripla della velocità del peso A, ed essendo il peso A solamente doppio dal peso B averà una terza parte più di maggior raggione la velocità del peso minore B di quella del peso maggiore A, e cosi prevalerà il peso minore al peso maggiore

Ma se il peso A sarebbe triplo dal peso B, e la distanza CE tripla dalla distanza CD, allora vi sarà Equilibrio (per la proposizione 5) =

Proposizione VIII.

Ristretto di tutto quello che si ha provato nelli Teoremi scorsi =

Fig. 3.

Sia il peso A di due libri, ed il peso N d'una libra se la distanza GI sarà uguale alla

distanza CD, non potrà il peso N. muo=
vere il peso A=
Se bene il peso A di due libri scorre ~~tra~~
in un dato tempo l'arco DG uguale all'
arco HI scorso nel medesimo tempo dal
peso N d'una libra, ma siccome il peso A
e di due libri, non sarà l'arco DG scorso
di detto peso A già uguale dall'arco HI.
scorso dal peso N, ma sarà doppio per rag.
gione del suo doppio peso; che se detto
peso A stato sarebbe di tre libri, ed il peso
B d'una libra in detta situazione colloca= Fig. 3.
ti averebbe stato l'arco DG triplo dall'
arco HI, nato dal suo triplicato momen=
to=
Se però il medesimo peso N si passi in O.
di maniera che CL sia doppia dalla dis=
tanza CD, nel tempo che il peso A scorri
l'arco DG (considerato per due archi nella
raggione detta di sopra) il peso O d'una
libra scorrerà l'arco LM doppio dell'arco
DG, sicche viene ad avere ~~maggior~~ ugual Fig. 3.
movimento, e resteranno in Equilibrio=
Ma se per fine però il sud.° peso d'una
libra si passi in B di maniera che CE
sarà tripla dalla distanza DC nel tempo
che il peso A scorri l'arco ~~E~~ DG (considerato

per due scorrerà il peso B d'una libra l'arco EF triplo dall'arco DG, e per conseguenza prevalerà il peso minore B una terza parte più al peso maggiore A, le quali per situarli in Equilibrio bisognerebbe fare il peso A di tre libre o pure scemare una terza parte dalla distanza CE, che sarà il punto I, e così resteranno in Equilibrio, credo sufficiente quanto hò dimostrato pell'esecuzione delle seguenti machine = = =

Libro II =

Della Machina fundamentale chiamata Leva =

La leva istrumento meccanico dalli Greci chiamato Moclos e dalli latini Vectis alla medesima ad unirsi vengono la maggior parte degl'altri meccanici istrumenti; E se bene questa fra tutti, è la più semplice sarà di sì insuperabile forze, quanto mercè le medesime alzar potrassi un peso di sì questa mole uguale a quello del Globbo Terraqueo aven

do attribuito gl'antichi le maraviglio=
se forze della leva al Tridente di Net-
tuno credendo, che coll'impulso dalla
medesima commover deveasi tutta la
Terra, come scrisse Virgilio Georgic 1.
Magno tellus percussa Tridenti =

Avertenze.

La giusta misura delle forze d'una
potenza motrice, sarà il peso che pre=
cisamente alzar potrà con ugual ve=
locità a quella del peso; Come per Ese=
mpio un Uomo potrà alzare 100 li=
bre di peso; si dirà che la velocità del=
le sue mani sarà uguale a 100 li=
bre di peso

In tutte le machine non si farà conto
dalla gravità della materia, che le com=
pone, ma solo devesi avere mira alla
resistenza del peso, ed alle forze della
Potenza, che opponerle se li devono
per vincere quella resistenza del Peso.

Definizioni =

La leva è un palo di ferro, overo un le=
gno alquanto lungo, l'uso della quale sa=
rà per ~~alzare~~ spingere, e muovere qualunque peso

per giungere alla perfetta cognizione
di detta machina bisogna prima esser
inteso delle rispettive parti che la mede=
sima compongono, e per meglio dire, si
adattano, Una delle prime sarà la po=
tenza, appunto quella, che Equilibrare
ed alle volte superar deve la gravità
d'un dato peso; La seconda sarà l'appog=
gio, da' Greci chiamato Ipomochion, e da' La=
tini Fulcrum, E per fine il Corpo grave
il quale mercè la potenza, e l'appoggio
dovrassi spingere; Per maggior chiarez=
Fig. 1. Tav. 1. za sia la figura citata GP la leva, il
punto P. la potenza il punto C l'appog=
gio ed il punto A il corpo Grave =

Differenze delle Leve

Tre sono le diversità delle Leve, diffe=
rendosi ogn'una nell'adattamento dell'
appoggio, peso, e potenza =
Fig. 1 Tav. 1. La prima è quella in cui l'appoggio sa=
rà collocato in mezzo della potenza, e del
peso = Fig. prima Tavola 1.
Fig. 2 Tavol. 1. La seconda, quando il peso sarà collocato
in mezzo dalla potenza, e l'appoggio. Fig. 2 Tav. 1
Fig. 3. Tavol. 1. E la terza, quando la potenza sarà col=
locata in mezzo dal peso, e l'appoggio Fig. 3 Tav. 1.

Proposizione I. Teorema

Tenendo il peso A, colla potenza P la stes- ~~Fig. I.~~
sa ragione che tiene la distanza CP
colla distanza AC allora la potenza P Fig. 2.
ed il peso A saranno in Equilibrio, senza Tav. 2.
che la potenza alzar possa al peso più
dall'orizonte = Fig. 2. Tavola 2.

b L'origine d'un tale effetto, è appunto quello che essendo le distanze reciproche colla potenza, ed il peso, saranno l'archi, o velocità AB, PQ reciproche, colla medesima potenza, e peso ciò supposto nè il peso vincerà la potenza, nè la potenza il peso, e così resteranno in Equilibrio; Ciòche si dimostra pella leva del primo genere, sentir ancor si debba per quella del secondo, e terzo genere - Fig. 2. Tavola 2.

Proposizione II. Teorema

Avendo la potenza maggior ragione d'un dato peso, ciò per esser la distanza della potenza allo appoggio, maggiore dalla distanza dell'appoggio al peso, la potenza vincerà al peso ed l'alzerà.

~~sopra~~ sopra dall'orizonte =

Fig. 2. Tavola 2. Sia il peso ~~=~~ A d'una libra e la poten=
za P sufficiente per alzar detto peso (senza Fig. 2.
che se li presti il sollievo di machina al-
cuna) e la distanza AC, sia la metà
della CP, ed essendo il peso, e la potenza
d'uguale raggione, e la distanza del peso
all'appoggio, di minor raggione dalla
distanza dall'appoggio, alla potenza, ques-
to vincerà ~~=~~ il peso e l'alzerà sopra
dell'Equilibrio =

Propozizione III. Teorema

Se dopo mesurati la distanza del
peso all'appoggio, e dall'appoggio
alla potenza, si troverà aver mag-
gior raggione la potenza, che
il peso questa vincerà il peso, e
l'alzerà sopra dall'orizonte =

Fig. 3. Tavola 1. Sia CE tripla di DC, ed il peso D, dop-
pio della potenza E; per aver questa
maggior raggione che il peso D, lo
alzerà sopra dell'Equilibrio =

Propozizione IV. Teorema

Avendo il peso D, maggior rag-
gione che la potenza E, non
potrà la medesima muoverlo
dalla sua situazione =

Fig. 4. Tavola 1. Sia il peso D. triplo dalla potenza E.

e la distanza CE doppia dalla distanza CD, per aver il peso D maggior raggione dalla potenza E non potrà detta potenza prevalere contra detto peso, per esercitar detto peso una terza parte più di momento che la potenza E; e per conseguenza non potrà detta potenza ne alzarlo, ne moverlo dal suo luogo =

Propozizione V. Teorema

Quando la distanza del peso maggior raggione, che la distanza della potenza non potrà la medesima alzare il dato peso =

Fig 4
Tavola I

Sia la distanza DC uguale alla metà di CE, però la potenza sia un terzo del peso A; per aver la distanza CD, ~~ug~~ maggior raggione dalla distanza CE, originata dal triplicato peso del corpo A non potrà detta potenza muovere il sud.to peso dal suo luogo =

* * * *
* * *
* *
*

Proposizione VI. Teorema

Quanto più si scema la velocità del peso, e si aumenta quella della potenza, tanto più crescono le forzi della Potenza, e quanto più si scema la velocità dalla potenza, tanto più s'aumenta quella del peso, e questa sarà doppia, tripla etc. at tenore della diminuzione della velocità di cada uno =

Fig. 1.
Tavola 2.

Sia per esempio il peso A posto nel punto D quanto meno sarà la velocità, o arco E. dalla velocità, o arco AB tanto più cresce la velocità PQ =

Della medesima maniera si dimostra che conservandosi il peso al suo primo luogo, ed aumentando la distanza della potenza, tanto più cresce la velocità della medesima; Siccome scemando la distanza della potenza e la velocità della medesima che scemando la sua distanza si viene per raggione naturale a diminuirsi tanto più si aumenta il momento, ~~tut~~e velocità del peso =

Proposizione VII. Teorema -

Per rompere e distaccare una pietra da un'altra =

~~Fig. 1.~~
Fig. 4.
Tavola 7.

Sia la leva AP, il punto F servirà

d'appoggio il peso sarà M, e la potenza P, ordo inteso quante volte la distanza AF misurerà la FP tanto più forza avrà la potenza P, la quale sarà tripla, quadrupla ecc. secondo che la distanza AF se sarà terza, quarta parte della distanza FP = ~~Fig. 4~~ Fig. 4 Tavol. 1.

La forza della ~~tenaglia~~ forbici, ~~e delle tenaglie~~ ancor riducasi a due leve del primo genere, l'appoggio de' quali sarà il perno C, il corpo resistente MM, e le potenze PP. e quanto meno sarà la distanza CM, e maggiore la distanza CP, tanto maggiori saranno le forze delle potenze ecc. = stesso si dica della tenaglia ~~Fig. 4~~ Fig. 5. Tavola I.

Corollario = II:

Delle raggioni di sopra dimostrati, a sufficienza si rileva, che la potenza della leva del secondo Genere alzar potrà un peso maggiore, al peso della medesima, per esser situata dall'appoggio in maggior distanza, che il peso — Nella leva del terzo genere, sempre dura essere maggiore, che il peso, e quanto più la potenza s'avicina al peso, tanto più la potenza sarà capace, a non tenere il peso =

In quella del terzo genere, la poten-
za può esser minore, uguale, o mag-
giore del peso da sollevarsi, o spinger-
si, per le raggioni addotte di sopra.

Proposizione VIII

Quanto più si scema la
velocità della potenza, tan
to più si aumenta il mo-
mento del peso.

Sia il peso A di ~~due~~ una libra, e la po-
tenza P quanto più gagliarda si
voglia, le quali posti nella situazio-
ne; che si vede, non potrà la poten-
~~Fig. 13~~ za in veruno conto muovere il peso
Fig. 10. A.
Tavola I. Per esser la leva AP, divisa di tal
sorte, che l'appoggio F situato ritrova-
si vicino dalla potenza P, ed in conseguen-
za fuori della reciproca distanza, non
potrà la potenza P, muovere il peso
A dal suo luogo.

Corollario III.

Dal detto si rileva, sempre che per
disposizione d'una machina, si aumen-
tano le forze della potenza, per al-

zare qualsivoglia peso, così spesse volte succede, che per puoca conoscenza, perizia, e altro che si permutano a segno che diminuiscono le forze della potenza e si aumentano quelli del peso, in quella proporzione stessa, in cui prima quella della potenza avanzavano alla resistenza del peso =

Proposizione IX = Teorema =

Quando il centro della gravità di un corpo grave poserà sopra di una leva potrà la medesima alzarlo, o abbassarlo, colla medesima forza come è vole =

Sia la leva PD l'appoggio della quale sarà F il peso D, e la potenza P, il centro della gravità del detto corpo poserà sopra della leva, la quale alzata o abbassata in qualsivoglia situazione, sempre il peso D conserverà il suo centro della gravità sopra della leva, e per tal raggione potrà ella con le stesse forze mantenerla = ~~Fig. 1.~~ Fig. 7. Tavola 2.

Dell'istessa guisa la leva conserverà le stesse forze, allorquando il peso si troverà pendente alla leva sud.ᵃ come

~~Fig. 15~~

si vede nella leva PD, l'appoggio della quale sarà F, la potenza P, ed il peso M: Fig 8: Tavola

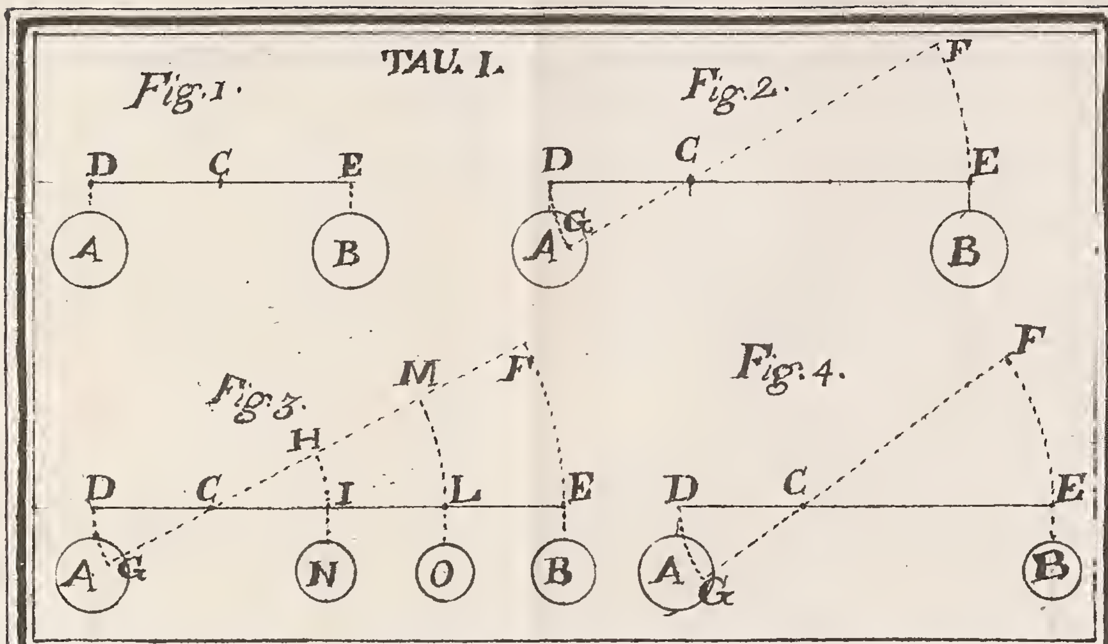
Proposizione X. Teorema.

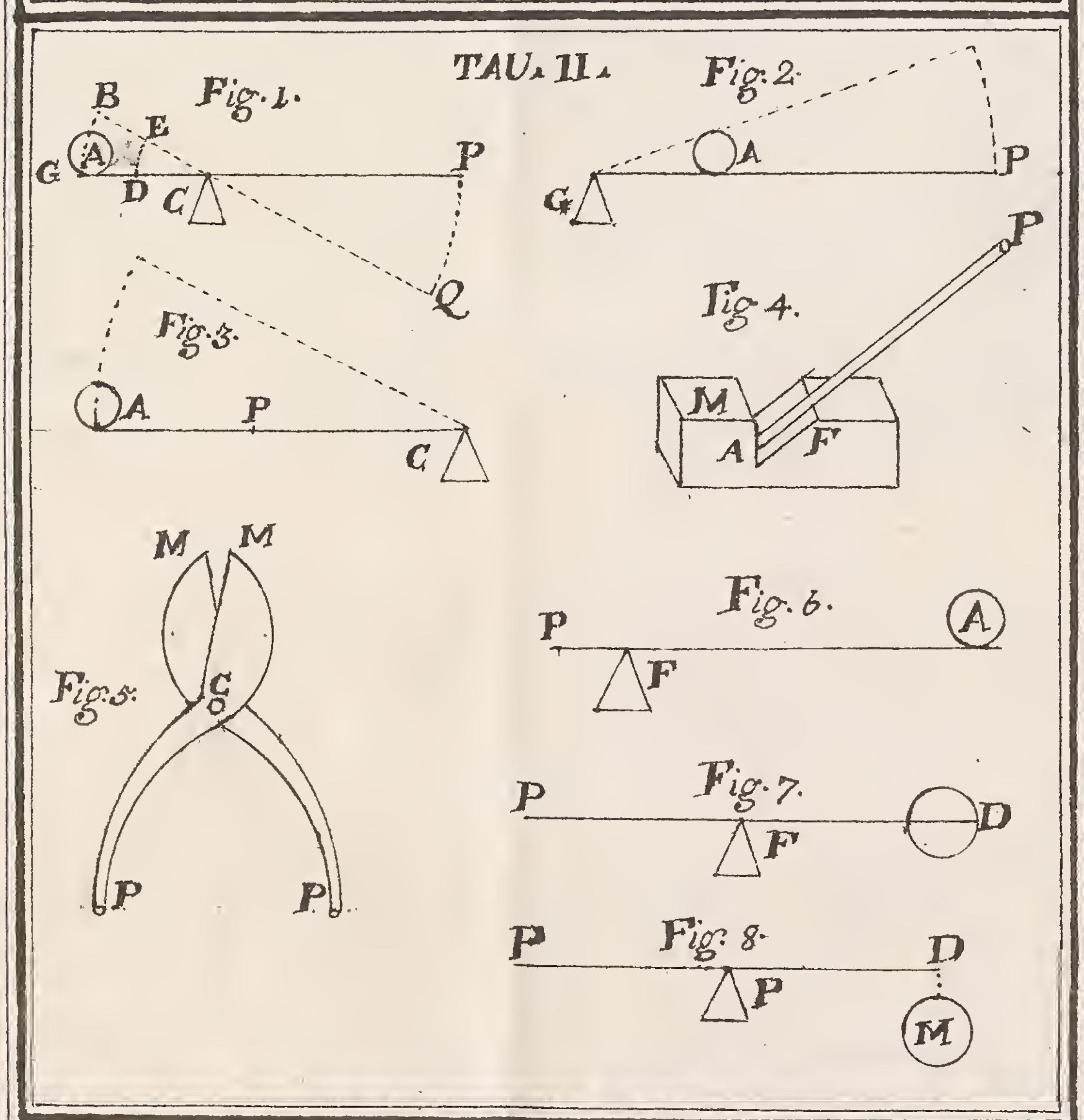
Quando il Centro della Gravità di un dato peso corrisponde sarà sopra d'una leva orizontalmente disposta, minor forza della prima situazione sarà bastante per spingerlo sopra dell'orizonte.

~~Fig. 15~~ Fig. 1. Tavol. 8.

Sia la leva PD, in situazione orizontale il di cui appoggio sarà F il peso sarà D e la potenza P, se questa s'alzerà alla situazione di AB, per corrispondere il centro della gravità di detto corpo nel punto I verrà a scemarsi la distanza FD, la quale sarà FI, e per conseguenza resterà maggior raggione nella distanza della potenza all'appoggio F, e così si aumenterà il momento della potenza B, e scemarsi la resistenza del peso D spinto in A.

Al contrario sarà se la medesima leva si abbasserà alla situazione CS, per corrispondere il centro della gravità in S, verrà aumentarsi la distanza FS, e per conseguenza il corpo grave, aurà maggior momento dalla potenza C.


TAU. I.
Fig. 1.
D C E
A B
Fig. 2.
F
D C E
A G B
Fig. 3.
M F
H
D C I L E
A G N O B
Fig. 4.
F
D C E
A G B


TAU. II.
Fig. 1.
B E
G A D C P
Q
Fig. 2.
G A P
Fig. 3.
A P C
Fig. 4.
P
M A F
Fig. 5.
M M
C
P P
Fig. 6.
P F A
Fig. 7.
P F D
Fig. 8.
P P D
M

Proposizione XI. Teorema

Quando il centro della gravità d'un dato peso, sarà sotto della leva orizontalmente disposta, quanto più si alzerà dall'~~suo~~ orizonte, tanto maggior forza vi necessita per sostentarlo. = = =

Fig. 7. Tavol. 5.

Sia la leva PD, in situazione orizontale, l'appoggio della quale sarà F, la potenza P, ed il peso D il di cui centro della gravità sarà DI, il quale starà sotto della leva, la quale alzandola alla situazione di GB per corrispondere il centro della gravità in GT verrà ad aumentarsi la distanza FD la quale sarà ~~FE~~ FG, e per conseguenza sortirà maggior raggione nella distanza dall'appoggio al peso, e così s'aumenterà ~~la~~ il momento del peso, e scemerà quel della potenza, e così la medesima non potrà ~~sostentare~~ più reggere il peso D =

Al contrario però, se la medesima leva si abbasserà alla situazione ~~AB~~ MN= per corrispondere il centro della gravità in SO, verrà ad aumentarsi la distanza MF, e per conseguenza la potenza averà maggior momento del peso O = = = = =

Proposizione XII: Teorema

Il maggior, o minor momento della potenza, come del peso dipende dalla configurazione dell'appoggio =

Potrà la figura dell'appoggio variar quel punto in cui si era prima collocata la leva, e per conseguenza, non conservandosi le medesime distanze

~~Fig. 18~~ =
Fig. 3.
Tavol. 3.

del peso, e potenza all'appoggio, non saranno bastanti quelle forze, le quali prima erano sufficienti a movere e spingere un dato peso; Come per esempio, se la leva si collocasse sopra un cilindro, la quale posta in situazione orizontale tocchi il punto A e obliquandola toccherà il punto B, onde si vede chiaramente, che a variarsi vanno le proporzione delle distanze, e per conseguenza a scemarsi overo il momento della potenza =

Proposizione XIII: Teorema

La Leva darà maggior effetto, quando la potenza eserciterà il suo momento per linea perpendicolare e minor effetto avrà esercitando il suo momento per linee oblique

Sia la Leva AP, l'appoggio della quale sia F dico che più facilmente la potenza P moverà il peso A per la linea EP, perpendicolare alla leva AP, che per qualsivoglia altra linea; = La raggione si è che movendosi la leva AP per la linea PH, la quale per cadere dentro del Circolo viene a formare l'angolo acuto FPH, e tirando dall'appoggio la linea FD, perpendicolare alla linea PH, sarà la FD la giusta distanza dell'appoggio alla potenza P, e non già più quella di FP, e per conseguenza averà maggior raggione nella distanza il peso, e così non potrà la potenza superare, o almeno equilibrare il sud.to peso.

Fig. 4ª Tavol. 3.

Lo stesso si dimostra movendosi la leva per la linea PC, per formare detta linea colla leva l'angolo acuto BPF la distanza dell'appoggio alla potenza (essendo la leva in questa situazione) sarà la linea CF perpendicolare a BP la quale per esser minore della distanza del peso all'appoggio, verrà ad aquistare ~~il~~ il peso maggior momento e ad scemarsi quello della potenza; dunque etc.

Proposizione XIV Teorema

Quando ~~alla~~ potenza sarà un corpo grave, il quale per sua naturale raggione muove la leva, la sua verifica distanza sarà il segmento formato ~~formato~~ dalla perpendicolare dell'estremità della potenza della leva all'ingiù, che ad incontrar viene la linea orizzontale, la quale deve considerarsi come un'altra leva

Fig. 5. David 3.

Sia la leva HG in linea orizontale l'appoggio della quale sarà F dal quale come centro si descrivi un circolo dalla estremità della potenza G ed H, ciò fatto si supponga la medesima leva alla situazione AP, e che dal punto P si tiri la linea PI perpendicolare alla leva orizontale HG, sicchè la vera distanza dalla potenza all'appoggio non sarà più la FP, ma la FI, la raggione si è siccome ogni corpo grave tende al suo centro, quale è quello della Terra, per linea perpendicolare viene in conseguenza ad esser la sua perpendicolare PI e la distanza della ~~ven~~ potenza FI, lo stesso si dimostrerà trovandosi la leva alla situazione BD, la distanza della potenza all'appoggio sarà la FE pella raggione detta di sopra.

Proposizione XV Teorema.

Quando due potenze saranno impiegati nell'estremità d'una leva per sostentare ~~un~~ peso posto in della medma la potenza più vicina al peso soffrirà maggior pressione, dell'~~quella~~ altra più remota collocata, e ciò in reciproca proporzione delle loro distanze.

Fig 6
Tav. 3.

Sia il peso D posto ~~sopra~~ nel punto C sopra della leva AB, di maniera che la CB sia doppia dall'AC, ed il peso D, sia di 150. libre, dico che la potenza A. per essere la sua distanza al peso metà dalla distanza dal peso dell'altra potenza B, soffrirà il peso di 100. libre, e la potenza B. il peso di 50. libre, nella qual cosa assegnamo che la potenza impiegata in A fossi capace a reggere il peso di 100. libre e l'altra impiegata in B. capace a regger libre 50.

Corollario I.

Se il peso sarà collocato in mezzo della leva, tanta pressione soffre una potenza come l'altra.

Corollario II.

Le due potenze unite dovranno esser uguali ~~[illegible]~~ cioè a regger tanto, come una potenza, che senza machina alcuna sia sufficiente per sostentare il dato peso.

Corollario III.

Nella leva del primo genere, l'appoggio sostenta tanto il peso, come alla potenza. Nella leva del secondo genere l'appoggio sustenta parte del peso, e l'altra parte la potenza, toccandole ad ognuno il suo peso, secondo sarà la proporzione reciproca delle distanze, con il peso, e potenza, dall'appoggio.

Corollario IV.

Dal Corollario III. si raccoglie il modo di segnar sopra una leva il punto per porvi un peso, di maniera che se le due potenze che sostentar lo dovranno, saranno di disuguali momen-si mercé la medesima, se li posti a cada uno dare il suo ~~proprio~~ peso in proporzione reciproca delle loro forze o Cia per Esempio che una potenza possi reggere il peso di 50. libre, e l'altra di 100. e sommati entrambe forze saranno 150. libre; ciò fatto si dividi la leva in due parti tali che vi fosse fra loro la ragione di 50. e 100. e quali distanze in tale ragioni divisi reggerà cadauna potenza la proporzionata carica, ò sia peso — — — — —

Corollario V.

Questo Corollario servirà di Problema = supposta la leva AB l'appoggio della quale sia F, tutta la leva sia lunga palmi 45. cioè la distanza del peso all'appoggio sia palmi 5. e quella dell'appoggio alla ~~distanza~~ potenza sia palmi 40. ed il peso C d'alzarsi sia di 80. libre, si doman= Fig. 7. da se la potenza B sia bastante d' Tavol. 3.
alzare il peso C di 80 libre, per saper= re ciò si opererà come siegue, si moltiplichi la distanza AF palmi 5.

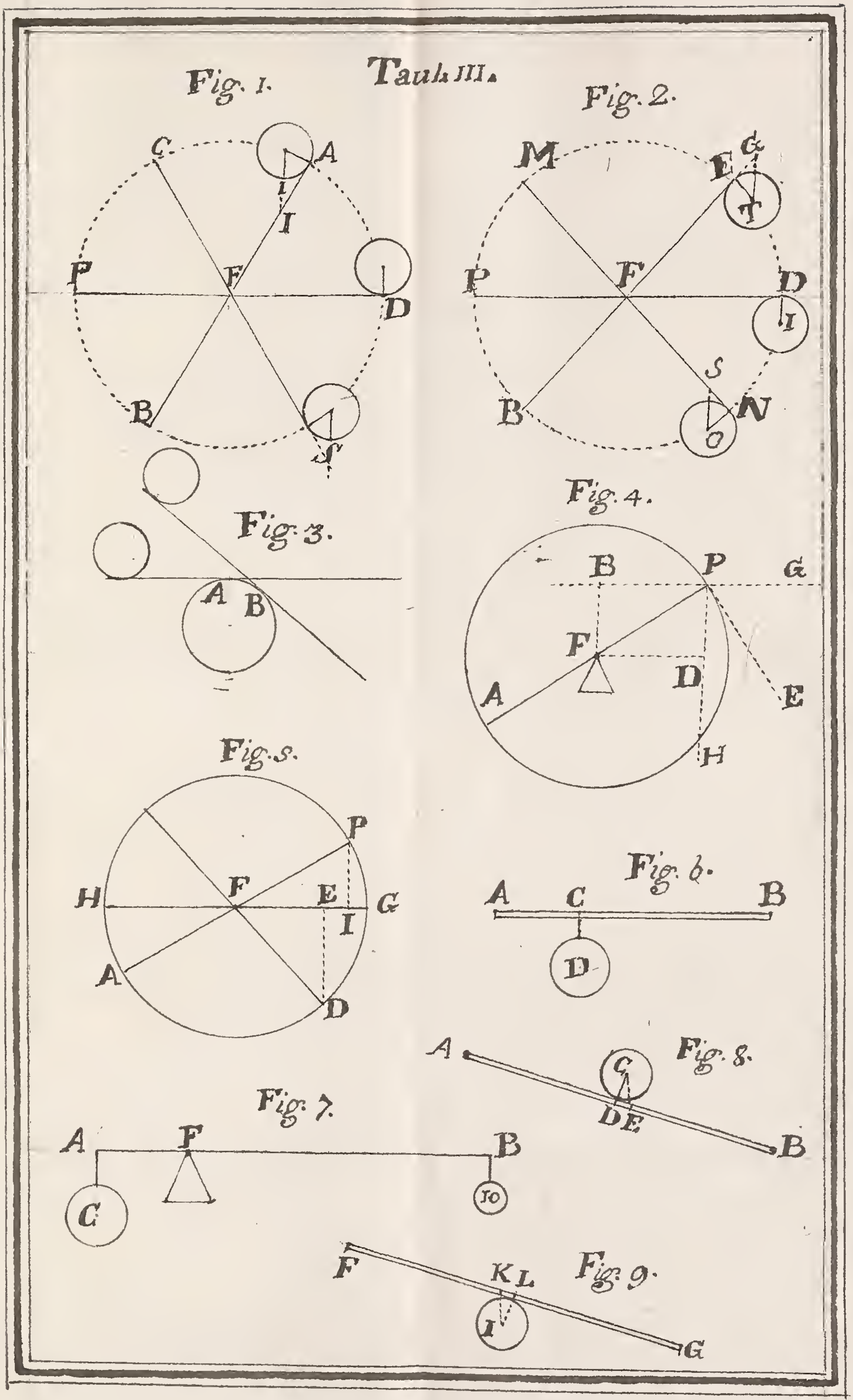
per le 80 libre dal peso C il prodotto di tale moltiplica sarà 400 quale diviso per la distanza FB 40 palmi darà il quotiente 10, per la qual cosa chiaramente si scorge non esser sufficiente la distanza FB d'alzare il peso C, che per avere l'intento abbisogna aggiungere alla potenza B un peso di 10 libre, e così rimetteranno in Equilibrio; come per alzar detto peso sopra dell'equilibrio bisognerà ancora accoppiarli alla potenza altro peso più delli 20 ritrovati.

Proposizione XVI Teorema

Quando due potenze sostentano un peso, il di cui centro della gravità stia sopra della Leva, la quale sia supposta in situazione obliqua all'orizonte, la potenza che trovasi nella parte più bassa riceverà più pressione di quella più alta.

Fig. 8
Tavola 13

Le potenze A, e B portano in situazione inclinata un peso, il di cui centro C stia sopra della Leva, in mezzo


Taub. III.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

della medesima, si dice che la potenza B viene+ a sopportar maggior peso dalla potenza A.

Demostrazione = Siccome il peso sempre agravasi le potenze per la linea perpendicolare, che è quella che determina le rispettive distanze del peso all'appoggio, e potenze: Sicche il peso C che nella disposizione orizontale della leva si agraverebbe sopra il punto D il peso sarebbe in eguale porzione distribuito, ma siccome nella situazione obliqua si agrava sopra E più avicinato alla potenza B, e distante dalla potenza A: Verrà |13| la potenza A ad esser più aleviata dallo peso C, e la potenza B più agravata = -

Se però il Centro del peso fosse collocato sotto della leva, come in I. tutto seguirà all'opposto dell'antecedente per Fig. 9
che agravandosi per la linea perpendi: Tav. 3
colare IK, sarebbe lo stesso, che stasse pendente dal punto K: questo qualcosa avicinandosi più alla potenza F elevata, e allontanarsi viene dalla potenza G più bassa, verrà la potenza di F a sentir maggior peso, di quello che soffre

Fine del libro II.

la potenza G: ——

Proposizione XVII.

Per aumentar la potenza con ~~tre~~ due, o più leve.

Ciā la leva AP, il di cui appoggio sia F, e sia AP, ad FP, come 1. a 15. non si niega per le regole di sopra espressate, che la potenza applicata in P prevalerà a 15. ~~volte~~ potenze par ~~se~~ medesima. Sopponghasi sopra della potenza P altra leva il di cui appoggio sia I, ~~e~~ e sia BI. alla IC delli presa proporzione della prima cioè come 1. a 15. per la qual cosa la potenza applicata in C prevalerà per ~~se sola~~ 15. potenze ~~eguale ciascuna per se sola~~ uguale à se medesima riguardo al peso collocato in B, dunque la potenza P può ella sola alzar il peso D come fossero 15. potenze che collocati fossero nel punto P, prevalendo dunque la potenza P per 15. come si è detto, e per esser ~~M~~ ~~tanto~~ PF ad FA come 15. ad 1. dunque la potenza applicata in B valerà tanto come 225.

Prevalendo la potenza ~~B~~ G 15. volte dall'I. a B overo al P, ancora prevalendo la potenza P 15. volte come il peso D, dunque ~~la pot~~ potenza C prevaler deve 225. volte come del peso D, sicchè nella propos. 6. di q.o libro, ~~sub~~ prevalerà la potenza C per 225. per alzar il peso D =

~~Nella stessa maniera si dimostra~~

l'aumenti delle forze che acquista la potenza N collocata in fine della terza leva S, N, ed avendo ogni una la proporzione di 15. ad 1., verrà la potenza N a prevalere per 3375. ~~volte~~ perchè N movendosi 15. volte più che G, overo S, e G movendosi 15. volte più che B, overo P, dunque N, si moverà 225. volte più che P, e movendosi P dieci volte più che A, dunque la potenza N si moverà 3375. volte più che il peso D, nella propos. 6. di questo libro.

Fig. 1.
~~Fig. 2~~
Tavola 4

Si però ~~la leva A P fosse~~ la medesima lunghezza della leva di sopra espressata, fosse compresa in

Fig. 1.
Tavola A.

una sola leva come si vede nella leva AP; per esser la distanza FP AS. parte della FA, la potenza P non potrà prevalere più di AS. potenze per alzare il peso D, essendovi frà la prima, e questa una notabilissima differenza.

Fine del Libro
Secondo.

225

267-

330

Molti Autori descrivano il Torno, e l'Argano, e fra gl'altri Pappo Alessandrino al fine dal Libro 8. della Collezioni Matematiche nel modo seguente=

1. Sia il Torno GH il Timpano del quale sia EF, nell'estremità del medesimo vi saranno le due chiodi cilindrici, le quali girar devono nell'incassiature AG, BH, nel detto Timpano vi sarà la ruota CD concentrica al medesimo, della medesima ruota nasceranno le raggi, (da Vitruvio chiamati assiculi, overo Caloda...) MN, OP, etc. ed il Canape che alzar deve il peso sarà fortificato nel punto I. Fig. 3. Tav. 4.

L'uso di questo istrumento sarà, che collocata la mano, o potenza motrice ne' raggi, farà girare detta ruota unitamente con l'asse, ed in conseguenza ad avvolgersi si verrà la corda, nell'asse sudetto, ed alzerà il peso dal suo luogo=

Proposizione I.

Del moto dritto e Circolare dell'as.

ne della ruota rapportato da Vitruvio
Fig. A nel libro 10: =
Tav. 4.ª Sia ABC la grossezza del timpano, CB il diametro, ed F il Centro a ridur si viene detta machina ad una leva del primo genere, la potenza della quale sarà il punto P, l'appoggio in F, e la parte che muovere, e spinger deve il peso sarà B, ed il peso, o corpo grave sarà D e venendo detta machina di simil sorte disposta ad ~~continu~~ esercitare un continuo moto acquistò il nome di leva perpetua =

Proposizione II.

Fig. A
Tav. 4. Potrà moversi detta leva, mercé la forza motrice animata, o inanimata, ed allorche una delle quali applicata sarà nel punto della potenza, verrà a sostentare un peso nell'equilibrio, dovrà in tale caso esservi una reciproca raggione fra la distanza della potenza all'appoggio, con quella dall'appoggio al peso, e questa sarà a proporzione della differenza vi sarà dal

peso, alla potenza

3. Sia la potenza animata una mano la quale applicata nel punto P manterrà il peso D in Equilibrio; dico pella proposizione 1. del lib. 2., che vi sarà fra loro reciproca raggione nelle distanze; cioè la potenza al peso sarà come BF ad FP =

Corolario =

In questo caso la potenza sempre sarà minore dal peso; perche essendo BF minore di FP, tanto sarà minore la potenza dal peso, quanto sarà minore BF, di FP =

Propósizione III =

Della forza motrice inanimata =

4. Essendo la leva BP disposta in linea orizontale, ed il peso D, con la potenza S inanimata si conservaranno in Equilibrio; dico che la medesima raggione aurà la potenza S al peso D, quanto sarà la distanza FB, a quella di FP. ——

5. Se però la sudetta potenza inanimata, si passerà nel punto X d'una leva, per esercitare questa la sua inclinazione per linea perpendicolare all'orizonte, quale sarà XT; dico che la potenza X, ed il peso D, ~~avran~~ la medesima raggione avranno, di quella, che si farà dalla distanza dall'appoggio F a B alla distanza dall'appoggio F ad E, essendo FE la vera distanza dell'appoggio alla potenza (come si disse nella proposizione 13 del libro 2.) =

6. Ciò si discorre della forza motrice inanimata, non già dell'animata, perche la forza animata esercitando il suo movimento per linea Circolare, sempre ~~verrà~~ ad esser verrà perpendicolare al raggio FP, e per consequenza sempre verrà a conservare la medesima distanza, e proporzione, e così mi=

verar potranji le forze si dell'una inanimata, come dell'altra animata

Corolario =

Quando la potenza sarà inanimata come ~~[illegible]~~ T. non sempre potrà esser minore dal peso, con cui si equilibra nel Torno, perche la perpendicolare che s'alza dal centro F al perpendicolo XT può esser minore che il semideametro FB del Timpano potendo detto perpendicolo cadere dentro del semideametro GF come VR, e in questo Caso sarà necessario, che la potenza impiegata nella Leva V sia di maggior mole di quella del peso, pella prop. 8. del lib. 1. che quanto più si scema la velocità della potenza, tanto più si aumenta quello del peso -

Proposizione IV.

Dato il raggio del timpano, e la distanza F.P trovare il momento della potenza del punto X, e dal punto P, capace per sostentare il peso D per-dente dal punto B =

fig. 4ª= Tavol. 1ª= Si facci una regola di tre, come FP otto parti uguali di FB, ed il peso D sia di 800- libre, si facci come FP. 8- ad FB- così 800- a 100- sicchè la potenza applicata in P. dev'esser 100- per poter sostentare in Equilibrio il peso B, della med.ma maniera si farebbe se la distanza fosse più, o meno dell'FP = =

Corollario I.

La potenza applicata in P aurà maggior raggione con il peso pendente dal punto B, di quella raggione vi sarà in FB, con la FP dunque la potenza P non solo moverà il peso B ma ancora l'alzerà del suo Equilibrio =

Corollario II.

Quando la ~~potenza~~ FP aurà maggior raggione di FB, di quella aurà il peso posto in B con la potenza P prevalerà la potenza contro del peso, e l'alzerà sopra dell'Equilibrio =

Corollario III.

Quando la potenza P prevalga al

peso pendente dal punto B, alzandolo sopra dell'Equilibrio avrà la potenza maggior raggione del peso =

Demostrazione

Sia P F B sarà leva del p.^{me} genere, e ricercandosi nella Leva tali proporzioni e ciò, per poter la potenza alzar il peso, come si disse nelle proposizioni 4. e 9. del lib.° 1.°

Corollario I.

Allorché la potenza fossi applicata in E, e regerà il peso D in Equilibrio, acciò ché alzar si possa detto peso più dall'Equilibrio fa d'uopo, che la potenza E si passi nel punto P, e così avendo la potenza maggior raggione + di prima vincerà ~~la~~ al peso, e lo alzerà dell'Equilibrio.

Corollario II.

Quanto maggiore sarà la distanza della potenza al centro rispetto del semidiametro del timpano, tanto minore potenza sarà bastante per

reggere ed alzare il peso, e quanto
più la med.ma potenza s'allontana
del centro del timpano tanto più
si aumenta il suo momento, e
quanto più ad aumentar si viene
il suo momento, con altrettanta
più facilità viene ad alzar dell'
Equilibrio il peso, e per fine
quanto più sottile sarà il timpa-
no tanto minor potenza bas=
terà per sostentar il peso ═══

Corollario III.

Allorché nel girar del Torno ver-
rà la corda avolgersi un filo
su dell'altro, caggionerà maggior
difficultà di mover il peso, perché
crescendo il semidiametro del
timpano di quanto era prima
aumentato dalli replicati giri della
fune, ed essendo sempre la
stessa la distanza della potenza
è necessario ch'abbia minor ragio-
ne colla distanza del peso, e lo al-
zerà con maggior difficultà ═══

Corollario IV.

Quando la potenza adattata nel Torno muove un peso, la med.ma distanza che vi è dalla distanza fra la potenza e centro del Timpano al semidiametro dal med.mo la stessa velocità vi sarà nel movimento della potenza, con quella del peso, perchè nel tempo che la potenza scorre l'arco PT, il punto B della Corda che porta il peso scorrerà l'arco BI erando alza il peso D sino B, sicchè la med.ma raggione aurà l'Arco PT coll'arco BI quanto sarà lo spazio che alza il peso all'arco PT, a BI avendo la raggione di FP, a FB, dunque il movimento della potenza a quello del peso sarà come FP, FB.

Corallario V.

La velocità della potenza a quella del peso, e la linea che quella scorre, a quella che questa ~~scorre~~ camina, ha maggior proporzione che il peso alla ma potenza nel sovradetto caso =

Corollario VI

Quanto più meno veloce è il movimento del peso rispetto a quello della potenza, tanto più facilmente alza il peso: la quale così sarà nel Torno, come negl'altri machine quanto più tempo si eroga nel suo movimento tanto più facile si rende all'alzare, e movere il peso —

Proposizione V =

Dall'Arzono, e diversi Machine =

L'Arzano ordinariamente serve per alzare pesi nelle fabriche, ed in altri occorrenze, questa machi-
Fig. V na può essar girata da Cavalli, e
Tav. IV. y Vomini, le quali applicati alle leve R, S, T, V, e quanto questi più lunghi saranno, tanto più facile, e con meno fatiga si alzerà il peso. La corda che alzerà il peso passar deve dalla Taglia segnata I. la quale de-

+ fermare
vesit col calcagno d'un legno conficcato nel terreno, come si vede nella Lettera O: laquale dopo passando pella Taglia superiore alzerà il peso a quel luogo destinato ═══ ═══

Corollario = I =

Di detta, e somiglianti machine ~~usano~~ usano le Marinaj per alzare l' Ancore, per scaricare, e caricare robba di gran peso ═══ ═══

Corollario II - - ═══ -

Quanto le Molini d'acque, come di vento a ridursi vengono alla Machina del Torno ═══ ═══ ═══

Propozizione VI = -

Maniera per aumentare le Forze per mezzo di più Argani.

Siano le due Argani A B avendo ogni uno la leva P O, decupla del semidiametro del timpano A, e B. la forza applicata nella potenza P dell'Argano B, valerà per 10 potenze per movere Fig VI. Tav IV la leva OP dell'argano A, e per esser la leva dell'Argano A decupla del suo semidiametro, prevalerà la potenza P dal Timpano B. per 100 = per aumentarsi il suo momento in progressione geometrica, abbenché mercé del seguente ordegno arrivar si potrebbe, con più vantaggio allo bramato intento ——

Fig. VII. Sia la ruota A concentrica al Tav: IV timpano B nella quale avvolgendole la corda S della maniera si vede nell ruota A, e timpano G, ed applicata la potenza nel punto P, si conseguirà l'intento con maggior facilità del passato ordegno —

Proposizione VII =

Aumento delle forze mercé la machina composta da più ruote =

Le machine composte da più ruote, riducansi si sono al Torno, e per conseguenza ad una leva del 1.mo genere prop: 1. La potenza applicata a queste machine sarà ammirabile, di tal sorte che sia ABCD un asse nella quale si sarà concentrata la piccola ruota dentata C i denti della quali dovranno esattamente vicendevolmente introdursi dentro ~~tra~~ i denti della ruota grande F ~~una~~ dell'asse I e I nel quale vi sarà un altra ruota F dell'istessa guisa, e grandezza di quella in C, laquale con i suoi denti dovrà insinuarsi nella ruota G, come ancora la ruota H nella ruota I, nel quale asse vi sarà pendente il peso L; ciò inteso, ~~applicando la mano nel punto A~~ supponghiamo che la potenza applicata in A possi da se sola movere 100 libre di peso, e che AB sia decupla del semidiametro della ruota C, e che la ruota C abbia tanti denti quanto che quella segnata E dando una girata ne abbia dada dieci quella del timpano C, così ancora la ruota G. tenga tanti denti quanto che nel far un giro questa abbia dar dieci giri quella dal punto F, e dalla med.ma maniera la ruota I rispetto al timpano H, dico che la potenza applicata in A potrà alzar un peso di 1000000, ciò per correre in proporzione geometrica=

Demostrazione

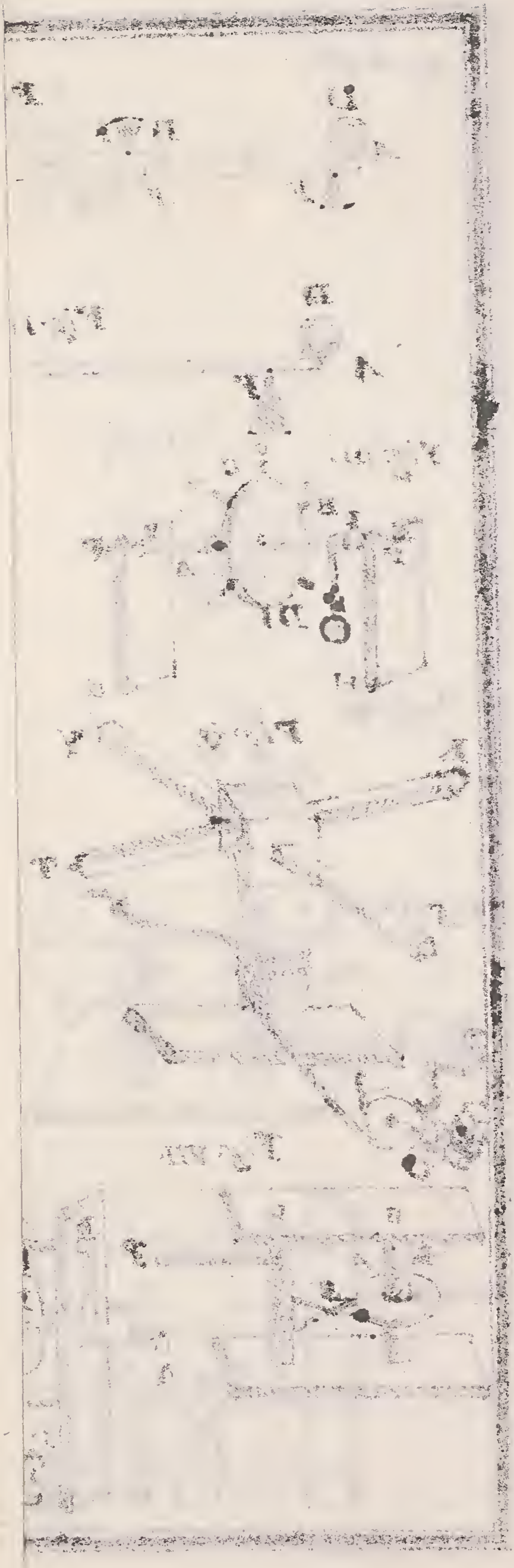
Per correre la potenza A dieci volte più spazio che il timpano C e il timpano C dieci volte più del timpano F, e questi dieci volte più che il timpano H, e per fine il timpano H dieci volte più che il timano, ossia cilindro K, le forze della potenza cresceranno nella med.ma proporzione, in quanto che la sua velocità ecceda alla velocità del peso; sicchè la potenza A rispetto del peso equivalerà per dieci mila potenze uguale a se med.ma, e siccome supposto si hà esser la potenza A capace a sostenerar da se sola 100 libre di peso, ~~ne~~ sarà delle forze considerate per mille potenze (capace ogni una a muover 100 libre) ad alzare un peso di 1000000 libre = = = =

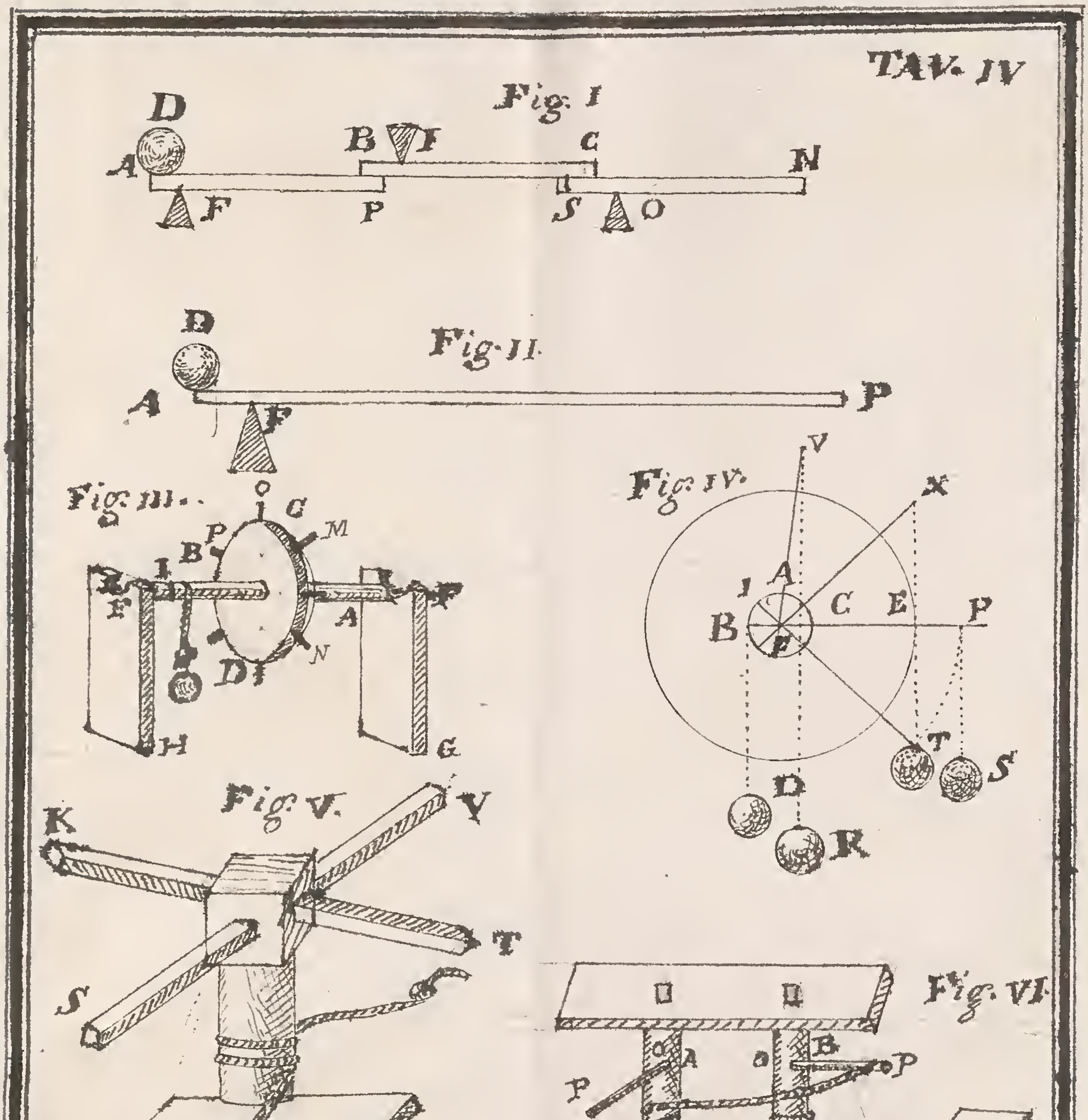
Corollario 1=

Quando la forza naturale della potenza è più moltiplicata, e si considera gran velocità nel peso che si muove, necessita collocare il peso dove si applicava la potenza, e la potenza applicarla dove collocato si era il peso, perchè posta nella periferia del timpano K, ed il peso in A si moverebbe questa con tanta velocità, che (secondo s'è supposto di sopra) farebbe in A mille giri mentre che la ruota I ne farebbe uno, e come che la velocità della Ruota I si suppone dieci volte più maggiore che quella del timpano K, dovrebbe il peso posto in A diecimila giri, nel tempo che ne dovrebbe uno la ~~ruota~~ potenza applicata in K = =

Corollario II.

Dalla raggione addotta di sopra si raccoglie, che disponendo 50 ruote nella forma sovradetta, di maniera che i ~~suoi~~ loro movimenti producessero in proporzione decupla, potrebbe una sola formica con questa machina non solo movere il globbo della terra, ma un globbo pieno d'arena d'ugual capacità del firmamento. Perche (come dimostra il Padre Clavio in fine del Cap. I. del trattato della Sfera) il numero che consta di 50 zeri e l'unità è maggiore che il numero delli grani dell'arena, che potrebbero capire dentro l'ambito del firmamento, e le 50 ruote la di loro velocità procedendo in proporzione decupla, saranno alla potenza tal velocità, che con quella dell'arena che empirebbe l'ambito dell firmamento sarebbe come d.° numero dell'unità e 50 zeri, e con un grano d'arena, ozero




TAV. IV
Fig. I
Fig. II
Fig. III
Fig. IV
Fig. V
Fig. VI
Fig. VII
Fig. VIII

una formica si potrebbe movere
tutto il peso souradetto = = = =

Le sud.te machine composte di ruote
si riducono a leve perpetue, la rag-
gione si è, che considerandosi le denti
che circondono le ruote delle souradd.te
machine, son altre tante leve,
che van successivamente succedendo
gl'uni agl'altri di tal maniera
che, passando una sostituisce all'
altra mentre durerà il movim.to
circolare delle ruote, dimostrando=
dosi chiaramente l'aumento delle
forze, che acquista la potenza con
molte leve, come si disse nella pro.
pos.e 17. lib. 2. = =

Fine del Terzo
Libro -

Libro IV.

Della terza machina fondamentale chiamata dal Latino Troclea; e volgarmente detta Taglia=

Le Taglie facilitano, ed assicurano il maneggio de' gran pesi in occasione di trasportarli, o inalzarli; ~~ordinar~~ ordinariamente se ne adoprano almeno due, quella legata sopra servano per tirare da basso in alto il peso, e quella legata al peso serve per dividerlo in tante ~~strade~~ parti per quanti sono i strati delle funi, che per esse passano; ed accoppiando a questa terza machina il Torno, o l'Argano, si vedranno le sue forze giungere altissimo, ed infinito=

Definizioni.

1. Taglia, è una machina che consta da una, e molte girelle, le quali circolarmente movensi sopra dell'asse, sopra de' quali passano i fili della fune, che alzerà dovrà il peso=

2. La Taglia constando d'una sola girella, si chiama semplice, e quella che ~~[illegible]~~ saranno

con più girelle si chiameranno Composte =

3. Qualsivoglia di queste Taglie, esser potranno mobile, ed immobile; Le movibile saranno quelle che le girelle si moveranno insieme con l'asse; Le immobile quelle saranno le di cui asse sarà fisso, e fermo, ed averanno il movimento le semplice girelle = = =

Proposizione 1: Teorema.

Fig. 1. Tav. 5. Quando la Taglia semplice sarà immobile, ne aumenterà, ne pure scemerà le forze della potenza =

1. Quando in una machina li movimenti del peso, e della potenza saranno uguali, non si aumenteranno ne scemaranno le forze della potenza =

2. La Taglia semplice viene a ridursi ad una leva del primo genere di bracci uguali. La raggione si è, perche quantunque la potenza B calerà, ed con alzare il peso, però le distanze ED, EC saranno uguali, per la qualcosa ritrovandosi sempre l'appoggio F frà la ~~distanza~~ potenza ed il peso, verrà ades-

per la Taglia, una leva del primo genere =

3. Essendo le girelle di maggior, ominor dia-metro, non aumenterá ne scemerá le forze della potenza =

Proposizione II. Teorema -

Con la Taglia immobile potrá un Uomo alzare un peso maggiore di se =

4. Pesa un Uomo ordinariamente 150 libre, si domanda, se potrá con la Taglia semplice immobile alzare un peso di libre 200; a questa domanda se risponde se l'uomo aplicando le sue mani alla corda, ed alla medesima alquanto piú del suolo si sospende, alzar non potrá altro peso, se non quanto aquello di se medesimo quale sará di 150 libre, perche conferendosi la Taglia ad una leva del primo genere d'uguali bracci, verrá l'uomo, ed il peso di 150 libre a ridursi in Equilibrio. Se peró l'Uomo appoggiará le piedi nel terreno, o sopra un altro corpo fermo, e in tale situazione tirando la fune verrá ad alzare un peso maggiore dal peso

di quello del suo Corpo, e ciò originato viene
di più della resistenza saranno sì le muscoli,
come le nervi, somministrandole maggiori for=
ze =.

Propojizione III. Teorema

La Taglia movibile, che con se trasporta
il peso, a duplicar viene le forze della Po=
tenza.

5. Avendo la Taglia C la sua Cassa movibile
ed al suo uncino G il peso F, dico che la
potenza E tirando la ~~corda~~ fune che passa sotto
della girella, ~~al però il peso~~, verrà ad alzar
Fig: 2. la Taglia C con il peso nel punto ~~E~~ H, ciò
Tav. 5. supposto si dice aver acquistato la potenza
E duplicata forza =.

Per alzar la Taglia C nel punto H, è necessario
che la potenza E scorri tanto spazio, quanto
sarà la lunghezza della fune AB, DE, meno
il segmento AE il quale sarà uguale al seg.
mento BD, dunque verrà a scorrere la poten.
za tanto spazio quanto saranno la AB, DE
le quali uniti saranno tanti quanto due vol-
te della CH quale ~~sarà~~ è uguale al movimen

to del peso, siché la velocità, e momento della potenza E sarà doppio della velocità del peso, e per conseguenza la potenza da se sola capace a sostenere 100 libre di peso ovrà con questa machina ad alzar un peso di 200 libre. E se nell' estremità A vi fosse impiegata altra potenza d'ugual momento di quella applicata in E soffrirebbe ogni una di esse la metà del peso, come se dice alzassero con una leva un peso, che sia disposto rispetto in ugual distanza d'entrambe potenze —

Proposizione IV.

Le polee superiori si riducono alla bilancia. — Fig. 3. Tav. 5.

La prima polea, o sia Taglia, fà lo stesso effetto della bilancia, come, sia A.B la bilancia il di cui sostegno sarà il punto C, sicché essendo le braccia A C, C B uguali, verrano ad equilibrarsi que' pesi D, ed

E, abbenche però siano d'ugual peso cadauno =

Proposizione V =

L'aumento delle forze della potenza, è differente, sarà differente a misura della diversa situazione delle funi le quali ad avvolger si vanno nelle Polee = —

Per esser attaccata la fune sotto della polea immobile, C, la quale fune scorrendo nella girella mobile B che conduce il peso verranno per tale disposizione a duplicarsi le forze della potenza D —

Fig. 4.
Tav. 5.

Demostrazione =

Tanto si muove il punto D, quanto il punto F, nella proposizione 1: ~~peggio~~ Il punto F tiene maggior velocità, che il peso pendiente E, dunque la potenza impiegata in D averà duplicata velocità, che il peso, sicche aduplicar si vanno le sue forze mercé quella disposizione di fune come si è detto nella prop: 8.

e Se la potenza però fusse applicata in B, ed il peso in D, e la fune fusse attaccata nel punto C, le forze della potenza si diminuiranno pella metà per esser il movimento del peso, doppio del movimento della potenza —

Proposizione VI.

Quando il canape starà attaccato nella polea movibile, quale è sotto con quella stessa, che conduce seco il peso, allora verranno a triplicarsi le forze

Quando nelle due girelle A B, si adattarà un'estremità della corda nel punto C involgendo la corda nella superiore ed immobile girella A, e dopo nella girella movibile B. come dimostra la figura, dico che la potenza P tirando alto in sù verrà ad acquistare triplicata forza di quella che prima li assisteva, per alzar il peso. ~~movendosi~~ —   Fig. 5 Tav. 5

Demostrazione

Movendosi la Potenza P, tanto finchè la girella B si incontri colla Gi=rella A, in questo Caso averà ~~tal~~ tutta la fune scorso per ambe girelle, effettuato che le due semplice porzioni E,FG, HIK le quali necessariamente hanno da restare in volte in ambe Girelle; Sicché il movimento della potenza sarà uguale, alle tre parti HG, EC, PK. queste parti uniti sono triple della EC, quale è il movimento del peso: sicche il movimento della poten=za è triplo del movimento del peso. e così a triplicar si vanno le forze della potenza =

Proposizione VII Teorema

Nella Polea chiamata trispastos, che consiste di due Girelle immobile, ed
Fig. 6 una movibile, vengono a triplicarsi le
Tav. 5 forze della Potenza —

La Polea che si vede nella figura

la quale consta di tre Girelle, cioè due immobili quali situati sono alla parte superiore segnati L, I, e la terza movibile la quale a situar devesi sotto che à trasportar seco viene il peso come M, nella quale devesi attaccare un Capo della Corda, la quale passando detta Corda pella Girella I, e dopo pella Girella M, e per fine pella Girella L. Dico che la potenza applicata nel Capo ~~E~~ P, della Corda, viene detta potenza ad acquistar triplicate forze mercè ~~[illegible]~~ la disposizione delle fune della maniera si è detto =

Dimostrazione —

Il Punto P non si muove più che il punto O, di maniera che la Girella L solo si colloca per maggior convenienza, e facilità della potenza, la quale dopo P tira sino abbasso, e dopo O sino sopra, sicchè in quanto alli dispazi, lo stesso effetto a far viene, come se la potenza fosse applicata in O, in questo caso (per la prop: antece.) solo a triplicar si vanno le forze della potenza =

Proposizione XIII –

Nella Polea Trispastos, se le due Sirelle fossero movibili, ed attaccati fossero al peso, ad effetto di alzarlo, in questo Caso le forze della potenza verranno a quadruplicarsi –

Fig. 7. Tav. 5.

Sia la Polea le dicui due Sirelle inferiori M-N che portono il peso siano movibili, merce tale disposizione vengano a quadruplicarsi le forze della potenza =

Dimostrazione –

Supponghiamo che la potenza V si move tirando la Corda finche le Sirelle MN vengono ad unirsi colla Sirella superiore L, in questo caso resteranno solamente avvolte nelle Sirelle le pezzi di Corda RST, ONH, PIC, tutto lo resto si avrà tirata la potenza la quale sarà misura del suo movimento, che sono le seguenti RO, LP, TQ, HV questi quattro seg=menti sono quadrupli del solo seg=mento LP, quale misura il movimen-to del Peso, sicche in questa dispositione di Polea il movimento della potenza e quadruplo del movimento del peso, siche le forze della potenza si quadru-pleranno —

Perche la potenza che tirarebbe dopo V fin sopra si fatigarebbe mol-to si unisce sopra la Girella RT per qual Girella passo il capo della fune V e resta pendente dell'altra parte, con che puole la potenza tirar con meno travaglio fino abbasso, per movere, ed alzar il peso conche resulta la polea Trispasto, o siano di quattro Girelle, con che la poten-za acquista quadrupla forza, perven-do una Girella superiore per maggior facilta, alla Potenza —

Propositione IX.

Quante volte si multiplicano le forze della potenza nella girella. Cadauna girella inferiori sono mobile quanti sono le tiranti delle fune, e la potenza si muove, secondo la girella mobile —

Nasce dalle propposizioni antecedenti, perchè nella dispossizione della figura 3: vi son due tiranti di fune, nella quale a duplicar si vengono le forze della Potenza. Lo stesso si vede nella figura 4, abbenchè vi tiene il tirante AD, la quale non deve entrare nel conto, la quale ivi unisce solo si tiene per maggior commodo, e facilità della potenza. Nella figura 5. vi son tre tirante di corde, ed a triplicarsi vengono le forze. Lo medesimo nella figura 6. perchè il tirante HP. solo si unisce per maggior facilità della potenza, nella girella figura 7. si quadruplicano le forze, e quattro tiranti vi tiene, e si accresce si unisce altra girella superiore, ed altro tirante, questo le servirà per maggior convenienza, e falilitazione della potenza come si è detto, sicche tante volte si multiplicano le forze, quante le tiranti delle Corde meno quella che si unisce per maggior alleviazione della Potenza

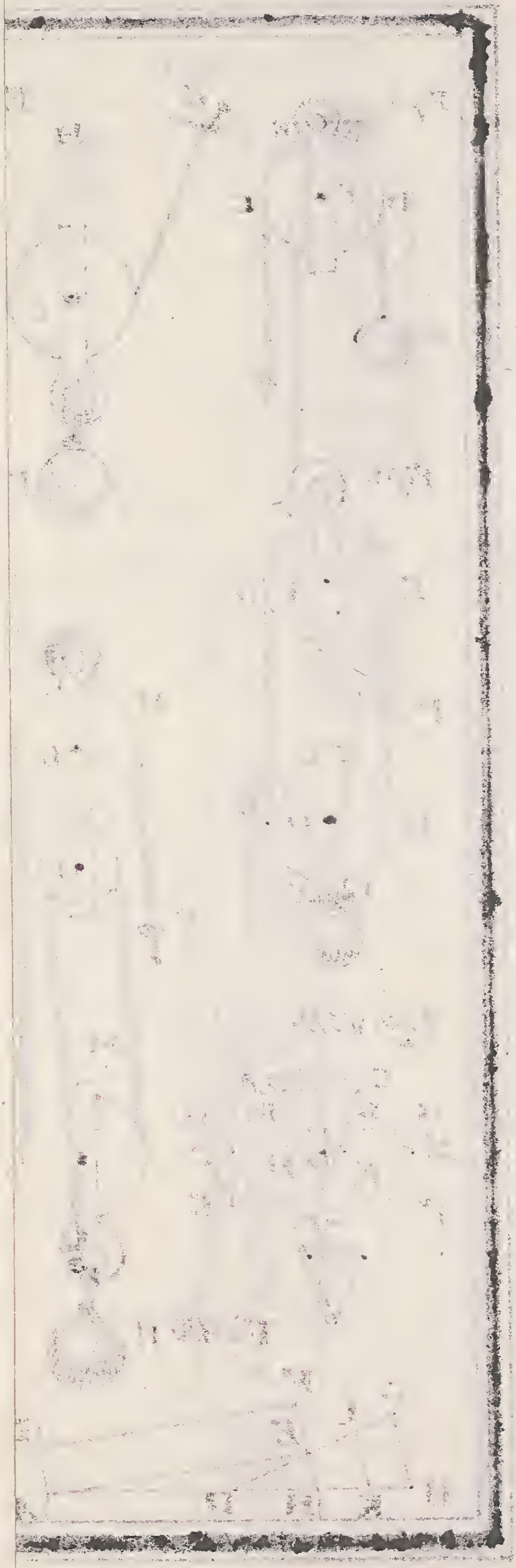
Proposizione X. Decima =

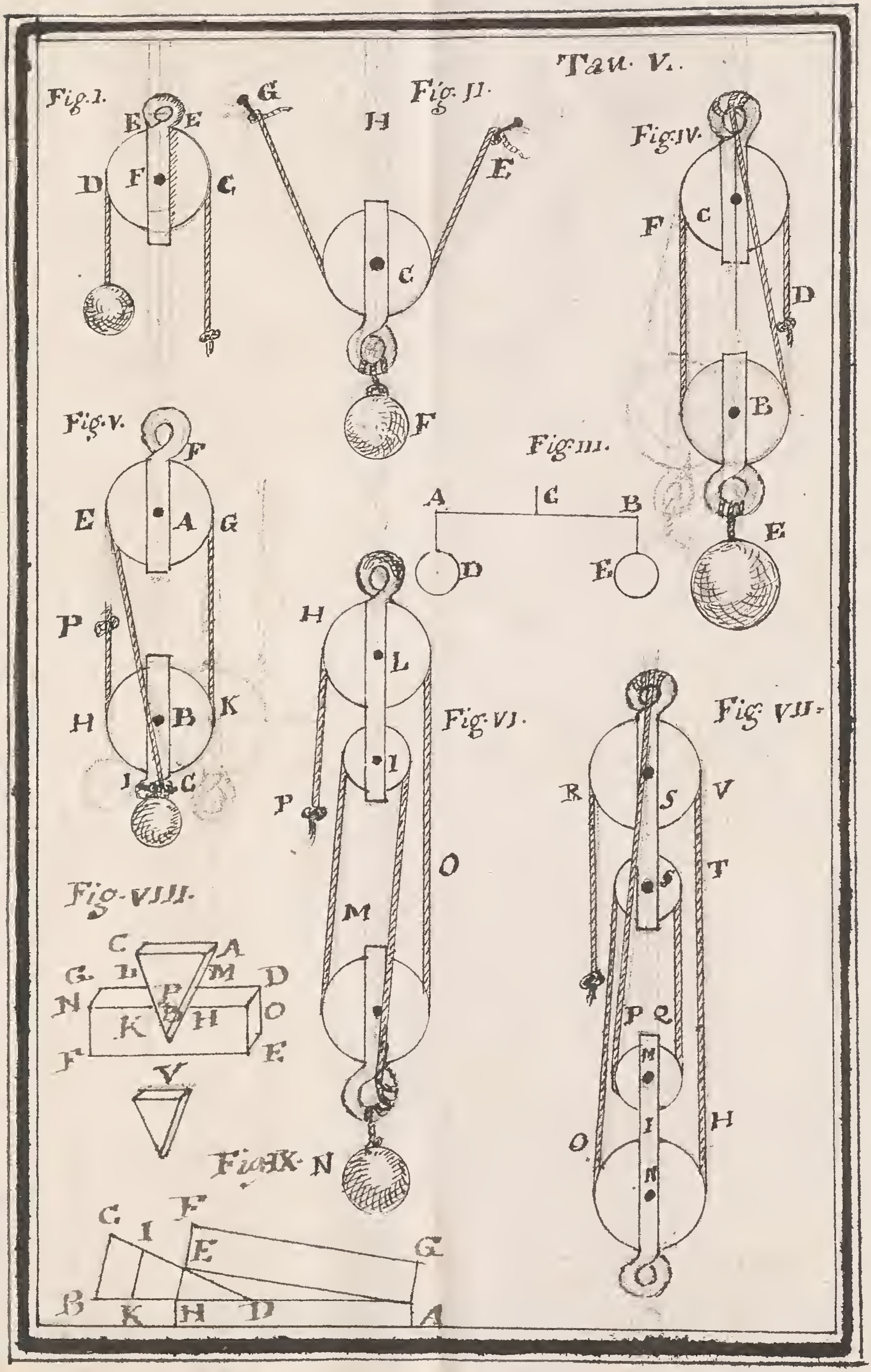
~~La raggione si è~~ Qualsivoglia Potenza ~~poss~~ puole movere qualsivoglia peso, colla polea, e Girella =

La raggione si è, perche come il peso si puole aumentare, e la potenza diminuir fino allo infinito, cosi ancora unendo più, e più Girelli alla polea si puo diminuir il movimento del peso, ed aumentarsi quello della potenza fino all'infinito; e come al passo che si diminuisce il movimento del peso e si aumenta quello della potenza crescano in questa le forze, ed è certo che potranno tanto crescere, quanto a superar vengono qualunque resistenza di qualsivoglia

peso =

Fine del Quarto Libro




Tau. V.
Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. VIII.
Fig. IX.

Libro V.

Della quarta Machina fundamentale chiamata il Cuneo

Quantunque il Cuneo per la sua leggiera composizione, e poco artifizio, viene da alcuni ammettersi con pieno proprietà degl'altri nel numero delli Machini, però communamente gl'autori con Pappo Alessandrino la sostiene fra le Machine fundamentali, acciò pelle gran forze che la medesima aplica nell'aprire, dividere, e rompere qualsivoglia corpo densi, locchè altri machini non potrebbero facilmente consegruire; la sua naturalezza, e proprietà si comprenderà delle seguente propposizioni

Proposizione I. Teorema

Spiegasi la forma, ed uso del Cuneo.

La figura del Cuneo, è simile ad una prisma triangulare, e due superficie opposte vengono aterminare in una linea retta commune ad entrambe come in V, questo si fà di materia soda, come di Legno, o Ferro: l'uso del quale è assai frequente, serve per rompere, e dividere le Corpi firmi, e forti, come legni, Pietre &c. facendo prima in quelli un taglio, o piccola fissura, di maniera che a firmar si venghi la cuspide del Cuneo, quale dopo a forza di mazze si introduce in quelli con dividerli dalla loro solidità, ciò mercè del sud.o cuneo si ottiene con facilità, e puoca fatiga —

Proposizione II. Teorema —
Il cuneo non si riduce a leva del primo genere = fig. 8

Sogliono comunamente controversi= re l'autori, se il cuneo, aridur si viene, o nò a leva, e dato ciò se aridur= siviene in quella del primo genere, o del secondo. quantunque la contro= versia, è di puoco utile, non ommetto nulla di meno in breve rapportarla per maggior intelligenza dello Lettore

Aristotele nella questione 17. Mecc. dice ridursi lo Cuneo a due levi del primo genere opposti fra loro, locche esplica Guidubaldo nella sua Meccanica, come siegue =

Sia il Cuneo A.B.C il vertice del quale sia B, e sia AB, uguale ad CB, ed il corpo resistente che si ricerca rompere, ed dividere sia DEFG, nel quale si suppone averle di già entrato la porzione del Cuneo HBK. sia sup- Fig. 8. Tav. 5.
posto allorche si batte il cuneo in A C, viene a formar AB una leva del primo Genere il di cui appoggio sarà H, ed il peso, o resistente in B, e spingendo altri colpi di maglio al Cuneo ad introdurre piu indentro si verrà nel corpo scindibile E. G lo stesso si discorre di CB d'essere leva del primo genere, il di cui appoggio sarà K ed il resistente in B.

164. Supponghiamo dopo che il Cuneo abbia entrato la porzione MBL, e siccome MB, LB sono maggiori che HB, KB sarà necessario che facci maggiore effetto in aprire e rompere quel resistente: sicche D si moverà fino O, e G fin N: e quanto più introducesi il cuneo tanto maggiore sarebbe l'effetto, e tanto più si moverà D fino O, e G fino N: sicche la parte KG e spinta in virtù della Leva AB.
Fi. 8. il di cui appoggio e H ed il resistente
Tav. 5. sarà in B, ed il punto B della leva AB spinge la parte KG, e così med.^{mo} la leva GB il di cui appoggio e K, moverà la parte HD sicche secondo il sentimento d'Aristotele il Cuneo si riduce si viene ad essere leve del p.^{mo} genere, che entrambe concorreno in B dove sarà il resistente, la potenza in A C, e l'appoggio in H, e K.

Questo sentimento di Aristotele è stato tanto male accetto, quanto appena si troverà Autore che l'approvi. Primo perche se AB, CB fussero leve del primo genere (come d.° Aristotele le dichiara) quanto maggiore sarebbero le distanze della potenza, ed appoggio, tanto maggiori fussero le ~~su~~ forze della potenza, locche a nulla corrisponde nel caso presente perche accorciando il Cuneo per LM lo med.mo effetto farà la potenza applicata in LM distanza minore, di quello farebbe in CA distanza maggiore per quale ragione non puo mai ridursi il Cuneo a due leve del p.mo genere = Fig. 8. Tav. 5.

Secondo: Non potrebbe mai ammettersi il Cuneo come leve del p.mo genere, perche la estremità, o cuspide B del Cuneo tocchi sempre il corpo resistente, più presto regolarmente non giunge a toccarlo, sicche la resistenza non stà in B.

dove avrebbe da stare qualora AB, CB fussero leve del 1^{mo} genere, dal ciò si raccoglie essere tutto dissimile della verità

Proposizione III Teorema.

Il Cuneo non si riduce a leva del secondo Genere

Guidubaldo dice in caso di ridursi il Cuneo a leva, si potrebbero meglio spiegare le forze del detto cuneo considerato per leva del secon-
Lin. 8. Cav. 5. do Genere, e del Primo ~~il di...~~ ~~...~~ l'appoggio delli quali sarebbe la cuspide B; la potenza in A, ed in C, ed il resistente che si averà di rimovere nelli punti K, ed H con lequali verranno a concorrere come due leve del secondo genere AB. CB. di tal maniera che introducendo la potenza A, e C il Cuneo nel solido GE inverso della Leva AB, a mover viene la porzione HD sino O, e con la leva CB a mover viene

la porzione KG sino N avven-
dosi l'una el'altra mutuamente d'
~~appoggio~~ ~~appoggio~~ resistenza nel punto B—
Questo sentimento di Guidubaldo quan-
tunque sembrasse migliore che quello
d'Aristotele, però patisce quelli med.me
diligenze, perche si AHB fosse leva
del secondo genere, la di cui potenza
e A, lo ~~resistenza in~~ appoggio in B
ed il resistente in H, tanto maggio-
ri forze avrebbe la potenza in virtù
di questa Leva, quanto nella med.ma — Fig. 8. Tav. 5.
distanza HB saria maggiore la dis-
tanza AB, lo che è falso; Però come
accerta l'esperienza, quantunque si
accorci il Cuneo, cortandolo per L M, le
med.me ~~forze~~ tiene la potenza appli-
cata in M distanza minore di B, che
in A distanza maggiore, siche le for-
ze del Cuneo, non si spiegano bene
riducendolo a leve del secondo genere
altri raggioni trattano il Padre Mi-
let, il Padre Zucchio, ed il Padre Scoto —
però la sopradetta, ela più concluden-
te

Propos. IV.^{no} Teorema

Le forze del Cuneo spiegar bastantem.^{te} non si possono riducendolo a piano inclinato =

Tentò il sudetto Autore Guidubaldo spiegar le forze del cuneo riducendolo a piano inclinato. Se per alzare il Corpo E.G ci avalessimo del cuneo CBD detto corpo verrebbe a moversi sopra del piano inclinato CD, lo med.^{mo} significa nel presente Caso, che detto Corpo si muova, ed alza sopra del piano, overo che questo si muova, e si introduca sotto detto Corpo.

Fig. 9. Tav. 5.

Entrando dunque il Cuneo C.B.D sotto del Corpo E.G di tal maniera ad alzarla viene, quanto che il cuneo si muove molto più che il corpo sopradetto, e per consequenza aumenta le forze della potenza che introduce il Cuneo, al passo che è maggiore il suo movimento; e questo succede quando mercè il Cuneo si divide, e rompe qualche Corpo; come nella figura 8. il cuneo CBA si com-

Fig. 8. Tav. 5.

pone di due piani inclinati AB, ed BC.
delli quali uno serve per movere la
porzione KG fino N, e l'altro per
movere la porzione HD fino O, e fare
con questi movimenti incontrati la divi-
sione che si pretende =

Il mio sentimento si è, che il ~~i~~mmagi-
nare detti piani inclinati nel Cuneo, non
serve ad altro, senonche pella esplica-
zione delle forze che causa questa Ma-
china, e viene ~~ad agguagliar solo im-~~
~~maginazione~~ a fermarsi in sola im-
maginazione, come ancora lo ridurre
il Cuneo a leva del primo genere, e del
secondo - di questo medesimo sentimento è
il Padre Milet; ed il Padre Scoto, ed
altri autori = — —

Proposizione V. Teorema =

Si spiega la vera raggione delli
aumento delle forze, per rompere,
e dividere li Corpi con il Cuneo -

La vera raggione perche la Potenza
mercè il Cuneo, tiene maggiori for-

gio per dividere, e rompere li solidi, consiste in che la potenza si move molto, a confronto del movimento del corpo resistente; cioè che la potenza applicata al Cuneo tiene maggior movimento, che le parti solidi che si dividono —

Come nel Cuneo CBA si vede, che aprendo il solido GE à corso il punto B, e

Fig. 8 Tav. 5

ancora la potenza lo spazio [redacted] PB mentre che le porzioni, che si han divise han corso una il spazio PH, e l'altra lo spazio PK. ~~e~~ supposto che l'angolo B sia minore che 60 gradi, ed è necessario che sia PB maggiore che il spazio KH: sicchè in virtù della disposizione del Cuneo il movimento della potenza è maggiore che quello del peso, o Corpo; e per conseguenza cresceranno le forze della Potenza secondo la ragione di PB ad KH =

Proposizione VI. Teorema =

Quanto più sarà acuta la cuspide del Cuneo tanto più si aumenteranno le forze della Potenza ——

Dico che essendovi due Cunei uno più acuto dell'altro quello più acuto aumenta più le forze della potenza: La raggione si è, perché quanto più maggiore sarà il movimento della Potenza di quello del Peso, o Corpo, tanto maggiori saranno le forze della potenza per movere il Peso.
Nel Cuneo più acuto è maggiore il movimento della Potenza a confronto del movimento del Corpo che si divide, e rompe; perche essendovi due Triangoli di uguale Base, quello che tiene l'angolo del vertice più acuto tiene maggiori lati (21. 1. Eucl.) e per conseguenza maggiore altezza, essendo entrambe Isoscile: sicche misurandosi nel Cuneo il movimento del Corpo resistente, pella Base di detto Triangolo, ed il movimento della potenza pell'altura, sarà maggiore il movimento della potenza rispetto al movimento

del Peso, o Corpo nel Cuneo più acuto, che in quello meno acuto, sicchè quello dà maggiori forze alla Potenza =

Corollario I

Li Cunei il di cui angolo è maggiore di 60 gradi più tosto diminuiscono, che aumentano le forze della potenza ~~perche in~~ per esser ~~maggiore~~ la Base del Triangolo che formano più presto, che il suo perpendicolo, e per conseguenza è minore il movimento della Potenza, che quello del Peso =

Corollario II

Quasi tutti li istrumenti che usano gl'artefici per tagliare, rompere, trapanare, ~~e [illegible]~~ li corpi solidi si riducono al Cuneo, e quanto più acuti saranno tanto maggiore sarà l'effetto, con molta facilitazione =

Fine del Libro V

Libro VI.

Della quinta Machina fundamentale, chiamata Vite, ed' alcune Machine composte =

Questa quinta machina fundamentale, che secondo il Greco vien chiamata Cochlea, e del nostro idioma Vite, è senza misura la più poderosa, pell' incredibile aumento di forza, che pella med.ma acquista la Potenza.
Vengono communamente gl' autori a ridurla al Cuneo, e siccome il Cuneo lo riducono a leva, secondo resta spiegato nel libro antecedente, e vano per consequenza ridursi ancora la Vite alla med.ma leva, come si osserva in Guidobaldo.
Altri concepiscono esser la Vite un piano inclinato per dove alza il peso con molto minor movimento, che quello della potenza che el muove, come del

Cameo intesi Guidobaldo; però come dissi nella proposizione 4. del lib. antecedente, quasi nulla servino simiglianti ~~operazioni~~ considerazioni per spiegar le forze delle Machine, per quale effetto non mi dilungo più in simile discorso

Proposizione I. Teorema

Si spiega la forma, et uso della Vite

Fuo. 6. Fig. 1a La vite è un cilindro, che costa da una, o più spiri formati nel suo contorno, come si vede nella figura 1a: l'uso della quale, è tanto commune, quanto non necessitarebbe esplicazione. Formasi altro cilindro concavo che si chiama madre vite overo vite femina le spiri della quale son concavi, e tanti uguali a quelli del Cilindro convesso, che si aggiustano à quelli perfettamente, entrando quelli del convesso nel concavo: la sua disposizione può essere differente,

secondo l'effetto che hà da servire.
Molte volte il cilindro concavo se-
rà firmo senza punto moversi, mo-
vendosi solamente il convesso, che
dando replicati giri attor-
no del suo asse, alza, e abbassa, se-
condo sarà il movimento, alla dret-
ta, o alla sinistra. Altre volte il
cilindro convesso stà firmo senza
punto moversi e si muove il con-
cavo. Per far girare* il cilindro con-
vesso AB e tal volta ancora per mo-
vere il concavo se li aggiunge una
o più leve come BC a che si applica
la potenza pel movimento. Hanno
le viti singolar uso in tutte le genera
di compressione, come nelli torchi
della stampa ed altri innumerabi-
li: i sforzi della med.ma vite sono im-
ponderabili per alzar, e tirar gran
pesi, e per altri effetti non ordinarj

Propo. II. Teorema

Si spiega l'aumento delle forze che acquista la potenza mercè la Vite

Sia la Vite AB, con la leva BC. Si supponga applicata la potenza in C, e che dando un giro descriva con il suo movimento il Circolo CKL, e certo, che nel tempo che la potenza

Fig. 2. Tav. 6.

si muove per detto Circolo, alza la vite con il peso O, il spazio che vi è d'una spira all'altra, cioè il spazio MN, e supposto per esempio, che il spazio MN en=tra cento volte nella periferia CKL. Dico che avrà la potenza cento volte più forza per movare il peso O, che aveva da se sola senza la machina vale a dire che se il peso fosse di cento quintale, lo potrebbe muovere la poten=za C mercè la machina, quantunque senza quella potesse alzar solamente un quintale

Proposizione III. Teorema

Applicazione della Vite a varie usi.

Modo 1.° Fig. 1. Tav. 6.

La vite AB entra pello buco B che l'abbraccia ~~a~~ dentro delli suoi spiri con madrespiri, passa ancora pello buco C liscio, e senza spiri. In questa disposizione allorche il cilindro A ~~giunge~~ arriva ad unirsi col trave F in C dando giri alla Vite, verranno ad unirsi con il legni F e D stringendo fortamente fra loro al corpo intermedio: e si aumentano le forze della potenza F. nella proporzione che viene il Circolo descritto col movimento di F. alle intervallo vi è d'una spira all'altra: e questo effetto si consegue ancora, ancorche il trave BD sia immobile, ed il pro CF movibile

Modo 2.° Fig. 3. Tav. 6.

Questa situazione di Vite, disposta come si vede nella figura 3. viene ad esser mista della vite, e leva. Sia la Vite

A B che entra nella trave AC per A detta trave fosse fermo, senza punto moversi della parte di C, ed il corpo che averà d'opprimirse si collocarebbe in D, con che dando giri la Vite fa[r]sarà la tavola CA sulla sola parte A, e sarà leva del secondo genere, il di cui appoggio sarà in C, la potenza in A ed il resistente in D.

Si determino le forze di questa Machina come siegue.

supponghiamo che la tavola CA fosse ~~di peso~~ 200 libre di suo peso intrinsico, che caricandosi da se sola opprima il corpo intermedio colla sua intrinseca pressione, senza aggiuto della potenza, supponghiamo ancora che la distanza d'una spira all'altra sia d'un dito e che la leva BE fosse di sette piede lunga, conche la periferia che corse la potenza applicata in E sarà di 22 piedi, o di 352 deti. supponendo ancora che la forza motrice applicata in E fosse da se sola capace di sostenere 100 libre di peso. dico che un omo solo con questo genere di torchio averà tanta forza per comprimere il corpo intermedio D quanto pesserò 52800 libre di peso, che do se toli si caricassero sopra del corpo intermedio. E la raggione si è ~~...~~ nel tempo che l'Uomo cammina 22 piedi o 264 dìti il trave A abbassa un solo dèto, ed il resistente D che stà in mezzo della leva solo si muove lo spazio di mezzo dèto, sichè il movimento della potenza a quello del resistente, è come 264 ad un mezzo, cioè come come 528 ad 1:, ed essendo la potenza equale a 100, saranno le forze della potenza, che muove questo torchio equivalente a 52800 - ecome detto numero all'unità aggiungendo le 500 libre che pesa la tavola CA e la forza totale di questa machina è tanta come il peso di 5300 libre ~~...~~

~~Prop~~ = Mod.°

Modo 3.° Fig. A Tav. 6.

Il più ordinario, allorche si compone di due Vite A, e B servendo nello med.mo effetto, che il torchio antecedente, perche l'una serve d'appoggio rispetto dell'altra, ed il corpo, che si comprime si colloca in mezzo —

D'altre maniere sogliono disporre le Vite secondo l'effetto che si ricerca non mi dilungo per avermi dichiarato abbastanza degl'effetti della med.ma

Lib: VII.

Dove si tratta di diverse Machine, ed ancora di quelle che necessita la Vite

Proposizione I. Teorema

La Vite viene frequentemente grande uso in differenti machine, per ~~...~~ fra tutti, e singolare quella che chiamano composta, per venir composta di una Vite, ed una Ruota, entrando le spiri di quella nelli vacui che lasciano i denti di questa, dal quale resulta un massimo aumento di forze alla Potenza, l'artificio della sud.ta è il seguente.

Suppongasi che la Ruota R. costasse di 50. denti, il di cui timpano A. si appoggia la corda che sustenti il peso D. la Vite PC componghasi di tal maniera colla Ruota quanto che ogni una delli suoi spiri entrar possa nelli vacui — Fig. 1. Tav. 6.

che vi è fra un dente all'altro della Ruota: L'impugnatura BP servirà di leva per girar la Vite, e tenga col semidiametro del timpano A la ragione di 4. ad 1, e la potenza della mano applicata in P supponghasi uguale a 100 libre, dico che detta potenza con questa Machina potrebbe sustentare uno peso di 20000. libre, e che un uomo solo potrà tanto quanto 200 Uomini. —

Dimostrazione —

Per quanto in ogni giro della Vite solo s'empie un dente della Ruota, et essendo questa con 50 denti saranno necessarii 50 giri della Vite per compire un giro la Rota: Sicchè l'impugnatura BP farà 50 giri nel tempo che la Ruota ne fa un solo, ed essendo secondo lo supposto di sopra che ogni giro della impugnatura BP con ogni una del tim=

pano A sarà come 4 ad 1. sarà il mo-
vimento della potenza applicata in P. al
movimento del peso pendente del tim=
pano, come quattro volte 50 ad 1:
vale a dire come 200. ad 1: sicche
usando della raggione reciproca [8. 1:]
la potenza ~~come~~, uno applicata in
P avrà equilibrio con un peso come
200. sicche la potenza dissimo sopra
che sustentive 100 da se sola 100 libre,
dunque la potenza applicata nella det-
ta machina viene a sustentar 20000-
libre =

* E in vece del Timpano A si collocasse
altra Vite con un'altra Ruota ancora
di 50. denti un uomo solo potrebbe
ponto, ~~come~~ secondo la raggione detta di
sopra aumentandosi le forze, a misura
di come multiplicando si vanno le ma-
chine, e si aumenteranno le forze a ti=

segno quanto che a riuscir vengono
inutili alla prattica, per non poter
aver mai una.. [illegible] timpano che
sustenti quella gran mole —

Corollario I.

Dal detto di sopra si raccoglie di quan-
to gran utile sia la Vite per dimi:
nuir l'aumento del peso: perche una
Vite con una sola spira viene a di:
minuire tanto il movimento del peso
come una machina composta di mol-
te ruote, benche aplicar si puole alli
orologgi ed [illegible] la multiplicità delli
ruote — —

Corollario II — —

Quanto maggiore sarà il numero
delle spiri e maggiore la obliquità
delle med.^{me} e maggiore pure la leva
che serve d'impugnatura per mo=
ver la Vite, tanto minore sarà il
movimento del peso, e maggiore quello
della potenza: e per consequenza tan=

to con più facilità si moverà il peso, quanto più poderosa sarà la Vite —

Corollario III =

A questa med.ma machina riducansi li Trapani, o Succhielli, per non esser altro che una vite che finisce in punta dove finiscono le sue spire, locchè facilita tanto la sua entrata nel legno ~~come~~ quanto l'afferma l'esperienza —

Proposizione II. Teorema =

Spiegasi la costruzione, uso, e forza d'altra Machina potentissima per alzare gran pesi = —

Usano in alcuni parti li Artefici una machina tanto poderosa per alzar qualsivoglia peso, quanto che puote con quella un Uomo solo alzar un Carro più caricato, e altri pesi simili, la fabrica del quale è la seguente = fig. 7.

Si facciano tre Ruote di azzaro più forte, e sode, una maggiore B, e due minori A.C. uguali in diametro, ed in denti Tav. 6.

supponghiamo che ogn'una delle ruote picciole tenga quattro denti però la Ruota B per guardar buona proporzione ne tenga 16 questa e la Ruota C hanno da avere un med.mo asse commune ad entrambe. Si faccia medesimamente di sodo accaro, ed inflessibile, un prisma con suoi denti a modo di sierra DE e tutto si hà da collocare in una Cassa di forte legname, e ben guarnita di ferro la quale restarà aperta per di sopra, i denti della picciola rota C han no da prendere quelli della prisma e quelli della piccola Ruota A i denti della Ruota B. L'asse della Ruota A uscirà fuori della Cassa che chiude la Machina alla quale si aggiunge l'impugnatura curva AGHF, perche applicata una, o due mani in FH si muova circolarmente l'asse, e con questo la Ruota A conuiesta unita, questa muove la Ruota B, e C, ed incontrando i denti della Ruota C quelli del la prysma D E, s'impeltano, conche muovono detto prysma giù sopra, finchè l'ultimo dente E si unisce colla piccola ruota C. Aggiustando il Capo curvo D alla cosa che si à d'alzare, ed il Capo opposto della Cassa stando fermo in terra, se girasi il ferro HF alza la prysma, e salendo della Cassa impelle giù sopra con gran forza al peso; e girando al contrario il ferro HF bassa la prysma, e si nasconde nella Cassa, come prima stava =

Per accertar le forze, e Virtù di q.a machina, supponghiamo che l'impugnatura FG è quadrupla del semidiametro della ruota A, e perche questa non tiene più che quattro denti e la ruota B sedeci, ne siegue che per dar un giro la ruota B, o la sua innesta C hà da girare quattro volte la ruota A, e perche il semidiametro della ruota B, è ancora quadruplo.

del semi deametro della Ruota C, si moverà quella con velocità quattro volte maggiore che questa, e per conseguenza, ~~che~~ il Prisma, ed il peso: di che la potenza si muove con velocità sedici volte maggiore che il peso: Dunque la potenza alquanto maggiore che 100: libri potrà alzar con questa machina 1600: ed in luogo della Ruota A si potrebbe mettere una Vite chiamata infinita, somigliante a quella che porta la machina che si spiegò nell' antecedente proposizione =

Proposizione III. Teorema =

Spiegasi la Machina Kircheriana composta di molte, colla quale può un debole fanciullo alzar ~~un peso~~ con un sol deto ~~2~~ 125 libre di peso =

Nel Museo Kircheriano del Collegio Romano, vi è una machina, composta di leva, Corno, Vite, e Polea, nella forma seguente =

L'impugnatura AB e leva del p.^{mo}

genere, come in più parte si è detto. Il
Cilindro BC è torno, in cui le spire DE
formano una Vite chiamata perpetua, fig. 3.
perchè ~~dopo che gira~~ girando il Cilindro BC le Tav. 6.
spire della Vite sempre ammettono nuovi
denti della Ruota, ed espellono altri. La Ruo-
ta FF tiene a se bene unito l'asse o Cilin-
dro parallello all'orizonte, la di cui estremi-
tà è G in quest'asse s'avolge la fune
che conduce il peso, e per maggior aumen-
to delle forze non si lega detta fune
immediatamente al peso, ma bensì rivol-
gesi prima nelle girelle HM le quali tra-
porteranno seco il peso, e per esser quattro
le girelle come dalla figura si scorge si
chiama Polea Tetraspasto
Le forze di questa machina son sì grandi
quanto che applicato il deto d'un fanciullo
all'estremità A del ferro alza un peso
di 125. libre, che è uguale ad un Talento
e quantunque si appartasse la mano
del ferro A non potrebbe per ciò rabas-
sare il peso di quello stato che trovasi
alzato, e mentre mercè della ruota

Machina resta sospesa in aere, e per bassare detto peso, necessita girare allo contrario quel ferro =

La Causa di si grande forza consiste in che il movimento della potenza a quella del peso tiene raggione composta delli raggioni della Polea al peso, del semidiametro della Ruota E F al semidiametro dell'asse G, e della periferia del Circolo che descrive il punto A col suo movimento, alla distanza che vi è fra due spiri immediati della Vite = —

Fig: 3. Proposizione IV Problema —
Tav. 6: Disponere una Vite perpetua di maniera che un Uomo possa da se solo alzarsi = —

Se dentro d'una Cassa si dispone una ~~Ruota~~ Vite con sua Ruota, come si vede nell'antecedente figura, e si lega ben bene una fune nel detto, per un Capo, e l'altro si ferma nel Cilindro G di maniera che girando si viene ad volgersi in d.to Cilindro la fune, potrà un Uomo seduto sopra questa Machina, alzarsi a qualsivoglia altura, perche girando

detta mano il ferro AB se anderà avvol=

gendo la corda nel Cilindro G, e come

l'altro Capo stà firmo, ed immobile sopra

collocato di maniera che non puossa pre=

cipitarsi, è necessario che la machina, e

quello che và in quella, vada alzando fin

sopra, e tiene quest'istrumento una grande

convenienza, ed è, che può quello che stà

posto sù il Istrumento, operar il movimento

a suo libero arbitrio, e lasciando dalle

mani il ferro A, non vi è pericolo alcuno

che precipitar si possi, anzi per abbas=

sar è necessario che mova detto ferro

al contrario di quello faceva per alzare.

Può ancora uno alzarsi da se medesimo a

qualsivoglia altura con una Girella sem=

plice, come è DC in questa forma.

Ponghasi nella fune un palo attraversato

IK, e per maggior facilità leghasi all'

altra parte della fune un Peso H, ma

che sia alquanto meno del peso del Uo=

mo che à da alzare. Ciò fatto, tirasi=

la fune del Capo F finche il palo IR scende abbasso, ed il capo H col peso alzisi in alto, collocasi l'Uomo nel palo sopradetto e prenda colle mani la fune GH, e tirandola abbasso, egli alzerà in alto, con gran facilità, e volendo abbassarsi anderà puoco apuoco lentando la fune HG, ed eseguirà tutto senza pericolo alcuno =

Proposizione V. Problema

Disponere una nuova Machina colla quale s'alzano con un soffio 36. libri di peso. =

Fig. 11.
Tav. 6.

Disponghasi una Vessica di Bove, o da altro MP adattandole all'orificio M una canna fatta di legno saldo OM, nel buco inferiore M della Canna si collocarà una diaframma di Vacchetta, ò altra materia competente con tal disposizione che aprisse per il disotto, e serrasse pel disopra; perche introducendo a soffi l'aere nella Vessica pella Canna non possa uscir fuori =

ponghasi detta canna, dopo fatto quanto si è detto nel trave AB, e prenda il grasso, o ancino P. un peso R. sì che stia sodo su il terreno, ed introduchasi l'aere a soffio pell'orifizio O. finché si distata la Vessica, ciò fatto con un solo soffio che si unisce espandendosi pelli lati si verrà ad accorciare la Vessica sopra, ed alzerà il peso R. la raggione di quest'effetto si dirà appresso —

Proposizione - VI. Problema -

Disponere la sudᵃ. Machina di maniera che facci maggiore l'effetto = Acciocché il peso alzi a maggior distanza si uniranno quattro, o più Vessiche, unendo fermamente ogni una immediatamente mediante una canna fatta della maniera che sopra si disse prevedendola ad ogni una Canna colla diaframma di Bacchetta, introducendole poi l'aere pell'orifizio O s'accorceranno a via di soffio tutte le Vessiche, che disposti si sono, dal che ne siegue che

l'alzeranno ~~rimo~~ il peso a distanza quadrupla se le vessiche saranno quattro, o

a più distanza secondo il numero delle

vessiche; e la ragione è chiara, perchè

se la vessica A alzasse per esempio il

peso un deto, la vessica B avendo ugual

potenza che la prima ~~tra~~ ricevendo l'

aere lo alzerà un altro deto, e così discorrendo.

~~Proposizione ... Decima~~

~~... ... ... delle ... potenze~~

~~supponiamo il peso~~ Dimostrazione.

Supponiamsi il peso G pendente del

chiodo F con due funi, e che le potenze HH distaccano, e separano le fune

dirigendo il suo movimento nella linee

HOH dico che alzeranno il peso G con

molta maggior facilità, che se l'alzassero nella perpendicolare IF, la ragione è chiara, è maggiore il movimento

delle

delle potenze, che quello del peso, perche movendosi quello nella HH s'alza molto meno il peso, scorrendo detto peso una linea minore che quella dell'HFI; Che proporzione abbia il momento di queste potenze, con quello del peso G, potrà vederlo il benigno lettore in Alfonso Borelo nella parte 1. de Motu Animalium prop. 34. dove prova, che le potenze HH abbiano col resistente G, ed F, quando equilibrano con quelli i loro forze la raggione della retta FI alla retta HFI, lascio questa demostrazione per abbisognarle più teoremi, e mi contento di ciò, per crederlo abbastante all'intento del sapere. Nella raggione sopradetta, che essendo in questa disposizione maggiore il momento delle potenze, che quello del peso per piccole che elle siano potrebbero alzare qualsivoglia peso, potranno distrarlo, e doppiare le corde FHI. FHI. per al-

cun spazio, a chè necessariamente si ha
da seguire alcun movimento del peso,
se non lo impedisse la maggior tensio=
ne delle funi dal che si prescinde —
Q. Supposto ciò si è detto vedesi la figura
in cui si suppone, che il peso G pen=
de da quattro funi, quali allacciati nella
maniera detta di sopra per quattro po=
tenze, è certo che faranno doppio effetto
che le due detti di sopra, e per conseguen=
za quanto più saranno le funi, che
manterranno il peso G e più le poten=
ze, sarà maggiore la facilità con che
questi alzeranno il peso G, essendo poi
19: la Vessica della figura... un agregato di
innumerabili giri, o fili adattati sopra
della canna, ed abbassa con il peso, allor-
che saranno slargati dell'aere che se l'
introduce, si potrà con quelli alzare il
peso delli 36. libri, e ciò con molta facil=
tà, e quantunque la potenza d'un soffio
sia assai debole, e in due, ed in tre libri

non farebbe effetto alcuno sensibile, però essendo tante in un solo soffio che le dilata tutti ugualmente potrà fare effetto sensibile, ed alzare il peso nella maniera riferita =

Proposizione VII = Teorema =

Spiegasi la potenza che tengono le Musculi =

È certo che i muscoli del nostro corpo, e di qualsivoglia animale, sono li principali istrumenti, e machini per movere i membri, ed è certo ancora, che seguitano questo movimento colla dilatazione e contrazione, perche accorciandosi, e contraendosi i questi, e unitamente accorciandosi le Antagonisti si fa il movimento contrario, ed ancora e necessario, che li muscoli, in virtù della loro disposizione siano machini più vigorosi, e di gran potenza, perche stando questi applicati alli ossi come a leve del terzo genere, ed essendo la loro applicazione più vicina dell' ipomochlion, o centro del movimento e necessario, che sia tanta la loro forza che possono in disposizione tanta contraria, non solo movere la mano, o il braccio, ma ancora alzare, e sostentare unitamente un gran peso, come certifica l'esperienza, questa potenza tanto vigorosa sembrami potersi spiegare secondo il detto di sopra, nella maniera seguente = -

Suppongo che se ad un med.mo peso se l'applicassero nella maniera detta di sopra la serie delle Vesiche come nella Fig. quantunque non per esso s'alzarebbe il peso a maggior distanza; però perche una può tanto come l'altra, la potenza delle due unite sarebbe doppia, e se se n'applicassero tre, sarebbe tripla, e così dicendo, e per conseguenza, se una sola serie animata col soffio, può movere, ed elevare a certa altezza un peso di 40. libri, otto serie uguali potrebbero alzare alla med.ma altezza un peso di 320. libri, e se tutte queste serie fussero applicati vicino del centro della Leva del terzo genere, come

Fig.
Tav.

puoco movimento vicino del Centro sia molto nell'estremità sia molta nell'estremità dove sugliono collocare il peso non vi è dubbio alzerebbe l'estremità della leva per grande spazio. Ciò supposto. Qualsivoglia muscolo si compone d'innumerabile fibre, così carnose como pieni di porie, e recettacoli communicanti, dove con incredibile Celerità e molto simigliante a quella della luce, introducesi a quel fluido sottile, o siano spiriti animali, che discendono del Cerebro, ed in consequenza di presto viene ad esser il musculo un aggregato d'innumerabili serie come si disse sopra, che tutti vengono ad unirsi pelle loro estremità all'osso, però molto vicina dell'Articolazione, che serve di centro per il movimento. Introducendosi poi con quella somma celerità, e prontezza quel fluido sottile o spiriti animali, empiendosi tutte le

sopradette concavità, e dilatandosi lateral=
mente i suoi fibri, dal che ne siegue
la intumescenzia laterale del musco=
lo, e sua contrazione, et accorcia
mento, secondo la longitudine contra=
endosi dopo con tanta prontezza, por-
ta con se l'osso, ~~a~~ che dà movi-
mento circolare, e quantunque per
per star unita questa potenza mus-
culare vicino dell'articolazione, e
centro, è quivi picciole, e corto quello
spazio per dove le muove, però nella
sua estremità, è più notabile, e cres-
ciuto = -
Potrebbesi fare ozzezione contra questo, che
Fig. nella figura la intumescienza
Dov. della Vessica quivi proposta à da esser
molto notabile per fare l'effetto,
e movimento d'accorciarsi, per alza-
re il peso R, come sia detto ~~...~~ per
che a qual fine sensibilmente lo mo-
ve, è necessario che sensibilmente si
accorci, e non puole accorciarsi sen=
sibilmente, senza che sia più nota-

bile la sua dilatazione laterale, è
maggiore che l'accorciamento, come
si disse nella proposizione 6: siccome lo
medesimo aveva da succedere nel
muscolo, locché è contra ~~del~~ l'esperi=
enza, poi vedemo esser puoca la
sua intumescenza nel tempo che mo=
ve, o doppia il braccio, o la gamba —
A questo si risponde per primo, che
la intumescenza del muscolo è alcuna
come lo dimostra l'esperienza ocu=
lare; per secondo dico non è necessa=
rio che sia molta per esercitare li
suoi funzioni, e movimenti. Le pri=
mo perche il capo del muscolo stà
applicato, ed attaccato vicino del centro
del movimento dell'osso, e per conse=
guenza, per poco che quivi muova,
è grande il movimento nell'estremità
dell'osso tanto distante del Centro, e
dalla applicazione della potenza. Per=

Secondo, perche essendo il muscolo, come è detto composto d'innumerabile serie di fibre, che divisi in piccoli concavità, son somigliante alla serie

Fig. della figura non ha bisogno fare
Tav. tutto il muscolo dilatazione più sensibile perciocche sia ben notabile la sua dilatazione, e il movimento che cagiona nelli membri: perche il medesimo accorciamento, e contrazione che avrebbe tutto quel muscolo, se solo costasse d'una concavità totale, come la vessica della Fig. con

Fig. grande dilatazione, fà dilatandosi più
Tav. poco, costando, come costa di differenti concavità, o pori communicante a tal fine questo si vede con evidenza.

Fig. Sia nella Fig. AD una fibra musco-
Tav. lare la quale per accorciarsi sino lasciare in AG, ed alzar il peso dopo D sino G, abbia da dilatarsi tutto loche è la EB, supponghiamo ora

che questa fibra costa di 4. ~~riccipienti~~ recettacoli, come vessiche uguali. Dico bastarà che ogni una di quelli si dilata solamente quanto è la FG, acciocche il capo del muscolo unitamente col peso pendente alzi da D sino C. La raggione è perche li lati AB-BC sono uguali all'otto lati AH HF, FG: &c. delli quattro vessiche minori: perche FG eguale ad HK, EI, ad KM, NL a BM: siche tutte quattro AH, FG, EI, NL sono uguali a tutta la AB: e della medesima maniera si demostrarà essere la HF, GE &c. uguali alla BC, dunque tutte le otto lati delle concavità picuole sono uguali alle AB, BC: siche la scorciamento della fibra di AD sino AC, è la medesima, essendo unica la concavità, che essendo quattro: Però es=

sendo quattro, sarà la dilatazione laterale di tutta la fibra, nell'accor, ciamento solamente quello che è la F.G, cioè la quarta parte di F.B. sicchè con molta minore dilatazione laterale si fà l'accorciamento, essen- do in ogni serie molte concavità; &c - E se in luogo delli 4 sysiche se ne collocassero la se= rie di 4000, se alzerebbe il peso alla med.ma altura DC, e la dilata= zione, o intumescenza sarebbe 4000 volte minore che la ABC, es= sendo poi ogni serie muscolare di innumerabili concavità, si farebbe l'accorciamento, e movimento del muscolo senza notabile intumescen- za =

Finis. Coronat Opus