

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

auf allen Gebieten des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk

und

Musterbuch

des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten,
und zwar

**Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten, Schulen,
öffentliche Bauten, Vergnügungslotale, industrielle Gebäude etc.**

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie meisterhafte Entwürfe aus dem Gebiete des Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Harnack.

Band XIII.

Potsdam und Leipzig.

Verlag von **Bonneß & Sachfeld.**

S. N.



Alle Rechte vorbehalten.



Mechanik.



163178
1*63722

Mechanik.

Erstes Kapitel.

1. Einleitung.

1. Die Aufgabe der Mechanik und ihre Bedeutung für die Technik wird dem Leser klar werden, wenn er sich einmal fragt, welche Aufgaben die Technik überhaupt zu lösen hat.

Der Hochbauingenieur hat in erster Linie die Aufgabe, abgeschlossene Räume zu schaffen, in denen man vor schlechter Witterung, Regen, Schnee, Kälte u. s. w. geschützt ist. Die die Räume umfassenden Wände und das Dach müssen den von außen wirkenden Naturkräften, wie Wind u. s. w., den nötigen Widerstand bieten können.

Bei starkem Sturm könnte, wenn die Konstruktion zu leicht ist, das Dach zerstört, die Wände umgeworfen werden.

Bei starkem Schneefall könnte durch das auf dem Dache lastende Schneegewicht das Dach zusammenstürzen.

Das auf einem Getreideboden aufgeschüttete Getreide könnte ein Zerbrechen der Deckenbalken herbeiführen.

In der Tiefbauingenieurkunst treten noch Wasserdruck und Erddruck als die Bauanlage gefährdende Kräfte auf.

Der Maschineningenieur baut Vorrichtungen, sogen. Maschinen, in welchen er mittelst aus der Natur entnommenen Kräften Bewegungen erzeugt und in irgend einer Weise verwertet, Arbeiten damit leistet. Die einzelnen Teile der Maschine müssen ganz bestimmte Bewegungen machen, zur Leistung einer gewissen Arbeit muß auch eine Kraft von bestimmter Größe in der Maschine wirken. Die Maschinenteile müssen, um diese Bewegungen bezw. Kräfte übertragen zu können, bestimmte Stärken haben, damit dieselben nicht zerstört werden.

Der Bautechniker wird also bei der Ausführung jeder Bauanlage vor die Fragen gestellt werden:

Wie stark muß die Mauer sein, damit sie nicht umgeworfen wird?

Wie stark muß das Dach konstruiert werden, damit es nicht zusammenfällt? u. s. w.

Der Maschinentechniker hat die Fragen zu beantworten:

Wie muß die Bewegung der einzelnen Maschinenteile erfolgen, damit das Ganze in nutzbringender Weise wirkt?

Wie stark müssen die einzelnen Teile angefertigt werden, damit keine Zerstörung derselben eintritt? u. s. w.

Auf alle diese Fragen gibt die Mechanik richtige und zuverlässige Antworten; sie ist daher eine für die ganze Technik unentbehrliche Hilfswissenschaft.

2. Aus dem eben Gesagten geht ohne weiteres hervor, welche Aufgaben die Mechanik zu lösen hat.

Die Mechanik hat die Wirkung der Kräfte auf die Körper zu untersuchen.

Man hört das Wort „Kraft“ von jedem Munde unbefangen aussprechen, aber wenige werden imstande sein, die Frage: „Was ist Kraft?“ zu beantworten.

Die Antwort ist im Grunde genommen auch nicht so leicht, denn niemand hat bis jetzt eine Kraft gesehen, wir können nur die Wirkung derselben beobachten.

Wenn ein Stein aus der Höhe herunterfällt, so schließt man aus dieser Erscheinung, daß irgend eine Ursache vorhanden sein muß, welche diese Bewegung herbeiführt. In diesem Falle nennt man die Ursache **Schwerkraft**.

Zieht ein Magnet ein Eisenstück an, so sagt man: auf das Eisenstück wirkt eine magnetische Kraft u. s. w.

Aus solchen Beobachtungen hat man den Begriff „Kraft“ in dem Sinne festgestellt:

„Die Kraft ist die Ursache der Bewegung“.

3. Die Mechanik hat sich, wie oben gesagt, mit der Wirkung der Kräfte auf die Körper, welche sich in Bewegungen der Körper äußert, zu beschäftigen. Hieraus folgt:

Die Mechanik ist die Lehre von der Bewegung der Körper und ihrer Ursachen.

In vielen Lehrbüchern ist die Erklärung gegeben:

„Die Mechanik ist die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung der Körper.“

Wie weit diese Erklärung zutreffend ist, werden die folgenden Betrachtungen zeigen.

2. Einteilung der Mechanik.

4. Nach Satz 1 lassen sich die Fragen, welche die Technik an die Mechanik stellt, in zwei Hauptfragen zusammenfassen und zwar:

a) Wie muß eine technische Anlage gestaltet sein, damit äußere Kräfte dieselbe nicht verändert? oder allgemein:
Wann befindet sich ein Körper im Zustande der Ruhe?

b) Wie können Körper in bestimmter Weise bewegt werden? oder:

Wann befindet sich ein Körper im Zustande der Bewegung?

Die Beantwortung dieser Fragen ist die Aufgabe der Mechanik und hiernach zerfällt dieselbe in:

1. die Statik, d. i. die Lehre vom Gleichgewicht der Körper;
2. die Dynamik, d. i. die Lehre von der Bewegung der Körper.*)

Da die Körper in drei verschiedenen Erscheinungsformen, den drei sogenannten Aggregatzuständen vorkommen, nämlich in der festen, flüssigen und luftförmigen Erscheinungsform, so zerfällt dementsprechend die Mechanik in drei Teile, nämlich in:

1. Die Mechanik der festen Körper,
2. " " " flüssigen "
3. " " " luftförmigen "

Am wichtigsten ist für uns die Mechanik der festen Körper, da wir es vorläufig hauptsächlich mit diesen zu tun haben.

3. Körper im Zustande der Ruhe oder der Bewegung.

5. Da wir die Körper in dem einen oder anderen Zustande betrachten, müssen wir uns über den Sinn der Worte „Ruhe“ und „Bewegung“ klar werden und deren Bedeutung genau festlegen. Betrachten wir zunächst die Körper im Zustande der Ruhe.

Jeder Stein, der auf dem Bauplatze oder auf dem Gerüste liegt, jeder Stein in der Mauer, jeder Ziegel auf dem Dache befindet sich im Zustande der Ruhe. Jeder Eisenbahnzug, der in der Station steht, ist im Ruhezustande. Dagegen ist ein Stein, der gerade in die Höhe gezogen wird, oder der vom Gerüste herunterfällt, im Zustande der Bewegung. Ebenso ist

*) Diese Einteilung bezw. Erklärung ist die bisher allgemein gebräuchliche und wird deshalb auch hier wiedergegeben, obwohl dieselbe streng genommen unrichtig ist. Aus dem Kapitel „Gesetz der Trägheit“ wird dies klar werden.

ein Eisenbahnzug, der sich auf der Fahrt von der einen zu der nächsten Station befindet, im Zustande der Bewegung. Ein Körper ist also im Zustande der Ruhe, solange er seinen Ort nicht ändert. Es kann aber der Fall eintreten, daß ein Körper seinen Ort nicht ändert und trotzdem nicht in Ruhe ist, z. B. eine Dampfmaschine, welche auf einem festen Fundamente steht und eine andere Maschine, z. B. eine Dreschmaschine in Tätigkeit setzt, ändert ihren Ort nicht; es ändern aber einzelne Teile derselben, der Kolben, die Kolbenstange, das Schwungrad u. s. w., ihren Ort, die Dampfmaschine ist nicht in Ruhe. Wir müssen also sagen:

„Ein Körper ist in Ruhe, solange kein Teil desselben seinen Ort ändert.“

Dementsprechend ist die Erklärung für den Zustand der Bewegung eines Körpers in folgendem Satze enthalten:

„Ein Körper befindet sich im Zustande der Bewegung, wenn irgend ein Teil desselben oder wenn sämtliche Teile den Ort ändern.“

6. Der Weg, welchen ein Körper während seiner Bewegung beschreibt, heißt gewöhnlich seine „Bahn“.

Der Weg, den z. B. eine Gewehrfugel zurücklegt, heißt die „Flugbahn“ des Geschosses. Das Gleis, auf welchem ein Eisenbahnzug seinen Weg zurücklegt, heißt ebenfalls die Bahn desselben.

4. Geschwindigkeiten.

7. Mit dem Ausdrucke „solange“ (Satz 5) drücken wir zugleich aus, daß der Körper zu der Veränderung seines Ortes eine gewisse „Zeit“ nötig hat, welche wir also bei der Betrachtung seiner Bewegung berücksichtigen müssen. Dies geschieht dadurch, daß wir den Begriff „Geschwindigkeit“ einführen, welchen wir so erklären:

Geschwindigkeit ist der Weg, welcher in einer Sekunde zurückgelegt wird.

Auf ebener Landstraße z. B. geht man durchschnittlich ein Kilometer in 10 Minuten. Um zu bestimmen, mit welcher Geschwindigkeit man geht, muß man den Weg bestimmen, welchen man in einer Sekunde zurücklegt.

In 10 Minuten geht man $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

„ 1 „ „ „ $\frac{1}{10}$ „ = 100 „

„ 1 Sekunde „ „ $\frac{1}{60}$ m = $1,66$ „

Man legt demnach in einer Sekunde rund $1,7 \text{ m}$ zurück, d. h. man geht mit einer Geschwindigkeit von $1,7 \text{ m}$. Ebenso können wir sagen, ein Balken, welcher an einem Gerüste auf-

gezogen wird, bewegt sich mit $\frac{1}{10}$ m Geschwindigkeit, wenn er in einer Sekunde um $\frac{1}{10}$ m gehoben wird.

5. Einheiten.

8. Wie wir bei allen Rechnungen eine Einheit nötig haben, so müssen wir auch unserer Betrachtung der Mechanik verschiedene Einheiten zu Grunde legen.

Als Einheit der Zeit nimmt man gewöhnlich bei derartigen Rechnungen 1 Sekunde = 1 sec., als Einheit des Weges nimmt man 1 Meter = 1 m.

Bei allen Rechnungen ist es unbedingt erforderlich, sämtliche Angaben auf diese Einheiten zurückzuführen, wenn sie nicht schon in denselben gegeben sind.

Ist z. B. in einer Aufgabe die Zeit in Stunden, der Weg in m gegeben, so braucht nur die Zeit auf die Einheit, also auf sec. gebracht werden. Ist aber die Zeit in Stunden, der Weg in km gegeben, so müssen beide Angaben auf die zugehörigen Einheiten zurückgeführt werden.

6. Arten der Bewegung.

9. Je nachdem die Geschwindigkeit immer gleich bleibt oder sich verändert, unterscheidet man:

1. gleichförmige Bewegungen,
2. ungleichförmige Bewegungen.

Hinsichtlich der Bahn, welche der sich bewegende Körper beschreift, unterscheidet man:

- a) geradlinige Bewegungen,
- b) krummlinige Bewegungen.

7. Tabelle einiger Geschwindigkeiten.

10. Fußgänger	1,50 m
Pferd im Trab	4,00 "
Kradfahrer	5,50 "
Güterzug	7,00—10,00 "
Personenzug	16,00 "
Schnellzug	25,00 "
Dampfschiff	6,00 "
Wind	4—6,00 "
Sturm	15—20,00 "
Büchsenkugel	480,00 "
Schall	340,00 "
Licht	298 000 000,00 "
Elektrizität	4 725 000,00 "

Zweites Kapitel.

8. Die gleichförmige Bewegung.

11. Bei der gleichförmigen Bewegung werden in gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt.

Geht z. B. ein Mann von einem Orte A nach einem anderen Orte B, welcher 20 km von A entfernt liegt, so braucht er, wenn er 1 km in 10 Minuten geht, $20 \cdot 10 = 200$ Minuten oder 3 Stunden und 20 Minuten. Die Bewegung des Mannes von A nach B ist eine gleichförmige, weil er in derselben Zeit, in 10 Minuten, immer denselben Weg, 1 km, zurücklegt.

Ebenso ist die Bewegung eines Eisenbahnzuges, solange er dieselbe Geschwindigkeit hat, z. B. solange er in voller Fahrt ist, eine gleichförmige.

12. Zur Erleichterung der Rechnungen, welche Anwendungen der gleichförmigen Bewegung zum Gegenstande haben, hat man folgende allgemein übliche Bezeichnungen eingeführt. (Das Rechnen mit diesen Größen ist eine Anwendung der Algebra.)

Die Geschwindigkeit bezeichnet man mit c ;^{*)}

die Zeit, welche für die Bewegung nötig ist, mit t ;^{**)}

den Weg, welchen der Körper während seiner Bewegung zurückgelegt hat, mit s .^{***)}

Danach wird der Körper bei der gleichförmigen Bewegung in 1 sec. einen Weg $s = 1 c$ zurücklegen,

„ 2 „ „ „ „ $s = 2 c$ „

„ 3 „ „ „ „ $s = 3 c$ „

oder allgemein „ t „ „ „ „ $s = t c$ „

also ist der Weg in t sec.:

$$s = c \cdot t \dots \dots \dots I.$$

Dies s ist der Weg, welchen der Körper während der Dauer t seiner Bewegung zurückgelegt hat. Wir nennen nun die Gleichung $s = c \cdot t$ „das Gesetz der gleichförmigen Bewegung“.

Statt $s = c \cdot t$ können wir auch schreiben: **Weg = Zeit mal Geschwindigkeit.**

13. Wenn wir also die Geschwindigkeit kennen, mit welcher sich der Körper gleichförmig bewegt, und außerdem die Zeitdauer der Bewegung, so können wir nach Formel I den Weg s , welchen der Körper zurücklegt, bestimmen. Bewegt sich z. B. ein Güterzug gleichmäßig mit einer Geschwindigkeit von 7 m, d. h.

*) c kommt vom lateinischen Wort celeritas = Geschwindigkeit.

***) t kommt vom lateinischen Wort tempus = Zeit.

****) s kommt vom lateinischen Wort spatium = Zwischenraum, Weg.

legt er in jeder Sekunde 7 m zurück, so hat er nach $\frac{1}{2}$ Stunde
= 30 Min. = $30 \cdot 60$ sec. = 1800 sec. einen Weg

$$s = t \cdot c = 1800 \cdot 7 = 12600 \text{ m} = 12,6 \text{ km}$$

zurückgelegt. Aus Formel I folgt nach den Regeln der Algebra

$$t = \frac{s}{c} \dots \dots \dots \text{ II.}$$

14. Können wir z. B. gewisse Steine, Hölzer oder Träger erst in einer Entfernung von 60 km erhalten und lassen wir dieselben auf diese Entfernung s mit der Eisenbahn kommen, so können wir nach Formel II die Zeit bestimmen, nach welcher wir dieselben erhalten könnten. Wir kennen dann die Entfernung

$$s = 60 \text{ km} = 60 \cdot 1000 \text{ m} = 60000 \text{ m};$$

und außerdem die Geschwindigkeit des Güterzuges $c = 7$ m.

Aus der Entfernung s und der Geschwindigkeit c des Zuges können wir dann nach Gleichung II die Zeit berechnen, welche der Zug braucht, um die betreffenden Materialien von dem einen zum anderen Orte zu bringen.

Es wird nämlich:

$$t = \frac{s}{c} = \frac{60000}{7} = 8571\frac{3}{7} \text{ sec.}$$

$$= \sim^*) 8571 \text{ sec.} = \frac{8571}{60} \text{ min.}$$

$$= 142,9 \text{ min.} = \frac{142,9}{60} \text{ Stunden}$$

$$= \sim 2 \text{ Stunden und } 23 \text{ Minuten.}$$

15. Endlich können wir die Geschwindigkeit c aus s und t bestimmen durch die Formel

$$c = \frac{s}{t} \dots \dots \dots \text{ III.}$$

welche ebenso wie Formel II aus Formel I durch einfache algebraische Regeln gefunden wird.

9. Die gleichförmige Kreisbewegung.

16. Ein Körper kann sich sowohl in einer geradlinigen wie auch in einer krummlinigen Bahn gleichförmig bewegen. Bisher wurden nur geradlinige gleichförmige Bewegungen betrachtet.

Die wichtigste krummlinige Bewegung ist die Kreisbewegung.

Ist r der Radius des Kreises, auf welchem sich ein Körper gleichförmig bewegt, so legt derselbe, wenn er den Kreisumfang

*) \sim ist das Zeichen der Abrundung oder die Abkürzung für „rund“.

einmal durchläuft, einen Weg von der Länge $2\pi r$ zurück. Braucht der Körper hierzu eine Zeit t , so ist seine Geschwindigkeit:

$$c = \frac{2\pi r}{t} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

Diese Geschwindigkeit wird bei der Kreisbewegung die **Umfangsgeschwindigkeit** genannt.

In der Technik wird entweder die Umfangsgeschwindigkeit, d. h. also die in der Sekunde durchlaufene Kreisbogenlänge oder die **Tourenzahl** angegeben. Unter **Tourenzahl** versteht man die Anzahl der Umdrehungen, welche der Körper in der Minute macht.

17. Ist eine dieser Geschwindigkeiten gegeben, so läßt sich hieraus leicht die andere bestimmen.

Hat z. B. ein Rad von 2 m Durchmesser eine Umfangsgeschwindigkeit von 1,5 m, so würde es zu einer Umdrehung eine Zeit:

$$t = \frac{\pi \cdot 2}{1,5} = \frac{3,14 \cdot 2}{1,5} \approx 4,2 \text{ sec.}$$

gebrauchen.

Seine Tourenzahl ist demnach:

$$n = \frac{60}{4,2} \approx 14,3.$$

Ein Rad von 1,8 m Durchmesser würde, wenn seine Tourenzahl $n = 90$ wäre, folgende Umfangsgeschwindigkeit haben:

$$c = \frac{\pi \cdot 1,8 \cdot 90}{60} \approx 8,48 \text{ m.}$$

10. Die gleichförmig veränderte Bewegung.

18. In Satz 9 wurden die Bewegungen in gleichförmige und ungleichförmige unterschieden. Bei der bereits betrachteten gleichförmigen Bewegung bleibt die Geschwindigkeit immer gleich groß, bei der ungleichförmigen Bewegung ändert sich dieselbe.

Die wichtigsten ungleichförmigen Bewegungen sind die gleichförmig veränderten.

Bei diesen Bewegungen ändern sich die Geschwindigkeiten gleichförmig, in jeder Sekunde um gleich viel.

19. Die Geschwindigkeitsänderung kann nun so beschaffen sein, daß dadurch die Geschwindigkeit größer wird, dann haben wir eine Geschwindigkeitszunahme.

Die Geschwindigkeit kann zweitens abnehmen, dann haben wir eine Geschwindigkeitsabnahme, wobei wir uns die Erklärungen merken:

Die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit heißt „Beschleunigung“.

Die Geschwindigkeitsabnahme in der Zeiteinheit heißt „Verzögerung“.

20. Da die Verzögerung das Gegenteil von Beschleunigung ist, so können wir nach den Begriffen der Algebra die Verzögerung auch „negative Beschleunigung“ nennen (ebenso wie in der Algebra die „Schulden“ „negatives Vermögen“ genannt werden). Das allgemeine Zeichen für Beschleunigung ist p , das für die Verzögerung also $-p$.

21. Hat ein Körper einen Weg s in der Zeit t mit einer gleichförmig veränderten Bewegung zurückgelegt, so könnte er denselben Weg s in derselben Zeit t auch mit einer gleichförmigen Bewegung zurückgelegt haben, die entsprechende Geschwindigkeit dieser gleichförmigen Bewegung nennen wir die mittlere Geschwindigkeit. Für dieselbe merken wir uns den folgenden Satz:

Die mittlere Geschwindigkeit einer gleichförmig veränderten Bewegung während der Zeit t ist die Geschwindigkeit derjenigen gleichförmigen Bewegung, mit welcher der Körper denselben Weg s in derselben Zeit t zurücklegen würde.

Die mittlere Geschwindigkeit einer gleichförmig veränderten Bewegung wird aber, wie rechnerische Untersuchungen und Versuche ergeben, gefunden, indem man die Anfangsgeschwindigkeit c und die Endgeschwindigkeit v zusammenzählt und die Summe durch 2 teilt; dieselbe ist also $= \frac{c + v}{2}$. Diesen Bruch nennen wir das arithmetische Mittel aus c und v ; wir können daher auch sagen:

Die mittlere Geschwindigkeit einer gleichförmig veränderten Bewegung ist das arithmetische Mittel aus Anfangs- und Endgeschwindigkeit.

Die mittlere Geschwindigkeit eines Körpers, dessen Anfangsgeschwindigkeit 3 m, dessen Endgeschwindigkeit = 5 m ist, ergibt sich demnach aus $\frac{3 + 5}{2} = 4$ m.

22. Bei der gleichförmigen Bewegung war die Geschwindigkeit überall gleich, da in der Zeiteinheit immer derselbe Weg zurückgelegt wurde.

Bei der gleichförmig veränderten Bewegung ist dagegen die Geschwindigkeit nicht gleich, sondern veränderlich, weil die in

der Zeiteinheit durchlaufenen Wege nicht gleich sind. Wir können daher hier nur von der „Geschwindigkeit in einem Punkte der Bahn“ sprechen, welche wir so erklären:

Bei der gleichförmig veränderten Bewegung ist die Geschwindigkeit in irgend einem Punkte der Bahn derjenige Weg, welchen der Körper in der nächsten Sekunde durchlaufen würde, wenn er während dieser Zeit keine Geschwindigkeitsänderung erführe.

23. Hat ein Körper, welcher sich gleichförmig beschleunigt bewegt, zu Anfang der Beobachtung eine Geschwindigkeit c , welche wir seine Anfangsgeschwindigkeit nennen wollen, zu Ende derselben eine Endgeschwindigkeit v , so ist, wenn $v > c$ und t die Zeit ist, während welcher die Beobachtung geschieht, $v - c$ der Zuwachs der Geschwindigkeit während der Zeit t . Die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit oder die Beschleunigung ist dann:

$$p = \frac{v - c}{t}.$$

Hieraus folgt:

$$pt = v - c$$

$$\text{und } v = c + pt \quad \dots \dots \dots \text{ V.}$$

Wäre die Bewegung eine gleichförmig verzögerte, so wäre die Beschleunigung p negativ und daher:

$$v = c - pt \quad \dots \dots \dots \text{ VI.}$$

Ist die Anfangsgeschwindigkeit c gleich Null, so ergibt sich für die Endgeschwindigkeit aus beiden Formeln:

$$v = pt \quad \dots \dots \dots \text{ VII.}$$

Wenn demnach ein Körper eine Anfangsgeschwindigkeit $c = 3$ m und eine Beschleunigung $p = 0,5$ m hätte, so würde er nach 4 Sekunden eine Geschwindigkeit haben von:

$$v = 3 + 0,5 \cdot 4 = 5 \text{ m.}$$

Hätte er eine Verzögerung von $0,4$ m, so würde er bei derselben Anfangsgeschwindigkeit nach 6 Sekunden nur noch eine Geschwindigkeit von:

$$c = 3 - 0,4 \cdot 6 = 0,6 \text{ m}$$

haben.

24. Der Weg s , den ein Körper in einer bestimmten Zeit t zurücklegt, wenn er sich gleichförmig beschleunigt bewegt, ist ebenso lang wie derjenige Weg, welchen der Körper zurücklegen würde, wenn derselbe sich mit der entsprechenden mittleren Geschwindigkeit (s. Satz 21) gleichförmig bewegte.

Die mittlere Geschwindigkeit ist nach Satz 21 gleich $\frac{v + c}{2}$,

mithin ist der in der Zeit t mit dieser Geschwindigkeit durchlaufene Weg nach Formel I:

$$s = \frac{v + c}{2} \cdot t.$$

Wird aus Formel V der Wert für die Endgeschwindigkeit v eingesetzt, so ergibt sich:

$$s = \frac{c + pt + c}{2} \cdot t$$

$$\text{oder: } s = ct + \frac{pt^2}{2} \dots \dots \dots \text{VIII.}$$

Ist die Bewegung eine gleichförmig verzögerte, so wird $\frac{pt^2}{2}$ wieder negativ und daher der Weg x gleich:

$$s = ct - \frac{pt^2}{2} \dots \dots \dots \text{IX.}$$

Ist endlich die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null, so wird:

$$s = \frac{pt^2}{2} \dots \dots \dots \text{X.}$$

25. Hat z. B. ein Körper eine Anfangsgeschwindigkeit $c = 4$ m, und eine Beschleunigung von $0,4$ m, so legt er in 10 Sekunden einen Weg von:

$$s = 4 \cdot 10 + \frac{0,4 \cdot 10^2}{2} = 60 \text{ m}$$

zurück.

Hätte der Körper bei derselben Anfangsgeschwindigkeit $c = 4$ m, eine Verzögerung von $0,3$ m, so würde er in 12 Sekunden einen Weg von.

$$s = 4 \cdot 12 - \frac{0,3 \cdot 12^2}{2} = 26,4 \text{ m}$$

zurücklegen.

Hat ein Körper eine Anfangsgeschwindigkeit gleich Null und eine Beschleunigung von $1,5$ m, so legt er in 20 Sekunden einen Weg von:

$$s = \frac{1,5 \cdot 20^2}{2} = 300 \text{ m}$$

zurück

Das einfachste und bekannteste Beispiel der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist:

11. Der freie Fall.

26. Ein Körper, der auf keine Weise gehalten oder unterstützt wird, fällt zur Erde, weil diese ihn anzieht. Diese Eigen-

schaft der Körper nennt man Schwere, die Anziehungskraft, welche die Erde ausübt, heißt Schwerkraft. Die Fallbewegung ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, weil jeder Körper während des freien Falles (wie wir bald noch näher erfahren werden), in jeder Sekunde eine gleiche Beschleunigung erhält; diese nennen wir g zum Unterschiede von der allgemeinen Bezeichnung p . Es ist, wie man durch Versuche gefunden hat:

$$g = 9,81 \text{ m.}$$

Man nennt g die Erd- oder Fallbeschleunigung.

27. Da der frei fallende Körper bei Beginn der Bewegung d. h. in dem Augenblicke, in welchem die den Körper haltende Kraft zu wirken aufhört, noch keine Geschwindigkeit hat, die Anfangsgeschwindigkeit c gleich Null ist, so kann die Geschwindigkeit nach Formel VII berechnet werden.

Die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper nach t Sekunden erreicht, ist demnach

$$v = g \cdot t \quad \dots \dots \dots \text{XII.}$$

Setzen wir in Formel X ebenfalls $c = 0$ und $p = g$, so erhalten wir den Weg, welchen ein frei fallender Körper in t Sekunden zurücklegt, als $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$. Der Weg eines frei fallenden Körpers ist aber die von demselben bis zur Erdoberfläche durchfallene Höhe, diese bezeichnen wir mit h , so daß der Weg

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} \quad \dots \dots \dots \text{XIII.}$$

28. Es soll die Geschwindigkeit bestimmt werden, welche ein frei fallender Körper nach 3 sec. erlangt hat.

Wir setzen $t = 3$ in Formel XII ein und erhalten

$$v = 9,81 \cdot 3 = 29,43.$$

Nach 3 sec. freien Falles hat ein Körper eine Geschwindigkeit von 29,43 m erlangt, d. h. wenn sich derselbe vom Ende der dritten Sekunde an mit gleichmäßiger Geschwindigkeit bewegte, würde er in jeder folgenden Sekunde einen Weg = 29,43 zurücklegen.

29. Die Höhe, welche ein Körper in 3 Sekunden durchfällt, soll berechnet werden.

Wir setzen $t = 3$ in Formel XIII ein und erhalten

$$\begin{aligned} h &= \frac{9,81 \cdot 3^2}{2} = \frac{9,81 \cdot 9}{2} = \frac{88,29}{2} \\ &= 44,145 \text{ m.} \end{aligned}$$

Nach Verlauf von 3 Sekunden wird er also eine Höhe = 44,145 m durchfallen haben.

Drittes Kapitel.

12. Gesetz der Trägheit.

30. Dasselbe wurde von Galiläi 1638*) aufgestellt und heißt:
Ein im Zustande der Ruhe befindlicher Körper kann nicht ohne äußere Einwirkung in Bewegung geraten; ein in Bewegung befindlicher Körper kann nicht ohne äußere Einwirkung seinen Bewegungszustand ändern oder zur Ruhe kommen.

31. Der erste Teil des Gesetzes ist leicht einzusehen. Jeder Mensch weiß durch eigene Anschauung, daß ein ruhender Körper nur durch einen äußeren Anlaß, durch eine äußere Kraft in Bewegung kommen kann.

Den zweiten Teil kennen wir nicht durch eigene Anschauung, weil jede Bewegung schließlich aufhört infolge der vorhandenen Widerstände. Wir können aber durch Beobachtung der Natur zu dem Schlusse kommen, daß bewegte Körper, wenn keine äußeren Kräfte, also auch keine Widerstände vorhanden sind, in der Bewegung verharren würden. Wird z. B. eine eiserne Kugel auf gepflasterter Straße mit großer Kraft und insolgedessen auch mit großer Geschwindigkeit ins Rollen gebracht, so wird sie schnell an Geschwindigkeit abnehmen und bald zur Ruhe kommen, weil sie in jeder Sekunde mehrmals gegen eine Steinkante stößt und weil ihr außerdem der Luftdruck entgegenwirkt. Wird ein anderes Mal dieselbe Kugel mit derselben Kraft auf einem guten ebenen Fußweg, etwa aus Ziegeln, in Bewegung gesetzt, so wird sie schon viel weiter rollen, weil der Widerstand bedeutend geringer ist. Wird endlich dieselbe Kugel in gleicher Weise auf einer gut erhaltenen Asphaltstraße ins Rollen gebracht, so wird sie sehr weit laufen, ehe sie zur Ruhe kommt, weil die Widerstände hier schon viel geringer sind. Je geringer also der Widerstand ist, desto weiter bewegt sich der Körper. Wir werden jetzt mit vollem Recht sagen können, der Körper würde, wenn er einmal in Bewegung gesetzt ist, überhaupt nicht zur Ruhe kommen, wenn die äußeren Einwirkungen, hier also die Widerstände Reibung und Luftwiderstand, nicht vorhanden wären.

32. Diese Eigenschaft oder dieses Bestreben der Körper, den Zustand der Ruhe oder der Bewegung, in welchem sie sich gerade befinden, beizubehalten, nennt man „Trägheit“.

33. Nach Satz 31 wird ein Körper, wenn derselbe einmal in Bewegung gesetzt ist, mit der ihm gegebenen Geschwindigkeit,

*) Galiläi war ein berühmter italienischer Philosoph und Astronom, welcher von 1564—1642 lebte.

gleichförmig fortgehen, solange kein Widerstand auf ihn einwirkt. Ist dies dagegen der Fall, so wird die Geschwindigkeit abnehmen, der Körper hat eine verzögerte Bewegung.

Würde statt des Widerstandes eine Kraft in der Richtung der Bewegung auf den Körper wirken, so würde die Geschwindigkeit des Körpers zunehmen, der Körper erhält eine beschleunigte Bewegung.

Wirkt auf die Körper eine Kraft in der Richtung der Bewegung, welche gerade so groß ist, wie der der Bewegung entgegenwirkende Widerstand, so halten sich Kraft und Widerstand in Gleichgewicht, und der Körper bewegt sich mit seiner Anfangsgeschwindigkeit gleichförmig weiter.

Bewegt sich ein Körper gleichförmig, so sagt man: der Körper befindet sich im Beharrungszustande.

Auch der ruhende Körper befindet sich im Beharrungszustande, er bewegt sich gleichförmig mit einer Geschwindigkeit, welche gleich Null ist.

Der Beharrungszustand wird gestört, sobald eine Kraft auf den Körper wirkt. (Auch die Widerstände sind Kräfte, und zwar negative Kräfte)

Wirken mehrere Kräfte so auf einen Körper, daß ihre Wirkungen sich gegenseitig aufheben, die Kräfte im Gleichgewicht sind, so bleibt der Körper im Beharrungszustande.

34. Die Erfahrung lehrt, daß, wenn eine Kraft, welche stets dieselbe Größe behält, auf einen bewegten Körper während einer gewissen Zeit wirkt, der Körper in dieser Zeit eine gleichförmig beschleunigte oder verzögerte Bewegung erhält, je nachdem die Kraft in der Richtung der Bewegung oder in entgegengesetzter Richtung auf den Körper wirkt.

Ein Beispiel hierzu gibt die Schwerkraft, welche im nächsten Satze behandelt wird.

13. Gesetz der Schwere.

35. Dasselbe wurde von Newton*) aufgestellt und lautet: Die Erde übt auf jeden Körper, welcher sich auf derselben befindet, eine Kraft aus, welche nach dem Erdmittelpunkte gerichtet ist. Dieselbe erteilt jedem Körper eine gleiche Beschleunigung, welche wir Fallbeschleunigung nennen.

36. Diese Beschleunigungskraft steht in Beziehung zu jener Schwere oder dem Gewichte des Körpers. Bezeichnet man dieses mit G , die Masse mit m , so ist:

*) Newton (sprich Nintn) war ein berühmter englischer Physiker und Astronom, welcher von 1642—1727 lebte.

$$g = \frac{G}{m} \dots \dots \dots \text{XIV}$$

d. h. die Fallbeschleunigung ist gleich dem Gewichte des Körpers, geteilt durch seine Masse, oder

$$G = m \cdot g \dots \dots \dots \text{XV}$$

d. h. das Gewicht des Körpers findet man, indem man seine Masse m mit der Fallbeschleunigung g multipliziert.

37. Demnach können wir die Masse des Körpers bestimmen, sobald uns sein Gewicht bekannt ist, da wir die Fallbeschleunigung ein für allemal kennen.

Es ist, wie wir schon sahen, $g = 9,81 \text{ m}$, und es wird die Masse:

$$m = \frac{G}{g} \dots \dots \dots \text{XVI}$$

Die Gewichtseinheit ist das Kilogramm (kg).

14. Gesetz der Wechselwirkung (oder Reaktion).

38. „Wenn zwei Körper aufeinander wirken, so treten zwei Kräfte auf, welche gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet sind.“

Es tritt in der Natur überhaupt niemals eine Kraft allein auf, wie folgendes Beispiel beweisen mag.

Ein Stein, welcher auf einem Gerüstbrette liegt, würde sich nach dem Gesetze der Schwere dem Erdboden zu bewegen, er würde fallen und zwar durch sein Gewicht, wenn das Gerüstbrett nicht vorhanden wäre oder plötzlich fortgenommen würde.

Ist aber das Gerüstbrett vorhanden, so ist der Stein im Zustande der Ruhe; das Brett hebt sozusagen das Gewicht des Steines auf, es hat das Gewicht des Steines zu tragen, und dies geschieht durch eine Kraft, welche gleich dem Gewicht des Steines ist. Die Kraft ist in diesem Falle der Gegendruck des Brettes.

39. Häufig werden Lampen an einer Kette oder an einem Draht an der Decke aufgehängt; auch hierbei kommt das Gesetz der Wechselwirkung zur Geltung. Die Kette oder der Draht müssen die Lampe halten, also eine Kraft ausüben, welche ebenso groß ist wie das Gewicht der Lampe.

Aus diesen beiden Beispielen erkennen wir zugleich, wie wir die Kraft messen können, d. h. was wir als Einheit der Kraft setzen können. Da die Kraft gleich einem Gewichte ist, so können wir durch Gewichte auch Kräfte messen, d. h. wir machen die Gewichtseinheit zur Kräfteinheit und haben den Satz:

Die Einheit der Kraft ist das Kilogramm.

Eine Kraft ist 10 kg, heißt demnach, die Kraft ist so groß, daß sie ein Gewicht von 10 kg halten kann.

15. Einteilung der Kräfte.

40. Eine Kraft kann zunächst immer gleich bleibend, also unveränderlich sein. Eine solche unveränderliche Kraft muß z. B. der Draht oder die Kette ausüben, woran die Hängelampe befestigt ist, weil das Gewicht immer gleich bleibt.

Eine Kraft kann aber auch veränderlich sein, dann hat sie in jedem Augenblicke eine andere Größe und wird dann eine „veränderliche“ Kraft genannt.

Eine solche veränderliche Kraft muß z. B. ein Pferd leisten, welches einen Wagen zieht. Besonders auffallend ist dies bei Pferden, welche einen auf Schienen laufenden Straßenbahnwagen ziehen. Zu Anfang müssen sie eine große Kraft leisten, sie müssen sehr stark anziehen, während sie während der Fahrt nur eine geringe Kraft zu leisten brauchen.

41. Die Kräfte kann man unterscheiden in bewegende Kräfte und in widerstehende Kräfte.

Die bewegenden Kräfte haben, wie das Wort sagt, das Bestreben, die in Ruhe befindlichen Körper in Bewegung zu setzen oder die schon vorhandene Bewegung zu unterhalten. Die widerstehenden Kräfte wirken gerade entgegengesetzt, sie haben nämlich das Bestreben, die Bewegung zu vermindern oder aufzuheben. Sie treten stets gleichzeitig mit den bewegenden Kräften auf und wirken denselben entgegen. Sind die widerstehenden Kräfte kleiner als die bewegenden, so vermindern sie nur die Bewegung, sind sie aber denselben gleich, so heben sie die vorhandene Bewegung auf oder verhindern überhaupt eine solche (Gesetz der Wechselwirkung).

Treten mehrere Kräfte zusammen auf, so entstehen zusammengesetzte Kraftwirkungen.

16. Bestimmung einer Kraft.

42. Eine Kraft ist vollständig bestimmt, sobald gegeben ist:

1. ihr Angriffspunkt;
2. ihre Richtung;
3. ihre Größe.

Der Angriffspunkt einer Kraft an einem Körper ist die Stelle, an welcher die Kraft unmittelbar wirkt. Das Gewicht eines Körpers, welches wir auch als Kraft auffassen können, greift im Schwerpunkte desselben an. (Vom Schwerpunkte wird

später gesprochen werden.) Die Richtung einer Kraft ist diejenige Gerade, auf welcher sich der Körper fortbewegt, wenn er der Kraft allein folgt, oder diejenige Gerade, auf welcher sich der Körper fortbewegen würde, entweder wenn keine andere Kraft ihn zurückhielte oder wenn keine andere Kraft ihn aus dieser Richtung ablenken würde. Die Richtung der Schwerkraft ist immer senkrecht.

Die Größe einer Kraft ist bestimmt durch ihr Maß, in Kilogramm ausgedrückt.

17. Der senkrechte Wurf.

43. Ein Stein, welcher senkrecht in die Höhe geworfen wird, würde nach dem Gesetze der Trägheit in dieser Richtung immer weiter fliegen, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn einwirkten. Wir wissen aber aus Erfahrung, daß er nicht sehr hoch fliegt. Sobald er eine gewisse Höhe erreicht hat, kehrt er seine Bewegungsrichtung um und fällt zur Erde zurück und zwar auf demselben Wege. Wenn aber ein Körper seine Bewegungsrichtung umkehrt, so muß, wie wir gesehen haben, eine Kraft auf ihn wirken.

Auf den in die Höhe geworfenen Stein wirkt, genau so wie auf jeden Körper, die Anziehungskraft der Erde, die Schwerkraft. Diese erteilt nun, weil sie der nach oben gerichteten Bewegung entgegengesetzt ist, dem Steine eine negative Beschleunigung (s. Satz 27), also eine Verzögerung und zwar, wie wir schon gesehen haben, eine Verzögerung von der Größe:

$$g = 9,81 \text{ m.}$$

Diese Verzögerung bewirkt in jeder Sekunde eine Abnahme der Geschwindigkeit um 9,81 m. (Verzögerung haben wir ja erklärt als Abnahme der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, also in der sec.) Es ist daher leicht einzusehen, daß ein senkrecht in die Höhe geworfener Stein sehr schnell seine Geschwindigkeit verliert. Nehmen wir z. B. einmal an, derselbe hätte zu Anfang seiner Bewegung eine Geschwindigkeit von 39,24 m. Dann wird er bei der bekannten Verzögerung von 9,81 m (in jeder Sekunde) schon nach 4 Sekunden eine Geschwindigkeitsabnahme von $4 \cdot 9,81 = 39,24 \text{ m}$ erfahren haben. Nach dieser Zeit würde also nach Formel IX seine Geschwindigkeit

$$v = c - p \cdot t = 39,24 - 39,24 = 0$$

geworden sein. In diesem Augenblicke wird der Stein seine Bewegung umkehren und zur Erde zurückfallen. Es gilt also von da an das Gesetz des freien Falles, Formel XII.

$$v = g \cdot t$$

Hier ist g bekannt, t können wir leicht durch Ueberlegung finden: Die Höhe, welche der Stein während des Falles vom höchsten erreichten Punkte bis zur Erde zurücklegt, ist genau so groß wie die erstiegene Höhe. Da der Körper während des Falles eine Beschleunigung erhält, welche eben so groß ist wie die Verzögerung während des Steigens, so muß die Zeit, welche zum Herunterfallen erforderlich ist, ebenso groß sein, wie die Zeit, welche der Stein zur Erreichung des höchstens Punktes gebraucht hat, d. h. die Zeit muß ebenfalls $t = 4$ sec. sein. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper wieder auf der Erde ankommt, ist also nach obiger Gleichung

$$v = 9,81 \cdot 4 = 39,24;$$

d. h. der Stein kommt mit derselben Geschwindigkeit auf der Erde an, mit welcher er in die Höhe geworfen wurde. Zum Herabfallen braucht er dieselbe Zeit wie zur Erreichung des höchsten Punktes.

18. Der Schwerpunkt.

44. Jeder Körper auf der Erde ist dem Gesetze der Schwere unterworfen; er hat das Bestreben, zur Erde zu fallen. Wenn der Körper nicht fallen soll, so muß er unterstützt werden. Er kann entweder mit einer ganzen Fläche oder in einzelnen Punkten unterstützt werden. Während bei der letztgenannten Art im allgemeinen mindestens 3 Unterstützungspunkte erforderlich sind, besitzt jeder Körper einen Punkt mit der Eigenschaft, daß seine Unterstützung allein schon den Körper im Gleichgewichte hält. Dieser Punkt heißt der Schwerpunkt des Körpers. Ebenso hat jede Fläche und jede Linie ihren Schwerpunkt. Von allen gilt der Satz:

Ist ein Körper u. s. w. im Schwerpunkt unterstützt, so ist er in jeder beliebigen Lage im Gleichgewichte.

Der Schwerpunkt ist auch derjenige Punkt, in welchem wir das Gewicht des ganzen Körpers angreifend denken können.

Bemerkung: Wir nehmen bei der Bestimmung des Schwerpunktes an, daß die Körper homogen oder gleichartig seien, d. h. daß z. B. ein obem an jeder Stelle desselben gleiches Gewicht hat, wir betrachten also nicht geometrische, sondern materielle Körper. Der Schwerpunkt wird im allgemeinen mit s oder S bezeichnet.

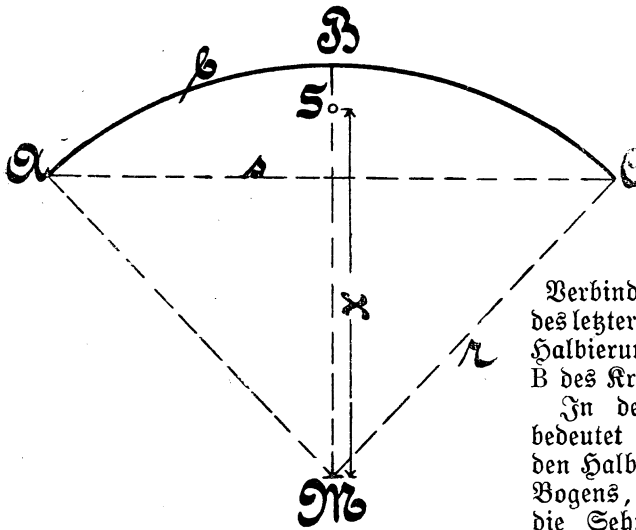
a) Schwerpunkte von Linien.

45. Der Schwerpunkt einer Geraden liegt im Mittelpunkte derselben.

Als materielle Gerade kann man sich einen ganz dünnen Stab oder Draht denken.

46. Der Schwerpunkt einer Kreis- und einer Ellipsenlinie liegt im Mittelpunkte derselben.

47. Der Schwerpunkt eines Kreisbogens ABC (Fig. 1) liegt im Abstände



$$x = \frac{r s}{b}$$

von seinem Mittelpunkte M entfernt, und zwar auf der Verbindungslinie des letzteren mit dem Halbierungspunkte B des Kreisbogens.

In der Formel bedeutet $r = AM$ den Halbmesser des Bogens, $s = AC$ die Sehne und $b = ABC$ die Bogenlänge.

Fig. 1.

Ist der Kreisbogen ein Halbkreis, so wird $s = 2r = \pi r$, also:

$$x = \frac{r \cdot 2r}{\pi r} = \frac{2r}{\pi} \approx 0,637 r$$

b) Schwerpunkte von Flächen.

48. Den Schwerpunkt eines Dreiecks (Fig. 2) findet man, indem man zwei Endpunkte, z. B. A und C mit den Mitten E und D der gegenüberliegenden Seiten verbindet. Der Schnittpunkt beider, also der Punkt S, ist der Schwerpunkt des Dreiecks.

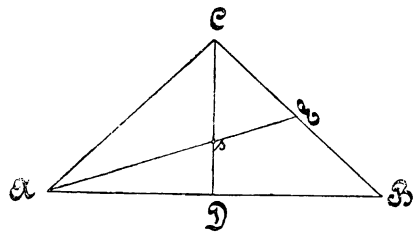


Fig. 2.

49. Der Schwerpunkt eines jeden Parallelogramms liegt im Schnittpunkte der Diagonalen (Fig. 3).

50. Der Schwerpunkt eines Trapezes (Fig. 4) wird folgendermaßen bestimmt:

Zunächst werden die beiden parallelen Seiten AB und CD halbiert und die Halbierungspunkte G und H durch eine gerade

Linie verbunden. Dann werden die beiden parallelen Seiten verlängert und auf der einen die Länge der andern abgetragen.

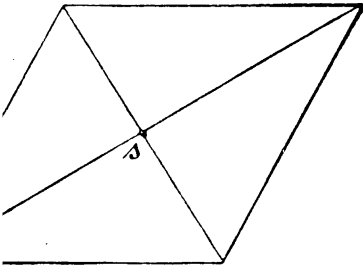


Fig. 3.

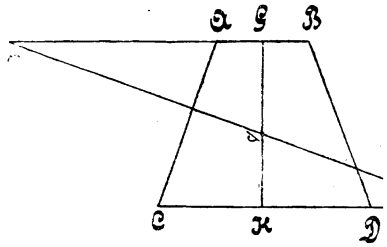


Fig. 4.

Auf der Verlängerung von CD wird die Länge $AB = DE$ und auf der Verlängerung von AB wird die Länge $CD = BF$ abgetragen. Verbinden wir jetzt E mit F, so erhalten wir im Schnittpunkte von EF mit GH, also im Punkte S, den Schwerpunkt des Trapezes.

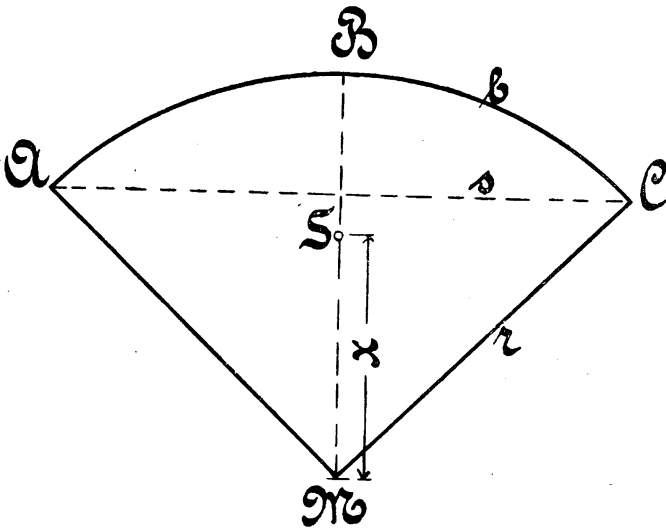


Fig. 5.

51. Der Schwerpunkt eines regelmäßigen Vielecks ist der Mittelpunkt des eingeschriebenen oder, was damit gleichbedeutend ist, der Mittelpunkt des umbeschriebenen Kreises.

52. Der Schwerpunkt eines Kreisabschnittes ABCD (Fig. 5) oder Sektors liegt auf der Halbierungslinie MB des Zentriwinkels AMC in der Entfernung:

$$x = \frac{2}{3} \frac{r \cdot s}{b}$$

Wird der Kreisabschnitt gleich der halben Kreisfläche, so wird $s = 2r$, $b = r\pi$, folglich:

$$x = \frac{4r}{3\pi} \approx 0,424 r.$$

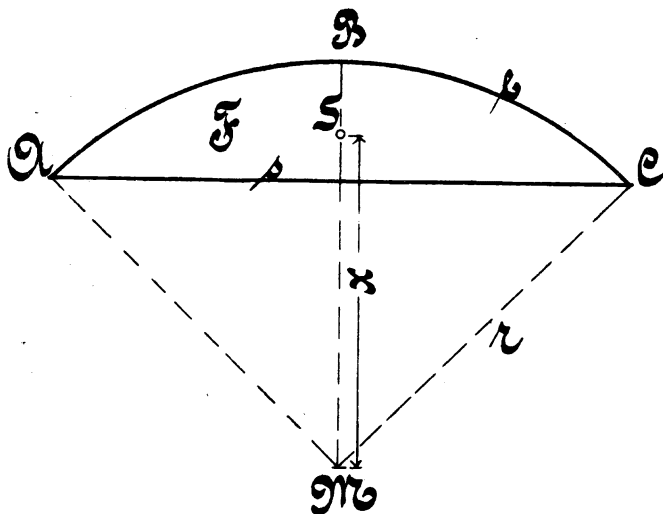


Fig. 6.

53. Der Schwerpunkt eines Kreisabschnittes ABC (Fig. 6) liegt auf der Halbierungslinie des Zentrivinkels AMC in der Entfernung:

$$e = \frac{s^3}{12 F}$$

In dieser bedeutet s die Sehne AB, F den Flächeninhalt des Kreisabschnittes.

c) Schwerpunkte von Körpern.

54. Der Schwerpunkt von Prisma und Zylinder liegt im Mittelpunkte der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Grundflächen.

55. Der Schwerpunkt von Pyramide und Kegel liegt in $\frac{1}{4}$ der Höhe derjenigen Linie, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit der gegenüberliegenden Spitze verbindet.

Viertes Kapitel.

19. Guldinische Regel.

56. Eine nützliche Anwendung der Lehre vom Schwerpunkte gestattet die Guldinische Regel, welche zur Bestimmung der Inhalte von Flächen und Körpern benutzt werden kann.

Die Regel kann jedoch nur bei solchen Flächen und Körpern angewendet werden, welche durch Drehung irgend einer geometrischen Figur entstehen, und deshalb Rotationsflächen bezw. Rotationskörper genannt werden.

Wie solche Flächen oder Körper entstehen können, soll in einigen Beispielen gezeigt werden.

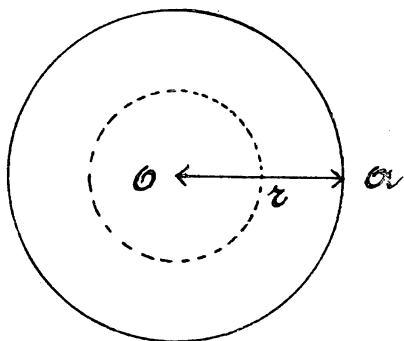


Fig. 7.

Wird eine Strecke OA (Fig. 7) um ihren Endpunkt O so gedreht, daß dieselbe immer in derselben Ebene bleibt, so beschreibt sie eine Kreisfläche.

Wird eine Gerade AB (Fig. 8) um eine Gerade AC gedreht, so beschreibt dieselbe eine Kegelfläche.

Wird ein rechtwinkliges Dreieck ABC um eine Kathete AC gedreht (Fig. 8), so beschreibt dasselbe einen Kegel u. s. f.

Die Guldinische Regel lautet nun:

Der Inhalt einer Rotationsfläche ist gleich der Länge der Linie, durch deren Drehung die Fläche entsteht, multipliziert mit dem Wege, welchen der Schwerpunkt dieser Linie durchläuft.

Der Inhalt eines Rotationskörpers ist gleich dem Inhalt der Fläche, durch deren Drehung der Körper entsteht, multipliziert mit dem Wege, welchen der Schwerpunkt dieser Fläche durchläuft.

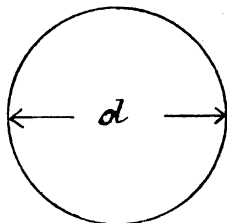
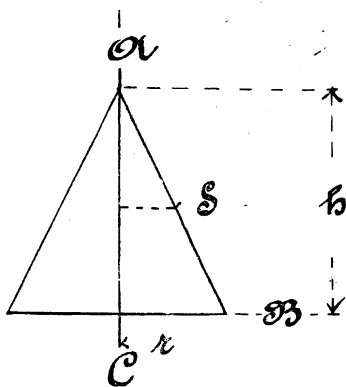


Fig. 8.

Hat die Strecke OA (Fig. 7) eine Länge r , so beschreibt bei der Drehung der Schwerpunkt der Strecke einen Kreis, dessen Radius $\frac{r}{2}$, dessen Umfang mithin gleich πr ist. Der Inhalt der Kreisfläche, welche bei der Drehung der Strecke beschrieben wird, ist mithin:

$$F = r \cdot \pi r = \pi r^2.$$

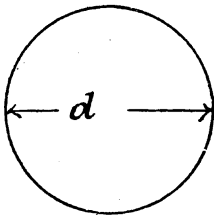
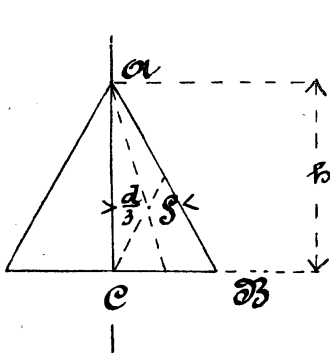


Fig. 9.

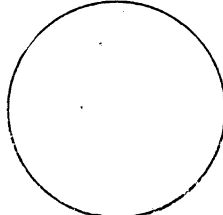
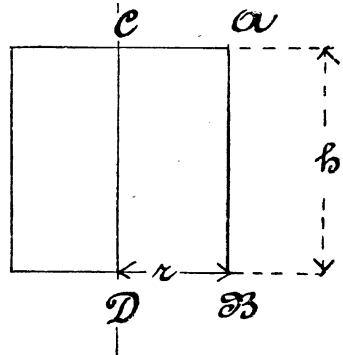


Fig. 10.

Die Strecke AB (Fig. 9) hat eine Länge $l = \sqrt{r^2 + h^2}$. Der Schwerpunkt derselben hat von der Geraden AC den Abstand $\frac{r}{2}$, also ist der Weg, den der Schwerpunkt bei der Drehung der Geraden beschreibt, gleich: $s = 2 \cdot \pi \frac{r}{2} = \pi r$. Der Flächeninhalt des Regelmantels ist daher:

$$F = \sqrt{r^2 + h^2} \cdot \pi r = \frac{\pi d}{2} \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$

wenn d der Durchmesser der Grundfläche des Kegels ist.

Die Gerade AB (Fig. 10), welche eine Länge h haben soll, beschreibt bei der Drehung um die Gerade CD einen Zylinder-

mantel. Der Schwerpunkt von AB beschreibt einen Kreis vom Umfange $2 \pi r$, also ist der Flächeninhalt des Zylindermantels:

$$F = h \cdot 2 \pi r = h \cdot \pi d.$$

Die Halbkreislinie (Fig. 11) beschreibt bei der Drehung um den Durchmesser AB eine Kugeloberfläche. Die Länge dieser Linie ist gleich $\frac{\pi d}{2}$, ihr Schwerpunkt hat vom Durchmesser AB nach Satz 47 den Abstand $\frac{d}{\pi}$, beschreibt also bei der Drehung einen Kreis vom Umfange $2 \pi \cdot \frac{d}{\pi} = 2 d$.

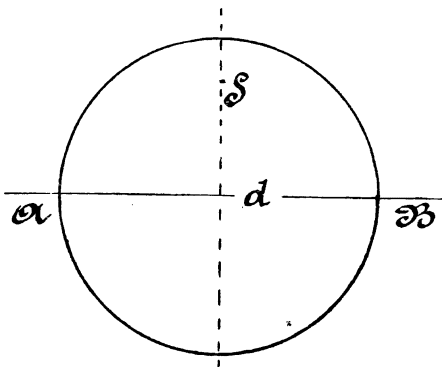
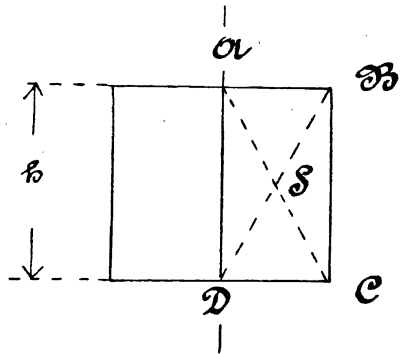


Fig. 11.



Hiernach ist der Inhalt der Kugeloberfläche gleich:

$$F = \frac{\pi d}{2} \cdot 2 d = \pi d^2.$$

Der Inhalt des Dreiecks ABC (Fig. 8) ist gleich $\frac{d h}{4}$, der Schwerpunkt desselben hat nach Satz 48 von der Kathete AC den Abstand $\frac{d}{2} = \frac{d}{6}$.

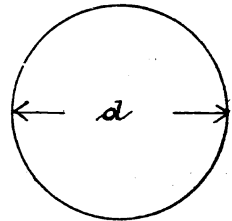


Fig. 12.

Der Kreis, welchen der Schwerpunkt beim Drehen des Dreiecks beschreibt, hat also eine Länge $\frac{1}{3} \pi d$.

Der Inhalt des Kegels ist demnach:

$$V = \frac{1}{3} \pi d \cdot \frac{d h}{4} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}.$$

Das Rechteck ABCD (Fig. 12) hat einen Flächeninhalt

$\frac{h d}{2}$, der Schwerpunkt desselben liegt von der Drehachse AD um $\frac{d}{4}$ ab, beschreibt also bei der Drehung einen Kreis vom Umfange $2\pi \frac{d}{4} = \frac{\pi d}{2}$. Der Inhalt des bei der Drehung des Rechtecks entstehenden Zylinders ist daher:

$$V = \frac{h d}{2} \cdot \frac{\pi d}{2} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h.$$

Der Inhalt der Halbkreisfläche (Fig. 13) ist gleich $\frac{\pi d^2}{8}$,

ihr Schwerpunkt liegt vom Durchmesser AB nach Satz 52 um $\frac{2}{3} \frac{d}{\pi} ab$, beschreibt mithin einen Kreis vom Umfange

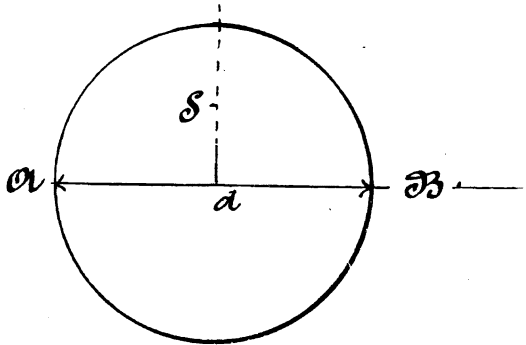


Fig. 13.

$$2\pi \cdot \frac{2}{3} \frac{d}{\pi} = \frac{4}{3} d.$$

Der Inhalt der bei der Drehung der Kreisfläche entstehenden Kugel ist also:

$$V = \frac{\pi d^2}{8} \cdot \frac{4}{3} d = \frac{\pi d^3}{6}.$$

Der Inhalt der Rechteckfläche ABCD (Fig. 14) ist nach den eingeschriebenen Maßen gleich $\frac{D-d}{2} \cdot h$. Der Schwerpunkt der Rechteckfläche liegt von der Drehachse EF um $\frac{d}{2} + \frac{D-d}{4} = \frac{D+d}{4}$ ab. Der Umfang des Kreises, welcher von dem Schwerpunkt beschrieben wird, ist demnach gleich $2\pi \cdot \frac{D+d}{4} = \pi \frac{D+d}{2}$. Hieraus ergibt sich für den Inhalt des Hohlzylinders:

$$V = \frac{D-d}{2} \cdot h \cdot \pi \frac{D+d}{2} = \pi \cdot \frac{(D^2 - d^2)}{4} \cdot h.$$

Hat der in Fig. 15 dargestellte Kreis einen Durchmesser d , und liegt sein Mittelpunkt von der Drehachse AC um R ab,

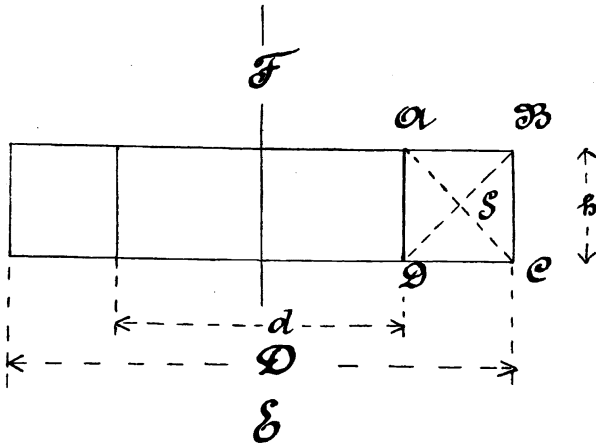


Fig. 14.

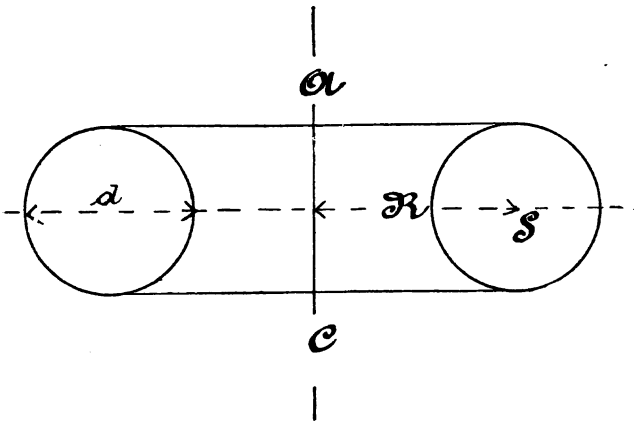


Fig. 15.

so ist der Inhalt des bei der Drehung des Kreises um die Achse entstehenden Kreisringes gleich:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2 \pi R = \frac{\pi^2 d^2}{2} R.$$

Fünftes Kapitel.

20. Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte.

57. In Satz 44 wurde gesagt, daß der Schwerpunkt eines Körpers derjenige Punkt sei, welcher unterstützt werden muß, damit der Körper im Gleichgewicht bleibt.

In der Mechanik wird der Schwerpunkt eines Körpers gewöhnlich als derjenige Punkt bezeichnet, in welchem man sich die ganze Masse des Körpers konzentriert oder vereinigt denken kann.

Wenn nun in der Folge von der Wirkung einer Kraft auf einen Körper die Rede ist, so wird vorausgesetzt, daß die Richtung dieser Kraft durch den Schwerpunkt desselben gehe. Daher betrachten wir einstweilen die Wirkung der Kräfte auf materielle Punkte, d. h. auf unendlich kleine Körper.

In Satz 42 wurde gezeigt, daß eine Kraft bestimmt ist, wenn der Angriffspunkt derselben, ihre Richtung und ihre Größe bekannt ist. Die Einheit des Kräftemaßes ist das kg. Geometrisch wird eine Kraft durch eine Strecke dargestellt, deren einer Endpunkt der Angriffspunkt der Kraft, deren Richtung die Kraft-richtung ist, deren Länge die Größe der Kraft darstellt.

Wirken nun auf einen Punkt zwei Kräfte, P_1 und P_2 (Fig. 16), so wird jede derselben den Punkt in ihrer Richtung zu bewegen suchen. Die Richtung, in welcher sich der Punkt bewegt, erhält man, wenn man aus den beiden Kräften

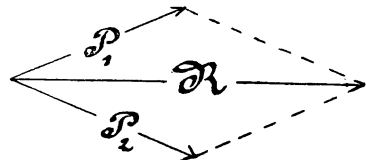


Fig. 16.

ein Parallelogramm zeichnet. Die Diagonale R dieses Parallelogramms gibt die Richtung an, in welcher sich der Punkt bewegt, die Länge der Diagonale gibt die Größe derjenigen Kraft an, welche, wenn dieselbe allein auf den Punkt wirkt, denselben in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie die Kräfte P_1 und P_2 . Diese Kraft R wird die **Mittelkraft** oder **Resultante**, die beiden Kräfte P_1 und P_2 die **Freitenkräfte** oder **Komponenten** genannt.

Wirken auf den Punkt die beiden Kräfte P_1 und P_2 , und eine Kraft R , welche der oben gefundenen an Größe gleich aber entgegengesetzt gerichtet ist (Fig. 17), so bleibt der

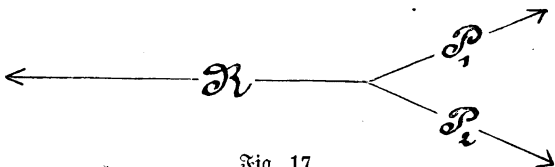


Fig. 17.

gleich aber entgegengesetzt gerichtet ist (Fig. 17), so bleibt der

Punkt im Beharrungszustande. Hatte derselbe vor der Einwirkung der Kräfte keine Bewegung, so bleibt er auch nachher in Ruhe.

Wirken drei Kräfte P_1 , P_2 , P_3 (Fig. 18) auf einen Punkt, so kann man zuerst die beiden Kräfte P_1 und P_2 zusammensetzen und erhält dann eine Resultante r . Diese wird mit P_3 zusammengesetzt, und so die Endresultante R bestimmt. Ebenso kann man zuerst P_1 und P_3 und die hierbei gefundene Resultante mit P_2 zusammensetzen; die Reihenfolge ist hierbei gleichgültig.

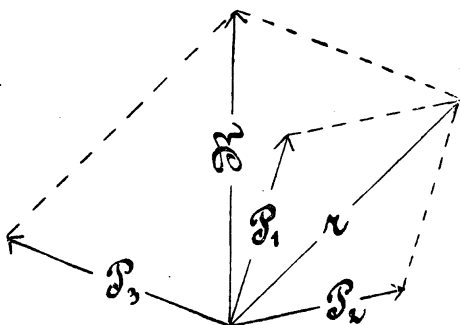


Fig. 18.

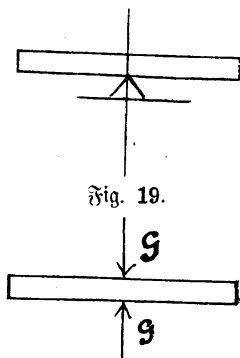


Fig. 19.

Fig. 20.

In derselben Weise werden mehrere Kräfte zusammengesetzt. Stehen hiernach zwei an einem Punkte wirkende Kräfte, welche beide gleich P sind, aufeinander senkrecht, so ergibt sich für die Resultante die Größe:

$$R = \sqrt{P^2 + P^2} = P \cdot \sqrt{2} = 1,41 \cdot P.$$

Die Richtung der Resultante bildet mit den Richtungen der beiden Kräfte P einen Winkel von 45° .

58. Von diesen Sätzen sollen nun einige Anwendungen gemacht werden.

Gesetzt, eine kreisförmige Platte liege auf einer Schneide (Fig. 19), so wird dieselbe dann im Gleichgewicht sein, wenn die Schneide die Platte senkrecht unter dem Schwerpunkt unterstützt. Die Platte wirkt mit einer Kraft, welche gleich ihrem Gewicht G ist und im Schwerpunkt angreift, vertikal abwärts, die Schneide wirkt mit einer ebenso großen Kraft vertikal aufwärts (Fig. 20), beide Kräfte heben sich auf.

Statt dessen kann die Platte auch, wie Fig. 21 zeigt, in zwei Punkten unterstützt werden. In diesen Unterstützungspunkten müssten dann Kräfte P_1 und P_2 wirken, deren Resultante R durch den Schwerpunkt geht, gleich dem Gewichte G der Platte ist, aber vertikal aufwärts wirkt. Ebenso könnte die Platte,

um im Gleichgewicht zu bleiben, in zwei Punkten aufgehängt werden. Die in den Aufhängeisen wirkenden Zugkräfte P_1 und P_2 müssen wiederum eine vertikale aufwärts wirkende Resultante R haben, welche gleich G ist und durch den Schwerpunkt geht. (Fig. 22.)

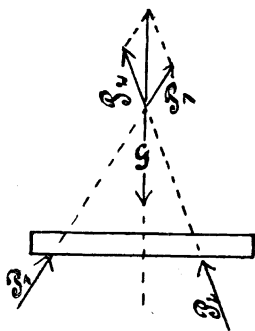


Fig. 21.

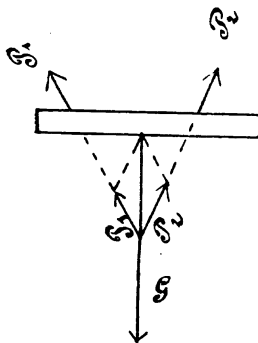


Fig. 22.

Das in Fig. 23 dargestellte, aus drei Stangen gebildete gleichschenklige Dreieck soll in der Spitze aufgehängt und um den Aufhängepunkt drehbar sein. Wird in der Mitte der Basis eine Last G aufgestellt, so wird das Ganze in Ruhe bleiben. Der einzige feste Punkt, welcher die Last aufnehmen kann, ist der Aufhängepunkt. Auf diesen wird die Last G durch die beiden Seitenstangen übertragen. In diesen Stangen wirken also Zugkräfte, deren Resultante gleich G ist.

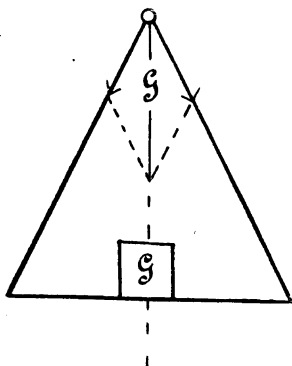


Fig. 23.

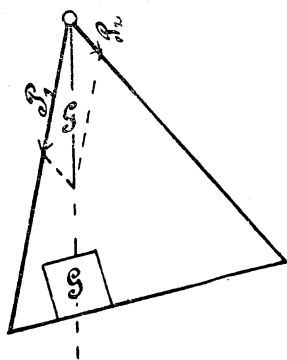


Fig. 24.

In diesem Falle sind diese Zugkräfte einander gleich. Wird nun die Last nach einer Seite verschoben (Fig. 24), so dreht

sich das Dreieck um den Aufhängepunkt so lange, bis der Schwerpunkt der Last vertikal unter dem Aufhängepunkt steht, also die Richtung der Kraft G durch diesen Punkt geht.

Da auch diesmal der Aufhängepunkt die Last aufzunehmen hat und letztere durch die Seitenstäbe dorthin übertragen wird, müssen in den Stäben wiederum Zugkräfte P_1 und P_2 wirken, deren Resultante R gleich G und vertikal gerichtet ist.

Wenn demnach die Last bis in den einen Endpunkt der Basis verschoben wird, so hat die in diesem Endpunkte befestigte Seitenstange die ganze Last nach dem Aufhängepunkt zu übertragen.

59. Nach Satz 44 ist ein Körper im Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt unterstützt ist; demnach ist also der in Fig. 25 dargestellte Körper nicht im Gleichgewicht, vielmehr muß, um denselben im Gleichgewicht zu erhalten, noch eine Kraft P auf denselben wirken, welche mit G zusammengesetzt eine Resultante R liefert. Die Richtung der Resultante muß die Unterstützungsfläche innerhalb der Basis des Körpers schneiden (Fig. 26).

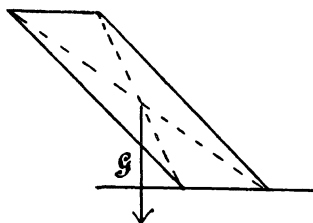


Fig. 25.

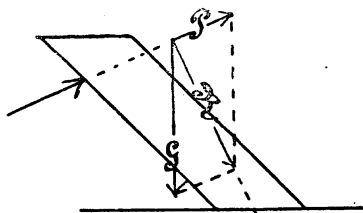


Fig. 26.

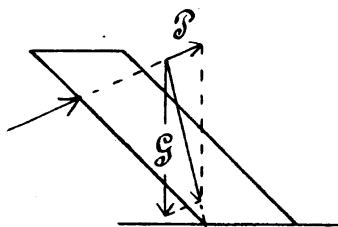


Fig. 27.

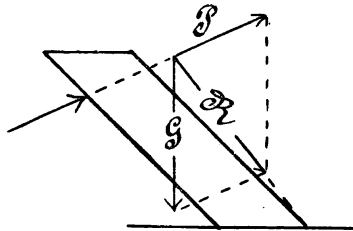


Fig. 28.

Daher darf die Kraft P , wenn sie immer an einem Punkte des Körpers angreift und in derselben Richtung wirkt, nicht beliebig groß sein. Ist dieselbe zu klein, was nach den in der Figur angenommenen Verhältnissen dann der Fall ist, wenn die Resultante die Unterstützungsfläche außerhalb der Basis auf der

linken Seite durchschneidet, so wird der Körper nach links umfallen. Die Kraft P ist zu groß; wenn die Resultante die Stützfläche außerhalb der Basis rechts durchschneidet, dann wird sich der Körper um die rechte untere Kante drehen.

In den Figuren 27 und 28 ist die kleinste und größte Kraft P , welche auf den Körper wirken darf, damit derselbe im Gleichgewicht bleibt, ermittelt.

60. In derselben Weise, wie man Kräfte zusammensetzt, kann man auch einzelne Kräfte nach verschiedenen Richtungen zerlegen.

Wirkt beispielsweise auf einen Körper eine Kraft P senkrecht zur Unterstüßungsfläche desselben (Fig. 29), so wird diese Kraft den Körper nicht bewegen. Die Unterstüßungsfläche wirkt dann mit einer Kraft $P + G$ vertikal aufwärts, wenn G das Gewicht des Körpers ist, hält also den beiden auf den Körper wirkenden Kräften das Gleichgewicht. Wirkt dagegen die Kraft P schief zur Unterstüßungsfläche (Fig. 30), so kann der Körper bewegt

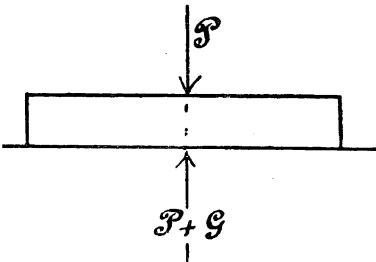


Fig. 29.

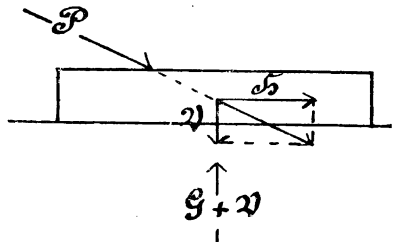


Fig. 30.

werden. Wie aber die Erfahrung lehrt, wirkt die Kraft P dann am günstigsten, wenn dieselbe parallel zur Unterstüßungsfläche wirkt (Fig. 31).

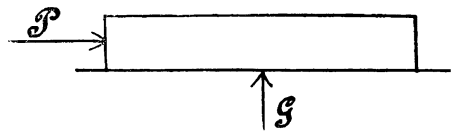


Fig. 31.

Wenn die Kraft P schief wirkt, wirkt nur ein Teil derselben bewegend auf den Körper. Die Kraft P muß dann in zwei zueinander senkrecht stehende Komponenten H und V zerlegt werden, welche die Seiten des Rechtecks sind, wovon P die Diagonale ist. Die Komponente H bewegt den Körper, die Komponente V drückt denselben gegen seine Unterlage, welche mit einer vertikal aufwärts wirkenden Kraft $H + G$ entgegen wirken muß.

Denkt man sich die Kraft P aus der Richtung, wie sie in Fig. 30 gezeichnet ist, aufwärts gedreht, so daß dieselbe immer steiler zu stehen kommt, so wird H immer kleiner, V immer größer werden, schließlich wird H gleich Null und V gleich P . Bei einer Drehung in umgekehrter Richtung wächst H und V nimmt ab, schließlich wird H gleich P und V gleich Null.

Sechstes Kapitel.

21. Die Hebelgesetze.

61. Greifen in den beiden Endpunkten A und B einer Stange zwei Kräfte P_1 und P_2 an (Fig. 32), so würde, wenn

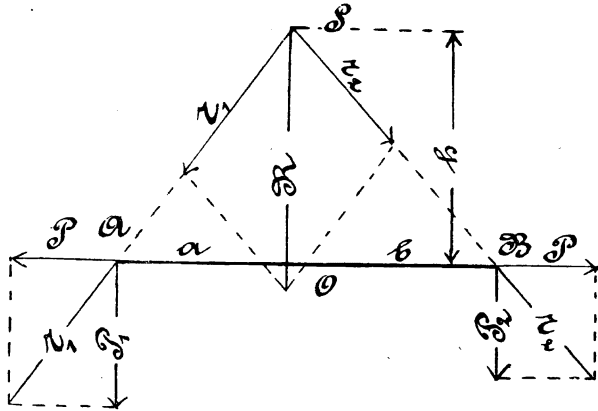


Fig. 32.

in diesen Punkten noch zwei Kräfte P hinzugefügt würden, welche einander gleich, aber entgegengesetzt gerichtet wären, die Bewegung der Stange, welche durch Einwirkung der Kräfte P_1 und P_2 hervorgerufen wurde, nicht geändert, da diese beiden Kräfte P sich aufheben. Die beiden Kräfte P und P_1 haben eine Resultante r_1 , ebenso die Kräfte P und P_2 eine solche r_2 . Beide Resultanten schneiden sich, in ihren Richtungen verschoben, im Punkte S und geben zusammengesetzt eine Endresultante R .

Wenn die beiden Kräfte P_1 und P_2 parallel und senkrecht zur Stange gerichtet sind, hat die Resultante dieselbe Richtung.

Aus der Fig. 32 ersieht man, daß das von den Kräften P_1 , P und r_1 gebildete Dreieck dem Dreieck AOS ähnlich ist, ebenso ist das von den Kräften P_2 , P und r_2 gebildete Dreieck dem Dreieck SOB ähnlich.

und die Verlängerung von AB in einem Punkte O schneidet. Diese Resultante ist, wie sich leicht aus der Figur ergibt:

$$R = P_1 - P_2.$$

Wird die Strecke OA mit a, die Strecke OB mit b bezeichnet, so ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke wie oben:

$$P_1 a = P_2 \cdot b.$$

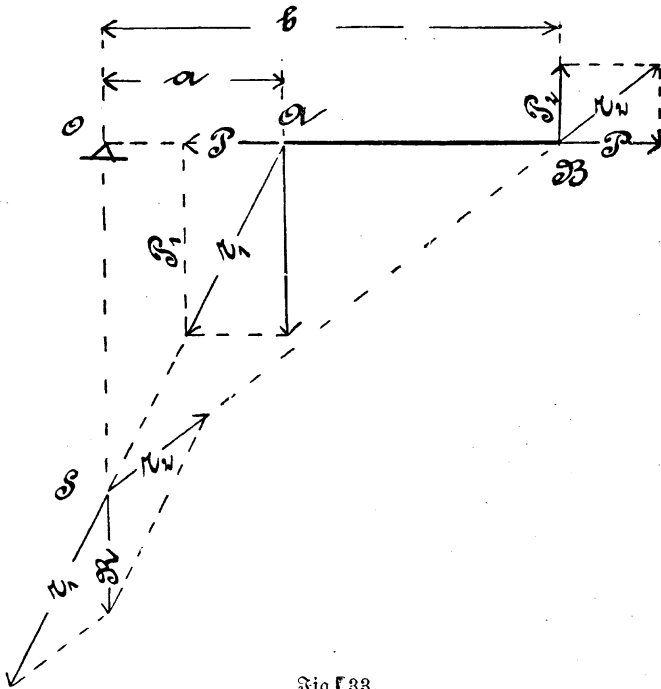


Fig. 33.

Wird im Punkte O eine Kraft R angebracht, welche der oben gefundenen Resultante R gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist, so sind die drei Kräfte P_1 , P_2 und R im Gleichgewicht.

63. Sind die beiden im vorigen Satze angenommenen Kräfte P_1 und P_2 einander gleich, so laufen die beiden Resultanten r_1 und r_2 parallel. Der Schnittpunkt derselben liegt dann im Unendlichen und die Resultante, welche im vorigen Satze gleich der Differenz der beiden Kräfte P_1 und P_2 war, wird gleich Null.

Man nannte zwei solche gleiche Kräfte ein Kräftepaar, und das Produkt aus einer Kraft P und dem Abstände a der Kräfte, also Pa, das Moment des Kräftepaars.

Ein Kräftepaar hat also keine Resultante, dasselbe sucht die Gerade, an welcher die beiden Kräfte angreifen, zu drehen.

64. In Satz 61 wurde gezeigt, daß, wenn zwei Kräfte, die in zwei verschiedenen Punkten angreifen, in Bezug auf einen dritten Punkt, welcher auf der durch die beiden Angriffspunkte gehenden Geraden liegt, im Gleichgewicht sind, ihre statischen Momente in Bezug auf diesen Punkt einander gleich sind.

Bringt man in diesem Punkte, der oben mit O bezeichnet wurde, eine Kraft R an, welche beim zweiarmigen Hebel gleich der Summe $P_1 + P_2$, beim einarmigen Hebel gleich der Differenz $P_1 - P_2$ ist, aber in entgegengesetzter Richtung wie die dort erhaltene Resultante wirkt, so hat man drei parallele Kräfte, deren Resultante gleich Null ist, welche sich im Gleichgewicht halten.

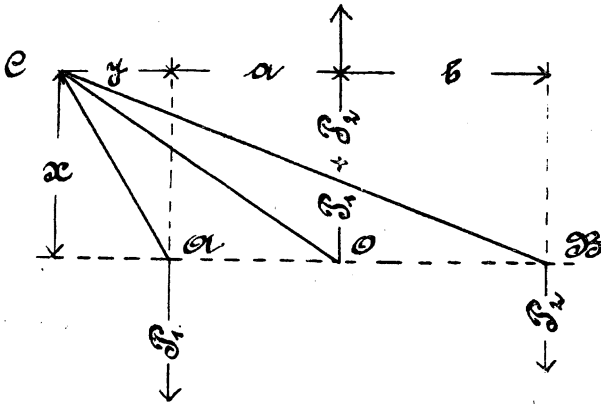


Fig. 34.

Werden die Angriffspunkte A, B und O der drei Kräfte mit einem beliebigen Punkte C verbunden (Fig. 34), welcher von der Geraden AB den Abstand x, von der Richtung der Kraft P_1 den Abstand y hat, so sind die statischen Momente der beiden Kräfte P_1 und P_2 in Bezug auf den Punkt C gleich dem statischen Moment der Resultante in Bezug auf diesen Punkt. Denn setzt man:

$$P_1 y + P_2 (y + a + b) = R (y + a) = (P_1 + P_2) (y + a),$$

so ergibt sich:

$$P_1 y + P_2 y + P_2 a + P_2 b = P_1 y + P_2 y + P_1 a + P_2 a.$$

$$P_2 b = P_1 a,$$

welche Gleichung in Satz 61 bewiesen wurde.

Gewöhnlich bezeichnet man die Momente derjenigen Kräfte, welche um den Punkt, auf welchen die Momente bezogen sind, rechts drehen, wie in Fig. 34 die Kräfte P_1 und P_2 , als positive, die Momente entgegengesetzt drehender Kräfte als negative Momente und schreibt die obige Gleichung:

$$P_1 y + P_2 (y + a + b) - R (y + a) = 0.$$

Die algebraische Summe der Momente der drei Kräfte P_1 , P_2 und R in Bezug auf einen beliebigen Punkt ist also gleich Null.

Derselbe Satz läßt sich auch für den einarmigen Hebel, wie auch für vier und mehr Kräfte, welche sich im Gleichgewicht halten, leicht beweisen, so daß allgemein gesagt werden kann:

Sind drei oder mehrere Kräfte im Gleichgewicht, so ist die Summe der statischen Momente derselben in Bezug auf einen beliebigen Punkt gleich Null.

Und umgekehrt:

Ist die Summe der statischen Momente dreier oder mehrerer Kräfte in Bezug auf einen beliebigen Punkt gleich Null, so sind die Kräfte im Gleichgewicht.

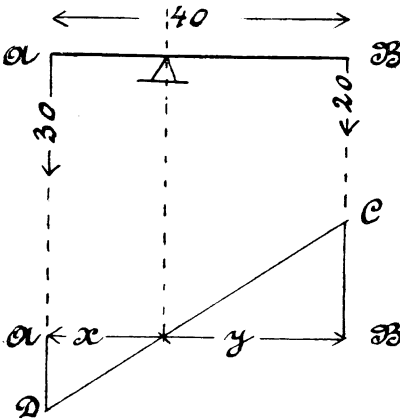


Fig. 85.

Werden daher die Abstände der Kräfte vom Punkte O mit x und y bezeichnet, so ist:

$$30x = 20y,$$

$$x = \frac{2}{3}y.$$

Nun ist aber

$$x + y = 40 \text{ cm.}$$

Wird in die letzte Gleichung statt $x = \frac{2}{3}y$ gesetzt, so ergibt sich:

65. Die Anwendung dieser Sätze soll an einigen Beispielen gezeigt werden:

a) Gesetzt, an den Enden einer Stange AB wirken zwei parallele Kräfte von 30 und 20 kg; die Stange soll 40 cm lang sein (Fig. 35). Wo greift die Resultante $R = 30 + 20 = 50$ kg an?

Nach Satz 61 befindet sich der Angriffspunkt O der Resultante zwischen den Punkten A und B.

Die statischen Momente der Kräfte in Bezug auf den Punkt O müssen gleich sein.

$$\frac{2}{3}y + y = 40,$$

$$\frac{5}{3}y = 40,$$

$$y = 24, x = 16.$$

Der Angriffspunkt O der Resultante läßt sich auch leicht durch geometrische Konstruktion bestimmen. Im Punkte B wird die Kraft von 30 kg senkrecht, zu AB in irgend einem Maßstab aufgetragen, beispielsweise 30 mm (Fig. 35); ebenso in A 20 kg (20 mm), aber in entgegengesetzter Richtung. Die Verbindungslinie der Endpunkte C und D der Kräfte schneidet die Gerade AB im Punkte O.

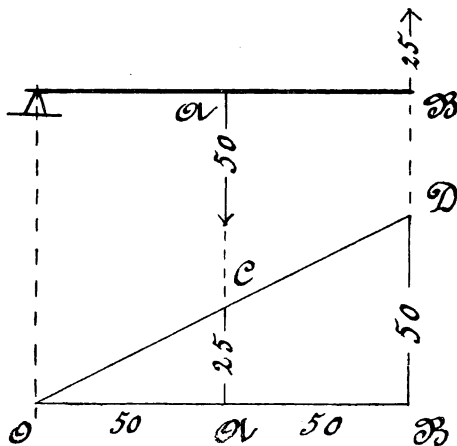


Fig. 36.

b) Zwei Kräfte von 50 kg und 25 kg wirken in zwei Punkten A und B einer Stange, welche 50 cm voneinander liegen. Die Kräfte wirken senkrecht zur Stange, aber in entgegengesetzter Richtung (Fig. 36). Wo liegt der Angriffspunkt der Resultante $R = 50 - 25 = 25$ kg oder der Stützpunkt des einarmigen Hebels?

Nach Satz 62 liegt der Stützpunkt O außerhalb der Strecke AB. Werden die Abstände des Punktes O von A und B mit x und y bezeichnet, so muß sein:

$$50x = 25y,$$

$$x = \frac{y}{2}.$$

Nun ist aber:

$$y - x = 50 \text{ cm},$$

oder: $y - \frac{y}{2} = \frac{y}{2} = 50 \text{ cm},$
 $y = 100 \text{ cm}, x = 50 \text{ cm}.$

Zur geometrischen Bestimmung des Punktes O wird die Kraft 50 in B, die Kraft 25 in A, aber diesmal in derselben Richtung aufgetragen (Fig. 36). Der Schnittpunkt O der Verbindungslinie CD mit AB ist dann wieder der gesuchte Punkt.

c) In einem Punkte O einer Stange, welcher von den Endpunkten A und B die Entfernungen von 20 und 10 cm hat, wirkt eine Kraft von 30 kg. Wie groß müssen die in den Punkten A und B wirkenden Kräfte P_1 und P_2 sein, welche der Kraft von 30 kg das Gleichgewicht halten?

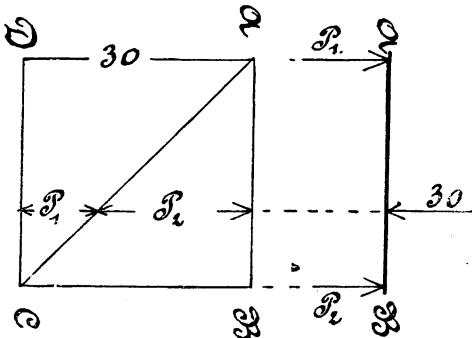


Fig. 37.

Die Kräfte P_1 und P_2 sind hier die Komponenten und die Kraft von 30 kg die Resultante (s. Satz 61). Daher muß sein:

$$P_1 \cdot 20 = P_2 \cdot 10,$$

$$P_1 = \frac{P_2}{2}.$$

Nun ist aber:

$$P_1 + P_2 = 30 \text{ kg}.$$

Daher:

$$P_1 + P_2 = \frac{3}{2} P_2 = 30 \text{ kg},$$

$$P_2 = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20 \text{ kg}, P_1 = 10 \text{ kg}.$$

Zur geometrischen Bestimmung der beiden Kräfte P_1 und P_2 wird aus der Länge AB und der Kraft von 30 kg ein Rechteck ABCD gezeichnet (Fig. 37) und die Diagonale AC gezogen. Diese teilt die durch den Punkt O gehende Senkrechte OS in zwei Strecken, wovon die eine gleich P_1 , die andere gleich P_2 ist.

d) Auf eine Stange von 60 cm Länge wirken zwei Kräfte von 50 und 40 kg. Die Entfernungen ihrer Angriffspunkte von den Endpunkten A und B der Stange seien 20 bzw. 10 cm (Fig. 38). Wie groß sind die beiden in den Punkten A und B wirkenden Kräfte P_1 und P_2 , welche den gegebenen Kräften das Gleichgewicht halten?

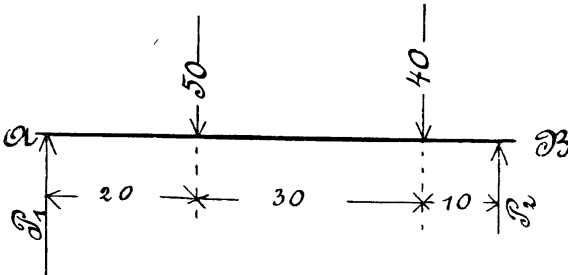


Fig. 38.

Die Bestimmung der Kräfte P_1 und P_2 sollen nach Satz 64 geschehen und als Punkt, worauf die Momente bezogen werden sollen, einstweilen der Punkt A gewählt werden. Die Kraft P_1 hat dann in Bezug auf diesen Punkt ein statisches Moment gleich Null, da der Hebelarm derselben gleich Null ist. Nach Satz 64 ist dann:

$$\begin{aligned} 50 \cdot 20 + 40 \cdot 50 - P_2 \cdot 60 &= 0, \\ P_2 \cdot 60 &= 3000, \\ P_2 &= \frac{3000}{60} = 50 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Werden die statischen Momente auf den Punkt B bezogen (man sagt gewöhnlich: Wird der Punkt B als Drehpunkt angenommen), so ergibt sich die Gleichung:

$$\begin{aligned} 40 \cdot 10 + 50 \cdot 40 - P_1 \cdot 60 &= 0, \\ P_1 \cdot 60 &= 2400, \\ P_1 &= \frac{2400}{60} = 40 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Die Summe der beiden Kräfte P_1 und P_2 ist gleich der Summe der beiden gegebenen Kräfte. Daher kann man, wenn aus der Momentengleichung die eine Kraft P_1 oder P_2 bestimmt ist, die andere leicht aus der Gleichung:

$$P_1 + P_2 = 40 + 50 = 90 \text{ kg}$$

bestimmen.

Setzt man beispielsweise in diese Gleichung für P_2 50 kg ein, so ergibt sich für P_1 40 kg.

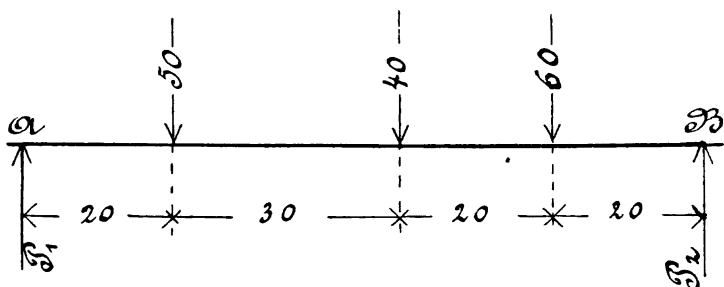


Fig. 39.

e) Bei den in Fig. 39 dargestellten Kräften ergibt sich, wenn der Punkt A als Drehpunkt gewählt wird, die Momentengleichung:

$$50 \cdot 20 + 40 \cdot 50 + 60 \cdot 70 - P_2 \cdot 90 = 0,$$

$$P_2 \cdot 90 = 7200,$$

$$P_2 = \frac{7200}{90} = 80 \text{ kg.}$$

Wird der Punkt B als Drehpunkt angenommen, so ergibt sich:

$$60 \cdot 20 + 40 \cdot 40 + 50 \cdot 70 - P_1 \cdot 90 = 0,$$

$$P_1 \cdot 90 = 6300,$$

$$P_1 = \frac{6300}{90} = 70.$$

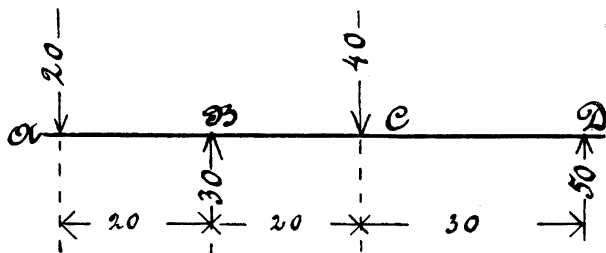


Fig. 40.

f) Es soll der Unterstützungspunkt der in Fig. 40 dargestellten Kräfte bestimmt werden.

Durch den Unterstützungspunkt geht die Resultante, welche in diesem Falle gleich 20 kg ist und vertikal nach oben wirkt. Um das Gleichgewicht herzustellen, muß eine Kraft von 20 kg

im Unterstützungspunkt nach unten wirken. Wir wählen A als Drehpunkt und bezeichnen die Entfernung des Unterstützungspunktes von A mit x , dann ist:

$$\begin{aligned} 40 \cdot 40 + 20x - 30 \cdot 20 - 50 \cdot 70 &= 0, \\ 20x &= 30 \cdot 20 + 50 \cdot 70 - 40 \cdot 40, \\ 20x &= 2500, \\ x &= \frac{2500}{20} = 125 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Der Unterstützungspunkt liegt also in einer Entfernung von 125 cm vom Punkte A nach rechts.

g) Die Hebelgesetze können auch zur Bestimmung der Schwerpunkte zusammengesetzter Flächen und Körper benutzt werden.

Nach Satz 57 ist der Schwerpunkt einer Fläche oder eines Körpers derjenige Punkt, in welchem man sich die ganze Fläche bzw. den ganzen Körper konzentriert denken kann.

Eine zusammengesetzte Fläche, wie z. B. die in Fig. 41 dargestellte, hat einen Schwerpunkt, in welchem die Resultante aus den Gewichten der einzelnen Flächenteile angreift.

Bringt man in demselben eine Kraft an, welche gleich dem Gewichte der ganzen Fläche ist, aber entgegengesetzt wie dieses wirkt, so wird die Fläche im Gleichgewicht sein.

Daher ist die Summe der statischen Momente der Gewichte der einzelnen Flächenteile und der entgegengesetzt wirkenden Resultante in Bezug auf einen beliebigen Punkt gleich Null.

Statt der Gewichte der einzelnen Flächen können deren Inhalte genommen werden.

Die in Fig. 41 dargestellte Fläche kann in zwei Rechtecke zerlegt werden. Der Inhalt des einen Rechtecks ist gleich $b h$, sein Schwerpunkt hat von der unteren Kante, auf welche die Momente bezogen werden sollen, den Abstand $\frac{h}{2}$. Der Inhalt des anderen Rechtecks ist gleich $b_1 h_1$, sein Schwerpunkt liegt von der unteren Kante um $h + \frac{b_1}{2}$ ab. Der Inhalt der ganzen Fläche

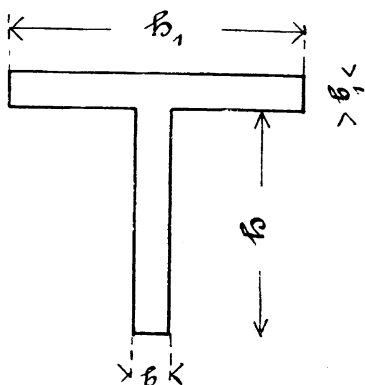


Fig. 41.

ist gleich $b h + b_1 h_1$. Wird daher der Abstand des Schwerpunktes der ganzen Fläche von der unteren Kante mit x bezeichnet, so ist

$$\frac{b h \cdot h}{2} + b_1 h_1 \cdot \left(h + \frac{b_1}{2} \right) - (b h + b_1 h_1) x = 0.$$

$$(b h + b_1 h_1) x = \frac{b h^2}{2} + b_1 h_1 h + \frac{b_1^2 h_1}{2}.$$

$$x = \frac{\frac{b h^2}{2} + b_1 h_1 h + \frac{b_1^2 h_1}{2}}{b h + b_1 h_1}$$

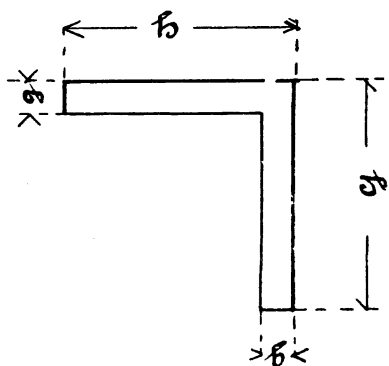


Fig. 42.

Durch diese Gleichung wäre der Abstand des Schwerpunktes von der unteren Kante bestimmt. Der Schwerpunkt liegt außerdem auf der Mittellinie oder Symmetrieachse der Fläche, seine Lage ist also bekannt.

In derselben Weise kann der Schwerpunkt der in Fig. 42 dargestellten Fläche bestimmt werden. Es ergibt sich für den

Abstand desselben von der unteren Kante:

$$x = \frac{\frac{b \cdot h^2}{2} + (h - b) \cdot b \left(h - \frac{b}{2} \right)}{h b + (h - b) b}$$

$$= \frac{3 h^2 - 3 b h + b^2}{2 (2 h - b)}.$$

Die Symmetrieachse der Fläche, auf welcher der Schwerpunkt liegen muß, ist die Diagonale des Rechtecks, welches man aus den Seiten h zeichnen kann.

Siebentes Kapitel.

22. Anwendungen des Hebels.

66. Der Hebel findet in der Technik sowohl wie im gewerblichen Leben eine ausgedehnte Anwendung. Da der Techniker nicht allein in seinem Beruf den Hebel in den verschiedensten Formen gebraucht, sondern auch bei der Verwendung der verschiedenen Hebelformen im gewerblichen Leben oftmals als Ratgeber zugezogen wird, endlich das Studium der Wirkung der

verschiedenen Anwendungsformen sehr belehrend ist, sollen hier die wichtigsten Anwendungen des Hebels näher betrachtet werden.

67. Eine ausgedehnte Anwendung findet der Hebel bei der Wage. Unter einer Wage versteht man ein zur Ausführung von Gewichtsvergleichungen dienendes Instrument. Solche Instrumente mit ähnlichen Namen, welche zu andern Zwecken dienen, wie beispielsweise die Wasserwage und Sezwage, sollen hier nicht betrachtet werden.

Die Wage ist ein unentbehrliches Instrument im Handelsverkehr geworden, denn der Wert einer Ware hängt außer von der Güte derselben noch von ihrer Masse oder ihrem Gewichte ab. Das Gewicht der Ware wird aber in der Weise bestimmt, daß man dasselbe mit Hilfe der Wage mit einem bekannten Gewicht, dessen Einheit in Deutschland und verschiedenen andern europäischen Staaten das Kilogramm ist, vergleicht.

Jede im Handel benutzte Wage muß von einem Sachamte geprüft und gestempelt sein. Die Anforderungen, welche die Kaiserliche Normal-Eichungs-Kommission an eine Wage stellt, lassen sich in folgenden Punkten zusammenfassen:

1. Jede Wage muß, wenn sie durch Anstoßen mit der Hand aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht wird, nach einigen Schwingungen wieder in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.
2. Jede Wage muß eine gewisse Empfindlichkeit besitzen, d. h. die Fähigkeit haben, genügend kleine Bruchteile der Gewichtseinheit meßbar zu machen. Die Empfindlichkeit, welche man an eine Wage stellt, wird nach der Maximallast bestimmt, welche dieselbe tragen darf.
3. Wiederholte Wägungen mit einer Wage und denselben Gewichten dürfen nur Unterschiede von gewisser Größe ergeben.
4. Die Konstruktion und Ausführung der Wage muß eine Garantie für die Erhaltung der vorhandenen Eigenschaften geben. Die Dimensionen der einzelnen Teile müssen also derart bemessen sein, daß durch die Belastungen keine Formveränderungen herbeigeführt werden. Das Material, aus welchem die Wage hergestellt ist, muß eine gewisse Güte haben u. s. w.

68. Die einfachste und am meisten gebrauchte Wage ist die gewöhnliche Balkenwage. Der Wagebalken ist ein zweiarziger Hebel, mit gleich langen Armen. Die eine der beiden angehängten Schalen dient zum Auflegen der Ware, deren Gewicht bestimmt werden soll, die andere zum Auflegen der Gewichtsstücke. Der Wagebalken ruht in der Mitte mit zwei Schneiden

in Lagern, die bei Stehwagen auf der Wage säule, bei Hängewagen an der Hängegabel befestigt sind. Soll der Wagebalken stets ein gleicharmiger Hebel sein, so muß der Unterstützungspunkt desselben immer genau in der Mitte zwischen den Aufhängepunkten der Wageschalen liegen. Diese drei Punkte müßten also, streng genommen, geometrische Punkte, also Punkte ohne Ausdehnung sein. Derartige Punkte lassen sich aber nicht ausführen, die Auflagerteile des Wagebalkens wie auch die Teile desselben, an welche die Schalen gehängt werden, müssen doch aus Material hergestellt werden und haben daher eine körperliche Ausdehnung. Die Form dieser Teile wird demnach so gewählt werden müssen, daß ihre Wirkung derjenigen des Punktes

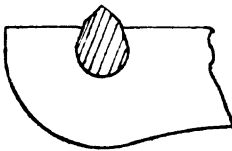


Fig. 43.

möglichst nahe kommt. Dieser Bedingung genügt am besten die Form der Schneide, welche man bei den meisten Wagen findet. Das Auflager der Schneide, die Pfanne, bildet entweder eine ebene oder gerundete Fläche. Fig. 43 zeigt die Schneide für die Schale, Fig. 44 die Lagerung des Balkens. In der Mitte über dem Wagebalken ist eine Zunge angebracht, welche den Ausschlag der Wage auf einer Skala angibt.

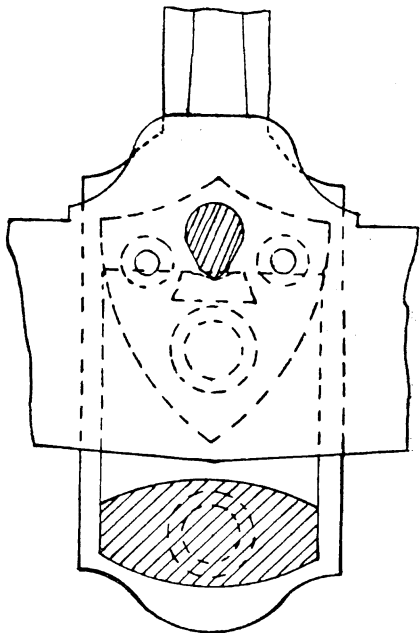


Fig. 44.

Die Prüfung einer Balkenwage kann in der Weise erfolgen, daß zuerst ein auf eine Schale gelegter Körper durch Auflegen von Gewichten auf die andere Schale ins Gleichgewicht gebracht und dann der Körper mit den Gewichten vertauscht wird. Gibt eine Wage für einen Körper bei zweimaligem Wiegen die Gewichte Q_1 und Q_2 an, und wären a und b die beiden einstweilen als ungleich anzuzehende Hebelarme, so ergibt sich das wirkliche Gewicht Q_0 aus den Gleichungen

$$\begin{array}{r}
 Q_0 \cdot a = Q_1 b \\
 Q_0 \cdot b = Q_2 a \\
 \hline
 Q_0^2 \cdot ab = Q_1 Q_2 \cdot ab \\
 Q_0^2 = Q_1 Q_2 \\
 Q_0 = \sqrt{Q_1 \cdot Q_2}
 \end{array}$$

Das wirkliche Gewicht wäre also gleich dem geometrischen Mittel aus den beiden ermittelten Gewichten.

Annähernd könnte man auch setzen:

$$Q_0 = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

dann wäre das wirkliche Gewicht gleich dem arithmetischen Mittel aus den beiden ermittelten.

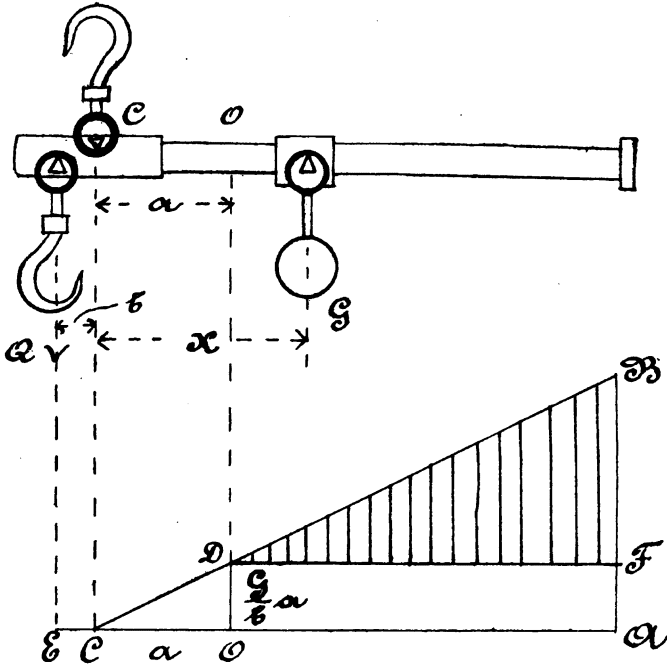


Fig. 45.

69. Von den Wagen mit ungleichen Armen ist die Schnellwage oder römische Wage am meisten in Gebrauch (Fig. 45). An dem kürzeren Arm des Balkens hängt eine Schale, an dem längeren eingeteilten Arme ein verschiebbares Gewicht, das sog. Laufgewicht. Dieses Gewicht wird nach Auflegen des zu wiegenden Körpers so lange verschoben, bis es mit diesem

Körper ins Gleichgewicht kommt. Ist a der Hebelarm CO des Laufgewichts G , wenn dasselbe die leere Schale ins Gleichgewicht bringt, so wäre das statische Moment der Schale:

$$M_0 = G \cdot a.$$

An der Stelle O , wo sich das Laufgewicht in diesem Falle befindet, also im Abstände a vom Drehpunkte C , beginnt die Teilung des längeren Armes. Muß das Laufgewicht G um eine Strecke x vom Punkte C verschoben werden, um irgend einen auf die Schale gelegten Körper im Gleichgewicht zu halten, so ist Gx das Moment des Laufgewichts gleich der Summe der Momente der Schale und des Körpers.

Das Moment des Körpers allein ist also gleich $G(x - a)$. Ist nun der Aufhängepunkt der Schale vom Drehpunkte C um b entfernt, so ergibt sich das Gewicht Q des Körpers aus der Gleichung:

$$Qb = G(x - a)$$

$$Q = \frac{G}{b} \cdot (x - a)$$

Demnach nimmt das Gewicht des Körpers proportional mit dem Abstand des Laufgewichts vom Punkte O zu.

Die Einteilung des längeren Armes kann in der Weise geschehen, daß zuerst der Punkt O ermittelt wird, in welchem das Laufgewicht mit der Schale im Gleichgewicht steht. Dann wird das Laufgewicht bis zum Ende des Armes verschoben und durch Gewichtstücke, welche auf die Schale gelegt werden, ins Gleichgewicht gebracht. So ergibt sich die größte Last, welche mit der Wage und dem vorhandenen Laufgewicht gewogen werden kann. Ist Q dieses Gewicht und l die Länge des Arms vom Punkte O bis zum Ende, so wäre $\frac{l}{Q}$ die Einheit der Einteilung,

welche auf dem Arme anzubringen wäre. Ist z. B. die Last gleich 150 kg, wenn das Laufgewicht am Ende steht, so wäre die Strecke von O bis zum Ende in 150 Teile zu teilen. Muß bei irgend einer Last das Laufgewicht auf 120 gestellt werden, um Gleichgewicht herzustellen, so wäre die Last gleich 120 kg.

In Fig. 45 ist das Gewicht der Last für die verschiedenen Punkte des Armes, in welche das Laufgewicht gestellt werden muß, graphisch dargestellt. Die Ordinaten des Dreiecks DFB geben die Gewichte für die verschiedenen Stellungen des Laufgewichts an. In dem Punkte Q ist das Gewicht $\frac{G}{b} \cdot a$ in der Länge OD dargestellt und dieser Punkt mit dem Aufhängepunkt C verbunden. Diese Verbindungslinie gibt mit der durch den Punkt D gezogenen Horizontalen und der durch den Endpunkt des Wagebalkens gezogenen Vertikalen das Dreieck DFB .

Achtes Kapitel.

(Fortsetzung.)

70. Die im letzten Kapitel betrachteten Wagen haben verschiedene Uebelstände. So z. B. muß man bei der gewöhnlichen Balkenwage so viel Gewichte haben, wie die Last schwer ist. Bei allen bisher betrachteten Konstruktionen ist die hängende Wagschale zur Aufnahme der Last, namentlich dann, wenn die Last groß ist, ein sehr fühlbarer Uebelstand; eine nach oben vollständig freie Platte ist entschieden bequemer.

Deshalb werden zur Bestimmung der Gewichte großer Lasten meistens oberhalbige Wagen, Tafelwagen oder Brückenwagen genannt, verwendet. Bei denselben steht das Gewicht und die Last immer in einem bestimmten Verhältnis, welches in Deutschland nur 1 : 10 oder 1 : 100 betragen darf. Diese Wagen werden Dezimal- bezw. Zentesimalwagen genannt. Von den vielen derartigen Wagen können hier nur diejenigen betrachtet werden, welche die meiste Verwendung finden.

Die erste Bedingung, welche man an jede Schalen- oder Brückenwage stellt, ist die, daß die Schale oder Brücke so geführt sein muß, daß irgend eine mit ihr fast verbunden gedachte Horizontalebene ihrer Anfangslage parallel, also stets horizontal bleibt, wenn die Wage schwingt.

In welcher Weise dies erreicht wird, soll bei den einzelnen Konstruktionen gezeigt werden.

71. Zur Erklärung der Wirkung der Brückenwage soll zuerst die in Fig. 46 dargestellte Konstruktion betrachtet werden. Die Brücke OD, auf welche die Last gesetzt werden soll, ist im Punkte O gestützt und im Punkte D mittelst der Stange CD aufgehängt. Diese Stange greift bei C in den Wagebalken CB. Hat die Last vom Stützpunkte O den Abstand x , so ist die Zugkraft Z , welche in der Stange CD durch die Last hervorgerufen wird, durch die Momentengleichung:

$$Qx = Za$$

bestimmt, wenn a gleich OD ist.

Hieraus ergibt sich:

$$Z = \frac{Qx}{a}$$

Diese Zugkraft ist also von der Lage der Last Q , bezw. dem Abstand des Schwerpunktes dieser Last von dem Stützpunkte O abhängig.

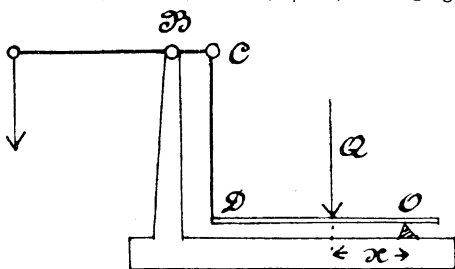


Fig. 46.

Hiernach ist auch das Moment Z_b dieser Zugkraft an dem Wagebalken von der Lage der Last abhängig und bei jeder Lage werden die zur Herstellung des Gleichgewichts auf die Schale am linken Ende von AB aufzulegenden Gewichte andere sein. Daß diese Vorrichtung in dieser Form nicht als Wage benutzt werden kann, leuchtet ohne weiteres ein. Um aus derselben eine brauchbare Wage zu machen, muß dieselbe in der Weise geändert werden, daß die Lage der Last auf der Brücke ohne Einfluß auf die Gewichtsbestimmung ist.

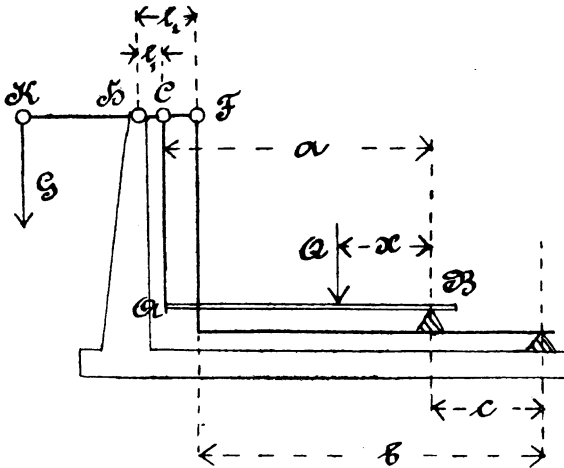


Fig. 47.

72. Dieses ist bei der Dezimalwage von Quintez, deren Konstruktion in Fig. 47 schematisch dargestellt ist, erreicht. Hier ist die zur Aufnahme der Last dienende Brücke AB in dem einen Endpunkt A mittelst der Zugstange AC aufgehängt, während sie an dem andern Endpunkte B auf einer aus zwei Stangen gebildeten Gabel ruht. Diese Stangen laufen in einem Punkte zusammen und sind dort mittelst einer Zugstange in F an dem Wagebalken aufgehängt, während sie am andern Ende auf dem Gestell der Wage ruhen.

Wird auf die Brücke eine Last Q gelegt, welche vom Stützpunkt den Abstand x hat, so ist die Zugkraft in der Stange AC gleich

$$Z_1 = \frac{Qx}{a},$$

wenn a die Länge AB der Brückenfläche ist.

Für den Auflagerdruck der Brücke im Punkte B ergibt sich:

$$B = Q - Z_1 = Q \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)$$

Dieser Druck B wird auf die untere Gabel übertragen. Die durchgehende Stange EF wird mit einer Kraft

$$Z_2 = B \cdot \frac{c}{b} = Q \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot \frac{c}{b}$$

gezogen, auf den festen Punkt fällt ein Druck

$$\begin{aligned} D &= B - Z_2 = B \cdot \left(1 - \frac{c}{b}\right) \\ &= Q \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{c}{b}\right) \end{aligned}$$

Wirken die Zugkräfte Z_1 und Z_2 an den Hebelarmen l_1 und l_2 , so ergibt sich für das Moment dieser Kraft in Bezug auf den Stützpunkt H:

$$\begin{aligned} M &= Z_1 l_1 + Z_2 l_2 \\ &= Q \frac{x}{a} \cdot l_1 + Q \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot \frac{c}{b} \cdot l_2 \\ &= Q \cdot \left[\frac{c}{b} l_2 + \frac{x}{a} \left(l_1 - \frac{c}{b} l_2 \right) \right] \end{aligned}$$

Demnach ist auch hier das Moment von dem Abstände x , also von der Lage der Last Q abhängig.

Das Moment wird von x unabhängig, wenn dasselbe in der eben gefundenen Formel verschwindet. Dies kann aber nur dann geschehen, wenn der Faktor von x bzw. $\frac{x}{a}$ gleich Null wird, wenn also:

$$l_1 - \frac{c}{b} \cdot l_2 = 0$$

oder:

$$b \cdot l_1 = c l_2$$

$$l_1 : l_2 = c : b$$

Verhält sich also

$$CH : FH = c : b,$$

so ist das Moment der Last in Bezug auf den Stützpunkt H von der Lage derselben unabhängig.

Es ergibt sich dann für das Moment:

$$M = Q \frac{c}{b} \cdot l_2$$

oder, da

$$\frac{c}{b} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$M = Q \cdot l_1$$

das Moment der Last ist also dasselbe, als wenn die Last an der Zugstange CA direkt wirken würde.

Wird nun das Verhältnis von CH zu HK gleich 1 : 10 gemacht, so ist die Wage eine Dezimalwage.

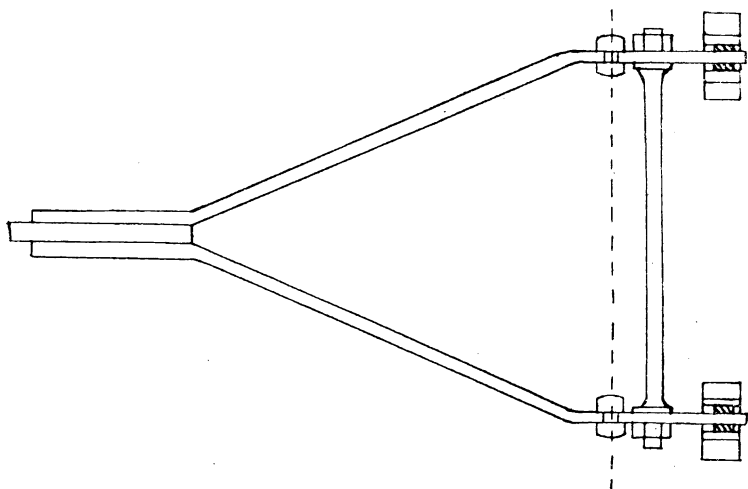


Fig. 48.

In Fig. 48 ist noch das Gestänge DE mit seiner Lagerung im Grundriß besonders dargestellt.

Bei den meisten Wagen schließt sich die Brücke an die Form dieses Dreiecks an und hat die Form eines Trapezes.

Die allgemein an Brückenwagen zu stellende Forderung bezüglich der Führung der Brücke wird durch die eigenartige Gestängeverbindung erfüllt.

73. Von den vielen anderen Dezimal-Brückenwagen verdient noch diejenige von Georg der Erwähnung, welche in Fig. 49 schematisch dargestellt ist.

Die Stangen EF und JH dienen zur Parallelführung, die Zugstange BK überträgt die Last nach dem Punkte B des Wagebalkens. Wird in einer beliebigen Entfernung x von der Stange EJ eine Last Q auf die Brücke gesetzt, so sucht diese

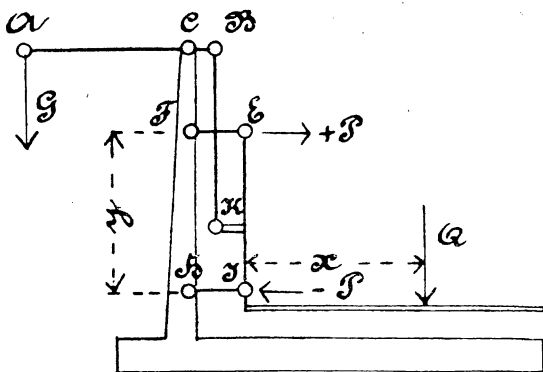


Fig. 49.

die Brücke und die Vertikalstange EJ zu drehen. Dem Drehmomente Qx wird das Gleichgewicht durch das Kräftepaar gehalten, dessen Kräfte in den Stangen EF und JH wirken. In der Stange EF wirkt eine Zugkraft, in der Stange JH eine Druckkraft.

Hier ist der in Satz 20 der Festigkeitslehre entwickelte Grundsatz für die Biegefestigkeit, wonach einer an einem beliebigen Hebelarm wirkenden Last Q durch ein Kräftepaar und eine Vertikalskraft Q das Gleichgewicht gehalten werden kann, praktisch verwendet. Das Kräftepaar wirkt, wie eben gezeigt, in den Stangen EF und GH, die Vertikalkraft in der Stange KB.

Die Kräfte P des Kräftepaares ergeben sich aus der Gleichung:

$$Py = Qx,$$

wenn y der Abstand der beiden Stangen EF und JH ist.

Die Zugkraft in KB, welche gleich der Last Q ist, wird auf den Wagebalken übertragen. Wenn darum die Länge CB des Wagebalkens $\frac{1}{10}$ von der Länge AC ist, ist die Waage eine Dezimalwaage.

74. Eine Brückenwaage zum Wiegen größerer Lasten, wie solche bei Straßen- und Eisenbahnen zur Bestimmung des Wagengewichts benutzt werden, ist in Fig. 50 schematisch dargestellt. Dieselbe besteht aus einem zweiarmligen Hebel ABC,

einem einarmigen Hebel DEF und den Gabeln EGH und EKJ, auf welchen die Brücke liegt. Gewöhnlich ist:

$$\frac{BA}{BC} = 2, \quad \frac{FD}{FE} = 5, \quad \frac{LE}{LS} = 10.$$

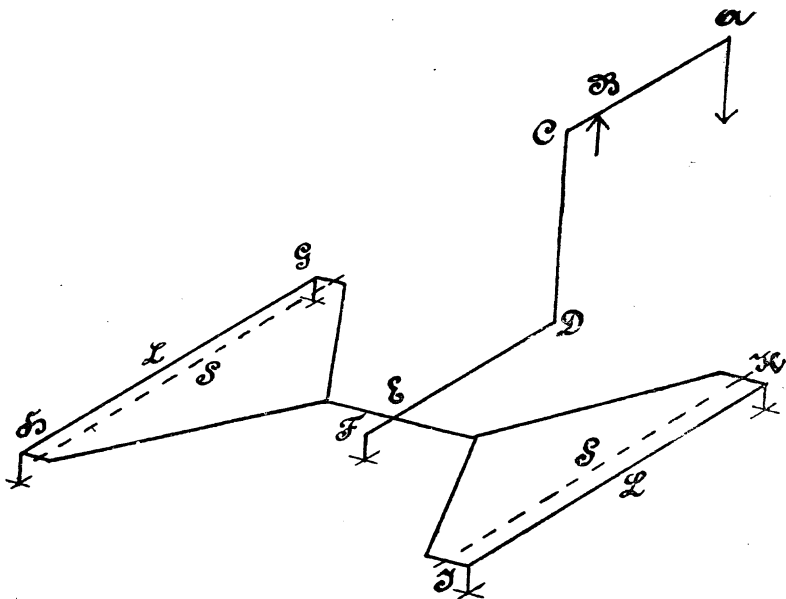


Fig. 50.

Bei diesen Verhältnissen wird eine auf der Brücke stehende Last Q die Gabeln in den Auflagerpunkten der Brücke drücken. Diese Auflagerpunkte haben von den Drehpunkten JK und HG die Abstände LS , mithin ist der in dem durch den einarmigen Hebel gestützten Punkte E wirkende Druck $\frac{Q}{10}$. Von hier überträgt sich der Druck in den Punkt D, der in der Stange CD hervorgerufene Zug ist also nach obigem Verhältnis gleich $\frac{Q}{10 \cdot 5} = \frac{Q}{50}$. Das in A aufzusetzende Gewicht, welches der Last das Gleichgewicht hält, ist mithin:

$$\frac{Q}{50 \cdot 2} = \frac{Q}{100}.$$

Das Gewicht ist also $\frac{1}{100}$ der Last, daher wird die Wage Hundestimalwage genannt.

Neuntes Kapitel.

(Fortsetzung.)

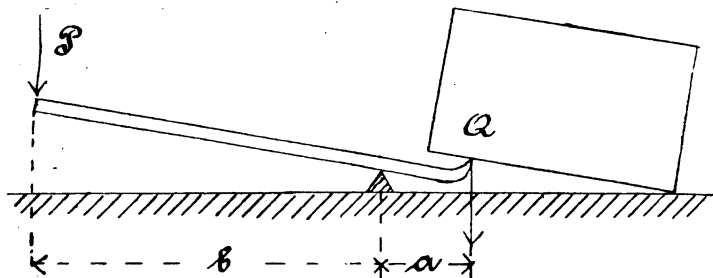


Fig. 51.

75. Der Hebel wird in der Technik auch vielfach als Werkzeug, namentlich zum Heben von Lasten benutzt. So ist z. B. schon die einfache Brechstange (Fig. 51) ein zweiarmiger Hebel, mit welchem man große Lasten mit kleinen Kräften heben kann. Ist Q die Last, P die Kraft, sind a und b die Hebelarme, so ist die erforderliche Kraft

$$P = \frac{Qa}{b}.$$

Wenn demnach $b = 10a$ wäre, brauchte P nur $\frac{1}{10}$ von Q zu betragen.

So findet sich der Hebel auch sowohl als zweiarmiger, wie auch als einarmiger bei Pumpen. Der Pumpenhebel der gewöhnlichen Brunnenpumpen ist ein zweiarmiger, derjenige der Speisepumpen, wie sie bei Dampfkesseln benutzt werden, ein einarmiger Hebel.

76. Ein in jedem Zweige der Technik in Gebrauch stehendes Werkzeug, der Flaschenzug, ist auch nur ein einfacher Hebel. In seiner einfachsten Form besteht derselbe aus einer festen und einer losen Rolle (Fig. 52), um welche ein Seil oder eine Kette geschlungen ist. Beim Anziehen des Seiles wird die lose Rolle A und die daran hängende Last Q gehoben. Dabei dreht sich die Rolle stets um den Punkt C , in welchem das von dem Haken der festen Rolle B kommende Seil aufläuft. Die Last Q hat in Bezug auf diesen Punkt einen

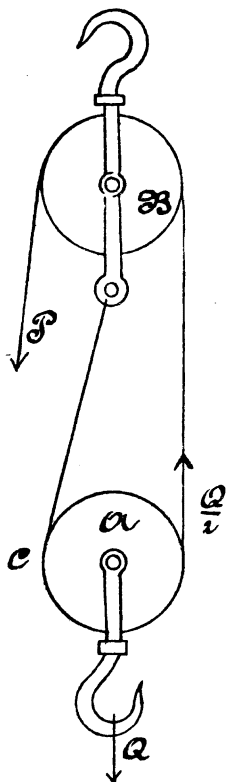


Fig. 52.

Hebelarm r , die in dem rechten Seilstück wirkende Kraft P einen Hebelarm $2r$, wenn r der Rollenhalbmesser ist. Die lose Rolle ist ein einarmiger Hebel, dessen Drehpunkt C ist, dessen Hebelarme sich wie $1 : 2$ verhalten. Da die feste Rolle, wie leicht einzusehen, ein zweiarmer Hebel mit gleichen Armen ist und nur den Vorteil der bequemeren Bewegung des Seiles bietet, ist bei diesem einfachen Flaschenzug die Kraft gleich der halben Last:

$$P = \frac{Q}{2}.$$

Die in der Praxis verwendeten Flaschenzüge bestehen aus mehreren festen und losen Rollen, welche in den sogen. Flaschen zusammengefaßt sind. Hat ein Flaschenzug n lose Rollen, so ist die erforderliche Kraft zum Heben einer Last Q :

$$P = \frac{Q}{2n}.$$

77. Auch der vielfach gebrauchte Differentialflaschenzug ist nur eine Kombination von Rollen, welche als Hebel wirken.

Am meisten wird der Differentialflaschenzug von Weston gebraucht, welcher aus zwei Rollen besteht (Fig. 53), wovon die untere eine gewöhnliche lose Rolle

ist, deren Flasche den Haken für die Last Q trägt. Die obere feste Rolle ist mit einer doppelten Spurrinne für die Kette versehen. Diese beiden Rinnen haben ungleiche Durchmesser. Eine Kette ohne Ende umschlingt die feste Rolle in der kleinen Rinne, nimmt dann in der herabhängenden Schleife die lose Rolle auf und geht nun zum zweiten Male über die feste Rolle in der großen Rinne. Die Hebung der Last geschieht durch Anziehen des Kettenstücks der freien Schleife, welches von der großen Rinne der festen Rolle kommt.

Die an der losen Rolle hängende Last Q bringt in jedem von dieser Rolle gehenden Kettenstück eine Spannung $\frac{Q}{2}$ hervor.

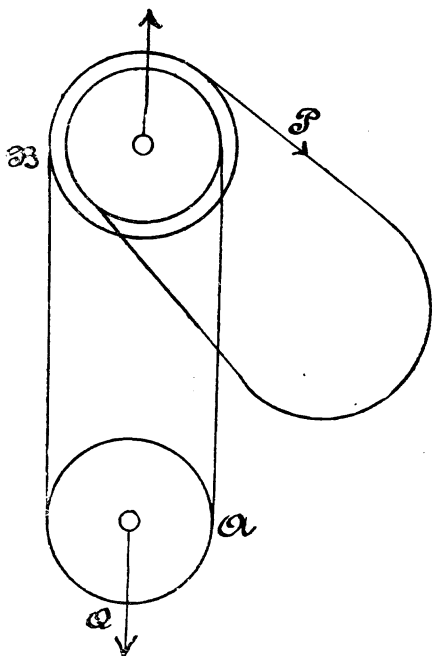


Fig. 53.

Nun geht das eine Kettenstück über die kleine, das andere über die große Rinne, die in denselben wirkenden Spannungen $\frac{Q}{2}$ suchen die Rolle in verschiedener Richtung zu drehen. Sind r und R die Radien der Rinnen, so sind $\frac{Q}{2}r$ und $\frac{Q}{2}R$ die Drehmomente der Spannungen. Hiernach ist ein Momentenüberschuß $\frac{Q}{2}(R - r)$ in der Richtung vorhanden, in welcher die in der großen Rinne wirkende Spannung zu drehen sucht. Wirkt nun an dem von der großen Rinne abgehenden Kettenstück eine Kraft P , welche die Last Q heben soll, so muß sein:

$$P \cdot R = \frac{Q}{2}(R - r)$$

$$P = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Je kleiner hiernach der Unterschied zwischen den Radien r und R der beiden Rinnen gemacht wird, um so kleiner wird P sein.

Bei der praktischen Ausführung des Flaschenzuges bleibt man jedoch aus Gründen, welche später klargelegt werden, mit dem Verhältnis $\frac{r}{R}$ in bestimmten Grenzen; meistens macht man

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

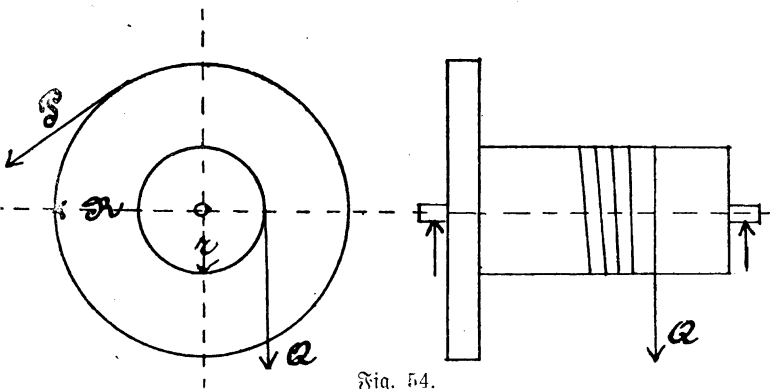


Fig. 54.

78. Auch die Radwelle (Fig. 54) ist streng genommen nur ein einfacher Hebel. Die Last Q hängt an der Trommel, die

Kraft P wirkt am Rade. Da sich die ganze Vorrichtung bei ihrer Bewegung um die gemeinschaftliche Achse von Trommel und Rad dreht, sind, wenn r der Radius der Trommel, R derjenige des Rades ist, Qr und PR die Momente von Last und Kraft. Daher muß sein

$$PR = Qr$$

$$P = \frac{Qr}{R}$$

Je größer das Verhältnis des Raddurchmessers zu demjenigen der Trommel ist, um so kleiner ist die zum Heben einer Last erforderliche Kraft.

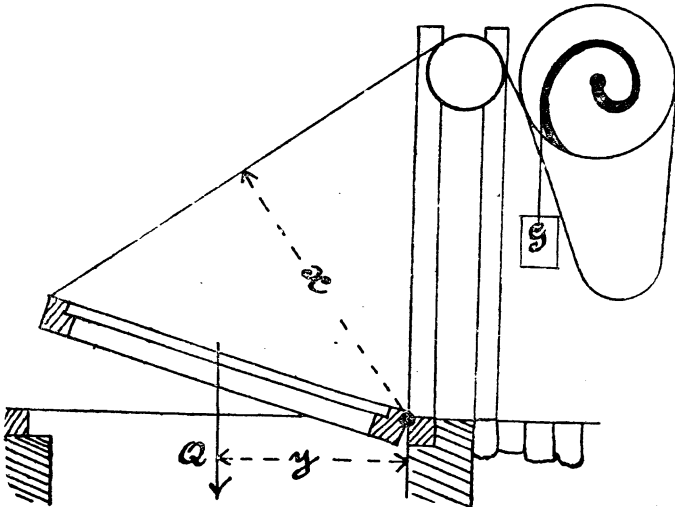


Fig. 55.

79. Von den vielen anderen Anwendungen des Hebels sei noch eine erwähnt, welche hinsichtlich ihrer Konstruktion sehr lehrreich ist. Eine einfache Zugbrücke, wie sie in Fig. 55 dargestellt ist, wird durch ein Gewicht G in jeder Lage im Gleichgewicht gehalten. Die Kette, mit welcher die Brücke aufgezogen wird, ist am äußeren Punkte derselben befestigt, an diesem Punkte wirkt also die Aufzugkraft, welche in jeder Lage der Brücke eine andere Richtung hat. Der Hebelarm dieser Kraft ist der jedesmalige Abstand der Kettenrichtung von dem Drehpunkt der Brücke.

Das Gewicht Q der Brücke greift im Schwerpunkte derselben an; ist dieselbe geschlossen, so ist der Hebelarm des

Gewichts gleich $\frac{s}{2}$, wenn s die Spannweite der Brücke ist. In dieser Lage ist der Hebelarm der Brückenlast am größten und derjenige der Aufzugkette am kleinsten. Damit nun das unveränderliche Gewicht G die Brücke in jeder Lage im Gleichgewicht halten kann, gibt man demselben einen veränderlichen Hebelarm. Man hängt dasselbe an eine spiralförmige Trommel, wie Fig. 55 zeigt. Diese Trommel sitzt mit derjenigen, auf welcher die Zugkette aufgewickelt ist, auf einer Achse.

Ist nun in einer beliebigen Lage der Brücke der Hebelarm ihrer Last gleich y , derjenige der Zugkraft Z der Kette gleich x , so muß sein:

$$Zx = Qy$$

$$Z = \frac{Qy}{x}$$

Ist nun ferner r der Radius der Trommel, auf welche sich die Zugkette wickelt, ρ der veränderliche Radius der Spirale, an welcher das Gewicht G hängt, so ist:

$$G\rho = Zr = \frac{Qy}{x} \cdot r.$$

Hieraus ergibt sich, wenn das Gewicht G der Brücke gegeben ist, der erforderliche Radius

$$\rho = \frac{Q}{G} \cdot \frac{y}{x} \cdot r.$$

Da die Größen Q , G und r unveränderlich sind, hängt ρ von dem Verhältnis der veränderlichen Hebelarme y und x ab. Dieses Verhältnis ist am größten, wenn die Brücke geschlossen ist, mithin muß dann auch ρ am größten sein.

Zur Bewegung der Brücke dient eine Kette K ohne Ende, welche um die Trommel der Zugkette gelegt ist.

Man hat diese Aufgabe auch in der Weise gelöst, daß man den Hebelarm des Gegengewichts unveränderlich, dagegen dieses selbst veränderlich gemacht hat. Als Gegengewicht wird dann eine Gliederkette benutzt. Dieselbe ist gewöhnlich doppelt und mit einem Ende an der Trommel befestigt, auf welcher die Zugkette aufgewickelt wird, während die anderen Enden an festen Punkten hängen. Je nach der Stellung der Brücke kommt dann das ganze Gewicht der Kette oder nur ein Teil desselben zur Wirkung.

Zehntes Kapitel.

23. Die Widerstände der Reibung.

80. Bei der Bewegung von Körpern aufeinander wird stets ein Teil der bewegenden Kraft von der Reibung aufgezehrt. Die Reibung entsteht dadurch, daß die Oberflächen der Körper nie vollkommen eben sind, sondern Erhöhungen und Vertiefungen zeigen. Die Erhöhungen des einen Körpers legen sich dann in die Vertiefungen des andern. Da die Oberflächen der einzelnen Körper verschieden sind, dieselben bei manchem Körper glatter sind wie bei andern, wird auch die Reibung zwischen den einzelnen Körpern verschieden sein. Außerdem hängt noch die Reibung von dem Härteunterschied der Körper und von dem Druck ab, mit welchem die Körper gegeneinander gepreßt werden. Denn wenn beispielsweise ein harter Körper auf einem weicheren bewegt wird, werden die Erhöhungen des harten Körpers um so tiefer in den andern eindringen, je weicher dieser ist.

Man unterscheidet zwei Arten von Reibung, nämlich die **gleitende** und **rollende** oder **wälzende** Reibung.

Die **gleitende** Reibung ist der Widerstand, welcher entsteht, wenn ein Körper auf einem andern gleitet, also alle Punkte desselben parallele Linien beschreibt.

Die **rollende** Reibung ist der Widerstand, welcher beim Wälzen eines Körpers auf einem andern hervorgerufen wird, wenn sich also der erste Körper dreht und gleichzeitig fortschreitet.

Außerdem unterscheidet man noch die **Reibung der Ruhe** und die **Reibung der Bewegung**. Unter der ersten versteht man die Reibung, welche zu überwinden ist, wenn ein ruhender Körper in Bewegung gesetzt wird, unter der zweiten diejenige, welche während der Bewegung entsteht.

81. Die allgemeinen Reibungsgesetze sind folgende:

1. Die Reibung ist proportional dem Normaldruck zwischen den sich reibenden Körpern. Wenn demnach die Reibung zwischen zwei Körpern bei einem Druck Q gleich R ist, so ist bei demselben Körper bei einem Druck $2Q$ die Reibung auch $2R$ bei einem Drucke $3Q$ gleich $3R$ u. s. w.
2. Die Reibung ist unabhängig von der Größe der sich reibenden Flächen.
3. Die Reibung der Ruhe ist meist größer als diejenige der Bewegung.

Nach dem ersten Gesetz ist die Reibung dem Normaldruck proportional, wird also immer ein gewisser Teil des Druckes sein. Das Verhältnis der Reibung zum Normaldruck wird der **Reibungskoeffizient** genannt.

Wenn also Q der Normaldruck ist, mit welchem die Körper gegeneinander gepreßt werden und R die Reibung, so ist der Reibungskoeffizient:

$$\varphi = \frac{R}{Q}$$

Hieraus ergibt sich die Reibung:

$$R = \varphi Q.$$

Wenn daher der Druck Q und der Reibungskoeffizient φ bekannt ist, kann die Reibung nach der letzten Formel berechnet werden.

Der Reibungskoeffizient ist bei verschiedenen Materialien verschieden und muß durch Versuche bestimmt werden.

82. Wenn ein Körper auf einem horizontalen Wege bewegt wird, ist nur die Reibung zu überwinden; ist der Weg geneigt, so muß auch das Gewicht des Körpers gleichzeitig gehoben werden, die Kraft zur Bewegung des Körpers muß dann größer sein.

Wenn z. B. ein 300 kg schwerer Schlitten auf einer horizontalen Schneebahn fortbewegt werden soll und der Reibungskoeffizient $\varphi = 0,04$ ist, müßte die Kraft zur Bewegung

$$P = 300 \cdot 0,04 = 12 \text{ kg}$$

betragen.

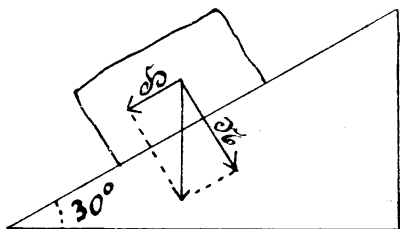


Fig. 56.

Ist dagegen die Bahn um 30° gegen die Horizontale geneigt (Fig. 56), so läßt sich das Gewicht $G = 300 \text{ kg}$ in zwei Komponenten zerlegen, wovon die eine parallel zur Bahn, die andere senkrecht zu derselben steht. Die parallel zur Bahn gerichtete Komponente ist gleich 150 kg, die andere ist gleich $\sqrt{300^2 - 150^2} \approx 260 \text{ kg}$. Die zur Bewegung erforderliche Kraft muß dann gleich der Summe von 150 kg und der von 260 kg erzeugten Reibung sein.

Zur Bewegung des Schlittens ist also eine Kraft:

$$\begin{aligned} P &= 150 + 260 \cdot 0,04 \\ &= 160,4 \text{ kg} \end{aligned}$$

erforderlich.

Soll z. B. auf einer Straße, welche eine Neigung 1 : 10 hat, also auf 10 m Länge 1 m steigt, eine Schleife von 400 kg Gewicht bewegt werden, so würde das Gewicht von 400 kg in eine Normalkomponente N und eine Komponente H , welche

parallel zur Bahn läuft, zu zerlegen sein und es verhält sich dann (Fig. 57):

$$H : N = 1 : 10.$$

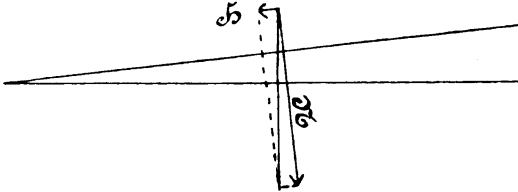


Fig. 57.

und Hiernach ist

$$\begin{aligned} N &= 10H \\ H^2 + N^2 &= 400^2 \\ H^2 + (10H)^2 &= 400^2 \\ 101H^2 &= 400^2 \end{aligned}$$

$$H = 400 \sqrt{\frac{1}{101}}$$

$$\sim 400 \cdot 0,099 = 39,6 \text{ kg}$$

$$N = 10 \cdot 39,6 = 396 \text{ kg.}$$

Ist nun der Reibungskoeffizient $\varphi = 0,4$, so ist die zur Bewegung der Schleife erforderliche Kraft:

$$\begin{aligned} P &= 0,4 \cdot 396 + 39,6 \\ &= 198 \text{ kg.} \end{aligned}$$

83. Bei den bis jetzt betrachteten Beispielen kam die gleitende Reibung in Betracht. Die rollende Reibung ist ebenfalls vom Druck abhängig, dann aber noch von dem Durchmesser des rollenden Körpers.

Man erklärt sich die rollende Reibung in der Weise, daß sich der rollende Körper (Fig. 58) auf der

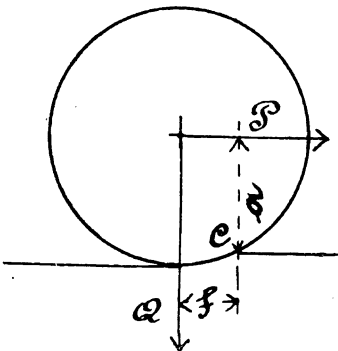


Fig. 58.

Bahn eindrückt und die Bewegung in jedem Augenblicke eine Drehung um den vorderen Punkt C der eingedrückten Strecke ist.

Ist der Abstand des Gewichts Q des Körpers von dem Drehpunkt C gleich f, der Abstand der bewegenden Kraft P von diesem Punkte gleich a, so ist:

$$Qf = Pa$$

$$P = \frac{Qf}{a}$$

Der Hebelarm f muß hier wieder durch Versuche festgestellt werden. Derselbe ist im allgemeinen sehr klein, so daß statt a auch der Durchmesser d der Walze gesetzt werden kann. Dann ist:

$$P = \frac{Qf}{d}$$

84. Die Reibung tritt bei allen Bewegungen als Widerstand auf. Deshalb ist auch bei den in Satz 76 betrachteten Flaschenzügen und den übrigen Bewegungsvorrichtungen die wirklich erforderliche Kraft größer als wie dort angegeben.

So z. B. kann bei einem Differentialflaschenzug die erforderliche Kraft das $1\frac{1}{2}$ bis 2fache von derjenigen betragen, welche sich nach der in Satz 77 angegebenen Formel berechnet. Hier werden die Verluste durch die Reibung der Kettenglieder und der Rollenzapfen in den Lagern herbeigeführt.

Auch beim gewöhnlichen Seilflaschenzug sind die Verluste durch die Reibung ziemlich beträchtlich. Hierbei spielt die Steifigkeit der Seile eine große Rolle. Im allgemeinen ist die Reibung hier um so größer, je dicker das Seil, je kleiner die Rollen und je größer die Zahl der Rollen ist.

Nun wird sich ja die Zahl der Rollen nicht beschränken lassen, wenn Lasten von gewisser Größe gehoben werden sollen, dagegen kann man wohl darauf achten, daß das Seil keine übermäßige Stärke hat und die Rollen nicht zu klein sind.

Koeffizienten der gleitenden Reibung.

1. Für den Anfang der Bewegung:

Holz auf Holz trocken	$\varphi = 0,38—0,69$
Lederriemen auf Holz	$\varphi = 0,47—0,74$
Hanfseil auf Holz	$\varphi = 0,80$
Guß Eisen auf Guß Eisen	$\varphi = 0,16$
Schmiedeeisen auf Guß Eisen	$\varphi = 0,19$

2. Für die Fortsetzung der Bewegung:

Holz auf Holz trocken	$\varphi = 0,19—0,48$
Lederriemen auf Holz	$\varphi = 0,27—0,35$
Hanfseil auf Holz	$\varphi = 0,52$
Bronze auf Bronze, Guß Eisen, Schmiedeeisen	$\varphi = 0,15—0,22$
Verschiedene Hölzer, Guß Eisen, Schmiedeeisen, Stahl und Bronze eins auf dem andern oder sich selbst, geschmiert	$\varphi = 0,07—0,08$

Elftes Kapitel.

24. Kraftleistungen.

85. Nach Satz 37 ist die Masse eines Körpers

$$m = \frac{G}{g}$$

Man nennt nun 2 Kräfte gleich, wenn sie gleichen Massen, gleiche Beschleunigungen erteilen. Wenn z. B. eine Kraft P einer beliebigen Masse m die Beschleunigung p erteilt und eine beliebige andere Kraft P_1 derselben Masse m die Beschleunigung $4p$, so ist P_1 viermal so groß als P .

86. Bewegt sich nun ein Körper unter dem Einflusse einer Kraft von P kg und legt derselbe in der Zeit t einen Weg von s m zurück, so nennt man das Produkt $P \cdot s$, also Kraft \times Weg, die mechanische Arbeit in der Zeit t , und zwar wird sie ausgedrückt in mkg (Meterkilogramm)

$$\text{mechanische Arbeit } A = P \cdot s.$$

Um die Größe der mechanischen Arbeiten vergleichen zu können, benutzt man die mechanische Arbeit in der Zeiteinheit und man nennt dieselbe die Leistung.

Es ist dann also die Leistung

$$L = P \cdot v$$

wenn v den Weg in der Zeiteinheit, d. h. die Geschwindigkeit bezeichnet.

Am häufigsten wird nun die Leistung in Pferdekraften ausgedrückt und man nennt eine Leistung von 75 mkg eine Pferdekraft.

Es ist also

$$N = \frac{P \cdot v}{75}$$

die Anzahl der Pferdestärken.

Beispiele:

1. Eine Pumpe soll in einer Stunde 240 cbm Wasser 20 m hoch fördern. Wie groß ist die mechanische Arbeit und die Leistung?

Auflösung: 1 cbm Wasser wiegt 1000 kg, also 240 cbm 240000 kg. Dann ist die mechanische Arbeit in der Stunde

$$A = P \cdot s = 240000 \cdot 20 = 4800000 \text{ mkg.}$$

Nun ist der Effekt gleich der mechanischen Arbeit in der Sekunde, also

$$L = \frac{4800000}{3600} = \sim 1333 \text{ mkg}$$

oder in Pferdestärken ausgedrückt:

$$N = \frac{L}{75} = \frac{1333}{75} = \sim 17,7.$$

2. Eine Turbine habe ein Gefälle von 4 m und die pro Sek. zufließende Wassermenge sei 2 cbm, wie groß ist die Leistung?

Auflösung: Es ist

$$L = P \cdot v = 2000 \cdot 4 = 8000 \text{ mkg}$$

oder $N = \frac{L}{75} = \frac{8000}{75} = \underline{106,6}$ Pferdestärken.

3. Eine Volldruckdampfmaschine habe 250 mm Bohrung, 400 mm Hub und mache in der Minute 80 Touren. Der Dampfüberdruck betrage 5 Atm. Es ist die Leistung in Pferdestärken zu berechnen.

Auflösung: Da der Druck in Atm., d. h. pro qcm angegeben ist, rechnen wir die Kolbenfläche in qcm aus.

Es ist also die Kolbenfläche:

$$O = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{25^2 \cdot \pi}{4} = 490,8 \text{ qcm.}$$

Da nun der Druck pro qcm 5 kg beträgt, so ist der Gesamtdruck

$$P = 490,8 \cdot 5 = 2454 \text{ kg.}$$

Die Maschine macht nun 80 Touren pro Minute, also ist der Weg in der Minute $2 \cdot 80 \cdot 0,4$ m und in der Sekunde $\frac{2 \cdot 80 \cdot 0,4}{60}$ m = $\sim 1,07$ m, also ist die Leistung in Pferdestärken

$$N = \frac{2454 \cdot 1,07}{75} = \sim 35.$$

87. In den behandelten 3 Beispielen ist die Leistung berechnet, ohne die schädlichen Widerstände (wie z. B. die Reibung zu berücksichtigen).

Es würden also bei der ersten Aufgabe die 17,7 Pferdestärken nicht genügen, um die verlangte Wirkung zu erzielen. Ebenso wird bei Beispiel 2 und 3 nicht der ganze ausgerechnete Effekt nutzbar gemacht werden können, sondern nur ein Teil desselben, der andere Teil wird gebraucht, um die schädlichen Widerstände zu überwinden.

Es muß also die Summe der Nutzleistung und derjenigen

Leistung, welche zum Ueberwinden der schädlichen Widerstände notwendig ist, gleich der gesamten theoretischen Leistung sein.

Bezeichnet man nun die theoretische Leistung mit N und die Nutzleistung mit N_e , so nennt man

$$\frac{N_e}{N} = \eta$$

das Güteverhältnis oder den Nutzeffekt der Maschine.

Dieser Nutzeffekt ist immer ein echter Bruch, je größer derselbe, desto günstiger arbeitet die Maschine.

Es ist dann auch die Nutzarbeit

$$N_e = \eta \cdot N$$

Unsere Dampfmaschine in Beispiel 3 hatte z. B. eine theoretische Leistung von 35 Pferdestärken. Es sei nun der Nutzeffekt $\eta = 0,6$, also ist dann die Nutzleistung

$$N_e = \eta \cdot N = 0,6 \cdot 35 = 21 \text{ HP (Pferdestärken).}$$

88. Bekanntlich versteht man unter Kraft die Ursache einer Bewegung und Bewegungsänderung. In dem ersten Falle wird der Körper aus der Ruhe in Bewegung gesetzt und man erhält eine gleichförmige Bewegung. Im zweiten Falle dagegen befindet sich der Körper bereits in Bewegung und die Kraft wirkt beschleunigend, man hat also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Der erste Fall ist im vorhergehenden behandelt worden, es bleibt uns also noch der zweite übrig.

Es gilt wieder die allgemeine Formel

$$A = P \cdot s$$

Für s muß dann die Wegformel für die gleichförmig beschleunigte Bewegung eingesetzt werden, also

$$s = ct + p \frac{t^2}{2}$$

Ferner war nun $p = \frac{v - c}{t}$, also $t = \frac{v - c}{p}$

Setzt man diesen Wert für t in die vorige Gleichung ein, so erhält man:

$$s = c \frac{v - c}{p} + \frac{p (v - c)^2}{2 p^2}, \text{ also}$$

$$s = \frac{vc - c^2}{p} + \frac{(v^2 + c^2 - 2vc)}{2p}, \text{ folglich}$$

$$s = \frac{2vc - 2c^2 + v^2 + c^2 - 2vc}{2p} \text{ und schließlich}$$

$$s = \frac{v^2 - c^2}{2p} .$$

In dieser Formel kommt t nicht mehr vor.

Nun ist aber $\frac{P}{p} = m$, also $P = mp$

Wenn wir diese Gleichung mit der letzten von s multiplizieren, so erhalten wir

$$P \cdot s = m \frac{v^2 - c^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = \frac{G v^2}{g \cdot 2} - \frac{G c^2}{g \cdot 2}$$

Die Ausdrücke $\frac{mv^2}{2}$ und $\frac{mc^2}{2}$ nennt man die lebendige Kraft.

Man versteht also unter lebendiger Kraft die halbe Masse multipliziert mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Beispiele:

4. Ein Körper vom Gewichte 40 kg bewege sich mit einer Geschwindigkeit von $c = 20$ m. Wie groß ist die lebendige Kraft?

$$K = \frac{mc^2}{2} = \frac{G c^2}{g \cdot 2} = \frac{40 \cdot 20^2}{9,81 \cdot 2} = \sim 816 \text{ mkg.}$$

5. Die Geschwindigkeit eines Körpers von 80 kg, die zuerst 40 m betrug, wachse bis zu 100 m. Wieviel mechanische Arbeit wird aufgebraucht?

$$\begin{aligned} \text{Es ist: } P \cdot s &= \frac{G v^2}{g \cdot 2} - \frac{G c^2}{g \cdot 2} \text{ also} \\ P \cdot s &= \frac{80}{9,81} \frac{100^2}{2} - \frac{80}{9,81} \frac{40^2}{2} \\ &= \frac{80}{9,81 \cdot 2} (100^2 - 40^2) \end{aligned}$$

$$d. h. = \sim 34240 \text{ mkg.}$$

6. Ein Schwungrad habe 5 m Durchmesser und 15000 kg Gewicht. Wieviel mechanische Arbeit gibt dasselbe ab, wenn die Tourenzahl von 12 auf 8 heruntergeht?

Die anfängliche Umfangsgeschwindigkeit ist

$$v = \frac{d \pi 12}{60} = \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 12}{60} = 3,14 \text{ m}$$

die Endgeschwindigkeit

$$c = \frac{d \pi \cdot 8}{60} = \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 8}{60} = 2,09 \text{ m.}$$

Die Masse m beträgt $\frac{G}{g} = \frac{15000}{9,81} = 1529$, also:

$$P \cdot s = 1529 (3,14^2 - 2,09^2) = \sim 8410 \text{ mkg.}$$

25. Zapfenreibung.

89. Die Zapfenreibung gehört zu der schon früher behandelten gleitenden Reibung, nur ist der Reibungskoeffizient kleiner, er beträgt nach Morin

$$0,07 \text{ bis } 0,08.$$

Als Druck wird der Normaldruck N der gleitenden Oberfläche auf die Lagerschale angenommen. Dann ist der Reibungswiderstand

$$R = \varphi \cdot N$$

Ist der Halbmesser des Zapfens gleich r , so ist das Reibungsmoment

$$M = \varphi \cdot N \cdot r$$

Beträgt die Umfangsgeschwindigkeit der gleitenden Fläche v_m , so ist der Effekt, der durch die Reibung aufgebraucht wird

$$L = \varphi \cdot N \cdot v = R \cdot v$$

Macht nun ein Zapfen n Umdrehungen in der Minute, so ist die Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{2r\pi n}{60}$.

Diesen Wert für v in die obige Gleichung eingesetzt, ergibt

$$L = \frac{2\pi r n}{60} N \cdot \varphi = \frac{\pi}{30} \cdot r n \varphi N$$

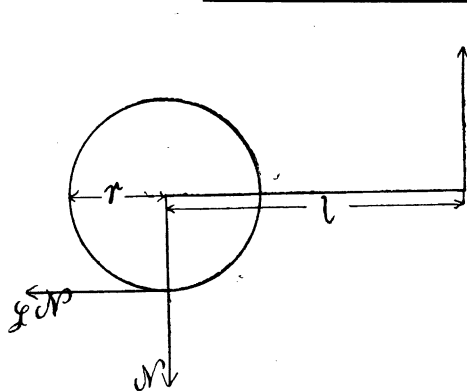


Fig. 59.

Es sei nun (Fig. 59) r der Halbmesser eines Zapfens und am Hebelarm l wirke eine Kraft P , welche die durch den Normaldruck N erzeugte Reibung überwinden soll, dann haben wir die Momentengleichung

$$P \cdot l = N \cdot \varphi \cdot r, \text{ also}$$

$$P = \frac{r}{l} N \cdot \varphi$$

90. Die bis jetzt entwickelten Gleichungen gelten für zylindrische Tragzapfen, es gibt nun auch noch Spurzapfen, bei denen die Kraft in der Richtung der Achse wirkt (siehe Fig. 60). Bei diesen Zapfen nimmt man an, daß der Reibungswiderstand

$\frac{2}{3} r$ von der Mitte entfernt angreift, dann ist das Reibungsmoment:

$$M = \frac{2}{3} r \varphi \cdot N$$

Diese Formel gilt für den neuen Zapfen, hat er sich dagegen eingelaufen, so setzt man $\frac{1}{2} r$ statt $\frac{2}{3} r$ und unsere Gleichung lautet dann

$$M = \frac{1}{2} r \varphi N$$

Ist wieder die Umfangsgeschwindigkeit $= v = \frac{2 r \pi n}{60}$, so ist die Reibungsarbeit pro Sekunde

$$L = \frac{r}{2} \varphi N \cdot \frac{2 \pi n}{60} = \frac{r \pi n \varphi N}{60}$$

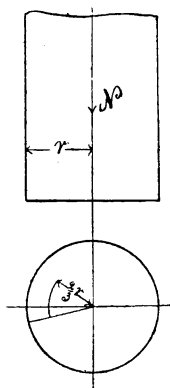


Fig. 60.

26. Der Bronysche Baum.

91. Die Reibung kann nun dazu benutzt werden, die Kraft zu bestimmen, welche eine Arbeitsmaschine braucht, und zwar geschieht dies durch den Bronyschen Baum oder Bremsdynamometer.

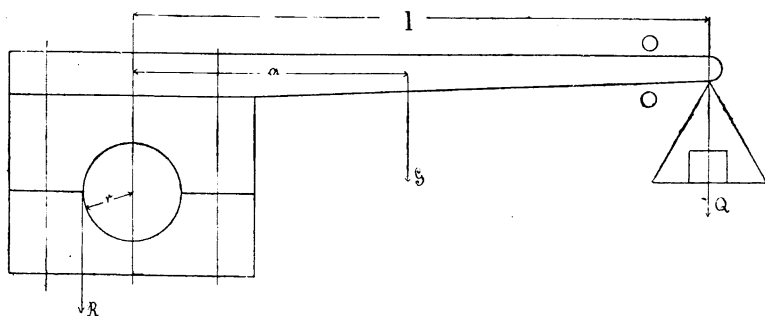


Fig. 61.

Die Einrichtung eines solchen Baumes zeigt Fig. 61. Es sind A und B zwei Backen, welche durch die Schrauben s zusammengehalten werden. An dem Ende des Teiles l befindet sich eine Schale, in welche Gewichte gelegt werden. Um ein Umschlagen des Hebels zu vermeiden, sind die Hindernisse H angebracht worden.

Bei der Anwendung wird die Arbeitsmaschine losgekuppelt, es wird sich dann die Umfangsgeschwindigkeit (Drehzahl) der Welle erhöhen. Darauf werden die Schrauben so lange angezogen, bis die Welle ihre ursprüngliche Umfangsgeschwindigkeit (Drehzahl) angenommen hat, und es werden so viel Gewichte auf die Schale gelegt, bis sie den Hebel in der Schwebelage halten. Ist nun der Halbmesser der Welle = r und betragen die Gewichte Q kg, so haben wir die Gleichung

$$R r = Q \cdot l \text{ oder } R = Q \frac{l}{r}$$

Bei einer Umfangsgeschwindigkeit von v m ist dann der Effekt

$$L = R \cdot v = Q \frac{l}{r} v$$

92. In dieser Gleichung ist das Eigengewicht des Hebels nicht mit berücksichtigt worden, bei genauen Messungen muß man es aber in Rechnung ziehen.

Es sei dasselbe = G und greife im Schwerpunkte S in der Entfernung a vom Mittelpunkte der Wellen an; dann müssen wir die Kraft q bestimmen, welche am Ende des Hebels diesem Eigengewichte das Gleichgewicht hält. Man hat dann die Gleichung:

$$q l = G a, \text{ also}$$

$$q = G \frac{a}{l}$$

Die Kraft q greift noch außer dem Gewichte Q an dem Endpunkte des Hebels an. Man sagt dann, es ist dies Gewicht G auf den Hebelarm reduziert worden.

Diesen Wert noch eingesetzt, ergibt die Gleichung:

$$L = (Q + g) \frac{l}{r} v = \left(Q + G \frac{a}{l} \right) \frac{l}{r} v = (Q l + G \cdot a) \frac{v}{r}$$

Beispiele:

7. Das Gewicht eines oberflächigen Wasserrades betrage mit Wasserfüllung 16 000 kg. Wieviel mechanische Arbeit geht durch Zapfenreibung verloren, wenn der Zapfendurchmesser $2r = 140$ mm und die Drehzahl 5 beträgt.

Es ist der Reibungswiderstand

$$R = \varphi \cdot N = 16\,000 \cdot 0,08 = 1280 \text{ kg.}$$

Das Reibungsmoment

$$M = R \cdot r = 0,07 \cdot 1280 = 89,6 \text{ mkg.}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens beträgt nun

$$v = \frac{d \pi n}{60} = \frac{0,14 \cdot 3,14 \cdot 5}{60} = 0,036.$$

Also der Effekt

$$L = R \cdot v = 1280 \cdot 0,036 = \sim 46,8 \text{ mkg.}$$

8. Eine stehende Welle drücke mit $N = 10\,000$ kg auf die Unterlage des Spurzapfens von 130 mm Durchmesser, welche Arbeit geht durch Zapfenreibung verloren, wenn die Welle pro Minute 20 Umdrehungen macht?

Wir wenden die Formel an:

$$L = \frac{r \pi n \varphi N}{60} \text{ also}$$

$$L = \frac{0,065 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 0,07 \cdot 10\,000}{60} = \sim 47,7 \text{ mkg.}$$

9. Eine Welle habe 150 mm Durchmesser und werde mittelst eines Pronyschen Zaumes von 1,5 m Hebellänge so gebremst, daß sie noch 100 Touren macht. Wie hoch ist der Effekt dieser Welle, wenn 500 kg notwendig sind, um den Hebel in der Schwebelage zu erhalten.

Die Formel für den Effekt lautet:

$$L = Q \cdot \frac{1}{r} v \text{ also}$$

$$L = 500 \cdot \frac{1500}{75} \cdot \frac{2 \cdot 0,0075 \cdot 3,14 \cdot 100}{60} = \sim 15\,700 \text{ mkg.}$$

Will man diesen Wert in Pferdestärken ausdrücken, so muß man noch durch 75 dividieren, also

$$N = \frac{15\,700}{75} = \sim 210 \text{ HP.}$$

27. Steifigkeit der Ketten und Seile.

93. Schlingt sich um eine Rolle vom Halbmesser r eine Kette (Fig. 62), so kann man die Rolle als einen gleicharmigen Hebel ansehen, dessen Hebellänge gleich r ist. Es würde dann, um eine Last Q zu heben, eine Kraft P genügen, welche gleich dieser Last Q ist. In Wirklichkeit aber findet sowohl an der Stelle, an der die Kette auf-

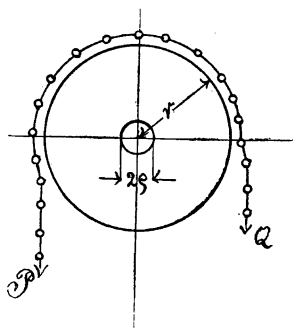


Fig. 62.

läuft, als auch da, wo sie abläuft, eine Reibung zwischen den Kettengliedern statt. Es entsteht dann auf der Auflassseite eine Ausbiegung und auf der Ablassseite eine Einsenkung. Es wird also der Hebelarm der Last größer als r und der Hebelarm der Kraft kleiner als r . Wir haben dann die Momentengleichung

$$P(r - e) = Q(r + e),$$

wenn e die Einsenkung und Ausbiegung bedeutet. Da nun der Hebelarm von P kleiner als der von Q , muß P größer sein als Q . Man kann dann setzen

$$P = Q + \varphi \frac{\delta}{r} Q = Q \left(1 + \varphi \frac{\delta}{r} \right)$$

wo δ die Stärke des Kettengliedes bedeutet.

94. Denselben Fall haben wir bei Seilkrollen. So werden z. B. bei Drahtseilen die einzelnen Drähte zum Teil gezogen und zum Teil gepreßt. Bei Seilkrollen hat man die Gleichung:

$$P = Q + \alpha \frac{\delta^2}{r} Q = Q \left(1 + \alpha \frac{\delta^2}{r} \right)$$

In dieser Formel bedeutet α einen Koeffizienten und δ die Seildicke.

95. Außer den genannten Widerständen ist auch noch die Zapfenreibung zu berücksichtigen.

Es ist nach Satz 5:

$$P = \frac{r}{l} N \varphi$$

Setzen wir nun in unserem Falle für r und für l die Werte ρ und r ein, wo ρ den Zapfenhalbmesser und r den Radius der Scheibe bezeichnet und ferner für den Normaldruck N den Wert Q , so haben wir den Zapfenreibungswiderstand

$$P = \frac{\rho}{r} Q \cdot \varphi$$

Folglich haben wir schließlich die beiden Formeln

$$P = Q + \varphi \frac{\delta}{r} Q + \frac{\rho}{r} Q \cdot \varphi = Q \left(1 + \varphi \frac{\delta}{r} + \frac{\rho}{r} \varphi \right) \text{ für Ketten}$$

und

$$P = Q + \alpha \frac{\delta^2}{r} Q + \frac{\rho}{r} Q \varphi = Q \left(1 + \alpha \frac{\delta^2}{r} + \frac{\rho}{r} \varphi \right) \text{ für Seile.}$$

Das P der beiden letzten Formeln ist nicht mit dem P für Zapfenreibung zu verwechseln.

Der Klammerwert, mit welchem man Q multiplizieren muß,

um P zu erhalten, nennt man den Widerstandskoeffizienten und man bezeichnet ihn mit μ und zwar hat man als Mittelwerte

$\mu = 1,04$ bis $1,09$ für Ketten
und $\mu = 1,12$ für Seile.

28. Die einfachen Maschinen
ohne und mit Berücksichtigung der Reibung.

a) Die Rolle.

96. In Fig. 63 ist eine lose Rolle vom Halbmesser r dargestellt, die eine Last Q zu tragen hat, dann hat man folgende Momentengleichung

$$Q \cdot r = P \cdot 2r \text{ also}$$

$$\underline{P = \frac{Q}{2}}$$

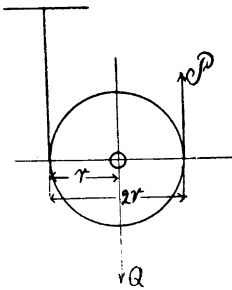


Fig. 63.

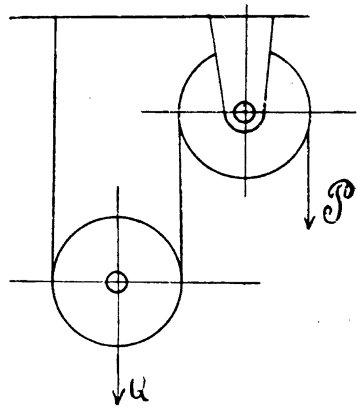


Fig. 64.

97. Ist das freie Ende dieser losen Rolle noch um eine feste Rolle geschlungen (Fig. 64), so wird an dem Gleichgewichtszustand nichts geändert und die feste Rolle bedeutet keine Kraftersparnis, sondern sie dient nur dazu, die Bewegungsrichtung umzukehren. Hat man mehrere lose und eine feste Rolle (z. B. 3 lose Rollen Fig. 65), so kann man folgende Betrachtung anstellen:

Die Last Q verteilt sich auf beide Seilenden der losen Rolle und es hat jedes Ende die Last $\frac{Q}{2}$ zu tragen. Das freie Ende ist an einer zweiten losen Rolle befestigt, um die sich ein zweites Seil schlingt, dann hat jedes von diesen Seilenden $\frac{Q}{4} = \frac{Q}{2^2}$ zu tragen, ebenso von den Seilenden der dritten losen Rolle

jedes $\frac{Q}{8}$, d. h. $\frac{Q}{2^3}$. Bezeichnet man die Anzahl der losen Rollen mit n , so hat man dann

$$P = \frac{Q}{2^n}$$

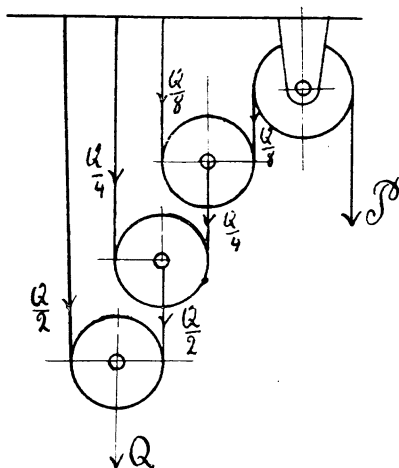


Fig. 65.

Diesen Flaschenzug nennt man einen Potenzflaschenzug. Die feste Rolle dient wieder nur dazu, die Bewegungsrichtung umzukehren.

98. Andere Werte erhält man, wenn man die Reibung mit berücksichtigt.

Es ist dann bei der festen Rolle

$$P = \mu \cdot Q.$$

Bei der losen Rolle sei die Seilspannung auf der rechten Seite = P_1 , dann ist dieselbe μ mal so groß als die Spannung P_2 in dem, linken Seilende. Dann ist

$$P_1 = \mu \cdot P_2, \text{ also } P_2 = \frac{P_1}{\mu}. \text{ Dann ist}$$

$$P_1 + P_2 = P_1 + \frac{P_1}{\mu} = Q, \text{ also}$$

$$P_1 \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) = Q, \text{ d. h.}$$

$$P_1 = \frac{Q}{1 + \frac{1}{\mu}}$$

99. Ist das rechte Seilende noch über eine feste Rolle geschlungen und nennen wir die am freien Ende angreifende Kraft P , so ist dieselbe wieder μ mal so groß als P_1 , also

$$P = \mu \cdot P_1 \text{ also}$$

$$P_1 = \frac{P}{\mu} \text{ folglich}$$

$$\frac{P}{\mu} = \frac{Q}{1 + \frac{1}{\mu}} \text{ d. h.}$$

$$P = \frac{\mu \cdot Q}{1 + \frac{1}{\mu}} \text{ oder da } \mu = \frac{1}{\mu}$$

$$P = \frac{Q}{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)}$$

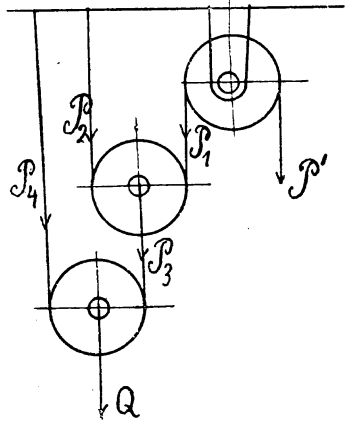


Fig. 66.

100. Hat man zwei Lose und eine feste Rolle und bezeichnet man die Seilspannungen der Reihe nach mit P_4, P_3, P_2, P_1 und P' (Fig. 66), so ist:

$$P_3 = \mu \cdot P_4, \text{ also } P_4 = \frac{P_3}{\mu} \text{ und } Q = P_3 + \frac{P_3}{\mu}$$

Ferner ist

$$P_1 + P_2 = \mu \cdot P_3, \text{ also } P_3 = \frac{P_1 + P_2}{\mu} \text{ folglich}$$

$$Q = \frac{P_1 + P_2}{\mu} + \frac{P_1 + P_2}{\mu^2} = \frac{P_1 + P_2}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)$$

Nun ist $P_1 = \mu P_2$, also $P_2 = \frac{P_1}{\mu}$ also $\frac{P_1 + P_2}{\mu} = \frac{P_1 + \frac{P_1}{\mu}}{\mu}$

$$= P_1 \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) \text{ folglich ist:}$$

$$P_1 = \frac{Q}{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^2}$$

Für n lose und eine feste Rolle hat man dann schließlich:

$$P_1 = \frac{Q}{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}$$

Nehmen wir nun an, daß die Geschwindigkeit der Kraft $P = v$ sei und die Geschwindigkeit der Last $Q = h$, so ist die Leistung ohne Reibung bei einem Potenziastchenzuge

$P \cdot v = \frac{Q}{2^n} h$ und mit Berücksichtigung der Reibung

$$P_1 v = \frac{Q}{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n} \text{ also der Nutzeffekt}$$

$$\eta = \frac{P \cdot v}{P_1 v} = \frac{Q \cdot h}{2^n} \cdot \frac{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}{Q \cdot h} \text{ d. h.}$$

$$\eta = \frac{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}{2^n}$$

101. Bei einem Faktorenflaschenzuge erhält man

$$P = \frac{Q}{2 \cdot n}$$

wenn man die Reibung nicht berücksichtigt.

102. Bezeichnet man wieder (um die Reibung zu berücksichtigen) die einzelnen Seilspannungen mit P_1, P_2, P_3, P_4, P' , Fig. 67, so ist:

$$P' = P_1 \mu$$

$$P_1 = \frac{P_1}{\mu}$$

Ebenso $P_2 = \frac{P_1}{\mu} = \frac{P_1}{\mu^2}$ und auf gleiche

Weise erhält man

$$P_3 = \frac{P_1}{\mu^3}, P_4 = \frac{P_1}{\mu^4}$$

Folglich ist

$$Q = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$= P' \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{\mu^3} + \frac{1}{\mu^4} \right) \text{ also}$$

$$P' = Q (\mu + \mu^2 + \mu^3 + \mu^4)$$

In dieser Formel ist rechts der Klammerwert eine geometrische Reihe, und nach der Summenformel derselben ist:

$$(\mu + \mu^2 + \mu^3 + \mu^4) = \frac{\mu^{2 \cdot 4} (\mu - 1)}{\mu^{2 \cdot 4} - 1} \text{ also}$$

$$P' = Q \frac{\mu^{2 \cdot 4} (\mu - 1)}{\mu^{2 \cdot 4} - 1}$$

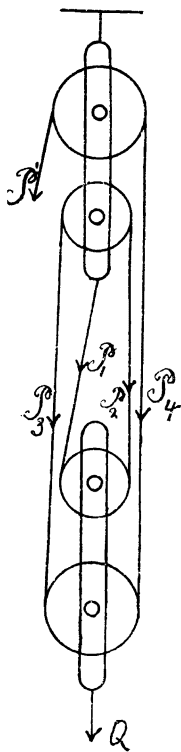


Fig. 67.

Setze man die Anzahl der losen Rollen gleich n , so lautet die Formel:

$$P' = Q \frac{\mu^{2n}(\mu - 1)}{\mu^{2n} - 1}$$

Der Nutzeffekt ist wieder:

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{\frac{Q}{2n}}{Q \frac{\mu^{2n}(\mu - 1)}{\mu^{2n} - 1}} \text{ also:}$$

$$\eta = \frac{\mu^{2n} - 1}{2n \mu^{2n} (\mu - 1)}$$

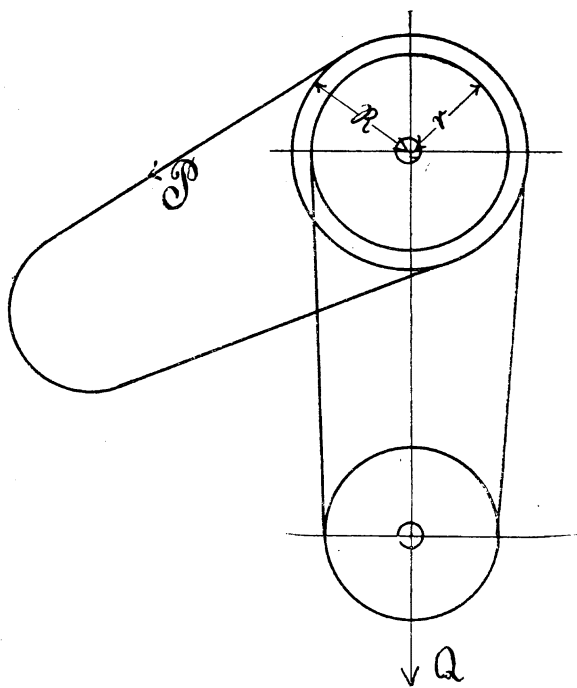


Fig. 68.

103. Sind auf eine Achse 2 feste Rollen von Halbmesser r und R festgefeilt und schlingt sich ein Seil in der in Fig. 68 angegebenen Weise um diese beiden festen Rollen und um eine lose Rolle, an der das Gewicht Q hängt, so hat man folgende Momentengleichung:

$$P \cdot R + \frac{Q}{2} r = \frac{Q}{2} R \text{ also}$$

$$P \cdot R = \frac{Q}{2} (R - r) \text{ und}$$

$$P = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{R} \right)$$

104. Berücksichtigt man die Reibung, so hat man folgende Relation:

Bezeichnet man die Spannung in dem auf die lose Rolle auflaufenden Seil mit P_1 , so ist die im ablaufenden $P_2 = \mu \cdot P_1$,

d. h. $P_1 = \frac{P_2}{\mu}$ so ist:

$$Q = P_1 + P_2 = P_1 + \mu P_1 = P_1 (1 + \mu) \text{ und}$$

$$P_1 = \frac{Q}{1 + \mu}$$

Dann haben wir auf der linken Seite die Momentensumme:

$P' R + P_1 r$ und auf der rechten Seite das Moment

$\mu \cdot P_1 R$. Dann muß sein

$$P' R + P_1 r = \mu^2 P_1 R$$

$$P' R = P_1 (\mu^2 R - r) \text{ und } P' = P_1 \left(\mu^2 - \frac{r}{R} \right)$$

Nun war aber $P_1 = \frac{Q}{1 + \mu}$ also ist:

$$P' = \frac{Q}{1 + \mu} \left(\mu^2 - \frac{r}{R} \right)$$

Dann ist der Nutzeffekt:

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{\frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{R} \right)}{\frac{Q}{1 + \mu} \left(\mu^2 - \frac{r}{R} \right)} \text{ also: } \eta = \frac{(1 + \mu) \left(1 - \frac{r}{R} \right)}{2 \left(\mu^2 - \frac{r}{R} \right)}$$

Im allgemeinen ist das Verhältnis der beiden festen Rollen $\frac{r}{R} = \frac{11}{12}$. Setzen wir nun als Mittelwert für Kettenreibung $\mu = 1,05$, so ist:

$$\eta = \frac{(1 + 1,05) \left(1 - \frac{11}{12} \right)}{2 \left(1,05^2 - \frac{11}{12} \right)} = 0,46$$

Beispiele:

10. Ein Faktorenflaschenzug habe 3 lose Rollen, wie groß ist die Kraft P (P'), welche zum Heben einer Last Q von 600 kg nötig ist?

Die Rechnung ist ohne und mit Berücksichtigung der Reibung durchzuführen. ($\mu = 1,12$)

$$1. \quad \text{Es ist } P = \frac{Q}{2^n} = \frac{600}{2 \cdot 3} = 100 \text{ kg.}$$

$$2. \quad P' = Q \frac{\mu^{2n} (\mu - 1)}{\mu^{2n} - 1} = 600 \frac{1,12^6 (1,12 - 1)}{1,12^6 - 1} \\ = \sim 252 \text{ kg.}$$

Wie man sieht, ist die Kraft, welche zur Überwindung der Reibung nötig ist, sehr groß, gleich $252 - 100 = 152$ kg, der Nutzeffekt also sehr gering.

$$\text{Er ist nämlich } = \frac{P}{P'} = \frac{100}{252} = \sim 0,4$$

11. Eine wie große Last kann man durch einen Potenzflaschenzug mit 4 losen Rollen heben, wenn die Kraft P (P') 50 kg beträgt? (Mit und ohne Berücksichtigung der Reibung, ($\mu = 1,12$.)

$$1. \quad \text{Es ist: } P = \frac{Q}{2^n} \text{ also } Q = P \cdot 2^n \text{ also:}$$

$$Q = 50 \cdot 2^4 = 800 \text{ kg.}$$

2. Mit Berücksichtigung der Reibung ist:

$$P = \frac{Q'}{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n} \text{ also } Q' = P \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n \cdot \frac{1}{\mu}$$

also in unserem Falle $Q' = 50 \left(1 + \frac{1}{1,12}\right)^4 \cdot \frac{1}{1,12} = \sim 570 \text{ kg.}$

Dann ist der Nutzeffekt:

$$\eta = \frac{\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^n}{2^n} = \frac{1}{1,12} \frac{\left(1 + \frac{1}{1,12}\right)^4}{2^4} = \sim 0,7.$$

12. Durch einen Differentialflaschenzug soll eine Last $Q = 800$ kg gehoben werden, wie groß ist die Kraft P (P'), wenn $\frac{r}{R} = \frac{11}{12}$ ist. (Ohne und mit Berücksichtigung der Reibung $\mu = 1,05$.)

1. Es ist $P = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{R}\right) = \frac{800}{2} \left(1 - \frac{11}{12}\right)$
 $= \sim 33 \text{ kg.}$

2. Mit Berücksichtigung der Reibung ist

$$P = \frac{Q}{1 + \mu} \left(\mu^2 - \frac{r}{R}\right) = \frac{800}{1 + 1,05} \left(1,05^2 - \frac{11}{12}\right) = \sim 72 \text{ kg.}$$

Der Nutzeffekt ist in diesem Falle, wie schon oben erwähnt, $\eta = 0,466$. Es muß dann sein:

$$0,466 \cdot 72 = \sim 33.$$

Zwölftes Kapitel.

b) Der Hebel.

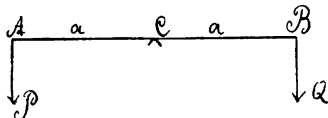


Fig. 69.

105. Es sei AB (Fig. 69) ein gleicharmiger Hebel, der in der Mitte C unterstützt wird. Es ist dann bekanntlich ohne Berücksichtigung der Reibung die Kraft P, welche nötig ist, um die Last Q zu heben, gleich dieser Last Q. Nun wirkt aber, wenn man das Eigengewicht vernachlässigt, auf den Zapfen bei C ein Druck $= P + Q$, folglich ist der Reibungswiderstand $= \varphi(P + Q)$. Dann hat man folgende Momentengleichung, wenn man den Halbmesser des Zapfens mit r bezeichnet:

$$P' a = Q \cdot a + (P' + Q) \varphi r = Q(a + \varphi r) + P' \varphi r \text{ also}$$

$$P'(a - \varphi r) = Q(a + \varphi r)$$

$$\text{folglich } P' = \frac{Q(a + \varphi r)}{a - \varphi r}$$

Während nun beim Heben der Last Q der Reibungswiderstand überwunden werden muß, unterstützt der Reibungswiderstand diejenige Last P'', welche nötig ist, um die Last Q am Sinken zu verhindern.

Es ist dann:

$$P'' a + (P'' + Q) \varphi r = Q a, \text{ also}$$

$$P''(a + \varphi r) = Q(a - \varphi r)$$

$$\text{folglich } P'' = \frac{Q(a - \varphi r)}{a + \varphi r}$$

106. Beim ungleicharmigen Hebel ist die Entwicklung der Formeln für P' und P'' dieselbe. Es ist also

$$P' \cdot a = Q \cdot b + (P' + Q) \varphi r$$

$$P' = \frac{Q(b + \varphi r)}{a - \varphi r}$$

und

$$P'' = \frac{Q(b - \varphi r)}{a + \varphi r}$$

Beispiele:

13. Ein gleicharmiger Hebel, dessen Hebelarm $a = 2$ m ist, trägt an seinem Ende die Last $Q = 1000$ kg. Wie groß ist

- a) die Kraft P' , welche nötig ist, die Last Q zu heben und
b) die Kraft P'' , welche der Last Q das Gleichgewicht hält?

Es sei $\mu = 0,08$, der Zapfenhalbmesser $r = 30$ mm.

Es war

$$P' = \frac{Q(a + \varphi r)}{a - \varphi r} = \frac{1000(1 + 0,08 \cdot 0,03)}{1 - 0,08 \cdot 0,03} = \sim 1005 \text{ kg und}$$

$$P'' = \frac{Q(a - \varphi r)}{a + \varphi r} = \frac{1000(1 - 0,08 \cdot 0,03)}{1 + 0,08 \cdot 0,03} = \sim 995 \text{ kg.}$$

14. Ein ungleicharmiger Hebel, dessen Arme $a = 2$ m und $b = 0,8$ m sind, ist am Ende von b mit 20000 kg belastet, wie groß muß die Kraft P und P'' sein? ($r = 80$ mm, $\mu = 0,08$)

$$P' = \frac{Q(b + \varphi \cdot r)}{a - \varphi r} = \frac{20000(0,8 + 0,08 \cdot 0,08)}{2 - 0,08 \cdot 0,08} = \sim 8090.$$

$$P'' = \frac{Q(b - \varphi \cdot r)}{a + \varphi \cdot r} = \frac{20000(0,8 - 0,08 \cdot 0,08)}{2 + 0,08 \cdot 0,08} = \sim 7910.$$

c) Die schiefe Ebene.

107. Bewegt sich ein Körper auf einer gegen die Horizontalebene um den Winkel α geneigten Ebene AB, so läßt sich die Fallbeschleunigung g in 2 Komponenten zerlegen, von denen die eine parallel und die andere senkrecht zur Ebene AB ist. Es wird dann die letztere

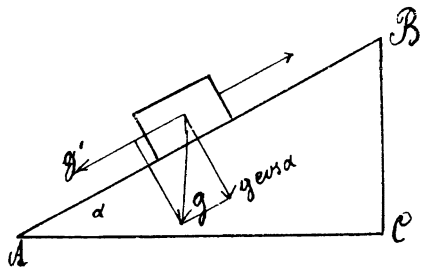


Fig. 70.

durch die schiefe Ebene aufgehoben und die erstere ist

$$g' = g \sin \alpha$$

Hat nun der Körper die Anfangsgeschwindigkeit $c = 0$, so ist $AB = s = \frac{v^2}{2g'}$ also:

$$v = \sqrt{2sg'} = \sqrt{2 \cdot gs \sin \alpha}$$

Nun ist $\sin \alpha = \frac{h}{s}$ also:

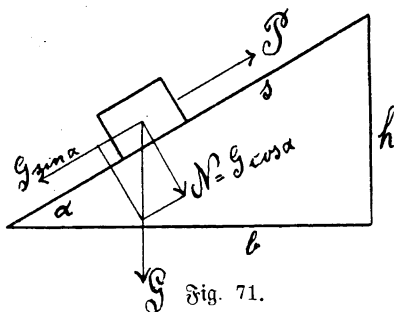
$$v = \sqrt{2gs \cdot \frac{h}{s}} =$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Dies ist aber die Formel für die Endgeschwindigkeit für den freien Fall, wenn der Körper von der Höhe h herunterfällt.

1. Gleichgewicht auf der schiefen Ebene.

108. Der sich auf der unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigten Ebene bewegende Körper hat das Eigengewicht G , dann kann man G zerlegen in 2 Komponenten, von denen die eine $G \sin \alpha$ parallel und die andere $G \cos \alpha$ senkrecht zu der geneigten Ebene ist. Dann sucht die erstere den Körper herunterzuziehen, und man muß, um Gleichgewicht zu erhalten, eine gleich große, aber in entgegengesetzter Richtung wirkende Kraft hinzufügen. Es ist also die Kraft, welche das Gleichgewicht bewirkt,



$$P = G \cdot \sin \alpha = G \frac{h}{s}$$

Nun ist auch $\frac{P}{G} = \frac{h}{s}$. Es verhält sich also die Kraft zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Je größer also die Höhe h , also auch der Winkel α wird, desto größer wird auch die zur Herstellung des Gleichgewichts nötige Kraft.

Die auf der Ebene senkrechte Komponente nennt man den Normaldruck und es ist derselbe

$$N = G \cdot \cos \alpha = G \cdot \frac{b}{s}$$

Dann ist auch $\frac{N}{G} = \cos \alpha = \frac{b}{s}$

Es ist also der Normaldruck direkt proportional der Basis b und umgekehrt proportional der Länge s .

Soll nun die Horizontalkraft P_1 dem Körper das Gleichgewicht halten, so kann man dieselbe zerlegen in eine Parallelkraft $P_1 \cos \alpha$ und in eine Normalkraft $P_1 \sin \alpha$, dann ist:

$$P_1 \cos \alpha = G \sin \alpha \text{ also}$$

$$P_1 = G \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ d. h.}$$

$$P_1 = G \operatorname{tg} \alpha = G \frac{h}{b}$$

Ebenso ist der Gesamtnormaldruck:

$$N_1 = N + P_1 \sin \alpha = G \cos \alpha + P_1 \sin \alpha = G \cos \alpha + G \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

also

$$N_1 = G \left(\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) \text{ d. h.}$$

$$N_1 = \frac{G}{\cos \alpha}$$

2. Reibung auf der schiefen Ebene.

109. Ist wieder der Neigungswinkel der Ebene $= \alpha$, so ist, wie schon oben erwähnt, der Normaldruck $= G \cdot \cos \alpha$, also der Reibungswiderstand $= \varphi \cdot G \cos \alpha$. Dann ist der Gesamtwiderstand, der der Bewegung des Körpers nach oben entgegensteht

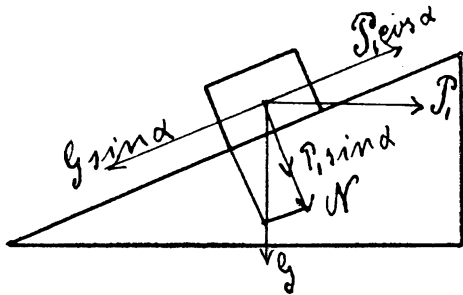


Fig. 72.

$$P' = G \sin \alpha + \varphi G \cdot \cos \alpha \text{ also}$$

$$P' = G (\sin \alpha + \varphi \cdot \cos \alpha)$$

Soll nun die Kraft P'' bestimmt werden, welche, parallel zur Ebene wirkend, ein Gleiten des Körpers nach abwärts verhindert, so hat man zu bedenken, daß die Reibung diese Kraft unterstützt, es muß dann sein:

$$P'' = G \sin \alpha - \varphi G \cos \alpha \text{ also}$$

$$P'' = G (\sin \alpha - \varphi \cos \alpha)$$

Nimmt man nun den Neigungswinkel so groß, daß er gerade das Abwärtsgleiten des Körpers verhindert und bezeichnet ihn mit f , so muß $P'' = 0$ sein, also:

$$G \sin f = \varphi \cdot \cos f \quad \text{d. h.}$$

$$\varphi = \frac{\sin f}{\cos f} = \operatorname{tg} f$$

Diesen Winkel f bezeichnet man mit dem Namen Reibungswinkel.

Wirkt die Kraft P_1' horizontal, so ist wieder die Parallelkomponente $= P_1' \cos \alpha$ und der gesamte Normaldruck $N_1 = P_1' \sin \alpha + G \cos \alpha$. Dann hat man die Gleichung:

$$P_1' \cos \alpha = G \sin \alpha + \varphi P_1' \sin \alpha + \varphi G \cos \alpha, \text{ also:}$$

$$P_1' (\cos \alpha - \varphi \sin \alpha) = G (\sin \alpha + \varphi \cos \alpha), \quad \text{folglich:}$$

$$P_1' = \frac{G (\sin \alpha + \varphi \cos \alpha)}{\cos \alpha - \varphi \sin \alpha}$$

Dividiert man Zähler und Nenner durch $\cos \alpha$ so folgt:

$$P_1' = \frac{G \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \varphi \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} \right)}{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \varphi \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}$$

setzt man noch für φ den Wert $\operatorname{tg} f$ ein, so erhält man schließlich die Gleichung:

$$P_1' = \frac{G (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} f)}{1 - \operatorname{tg} f \cdot \operatorname{tg} \alpha} = G \operatorname{tg} (\alpha + f)$$

Soll nun diejenige Horizontalkraft P_1'' bestimmt werden, welche dem Körper das Gleichgewicht hält, so ist

$$P_1'' \cos \alpha = G \sin \alpha - \varphi P_1'' \sin \alpha - \varphi G \cos \alpha, \quad \text{also:}$$

$$P_1'' = \frac{G (\sin \alpha - \varphi \cos \alpha)}{\cos \alpha + \varphi \sin \alpha} \quad \text{oder wenn man ebenso}$$

verfährt wie vorher:

$$P_1'' = \frac{G (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} f)}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} f} = G \operatorname{tg} (\alpha - f)$$

Beispiele:

1. Auf einer um 60° gegen den Horizont geneigten Ebene bewege sich ein Körper von 80 kg Gewicht. Wie groß ist die zur geneigten Ebene parallel wirkende Kraft, welche das Herabgleiten verhindert (ohne und mit Berücksichtigung der Reibung, $\varphi = 0,15$)?

Auflösung. Es ist

$$P = G \cdot \sin \alpha = 80 \cdot \sin 60^\circ = \sim 70 \text{ kg ohne Reibung.}$$

$$P' = G (\sin \alpha + \varphi \cos \alpha) = 80 (\sin 60^\circ + 0,15 \cos 60^\circ) = \sim 75 \text{ kg}$$

$$P'' = G (\sin \alpha - \varphi \cos \alpha) = 80 (\sin 60^\circ - 0,15 \cos 60^\circ) = \sim 63 \text{ kg}$$

} mit Reibung.

Und zwar ist $P' = 75$ die Kraft, welche zur Aufwärtsbewegung nötig ist, und $P'' = 63$ diejenige, welche ein Herabgleiten verhindert.

2. Wie groß müssen die Horizontalkräfte sein, wenn im übrigen die vorige Aufgabe bleibt?

$$P_1 = G \operatorname{tg} \alpha = 80 \operatorname{tg} 60^\circ = \sim 138 \text{ kg ohne Reibung.}$$

$$P_1' = \frac{G (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} f)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} f} = \frac{80 (\operatorname{tg} 60^\circ + 0,15)}{1 + \operatorname{tg} 60^\circ \cdot 0,15} = \sim 209 \text{ kg}$$

$$P_1'' = \frac{G (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} f)}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} f} = \frac{G (\operatorname{tg} 60^\circ - 0,15)}{1 + \operatorname{tg} 60^\circ \cdot 0,15} = \sim 100 \text{ kg}$$

} mit Reibung.

d) Die Schraube.

110. Eine Schraubenlinie entsteht, wenn auf einem Zylinder ein Punkt gleichzeitig eine Rotations- und eine Translationsbewegung*) ausführt. Man kann sich auch vorstellen, daß sich

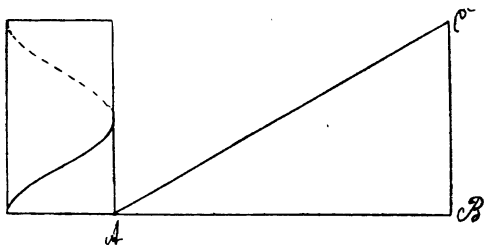


Fig. 73.

die Hypotenuse AC eines rechtwinkligen Dreiecks ABC auf den Zylinder aufwickelt (Fig. 73). Den Winkel α nennt man den Neigungswinkel. Ist AB gleich dem Umfang des Zylinders, so nennt man BC die Steigung oder Ganghöhe. Bewegt sich ein gleichschenkeliges Dreieck um den Zylinder, so entsteht ein scharfgängiges, bei der Rotation eines Rechtecks (Quadrates) ein flaches Gewinde. Hier sollen nur die flachgängigen Schrauben betrachtet werden, die zur Bewegung benutzt werden. Die scharfgängigen werden als Befestigungsmittel angewendet.

*) Vorwärtsbewegung parallel zur Achse des Zylinders.

Man kann, wie aus dem vorhergehenden hervorgeht, das Gewinde ansehen als eine schiefe Ebene vom Neigungswinkel α .

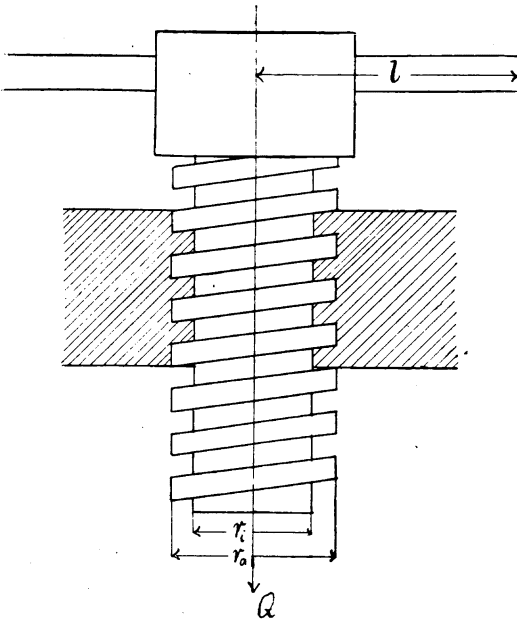


Fig. 74.

Bezeichnet man den inneren Gewindedurchmesser mit r_i und den äußeren r_a (Fig. 74), so ist der mittlere Gewindedurchmesser:

$$r = \frac{r_i + r_a}{2}$$

Bewegt sich nun auf dem Gewinde ein Körper vom Gewichte Q , so ist $Q \cdot h = P \cdot 2r\pi$, wenn h die Ganghöhe bezeichnet. Also ist

$$P = Q \cdot \frac{h}{2r\pi} = Q \operatorname{tg} \alpha$$

In diesem Falle greift P an den mittleren Halbmesser r an. Greift aber die Kraft P' , wie es immer bei Bewegungsschrauben stattfindet, an einen größeren Hebelarm l an, so ist

$$P' \cdot l = P \cdot r, \text{ also } P' = P \cdot \frac{r}{l} \text{ d. h.}$$

$$P' = Q \cdot \frac{h}{2 \cdot l \pi} = \frac{Qr}{l} \operatorname{tg} \alpha$$

Berücksichtigt man die Reibung, so hat man natürlich dieselbe Formel, wie bei der schiefen Ebene, da ja die Schraube als schiefe Ebene aufzufassen ist. Es ist also:

$$P_1' = \frac{Q (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} f)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} f} \text{ und}$$

$$P_1'' = \frac{Q (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} f)}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} f}$$

Diese beiden Formeln gelten, wenn die Kraft am Hebelarm r angreift. Setzt man nun

für $\operatorname{tg} \alpha$ seinen Wert $\frac{h}{2r\pi}$ und

für $\operatorname{tg} f$ „ „ φ ein, so wird

$$P_1' = Q \frac{\frac{h}{2r\pi} + \varphi}{1 - \frac{h\varphi}{2r\pi}} \text{ also:}$$

$$P_1' = Q \frac{h + 2r\pi\varphi}{2r\pi - \varphi h}$$

Ebenso erhält man

$$P_1'' = Q \frac{h - 2r\pi\varphi}{2r\pi + \varphi h}$$

Das Güteverhältnis ist dann:

$$\eta = \frac{\frac{Q \cdot h}{2r\pi}}{Q \frac{h + 2r\pi\varphi}{2r\pi - \varphi h}} = \frac{h(2r\pi - \varphi h)}{2r\pi(h + 2r\pi \cdot \varphi)}$$

Greift die Kraft an einem Hebelarm l an, so ist

$$P_2' l = P_1' r \text{ also wieder}$$

$$P_2' = P_1' \frac{r}{l} \text{ dann heißt unsere Formel}$$

$$P_2' = Q \cdot \frac{r}{l} \frac{h + 2r\pi\varphi}{2r\pi - \varphi h}$$

Diese Kraft ist nötig, um die Last zu heben und außerdem den Reibungswiderstand zu überwinden.

Ebenso erhält man dann

$$P_2'' = Q \frac{r h - 2r\pi\varphi}{2r\pi - \varphi h}$$

als diejenige Kraft, welche ein Sinken der Last Q verhindert.

Beispiel: Durch eine flache Schraube, deren innerer und äußerer Gewindedurchmesser 60 mm und 70 mm ist, soll ein Gewicht von 1000 kg gehoben werden. Wie groß ist die bei einem Hebelarm gleich dem mittleren Gewindedurchmesser nötige Kraft, wenn die Ganghöhe gleich 10 mm ist? (Ohne und mit Berücksichtigung der Reibung, $\varphi = 0,15$.)

Der Hebelarm ist:

$$r = \frac{r_a + r_i}{2} = \frac{70 + 60}{2} = 65. \quad \text{Dann ist}$$

$$P = Q \frac{h}{2r\pi} = 10000 \cdot \frac{10}{2 \cdot 65 \cdot \pi} = \sim 220 \text{ kg ohne Reibung,}$$

$$P_1' = Q \frac{h + 2r\pi\varphi}{2r\pi - \varphi h} = 10000 \frac{10 + 2 \cdot 3,14 \cdot 0,15 \cdot 65}{2 \cdot 3,14 \cdot 65 - 0,15 \cdot 10} \\ = \sim 11930$$

Dann ist das Güteverhältnis:

$$\eta = \frac{220}{11930} = 0,01 = \frac{1}{100}$$

Dreizehntes Kapitel.

e) Der Keil.

111. Man kann sich den Keil als ein Prisma vorstellen, dessen Grundfläche entweder ein rechtwinkliges oder ein gleichschenkliges Dreieck ist. AB nennt man den Kopf des Keils. Wirkt nun im ersten Falle eine Kraft Q senkrecht auf AC , so kann man diese in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine vertikal und die andere horizontal ist. Die vertikale ist dann der Normaldruck und wird aufgehoben. Die horizontale Komponente ist $= Q \cdot \sin \alpha$.

Die Kraft, welche die Horizontalkomponente aufhebt, muß also sein:

$$P = Q \cdot \sin \alpha$$

Ist der Querschnitt ein gleichschenkliges Dreieck und ist der Winkel $ACB = \alpha$, so vereinige man die auf beiden Seiten des Keils wirkenden und gleichen Kräfte Q zu der Resultierenden R . Diese Kraft muß dann der Kraft P das Gleichgewicht halten,

denn sie steht senkrecht auf dem Keilkopf, weil die bei Q unter gleichen Winkeln gegen die Achse geneigt sind. Bezeichnet man das Kräfteparallelogramm mit den Buchstaben $DEFG$, so ist $\angle EFG = \alpha$, folglich ist:

$$\frac{R}{2Q} = \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{folglich}$$

$$R = 2Q \sin \frac{\alpha}{2}$$

also auch

$$P = 2Q \sin \frac{\alpha}{2}$$

Ferner sind die beiden Dreiecke ABC und DEG ähnlich, folglich verhält sich

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{EG} \quad \text{also}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{P}{Q}$$

Es verhält sich also die Kraft zur Last, wie der Kopf des Keiles zur Seite.

Berücksichtigt man die Reibung, so entsteht auf jeder Keilseite ein Reibungswiderstand $= \varphi \cdot Q$,

vereinigt man beide zu einer Resultierenden, so erhält man den Reibungswiderstand in der Achsenrichtung $= 2Q \cdot \varphi \cos \frac{\alpha}{2}$.

Folglich ist: $P' = 2Q \sin \frac{\alpha}{2} + 2Q\varphi \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ also

$$P' = 2Q \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \varphi \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

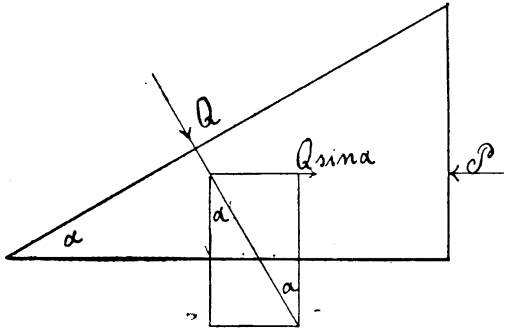


Fig. 75.

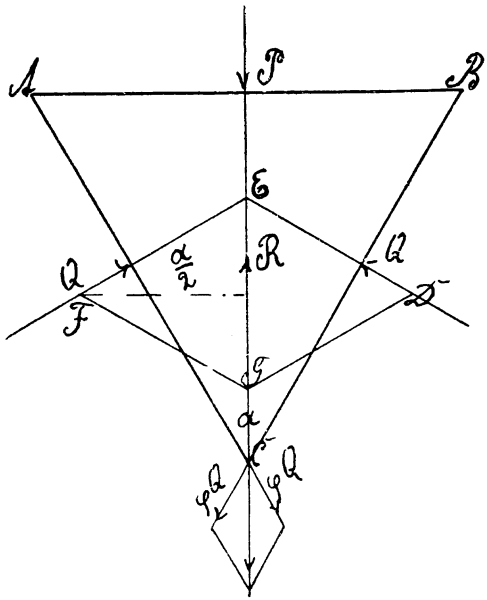


Fig. 76.

Die Kraft, welche ein Zurückgehen des Keiles verhindert, wird dann:

$$P'' = 2Q \sin \frac{\alpha}{2} - 2\varphi Q \cos \frac{\alpha}{2} \text{ folglich}$$

$$\underline{P'' = 2Q \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \varphi \cos \frac{\alpha}{2} \right)}$$

Beispiel: Bei einem Keile sei die Kopflänge 30 mm und die Seitenlänge = 400 mm. Auf beiden Seiten wirkt eine Kraft von 800 kg, wie groß ist P , P' und P'' ($\mu = 0,15$)? Es ist

$$P = 2Q \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{Nun ist } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1,5}{400} = 0,0375 \text{ also}$$

$$P = 2 \cdot 800 \cdot 0,0375 = 60 \text{ kg (ohne Reibung).}$$

$$P' = 2 \cdot Q \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \varphi \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 2 \cdot 800 (0,075 + 0,15 \cdot 0,997) \\ = \sim 300 \text{ kg.}$$

$$P'' = 2Q \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \varphi \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 2 \cdot 800 (0,075 - 0,15 \cdot 0,997) \\ = - 179 \text{ kg.}$$

Wir erhalten also einen negativen Wert, d. h. der Keil sitzt fest und es ist eine Kraft von 179 kg nötig, um ihn herauszutreiben. Hätten wir 0 erhalten, so würde der Reibungswiderstand das Herausgleiten des Keiles gerade verhindern.

29. Zentripetalkraft.

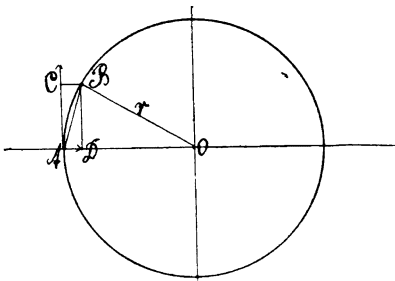


Fig. 77.

112. Befindet sich ein Körper an einem Faden, der an seinem anderen Ende an einer festen Achse O befestigt ist, so ist der Körper gezwungen, eine Kreisbewegung auszuführen, würde der Faden abgeschnitten, so würde der Körper sich tangential mit gleichförmiger Geschwindigkeit v fortbewegen.

Nehmen wir nun an, der Körper habe in einer sehr kleinen Zeit t_1 den sehr kleinen Bogen AB zurückgelegt, so kann man

die Sehne AB statt des Bogens setzen. Es ist dann AB der resultierende Weg der Tangentialbewegung AC und der Zentripetalbewegung AD. Da nun die Tangentialbewegung gleichförmig ist, muß die Zentripetalbewegung eine gleichförmig beschleunigte sein, weil sonst die resultierende eine gerade sein müßte, während sie doch ein Bogen ist. Es ist dann:

$$AD = p \frac{t_1^2}{2} \text{ da die Anfangsgeschwindigkeit} = 0.$$

Ferner ist $AB = vt_1$, also $t = \frac{tB}{v}$. Diesen Wert von t in die vorige Gleichung eingesetzt, ergibt:

$$AD = \frac{p}{2} \frac{AB^2}{v^2}$$

Es ist nun nach der Planimetrie AB die mittlere proportionale zwischen AD und $2r$, wo r den Halbkreismesser bezeichnet, also

$$AB^2 = 2r \cdot AD, \text{ folglich:}$$

$$AD = \frac{p}{2} \frac{2r AD}{v^2} \text{ folglich ist die Zentripetalbeschleunigung}$$

$$p = \frac{v^2}{r}$$

Multipliziert man diese Gleichung mit m, so erhält man:

$$mp = m \frac{v^2}{r} \text{ also, da } m \cdot p = P$$

die Zentripetalkraft:

$$P = m \frac{v^2}{r}$$

Nach dem Gesetze der Wechselwirkung entspricht nun einer jeden Kraft eine gleichgroße entgegengesetzte, diese nennt man in unserem Falle die

30. Fliehkraft oder Zentrifugalkraft = C.

113. Beispiel. Ein Körper von 40 kg Gewicht bewege sich an einem 2 m langen Seile mit 4 m Geschwindigkeit. Wie groß ist die Zentrifugalkraft?

$$\text{Es ist: } C = m \frac{r^2}{r} \text{ also } = \frac{40}{9,81} \cdot \frac{4^2}{1} = \infty 6,6 \text{ kg.}$$

31. Die Gesetze des zentralen Stoßes.

114. Bewegen sich zwei Körper von der Masse m_1 und m_2 in derselben Richtungslinie in gleicher Richtung mit der Geschwindigkeit v_1 und v_2 , so werden dieselben, wenn v_2 größer als v_1 ist, nach einer gewissen Zeit zusammenstoßen.

Es wird dann m_1 eine Beschleunigung und m_2 eine Verzögerung erfahren. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit, mit der sich beide Körper nach dem Stoße weiter bewegen, mit v , so ist die Verzögerung von $m_2 = v_2 - v$ und die Beschleunigung von $m_1 = v - v_1$.

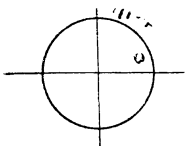


Fig. 78.

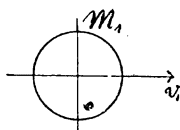


Fig. 79.

Nun verhalten sich die Massen umgekehrt wie die Beschleunigungen, die ihnen von gleichen Kräften erteilt werden; also haben wir die Gleichung:

$$\frac{v - v_1^*)}{v_2 - v} = \frac{m_2}{m_1} \text{ also}$$

$$v(m_1 + m_2) = v_1 m_1 + v_2 m_2 \text{ also}$$

$$v = \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Bewegen sich die Körper nach entgegengesetzter Richtung, aber auch in derselben Richtungslinie, so wird die Bewegungsrichtung des Körpers mit der kleineren Geschwindigkeit umgekehrt, es wird also in unserem Falle $v_1 -$ werden, und die Bewegungsrichtung wird durch v_2 bestimmt.

Es lautet dann unsere Formel:

$$v = \frac{m_2 \cdot v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Bei dieser Entwicklung wird vorausgesetzt, daß die beiden Körper vollkommen unelastisch sind.

Sind beide sich stoßenden Körper vollkommen elastisch, so hat man 2 Perioden während des Stoßes zu unterscheiden.

*) Es ist vorausgesetzt, daß die Zeitdauer des Stoßes die Zeiteinheit sei, in anderen Falle würde sich t herausheben.

Während der ersten Periode tritt an der Berührungsstelle eine Kompression ein, während bei der 2. Periode die Körper vermöge ihrer Elastizität ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen. Es erleidet dann der eine Körper m_2 nochmals eine Verzögerung $v_2 - v$, so daß die Gesamtverzögerung $= 2(v_2 - v)$ beträgt.

Dann ist die Endgeschwindigkeit

$$v'' = v_2 - 2(v_2 - v) = v_2 - 2v_2 + 2v = 2v - v_2.$$

Ebenso wird der Masse m_2 die Gesamtgeschwindigkeitszunahme erteilt $= 2(v - v_1)$, so daß die Endgeschwindigkeit ist:

$$v' = v_1 + 2v - 2v_1 = 2v - v_1$$

Setzt man in diese beiden Gleichungen für v die vorhin gefundenen Werte ein, so erhält man:

$$v'' = \frac{2(m_2 v_2 + m_1 v_1)}{m_1 + m_2} - v_2 = \frac{2m_2 v_2 + 2m_1 v_1 - m_1 v_2 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

also

$$v'' = \frac{2v_1 m_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

Ebenso wird

$$v' = \frac{2(v_1 m_1 + v_2 m_2)}{m_1 + m_2} - v_1 = \frac{2v_1 m_1 + 2v_2 m_2 - v_1 m_1 - v_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \frac{2v_2 m_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

Bewegen sich die beiden Körper nach entgegengesetzter Richtung, so wird wieder, wie beim Stoß unelastischer Körper, v_1 negativ. Es wäre dann:

$$v'' = \frac{v_2(m_2 - m_1) - 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \text{ und}$$

$$v' = \frac{2v_2 m_2 - v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

Sind die beiden Massen m_1 und m_2 gleich, so wird beim unelastischen Stoß, wenn sich die Körper in derselben Richtung bewegen:

$$v = \frac{v_1 m_2 + v_2 m_2}{2m_2} = \frac{m_2(v_1 + v_2)}{2m_2}, \text{ also}$$

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

also gleich der mittleren Geschwindigkeit.

Bewegen sich die Körper in entgegengesetzter Richtung, so wird ebenso:

$$v = \frac{v_2 - v_1}{2}$$

Beim elastischen Stoß wird:

$$v' = \frac{2v_2 m_2 + v_1 (m_2 - m_1)}{2m_2} \text{ also}$$

$$\underline{v' = v_2}$$

Ebenso wird

$$v'' = \frac{2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)}{2m_2} \text{ also}$$

$$\underline{v'' = v_1}$$

Es vertauschen also beide Körper ihre Geschwindigkeiten. Bewegen sich die Körper in entgegengesetzter Richtung, so wird:

$$v' = \frac{2v_2 m_2 - v_1 (m_2 - m_1)}{2m_1} \text{ also erhält man ebenso}$$

$$v' = v_2 \text{ und } v'' = v_1.$$

32. Mechanische Arbeit beim Stoß.

a) Unelastischer Stoß.

115. Vor dem Zusammentreffen der beiden Körper hat der Körper m_1 die lebendige Kraft $\frac{m_1}{2} v_1^2$ und der Körper m_2 die lebendige Kraft $= \frac{m_2}{2} v_2^2$ also ist die gesamte lebendige Kraft:

$$K_1 = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2$$

Nach dem Stoße bewegen sich beide Körper mit der Geschwindigkeit v , also ist dann die lebendige Kraft:

$$K_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} v^2$$

Die Differenz von K_1 und K_2 ist dann die verlorene lebendige Kraft, also:

$$K = K_1 - K_2 = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 - \frac{m_1 + m_2}{2} v^2$$

Nun ist $v = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ also ist:

$$K_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} v^2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{(m_2 v_2 - m_1 v_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} \text{ d. h.}$$

$$K_2 = \frac{(m_2 v_2 - m_1 v_1)^2}{2(m_1 + m_2)} \text{ also:}$$

$$K = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 - \frac{(m_2 v_2 - m_1 v_1)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

mit dem Generalnenner multipliziert:

$$K = \frac{m_1^2 v_1^2 + m_1 m_2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + m_1 m_2 v_2^2 - m_2^2 v_2^2 - m_1^2 v_1^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2}{2(m_1 + m_2)}$$

also

$$K = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2)}{2(m_1 + m_2)} \text{ d. h.}$$

$$K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_2 - v_1)^2.$$

Ebenso erhält man für entgegengesetzte Bewegung

$$K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_2 + v_1)^2 \text{ also kann man allgemein setzen:}$$

$$K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_2 \mp v_1)^2.$$

Wird $m_1 = m_2 = m$, so erhält man:

$$K = \frac{m^2}{4 \cdot m} (v_2 \mp v_1)^2, \text{ also}$$

$$K = \frac{m}{4} (v_2 \mp v_1)^2.$$

Ist die Masse m_1 vor dem Stoße in Ruhe, ist also $v_1 = 0$, so erhält man:

$$K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} v_2^2 \text{ und als Geschwindigkeit nach dem Stoße}$$

$$v = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

b) Elastischer Stoß.

Beim vollkommen elastischen Stoße ist:

$$K_1 = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 \text{ und}$$

$$K_2 = \frac{m_1}{2} v'^2 + \frac{m_2}{2} v''^2$$

Setzt man nun für v' und v'' seine Werte ein, so erhält man:

$$K_2 = \frac{m_1}{2} \cdot \left(\frac{2v_2 m_2 + v_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \right)^2 + \frac{m_2}{2} \left(\frac{2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} \right)^2$$

$$K_2 = \frac{m_1 [2v_2 m_2 + v_1 (m_1 - m_2)]^2 + m_2 [2m_1 v_1 + v_2 (m_2 - m_1)]^2}{2(m_1 + m_2)^2}$$

Wenn man diesen Ausdruck entwickelt, so erhält man:

$$K_2 = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} \text{ d. h. es wird } K_1 = K_2.$$

Beim vollkommenen elastischen Stoß geht also keine lebendige Kraft verloren.

Stößt ein vollkommen elastischer Körper senkrecht auf einen feststehenden vollkommenen unelastischen, so geht sämtliche lebendige Kraft verloren.

Inhaltsverzeichnis

zu Mechanik.

	Seite
1. Einleitung	5
2. Einteilung der Mechanik	7
3. Körper im Zustande der Ruhe oder der Bewegung	7
4. Geschwindigkeiten	8
5. Einheiten	9
6. Arten der Bewegung	9
7. Tabelle einiger Geschwindigkeiten	9
8. Die gleichförmige Bewegung	10
9. Die gleichförmige Kreisbewegung	11
10. Die gleichförmig veränderte Bewegung	12
11. Der freie Fall	15
12. Gesetz der Trägheit	17
13. Gesetz der Schwere	18
14. Gesetz der Wechselwirkung (oder Reaktion)	19
15. Einteilung der Kräfte	20
16. Bestimmung einer Kraft	20
17. Der senkrechte Wurf	21
18. Der Schwerpunkt	22
a) Schwerpunkte von Linien	22
b) Schwerpunkte von Flächen	23
c) Schwerpunkte von Körpern	25
19. Guldinische Regel	26
20. Zusammensetzen und Zerlegen der Kräfte	31
21. Die Hebelgesetze	36
22. Anwendungen des Hebels	46
23. Die Widerstände der Reibung	62
Koeffizienten der gleitenden Reibung	65
24. Kraftleistungen	66
25. Zapfenreibung	70
26. Der Pronysche Baum	71
27. Steifigkeit der Ketten u. s. w.	73

	Seite
28. Die einfachen Maschinen ohne und mit Berücksichtigung der Reibung	75
a) Die Rolle	75
b) Der Hebel	82
c) Die schiefe Ebene	83
1. Gleichgewicht auf der schiefen Ebene	84
2. Reibung auf der schiefen Ebene	85
d) Die Schraube	87
e) Der Keil	90
29. Zentripetalkraft	92
30. Fliehkraft oder Zentrifugalkraft = C	93
31. Die Gesetze des zentralen Stoßes	94
32. Mechanische Arbeit beim Stoß	96
a) Unelastischer Stoß	96
b) Elastischer Stoß	98

Sachregister

zu Mechanik.

(Die beigedruckten Zahlen geben die Satznummern an.)

A.

Aggregatzustand 4.
Anfangsgeschwindigkeit 21, 23.
Angriffspunkt 42, 57.
Anziehungskraft 26.
Arbeit, mechanische 86.
Arithmetisches Mittel 21, 68.
Arme, ungleiche 69.
Aufhängepunkt 58.
Auflager 68.
Aufzugfette 79.
Ausschlag 68.

B.

Bahn 6, 9.
— geradlinige 16.
— krummlinige 16.
Ballenwaage 68.
Beharrungszustand 33, 57.
Beschleunigung 19.
— negative 20, 43.
Beschleunigungskraft 36.
Bewegung 5.
— Arten der 9.
— beschleunigte 33.
— geradlinige 9.
— gleichförmige 9, 11.
— gleichförmig veränderte 18, 21.
— gleichmäßig beschleunigte 88.
— krummlinige 9.
— ungleichförmige 9.
— verzögerte 33.
Bewegungsrichtung 97.
Biegefestigkeit 73.
Brechtange 75.
Bremsdynamometer 91.
Brunnenpumpe 75.

Brückenwaage 70, 71.
Büchsenfugel 10.

C.

Dampfhebel 75.
Dampfschiff 10.
Dezimalwaage 70.
— v n Quintenz 72.
Dezimalbrückenwaage von Georg 73.
Diagonale 57.
Differentialflaschenzug 77, 84.
Drehmoment 73.
Drehpunkt 79.
Druckkraft 73.
Dynamik 4.

D.

Ebene, geneigte 107, 108.
— schiefe 107, 110.
Eichamt 67.
Eichungs-Kommission, kais. Normal-
67.
Eingelaufener Zapfen 90.
Einheiten 8.
Elastischer Stoß 114, 115.
Elektrizität 10.
Empfindlichkeit 67.
Endbeschleunigung 26.
Endgeschwindigkeit 21, 23, 114.
Endresultante 57, 61.
Erddruck 1.

F.

Faktoren-Flaschenzug 101.
Fallbeschleunigung 26, 35.
Fallbewegung 26.

Fall, freier 26.
 Flaches Gewinde 110.
 Flaschenzug 76.
 Flugbahn 6.
 Formeln für Ketten 95.
 — für Seile 95.
 Formveränderung 67.
 Fußgänger 10.

G.

Gabel 72.
 Ganghöhe 110.
 Gaskäi 30.
 Geneigte Ebene 107, 108.
 Gesamtnormaldruck 108.
 Geschwindigkeit 7, 12, 13.
 — mittlere 21.
 Geschwindigkeitsabnahme 19.
 Geschwindigkeitsänderung 19.
 Geschwindigkeitszunahme 19.
 Gestängeverbindung 72.
 Gewicht 67.
 Gewichtseinheit 37.
 Gewichtsvergleichung 67.
 Gewinde, flaches 110.
 — scharfgängiges 110.
 gleichförmigen Bewegung, Gesetz der 12.
 Gleichgewicht 58, 61.
 Gleichgewichtslage 67.
 Gleis 6.
 Größe 42.
 Guldinische Regel 56.
 Güterzug 10.
 Güteverhältnis 87.

H.

Halbkreislinie 56.
 Handelsverkehr 67.
 Hängegabel 68.
 Hängewage 68.
 Hebel 75, 77, 105.
 Hebelarm 61, 79.
 Hebel, einarmiger 62, 64, 74, 75.
 Hebelform 66.
 Hebelgesetze 61.
 Hebel, gleicharmiger 68.
 — ungleicharmiger 106.
 — zweiarmiger 61, 64, 67, 74, 75.
 Hebels, Anwendung des 66.
 Heben 75.
 Hochbautechniker 1.
 Hohlzylinder 56.
 Horizontalkraft 108.

I.
 Instrument 67.

K.

Kegeelfläche 56.
 Kegeomantel 56.
 Keil 111.
 Kettenglied 84.
 Ketten, Formeln für 95.
 Kettenrichtung 79.
 Kette ohne Ende 79.
 Kilogramm 37, 39, 67.
 Koeffizienten der gleitenden Reibung 84.
 Komponente 57, 60, 65.
 Körper, feste 4.
 — flüssige 4.
 — luftförmige 4.
 Kraft 2, 3, 40.
 — Bestimmung einer 42.
 — bewegende 41.
 — lebendige 88, 115.
 — magnetische 2.
 — negative 33.
 Kraftstrichtung 57.
 Kraft, veränderliche 40.
 — verlorene, lebendige 115.
 — widerstehende 41.
 Kräfte, Einteilung der 40.
 Kräftepaar 63, 73.
 Kräftepaars, Moment des 63.
 Kräfte, Zusammensetzen und Zerlegen der 57.
 Kreisbewegung, gleichförmige 16.
 Kreisfläche 56.
 Kreisring 56.
 Kugel 56.
 Kugeloberfläche 56.

L.

Lager 68.
 Laufgewicht 69.
 Lebendige Kraft 88, 115.
 Leistung 86, 87.
 — theoretische 87.
 Licht 10.
 Luftdruck 31.

M.

Magnet 2.
 Maschinentechner 1.
 Masse 67.
 Maximallast 67.
 Mechanische Arbeit 86.
 Mittel, geometrisches 68.

Mittelnkraft 57.
 Moment 71.
 Momentenüberschuß 77.
 Momentgleichung 89.
 Moment, negatives 64.
 — positives 64.
 — statisches 61, 64, 69.

N.

Naturkraft 1.
 Neigungswinkel 110.
 Neuer Zapfen 90.
 Newton 85.
 Normaldruck 81, 108, 111.
 Normalkraft 108.
 Nutzefekt 87.
 Nutzleistung, Summe der 87.

P.

Parallellkraft 108.
 Parallelogramm 57.
 Personenzug 10.
 Pfanne 68.
 Pferd im Trab 10.
 Potenzflaschenzug 97, 100.
 Bronzener Baum 91.
 Prüfen 67.
 Pumpe 75.
 Pumpenhebel 75.
 Punkt, geometrischer 68.
 — materieller 57.

R.

Radfahrer 10.
 Radwelle 78.
 Reaktion 38.
 Rechteckfläche 56.
 Reibung 31, 84, 87.
 — der Bewegung 80.
 — der Ruhe 80.
 — gleitende 80.
 — rollende (wälzende) 80, 88.
 Reibungsgesetze 81.
 Reibungskoeffizient 81.
 Reibungsmoment 89.
 Reibungswinkel 109.
 Reibung, Widerstände der 80, 89, 105.
 Resultante 57, 59, 61, 62, 63, 64, 65.
 Richtung 42.
 Rinne 77.
 Rolle, feste 76.
 — lose 76.
 Rollenzapfen 84.
 Rotationsbewegung 110.

Rotationsfläche 56.
 Rotationskörper 56.
 Ruhe 5.

S.

Schädliche Widerstände 87.
 Schale 68, 69, 71.
 Schall 10.
 Scharfgängige Schrauben 110.
 Scharfgängiges Gewinde 110.
 Schiefe Ebene 107, 110.
 Schlitten 82.
 Schneide 68.
 Schnellwage 69.
 Schnellzug 10.
 Schrauben, flachgängige 110.
 Schraubenlinie 110.
 Schrauben, scharfgängige 110.
 Schwere 26.
 — Gesetz der 35.
 Schwerkraft 2, 26, 34.
 Schwerpunkt 44, 57, 58, 71.
 — der Geraden 45.
 — der Kreis-Ellipsenlinie 46.
 — der Pyramide 55.
 — des Dreiecks 48.
 — des Kegels 55.
 — des Kreisabschnitts 53.
 — des Kreisabschnitts 52.
 — des Kreisbogens 47.
 — des Parallelogramms 49.
 — des Prismas 56.
 — des regelmäßigen Vielecks 51.
 — des Trapezes 50.
 — des Zylinders 54.
 Schwingen 70.
 Schwingung 67.
 Seildicke 94.
 Seile, Formeln für 95.
 — Steifigkeit der 84.
 Seiltrollen 94.
 Seilspannung 101.
 Seitenkraft 57.
 Sehwage 67.
 Skala 68.
 Spannweite 79.
 Speisepumpe 75.
 Spurrinne 77.
 Spurzapfen 90.
 Statik 4.
 Stehwage 68.
 Steigung 110.
 Stempeln 67.
 Stoß, elastischer 114, 115
 — unelastischer 114.

Sturm 10.
Summe der Nutzleistung 87.

Z.

Tafelwage 70.
Theoretische Leistung 87.
Tiefbautechnik 1.
Tourenzahl 16, 91.
Trägheit 82.
— Gesetz der 30, 43.
Tragzapfen, zylindrischer 90.
Translationsbewegung 110.
Trommel 78.

II.

Umfangsgeschwindigkeit 16, 17, 89.
Unelastischer Stoß 114.
Ungleicharmiger Hebel 106.
Unterstützungspunkt 68.

B.

Verzögerung 19.

W.

Wage 67, 69, 70.
Wagebalken 68.
Wage, oberhalbige 70.
— römische 69.

Wagesäule 68.
Wägung, wiederholte 67.
Ware 67.
Wasserdruck 1.
Wasserwage 67.
Wechselwirkung 88.
Weg 12, 13.
Weiten 77.
Widerstände, schädliche 87.
Wind 10.
Wurf, senkrechter 43.

3.

Zapfen, eingelaufener 90.
— neuer 90.
Zapfenreibung 89, 95.
Zapfenreibungswiderstand 95.
Zaum, Bronnicher 90.
Zeit 7, 12.
Zentesimalwage 70, 74.
Zentrifugalkraft 113.
Zentripetalbeschleunigung 112.
Zentripetalbewegung 112.
Zentripetalkraft 112.
Zugbrücke 79.
Zugkraft 58, 71, 73.
Zunge 68.
Zylindrischer Tragzapfen 90.
Zylindermantel 56.



Festigkeitslehre.





Alle Rechte vorbehalten.



Festigkeitslehre.

Erstes Kapitel.

1. Einleitung.

1. Nach den Anfangsgründen der Mechanik ist bereits bekannt, daß die einzelnen Teile technischer Anlagen der Wirkung von Kräften ausgesetzt sind und nach der Größe dieser Kräfte bemessen werden müssen, damit keine Zerstörung desselben eintritt.

2. Während nun die Mechanik im besonderen die Kräfte zu bestimmen hat, welche auf die einzelnen Konstruktionsteile wirken, ist es die Aufgabe der Festigkeitslehre, aus den mit Hilfe der Mechanik ermittelten Kräften die erforderlichen Dimensionen der Teile zu bestimmen.

Diese Dimensionen hängen nun nicht allein von der Größe der auf die Teile wirkenden Kräfte, sondern auch von dem Material ab, aus welchem die Teile hergestellt werden. Daher kann die Festigkeitslehre nur insoweit als ein Teil der Mechanik angesehen werden, als sie sich bei ihren Untersuchungen der Sätze der Mechanik bedient. Im übrigen ist die Festigkeitslehre eine Erfahrungswissenschaft, denn die Widerstandsfähigkeit der einzelnen Materialien kann nur durch Versuche festgestellt werden.

3. Die Widerstandsfähigkeit eines Körpers ist eine Folge seiner Elastizität, einer Eigenschaft, welche alle Körper in größerem oder geringerem Maße besitzen. In der Festigkeitslehre haben wir es nur mit festen Körpern zu tun und versteht man unter der Elastizität fester Körper die Fähigkeit derselben, gewisse Formänderungen, welche dieselben durch Einwirkung von Kräften erlitten haben, wieder aufzuheben, sobald die Kräfte nicht mehr wirken.

Die Länge eines Gummibandes kann durch Ziehen an den Enden desselben bedeutend vergrößert werden; doch sobald die Wirkung der Zugkraft aufhört, nimmt das Band seine frühere Länge wieder an.

Bei genügender Stärke des Gummibandes ist man nicht imstande, die Länge desselben beliebig zu vergrößern. Beim Ziehen mit der Hand fühlt man, daß das Band um so stärker seiner Ausdehnung widersteht, je größer die Ausdehnung wird. Schließlich ist der Widerstand des Bandes gleich der uns zur Verfügung stehenden Kraft, dann halten sich Kraft und Widerstand das Gleichgewicht, eine weitere Ausdehnung ist unmöglich.

Der Widerstand wird also durch die Ausdehnung wachgerufen.

4. Aehnlich wie das Gummiband verhalten sich alle festen Körper bei ihrer Formänderung, alle festen Körper widerstehen ihrer Formänderung, in allen festen Körpern werden Kräfte wachgerufen, welche entgegengesetzt wie die von außen auf die Körper wirkenden Kräfte gerichtet sind, und welche um so größer werden, je größer die Formveränderung ist.

Diese im Innern der Körper durch die Formveränderung hervorgerufenen Kräfte werden innere Kräfte genannt, im Gegensatz zu den von außen wirkenden, die Formänderung herbeiführenden Kräften, welche man äußere Kräfte nennt.

5. Oben wurde gesagt, daß man unter der Elastizität der Körper die Fähigkeit derselben versteht, ihre ursprüngliche Form wieder anzunehmen. In dieser Hinsicht müssen nun die Körper als vollkommen und unvollkommen elastische unterschieden werden. Ein Körper ist vollkommen elastisch, wenn er die durch Einwirkung von Kräften erlittene Formänderung vollkommen verliert, sobald die Kräfte nicht mehr wirken. Wenn dagegen der Körper einen Teil der Formveränderung dauernd behält, ist derselbe ein unvollkommen elastischer Körper.

6. Die Erfahrung zeigt, daß alle Körper bis zu einem gewissen Grade vollkommen elastisch sind, d. h. alle Körper können Formveränderungen von bestimmter Größe erfahren, ohne daß später hiervon etwas zurückbleibe. Die Grenze, bis zu welcher die Formveränderung getrieben werden kann, ohne bleibende Spuren zu hinterlassen, nennt man die Elastizitätsgrenze.

7. Wie oben gezeigt wurde, nimmt mit der Formänderung eines Körpers auch der Widerstand zu, den der Körper dieser Aenderung entgegensetzt. Dieser Widerstand, welcher nur durch die zwischen den einzelnen Teilchen des Körpers wirkende Kohäsion hervorgerufen werden kann, wird demnach dann, wenn der Körper zerreißt, am größten geworden sein. Man nennt den Widerstand, welchen der Körper seiner Zerteilung (Zerreißen, Zerdrücken u. s. w.) entgegensetzt, die Festigkeit des Körpers.)

8. Die Verteilung des Körpers kann nun auf verschiedene Weise geschehen: der Körper kann zerrissen, zerdrückt, zerbrochen u. s. w. werden. Der Widerstand, den der Körper der Verteilung entgegensetzt, hängt davon ab, in welcher Weise die Verteilung geschieht. Hiernach unterscheidet man:

- a) Zugfestigkeit oder absolute Festigkeit ist der Widerstand der Körper gegen Zerreißen. Die Kräfte wirken in diesem Falle in der Richtung der Längsachse des Körpers und dehnen denselben in dieser Richtung aus.



Fig. 1.

- b) Druck- oder rückwirkende Festigkeit ist der Widerstand der Körper gegen Zerdrücken oder Zermalmen. Die

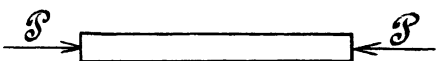


Fig. 2.

- Kräfte wirken in diesem Falle wieder in der Richtung der Längsachse des Körpers und verkürzen denselben. (Fig. 2.)

- c) Biegungs- oder relative Festigkeit ist der Widerstand der Körper gegen Zerbrechen. Die Kräfte wirken hier senkrecht zur Längsachse derselben.

(Fig. 3.)

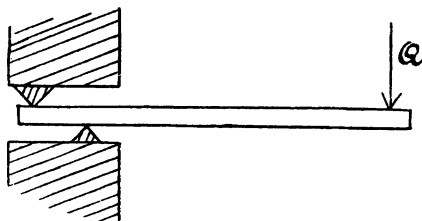


Fig. 3.

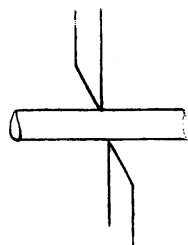


Fig. 4.

- d) Schub- oder Scherfestigkeit ist der Widerstand gegen Abscheren. Ein Körper wird auf Scherfestigkeit beansprucht, wenn zwei Kräfte unmittelbar nebeneinander entgegengesetzt auf denselben einwirken. (Fig. 4.)

- e) Drehungs- oder Torsionsfestigkeit ist der Widerstand gegen Verdrehen oder Verwinden. Ein Körper wird beispielsweise verdreht, wenn er an einem Ende festgehalten wird und an dem andern Ende eine Kraft wirkt, welche denselben um seine Längsachse dreht. (Fig. 5.)

- f) Zusammengesetzte Festigkeit ist der Widerstand eines

Körpers, welcher beispielsweise gleichzeitig gezogen und gebogen, oder gedrückt und verdreht u. s. w. wird.

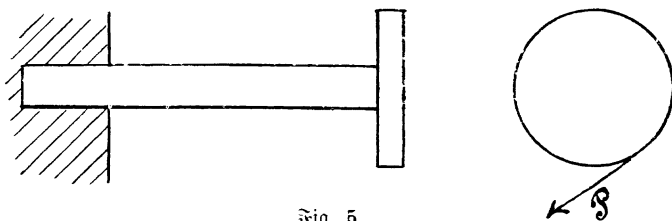


Fig. 5.

9. In der Technik kommt es nun nicht etwa darauf an, die Dimensionen der einzelnen Konstruktionsteile so zu bestimmen, daß keine Zerstörung dieser Teile eintritt, sondern die Beanspruchung darf nicht einmal die Elastizitätsgrenze erreichen, damit keine bleibenden Formveränderungen eintreten.

Die Formveränderung der einzelnen Konstruktionsteile kann auch zuweilen für die Sicherheit der Anlage von großer Wichtigkeit sein, weshalb die Festigkeitslehre sich auch hiermit zu beschäftigen hat.

Zweites Kapitel.

2. Zug- und Druckfestigkeit.

10. Ein elastischer Stab sei an einem Ende befestigt, an dem andern Ende werde eine Last Q angehängt. (Fig. 6.)

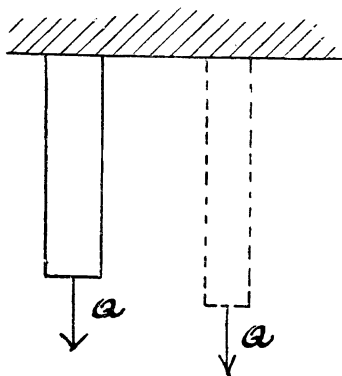


Fig. 6.

Die Last Q wird dann den Stab um eine gewisse Länge verlängern, also das untere Ende desselben um eine gewisse Strecke abwärts bewegen und dann zur Ruhe kommen. Durch diese Verlängerung des Stabes werden in demselben Kräfte wachgerufen, welche der Last entgegenwirken, diese Kräfte werden um so größer, je mehr der Stab verlängert wird, und erreichen schließlich die Größe Q . Sie sind dann imstande, der Last Q das Gleichgewicht zu halten.

Mit der Verlängerung des Stabes ist gleichzeitig eine Verminderung seines Querschnitts verbunden, der Stab wird dünner,

sein ursprünglicher Querschnitt f wird nach der Verlängerung nur noch einen Inhalt f_1 haben. Deren Unterschied:

$$\varphi = f - f_1$$

wird die Kontraktion des Stabes genannt.

11. Wird der Stab an irgend einer Stelle durchgeschnitten, so müßte, um ein Herabfallen der Last mit dem abgeschnittenen Stücke zu verhüten, in der Schnittfläche eine Kraft Q angebracht werden, welche der Last Q das Gleichgewicht hält.

In dem angespannten Stabe wird der Last Q das Gleichgewicht gehalten, mithin kann angenommen werden, daß in jedem Querschnitte eine Kraft Q nach oben wirkt.

Wenn daher f der Querschnitt des Stabes ist, hatte die Flächeneinheit mit einer Kraft:

$$s = \frac{Q}{f} \dots \dots \dots I$$

zu wirken. Diese auf die Flächeneinheit wirkende Kraft wird die Spannung genannt.

12. In Satz 10 wurde gesagt, daß die Spannung mit der Ausdehnung wächst. Versuche haben ergeben, daß bei allen Körpern innerhalb gewisser Grenzen die Spannung in demselben Maße wie die Ausdehnung wächst. Hiernach hat Hooke das nach ihm benannte Gesetz aufgestellt:

Ausdehnungen und Spannungen sind proportional,

d. h. also, wenn beispielsweise ein Stab einmal um die doppelte Länge ausgedehnt wird wie ein andermal, so ist auch seine Spannung doppelt so groß. Hat ein Stab vor der Ausdehnung eine Länge l , nach derselben eine Länge l_1 , so wäre $l_1 - l$ die ganze Verlängerung des Stabes, und

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l}{l} \dots \dots \dots II$$

die Verlängerung der Längeneinheit des Stabes, welche die spezifische Ausdehnung genannt wird.

13. Die Bestimmung der Ausdehnung eines auf Zug beanspruchten Körpers kann, da dieselbe von dem Material abhängt, aus welchem der Körper besteht, nur auf Grund praktischer Versuche geschehen. Für die meisten in Frage kommenden Materialien hat man durch Versuche diejenige Kraft ermittelt, welche erforderlich ist, um einen Stab des betreffenden Materials um seine eigene Länge zu verlängern, und hat diejenige Kraft, welche nötig ist, um einen Stab von irgend einem Material, und dessen Querschnitt gleich der Flächeneinheit ist, um seine eigene Länge zu verlängern, den Elastizitätsmodul des be-

treffenden Materials genannt. Der Elastizitätsmodul wird allgemein mit E bezeichnet.

14. Kennt man den Elastizitätsmodul eines Materials, so ist es leicht, mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes die Ausdehnung zu bestimmen, welche ein aus dem betreffenden Material bestehender Stab durch irgend eine Kraft erleidet.

Wirkt auf einen Stab, welcher einen Querschnitt f hat, eine Zugkraft P , so ist $\frac{P}{f}$ die Spannung, die auf die Flächeneinheit wirkende Zugkraft. Hat nun der Stab eine Länge l und wird derselbe auf l_1 ausgedehnt, so ist nach Formel II

$$l_1 - l = \epsilon l$$

die Ausdehnung des Stabes durch die Kraft P . Würde auf die Querschnittseinheit eine Kraft E gleich dem Elastizitätsmodul wirken, so würde dieselbe um l ausgedehnt werden. Nach dem Hooke'schen Gesetze muß dann sein:

$$\frac{P}{f} : E = \epsilon l : l$$

$$E \epsilon l = \frac{Pl}{f}.$$

Hieraus ergibt sich:

$$E \epsilon = \frac{P}{f} = s \quad \dots \text{ III}$$

$$\epsilon = \frac{s}{E}.$$

Die ganze Ausdehnung des Stabes ist demnach:

$$l \epsilon = \frac{ls}{E}.$$

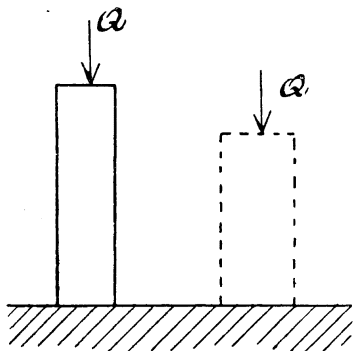


Fig. 7.

15. Bisher wurde nur die Wirkung von Zugkräften auf Körper betrachtet. Die Wirkung von Druckkräften läßt sich in ähnlicher Weise ermitteln.

Drückt auf einen Stab eine Last Q (Fig. 7), so wird derselbe verkürzt und gleichzeitig sein Querschnitt vergrößert.

Die Bestimmung der Spannung s kann in diesem Falle nach Formel I geschehen.

Der Elastizitätsmodul für Druck kann im allgemeinen gleich dem Elastizitätsmodul für Zug genommen und die Verkürzung nach Formel III berechnet werden.

Die Zug- und die Druckfestigkeit eines Körpers sind nicht immer gleich. Manche Körper können bedeutend größere Zug- als Druckkräfte aushalten, bei andern ist es wieder umgekehrt.

16. Die Widerstandsfähigkeit der Körper hängt außerdem auch davon ab, in welcher Weise die Kräfte auf dieselben wirken.

Wird beispielsweise an einem wie in Fig. 6 befestigten Stabe, an dessen freiem Ende eine Schale angehängt ist, welche die Last aufnehmen soll, letztere in kleinen Stücken nacheinander aufgelegt, so daß die Last allmählich von Null bis zu einer gewissen Größe wächst, so wird, wenn die einzelnen Stücke hinreichend klein sind, der Stab beim jedesmaligen Auflegen eines Stückes um eine geringe Länge weiter gedehnt werden. Sobald man mit der Vergrößerung der Last aufhört, wird Last und Stab zur Ruhe kommen und der Stab eine der Gesamtlast entsprechende Spannung haben, welche nach Formel I berechnet werden kann.

Wird dagegen die ganze Last in einem Stück auf die Schale gelegt, so schwingt die Last mit dem Stabende auf und nieder und kommt erst nach einer gewissen Zeit zur Ruhe. Man kann dieses Experiment leicht mit einem Gummiband ausführen. Die größte Ausdehnung erleidet der Stab während der Schwingung, dieselbe ist bedeutend größer als diejenige Ausdehnung, welche der Stab noch besitzt, wenn die Schwingungen aufhören. Da nun aber die Spannung proportional mit der Ausdehnung wächst, wird auch die Spannung bei der Schwingung größer werden und die nach Formel I berechnete, welche der Stab im Ruhezustand hat, bedeutend übersteigen.

Es wird sich später Gelegenheit bieten, diese und ähnliche Fälle eingehender zu betrachten.

17. Die Erfahrung hat gezeigt, daß Stäbe, welche wiederholt stark angespannt und dann wieder entlastet wurden, bei denen überhaupt die Lasten veränderlich sind, nach und nach an Festigkeit verlieren.

Hierüber hat Maschinenmeister Wöhler in Frankfurt a. Oder in den 60er Jahren sehr eingehende Versuche gemacht, welche später von Professor Spangenberg in Berlin fortgesetzt wurden. Dieselben sind unter dem Namen Wöhlersche Versuche in den besseren Technikerkreisen allgemein bekannt.

18. Die Versuche wurden in der Weise durchgeführt, daß beispielsweise ein Stab mit einer Kraft angespannt wurde, welche bedeutend unter der zum Zerreißen des Stabes erforderlichen Kraft stand, dann wurde der Stab wieder entlastet, darauf wieder angespannt und diese Arbeit eine Zeitlang in dieser Weise fortgesetzt. Es trat dann schließlich ein Zerreißen des Stabes ein. In ähnlicher Weise wurden Versuche über die Biegungs- und Torsionsfestigkeit angestellt. Eine Beschreibung der einzelnen Versuche würde hier zu weit führen und wollen

wir uns darauf beschränken, die wichtigsten Resultate derselben in nachfolgendem wiederzugeben und gleichzeitig die übrigen bei der Zug- und Druckfestigkeit der Materialien in Betracht kommenden Größen mitzuteilen.

a) Schweifeisen hat einen Elastizitätsmodul $E = 20000$ kg pro qmm, die Festigkeit auf Zug beträgt 33—40 kg, die Festigkeit auf Druck 28 kg (nach v. Bach). Bei ruhender Belastung kann das Schweifeisen bis zu 9 kg pro qmm beansprucht werden. Wächst dagegen die Belastung von Null bis zu ihrem größten Werte P , nimmt dann wieder bis auf Null ab, u. s. f., so soll die Beanspruchung nur 6 kg pro qmm betragen.

Ändert sich die Kraft zwischen den Grenzen $-P$ und $+P$, d. h. drückt einmal die Kraft in ihrer ganzen Stärke auf das Material, nimmt dann bis auf Null ab und verwandelt sich nun in eine bis auf P wachsende Zugkraft, so soll die Beanspruchung nur 3 kg pro qmm betragen.

b) Flußeisen hat einen Elastizitätsmodul $E = 21500$ kg pro qmm, seine Festigkeit auf Zug beträgt 34 bis 44 kg, auf Druck 25 bis 30 kg.

Die Beanspruchung soll in den unter a angegebenen Fällen 9 bis 12, 6 bis 8, 3 bis 4 kg betragen.

c) Die unter a und b angegebenen zulässigen Spannungen gelten für maschinelle Anlagen. Bei Bauanlagen ist man an die baupolizeilichen Vorschriften des betreffenden Ortes gebunden. Diese Vorschriften stimmen ziemlich allgemein mit denen der Berliner Baupolizei überein. Letztere gestattet allgemein

für Schmiedeeisen einen Zug oder Druck von 7,5 kg pro qmm,

für Eisenwelleblech 5 kg pro qmm,

für Draht einen Zug von 12 kg pro qmm,

d) Gußeisen hat einen Elastizitätsmodul $E = 10000$ kg pro qmm, seine Festigkeit auf Zug beträgt 12 bis 18 kg pro qmm, auf Druck 70 bis 80 kg. Gußeisen wird fast nur da verwendet, wo dasselbe auf Druck beansprucht wird. Derselbe darf 6 bis 9 kg pro qmm betragen. Die Beanspruchung auf Zug darf nicht über 3 kg pro qmm steigen.

Die Berliner Baupolizei gestattet für Druck 5 kg, für Zug 2,5 kg pro qmm.

e) Flußstahl hat einen Elastizitätsmodul $E = 22000$ kg, die Zugfestigkeit beträgt 45 bis 100 kg pro qmm, die Druckfestigkeit ist unbestimmt. Die Beanspruchung kann in den unter a besprochenen Fällen 12, 8 und 4 kg pro qmm betragen.

f) Für Stahlguß ist $E = 21500$ kg. Die Festigkeit auf Zug beträgt 35 bis 40 kg, diejenige auf Druck ist unbestimmt.

Die zulässige Beanspruchung auf Zug beträgt 6 bis 9, 4 bis 6, 2 bis 3 kg. Auf Druck kann Stahlguß bis zu 10 kg beansprucht werden.

g) Kupfer hat einen Elastizitätsmodul $E = 12000$ kg. Die Zugfestigkeit von Kupferplatten schwankt zwischen 22 und 23 kg, kann aber durch fortgesetztes Hämmern bis um 20% erhöht werden. Die Festigkeit des Kupfers nimmt bei Zunahme der Temperatur ab. Die zulässige Beanspruchung beträgt bei ruhender Belastung 6 kg, bei wechselnder Belastung 3 kg.

h) Kupferlegierungen. Bronze, Messing u. s. w. haben einen Elastizitätsmodul zwischen 9- und 11000 kg. Die Zugfestigkeit schwankt zwischen 15 und 36 kg. Die zulässige Belastung kann wie bei Kupfer angenommen werden.

i) Leder. Hierbei schwankt E zwischen 12,5 und 22,5 kg. Die Zugfestigkeit kann im Mittel zu 2,2 kg, die zulässige Spannung zwischen 0,2 und 0,3 kg angenommen werden.

k) Hanf hat einen Elastizitätsmodul $E = 80$ bis 100 kg. Die Zugfestigkeit beträgt im Mittel 10 kg. Die zulässige Belastung für Hanfseile bei Hebemaschinen nimmt man zu 1 kg, bei Transmissionen nahm man früher zu 0,1 kg, in neuerer Zeit ist man bis auf 1 kg und darüber gegangen.

l) Eichen- und Buchenholz. Die Berliner Baupolizei gestattet einen Zug bis zu 1,00 kg und Druck von 0,8 kg pro qmm.

m) Für Kiefernholz ist ein Zug von 1,0 kg, ein Druck von 0,6 kg pro qmm gestattet.

n) Steine. Die zulässige Druck-Beanspruchung ist folgende:

Granit	45 kg pro qcm,
Sandstein	15 bis 30 kg pro qcm,
Kalkstein in Quadern	25 kg,
Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel	5 kg,
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk .	7 kg,
Ziegelmauerwerk in Cementmörtel	11 kg,
Bestes Klinkermauerwerk	12 bis 14 kg.

Drittes Kapitel.

3. Biegungsfestigkeit.

19. In der Einleitung wurde gesagt, daß die Biegungsfestigkeit eines Körpers der Widerstand desselben gegen Zerbrechen ist. Die Kräfte wirken dann senkrecht zur Längsachse des Körpers.

Zur Entwicklung der Grundsätze der Biegungsfestigkeit soll die in Fig. 8 dargestellte Hebelvorrichtung dienen. ABC ist eine —förmige, um zwei beim Punkte O festgelegte Zapfen drehbare Stange, welche durch zwei elastische Stäbe BD und CE mit

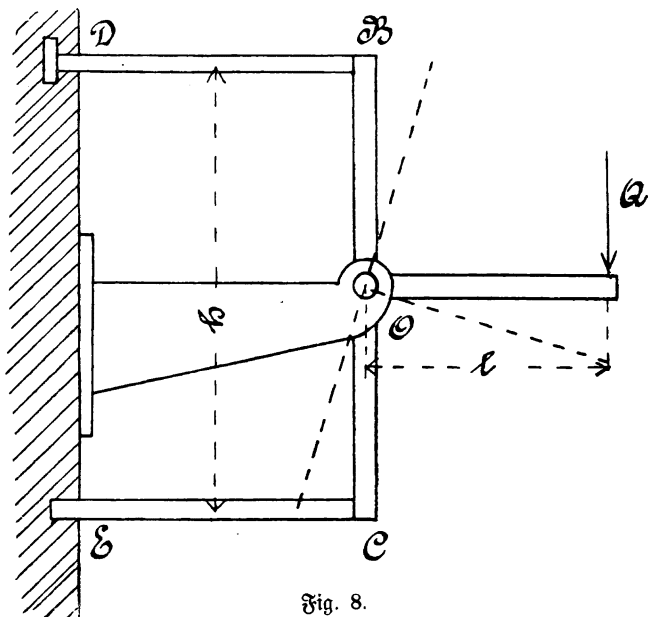


Fig. 8.

der Wand verbunden ist. Die Stäbe müssen Zug- und Druckkräfte aufnehmen können.

Wird nun im Punkte A eine Last Q aufgelegt, so wird diese Last eine Drehung der Stange bewirken und letztere etwa in die in der Figur punktiert angegebene Stellung bringen.

20. Der obere Stab BD wird hierbei ausgedehnt, der untere CE zusammengedrückt. Sind die beiden Stäbe von dem Drehpunkte O gleich weit entfernt, so ist die Verlängerung des oberen gleich der Verkürzung des unteren Stabes.

Durch diese Formänderungen werden Widerstände in den Stäben wachgerufen, und kann einstweilen angenommen werden, daß diese Widerstände in beiden Stäben gleich sind. Dieselben haben entgegengesetzte Richtung und suchen die Drehung der Stange zu verhindern, bezw. die Stange ABC in umgekehrter Richtung wie die Last zu drehen.

In dem Augenblick, wo die Stange zur Ruhe kommt, halten die in den Stäben wirkenden Kräfte, welche mit der

Größe der Drehung gewachsen sind, der Last Q das Gleichgewicht. Die beiden gleichen Stabkräfte, welche mit H bezeichnet werden sollen, bilden ein Kräftepaar, dessen Moment im Gleichgewichtsfall gleich dem statischen Moment der Last Q sein muß. Daher ist:

$$H \cdot h = Ql \quad \dots \dots \dots \quad IV$$

Die Zapfenlager beim Punkte O werden noch einen Druck Q , jedes also $\frac{Q}{2}$ auszuhalten haben. Wenn daher die Stäbe, sowohl wie die Unterstützung in O entfernt würden, müßten, um der Last Q das Gleichgewicht zu halten, an beiden Enden B und C der Stange horizontale Kräfte H und im Drehpunkte Q eine vertikale aufwärts gerichtete Kraft Q wirken. (Fig. 9.) Diese Kraft Q bildet mit der Last Q ebenfalls ein Kräftepaar, dessen Moment Ql gleich dem Moment Hh des andern Kräftepaars ist. Das eine Kräftepaar sucht rechts, das andere links herum zu drehen.

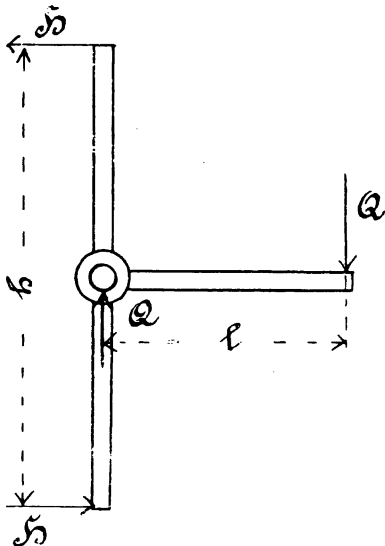


Fig. 9.

21. Aus dieser Betrachtung ergibt sich, daß zwei Kräftepaare, welche an irgend einem Körper oder an einer aus mehreren miteinander verbundenen Körpern bestehenden Vorrichtung wirken, sich stets im Gleichgewicht halten, wenn dieselben gleiche Momente, aber entgegengesetzte Drehrichtung haben.

Da das Moment Ql bei unveränderlicher Last stets dasselbe bleibt, wird auch das Moment $H \cdot h$ immer dasselbe bleiben. Die Kraft H wird also in allen Stabquerschnitten dieselbe sein.

Gehe wir den oben gefundenen Satz zur Ableitung weiterer Sätze der Biegungsfestigkeit benutzen, soll in einigen einfachen Beispielen gezeigt werden, in welcher Weise dieser Satz verwendet werden kann.

22. Die in Figur 10 dargestellte, aus zwei Stangen gebildete Konstruktion soll an ihrem Ende eine Last Q tragen. Die Last Q läßt sich in zwei, in die Richtungen der Stangen

fallende Komponenten zerlegen, welche die in diesen Stangen wirkenden Kräfte darstellen. Die obere Stange hat eine Zugkraft H , die untere eine Druckkraft S auszuhalten. Trennt man durch einen Vertikalschnitt den vordern Teil der Konstruktion

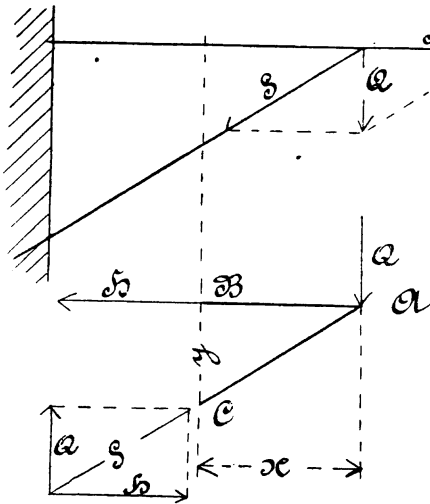


Fig. 10.

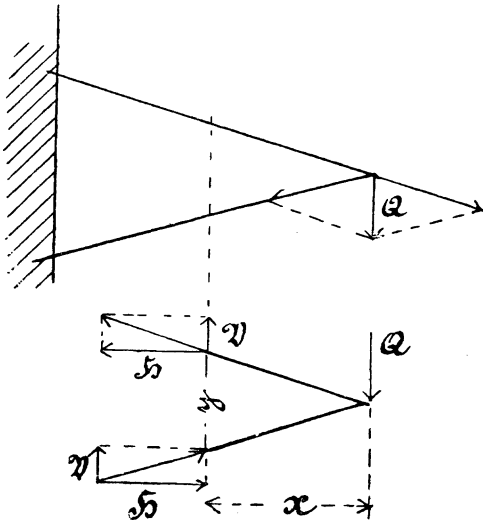


Fig. 11.

von den andern, so müßte, damit dieser erste Teil im Gleichgewicht bleibt, in demselben ein Kräftepaar und eine Vertikalkraft Q wirken. Es kann nun die in der untern Stange wirkende Kraft S in eine Horizontalkomponente, welche gleich H , und eine Vertikalkomponente gleich Q zerlegt werden. Die

Horizontalkomponente bildet mit der Kraft H der oberen Stange das erforderliche Kräftepaar; die erforderliche Kraft Q ist die Vertikalkomponente. Das Dreieck ABC (Fig. 10) ist dem aus den drei Kräften Q , H und S gebildeten Dreieck ähnlich und es verhält sich daher:

$$x : y = H : Q$$

wenn AB gleich x , BC gleich y gesetzt wird.

Hieraus ergibt sich:

$$Qx = H \cdot y$$

die in Satz 21 gefundene Gleichgewichtsbedingung.

23. Wenn bei der in Fig. 11 dargestellten Verbindung die

am Ende wirkende Last Q in die Richtung der beiden Stangen

zerlegt wird, ergeben sich die Komponenten O und U. Beide Komponenten lassen sich wieder in horizontaler und vertikaler Richtung zerlegen. Die horizontalen Komponenten dieser Kräfte sind einander gleich, gleich H, die vertikalen Komponenten zusammen gleich der Last Q. Da das durch einen Vertikalschnitt von der Konstruktion abgetrennte Dreieck dem Kräfte-dreieck ähnlich ist, ergibt sich nach den eingeschriebenen Maßen wiederum:

$$\begin{aligned} x : y &= H : Q \\ Q_x &= H y. \end{aligned}$$

Die Horizontalkomponenten der in den Stangen wirkenden Kräfte bilden also wieder ein Kräftepaar, dessen Moment an jeder beliebigen Stelle gleich dem Moment der Last ist, die die Vertikalkomponenten dieser Kräfte sind zusammen gleich Q.

Wie bei diesen einfachen Beispielen, so läßt sich der Satz 21 auch bei Konstruktionen, welche aus mehreren Stangen bestehen, vorteilhaft verwenden; es wird sich im weiteren hierzu öfter Gelegenheit bieten.

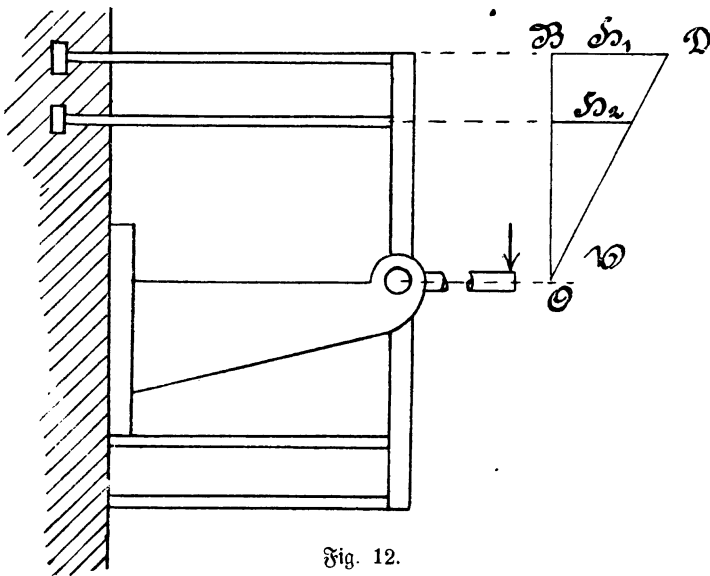


Fig. 12.

Es sollen nun bei der in Fig. 8 dargestellten Vorrichtung statt zwei, eine größere Anzahl elastischer Stäbe zwischen Wand und Hebel befestigt werden. (Fig. 12.) Die Ausdehnung dieser Stäbe wird dann verschieden sein. Die vom Drehpunkte O weiter entfernten Stäbe werden mehr ausgedehnt, wie die dem Punkte O näher liegenden Stäbe, mithin sind auch die

Kräfte, welche in diesen Stäben nachgerufen werden, verschieden groß. Wird angenommen, daß die Stäbe gleiche Querschnitte hätten und symmetrisch zum Drehpunkte verteilt wären, so könnten die Kräfte durch eine einfache Konstruktion ermittelt werden. Man trägt die Kraft H_1 des äußersten Stabes senkrecht zur Hebelrichtung BC auf und verbindet den Endpunkt D derselben mit dem Punkte O . Die Kraft irgend eines anderen Stabes erhält man dann, wenn man im Abstände des Stabes von O eine Parallele zu H_1 zieht. Das zwischen den Geraden OB und DO gelegene Stück H_2 derselben ist dann die gesuchte Kraft. In den über O gelegenen Stäben wirken Zug-, in den unter O gelegenen Druckkräfte. Bei symmetrischer Verteilung der Stäbe ist die Resultante der obern Kräfte gleich der Resultante der unteren. Die beiden Resultanten bilden zusammen ein Kräftepaar, dessen Moment gleich dem Moment der Last Q sein muß.

24. Werden zwischen Wand und Stange soviel Stäbe gelegt, daß dieselben dicht nebeneinander liegen, so werden die Kräfte der einzelnen Stäbe wiederum proportional ihren Entfernungen vom Drehpunkte sein. Dasselbe wird auch der Fall sein, wenn statt der einzelnen Stäbe ein massives Balkenstück

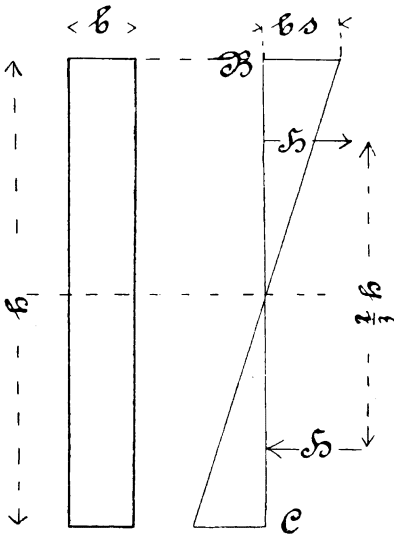


Fig. 13.

von der Höhe h und einer Breite b zwischen Wand und Stange gebracht wird. Der untere Teil des Balkenstückes wird zusammengedrückt, der obere ausgedehnt, die Spannungen bilden zusammen wiederum ein Kräftepaar, dessen Moment gleich dem Moment der Last Q ist. Die Spannungen der einzelnen Fasern verhalten sich wieder wie ihre Abstände vom Drehpunkt, diejenige Faser, deren Richtung durch den Drehpunkt geht, hat keine Spannung.

25. Werden die Spannungen der einzelnen Fasern senkrecht zur Linie BC aufgetragen, so bilden dieselben zusammen zwei Dreiecke. (Fig. 13.)

Die Resultanten dieser Spannungen greifen in den Schwerpunkten dieser Dreiecke an, sie sind also vom Drehpunkte O um $\frac{h}{3}$

entfernt. Wenn daher diese Resultanten mit H bezeichnet werden, so ist das Moment ihres Kräftepaars gleich $H \cdot \frac{2 \cdot h}{3}$ und es muß sein:

$$H \cdot \frac{2}{3} h = Ql.$$

Bezeichnet man die Spannung pro qmm der äußersten Faser mit s , so wäre in der äußersten Schicht von 1 mm Höhe eine Kraft bs wirksam. Der Inhalt des aus den Katheten bs und $\frac{h}{2}$ gebildeten rechtwinkligen Dreiecks ist gleich der Resultante H .

Daher also: $\frac{bsh}{4} \cdot \frac{2}{3} h = Ql$

$$\frac{bh^2}{6} \cdot s = Ql \dots \dots \dots V$$

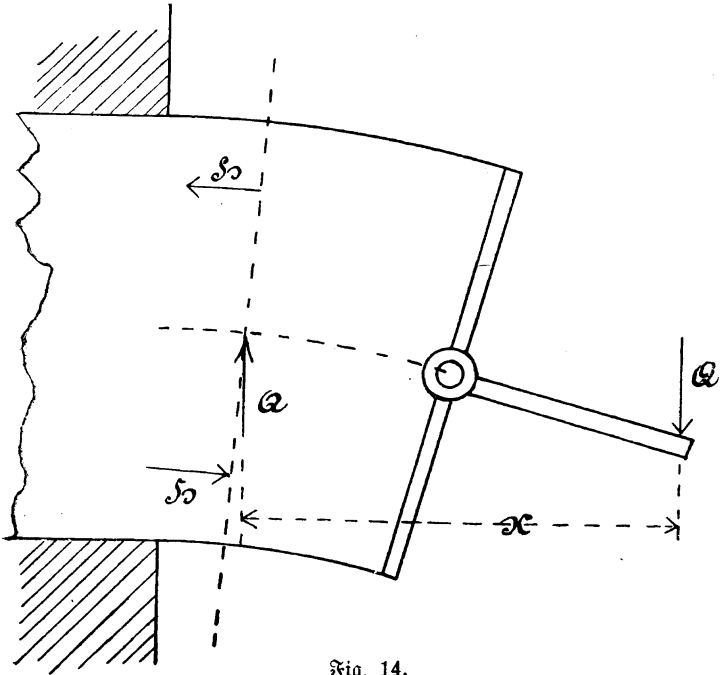


Fig. 14.

Das Produkt $\frac{bh^2}{6}$ wird das Widerstandsmoment des rechteckigen Querschnitts genannt.

26. Würde die Unterstüzung in O entfernt, so müßte, um das Ganze im Gleichgewicht zu halten, in O eine vertikal auf-

wärts wirkende Kraft Q wirken. Ist eine solche Kraft nicht vorhanden, so bewegt sich, wenn das Balkenstück mit der Stange fest verbunden ist, der Punkt O nach unten. (Fig. 14.) Das Balkenstück wird gekrümmt. Gleichgewicht wird erst dann wieder eintreten, wenn die Spannungen der einzelnen Fasern außer dem Kräftepaar Hh noch eine resultierende Vertikalskraft Q ergeben. Diese Vertikalskraft wird durch die Verschiebung der einzelnen Querschnitte gegeneinander bei der Krümmung nachgerufen.

Wird das Balkenstück an irgend einer Stelle vertikal durchgeschnitten, so muß, um das abgeschnittene Stück im Gleichgewicht zu halten (Fig. 14), in der Schnittfläche eine Vertikalskraft Q und außerdem ein horizontales Kräftepaar wirken. Dieses wären die inneren Kräfte in dem betreffenden Schnitte. Die Kraft Q bildet mit der Last Q ein Kräftepaar, dessen Moment Qx gleich dem Moment des horizontalen Kräftepaares ist. Hiernach ist (vergl. Satz 24):

$$Qx = \frac{bh^2}{6}s \dots\dots\dots VI$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, wenn $\frac{bh^2}{6} = W$ gesetzt wird:

$$s = \frac{Qx}{W} \dots\dots\dots VII$$

während nach Formel V $s = \frac{Ql}{W}$ war.

In letzterem Falle war die Spannung s unveränderlich, während dieselbe jetzt in jedem Querschnitt eine andere Größe hat, da sie mit dem Abstände x des Querschnitts vom Endpunkte A der Stange wächst.

27. Wirkt die Last Q an dem Balkenende (Fig. 15), so ergeben sich für die Spannungen wieder dieselben Werte wie früher. In irgend einem Vertikalschnitt muß wieder eine Vertikalskraft Q und ein Kräftepaar wirken und es muß wieder sein:

$$\frac{bh^2}{6}s = Qx.$$

Das Produkt Qx wird das Biegemoment des Querschnitts genannt.

Aus obiger Betrachtung geht hervor, daß die mittlere Schicht des Balkens keine Horizontalspannung haben kann. Dieselbe wird die neutrale Schicht des Balkens genannt.

28. Nach Formel VII erhält man die größte Spannung eines Querschnitts, wenn man das Biegemoment desselben durch das Widerstandsmoment dividiert.

Das Biegemoment ist ein Produkt aus Kraft- und Hebelarm, wenn daher erstere in kg, der Hebelarm in cm gemessen würde, würde sich das Biegemoment in kg cm ergeben. Das Widerstandsmoment ist das Produkt aus einer Seite und dem Quadrat der andern, also eine körperliche Größe. Würden die Seiten in cm gemessen, so wird sich das Widerstandsmoment in cbcm ergeben. Man schreibt dann gewöhnlich statt cbcm (cm)³.

Die Seiten des Querschnitts und der Hebelarm der Last müssen mit demselben Maß gemessen werden.

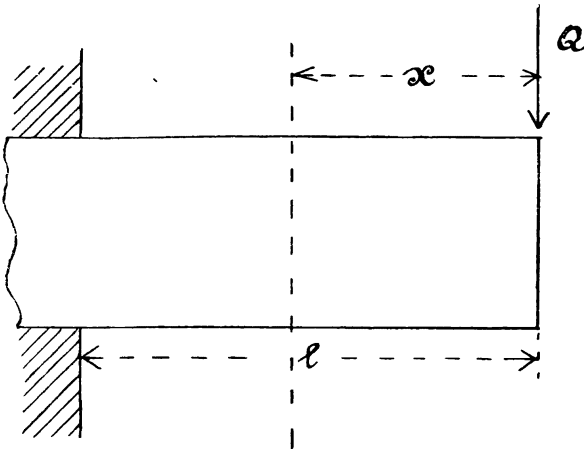


Fig. 15.

Die sich aus der Gleichung VII ergebende Spannung ist die Horizontalkomponente der Spannung in der äußersten Faser. Die Vertikalkomponente wird bei einfacheren Rechnungen nicht berücksichtigt. Der oben betrachtete Belastungsfall setzt voraus, daß der Balken in der Wand eingemauert ist, da eine andere Befestigung an der Wand den praktischen Verhältnissen nicht entspricht.

29. Die Gesamtspannungen in irgend einem Querschnitt des Balkens lassen sich auch durch einfache Kräftezerlegung leicht wie folgt bestimmen:

Man verbindet die im Abstände $\frac{h}{3}$ von (Fig. 16) der Mittellinie gelegenen Punkte S_1 und S_2 , das sind die Angriffspunkte

der Resultanten eines Querschnitts, mit dem Endpunkte O der Balkenachse, trägt in diesem Punkte die Last Q auf und zerlegt dieselbe nach den Richtungen OS_1 und OS_2 . Die hierbei erhaltenen Seitenkräfte OB_1 und OB_2 sind die gesuchten Resultanten.

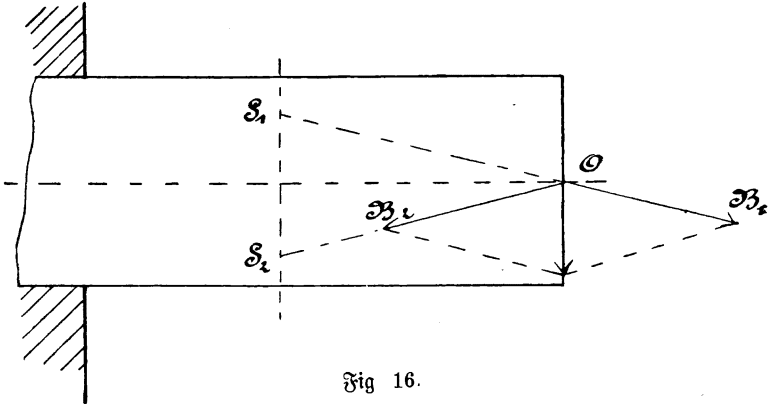


Fig. 16.

Die Resultanten lassen sich wieder in horizontaler und vertikaler Richtung zerlegen. Die horizontalen und gleichen Komponenten sind um so größer, je weiter der betreffende Querschnitt vom Ende O entfernt ist, während die vertikalen Komponenten zusammen stets gleich Q sind.

Das Biegemoment und die Spannung wächst also mit dem Abstände vom freien Ende und wird daher an der Stelle, wo der Balken in die Wand geht, am größten sein.

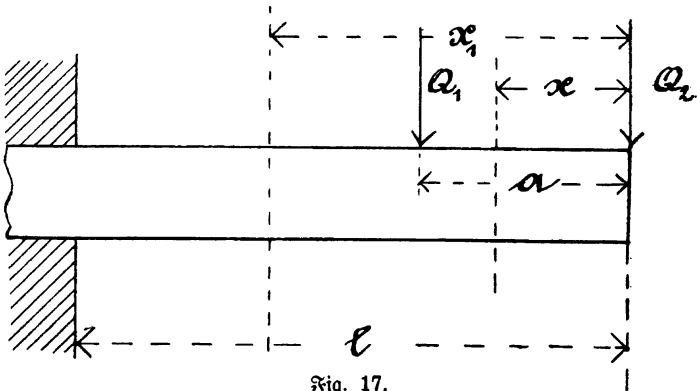


Fig. 17.

30. Wirken auf einen Balken zwei Lasten Q_1 und Q_2 , welche einen Abstand a von einander haben (Fig. 17), so wird

in einem zwischen den beiden Lasten liegenden Querschnitt, welcher von Q_2 um x absteht, ein Biegemoment $Q_2 x$ wirken. Die größte Spannung in diesem Querschnitt wäre also

$$s = \frac{Q_2 x}{W}.$$

Dagegen ist das Biegemoment eines zwischen Q_1 und der Wand gelegenen Querschnitts, welcher um x_1 vom freien Ende abbiegt, gleich: $Q_2 x_1 + Q_1 (x_1 - a)$ und daher die größte Spannung:

$$s = \frac{Q_2 x_1 + Q_1 (x_1 - a)}{W}.$$

Hiernach ist die Spannung der Wand:

$$s = \frac{Q_2 l + Q_1 (l - a)}{W}.$$

Viertes Kapitel.

31. In Satz 27 wurde gezeigt, daß das Biegemoment eines freitragenden, am freien Ende mit einer Last Q belasteten Balkens mit dem Abstände vom freien Ende wächst und an der Einmauerungsstelle am größten wird.

Es wurde ferner gezeigt, daß die inneren Kräfte, welche durch die Formänderung hervorgerufen werden, ein Kräftepaar bilden, dessen Moment gleich dem Biegemoment ist.

Da nun, wie eben hervorgehoben, das Biegemoment nach der Wand zu wächst, so wird auch das Moment des inneren Kräftepaares in demselben Maße wachsen und an der Wand am größten werden müssen.

Das Kräftepaar bezw. die dasselbe bildenden Kräfte sind aber die Resultanten aus den Zug- und Druckspannungen, welche im Balken wirken, also werden auch diese an der Wand am größten sein.

Die größten Spannungen eines jeden Querschnitts werden in den äußersten Fasern hervorgerufen und man erhält dieselben durch Rechnung, wenn man nach Satz 26 das Biegemoment durch das Widerstandsmoment des Balkenquerschnitts dividiert.

Ghe zur speziellen Berechnung solcher Balken übergegangen wird, soll noch die graphische Darstellung der Biegemomente, Spannungen u. s. w. erläutert werden; diese Betrachtung wird dem Verständnis des Lesers sehr zu gute kommen.

32. Wird wieder angenommen, daß ein freitragender Balken an seinem freien Ende eine Last Q trägt, so wächst das Biegemoment, wie wiederholt gesagt, mit dem Abstände x .

vom freien Ende und ist dann in einer beliebigen Entfernung x vom freien Ende gleich Qx und an der Wand gleich Ql , wenn l die Länge des Balkens ist.

Dieses Biegemoment läßt sich durch ein rechtwinkliges Dreieck darstellen, dessen Katheten l und Ql sind (Fig. 18). An einer beliebigen Stelle x vom freien Ende ist dann das Biegemoment Qx gleich der vertikalen Strecke zwischen der Kathete l und der Hypothenuse.

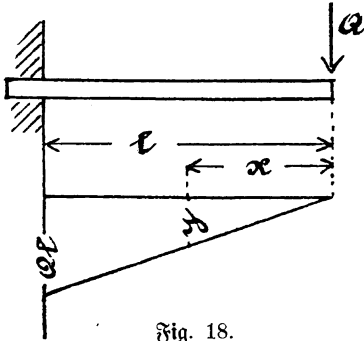


Fig. 18.

Ebenso läßt sich die Spannung durch ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten l und $\frac{Ql}{w}$ darstellen. In einer beliebigen Entfernung x vom freien Ende ist dann die Ordinate y das entsprechende Biegemoment bzw. die Spannung in der äußersten Faser des betreffenden Querschnitts.

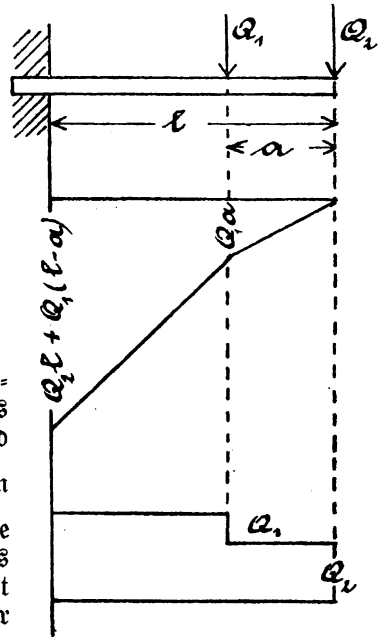


Fig. 19.

Nach Satz 13 ist außerdem in jedem Querschnitt eine senkrecht zur Balkenachse wirkende Kraft Q vorhanden, welche sich durch ein Rechteck mit den Seiten l und Q darstellen wird.

33. Bei dem in Figur 19 dargestellten Balken ist die untere Begrenzungslinie der Momentenfläche unter der zweiten Last gebrochen. An dieser Stelle ist, wie bereits in Satz 15 nachgewiesen, das Biegemoment gleich Q_2a , an der Wand ist dasselbe gleich $Q_2l + Q_1(l - a)$. Die Spannung stellt sich durch eine ähnliche Figur dar. Die Vertikalkraft ist zwischen den beiden Lasten gleich Q_2 , von Q_1 ab bis zur Wand gleich $Q_1 + Q_2$ und ist dementsprechend in Fig. 19 dargestellt.

34. Ein Balken von rechteckigem Querschnitt, welcher an einem Ende eingemauert ist, soll eine über seine ganze Länge gleichmäßig verteilte Last tragen. Diese Last soll q kg pro lfd. Millimeter betragen. (Fig. 20.)

Auf einem Stück des Balkens von der Länge x liegt dann eine Last qx , welche sich aus einer großen Zahl kleinerer Lasten zusammensetzt, deren Resultante in der Mitte des Balkenstückes angreift. Das Biegemoment für die Schnittfläche ist dann gleich:

$$M = qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{qx^2}{2}$$

Dasselbe ist demnach von dem Quadrat der Länge abhängig und erreicht seinen größten Wert, wenn x am größten wird, also für $x = l$. Es ist dann:

$$M_0 = \frac{ql^2}{2}$$

Wird die ganze auf dem Balken ruhende Last ql gleich Q gesetzt, so ist $q = \frac{Q}{l}$ und demnach:

$$M = \frac{Qx^2}{2l}$$

$$M_0 = \frac{Ql}{2}$$

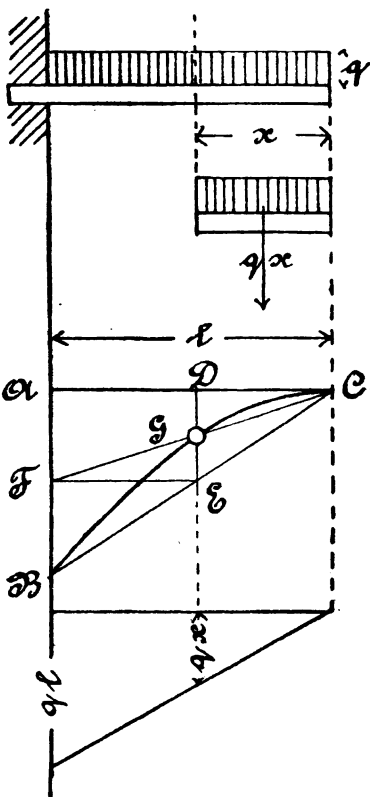


Fig. 20.

Wird das Moment M_0 berechnet und in irgend einem Maßstabe an der Wand vertikal in der Strecke AB aufgetragen und der Punkt B mit dem Endpunkte C des Balkens verbunden, so ergibt sich für einen beliebigen Punkt D das Biegemoment in folgender Weise:

Man zieht durch den Punkt D eine Senkrechte zu AC , welche BC im Punkte E schneidet. Durch den Punkt E wird eine Parallele zu AC gezogen, welche AB im Punkte F schneidet. Der Punkt F wird mit dem Punkte C verbunden. Diese Verbindungslinie schneidet DE in einem Punkte G und die Strecke DG ist das gesuchte Moment.

Führt man diese Konstruktion für verschiedene Punkte des Balkens aus, so erhält man die in Figur 20 dargestellte Kurve.

Die Spannung der äußersten Faser der verschiedenen Querschnitte läßt sich in ähnlicher Weise darstellen. Die Vertikalkraft ist in einer Entfernung x vom freien Ende gleich qx . Dieselbe ist also für die einzelnen Querschnitte verschieden, sie wächst mit x und wird an der Wand für x gleich l am größten. Die graphische Darstellung der Vertikalkraft ist demnach ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten l und ql gleich Q .

Wenn demnach ein Balken von 2 m Länge eine Last von 0,5 kg pro lfd. Millimeter, also eine Gesamtlast von $0,5 \cdot 2000 = 1000$ kg zu tragen hätte, so wäre das Biegemoment an der Wand gleich $1000 \cdot 1000 = 1000000$ mmkg. Soll die eine Seite des rechteckigen Balkenquerschnitts gleich x , die andere gleich $\frac{2}{3}x$ sein, so wäre das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{x}{6} \cdot \frac{16}{9} \cdot x^2 = \frac{8}{27} x^3 \text{ (mm)}^3$$

Wenn nun die größte Spannung an der Wand 1 kg betragen soll, so wäre:

$$1000000 = \frac{8}{27} x^3 \cdot 1$$

$$x^3 = \frac{27\,000\,000}{8} = 3\,375\,000 \text{ (mm)}^3$$

$$x = \sqrt[3]{3\,375\,000} = 150 \text{ mm}$$

Demnach wäre die eine Seite 15, die andere 20 cm lang.

Das Biegemoment in der Mitte wäre nur noch $500 \cdot 500 = 250000$ mmkg, beträgt also nur $\frac{1}{4}$ von dem Momente am Ende, mithin ist auch die Spannung nur $\frac{1}{4}$ kg.

35. Zur Übung in der Bestimmung der Biegemomente sollen noch einige andere Belastungsfälle betrachtet werden.

Angenommen, die Last wäre so auf dem Balken verteilt, daß die Belastung am freien Ende pro lfd. Millimeter gleich Null wäre, gleichmäßig bis zur Wand wachse und dort q kg pro lfd. Millimeter betrage. Die Lastverteilung würde sich dann

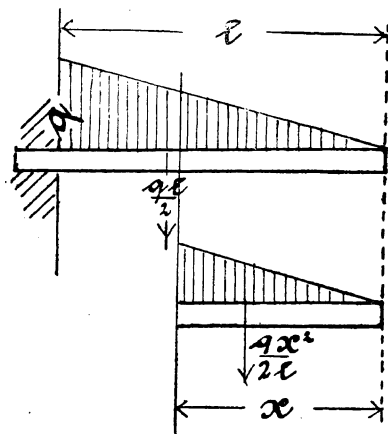


Fig. 21.

(Fig. 21) durch eine Dreiecksfläche darstellen. Wird der Balken

in einer Entfernung x vom freien Ende durchschnitten, so liegt auf dem abgeschnittenen Stück eine Last, welche sich durch den Inhalt des darüberstehenden Dreiecks darstellt. Die eine Kathete desselben ist x , die andere gleich $\frac{q}{l} \cdot x$, mithin der Inhalt des Dreiecks gleich $\frac{qx^2}{2l}$. Diese Last greift im Schwerpunkt des Dreiecks an, gibt also in Bezug auf den Schnitt ein Biegemoment:

$$M = \frac{qx^2}{2l} \cdot \frac{x}{3} = \frac{qx^3}{6l}$$

Das Moment wird wieder an der Wand am größten. Die auf dem ganzen Balken ruhende Last ist gleich dem Inhalt des ganzen Dreiecks, also gleich $\frac{ql}{2}$. Dieselbe greift wieder im Schwerpunkt des Dreiecks, also im Abstände $\frac{1}{3}$ von der Wand an, daher ist das größte Biegemoment:

$$M_0 = \frac{ql^2}{6},$$

welcher Wert sich auch ergibt, wenn man in die Gleichung für M statt x , l setzt.

Die Vertikalraft ist in jedem Schnitt gleich dem Inhalt des Belastungsdreiecks, welches zwischen dem Schnitt und dem freien Ende liegt, also gleich $\frac{qx^2}{2l}$. Dieselbe stellt sich durch eine ähnliche Kurve dar, wie in Satz 17 die Momentenfläche.

Die Kurve für die Biegemomente bestimmt man am besten durch Rechnung.

36. Es soll nun noch ein Balken betrachtet werden, welcher eine Last Q am freien Ende und außerdem eine gleichmäßig über die ganze Länge verteilte Last zu tragen hat. Beträgt letztere wieder q kg pro lfd. Millimeter, so ist das Biegemoment in der Entfernung x vom freien Ende gleich:

$$M = Qx + \frac{qx^2}{2}$$

und das größte Biegemoment an der Wand:

$$M_0 = Ql + \frac{ql^2}{2}$$

Die Vertikalkraft an irgend einer Stelle vom freien Ende ist gleich:

$$V = Q + qx$$

und an der Wand:

$$V_0 = Q + ql.$$

Bei der graphischen Darstellung wären die beiden Momentenflächen, welche sich für die Last Q allein, und ebenso für die gleichmäßig verteilte Last ergeben, zu vereinigen. Die Ordinaten der resultierenden Momentenfläche sind gleich der Summe der einzelnen Momentenflächen.

Wenn demnach ein 2,5 m langer Balken an seinem freien Ende eine Last von 500 kg zu tragen, und der Balken einen rechteckigen Querschnitt hat, dessen Seiten 16 und 22 cm lang sind, so wäre der körperliche Inhalt des Balkens gleich:

$$1,6 \cdot 2,2 \cdot 25 = 88 \text{ cbdm.}$$

Wird das spezifische Gewicht des Balkens zu 0,8 angenommen, so ist das Gesamtgewicht des Balkens gleich:

$$ql = 88 \cdot 0,8 = 70,4 \text{ kg,}$$

welches als eine gleichmäßig über den Balken verteilte Last angesehen werden kann.

Das größte Biegemoment an der Wand wäre dann:

$$M_0 = 500 \cdot 250 + 70,4 \cdot 125 = 133\,800 \text{ kgem.}$$

Das Widerstandsmoment des Balkenquerschnitts ist gleich:

$$W = \frac{16 \cdot 22^2}{6} \approx 1291 \text{ (cm)}^3$$

Hieraus ergibt sich für die größte Spannung an der Wand:

$$S = \frac{M_0}{W} = \frac{133\,800}{1291} \approx 104 \text{ kg pro qcm.}$$

Fünftes Kapitel.

37. In Satz 25 wurde als Widerstandsmoment des rechteckigen Querschnitts der Wert $\frac{bh^2}{6}$ ermittelt und darunter der Factor verstanden, mit welchem die Spannung in der äußersten Faser zu multiplizieren ist, um das Moment des von den inneren Kräften gebildeten Kräftepaars zu erhalten; dieses Moment mußte gleich dem Biegemoment sein. Beim Rechteck ist dieses Widerstandsmoment das Moment der Spannungsdreiecke in Bezug auf die neutrale Achse, und daher eine Größe dritter Ordnung. Wenn demnach b und h in cm angegeben werden, wird sich das Widerstandsmoment in ebem ergeben; gewöhnlich schreibt man $(cm)^3$, ebenso bei mm $(mm)^3$.

So wie für das Rechteck ergibt sich für alle Querschnitte das Widerstandsmoment als eine Größe dritter Ordnung.

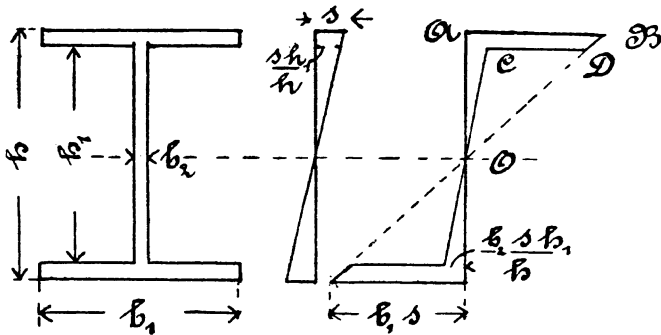


Fig. 22.

38. Es sollen nun die Widerstandsmomente einiger anderer Querschnitte, welche vielfach Verwendung finden, bestimmt werden.

Bei dem I-förmigen Querschnitt (Fig. 22) würde, wenn in der obersten und untersten Faser eine Spannung s pro qem wirkte, die Spannung in den inneren Ranten der Flanschen gleich $\frac{sh_1}{h}$; die eigentliche Spannungsfläche wären wieder zwei Dreiecke.

Der Gesamtwiderstand der äußersten Schichten wäre gleich $b_1 s$, derjenige in den unteren Ranten der Flanschen gleich $\frac{b_1 sh_1}{h}$; derjenige in den äußersten Schichten des vertikalen Steges gleich $\frac{b_2 \cdot s \cdot h_1}{h}$.

Werden diese Kräfte in den entsprechenden Höhen aufgetragen, so ergeben sich die Widerstandsfiguren, welche aus zwei Trapezen und zwei Dreiecken besteht. Das statische Moment dieser Flächen in Bezug auf die neutrale Achse ist gleich dem Moment des Kräftepaars der inneren Kräfte. Dieses statische Moment kann als die Differenz der statischen Momente der Dreiecke OAB und OCD angesehen werden. Es ergibt sich dann für dasselbe:

$$M = 2 \left[\frac{b_1 \cdot s \cdot h}{4} \cdot \frac{h}{3} - \frac{(b_1 - b_2) \cdot h_1^2}{4h} \cdot s \cdot \frac{h_1}{3} \right];$$

$$= 2 \left[\frac{b_1 h^2}{12} - \frac{(b_1 - b_2) \cdot h_1^3}{12h} \right] \cdot s.$$

Demnach ist das Widerstandsmoment:

$$W = 2 \left[\frac{b_1 h^2}{12} - \frac{(b_1 - b_2) h_1^3}{12h} \right]$$

$$= \frac{b_1 h^2}{6} - \frac{(b_1 - b_2) h_1^3}{6h}$$

$$= \frac{1}{6h} \left[b_1 h^3 - (b_1 - b_2) h_1^3 \right]$$

Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn die Differenz der Momente des vollen Rechtecks von der Breite b_1 und der Höhe h_1 und des ausfallenden Rechtecks von der Breite $b_1 - b_2$ und der Höhe h_1 bestimmt wird. Es ist hierbei nur zu beachten, daß die Spannung in der äußersten Faser des ausfallenden Rechtecks nicht s sondern $\frac{s \cdot h_1}{h}$ ist. Hiernach ist:

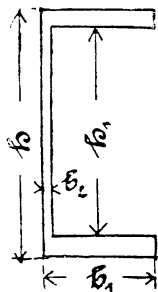


Fig. 23.

$$M = \frac{b_1 h^2}{6} s - \frac{(b_1 - b_2) h_1^2}{6} \cdot \frac{s \cdot h_1}{h}$$

$$= \frac{s}{6h} \left[b_1 h^3 - (b_1 - b_2) h_1^3 \right]$$

$$\text{und } W = \frac{1}{6h} \left[b_1 h^3 - (b_1 - b_2) h_1^3 \right]$$

Diese Formel gilt auch für den in Fig. 23 dargestellten U-förmigen Querschnitt.

Nachstehende Tabellen bringen einen Auszug aus dem deutschen Normalprofilbuch für Walzeisen, welches von einer aus hervorragenden Fachleuten bestehenden Kommission im Auftrage der Regierung aufgestellt worden ist. Die Widerstandsmomente sind in der Tabelle in (cm)³ angegeben.

39. a) Normalprofile für I-Eisen.

Die inneren Flanschflächen sind um 14% geneigt.

$$R = d, \quad r = 0,6 d.$$



Fig. 24.

Profil-Nr.	Dimensionen in Millimeter						Querschnitt F qcm	Gewicht von 1 Meter kg	Widerstands- momente (cm) ³
	h	b	d	t	R	r			
8	80	42	3,9	5,9	3,9	2,3	7,61	6,0	19,6
9	90	46	4,2	6,3	4,2	2,5	9,05	7,1	26,2
10	100	50	4,5	6,8	4,5	2,7	10,69	8,3	34,4
11	110	54	4,8	7,2	4,8	2,9	12,36	9,6	43,8
12	120	58	5,1	7,7	5,1	3,1	14,27	11,1	55,1
13	130	62	5,4	8,1	5,4	3,2	16,19	12,6	67,8
14	140	66	5,7	8,6	5,7	3,4	18,35	14,3	82,7
15	150	70	6,0	9,0	6,0	3,6	20,5	16,0	99,0
16	160	74	6,3	9,5	6,3	3,8	22,9	17,9	118,0
17	170	78	6,6	9,9	6,6	4,0	25,4	19,8	139,0
18	180	82	6,9	10,4	6,9	4,1	28,0	21,9	162,0
19	190	86	7,2	10,8	7,2	4,3	30,7	24,0	187,0
20	200	90	7,5	11,3	7,5	4,5	33,7	26,2	216,0
21	210	94	7,8	11,7	7,8	4,7	36,6	28,5	246,0
22	220	98	8,1	12,2	8,1	4,9	39,8	31,0	281,0
23	230	102	8,4	12,6	8,4	5,0	42,9	33,5	317,0
24	240	106	8,7	13,1	8,7	5,2	46,4	36,2	357,0
26	260	113	9,4	14,1	9,4	5,6	53,7	41,9	446,0
28	280	119	10,1	15,2	10,1	6,1	61,4	47,9	547,0
30	300	125	10,8	16,2	10,8	6,5	69,4	54,1	659,0
32	320	131	11,5	17,3	11,5	6,9	78,2	61,0	789,0
34	340	137	12,2	18,3	12,2	7,3	87,2	68,0	931,0
36	360	143	13,0	19,5	13,0	7,8	97,5	76,1	1098,0
38	380	149	13,7	20,5	13,7	8,2	107,5	83,9	1274,0
40	400	155	14,4	21,6	14,4	8,6	118,3	92,3	1472,0
42½	425	163	15,3	23,0	15,3	9,2	133,0	103,7	1754,0
45	450	170	16,2	24,3	16,2	9,7	147,7	115,2	2054,0
47½	475	178	17,1	25,6	17,1	10,3	163,6	127,6	2396,0
50	500	185	18,0	27,0	18,0	10,8	180,2	140,5	2770,0

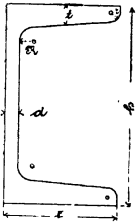


Fig. 25.

40. b) Normalprofile für C-Eisen.

Neigung der inneren Flanschenfläche 8%.

$$R = t, r = \frac{t}{2}$$

Profil-Nr.	Dimensionen in Millimeter						Querschnitt F qcm	Gewicht von 1 Meter G kg	Widerstandsmoment W (cm) ³
	h	b	d	t	R	r			
3	30	33	5	7	7	3,5	5,42	2,4	4,3
4	40	35	5	7	7	3,5	6,20	4,8	7,1
5	50	38	5	7	7	3,5	7,12	5,6	10,7
6½	65	42	5,5	7,5	7,5	4	9,05	7,1	17,9
8	80	45	6	8	8	4	11,04	8,6	26,7
10	100	50	6	8,5	8,5	4,5	13,5	10,5	41,4
12	120	55	7	9	9	4,5	17,04	13,3	61,3
14	140	60	7	10	10	5	20,4	15,9	87,0
16	160	65	7,5	10,5	10,5	5,5	24,1	18,8	117
18	180	70	8	11	11	5,5	28,0	21,9	152
20	200	75	8,5	11,5	11,5	6	32,3	25,2	193
22	220	80	9	12,5	12,5	6,5	37,6	29,3	247
26	260	90	10	14	14	7	48,4	37,8	374
30	300	100	10	16	16	8	58,8	45,9	538

41. c) Eisenbahnschienen-Profile.

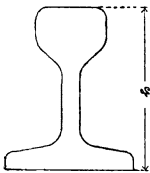


Fig. 26.

Es gibt Schienen von 13 cm, 11,8 cm und 10,5 cm Höhe, deren Gewicht pro lfd. Meter 36 kg, 34 kg und 32 kg beträgt.

Im allgemeinen kann das Widerstandsmoment annähernd aus der Formel:

$$W = 0,071 h^3$$

bestimmt werden.

Sechstes Kapitel.

42. Es soll nun die Beanspruchung eines auf zwei Stützen ruhenden Balkens betrachtet und zuerst angenommen werden, daß derselbe nur eine einzelne Last zu tragen hat (Fig. 27).

Hat die Last von den Stützen die Abstände a und b und ist l die ganze Länge des Balkens, so ergibt sich für die Auflagerreaktionen

$$A = \frac{Qb}{l}, \quad B = \frac{Qa}{l},$$

wenn Q die Last ist.

Der Balken wird durch die Last nach unten gebogen und seine Formänderung ist dieselbe, als wenn er an der Angriffsstelle von Q festgehalten und der Einwirkung zweier nach oben wirkender Kräfte A und B ausgesetzt würde.

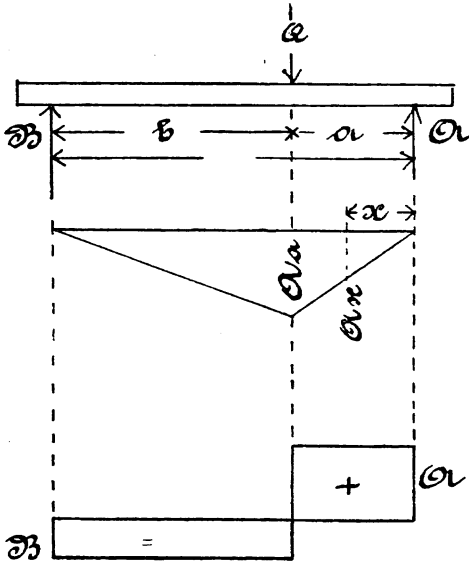


Fig. 27.

Das größte Biegemoment erfährt der Balken in dem Querschnitt, in welchem die Last wirkt. Dasselbe ist gleich:

$$M_{\max.} = Aa = Bb = \frac{Qab}{l}$$

In einer beliebigen Entfernung x vom Auflager A ist das Biegemoment gleich:

$$M_x = Ax = \frac{Qbx}{l}$$

Ebenso ist das Biegemoment in einer Entfernung x_1 vom Auflager B gleich:

$$M_{x_1} = Bx_1 = \frac{Qax_1}{l}$$

Das Biegemoment M_x ist hier aus der rechts wirkenden Kraft A bestimmt, doch kann dasselbe auch aus den links vom

Querschnitt wirkenden Kräften bestimmt werden. Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} M_x &= B(1-x) - Q(a-x) \\ &= \frac{Qa}{1}(1-x) - Q(a-x) \\ &= Qa - \frac{Qax}{1} - Qa + Qx \\ &= \frac{Q(1x - ax)}{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x &= Qx \left(1 - \frac{a}{1}\right) \\ &= Qx \left(\frac{1-a}{1}\right) = \frac{Qxb}{1} \end{aligned}$$

Ebenso ergibt sich für das Biegemoment M_{x1} wenn die auf der rechten Seite wirkenden Kräfte in Rechnung gezogen werden, derselbe wie oben gefundene Wert.

Die Biegemomentenfläche ist in diesem Falle ein Dreieck, dessen größte Ordinate $M_{\max.}$ unter der Last liegt.

Die Vertikalkraftfläche besteht aus zwei Rechtecken mit den Höhen A und B.

Wenn ein durchgehender Holzbalken, so wie oben angenommen wurde, belastet wird, so würde der Querschnitt desselben nach dem größten Biegemoment, also nach der Formel:

$$W = \frac{M_{\max.}}{s}$$

zu bestimmen sein, wenn W das Widerstandsmoment, s die größte zulässige Spannung ist.

Hätte beispielsweise ein Balken von 1,5 m Länge den Druck einer Säule aufzunehmen, welcher 1000 kg beträgt, und wäre die Säule von dem rechten Auflager des Balkens 0,6 m entfernt, so würden die beiden Auflagerreaktionen:

$$A = 600 \text{ kg.} \quad B = 400 \text{ kg.}$$

Hiernach ist das größte Biegemoment des Balkens:

$$M_{\max.} = 600 \cdot 60 = 36\,000 \text{ cmkg}$$

und das erforderliche Widerstandsmoment des Balkens gleich:

$$W = \frac{36\,000}{50} = 720 \text{ (cm)}^3$$

Wird das Verhältnis der Seiten des rechteckigen Balkenquerschnitts wie 3 : 4 genommen, und die Höhe mit x bezeichnet, so wäre die Breite $\frac{3}{4}x$ und das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{3}{4} \cdot x \cdot \frac{x^2}{6} = \frac{x^3}{8}$$

also muß sein:

$$\frac{x^3}{8} = 720$$

$$x^3 = 5760$$

$$x = \sqrt[3]{5760} \sim 18 \text{ cm}$$

Die Höhe des Querschnitts wäre also 18 cm, die Breite 13,5 cm.

Steht die Last Q in der Mitte des Balkens, so werden die beiden Auflagerreaktionen einander gleich und zwar gleich $\frac{Q}{2}$, das Biegemoment in der Mitte ist gleich:

$$M_{\max.} = \frac{1}{2} \frac{Q}{2} = \frac{Ql}{4}$$

Wenn demnach ein auf zwei Stützen ruhender I-Träger von 3 m Länge in der Mitte eine Last von 1200 kg zu tragen hätte, würde das größte Biegemoment gleich:

$$M_{\max.} 600 \cdot 150 = 90000 \text{ cmkg}$$

und das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{90000}{750} = 120 \text{ (cm)}^3$$

sein müssen.

Demnach wäre ein I-Träger N · P · 17 erforderlich.

43. Ruhen zwei Lasten Q_1 und Q_2 auf einem Balken (Fig. 28), so ergeben sich für die Auflagerreaktionen die Werte:

$$A = \frac{Q_1 a_1 + Q_2 a_2}{l}$$

$$B = \frac{Q_1 (l - a_1) + Q_2 (l - a_2)}{l}$$

Die Biegemomente in den Querschnitten, in welchen die Lasten wirken, sind:

$$M_1 = A (l - a_2)$$

$$M_2 = A (l - a_1) - Q_1 (a_2 - a_1)$$

Werden diese Biegemomente in den betreffenden Querschnitten senkrecht zur Balkenachse aufgetragen und die Endpunkte derselben mit einander und mit den Auflagerpunkten verbunden, so entsteht ein Viereck, welches die Momentenfläche darstellt. Die größte Ordinate hat die Momentenfläche unter einer der beiden Lasten, also wirkt in einem der beiden Querschnitte das größte Biegemoment.

Wenn daher der Balken einen überall gleichen Querschnitt haben soll, müßte letzterer nach dem größten Biegemoment bestimmt werden. Demnach müßten diese beiden Biegemomente durch Rechnung bestimmt und nach dem größten derselben der Querschnitt ermittelt werden.

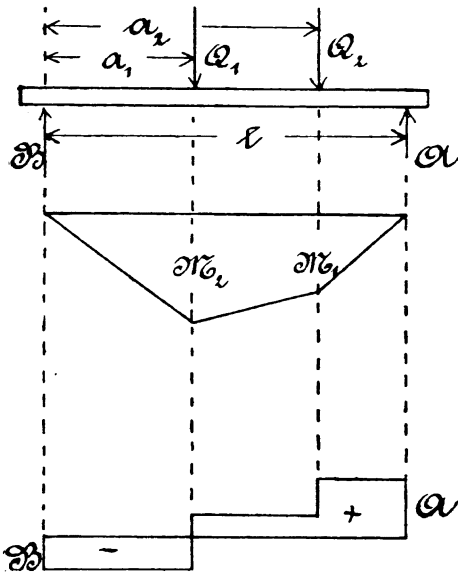


Fig. 28.

Die Vertikalkraftfläche, welche ebenfalls in Fig. 28 eingezeichnet und deren Darstellung leicht aus den eingeschriebenen Maßen zu ersehen ist, gibt sofort darüber Aufschluß, wo das größte Biegemoment oder der gefährliche Querschnitt liegt. Derselbe liegt immer an der Stelle, wo die Vertikalkraftfläche aus den Positionen ins Negative überspringt. Nach den in Fig. 28 gemachten Annahmen liegt der gefährliche Querschnitt bei der Last Q_1 .

Wirken z. B. auf einen Balken von 4 m Länge zwei Lasten von 600 kg und 800 kg, welche die in Fig. 29 angegebenen Abstände von einander haben, so sind die beiden Auflagerreaktionen

$$A = \frac{600 \cdot 1,2 + 800 \cdot 2,7}{4}$$

$$A = 720 \text{ kg}$$

$$B = 680 \text{ kg}$$

Es ergeben sich dann für die beiden Biegemomente in den Angriffspunkten der Lasten:

$$M_1 = 720 \cdot 1,30 = 93600 \text{ cmkg}$$

$$M_2 = 680 \cdot 1,20 = 720 \cdot 2,80 - 800 \cdot 1,50 = 81600 \text{ cmkg}$$

Das größte Biegemoment ist demnach M_1 , woselbst auch die Vertikalkraftfläche überspringt. Soll der betreffende Träger ein Holzbalken sein, so wäre das Widerstandsmoment desselben:

$$W = \frac{93600}{50} = 1872 \text{ (cm)}^3$$

Verhalten sich die Seiten des rechteckigen Querschnitts des

Balkens wie 5 : 7, und wird die Höhe desselben mit x bezeichnet, so ergibt sich für das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{5 x^3}{7 \cdot 6} = 1872$$

$$x^3 = \frac{1872 \cdot 42}{5} \sim 15725$$

$$h = x = \sqrt[3]{15725} \sim 26 \text{ cm}$$

$$b = \frac{5}{7} \cdot 26 \sim 20 \text{ cm}$$

In ähnlicher Weise wird auch die Berechnung von Balken ausgeführt, welche drei und mehrere Lasten zu tragen haben. Es wird sich später Gelegenheit bieten, die Ausführung dieser Rechnungen an Beispielen zu zeigen.

44. Es soll nun der Balken auf zwei Stützen betrachtet werden, welcher eine gleichmäßig verteilte Last zu tragen hat (Fig. 30).

Ist die Last pro laufenden Centimeter Balkenlänge gleich q kg, so würde, wenn der Balken eine Länge von l m hätte, die ganze Last Q gleich $q \cdot l$ sein. Jedes Auflager hätte dann einen Druck von

$$A = B = \frac{Q}{2} = \frac{q l}{2} \cdot \text{kg}$$

auszuhalten.

Auf einen in einem Abstände x vom rechten Auflager gelegenen Querschnitt wirkt die Auflagerreaktion $\frac{q l}{2}$ aufwärts, die auf der Länge x liegende Last $q x$ abwärts biegend. Die erste Kraft hat einen Hebelarm x , die zweite einen solchen $\frac{x}{2}$, mithin ist das Biegemoment für diesen Querschnitt:

$$M_x = \frac{q l}{2} \cdot x - \frac{q x^2}{2}$$

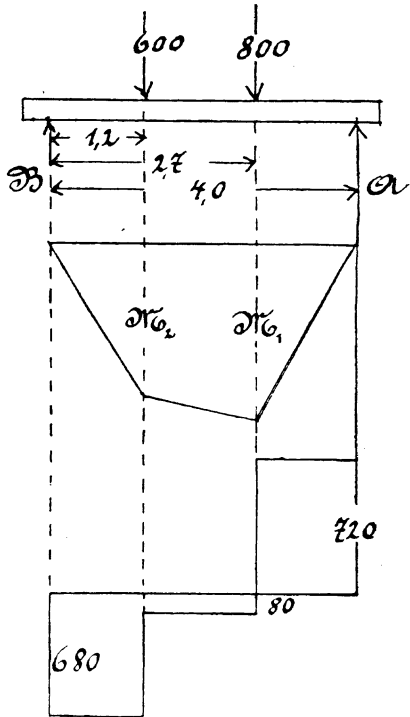


Fig. 29.

Das selbe Biegemoment wirkt in dem, in demselben Abstand vom linken Auflager gelegenen Querschnitt.

Das größte Biegemoment wirkt in der Mitte des Balkens; dasselbe ist gleich:

$$M_{\max.} = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{8} = \frac{Ql}{8}$$

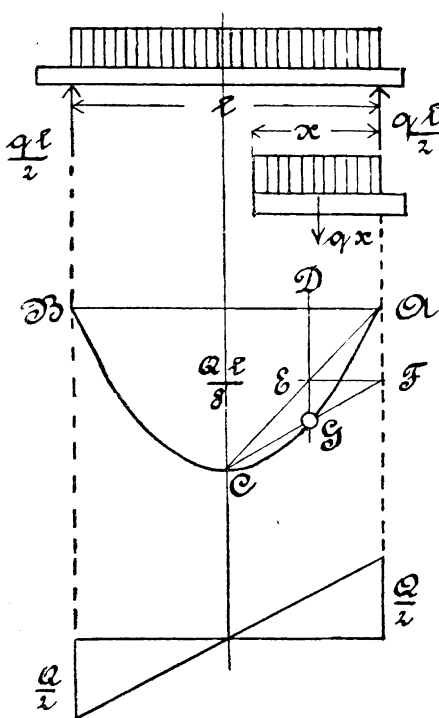


Fig. 30.

Eine gleichmäßig über einen Balken verteilte Last ruft also ein Biegemoment in der Mitte des Balkens hervor, welches halb so groß wie dasjenige einer in der Mitte des Balkens konzentrierten Last (vergl. Satz 42) ist.

Dieses Biegemoment ist, wie schon gesagt, das größte Biegemoment und hätte nach diesem die Berechnung des Trägers zu erfolgen.

a) Wenn demnach ein Träger über einer Schaufensteröffnung von 3 m Weite eine 1½ Stein starke Wand von 4 m Höhe zu tragen hat, so wäre die ganze auf den Träger kommende Last gleich:

$$Q = 3 \cdot 4 \cdot 0,38 \cdot 1600 \sim 7300 \text{ kg}$$

Das größte Biegemoment des Trägers wäre hiernach:

$$M_{\max.} = \frac{7300 \cdot 300}{8}$$

und das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{7300 \cdot 300}{8 \cdot 750} = 365 \text{ (cm)}^3$$

Hiernach wäre ein Träger N · P · 24 erforderlich.

b) Zum Abschluß der Kellerräume eines Gebäudes sollen

Rappen von 1,2 m Spannweite, 3 m Länge und $\frac{1}{2}$ Steinstärke dienen. Die Belastung der Rappen soll einschließlich des Fußbodengewichtes u. s. w. 1000 kg pro Quadratmeter betragen.

Es kommt dann auf jeden Rappenträger eine Last von

$$Q = 3 \cdot 1,2 \cdot 1000 = 3600 \text{ kg.}$$

Die Träger müßten also ein Widerstandsmoment

$$W = \frac{3600 \cdot 300}{8 \cdot 750} = 180 \text{ (cm)}^3$$

haben, und würde demnach N · P · 19 genügen.

c) Ein quadratischer Raum von 8 m Seite soll eine einfache Balkendecke erhalten und die Belastung derselben 500 kg pro Quadratmeter betragen.

Ein Unterzug soll die Balken in der Mitte stützen, und dieser selbst soll aus zwei auf einer Säule zusammenstoßenden Stücken bestehen.

Die ganze Deckenlast wäre hiernach:

$$L = 8 \cdot 8 \cdot 500 = 32\,000 \text{ kg}$$

Hiervon hat, wie später gezeigt werden wird, der Unterzug, welchen man in diesem Falle als gleichmäßig belastet annimmt, $\frac{5}{8}$, also eine Last:

$$2Q = \frac{5}{8} \cdot 32\,000 = 20\,000 \text{ kg}$$

zu tragen.

Auf jede Hälfte des Unterzugs kommen also

$$Q = 10\,000 \text{ kg}$$

und muß demnach das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{10\,000 \cdot 400}{8 \cdot 750} = 667 \text{ (cm)}^3$$

sein. Hierzu genügten zwei Träger N · P · 32.

Zur Zeichnung der Momentenfläche für den gleichmäßig belasteten Träger wird das größte Moment $\frac{Ql}{8}$ in der Mitte des Trägers in irgend einem Maßstabe aufgetragen (Fig. 30), der Endpunkt C desselben mit dem Auflagerpunkt A verbunden und durch einen beliebigen Punkt D eine Vertikale gezogen, welche die Linie CA in einem Punkte E schneidet. Die horizontale Linie durch E schneidet die durch den Punkt A gehende Vertikale in einem Punkte F, welcher mit C verbunden wird. Diese Verbindungslinie schneidet die Vertikale ED im Punkte G. DG ist dann das im Punkte D wirkende Moment. Durch Wiederholung der Konstruktion in verschiedenen Punkten ergibt sich

dann die Momentenfläche, eine von einer Parabel begrenzte Fläche.

Die Vertikalkraftfläche ist in diesem Falle eine von zwei rechtwinkligen Dreiecken gebildete Fläche, deren Katheten $\frac{1}{2}Q$ und $\frac{Q}{2}$ sind.

In der Mitte, wo das Biegemoment am größten ist, ist die Vertikalkraft gleich Null.

Hat ein auf zwei Stützen ruhender Träger eine gleichmäßig verteilte Last Q und eine konzentrierte Last Q_1 zu tragen, welche von der Stütze A den Abstand a hat, so wäre der Auflagerdruck:

$$A = \frac{Q}{2} + \frac{Q_1(1-a)}{1}$$

$$B = \frac{Q}{2} + \frac{Q_1 \cdot a}{1}$$

Das Biegemoment unter der Last Q_1 wäre dann gleich:

$$\begin{aligned} M &= A \cdot a - \frac{Q}{1} \cdot \frac{a^2}{2} \\ &= \frac{Q}{2} \cdot a + \frac{Q_1(1-a)}{1} \cdot a - \frac{Q}{2} \cdot \frac{a^2}{2} \\ &= \frac{a}{21} (1-a) \cdot (Q + 2Q_1) \end{aligned}$$

und das Biegemoment in der Mitte des Balkens gleich:

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{Al}{2} - \frac{Ql}{8} - Q_1 \left(\frac{1}{2} - a \right) \\ &= \left[\frac{Q}{2} + \frac{Q_1(1-a)}{1} \right] \frac{l}{2} - \frac{Ql}{8} - Q_1 \left(\frac{1}{2} - a \right) \\ &= \frac{Ql}{8} + \frac{Q_1 a}{2} \end{aligned}$$

Bei einer solchen Belastung käme es zuerst darauf an, das größte Biegemoment zu ermitteln.

Dieses geschieht am leichtesten mit Hilfe der Vertikalkraftfläche, welche an der Stelle, wo das Moment am größten ist, überspringt.

Hat z. B. ein Träger von 4,5 m Länge eine gleichmäßig verteilte Last von 1200 kg und außerdem im Abstände von 1,5 m von der rechten Stütze eine konzentrierte Last von 1500 kg zu tragen, so würde die rechte Stütze einen Druck:

$$A = 600 + \frac{1500 \cdot 3}{4,5} = 1600 \text{ kg}$$

auszuhalten haben.

Die Vertikalraft fällt von der rechten Stütze bis zum Angriffspunkt der Last von 1600 kg bis auf 1200 kg. An dieser Stelle springt dieselbe über und wird — 300 kg, mithin ist hier das größte Bieugungsmoment:

$$\begin{aligned} M_{\max.} &= 1600 \cdot 150 - \frac{400 \cdot 150}{2} \\ &= 1400 \cdot 150 = 210000 \text{ cmkg} \end{aligned}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment des Trägers wäre demnach:

$$W = \frac{210000}{750} = 280 \text{ (cm)}^3$$

Hiernach wäre ein Träger N · P · 22 erforderlich.

Siebentes Kapitel.

4. Trägheitsmomente und Widerstandsmomente verschiedener Querschnittsflächen.

45. Die Summe der Produkte aus allen Flächenteilchen eines Querschnitts und dem Quadrate ihrer Abstände von einer (z. B. der neutralen) Achse wird das Trägheitsmoment des Querschnitts genannt. Oder, durch eine Formel ausgedrückt,

$$I. \quad J = \sum fy^2,$$

wobei J das Trägheitsmoment, \sum den Inhalt eines beliebigen Flächenelementes BC (Fig. 31), y den Abstand desselben von der betreffenden Achse MM bezeichnet und das Zeichen „ \sum “ bedeutet, daß man die Summe aller der verschiedenen Produkte fy^2 zu nehmen habe, welche entstehen, wenn man für y die Abstände der betreffenden Flächenelemente von der zu Grunde gelegten Achse einführt.

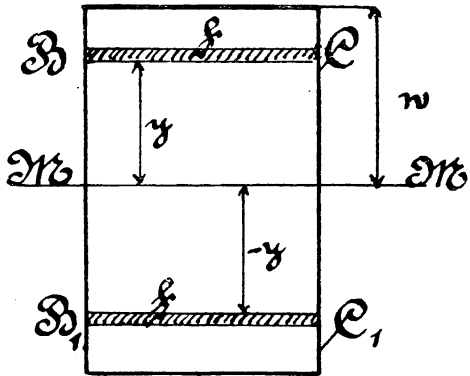


Fig. 31.

46. Unter dem Widerstandsmoment (W) eines Querschnitts

versteht man den Ausdruck $\frac{J}{w}$, wobei J die obige Bedeutung hat und w den Abstand der äußersten Faser von der neutralen Faser MM bezeichnet. Also hat man

$$\text{II.} \quad W = \frac{J}{w}$$

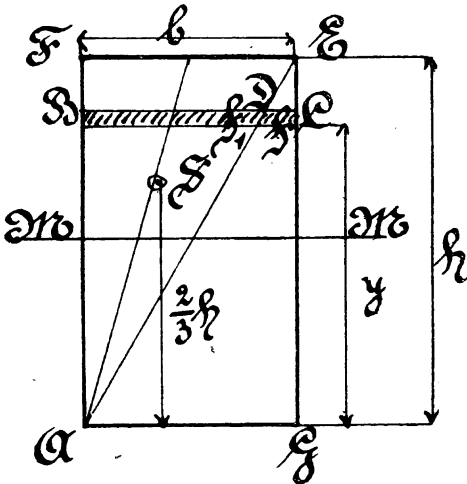


Fig. 32.

47. Trägheitsmoment des Rechtecks auf eine Seite als Achse bezogen.

Nach der in Satz 45 gegebenen Definition über das Trägheitsmoment ist in Bezug auf die Seite AG (Fig. 32) als Achse das Trägheitsmoment des Rechtecks $AGEF$, nämlich

$$\text{III.} \quad J_1 = \Sigma f y^2$$

Bezeichnet nun f_1 den Inhalt des Flächenstückchens BD , so verhält sich wegen gleicher Breite der Rechtecke BC und BD

$$f : f_1 = BC : BD \text{ oder } BD : BC = f_1 : f.$$

Andererseits ist aber wegen Ähnlichkeit der Dreiecke ABD und AFE

$$BD : FE = y : h; \text{ folglich (weil } FE = BC)$$

$$BD : BC = y : h \text{ oder}$$

$$f_1 : f = y : h, \text{ und hieraus ergibt sich}$$

$$f = \frac{f_1 \cdot h}{y}$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in III. erhält man nun

$$J_1 = \frac{\Sigma f_1 h}{y} \cdot y^2 = \Sigma f_1 \cdot h \cdot y$$

Und da hier h in allen Summengliedern derselbe, also ein konstanter Faktor ist, so kann man ihn vor das Summenzeichen setzen, so daß entsteht

$$J_1 = h \cdot \Sigma f_1 y$$

Ferner stellt der Faktor $\Sigma f_1 y$ die Summe der statischen Momente aller Flächenelemente des Dreiecks AEF in Bezug au

die Seite AG des Rechtecks dar. Diese Summe ist aber nach der Statik gleich dem Momente des Schwerpunktes des Dreiecks AEF in Bezug auf die Seite AG; also hat man, weil das letztere Moment

$$\frac{bh}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h = \frac{bh^2}{3} \text{ ist, die Gleichung}$$

$$\Sigma f_1 y = \frac{bh^2}{3} \text{ und mithin}$$

$$J_1 = h \cdot \Sigma f_1 y = \frac{h \cdot bh^2}{3} = \frac{bh^3}{3}$$

$$\text{IV.} \quad J_1 = \frac{bh^3}{3}$$

48. Trägheitsmoment des Rechtecks bezogen auf die neutrale Achse. Das Trägheitsmoment der obern Hälfte des Rechtecks AFEG (Fig. 33) in Bezug auf die Achse AG ist nach dem Vorhergehenden

$$J_1 = \Sigma (Y + y)^2 f = \Sigma Y^2 f + \Sigma 2 Y y f + \Sigma y^2 f$$

Das Trägheitsmoment der untern Hälfte dieses Rechtecks in Bezug auf dieselbe Achse ist

$$J_1 = \Sigma (Y - y)^2 f = \Sigma Y^2 f - \Sigma 2 Y y f + \Sigma y^2 f$$

Mithin ist das Trägheitsmoment des ganzen Rechtecks in Bezug auf AG, nämlich

$$J_1 = \Sigma (Y + y)^2 f = \Sigma Y^2 f + \Sigma 2 Y y f + \Sigma y^2 f = Y^2 \Sigma f + 2 Y \Sigma y f + \Sigma y^2 f.$$

Nun ist aber $\Sigma f = F$, d. h. gleich dem Inhalte des ganzen Rechtecks, und $\Sigma y^2 f$ ist nach I. das Trägheitsmoment (J) des Rechtecks in Bezug auf die neutrale Achse MM. Der Ausdruck $\Sigma y f$ ist als Summe aller Momente aller Flächenelemente in Bezug auf die Schwerpunktsachse = 0; daher folgt durch Einsetzen aller dieser Werte

$$J_1 = Y^2 \cdot F + J \text{ oder}$$

$$J = J_1 - Y^2 \cdot F$$

Da nun nach IV. $J_1 = \frac{bh^3}{3}$, ferner

$$Y^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{h^2}{4} \text{ und } F = bh, \text{ so folgt}$$

$$J = \frac{bh^3}{3} - \frac{h^2}{4} \cdot bh = \frac{bh^3}{3} - \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{12}$$

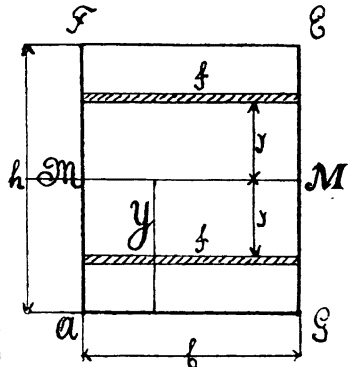


Fig. 33.

V.
$$J = \frac{bh^3}{12}$$

Das Widerstandsmoment des Rechtecks, dessen Höhe = h und dessen Breite = b, ergibt sich nach II zu

$$W = \frac{J}{w} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = \frac{bh^2}{6}$$

VI.
$$W = \frac{bh^2}{6}$$

Achtes Kapitel.

49. Das Trägheitsmoment eines Quadrats (Fig. 34), dessen Seitenlänge = a ist, folgt nun aus V, indem man dort $b = h = a$ setzt, nämlich

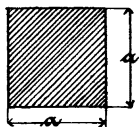


Fig. 34.

VII.
$$J = \frac{a \cdot a^3}{12} = \frac{a^4}{12}$$

während das Widerstandsmoment des Quadrats, nämlich

VIII.

$$W = \frac{\frac{a^4}{12}}{\frac{a}{2}} = \frac{a^4}{12} \cdot \frac{2}{a} = \frac{a^3}{6} \text{ ist.}$$

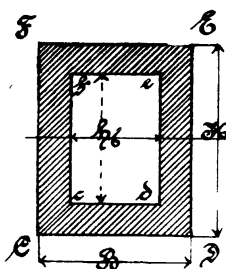


Fig. 35.

50. Trägheitsmoment eines sogenannten hohlen rechteckigen Querschnittes (Fig. 35). Diesen Querschnitt können wir ansehen als die Differenz der beiden Rechtecke CDEF und cdef, deren Inhalt = BH beziehungsweise = bh. Demnach wäre der Inhalt des in Betracht kommenden schraffierten Querschnittes = BH — bh.

Mithin ist auch das Trägheitsmoment (J) desselben gleich der Differenz der Trägheitsmomente der beiden Rechtecke CDEF und cdef, nämlich

IX.
$$J = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$$

Und das hierzu gehörige Widerstandsmoment ist

$$W = \frac{J}{w} = \frac{\frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}}{\frac{H}{2}} = \frac{BH^3 - bh^3}{12} \cdot \frac{2}{H}$$

X.
$$W = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

51. Für das Trägheitsmoment des doppelt T-förmigen Querschnitts (Fig. 36) erhalten wir dasselbe Resultat. Denn wir müssen von dem ganzen Rechtecke CDEF die zwei Rechtecke cdef und $c_1d_1e_1f_1$ abziehen, und zwar erhalten wir als Inhalt des in

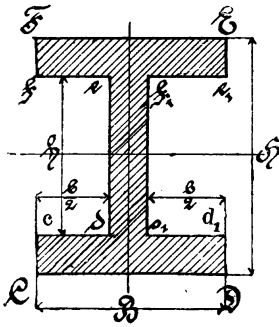


Fig. 36.

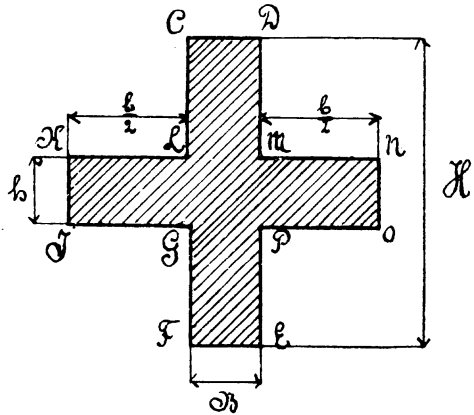


Fig. 37.

Betracht kommenden schraffierten Rechteckes $BH - \frac{2bh}{2} = BH - bh$; mithin als Trägheitsmoment desselben

XI.
$$J = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$$

und als Widerstandsmoment

$$W = \frac{J}{w} = \left(\frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12} \right) : \frac{H}{2} = \frac{BH^3 - bh^3}{12} \cdot \frac{2}{H}$$

XII.
$$W = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

52. Das Trägheitsmoment des kreuzförmigen Querschnitts (Fig. 37) erhalten wir, indem wir den Querschnitt auffassen als Summe der drei Rechtecke CDEF, GJKL und MNOP, deren Inhalt ausgedrückt wird durch die Summe

$$B \cdot H + 2 \cdot \frac{bh}{2} = BH + bh$$

Daher ist auch das Trägheitsmoment für diese Querschnittsform

$$J = \frac{BH^3}{12} + \frac{bh^3}{12}$$

und das Widerstandsmoment

$$W = \frac{BH^3 + bh^3}{12} : \frac{H}{2} = \frac{BH^3 + bh^3}{6H}$$

53. Für das Trägheitsmoment des vollen freisringförmigen Querschnitts in Bezug auf irgend einen Durchmesser als Achse (äquatoriales Trägheitsmoment) erhält man den Ausdruck

$$J = \frac{\pi d^4}{64} \text{ (Fig. 38)}$$

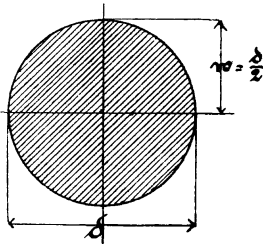


Fig. 38.

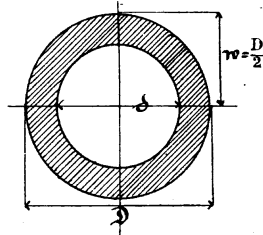


Fig. 39.

und mithin ergibt sich für das Widerstandsmoment dieses Querschnitts

$$W = \frac{J}{w} = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{2}{d} = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$

54. Endlich erhalten wir für den freisringförmigen Querschnitt (Fig. 39) nach dem Vorhergehenden (50 und 51) den Ausdruck

$$J = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

und demnach für das Widerstandsmoment des freisringförmigen Querschnitts

$$W = \frac{J}{w} = \frac{J}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64 \cdot \frac{D}{2}} = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32D}$$

55. Das polare oder centrale Trägheitsmoment des Kreises, d. h. das Trägheitsmoment bezogen auf die durch den Mittelpunkt gehende senkrecht zur Kreisebene stehende Achse ist

$$J_c = 2 \cdot J = 2 \cdot \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$J_c = \frac{\pi d^4}{32}$$

Neuntes Kapitel.

5. Querschnitte von gleichem Widerstande.

56. Zwei Freitragler AB und CD (Fig. 40 u. 41), d. h. horizontal liegende Träger, welche einerseits fest eingeklemmt (z. B. eingemauert) sind und mit dem belasteten Ende B be-

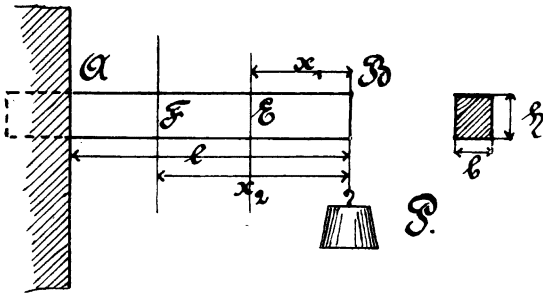


Fig. 40.

ziehungsweise D in den freien Raum hineinragen, von der Länge l und demselben Material, von denen der eine einen rechteckigen, der andere einen kreisförmigen Querschnitt hat, haben gleiche Tragfähigkeit (P), wenn die Widerstandsmomente W_{\blacksquare} und W_{\odot} der beiden Querschnitte einander gleich sind.

Beweis. Nach Satz 26 lautet für den Träger AB (Fig. 40) die Festigkeitsgleichung in Bezug auf den Querschnitt bei A

$$\text{I.} \quad P \cdot l = W_{\blacksquare} \cdot s$$

und für den Träger CD (Fig. 41) in Bezug auf den Querschnitt bei C

$$\text{II.} \quad P l = W_{\odot} \cdot s$$

Da nun laut Voraussetzung für beide Träger die Belastung P dieselbe sein soll, so folgt aus den Gleichungen I und II

$$W_{\blacksquare} \cdot s = W_{\odot} \cdot s \quad \text{oder} \quad \text{III.} \quad W_{\blacksquare} = W_{\odot},$$

was zu beweisen war.

Nun ist aber nach Satz 48 VI das Widerstandsmoment des Rechtecks

$$W_{\blacksquare} = \frac{b h^2}{6}$$

und nach Satz 53 das Widerstandsmoment des Kreises

$$W_{\odot} = \frac{\pi d^3}{32}$$

Mithin ergibt sich nach III die Bedingungsgleichung

$$\text{IV.} \quad \frac{\pi d^3}{32} = \frac{b h^2}{6}$$

Und hieraus folgt

$$d^3 = \frac{16}{3} \frac{b h^2}{\pi} \text{ oder}$$

$$\text{V.} \quad d = \sqrt[3]{\frac{16}{3} \cdot \frac{b h^2}{\pi}}$$

Mit Hilfe dieser Formel können wir nun irgend einen rechteckigen Querschnitt von der Breite b und der Höhe h (Fig. 40) umrechnen in einen kreisförmigen von derselben Tragfähigkeit.

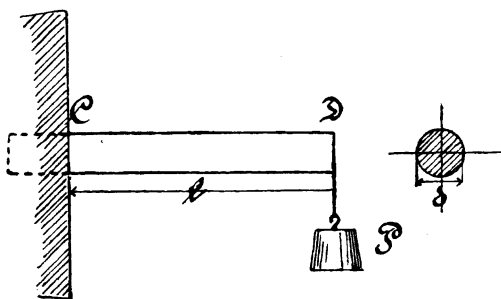


Fig. 41.

Außerdem ergibt sich aus IV

$$\text{VI.} \quad h = \sqrt{\frac{3}{16} \frac{\pi d^3}{b}}$$

eine Formel, mittelst welcher der kreisförmige Querschnitt vom Durchmesser d umgerechnet werden kann in einen rechteckigen von derselben Tragfähigkeit, wobei allerdings außer dem Durchmesser d des umzurechnenden noch die Breite b des gesuchten Querschnitts oder wenigstens doch das Verhältnis $b : h$ (Fig. 40) gegeben sein muß.

57. Zwei einfache Beispiele sollen die Anwendung der Formeln V und VI näher erläutern.

1. Ein prismatischer Freitträger, dessen Querschnitt die Breite $b = 13$ cm und die Höhe $h = 36$ cm hat, soll durch einen kreis-cylindrischen Freitträger von derselben Länge und demselben Material ersetzt werden. Wie groß muß der Durchmesser dieses Trägers sein?

Antwort: Nach Formel V erhält man für den gesuchten Durchmesser

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{3} \frac{13 \cdot 36^2}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{89856}{\pi}} = 30,581 = \underline{30,6 \text{ cm.}}$$

2. Wie groß muß der Querschnitt eines prismatischen Freitträgers AB (Fig. 40) werden, welcher aus demselben Materiale bestehen, dieselbe Länge und gleiche Tragfähigkeit besitzen soll, wie der cylindrische Freitträger CD (Fig. 41)?

Gegeben sind $d = 25$ cm und $b : h = 1 : 3$.

Auflösung. Aus der gegebenen Proportion folgt $h = 3b$; mithin ist nach VI

$$3b = \sqrt{\frac{3}{16} \cdot \frac{\pi d^3}{b}}; \text{ oder quadriert}$$

$$9b^2 = \frac{3}{16} \cdot \frac{\pi d^3}{b}$$

Wird diese Gleichung nach b aufgelöst, so ergibt sich

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \cdot \frac{\pi d^3}{9}} = d \sqrt[3]{\frac{\pi}{48}}$$

oder für d den gegebenen Wert gesetzt, gibt

$$b = 25 \sqrt[3]{\frac{\pi}{48}} = 25 \cdot 0,403 = \frac{40,3}{4} = 10,1 \text{ cm}$$

$$b = 10,1 \text{ cm}$$

Demnach wäre die Höhe des fraglichen Querschnittes

$$h = 3 \cdot 10,1 = 30,3 \text{ cm.}$$

Zehntes Kapitel.

6. Träger von gleicher Biegungsfestigkeit.

58. Wenn man einen prismatischen oder cylindrischen Freitträger wie AB oder CD Fig. 40 und 41 am freien Ende mit P Kilogramm belastet, so ist bekanntlich das Biegunsmoment $P \cdot l$ für den Querschnitt an der Befestigungsstelle A größer als

jedes der Biegemomente $P \cdot x_1$, $P \cdot x_2$ u. s. w. für die Querschnitte bei E und F, weil der Hebelarm x für den Querschnitt bei A seinen größten Wert annimmt.

59. Ist nun die Belastung P so gewählt, daß bei A die pro Flächeneinheit zulässige Inanspruchnahme von k kg gerade erreicht wird, so ist die Inanspruchnahme in den übrigen Querschnitten bei F, E u. s. w. geringer.

60. Wird aber der Träger so geformt, daß in allen Querschnitten die Inanspruchnahme, d. h. die Spannung in den äußersten Fasern pro Flächeneinheit des Querschnitts (qcm) dieselbe ist, so entsteht ein Träger gleicher Biegefestigkeit. Dabei spart man an Material und somit auch an Gewicht.

61. Die Gewichtersparnis ist insofern von großer Wichtigkeit als z. B. bei einem Balancier einer Dampfmaschine oder bei einem jeden beweglichen Konstruktionsteile überhaupt ein Mitschleppen der überflüssigen Masse immer eine Verschwendung von Kraft beziehungsweise Brennmaterial bedeutet.

62. Die Bedingung dafür, daß die Inanspruchnahme des Trägers (Fig. 40) in allen Querschnitten dieselbe sei, ergibt sich aus der bekannten Gleichung (I Satz 56)

$$P \cdot l = W \cdot s \quad \text{oder} \quad M = W \cdot s,$$

nämlich

$$s = \frac{M}{W}$$

Dieser Wert muß also für jeden Querschnitt derselbe, d. h. konstant sein.

63. Nun erhalten wir für einen beliebigen Querschnitt, dessen Abstand vom freien Ende $= x_1$ ist, als Moment der äußeren Kraft

$$\text{I.} \quad M_1 = P \cdot x_1$$

und für einen zweiten Querschnitt, dessen Abstand vom freien Ende $= x_2$ ist, hat man als Moment

$$\text{II.} \quad M_2 = P \cdot x_2$$

Nach Gleichung I Satz 63 ist aber auch,

$$\text{III.} \quad M_1 = W_1 \cdot s$$

und

$$\text{IV.} \quad M_2 = W_2 \cdot s$$

Mithin ergibt sich aus I und III

$$\text{V.} \quad W_1 \cdot s = P \cdot x_1$$

ferner aus II und IV

$$\text{VI.} \quad W_2 \cdot s = P \cdot x_2$$

Dividieren wir nun V durch VI und berücksichtigen, daß nach Satz 63 die spezifische Spannung s für alle Querschnitte, also auch in den Gleichungen V und VI denselben Wert haben soll, so folgt

$$\text{VII.} \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

Nach Satz 48 VI ist aber für den rechteckigen Querschnitt das Widerstandsmoment

$$W_1 = \frac{b_1 h_1^2}{6}$$

und ebenso

$$W_2 = \frac{b_2 h_2^2}{6}$$

Demnach erhalten wir aus VII die Proportion

$$\frac{b_1 h_1^2}{6} : \frac{b_2 h_2^2}{6} = x_1 : x_2, \text{ oder}$$

$$\text{VIII.} \quad b_1 h_1^2 : b_2 h_2^2 = x_1 : x_2$$

Bei den Trägern gleicher Biegefestigkeit können nun die folgenden drei einfachen Fälle vorkommen.

64. 1. Fall. Die Breite des Trägers soll durchgängig dieselbe sein oder die Horizontalprojektion (Ansicht von oben) soll ein Rechteck bilden; also $b_2 = b_1$.

Setzen wir aber in der Proportion VIII $b_2 = b_1$, so entsteht

$$b_1 h_1^2 : b_1 h_2^2 = x_1 : x_2$$

oder, wenn man im ersten und zweiten Gliede durch b_1 dividiert

$$h_1^2 : h_2^2 = x_1 : x_2, \text{ folglich}$$

$$\text{I.} \quad x_1 : x_2 = h_1^2 : h_2^2$$

Da sich nun beweisen läßt, daß diese Proportion eine Parabel bedingt, deren Scheitel im Aufhängepunkt A liegt, so ergibt sich hieraus, daß die Kurve, welche den Längenschnitt ABC des Trägers (Fig. 42) nach unten begrenzt, eine Parabel sein muß.

Die Ordinaten $h_1 h_2 h_3$ u. s. w. (Fig. 43) kann man auch in Bezug auf die horizontale Gerade AB in der Weise auftragen, daß man jede derselben halbiert und die eine Hälfte nach oben, die andere nach unten anträgt. Denn es ist

$$\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 : \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 = \frac{h_1^2}{4} : \frac{h_2^2}{4} = h_1^2 : h_2^2,$$

mithin auch nach I

$$x_1 : x_2 = \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 : \left(\frac{h_2}{2}\right)^2$$

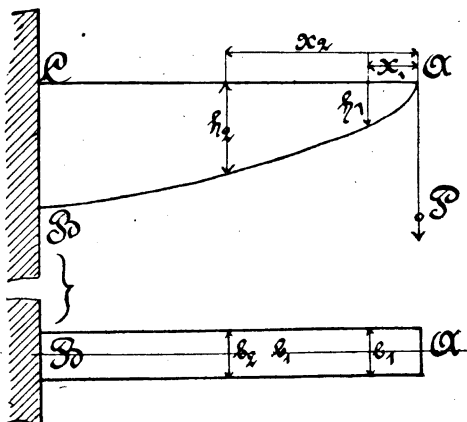


Fig. 42.

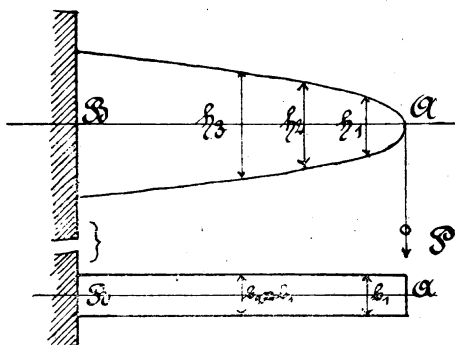


Fig. 43.

Die erste Form (Fig. 42) findet Anwendung, z. B. bei Trägern an Balkonen und Konsollagern, die zweite Form (Fig. 43) dagegen bei Balanciers, Wagebalken u. s. w.

65. 2. Fall. Die Höhe des Trägers gleicher Biegefestigkeit mit rechteckigem Querschnitt soll konstant, d. h. durchweg dieselbe sein; also $h_2 = h_1$.

Setzen wir in der Proportion VIII Satz 64 $h_2 = h_1$, so folgt

$$b_1 h_1^2 : b_2 h_1^2 = x_1 : x_2$$

oder, wenn wir das erste und zweite Glied durch h_1^2 dividieren, so entsteht

$$I. \quad b_1 : b_2 = x_1 : x_2$$

d. h. die Breiten der Querschnitte müssen sich verhalten wie die Abstände der Querschnitte vom freien Ende A des Trägers.

Die Proportion I verlangt also eine dreieckige Gestalt des Trägers im Grundriß (Fig. 44). Denn in den Dreiecken AB_1C_1 und AB_2C_2 verhält sich in der That

$$b_1 : b_2 = x_1 : x_2$$

Für die Berechnung des Querschnitts an der Befestigungsstelle B des Trägers AB (Fig. 44) haben wir nach Satz 63I die Gleichung

$$M = W \cdot s \text{ oder } P \cdot l = W \cdot s$$

und weil nach Satz 48 V das Widerstandsmoment des Rechtecks, nämlich

$$W = \frac{bh^2}{6}, \text{ so folgt } \frac{bh^2}{6} \cdot s = P \cdot l$$

Mithin ist die Breite

II.
$$b = \frac{6 \cdot P \cdot l}{h^2 \cdot s}$$

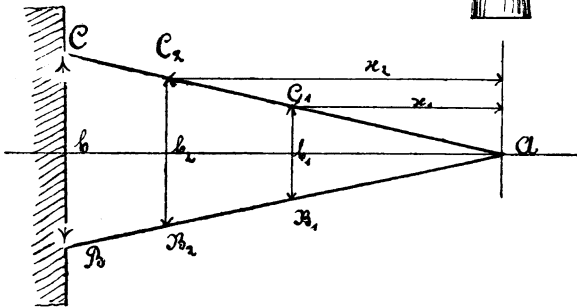
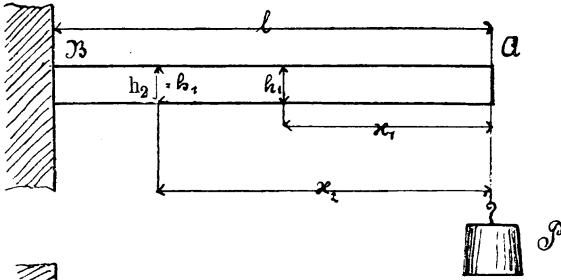


Fig. 44.

Eine der wichtigsten Anwendungen dieser Theorie bildet die Berechnung der Dreiecksfedern (Fig. 45), wie sie z. B. bei Eisenbahnfahrzeugen vorkommen.



Wenn dabei die Breite b größer ausfällt als es die Raumverhältnisse gestatten, so kann man sich die dreieckige Feder in

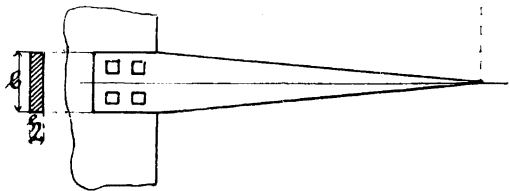


Fig. 45.

Streifen zerschnitten und die Teile aufeinander gelegt denken, wodurch die sogenannte Schichtfeder entsteht.

66tes Kapitel.

66. 3. Fall. Der Träger gleicher Biegefestigkeit soll durchweg kreisförmige Querschnitte haben.

Der Stab AB Fig. 46 soll ein Träger von durchweg gleicher Biegefestigkeit sein, mit lauter kreisförmigen Querschnitten, so erhalten wir zunächst für die spezifische Spannung s im Querschnitt bei CD in der äußersten Faser die Gleichung

$$P x_1 = W \cdot s$$

Und weil nach Satz 53 das Widerstandsmoment des Kreises, also

$$W = \frac{\pi d_1^3}{32}, \text{ so folgt}$$

$$P \cdot x_1 = \frac{\pi d_1^3}{32} \cdot s,$$

woraus sich ergibt

$$\text{I.} \quad s = \frac{32 \cdot P \cdot x_1}{\pi d_1^3}$$

Und in Bezug auf den Querschnitt bei EF erhalten wir ebenso

$$\text{II.} \quad s = \frac{32 \cdot P \cdot x_2}{\pi d_2^3}$$

Da nun dieser Wert von s in sämtlichen Querschnitten, also auch in CD und EF derselbe sein soll, so folgt aus I und II

$$\frac{32 \cdot P \cdot x_1}{\pi d_1^3} = \frac{32 \cdot P \cdot x_2}{\pi d_2^3}$$

oder

$$\frac{x_1}{d_1^3} = \frac{x_2}{d_2^3},$$

folglich

$$\text{III.} \quad x_1 : x_2 = d_1^3 : d_2^3$$

Diese Proportion bedingt nun eine kubische Parabel, wie sie in Fig. 46 dargestellt ist.

67. Man findet einzelne Punkte dieser Parabel, indem man zunächst den Durchmesser des Querschnitts bei B nach der Formel

$$P \cdot l = W \cdot s = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot s,$$

nämlich zu

$$\text{IV.} \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 P \cdot l}{\pi \cdot s}}$$

berechnet und dann nach dem Gesetze III den Ansatz bildet

$$x_2 : l = d_2^3 : d^3,$$

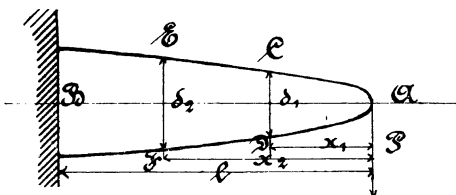


Fig. 46.

moraus für den Durchmesser bei EF und mithin auch für die Parabelpunkte bei E und F folgt

$$d_2^3 = \frac{x_2 \cdot d^3}{l} \text{ oder } d_2 = d \sqrt[3]{\frac{x_2}{l}}$$

Da nun hier der Wert d aus IV berechnet, ferner x_2 und l für eine gegebene Stelle bekannte Größen sind, so ergibt sich durch einfache Ausrechnung der gesuchte Wert des Durchmessers d_2 .

Auf dieselbe Art finden wir auch die Größe des Durchmessers d_1 bei CD.

Wäre z. B. $x_2 = \frac{2}{3} l$ und $x_1 = \frac{1}{3} l$, so würde folgen

$$d_2 = d \sqrt[3]{\frac{\frac{2}{3} l}{l}} = d \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \frac{d}{3} \sqrt[3]{18} \text{ u. s. w.}$$

und

$$d_1 = d \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{3} \cdot l}{l}} = d \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \frac{d}{3} \sqrt[3]{9} \text{ u. s. w.}$$

68. Auf Grund dieser Theorie berechnet man z. B. Balancierachsen für Dampfmaschinen sowie Eisenbahnwagenachsen u. dergl., welche als Träger gleicher Biegungsfestigkeit konstruiert werden.

Beim Zeichnen solcher Achsen ist zu beachten, daß die geradlinigen Umrisse nicht in die kubische Parabel einschneiden dürfen.

Der Zapfendurchmesser d bei A wird gefunden, indem man den Zapfen als einen Freitträger ansieht, welcher an der Wurzel oder Basis des Zapfens festgeklemmt ist. Man erhält alsdann als Moment der äußeren Kraft in Bezug auf den gefährdetsten Querschnitt den Ausdruck

$$M = \frac{P \cdot l}{2}$$

Durch Einführung dieses Wertes von M in die bekannte Festigkeitsgleichung I Satz 63 erhalten wir

$$\frac{P \cdot l}{2} = W \cdot s \text{ oder } \frac{P \cdot l}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \cdot s,$$

moraus folgt $d^3 = \frac{16 \cdot Pl}{\pi s}$ oder $d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P \cdot l}{\pi s}}$

Beispielsweise sei die Belastung des Zapfens, nämlich $P = 9000 \text{ kg}$, die zulässige Inanspruchnahme $s = k = 800 \text{ kg pro qcm}$ und das Verhältnis der Zapfenlänge (l) zum Zapfendurchmesser (d), also $\frac{l}{d} = 1,6$ gegeben, so hätten wir

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 9000 \cdot 1,6 d}{\pi \cdot 800}} = \sqrt[3]{\frac{3,2 \cdot 90d}{\pi}}$$

oder

$$d = \sqrt[3]{\frac{288 \cdot d}{\pi}}; d^3 = \frac{288 d}{\pi}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{288}{\pi}} \approx 9,6 \text{ cm.}$$

Demnach wäre die Zapfenlänge

$$l = 1,6 \cdot 9,6 = 15,3 \text{ cm.}$$

Im Falle, daß der Zapfenumriß in die kubische Parabel einschneiden sollte, müßte man den Zapfendurchmesser entsprechend vergrößern.

Zwölftes Kapitel.

7. Abscherungs- oder Schubfestigkeit.

69. Unter der Abscherungs- oder Schubfestigkeit eines Körpers versteht man den Widerstand, den er gegen Kräfte äußert, welche ihn abzuscheren, d. h. zu trennen suchen, indem sie einen Querschnitt gegen seinen benachbarten parallel zu diesem zu verschieben streben.

Die dadurch in den betreffenden Querschnitten hervorgerufenen (innern) Spannkkräfte (welche also in ihrer Gesamtheit die Schubfestigkeit des Körpers ausmachen) sind mithin nicht senkrecht oder normal zum Querschnitt gerichtet, sondern sie fallen in den betreffenden Querschnitt, indem sie denselben berühren, weshalb diese Kräfte auch Tangentialspannungen genannt werden.

Bezeichnet man nun die in der Flächeneinheit des Querschnitts auftretende Tangentialspannung (spezifische Spannung) mit t , so ist ohne weiteres klar, daß man diese Größe t mit der Anzahl der Flächeneinheiten des Querschnittes, also mit F multiplizieren muß, um den Gesamtwiderstand zu erhalten, welchen der auf Abscherung beanspruchte Stab zu leisten vermag; also ergibt sich als innere Spannkraft das Produkt Ft . Die äußere Kraft (P), welche dieser inneren das Gleichgewicht hält, muß demnach gleich Ft sein. Folglich erhalten wir die Schubfestigkeitsgleichung

$$I. \quad P = F \cdot t$$

Infolge der Wirkung der Kraft P findet im Innern des Stabes pro Querschnittsflächeneinheit eine Inanspruchnahme statt, welche für den Zustand des Gleichgewichts zwischen den

innern und äußern Kräften gleich dem obigen t sein muß. Soll aber der betreffende Stab gegen das Abscheren eine gewisse Sicherheit bieten, so darf diese Inanspruchnahme eine gewisse Grenze nicht überschreiten.

Für Metalle kann man erfahrungsgemäß

$$\text{II.} \quad t = \frac{4}{5} k$$

setzen, wobei k die zulässige Inanspruchnahme für Zug- und Druckfestigkeit bezeichnet.

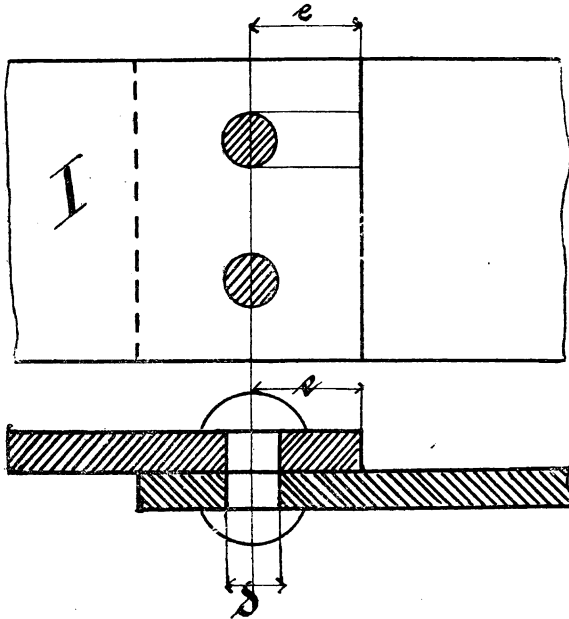


Fig. 47.

70. Beispiel: Zwei Bänder aus 12 mm starkem Eisenblech sollen durch Nietung verbunden werden. Die äußere Belastung der Nietverbindung sei $P = 10080$ kg, die zulässige Inanspruchnahme der Nietbolzen möge $k = 640$ kg und diejenige des Eisenbleches $k_1 = 500$ kg pro qcm. Wie groß sind die Durchmesser der nötigen Nietbolzen: I. für Ueberblattungs-nietung mit zwei (Fig. 47); II. für Ueberblattungs-nietung mit vier Bolzen (Fig. 48); III. für Nietung mit einfacher Lasche (Fig. 49); IV. für Nietung mit Doppellasche (Fig. 50)? Endlich soll der jedesmalige Abstand der Bolzen vom Blechrand berechnet werden.

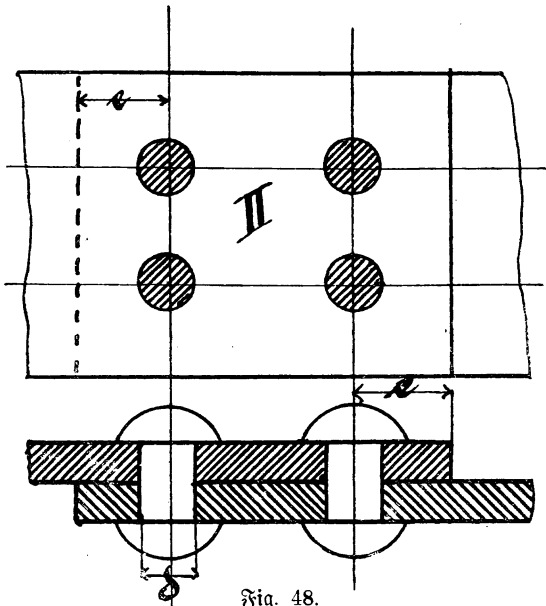


Fig. 48.

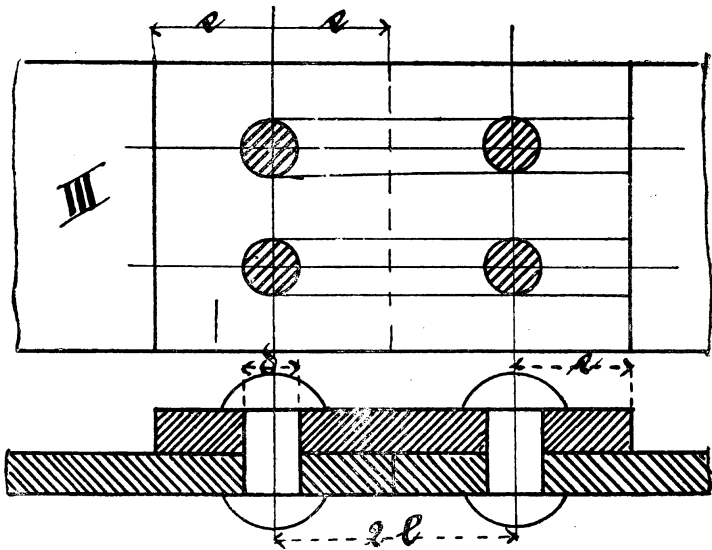


Fig. 49.

Antwort: Wir haben hier in jedem Falle zunächst zu untersuchen in wie vielen Querschnitten die einzelnen Nietbolzen

abgeschnitten werden, falls es wirklich z. B. durch übermäßige Anstrengung zum Abschneiden kommen sollte.

Wir erkennen sofort, daß in den drei Fällen I, II und III (Fig. 47, 48 und 49) ein Abreißen nur in einem Querschnitt stattfinden würde (einschnittige Nieten), während im Falle IV (Fig. 50) der Bolzen nach zwei Querschnitten abgeschnitten werden müßte (zweischchnittige Nieten).

Außerdem sind es bei I, III und IV jedesmal zwei, bei II dagegen je vier Bolzen, welche miteinander die Last aufnehmen und welche somit gleich viel Spannung erleiden werden.

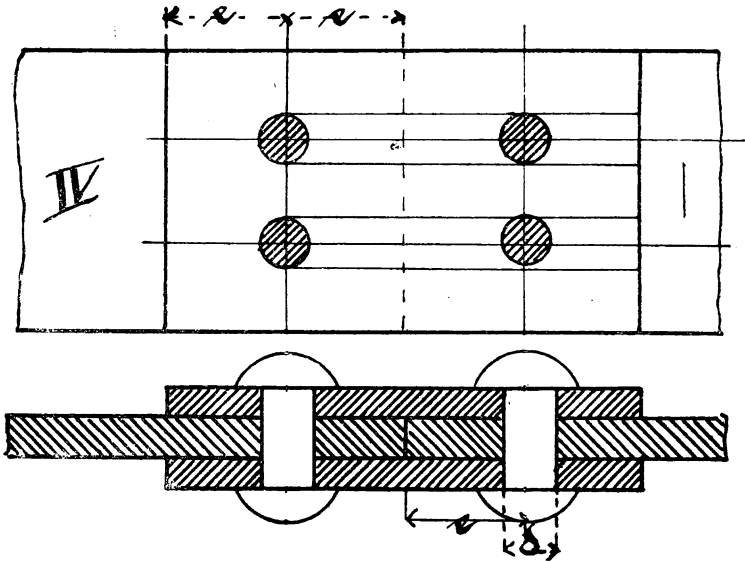


Fig. 50.

Es sind also in II und in IV vier, in I und III dagegen nur zwei Kreiszylinderquerschnitte vorhanden, welche zusammen stark genug sein müssen, um die Schubkraft P auszuhalten.

Wir erhalten daher in den Fällen I und III zur Berechnung des Nietbolzendurchmessers die Gleichung

$$\frac{2 \cdot d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 640 = 10080,$$

moraus folgt $d^2 = \frac{63}{2\pi}$; $d = \sqrt{\frac{63}{2\pi}} \approx 3,17 \text{ cm}$
 $d = 3,17 \text{ cm.}$

Und in den Fällen II und IV erhalten wir

$$\frac{4 \cdot d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 640 = 10080, \text{ also}$$

$$d^2 = \frac{63}{4\pi} = \frac{63}{2 \cdot 2\pi}; \quad d = \sqrt{\frac{63}{2 \cdot 2\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{63}{2\pi}}$$

oder, weil nach dem Vorhergehenden $\sqrt{\frac{63}{2\pi}} = 3,17 \text{ cm}$,

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 3,17 = \sqrt{\frac{2}{4}} \cdot 3,17 = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 3,17 = \frac{1,414}{2} \cdot 3,17 \\ &= 0,707 \cdot 3,17 = 2,24 \text{ cm} \\ &\underline{\underline{d = 2,24 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Um den Abstand e der Bolzenmitte vom Blechrande zu berechnen, beachten wir, daß dieser so groß sein muß, daß das

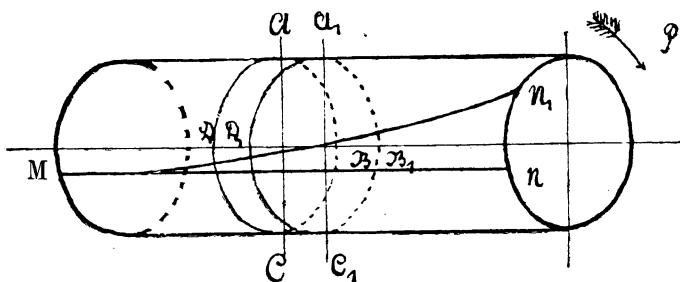


Fig. 51.

Blech von den Bolzen nicht durchgerissen wird. Untersuchen wir wieder, in wie vielen rechteckigen Flächen solches geschehen würde, so finden wir in I und III jedesmal vier Rechtecke von der Länge e und der Höhe $= 12 \text{ mm}$, in IV, wo jede Lasche aus halb so starkem Bleche besteht, entweder auch vier ebensolche oder acht von der Höhe $= 6 \text{ mm}$; in II erhalten wir vier Rechtecke von der Länge $3e$.

Es ergibt sich also der Ansatz

$$500 \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot e = 10080; \quad e = \frac{1008}{500 \cdot 4 \cdot 1,2} = \frac{21}{5} = 4,2 \text{ cm.}$$

In der Regel macht man $e = 1,5 d$.

Dreizehntes Kapitel.

8. Verdrehungs- oder Torsionsfestigkeit.

71. Wird ein stabförmiger (cylindrischer) Körper an einem Ende festgehalten und am anderen Ende um seine Längsachse gedreht, so nehmen die anfänglich geraden und parallelen Längsfasern MN Fig. 51, aus denen man sich den Körper gebildet

denken kann, die Form von Schraubenlinien MN_1 an. Dabei empfindet man einen Widerstand, welcher um so größer sein wird, je weiter man die Drehung ausführt. Dieser Widerstand wird Torsionsfestigkeit oder Verdrehungsfestigkeit genannt.

Es folgt hieraus, daß zwei benachbarte Querschnitte (z. B. ABCD und $A_1B_1C_1D_1$, Fig. 51), eines auf Torsion beanspruchten Stabes eine relative (gegenseitige) Verdrehung erfahren, d. h. der eine gegenüber dem andern eine Verdrehung um die Stabachse erleidet.

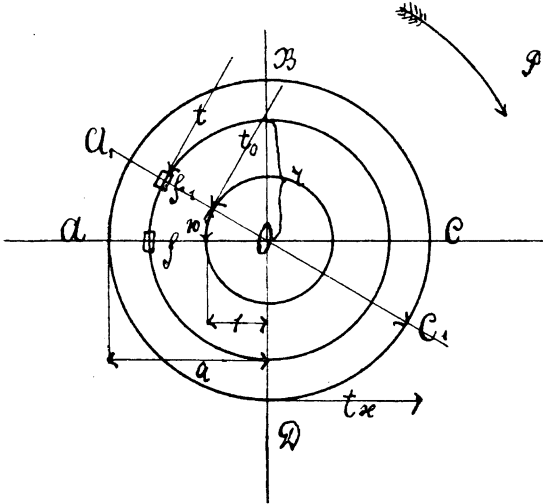


Fig. 52.

Wäre z. B. der Kreis ABCD (Fig. 52) ein Querschnitt eines solchen Stabes, so würde ein dicht davor liegender Querschnitt gegen diesen eine gewisse Verdrehung erfahren, so zwar, daß, wenn der Pfeil den Drehungssinn der äußeren Kraft (P) angibt, der ursprünglich horizontal gelegene Durchmesser A_1C_1 nunmehr eine schiefe, um den Winkel w gegen AC gedrehte Lage einnimmt.

Betrachten wir ein Flächenelement f_1 im verdrehten Querschnitt Fig. 52, so wird dieses sich vor der Verdrehung mit dem entsprechenden Flächenelement f des dahinter liegenden Querschnitts gedeckt haben. Bei der Verdrehung des Stabes hat das Flächenelement f_1 einen dem Winkel w entsprechenden Bogen beschrieben. Der Verschiebung des Flächenelementes f_1 entgegen wirkt eine Schubkraft oder Schubspannung t pro Flächeneinheit (qem oder qmm), welche offenbar wächst mit der Größe der

Verschiebung und mit der Entfernung (r) des Flächenelementes vom Drehungsmittelpunkt O .

Ist nun t_0 die Tangentialspannung pro Flächeneinheit im Abstände $= 1$ von der Stabhachse, so besteht die Beziehung

$$t : t_0 = r : 1; \text{ also } t = t_0 \cdot r$$

Die im Flächenelement f_1 herrschende Spannung ist also

$$= f_1 \cdot t = f_1 \cdot t_0 \cdot r,$$

wenn wir unter t_1 zugleich auch den Inhalt jenes Flächenelementes verstehen.

Das Moment dieser Spannung in Bezug auf den Drehpunkt O ist daher

$$= f_1 \cdot t_0 \cdot r \cdot r = f_1 \cdot t_0 \cdot r^2$$

und folglich die Summe der Momente aller im ganzen Querschnitt auftretenden Spannkkräfte

$$= \Sigma f_1 t_0 r^2$$

Dabei kann man t_0 als konstanten, d. h. in allen Summengliedern gleich groß auftretenden Faktor vor das Summenzeichen setzen. Mithin ist

$$\Sigma f_1 t_0 r^2 = t_0 \Sigma f_1 r^2$$

Dieser Ausdruck muß nun für den Zustand des Gleichgewichts zwischen den innern und äußern Kräften gleich sein der Summe der Momente (M) der äußern Kräfte. Demnach erhalten wir als Bedingungsgleichung

$$I. \quad M = t_0 \cdot \Sigma f_1 r^2.$$

Der Ausdruck

$$\Sigma f_1 r^2$$

ist das polare Trägheitsmoment (T_p) des Kreises (Satz 55).

Ist nun a der Abstand der äußersten Fasern von der Drehachse, also der Radius des Kreises $ABCD$ Fig. 52, so erhält man die spezifische Spannung t_x in demselben mit Hilfe der Proportion

$$t_x : t_0 = a : 1 \text{ und zwar } t_x = t_0 \cdot a.$$

Dieser Wert darf aber bekanntlich die zulässige Inanspruchnahme (k) nicht überschreiten, daher erhalten wir als Bedingung

$$t_x = k = t_0 \cdot a \text{ oder } t_0 = \frac{k}{a}$$

Führt man diesen Wert für t_0 und für Σfr^2 die obige Bezeichnung T_p in die Gleichung I ein, so folgt

$$M = \frac{k}{a} \cdot T_p = \frac{k \cdot T_p}{a}$$

Setzt man endlich wieder den Faktor $\frac{T_p}{a} = W_p$ (polares Widerstandsmoment), so ergibt sich schließlich die Torsionsfestigkeitsgleichung

$$\text{II.} \quad M = W_p \cdot k,$$

vermittelt welcher wir nun alle Berechnungsaufgaben lösen können, die gewöhnlich in den Anwendungen der Torsionsfestigkeitslehre vorkommen.

72. Beispiel. An einer schmiedeeisernen Kurbelwelle wirken zwei Mann mit je 16 kg an einer 36 cm langen Kurbel. Wie berechnet sich der Durchmesser des Wellzapfens bzw. der Welle und zwar für die zulässige Inanspruchnahme $k = 4 \text{ kg pro qmm}$?

Antwort: Zunächst ist im vorliegenden Falle das resultierende Moment der äußern Kräfte, nämlich

$$M = 2 \cdot 16 \cdot 360.$$

Ferner ist das Widerstandsmoment

$$W_p = \frac{T_p}{a} = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}$$

und da außerdem $k = 4 \text{ kg}$ gegeben ist, so erhalten wir nach unserer Formel II

$$2 \cdot 16 \cdot 360 = \frac{\pi d^3}{32} \cdot 4,$$

wobei alle Längengrößen in mm ausgedrückt sind, weil auch k auf mm bezogen ist. Durch Auflösung der letzten Gleichung folgt nun

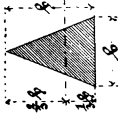

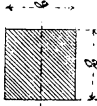

$$d^3 = \frac{4 \cdot 32 \cdot 360}{\pi}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 32 \cdot 360}{\pi}} = 24,48 \text{ mm}$$

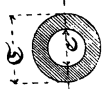
Es läßt sich sowohl durch Formeln als auch durch Versuche nachweisen, daß die Länge eines auf Verdrehung beanspruchten Stabes ganz ohne Einfluß auf seine Torsionsfestigkeit ist. Ein langer Stab ist zwar leichter zu verdrehen als ein kürzerer, derselbe kann aber im Verhältnis zu seiner Länge auch eine größere Verschiebung seiner Fasern aushalten bis die Zerstörung erfolgt.

Vierzehntes Kapitel.

9. Tabellen.

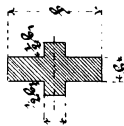
73. Tabelle der Trägheits- und Widerstandsmomente.

Querschnitt	Trägheitsmoment = J	Widerstandsmoment = $\frac{J}{l} = W$
	$J = \frac{bh^3}{36}$	$W = \frac{bh^2}{24}$
	$J = \frac{bh^3}{12}$	$W = \frac{bh^2}{6}$
	$J = \frac{b^4}{12}$	$W = \frac{b^3}{6}$
	$J = \frac{\pi}{64} d^4 = 0,0491 d^4$	$W = \frac{\pi}{32} d^3 = 0,0952 d^3$



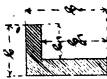
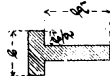
$$J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$W = \frac{\pi D^4 - d^4}{32 D}$$

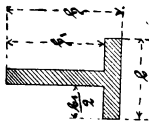
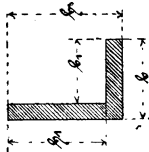


$$J = \frac{bh^3 + b_1h_1^3}{12}$$

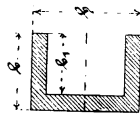
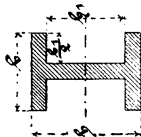
$$W = \frac{bh^3 + b_1h_1^3}{6h}$$



$$W = \frac{1}{6} \left[bh^2 - b_1h_1^2 - \frac{4bh_1h_1(h-h_1)^2}{bh^2 - b_1h_1^2} \right]$$



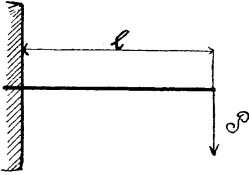
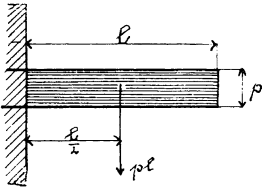
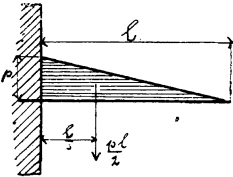
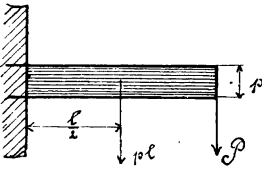
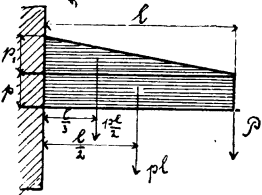
$$W = \frac{1}{6} \left[(bh^2 - b_1h_1^2)^2 - bh^2 - 2b_1hh_1 + b_1h_1^2 - 2b_1hh_1 + b_1b_1^2 \right]$$




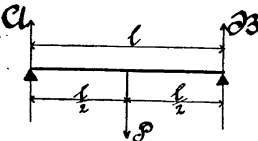
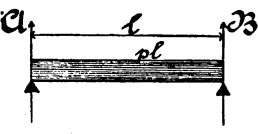
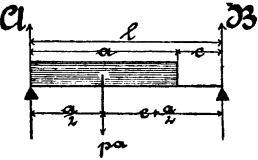
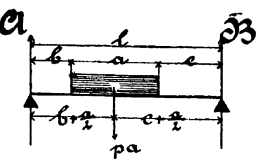
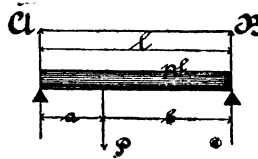
$$J = \frac{1}{12} (bh^3 - b_1h_1^3)$$

$$W = \frac{1}{6} \frac{bh^3 - b_1h_1^3}{h}$$

74. Belastungsfälle für einen Freitragler.

Nr.	Belastungsfall	Größtes Moment
1.		$M = Pl;$
2.		$M = pl \cdot \frac{1}{2};$
3.		$M = \frac{pl}{2} \cdot \frac{1}{3};$
4.		$M = Pl + pl \cdot \frac{1}{2};$
5.		$M = Pl + pl \cdot \frac{1}{2} + \frac{p \cdot l}{2} \cdot \frac{1}{3}$

75. Belastungsfälle für einen Träger auf zwei Stützen.

Nr.	Belastungsfall	Auflageraktion	Größtes Moment
1.		$A = \frac{Pb}{l}$ $B = \frac{Pa}{l}$	$M = \frac{Pab}{l}$
2.		$A = B = \frac{P}{2}$	$M = \left(\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2}\right) = \frac{Pl}{4}$
3.		$A = B = \frac{pl}{2}$	$M = pl \cdot \frac{l}{8}$
4.		$A = \frac{pa \left(e + \frac{a}{2}\right)}{l}$ $B = \frac{pa \cdot \frac{a}{2}}{l} = \frac{pa^2}{2l}$	$M = \frac{A^2}{2p}$
5.		$A = \frac{pa \left(e + \frac{a}{2}\right)}{l}$ $B = \frac{pa \left(b + \frac{a}{2}\right)}{l}$	$M = Ab + \frac{A^2}{2p}$
6.		$A = \frac{pl}{2} + p \frac{b}{l}$ $B = \frac{pl}{2} = p \frac{a}{l}$	<p>Für $a > b$: $M = \frac{B^2}{2p}$</p> <p>Für $a < b$: $M = \frac{A^2}{2p}$</p>

**76. Mittelwerte für verschiedene Materialien.
Zulässige Beanspruchung für Druck und Zug.**

Material	Elastizitätsmodul E	Bruchmodul K		Elastizitätsgrenze T		Zulässige Beanspruchung k ^{*)}	
		Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck
Stahl	2 000 000	6000	6000	2500	2500	1200	1200
Schmiedeeisen	2 000 000	4000	3000	1500	1500	750	750
Guß Eisen	1 000 000	1200	6000	750	1500	250	500
Glas	750 000	300	1500	—	—	—	75
Tannenholz	120 000	600	400	270	120	60	45
Kiefernholz	120 000	900	450	270	120	80	60
Eichenholz	120 000	1000	500	270	120	100	80
Kalkstein	120 000	—	300—500	—	—	—	30—50
Sandstein	100 000	—	200—300	—	—	—	20—30
Ziegel	—	—	60—120	—	—	—	6—12
Kalkmörtel	—	—	40	—	—	—	4
Cementmörtel	—	—	100—150	—	—	—	10—15
(Buter) Baugrund	—	—	—	—	—	—	2,5

77. Widerstand gegen Abscherung.

Soll der Körper dem Abscheren mit Sicherheit widerstehen, so darf die Schubspannung t höchstens betragen:

Material	Zulässige Beanspruchung t
Alle Metalle	$t = \frac{1}{3} k^{**})$
Tannenholz	4,5 kg
Kiefernholz	6 kg
Eichenholz	8 kg

^{*)} Siehe auch Tabelle 82.

^{**)} Siehe Tabelle 76 für Zug und Druck (Spalte 5).

78. Eigengewicht der Baumaterialien in kg/cbm.

Material	Gewicht	Material	Gewicht	Material	Gewicht
Gewöhnliches Ziegelmauerwerk	1600	Erde und Lehm	1600	Schmiedeeisen und Stahl	7800
Hohlziegel	1200	Eichenholz	800	Gußeisen	7200
Klinkermauerwerk	1800	Buchenholz	750	Kupfer	8900
Bruchsteinmauerwerk	2000	Eisernenholz	700	Zinn	7100
Sandsteinquade	2400	Tannenholz	700	Zinn	7300
Kalkstein	2600	Fichtenholz	650	Blei	11400
Granit	2800	Fensterglas	2650	Messing	8500
Basalt	3200	Asphalt	1100	Gips	1150
Sand und Kies	1600	Gußasphalt	1600	Kalkmörtel	1700
		Stampfasphalt	1800	Cementmörtel	7500
		Mauerschutt	1400		

79. Normal-Profile für gewalzte I-Träger.

Nr.	Dimensionen				Gewicht für den Meter in kg	Widerstandsmoment
	Höhe mm	Flanschbreite mm	Stegdichte mm	Flanschdicke mm		
10	100	50	4,5	6,8	8,3	34
11	110	54	4,8	7,2	9,6	44
12	120	58	5,1	7,7	11,1	55
13	130	62	5,4	8,1	12,6	68
14	140	66	5,7	8,6	14,3	83
15	150	70	6,0	9,0	16,0	99
16	160	74	6,3	9,5	17,9	118
17	170	78	6,6	9,9	19,8	139
18	180	82	6,9	10,4	21,9	162
19	190	86	7,2	10,8	24,0	187
20	200	90	7,5	11,3	26,2	206
21	210	94	7,8	11,7	28,5	246
22	220	98	8,1	12,2	31,0	281
23	230	102	8,4	12,6	33,5	317
24	240	106	8,7	13,1	36,2	357
26	260	113	9,4	14,1	41,9	446
28	280	119	10,1	15,2	47,9	547
30	300	125	10,8	16,2	54,1	659
32	320	131	11,5	17,3	61,0	789
34	340	137	12,2	18,3	68,0	931
36	360	143	13,0	19,5	76,1	1098
38	380	149	13,7	20,5	83,9	1274
40	400	155	14,4	21,6	92,3	1472
42½	425	163	15,3	23,0	103,7	1754
45	450	170	16,2	24,3	115,2	2054
47½	475	178	17,1	25,6	127,6	2396
50	500	185	18,0	27,0	140,5	2770

80.

Hohl- und Vollsäulen.

Hohle Säulen von Gußeisen					Vollsäulen		
Keuzerer Durchmesser	Wandstärke	Gewicht für den lfd. m	Querschnittsfläche	Trägheitsmoment	Durchmesser	Flächeninhalt	Trägheitsmoment
10	1,5	29	40	373	8	50	201
11	1,5	33	45	518	9	64	322
12	1,5	36	49	696	10	79	491
13	1,5	39	54	911	10,5	87	597
14	1,5	42	59	1167	11	95	719
15	1,5	46	64	1467	11,5	104	859
10	2,0	38	50	427	12	113	1018
11	2,0	43	57	601	12,5	123	1198
12	2,0	48	63	817	13	133	1402
13	2,0	52	69	1080	13,5	143	1630
14	2,0	57	75	1395	14	154	1886
15	2,0	62	82	1766	14,5	165	2170
16	2,0	66	88	2199	15	177	2485
17	2,0	71	94	2698	15,5	189	2833
18	2,0	76	101	3267	16	201	3217
19	2,0	80	107	3912	16,5	214	3638
20	2,0	85	113	4637	17	227	4100
15	2,5	75	98	1994	17,5	241	4604
16	2,5	81	106	2498	18	254	5158
17	2,5	86	114	3082	18,5	269	5750
18	2,5	94	122	3751	19	284	6397
19	2,5	100	130	4511	19,5	299	7098
20	2,5	105	137	5369	20	314	7854
25	3,0	165	207	12788	20,5	330	8669
26	3,0	172	217	14578	21	346	9547
28	3,0	190	236	18673	21,5	363	10489
30	3,0	203	254	23475	22	380	11499

81. Spezifische Gewichte einiger wichtigen Materialien.

Alabaster . . .	2,70		Holzfohle . . .	0,28— 0,47
Alaun=Schiefer . .	2,30— 2,60		Kalkstein . . .	2,40— 2,75
Aluminium . . .	2,64— 2,70		Kalkmörtel . . .	1,60— 1,80
Antimon . . .	6,60— 6,70		Kieselstein . . .	2,30— 2,70
Asphalt . . .	2,00— 2,20		Koaks . . .	1,40
Basalt . . .	2,70— 3,20		Kochsalz . . .	2,10— 2,20
Blei . . .	11,33— 11,38		Kreide . . .	1,80— 2,66
Braunkohl . . .	1,20— 1,50		Kupfer, gegossen .	8,60— 8,90
Bronze . . .	8,30— 8,60		Lava . . .	2,76
Chamottestein . . .	2,10		Lehm . . .	1,50— 2,80
Eis (bei 0°) . . .	0,91— 0,93		Marmor . . .	2,52— 2,85
Eisen, Schmiede=	7,60— 7,79		Mauerwerk:	
„ Guß= . . .	7,00— 7,50		von Bruchstein .	2,40— 2,46
Eisen-Draht . . .	7,60— 7,80		von Sandstein .	2,05— 2,12
Erde . . .	1,35— 2,10		von Ziegeln . .	1,47— 1,70
Feldstein i. Mittel	2,30		aus Cement-	
Gips, gebrannt . .	1,81		Beton . . .	2,00— 2,40
„ gegossen . . .	0,97		Mergel . . .	2,40— 2,60
Glas, Fenster=(i.M.)	2,60		Messing . . .	8,40— 8,70
Glockenmetall . . .	8,80		Nickel . . .	8,28— 9,26
Gneis . . .	2,40— 2,70		Platin . . .	20,90— 21,70
Gold, gediegen . .	18,60— 19,25		Porphyr . . .	2,40— 2,80
Granit . . .	2,50— 2,75		Quarz . . .	2,50— 2,80
Holz:			Sand . . .	1,40— 1,90
grün		Lufttrocken	Sandstein . . .	1,90— 2,70
Ahorn . . .	0,90	0,70	Schiefer . . .	2,60— 2,70
Birke . . .	0,90	0,74	Schwerspat . . .	4,48— 4,72
Rot-Buche . . .	0,97	0,75	Serpentin . . .	2,55
Eiche . . .	1,08	0,60— 0,85	Stahl, Frisch= . .	6,50— 7,80
Erle . . .	0,90	0,50— 0,60	„ Guß= . . .	7,80— 7,90
Esche . . .	0,85	0,64	Steinkohlen . . .	1,20— 1,50
Fichte . . .	0,80— 0,92	0,50	Ton . . .	1,80— 2,63
Kiefer . . .	0,86— 0,91	0,55— 0,60	Portlandement . .	3,00— 3,10
Korkstein . . .	—	0,30	Ziegel . . .	1,40— 2,20
Linde . . .	0,82	0,56— 0,59	Zink, gegossen . .	6,86
Pappel . . .	0,77	0,40— 0,50	„ gewalzt . . .	7,20
Pochholz . . .	—	1,33	Zinn . . .	7,18— 7,30
Tanne . . .	0,80— 0,90	0,50— 0,60		
Ulme . . .	0,93— 0,99	0,66— 0,74		

82. Zulässige Inanspruchnahme der Baumaterialien.

Material	kg für 1 qcm		
	Zug	Druck	Abscheren
Schmiedeeisen	750	750	600
Eisenblech	750	750	600
Bombirtes Eisen-Wellblech	500	500	—
Eisendraht	1200	—	—
Gußeisen	250	500	200
Gußstahl, gehärtet.	3000	3000	2200
Eichenholz	100—120	66	—
Fichtenholz	100	80	20
Buchenholz	100	80	20
Kiefernholz	100	60	10
Tanneholz	60	50	10
Glas	—	75	—
Basalt	—	75	—
Granit	—	45	—
Müdersdorfer Kalkstein	—	25	—
Sandstein	—	15—30	—
Ziegelmauerwerk in Kalk, gewöhnlich	—	7	—
Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel	—	5	—
Gutes Ziegelmauerwerk in Cement	—	11	—
Bestes Klinkermauerwerk in Cement	—	12—14	—
Mauerwerk aus porösen Steinen	—	3—6	—
Tuffstein aus dem Brohltale	—	6	—
Marmor	—	24	—
Steine aus Cement, Schlacken und scharfem Sand	—	12	—
Guter Baugrund	—	2,5	—

Fünfzehntes Kapitel.

10. Berechnung von I-Trägern für die häufigst vorkommenden Fälle.

83. Ein Balkenunterzug trägt die halbe Belastung einer 5,20 m tiefen Balkenlage. Freilänge des Unterzuges 4,80 m. Berechnung: Die Belastung des Unterzuges beträgt:

$$Q = 4,80 \cdot \frac{5,20}{2} \cdot 500^*) = 600 \text{ kg}$$

$$\text{Erforderlich ist ein } W = \frac{p \cdot l \cdot l}{8 \cdot k^{**})} = \frac{6240 \cdot 480}{8 \cdot 750} = \sim 500.$$

(Widerstandsmoment.)

Es genügt ein Normalprofil Nr. 28 mit $W = 547$.

84. Unter einer Mittelwand sind zwei Träger gezogen von 3,60 m freier Länge. Sie haben zu tragen:

1. einen Querträger von 5200 kg (Auflagerdruck);
2. eine Ausmauerung von 38 cm Stärke und 50 cm Höhe von Trägerunterkante bis Balkenoberkante;
3. Balken von 10,80 m Länge in 5,60 m von links durch den Unterzug unterstützt.

Anmerkung: In diesem Falle kommt nicht die Hälfte der Balkenlage in Rechnung, sondern $\frac{2}{3}$, weil die Träger durchgehen.

Berechnung: Die Belastung beträgt:

Ausmauerung	$3,60 \cdot 0,50 \cdot 0,38 \cdot 1600^{***})$	$= \sim 1095 =$	1095 kg
Balkenlage	$\frac{2}{3} \cdot 10,80 \cdot 500 \cdot 3,60$	$= \sim 12750$	= 12750 "
Auflagerdruck des Querträgers			= 5200 "
			Summe: 18445 kg

$$\text{Erforderlich ist ein } W = \frac{p \cdot l \cdot l}{8 \cdot k} + \frac{p \cdot l \cdot l}{4}.$$

$$W = \frac{13245 \cdot 360}{8 \cdot 750} + \frac{4600 \cdot 360}{4 \cdot 750} = 795 + 152 = 1347.$$

Auf einen Träger kommen also 674.

Es genügen zwei Träger Normalprofil Nr. 32 mit zusammen 1578.

Zur Uebertragung des Druckes auf das Mauerwerk wird auf jeder Seite gemeinschaftlich für beide Träger eine gußeiserne Unterlagsplatte verlegt. Eine Platte überträgt einen Druck von

*) 500 kg auf den lfd. m Balkenlänge. Siehe Deutscher Baukalender.

**) Zulässige Beanspruchung pro qcm Querschnitt.

***) Eigengewicht eines ebnm Ziegelmauerwerkes.

9223 kg. Mit hin muß sie mindestens eine Fläche von $\frac{9223}{7^*}$
 = 1338 qcm haben. Also sind zwei Platten von $38 \cdot 35$
 (= $2 \cdot 1330 = 2660$ qcm à 7 kg = 18620 kg) zu wählen.

11. Säulenberechnung.

85. Die Säulen werden hauptsächlich auf Druck beansprucht, der Querschnitt muß also zunächst eine direkte Belastung aufnehmen können. Die Belastung durch die zulässige Beanspruchung ergibt folglich den erforderlichen Querschnitt.

Nun kommt es aber häufig vor, daß die Säulen nicht centrisch belastet werden, sondern daß die Last außer der Mitte angreift, ein Fall, der namentlich auch bei Mauerpfeilern oft zu berücksichtigen ist.

86. Beispiel: Auf einen Mauerpfeiler wirken:

1. eine Last von 6000 kg;
2. eine Trägerbelastung A von 20000 kg;
3. eine solche B von 15000 kg;
4. ein zu erwartendes Eigengewicht von rund 4500 kg.

Zusammen also 45500 kg. Dies würde bei einer zulässigen Druckbeanspruchung von 7 kg (gew. Ziegel) einen Querschnitt von $\frac{45500}{7} = 6500$ qcm = $90 \cdot 90$ (6930 qcm) erfordern. Bei

bestem Klinkermauerwerk in Cementmörtel = $\frac{45500}{14} = 3250$

oder $64 \cdot 51$ (3264 qcm). Dies wäre der Fall bei centrischer Belastung. Nun wird aber der Pfeiler durch die beiden Träger ungleichmäßig belastet, d. h. er wird außer auf Druck auch noch auf Biegung beansprucht. Rechnet man, daß die Lasten der Träger in der Mitte der Auflagerplatten angreifen und der eine Träger A = 36 cm, B = 26 cm tief eingemauert ist, so beträgt die Entfernung dieser Angriffspunkte von Pfeilermitte $(45-18) = 27$ cm und $(45-13) = 32$ cm. Das Biegemoment wird also, da sich die Belastungen A und B zum Teil das Gleichgewicht halten, gleich dem überschüssigen Moment dieser beiden Beanspruchungen. $M = 27 \cdot 20\ 000 - 32 \cdot 15\ 000 = 60\ 000$.

$W = \frac{M}{k} = \frac{60\ 000}{7} = 8572$. Die Kantenpressungen werden jetzt

$\frac{\text{Gesamtlast}}{\text{Querschnitt}} \pm \frac{\text{Moment}}{\text{Widerstandsmoment}}$. Also = $\frac{45\ 500}{6500} \pm \frac{60\ 000}{8572}$
 = $7 \pm 7 = 14$ und 0 kg.

*) Beanspruchung des Ziegelmauerwerkes.

Es müssen also für einen Querschnitt von 90 · 90 cm ebenfalls Klinker und guter Cementmörtel verwendet werden.

87. Bei dünnen Säulen ist ferner noch die Knickicherheit zu berücksichtigen. Es ist leicht einzusehen, daß, wenn eine große Last auf eine zu dünne Säule gebracht wird, diese nicht einfach in sich selbst zusammengedrückt wird, sondern daß sie zunächst ausbiegt. Sie wird gedrückt und verbogen, oder wie wir uns jetzt ausdrücken, zerknickt. Das Trägheitsmoment des zu wählenden Querschnittes muß also ein größeres sein, als für einfache Druckbeanspruchung.

Für den in der Praxis fast allein vorkommenden Fall einer oben und unten unbefestigten Säule hat man zur Vergrößerung des Trägheitsmoments folgende Formel:

$$J = nL^2P.$$

Hier ist L die Säulenlänge in Metern, P die Belastung in Tonnen und n ein von der Wahl des Materials abhängiger Faktor; und zwar ist:

für Holz $n = 80$; Schmiedeeisen $n = 3$; Gußeisen $n = 8$.

88. Beispiel: Eine gußeiserne Säule wird belastet mit

1. einer Säule darüber (oder Wand über Unterzug)	60000 kg
2. Unterzug mit Balkenlage	36200 "
	96200 kg

Für Druckbeanspruchung ist erforderlich:

$$F = \frac{96200}{500} = 192,4 \text{ qcm};$$

oder eine Vollsäule von 16 cm Durchmesser (201 qcm) bzw. eine Hohlsäule 25 cm äußeren D und 3 cm Wandstärke.

Auf Knickung berechnet findet man bei 4,80 m Höhe:

$$J = 8 \cdot 4,8^2 \cdot 96,2 = 17732.$$

Hiernach würde genügen eine Hohlsäule von 28 cm äußeren Durchmesser und 3 cm Wandstärke.

Die Fußplatte muß bei Auflage auf Sandstein eine Fläche von $\frac{96200}{25} = 3848 \text{ qcm} = 60 \cdot 62$ haben. Außerdem verstärkte

man sie mit 12 Rippen von 4 cm Stärke und $\left(\frac{62 - 28}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \sim 9 \text{ cm}$ Höhe.

Sechzehntes Kapitel.

89. Bevor wir zur Zerknickungsfestigkeit übergehen, wollen wir noch einmal auf die Biegeungsfestigkeit zurückgreifen.

Denken wir uns (Fig. 54) einen Stab gebogen, so werden bekanntlich die oberhalb der neutralen Schicht liegenden Fasern gedehnt und die unterhalb liegenden zusammengedrückt, nur die Fasern der neutralen Schicht selbst erleiden keine Längsveränderung, sondern werden nur gebogen.

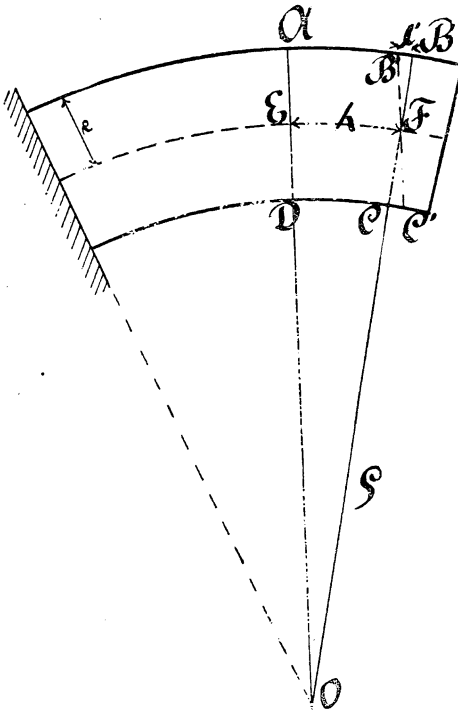


Fig. 54.

90. Es soll nun das Krümmungsgesetz der neutralen Faser, oder elastischen Linie ermittelt werden. Man kann jedenfalls annehmen, daß das sehr kleine Stück EF nach einem Kreise gekrümmt ist, oder, wie man zu sagen pflegt, daß der Krümmungsradius dieses Stückes konstant ist. Es hat sich dann die äußerste Faser AB um $BB' = \lambda$ ausgedehnt. Dann sind die beiden Dreiecke OEF und BFB' ähnlich, folglich verhält sich:

$$\frac{EF}{OF} = \frac{BB'}{FB} \text{ oder}$$

$$\frac{\lambda}{e} = \frac{\lambda'}{e} \text{ und es ist:}$$

$$\rho = e \frac{\lambda}{\lambda'}$$

91. Nun verhalten sich nach der Lehre von der Zugfestigkeit die Ausdehnung wie die Spannungen. Der Ausdehnung λ' der äußersten Faser λ entspricht die erlaubte Beanspruchung s und der Faserlänge λ selbst eine Beanspruchung gleich dem Elastizitätsmodul E . Also verhält sich:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{E}{s}$$

Wenn wir nun diesen Wert für $\frac{\lambda}{\lambda'}$ in die obige Gleichung

einsetzen, so erhalten wir für den Krümmungsradius ρ die Gleichung

$$\rho = e \frac{E}{s}$$

Aus der Biegungsfestigkeit ist die Gleichung bekannt

$$M = \frac{J}{e} s \quad \text{oder} \quad s = \frac{Me}{J}.$$

Setzen wir diesen Wert ein, so erhalten wir schließlich

$$\rho = \frac{EJ}{M}.$$

92. Es ist also der Krümmungsradius direkt proportional dem Elastizitätsmodul und dem Trägheitsmoment und umgekehrt proportional dem biegenden Momente.

Da nun das biegende Moment nach dem freien Ende des eingespannten Trägers hin kleiner wird, ist dort der Krümmungsradius größer.

93. Die Größe der Durchbiegung bestimmt man nach der Formel:

$$n = \frac{Pl^3}{3EJ}$$

wenn die Kraft am freien Ende angreift, und nach der Formel

$$n = \frac{Pl^3}{8EJ}$$

wenn P gleichmäßig über den Träger verteilt ist.

Beide Formeln erhält man mit Hilfe der höheren Mathematik.

94. Der Krümmungsradius ist, wie aus der Formel hervorgeht, in den einzelnen Teilen der elastischen Linie verschieden. In einem Falle jedoch ist er konstant, und es bildet dann die elastische Linie im gekrümmten Zustande einen Kreisbogen. Dieser Fall soll jetzt näher betrachtet werden.

95. Es sei ein freitragender Träger gleicher Festigkeit so zu bestimmen, daß sein Querschnitt ein rechteckiger ist und in allen seinen Teilen eine konstante Höhe hat (Fig. 55).

Nach der Formel $M = W \cdot s$ ist an der Anhaftestelle

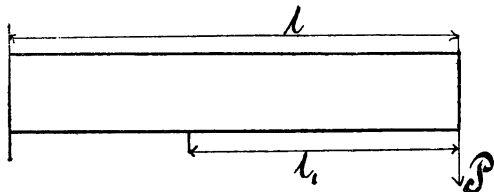
$$P \cdot l = \frac{bh^2}{6} s$$

und in einem beliebigen anderen Querschnitt:

$$Pl_1 = \frac{b_1 h^2}{6} s.$$

Dividiert man beide Formeln durcheinander, so erhält man

$$\frac{l}{l_1} = \frac{b}{b_1} \quad \text{oder} \quad 1 = \frac{l_1 b}{l b_1}$$



Nun ist der Krümmungsradius an der Anhaftestelle

$$e = \frac{E \frac{b h^3}{12}}{P l}$$

und in einem beliebigen Querschnitte:

$$e_1 = \frac{E \frac{b_1 h^3}{12}}{P l_1}$$

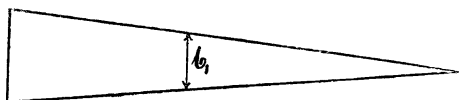


Fig. 55.

Dividiert man wieder die erste Gleichung durch die zweite, so erhält man

$$\frac{e}{e_1} = \frac{l_1 b}{l b_1}$$

Der Wert auf der rechten Seite der Gleichung war nun gleich 1, also ist:

$$\frac{e}{e_1} = 1 \quad \text{oder} \quad e = e_1$$

Es ist also in diesem Falle der Krümmungsradius für die einzelnen Teile der elastischen Linie gleich, also ist dieselbe nach einem Kreisbogen gekrümmt.

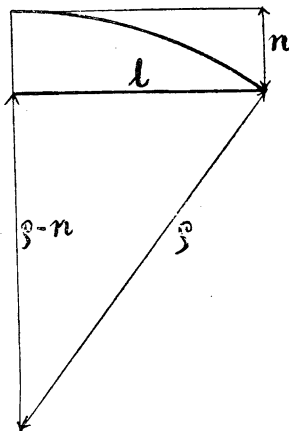


Fig. 56.

96. Ist nun in Fig. 56 die Durchbiegung = n, so ist nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

$$(e - n)^2 = e^2 - l^2 \quad \text{oder} \quad e^2 - 2n e + n^2 = e^2 - l^2$$

Also ist $l^2 = 2n e - n^2$. n^2 kann man dann vernachlässigen, weil es im Verhältnis zu r sehr klein ist und man erhält schließlich die Formel:

$$n = \frac{l^2}{2 e}$$

Siebenzehntes Kapitel.

97. Unter der Annahme nun, daß die Krümmung nach einem Kreisbogen geschieht, läßt sich auf elementare Weise eine Formel für Berknickung entwickeln. Es sei AB (Fig. 57) ein unten fest eingespannter und oben frei beweglicher Stab, auf welchen von oben eine Kraft P drückt, dann wird eine seitliche Ausbiegung eintreten, wenn der Stab im Verhältnis zu seinem Querschnitt sehr lang ist, und es wird dann die Kraft P mit dem Hebelarm n den Stab auf Biegung beanspruchen.

98. Es war nun $n = \frac{l^2}{2\varrho}$ und $\varrho = \frac{E \cdot J}{M}$, dann ist $n = \frac{l^2 M}{2 E J}$. Setzt man dann für M seinen Wert, in unserem Falle P ein, so ist $n = \frac{P l^2}{2 E J}$ oder $P = \frac{2 E J}{l^2}$.

99. Will man einen genaueren Wert erhalten, so muß man berücksichtigen, daß die Biegung nach der elastischen Linie geschieht, und man erhält dann mit Hilfe der höheren Mathematik die Formel

$$P = \frac{\pi^2 E \cdot J}{4 l^2}.$$

Wenn man für π^2 annähernd 10 einsetzt:

$$P = \frac{2,5 E J^3}{l^2}.$$

Der Unterschied ist durch Vergleichung leicht zu ersehen.

100. Es darf nun ein Stab nie der ganzen Beanspruchung ausgesetzt werden, es wird immer ein Sicherheitsgrad n angenommen, dann heißt unsere Gleichung

$$P = \frac{\pi^2 E J}{4 n l^2}.$$

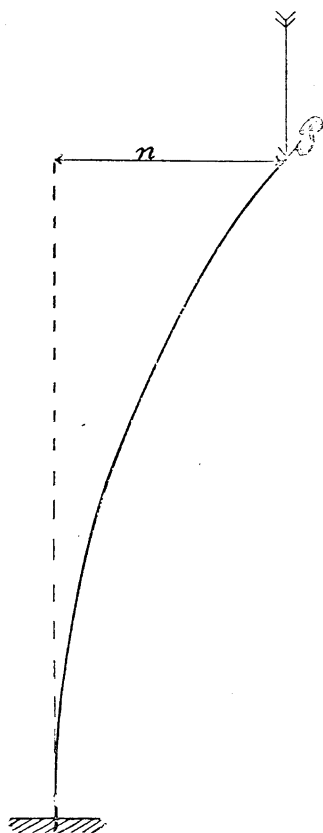


Fig. 57.

101. Es sind nun folgende Fälle der Biegesteifigkeit zu unterscheiden.

1. Es wird der Stab unten eingespannt und steht oben frei: Dieser Fall entspricht der entwickelten Gleichung.

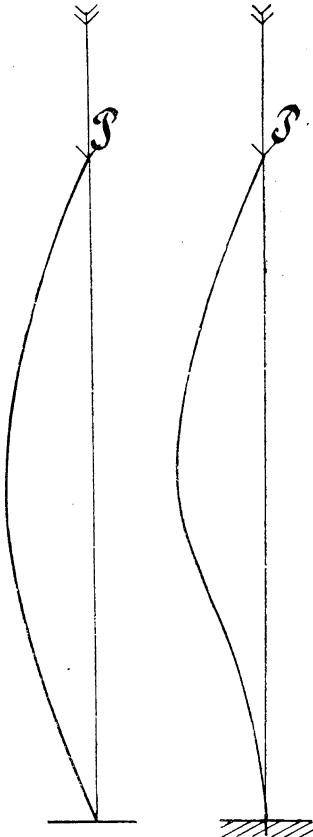


Fig. 58.

Fig. 59.

102. 2. Es ist der Stab unten und oben drehbar befestigt (Fig. 58). Man denke sich dann den Stab in der Mitte durchgeschnitten und dort eingespannt, man erhält aber dann statt l die Länge $\frac{l}{2}$, und unsere Formel heißt dann

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{m l^2}.$$

Diesen Fall haben wir bei der Pleuelstange. Das eine Ende ist drehbar um den Kurbelzapfen und das andere Ende drehbar um den Kreuzkopfszapfen befestigt. Der Wert von n ist abhängig von der Geschwindigkeit r . n ist um so kleiner, je größer r ist, weil dann die hin- und hergehenden Massen begünstigend wirken. n variiert zwischen 10 und 80.

Ebenso kann man diese Formel anwenden bei Kranauslegern, man setzt dann n durchschnittlich gleich 10. Bei Turbinen mit Oberwasserzapfen ist n gleich 10 bis 20.

103. 3. Der Stab sei auf der einen Seite eingespannt und auf der anderen Seite drehbar in der Achse geführt (Fig. 59). Dann heißt die Biegesteifigkeitsformel

$$P = \frac{2\pi^2 EJ}{m l^2}.$$

Dieser Fall tritt ein bei der Pleuelstange, dieselbe ist am ungünstigsten beansprucht, wenn der Pleuel im toten Punkte nach dem Pleuelkopf hin sich befindet. Es ist dann die Pleuelstange an der Pleuelbüchse als eingespannt und am Pleuelkopf als drehbar anzunehmen. n setzt man gleich 20 bis 25.

104. 4. Der Stab ist mit beiden Seiten eingespant. Dann heißt die Zerknickungsformel (Fig. 60)

$$P = \frac{4\pi^2 EJ}{n l^2}.$$

Diese Formel wendet man an bei Säulen mit Kopf- und Fußplatten.

Beispiel. Ein Kranausleger von 7 m Länge sei mit $P = 20000$ kg beansprucht, der Querschnitt sei ein ringförmiger.

Wir wenden die Zerknickungsformel des zweiten Falles an:

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{n l^2}.$$

Es ist bei hohlem Querschnitt

$$J = \frac{(D_a^4 - D_i^4)\pi}{64}, \quad n = 10 \text{ und } E = 20000.$$

Man nimmt dann den äußeren Durchmesser so an, daß der Ausleger eine schöne Form erhält, vielleicht

$$D_a = 0,041.$$

Dann ist $D_i^4 = D_a^4 - \frac{64 l^2 n P}{\pi^3 E}$ oder die einzelnen Werte eingesetzt

$$D_i^4 = 614656 - \frac{64 \cdot 490000 \cdot 10 \cdot 20000}{17 \cdot 50000 \cdot 31}$$

$$= 499282$$

$$D_i = \approx 26,6 \text{ cm.}$$

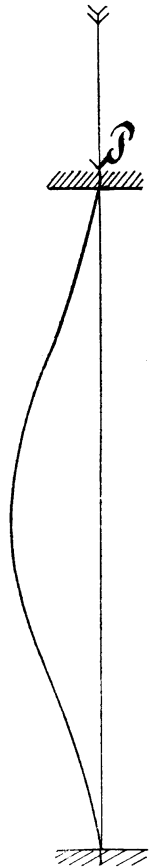


Fig. 60.

12. Biegung und Torsion.

105. Denken wir uns einen Stab, welcher durch ein drehendes Moment auf Torsion und auch noch auf Biegung beansprucht wird, so hat man zur Berechnung nach Grasshof folgende Formel

$$M_c = \frac{3}{8} M_b + \frac{5}{8} \sqrt{M_b^2 + M_a^2}$$

Und zwar bedeuten in dieser Formel:

M_b das biegende Moment, M_a das Torsionsmoment und M_c das aus beiden resultierende, sogenannte Torsionsmoment.

106. Das kombinierte Moment wird dann zur Berechnung

der einzelnen Dimensionen benutzt, gerade so wie das biegende Moment bei reiner Biegung.

Es würde der Durchmesser einer schmiedeeisernen Achse dann

$$d = 1,36 \sqrt[3]{M_c} \text{ sein.}$$

107. Das Torsionsmoment läßt sich, wenn die Pferdestärke N und die Tourenzahl n gegeben sind, leicht bestimmen aus der Formel:

$$M_d = 716200 \frac{N}{n}.$$

13. Zusammengesetzte Festigkeit.

108. Wenn in einem Körper gleichzeitig zwei verschiedene Inanspruchnahmen, wie z. B. beim Fußzapfen einer Kransäule (Druck und Biegung) oder einer Welle (Verdrehung und Biegung) stattfinden, so widersteht der Körper mit seiner zusammengesetzten Festigkeit.

14. Zug oder Druck mit Biegung.

109. Denken wir uns einen Stab, welcher durch ein Moment M auf Biegung und durch eine in der Stabachse wirkende Kraft P auf Zug oder Druck in Anspruch genommen wird. Der Inhalt des Stabquerschnitts sei $= F$, das Widerstandsmoment desselben $= W$ und der im ganzen Querschnitt auftretende Zug bzw. Druck $= P$, so ist die pro Flächeneinheit sich ergebende Zug- bzw. Druckspannung (s_1) bestimmt durch die Gleichung

$$\text{I.} \quad F \cdot s_1 = P, \text{ aus welcher folgt } s_1 = \frac{P}{F}$$

Die durch das Moment M in gefährdetsten Stabquerschnitt entstehende Spannung s_2 finden wir mit Hilfe der wiederholt benutzten Gleichung (Satz 63)

$$\text{II.} \quad M = W \cdot s_2 \text{ zu } s_2 = \frac{M}{W}$$

Mithin ist die sich ergebende Gesamtspannung

$$\text{III.} \quad s = s_1 \pm s_2 = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W},$$

wobei sich die Vorzeichen $+$ oder $-$ zu richten haben nach dem Sinn der einzelnen Spannungen.

110. Beispiel. Es ist der Durchmesser (d) und die Länge (l) des stählernen Fußzapfens des in Fig. 61 schematisch dargestellten Gießereifrans zu berechnen, und zwar für eine Maximalbelastung $Q = 5500 \text{ kg}$ bei einer größten Ausladung von $5,1 \text{ m}$. Das Eigengewicht des Krans betrage 4600 kg und es

liege der Schwerpunkt S um 1,6 m von der Drehachse entfernt (k = 9 kg pro qmm).

Antwort: Der Fußzapfen (B) erfährt infolge der Wirkung des Eigengewichtes G und der Belastung Q zunächst einen Seitendruck D, welchen wir erhalten aus der in Bezug auf den Zapfenmittelpunkt A aufgestellten Momentengleichung $5500 \cdot 5100 + 4600 \cdot 1600 = D \cdot 5000$

$$D = \frac{5500 \cdot 51 + 4600 \cdot 16}{50} = 7082 \text{ kg.}$$

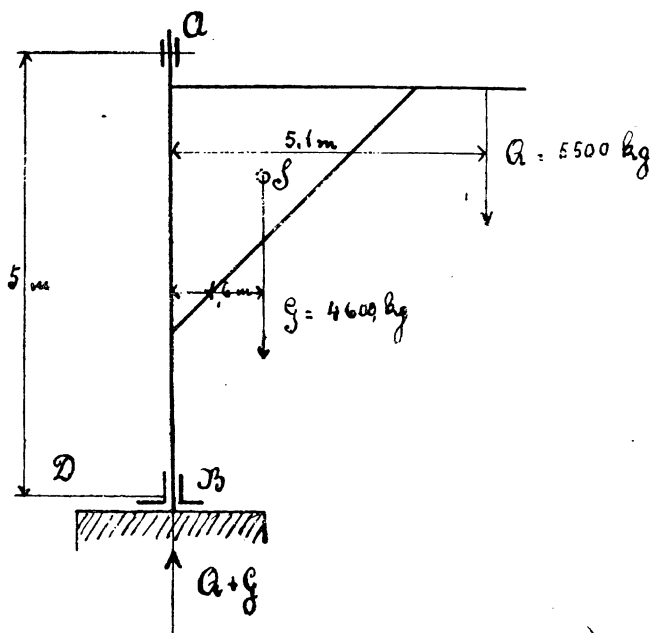


Fig. 61.

Diese Kraft D nimmt den Zapfen auf Biegung in Anspruch, und zwar können wir annehmen, daß ihre Richtung durch den Zapfenmittelpunkt geht. Außerdem wird aber auf den Zapfen auch in axialer Richtung ein Druck ausgeübt, dessen Größe $= G + Q = 4600 + 5500 = 10100 \text{ kg}$ ist.

Wir berechnen nun den Zapfendurchmesser d_0 zunächst nur mit Rücksicht auf Biegung, d. h. ohne Rücksicht auf die Druckbelastung und nehmen dabei die Zapfenlänge $l = 1,5 d_0$ an. Es ist dann nach Satz 63 $\frac{P \cdot l}{2} = \frac{\pi d_0^3 \cdot K}{32}$

oder, weil $k = 9$ kg und $P = D = 7082$ kg gerechnet bzw. berechnet, so folgt für $l = 1,5 d_0$ die Gleichung

$$\frac{7082 \cdot 1,5 d_0}{2} = \frac{\pi d_0^3}{32} \cdot 9$$

und hieraus

$$d_0^2 = \frac{7082 \cdot 1,5 \cdot 32}{2 \cdot 9 \pi}; d_0 = \sqrt{\frac{8 \cdot 7082}{3 \pi}} = 77,52 \text{ mm.}$$

Berücksichtigen wir nun, daß der Zapfen einer starken Abnutzung unterworfen ist, für welche immer 5% Zuschlag gerechnet werden sollen, so ergibt sich der Durchmesser

$$d_0 = 1,05 \cdot 77,52 = 81,4 \text{ mm.}$$

Und für die Zapfenlänge folgt demnach

$$l = 1,5 \cdot 81,4 = 122,1 \text{ mm.}$$

Mit Rücksicht auf die Druckbelastung des Zapfens wird aber der Durchmesser stärker anzunehmen sein. Wählen wir daher $d = 85$ mm, so erhalten wir für den Zapfenquerschnitt den Inhalt

$$F = \frac{\pi \cdot 85^2}{4} = 5674,5 \text{ qmm.}$$

Ferner ist $W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 85^3}{32} \approx 0,1 \cdot 85^3 = 61412,5$ und

$$M = \frac{D \cdot l}{2} = \frac{7082 \cdot 122,1}{2} = 3541 \cdot 122,1 = 432356,1$$

Demnach ist die infolge der Druckbelastung entstehende spez. Druckspannung

$$s_1 = \frac{G + Q}{F} = \frac{10100}{5674,5} \approx 1,8 \text{ kg (Satz 75 I)}$$

und die durch Biegung hervorgerufene spez. Spannung

$$s_2 = \frac{M}{W} = \frac{432356,1}{61412,5} = 7,04 \text{ kg (Satz 75 II).}$$

Auf der Druckseite des Zapfens addieren sich nun die beiden Druckspannungen, folglich ist die größte im Querschnitt auftretende Spannung pro qmm, nämlich

$$s = s_1 + s_2 = 1,8 + 7,04 = 8,84 \text{ kg (Satz 75 III),}$$

welche also die zulässige Inanspruchnahme $S = 9$ kg noch nicht ganz erreicht.

Wir können daher die Abmessungen $d = 85$ mm und $l = 122,1$ mm beibehalten.

1-50

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
1	1	1	1,0000	1,0000	0,00000	1000,000	3,142	0,7854
2	4	8	1,4142	1,2599	0,30103	500,000	6,283	3,1416
3	9	27	1,7321	1,4422	0,47712	333,333	9,425	7,0686
4	16	64	2,0000	1,5874	0,60206	250,000	12,566	12,5664
5	25	125	2,2361	1,7100	0,69897	200,000	15,708	19,6350
6	36	216	2,4495	1,8171	0,77815	166,667	18,850	28,2743
7	49	343	2,6458	1,9129	0,84510	142,857	21,991	38,4845
8	64	512	2,8284	2,0000	0,90309	125,000	25,133	50,2655
9	81	729	3,0000	2,0801	0,95424	111,111	28,274	63,6173
10	100	1000	3,1623	2,1544	1,00000	100,000	31,416	78,5398
11	121	1331	3,3166	2,2240	1,04139	90,9091	34,558	95,0332
12	144	1728	3,4641	2,2894	1,07918	83,3333	37,699	113,097
13	169	2197	3,6056	2,3513	1,11394	76,9231	40,841	132,732
14	196	2744	3,7417	2,4101	1,14613	71,4286	43,982	153,938
15	225	3375	3,8730	2,4662	1,17609	66,6667	47,124	176,715
16	256	4096	4,0000	2,5198	1,20412	62,5000	50,265	201,062
17	289	4913	4,1231	2,5713	1,23045	58,8235	53,407	226,980
18	324	5832	4,2426	2,6207	1,25527	55,5556	56,549	254,469
19	361	6859	4,3589	2,6684	1,27875	52,6316	59,690	283,529
20	400	8000	4,4721	2,7144	1,30103	50,0000	62,832	314,159
21	441	9261	4,5826	2,7589	1,32222	47,6190	65,973	346,361
22	484	10648	4,6904	2,8020	1,34242	45,4545	69,115	380,133
23	529	12167	4,7958	2,8439	1,36173	43,4783	72,257	415,476
24	576	13824	4,8990	2,8845	1,38021	41,6667	75,398	452,389
25	625	15625	5,0000	2,9240	1,39794	40,0000	78,540	490,874
26	676	17576	5,0990	2,9625	1,41497	38,4615	81,681	530,929
27	729	19683	5,1962	3,0000	1,43136	37,0370	84,823	572,555
28	784	21952	5,2915	3,0366	1,44716	35,7143	87,965	615,752
29	841	24389	5,3852	3,0723	1,46240	34,4828	91,106	660,520
30	900	27000	5,4772	3,1072	1,47712	33,3333	94,248	706,858
31	961	29791	5,5678	3,1414	1,49136	32,2581	97,389	754,768
32	1024	32768	5,6569	3,1748	1,50515	31,2500	100,531	804,248
33	1089	35937	5,7446	3,2075	1,51851	30,3030	103,673	855,299
34	1156	39304	5,8310	3,2396	1,53148	29,4118	106,814	907,920
35	1225	42875	5,9161	3,2711	1,54407	28,5714	109,956	962,113
36	1296	46656	6,0000	3,3019	1,55630	27,7778	113,097	1017,88
37	1369	50653	6,0828	3,3322	1,56820	27,0270	116,239	1075,21
38	1444	54872	6,1644	3,3620	1,57978	26,3158	119,381	1134,11
39	1521	59319	6,2450	3,3912	1,59106	25,6410	122,522	1194,59
40	1600	64000	6,3246	3,4200	1,60206	25,0000	125,66	1256,64
41	1681	68921	6,4031	3,4482	1,61278	24,3902	128,81	1320,25
42	1764	74088	6,4807	3,4760	1,62325	23,8095	131,95	1385,44
43	1849	79507	6,5574	3,5034	1,63347	23,2558	135,09	1452,20
44	1936	85184	6,6332	3,5303	1,64345	22,7273	138,23	1520,53
45	2025	91125	6,7082	3,5569	1,65321	22,2222	141,37	1590,43
46	2116	97336	6,7823	3,5830	1,66276	21,7391	144,51	1661,90
47	2209	103823	6,8557	3,6088	1,67210	21,2766	147,65	1734,94
48	2304	110592	6,9282	3,6342	1,68124	20,8333	150,80	1809,56
49	2401	117649	7,0000	3,6593	1,69020	20,4082	153,94	1885,74
50	2500	125000	7,0711	3,6840	1,69897	20,0000	157,08	1963,50

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

50—100

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
50	2500	125000	7,0711	3,6840	1,69897	20,0000	157,08	1963,50
51	2601	132651	7 1414	3,7084	1,70757	19,6078	160,22	2042,82
52	2704	140608	7,2111	3,7325	1,71600	19,2308	163,36	2123,72
53	2809	148877	7,2801	3,7563	1,72428	18,8679	166,50	2206,18
54	2916	157464	7,3485	3,7798	1,73239	18,5185	169,65	2290,22
55	3025	166375	7,4162	3,8030	1,74036	18,1818	172,79	2375,83
56	3136	175616	7,4833	3,8259	1,74819	17,8571	175,93	2463,01
57	3249	185193	7,5498	3,8485	1,75587	17,5439	179,07	2551,76
58	3364	195112	7,6158	3,8709	1,76343	17,2414	182,21	2642 08
59	3481	205379	7,6811	3,8930	1,77085	16,9492	185,35	2733,97
60	3600	216000	7,7460	3,9149	1,77815	16,6667	188,50	2827,43
61	3721	226981	7,8102	3,9365	1,78533	16,3934	191,64	2922,47
62	3844	238328	7,8740	3,9579	1,79239	16,1290	194,78	3019,07
63	3969	250047	7,9373	3,9791	1,79934	15,8730	197,92	3117,25
64	4096	262144	8,0000	4,0000	1,80618	15,6250	201,06	3216,99
65	4225	274625	8,0623	4,0207	1,81291	15,3846	204,20	3318,31
66	4356	287496	8,1240	4,0412	1,81954	15,1515	207,35	3421,19
67	4489	300763	8,1854	4,0615	1,82607	14,9254	210,49	3525,65
68	4624	314432	8,2462	4,0817	1,83251	14,7059	213,63	3631,68
69	4761	328509	8,3066	4,1016	1,83885	14,4928	216,77	3739,28
70	4900	343000	8,3666	4,1213	1,84510	14,2857	219,91	3848,45
71	5041	357911	8,4261	4,1408	1,85126	14,0845	223,05	3959,19
72	5184	373248	8,4853	4,1602	1,85733	13,8889	226,19	4071,50
73	5329	389017	8,5440	4,1793	1,86332	13,6986	229,34	4185,39
74	5476	405224	8,6023	4,1983	1,86923	13,5135	232,48	4300,84
75	5625	421875	8,6603	4,2172	1,87506	13,3333	235,62	4417,86
76	5776	438976	8,7178	4,2358	1,88081	13,1579	238,76	4536,46
77	5929	456533	8,7750	4,2543	1,88649	12,9870	241,90	4656,63
78	6084	474552	8,8318	4,2727	1,89209	12,8205	245,04	4778,36
79	6241	493039	8,8882	4,2908	1,89763	12,6582	248,19	4901,67
80	6400	512000	8,9443	4,3089	1,90309	12,5000	251,33	5026,55
81	6561	531441	9,0000	4,3267	1,90849	12,3457	254,47	5153,00
82	6724	551368	9,0554	4,3445	1,91381	12,1951	257,61	5281,02
83	6889	571787	9,1104	4,3621	1,91908	12,0482	260,75	5410,61
84	7056	592704	9,1652	4,3795	1,92428	11,9048	263,89	5541,77
85	7225	614125	9,2195	4,3968	1,92942	11,7647	267,04	5674,50
86	7396	636056	9,2736	4,4140	1,93450	11,6279	270,18	5808,80
87	7569	658503	9,3274	4,4310	1,93952	11,4943	273,32	5944,68
88	7744	681472	9,3808	4,4480	1,94448	11,3636	276,46	6082,12
89	7921	704969	9,4340	4,4647	1,94939	11,2360	279,60	6221,14
90	8100	729000	9,4868	4,4814	1,95424	11,1111	282,74	6361,73
91	8281	753571	9,5394	4,4979	1,95904	10,9890	285,88	6503,88
92	8464	778688	9,5917	4,5144	1,96379	10,8696	289,03	6647,61
93	8649	804357	9,6437	4,5307	1,96848	10,7527	292,17	6792,91
94	8836	830584	9,6954	4,5468	1,97313	10,6383	295,31	6939,78
95	9025	857375	9,7468	4,5629	1,97772	10,5263	298,45	7088,22
96	9216	884736	9,7980	4,5789	1,98227	10,4167	301,59	7238,23
97	9409	912673	9,8489	4,5947	1,98677	10,3093	304,73	7389,81
98	9604	941192	9,8995	4,6104	1,99123	10,2041	307,88	7542,96
99	9801	970299	9,9499	4,6261	1,99564	10,1010	311,02	7697,69
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	2,00000	10,0000	314,16	7853,98

100—150 I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	2,00000	10,0000	314,16	7853,98
101	10201	1030301	10,0499	4,6570	2,00432	9,90099	317,30	8011,85
102	10404	1061208	10,0995	4,6723	2,00860	9,80392	320,44	8171,28
103	10609	1092727	10,1489	4,6875	2,01284	9,70874	323,58	8332,29
104	10816	1124864	10,1980	4,7027	2,01703	9,61538	326,73	8494,87
105	11025	1157625	10,2470	4,7177	2,02119	9,52381	329,87	8659,01
106	11236	1191016	10,2956	4,7326	2,02531	9,43396	333,01	8824,73
107	11449	1225043	10,3441	4,7475	2,02938	9,34579	336,15	8992,02
108	11664	1259712	10,3923	4,7622	2,03342	9,25926	339,29	9160,88
109	11881	1295029	10,4403	4,7769	2,03743	9,17431	342,43	9331,32
110	12100	1331000	10,4881	4,7914	2,04139	9,09091	345,58	9503,32
111	12321	1367631	10,5357	4,8059	2,04532	9,00901	348,72	9676,89
112	12544	1404928	10,5830	4,8203	2,04922	8,92857	351,86	9852,03
113	12769	1442897	10,6301	4,8346	2,05308	8,84956	355,00	10028,7
114	12996	1481544	10,6771	4,8488	2,05690	8,77193	358,14	10207,0
115	13225	1520875	10,7238	4,8629	2,06070	8,69565	361,28	10386,9
116	13456	1560896	10,7703	4,8770	2,06446	8,62069	364,42	10563,3
117	13689	1601613	10,8167	4,8910	2,06819	8,54701	367,57	10751,3
118	13924	1643032	10,8628	4,9049	2,07188	8,47458	370,71	10935,9
119	14161	1685159	10,9087	4,9187	2,07555	8,40336	373,85	11122,0
120	14400	1728000	10,9545	4,9324	2,07918	8,33333	376,99	11309,7
121	14641	1771561	11,0000	4,9461	2,08279	8,26446	380,13	11499,0
122	14884	1815848	11,0454	4,9597	2,08636	8,19672	383,27	11689,9
123	15129	1860867	11,0905	4,9732	2,08991	8,13008	386,42	11882,3
124	15376	1906624	11,1355	4,9866	2,09342	8,06452	389,56	12076,3
125	15625	1953125	11,1803	5,0000	2,09691	8,00000	392,70	12271,8
126	15876	2000376	11,2250	5,0133	2,10037	7,93651	395,84	12469,0
127	16129	2048383	11,2694	5,0265	2,10380	7,87402	398,98	12667,7
128	16384	2097152	11,3137	5,0397	2,10721	7,81250	402,12	12868,0
129	16641	2146689	11,3578	5,0528	2,11059	7,75194	405,27	13069,8
130	16900	2197000	11,4018	5,0658	2,11394	7,69231	408,41	13273,2
131	17161	2248091	11,4455	5,0788	2,11727	7,63359	411,55	13478,2
132	17424	2299968	11,4891	5,0916	2,12057	7,57576	414,69	13684,8
133	17689	2352637	11,5326	5,1045	2,12385	7,51880	417,83	13892,9
134	17956	2406104	11,5758	5,1172	2,12710	7,46269	420,97	14102,6
135	18225	2460375	11,6190	5,1299	2,13033	7,40741	424,12	14313,9
136	18496	2515456	11,6619	5,1426	2,13354	7,35294	427,26	14526,7
137	18769	2571353	11,7047	5,1551	2,13672	7,29927	430,40	14741,1
138	19044	2628072	11,7473	5,1676	2,13988	7,24638	433,54	14957,1
139	19321	2685619	11,7898	5,1801	2,14301	7,19424	436,68	15174,7
140	19600	2744000	11,8322	5,1925	2,14613	7,14286	439,82	15393,8
141	19881	2803221	11,8743	5,2048	2,14922	7,09220	442,96	15614,5
142	20164	2863288	11,9164	5,2171	2,15229	7,04225	446,11	15836,8
143	20449	2924207	11,9583	5,2293	2,15534	6,99301	449,25	16060,6
144	20736	2985984	12,0000	5,2415	2,15836	6,94444	452,39	16286,0
145	21025	3048625	12,0416	5,2536	2,16137	6,89655	455,53	16513,0
146	21316	3112136	12,0830	5,2656	2,16435	6,84932	458,67	16741,5
147	21609	3176523	12,1244	5,2776	2,16732	6,80272	461,81	16971,7
148	21904	3241792	12,1655	5,2896	2,17026	6,75676	464,96	17203,4
149	22201	3307949	12,2066	5,3015	2,17319	6,71141	468,10	17436,6
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	2,17609	6,66667	471,24	17671,5

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

150—200

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	2,17609	6,66667	471,24	17671,5
151	22801	3442951	12,2882	5,3251	2,17898	6,62252	474,38	17907,9
152	23104	3511808	12,3288	5,3368	2,18184	6,57895	477,52	18145,8
153	23409	3581577	12,3693	5,3485	2,18469	6,53595	480,66	18385,4
154	23716	3652264	12,4097	5,3601	2,18752	6,49351	483,81	18626,5
155	24025	3723875	12,4499	5,3717	2,19033	6,45161	486,95	18869,2
156	24336	3796416	12,4900	5,3832	2,19312	6,41026	490,09	19113,4
157	24649	3869893	12,5300	5,3947	2,19590	6,36943	493,23	19359,3
158	24964	3944312	12,5698	5,4061	2,19866	6,32911	496,37	19606,7
159	25281	4019679	12,6095	5,4175	2,20140	6,28931	499,51	19855,7
160	25600	4096000	12,6491	5,4288	2,20412	6,25000	502,65	20106,2
161	25921	4173281	12,6886	5,4401	2,20683	6,21118	505,80	20358,3
162	26244	4251528	12,7279	5,4514	2,20952	6,17284	508,94	20612,0
163	26569	4330747	12,7671	5,4626	2,21219	6,13497	512,08	20867,2
164	26896	4410944	12,8062	5,4737	2,21484	6,09756	515,22	21124,1
165	27225	4492125	12,8452	5,4848	2,21748	6,06061	518,36	21382,5
166	27556	4574296	12,8841	5,4959	2,22011	6,02410	521,50	21642,4
167	27889	4657463	12,9228	5,5069	2,22272	5,98802	524,65	21904,0
168	28224	4741632	12,9615	5,5178	2,22531	5,95238	527,79	22167,1
169	28561	4826809	13,0000	5,5288	2,22789	5,91716	530,93	22431,8
170	28900	4913000	13,0384	5,5397	2,23045	5,88235	534,07	22698,0
171	29241	5000211	13,0767	5,5505	2,23300	5,84795	537,21	22965,8
172	29584	5088448	13,1149	5,5613	2,23553	5,81395	540,35	23235,2
173	29929	5177717	13,1529	5,5721	2,23805	5,78035	543,50	23506,2
174	30276	5268024	13,1909	5,5828	2,24055	5,74713	546,64	23778,7
175	30625	5359375	13,2288	5,5934	2,24304	5,71429	549,78	24052,8
176	30976	5451776	13,2665	5,6041	2,24551	5,68182	552,92	24328,5
177	31329	5545233	13,3041	5,6147	2,24797	5,64972	556,06	24605,7
178	31684	5639752	13,3417	5,6252	2,25042	5,61798	559,20	24884,6
179	32041	5735339	13,3791	5,6357	2,25285	5,58659	562,35	25164,9
180	32400	5832000	13,4164	5,6462	2,25527	5,55556	565,49	25446,9
181	32761	5929741	13,4536	5,6567	2,25768	5,52486	568,63	25730,4
182	33124	6028568	13,4907	5,6671	2,26007	5,49451	571,77	26015,5
183	33489	6128487	13,5277	5,6774	2,26245	5,46448	574,91	26302,2
184	33856	6229504	13,5647	5,6877	2,26482	5,43478	578,05	26590,4
185	34225	6331625	13,6015	5,6980	2,26717	5,40541	581,19	26880,3
186	34596	6434856	13,6382	5,7083	2,26951	5,37634	584,34	27171,6
187	34969	6539203	13,6748	5,7185	2,27184	5,34759	587,48	27464,6
188	35344	6644672	13,7113	5,7287	2,27416	5,31915	590,62	27759,1
189	35721	6751269	13,7477	5,7388	2,27646	5,29101	593,76	28055,2
190	36100	6859000	13,7840	5,7489	2,27875	5,26316	596,90	28352,9
191	36481	6967871	13,8203	5,7590	2,28103	5,23560	600,04	28652,1
192	36864	7077888	13,8564	5,7690	2,28330	5,20833	603,19	28952,9
193	37249	7189057	13,8924	5,7790	2,28556	5,18135	606,33	29255,3
194	37636	7301384	13,9284	5,7890	2,28780	5,15464	609,47	29559,2
195	38025	7414875	13,9642	5,7989	2,29003	5,12821	612,61	29864,8
196	38416	7529536	14,0000	5,8088	2,29226	5,10204	615,75	30171,9
197	38809	7645373	14,0357	5,8186	2,29447	5,07614	618,89	30480,5
198	39204	7762392	14,0712	5,8285	2,29667	5,05051	622,04	30790,7
199	39601	7880599	14,1067	5,8383	2,29885	5,02513	625,18	31102,6
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	2,30103	5,00000	628,32	31415,9

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	2,30103	5,00000	628,32	31415,9
201	40401	8120601	14,1771	5,8578	2,30320	4,97512	631,46	31730,9
202	40804	8242408	14,2127	5,8675	2,30535	4,95050	634,60	32047,4
203	41209	8365427	14,2479	5,8771	2,30750	4,92611	637,74	32365,5
204	41616	8489664	14,2829	5,8865	2,30963	4,90196	640,89	32685,1
205	42025	8615125	14,3178	5,8957	2,31175	4,87805	644,03	33006,4
206	42436	8741816	14,3527	5,9059	2,31387	4,85437	647,17	33329,2
207	42849	8869743	14,3875	5,9155	2,31597	4,83092	650,31	33653,5
208	43264	8998912	14,4222	5,9250	2,31806	4,80769	653,45	33979,5
209	43681	9129329	14,4568	5,9345	2,32015	4,78469	656,59	34307,0
210	44100	9261000	14,4913	5,9439	2,32222	4,76190	659,73	34636,1
211	44521	9393931	14,5257	5,9533	2,32428	4,73934	662,88	34966,7
212	44944	9528128	14,5600	5,9627	2,32634	4,71698	666,02	35298,9
213	45369	9663597	14,5945	5,9721	2,32838	4,69484	669,16	35632,7
214	45796	9800344	14,6287	5,9814	2,33041	4,67290	672,30	35968,1
215	46225	9938375	14,6629	5,9907	2,33244	4,65116	675,44	36305,0
216	46656	10077696	14,6969	6,0000	2,33445	4,62963	678,58	36643,5
217	47089	10218313	14,7308	6,0092	2,33646	4,60829	681,73	36983,6
218	47524	10360232	14,7645	6,0185	2,33846	4,58716	684,87	37325,3
219	47961	10503459	14,7980	6,0277	2,34044	4,56621	688,01	37668,5
220	48400	10648000	14,8324	6,0368	2,34242	4,54545	691,15	38013,3
221	48841	10793861	14,8667	6,0459	2,34439	4,52489	694,29	38359,6
222	49284	10941048	14,8997	6,0550	2,34635	4,50450	697,43	38707,6
223	49729	11089567	14,9332	6,0641	2,34830	4,48431	700,58	39057,1
224	50176	11239424	14,9665	6,0732	2,35025	4,46429	703,72	39408,1
225	50625	11390625	15,0000	6,0822	2,35218	4,44444	706,86	39760,8
226	51076	11543176	15,0333	6,0912	2,35411	4,42478	710,00	40115,0
227	51529	11697083	15,0665	6,1002	2,35603	4,40529	713,14	40470,8
228	51984	11852352	15,0997	6,1091	2,35793	4,38596	716,28	40828,1
229	52441	12008989	15,1327	6,1180	2,35984	4,36681	719,42	41187,1
230	52900	12167000	15,1658	6,1269	2,36173	4,34783	722,57	41547,6
231	53361	12326391	15,1987	6,1358	2,36361	4,32900	725,71	41909,6
232	53824	12487168	15,2315	6,1446	2,36549	4,31034	728,85	42273,3
233	54289	12649337	15,2643	6,1534	2,36736	4,29185	731,99	42638,5
234	54756	12812904	15,2971	6,1622	2,36922	4,27350	735,13	43005,3
235	55225	12977875	15,3297	6,1710	2,37107	4,25532	738,27	43373,6
236	55696	13144256	15,3623	6,1797	2,37291	4,23729	741,42	43743,5
237	56169	13312053	15,3948	6,1885	2,37475	4,21941	744,56	44115,0
238	56644	13481272	15,4272	6,1972	2,37658	4,20168	747,70	44488,1
239	57121	13651919	15,4596	6,2058	2,37840	4,18410	750,84	44862,7
240	57600	13824000	15,4919	6,2145	2,38021	4,16667	753,98	45238,9
241	58081	13997521	15,5242	6,2231	2,38202	4,14938	757,12	45616,7
242	58564	14172488	15,5563	6,2317	2,38382	4,13223	760,27	45996,1
243	59049	14348907	15,5885	6,2403	2,38561	4,11523	763,41	46377,0
244	59536	14526784	15,6205	6,2489	2,38739	4,09836	766,55	46759,5
245	60025	14706125	15,6525	6,2573	2,38917	4,08163	769,69	47143,5
246	60516	14886936	15,6844	6,2658	2,39094	4,06502	772,83	47529,2
247	61009	15069223	15,7162	6,2743	2,39270	4,04853	775,97	47916,4
248	61504	15252992	15,7480	6,2828	2,39445	4,03226	779,12	48305,1
249	62001	15438249	15,7797	6,2912	2,39620	4,01606	782,26	48695,5
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	2,39794	4,00000	785,40	49087,4

L. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

250—300

n	n²	n³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	2,39794	4,00000	785,40	49087,4
251	63001	15813251	15,8430	6,3080	2,39967	3,98406	788,54	49480,9
252	63504	16003008	15,8745	6,3164	2,40140	3,96825	791,68	49875,9
253	64009	16194277	15,9060	6,3247	2,40312	3,95257	794,82	50272,6
254	64516	16387064	15,9374	6,3330	2,40483	3,93701	797,96	50670,7
255	65025	16581375	15,9687	6,3413	2,40654	3,92157	801,11	51070,5
256	65536	16777216	16,0000	6,3496	2,40824	3,90625	804,25	51471,9
257	66049	16974593	16,0312	6,3579	2,40993	3,89105	807,39	51874,8
258	66564	17173512	16,0624	6,3661	2,41162	3,87597	810,53	52279,2
259	67081	17373979	16,0935	6,3743	2,41330	3,86100	813,67	52685,3
260	67600	17576000	16,1245	6,3825	2,41497	3,84615	816,81	53092,9
261	68121	17779581	16,1555	6,3907	2,41664	3,83142	819,96	53502,1
262	68644	17984728	16,1864	6,3988	2,41830	3,81679	823,10	53912,9
263	69169	18191447	16,2173	6,4070	2,41996	3,80228	826,24	54325,2
264	69696	18399744	16,2481	6,4151	2,42160	3,78788	829,38	54739,1
265	70225	18609625	16,2788	6,4232	2,42325	3,77358	832,52	55154,6
266	70756	18821096	16,3095	6,4312	2,42488	3,75940	835,66	55571,6
267	71289	19034163	16,3401	6,4393	2,42651	3,74532	838,81	55990,3
268	71824	19248832	16,3707	6,4473	2,42813	3,73134	841,95	56410,4
269	72361	19465109	16,4012	6,4553	2,42975	3,71747	845,09	56832,2
270	72900	19683000	16,4317	6,4633	2,43136	3,70370	848,23	57255,5
271	73441	19902511	16,4621	6,4713	2,43297	3,69004	851,37	57680,4
272	73984	20123648	16,4924	6,4792	2,43457	3,67647	854,51	58106,9
273	74529	20346417	16,5227	6,4872	2,43616	3,66300	857,66	58534,9
274	75076	20570824	16,5529	6,4951	2,43775	3,64964	860,80	58964,6
275	75625	20796875	16,5831	6,5030	2,43933	3,63636	863,94	59395,7
276	76176	21024576	16,6132	6,5108	2,44091	3,62319	867,08	59828,5
277	76729	21253933	16,6433	6,5187	2,44248	3,61011	870,22	60262,8
278	77284	21484952	16,6733	6,5265	2,44404	3,59712	873,36	60698,7
279	77841	21717639	16,7033	6,5343	2,44560	3,58423	876,50	61136,2
280	78400	21952000	16,7332	6,5421	2,44716	3,57143	879,65	61575,2
281	78961	22188041	16,7631	6,5499	2,44871	3,55872	882,79	62015,8
282	79524	22425768	16,7929	6,5577	2,45025	3,54610	885,93	62458,0
283	80089	22665187	16,8226	6,5654	2,45179	3,53357	889,07	62901,8
284	80656	22906304	16,8523	6,5731	2,45332	3,52113	892,21	63347,1
285	81225	23149125	16,8819	6,5808	2,45484	3,50877	895,35	63794,0
286	81796	23393656	16,9115	6,5885	2,45637	3,49650	898,50	64242,4
287	82369	23639903	16,9411	6,5962	2,45788	3,48432	901,64	64692,5
288	82944	23887872	16,9706	6,6039	2,45939	3,47222	904,78	65144,1
289	83521	24137569	17,0000	6,6115	2,46090	3,46021	907,92	65597,2
290	84100	24389000	17,0294	6,6191	2,46240	3,44828	911,06	66052,0
291	84681	24642171	17,0587	6,6267	2,46389	3,43643	914,20	66508,3
292	85264	24897088	17,0880	6,6343	2,46538	3,42466	917,35	66966,2
293	85849	25153757	17,1172	6,6419	2,46687	3,41297	920,49	67425,6
294	86436	25412184	17,1464	6,6494	3,46835	3,40136	923,63	67886,7
295	87025	25672375	17,1756	6,6569	2,46982	3,38983	926,77	68349,3
296	87616	25934336	17,2047	6,6644	2,47129	3,37838	929,91	68813,4
297	88209	26198073	17,2337	6,6719	2,47276	3,36700	933,05	69279,2
298	88804	26463592	17,2627	6,6794	2,47422	3,35570	936,19	69746,5
299	89401	26730899	17,2916	6,6869	2,47567	3,34448	939,34	70215,4
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	2,47712	3,33333	942,48	70685,8

300—350 **I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.**

n	n²	n³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	2,47712	3,33333	942,48	70685,8
301	90601	27270901	17,3494	6,7018	2,47857	3,32226	945,62	71157,9
302	91204	27543608	17,3781	6,7092	2,48001	3,31126	948,76	71631,5
303	91809	27818127	17,4069	6,7166	2,48144	3,30033	951,90	72106,6
304	92416	28094464	17,4356	6,7240	2,48287	3,28947	955,04	72583,4
305	93025	28372625	17,4642	6,7313	2,48430	3,27869	958,19	73061,7
306	93636	28652616	17,4929	6,7387	2,48572	3,26797	961,33	73541,5
307	94249	28934443	17,5214	6,7460	2,48714	3,25733	964,47	74023,0
308	94864	29218112	17,5499	6,7533	2,48855	3,24675	967,61	74506,0
309	95481	29503629	17,5784	6,7606	2,48996	3,23625	970,75	74990,6
310	96100	29791000	17,6068	6,7679	2,49136	3,22581	973,89	75476,8
311	96721	30080231	17,6352	6,7752	2,49276	3,21543	977,04	75964,5
312	97344	30371328	17,6635	6,7824	2,49415	3,20513	980,18	76453,8
313	97969	30664297	17,6918	6,7897	2,49554	3,19489	983,32	76944,7
314	98596	30959144	17,7200	6,7969	2,49693	3,18471	986,46	77437,1
315	99225	31255875	17,7482	6,8041	2,49831	3,17460	989,60	77931,1
316	99856	31554496	17,7764	6,8113	2,49969	3,16456	992,74	78426,7
317	100489	31855013	17,8045	6,8185	2,50106	3,15457	995,88	78923,9
318	101124	32157432	17,8326	6,8256	2,50243	3,14465	999,03	79422,6
319	101761	32461759	17,8606	6,8328	2,50379	3,13480	1002,2	79922,9
320	102400	32768000	17,8885	6,8399	2,50515	3,12500	1005,3	80424,8
321	103041	33076161	17,9165	6,8470	2,50651	3,11527	1008,5	80928,2
322	103684	33386248	17,9444	6,8541	2,50786	3,10559	1011,6	81433,2
323	104329	33698267	17,9722	6,8612	2,50920	3,09598	1014,7	81939,8
324	104976	34012224	18,0000	6,8683	2,51055	3,08642	1017,9	82448,0
325	105625	34328125	18,0278	6,8753	2,51188	3,07692	1021,0	82957,7
326	106276	34645976	18,0555	6,8824	2,51322	3,06749	1024,2	83469,0
327	106929	34965783	18,0831	6,8894	2,51455	3,05810	1027,3	83981,8
328	107584	35287552	18,1108	6,8964	2,51587	3,04878	1030,4	84496,3
329	108241	35611289	18,1384	6,9034	2,51720	3,03951	1033,6	85012,3
330	108900	35937000	18,1659	6,9104	2,51851	3,03030	1036,7	85529,9
331	109561	36264691	18,1934	6,9174	2,51983	3,02115	1039,9	86049,0
332	110224	36594368	18,2209	6,9244	2,52114	3,01205	1043,0	86569,7
333	110889	36926037	18,2483	6,9313	2,52244	3,00300	1046,2	87092,0
334	111556	37259704	18,2757	6,9382	2,52375	2,99401	1049,3	87615,9
335	112225	37595375	18,3030	6,9451	2,52504	2,98507	1052,4	88141,3
336	112896	37933056	18,3303	6,9521	2,52634	2,97619	1055,6	88668,3
337	113569	38272753	18,3576	6,9589	2,52763	2,96736	1058,7	89196,9
338	114244	38614472	18,3848	6,9658	2,52892	2,95858	1061,9	89727,0
339	114921	38958219	18,4120	6,9727	2,53020	2,94985	1065,0	90258,7
340	115600	39304000	18,4391	6,9795	2,53148	2,94118	1068,1	90792,0
341	116281	39651821	18,4662	6,9864	2,53275	2,93255	1071,3	91326,9
342	116964	40001688	18,4932	6,9932	2,53403	2,92398	1074,4	91863,3
343	117649	40353607	18,5203	7,0000	2,53529	2,91545	1077,6	92401,3
344	118336	40707584	18,5472	7,0068	2,53656	2,90698	1080,7	92940,9
345	119025	41063625	18,5742	7,0136	2,53782	2,89855	1083,8	93482,0
346	119716	41421736	18,6011	7,0203	2,53908	2,89017	1087,0	94024,7
347	120409	41781923	18,6279	7,0271	2,54033	2,88184	1090,1	94569,0
348	121104	42144192	18,6548	7,0338	2,54158	2,87356	1093,3	95114,9
349	121801	42508549	18,6815	7,0406	2,54283	2,86533	1096,4	95662,3
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	2,54407	2,85714	1099,6	96211,3

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

350—400

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	2,54407	2,85714	1099,6	96211,3
351	123201	43243551	18,7350	7,0540	2,54531	2,84900	1102,7	96761,8
352	123904	43614208	18,7617	7,0607	2,54654	2,84091	1105,8	97314,0
353	124609	43986977	18,7883	7,0674	2,54777	2,83286	1109,0	97867,7
354	125316	44361864	18,8149	7,0740	2,54900	2,82486	1112,1	98423,0
355	126025	44738875	18,8414	7,0807	2,55023	2,81690	1115,3	98979,8
356	126736	45118016	18,8680	7,0873	2,55145	2,80899	1118,4	99538,2
357	127449	45499293	18,8944	7,0940	2,55267	2,80112	1121,5	100098
358	128164	45882712	18,9209	7,1006	2,55388	2,79330	1124,7	100660
359	128881	46268279	18,9473	7,1072	2,55509	2,78552	1127,8	101223
360	129600	46656000	18,9737	7,1138	2,55630	2,77778	1131,0	101788
361	130321	47045881	19,0000	7,1204	2,55751	2,77008	1134,1	102354
362	131044	47437928	19,0263	7,1269	2,55871	2,76243	1137,3	102922
363	131769	47832147	19,0526	7,1335	2,55991	2,75482	1140,4	103491
364	132496	48228544	19,0788	7,1400	2,56110	2,74725	1143,5	104062
365	133225	48627125	19,1050	7,1466	2,56229	2,73973	1146,7	104635
366	133956	49027896	19,1311	7,1531	2,56348	2,73224	1149,8	105209
367	134689	49430863	19,1572	7,1596	2,56467	2,72480	1153,0	105785
368	135424	49836032	19,1833	7,1661	2,56585	2,71739	1156,1	106362
369	136161	50243409	19,2094	7,1726	2,56703	2,71003	1159,2	106941
370	136900	50653000	19,2354	7,1791	2,56820	2,70270	1162,4	107521
371	137641	51064811	19,2614	7,1855	2,56937	2,69542	1165,5	108103
372	138384	51478848	19,2873	7,1920	2,57054	2,68817	1168,7	108687
373	139129	51895117	19,3132	7,1984	2,57171	2,68097	1171,8	109272
374	139876	52313624	19,3391	7,2048	2,57287	2,67380	1175,0	109858
375	140625	52734375	19,3649	7,2112	2,57403	2,66667	1178,1	110447
376	141376	53157376	19,3907	7,2177	2,57519	2,65957	1181,2	111036
377	142129	53582633	19,4165	7,2240	2,57634	2,65252	1184,4	111628
378	142884	54010152	19,4422	7,2304	2,57749	2,64550	1187,5	112221
379	143641	54439939	19,4679	7,2368	2,57864	2,63852	1190,7	112815
380	144400	54872000	19,4936	7,2432	2,57978	2,63158	1193,8	113411
381	145161	55306341	19,5192	7,2495	2,58093	2,62467	1196,9	114009
382	145924	55742968	19,5448	7,2558	2,58206	2,61780	1200,1	114608
383	146689	56181887	19,5704	7,2622	2,58320	2,61097	1203,2	115209
384	147456	56623104	19,5959	7,2685	2,58433	2,60417	1206,4	115812
385	148225	57066625	19,6214	7,2748	2,58546	2,59740	1209,5	116416
386	148996	57512456	19,6469	7,2811	2,58659	2,59067	1212,7	117021
387	149769	57960603	19,6723	7,2874	2,58771	2,58398	1215,8	117628
388	150544	58411072	19,6977	7,2936	2,58883	2,57732	1218,9	118237
389	151321	58863869	19,7231	7,2999	2,58995	2,57069	1222,1	118847
390	152100	59319000	19,7484	7,3061	2,59106	2,56410	1225,2	119459
391	152881	59776471	19,7737	7,3124	2,59218	2,55755	1228,4	120072
392	153664	60236288	19,7990	7,3186	2,59329	2,55102	1231,5	120687
393	154449	60698457	19,8242	7,3248	2,59439	2,54453	1234,6	121304
394	155236	61162984	19,8494	7,3310	2,59550	2,53807	1237,8	121922
395	156025	61629875	19,8746	7,3372	2,59660	2,53165	1240,9	122542
396	156816	62099136	19,8997	7,3434	2,59770	2,52525	1244,1	123163
397	157609	62570773	19,9249	7,3496	2,59879	2,51889	1247,2	123786
398	158404	63044792	19,9499	7,3558	2,59988	2,51256	1250,4	124410
399	159201	63521199	19,9750	7,3619	2,60097	2,50627	1253,5	125036
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	2,60206	2,50000	1256,6	125664

400—450

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	2,60206	2,50000	1256,6	125664
401	160801	64481201	20,0250	7,3742	2,60314	2,49377	1259,8	126293
402	161604	64964808	20,0499	7,3803	2,60423	2,48756	1262,9	126923
403	162409	65450827	20,0749	7,3864	2,60531	2,48139	1266,1	127556
404	163216	65939264	20,0998	7,3925	2,60638	2,47525	1269,2	128190
405	164025	66430125	20,1246	7,3986	2,60746	2,46914	1272,3	128825
406	164836	66923416	20,1494	7,4047	2,60853	2,46305	1275,5	129462
407	165649	67419143	20,1742	7,4108	2,60959	2,45700	1278,6	130100
408	166464	67917312	20,1990	7,4169	2,61066	2,45098	1281,8	130741
409	167281	68417929	20,2237	7,4229	2,61172	2,44499	1284,9	131382
410	168100	68921000	20,2485	7,4290	2,61278	2,43902	1288,1	132025
411	168921	69426531	20,2731	7,4350	2,61384	2,43309	1291,2	132670
412	169744	69934528	20,2978	7,4410	2,61490	2,42718	1294,3	133317
413	170569	70444997	20,3224	7,4470	2,61595	2,42131	1297,5	133965
414	171396	70957944	20,3470	7,4530	2,61700	2,41546	1300,6	134614
415	172225	71473375	20,3715	7,4590	2,61805	2,40964	1303,8	135265
416	173056	71991296	20,3961	7,4650	2,61909	2,40385	1306,9	135918
417	173889	72511713	20,4206	7,4710	2,62014	2,39808	1310,0	136572
418	174724	73034632	20,4450	7,4770	2,62118	2,39234	1313,2	137228
419	175561	73560059	20,4695	7,4829	2,62221	2,38664	1316,3	137885
420	176400	74088000	20,4939	7,4889	2,62325	2,38095	1319,5	138544
421	177241	74618461	20,5183	7,4948	2,62428	2,37530	1322,6	139205
422	178084	75151448	20,5426	7,5007	2,62531	2,36967	1325,8	139867
423	178929	75686967	20,5670	7,5067	2,62634	2,36407	1328,9	140531
424	179776	76225024	20,5913	7,5126	2,62737	2,35849	1332,0	141196
425	180625	76765625	20,6155	7,5185	2,62839	2,35294	1335,2	141863
426	181476	77308776	20,6398	7,5244	2,62941	2,34742	1338,3	142531
427	182329	77854483	20,6640	7,5302	2,63043	2,34192	1341,5	143201
428	183184	78402752	20,6882	7,5361	2,63144	2,33645	1344,6	143872
429	184041	78953589	20,7123	7,5420	2,63246	2,33100	1347,7	144545
430	184900	79507000	20,7364	7,5478	2,63347	2,32558	1350,9	145220
431	185761	80062991	20,7605	7,5537	2,63448	2,32019	1354,0	145896
432	186624	80621568	20,7846	7,5595	2,63548	2,31482	1357,2	146574
433	187489	81182737	20,8087	7,5654	2,63649	2,30947	1360,3	147254
434	188356	81746504	20,8327	7,5712	2,63749	2,30415	1363,5	147934
435	189225	82312875	20,8567	7,5770	2,63849	2,29885	1366,6	148617
436	190096	82881856	20,8806	7,5828	2,63949	2,29358	1369,7	149301
437	190969	83453453	20,9045	7,5886	2,64048	2,28833	1372,9	149987
438	191844	84027672	20,9284	7,5944	2,64147	2,28311	1376,0	150674
439	192721	84604519	20,9523	7,6001	2,64246	2,27790	1379,2	151363
440	193600	85184000	20,9762	7,6059	2,64345	2,27273	1382,3	152053
441	194481	85766121	21,0000	7,6117	2,64444	2,26757	1385,4	152745
442	195364	86350888	21,0238	7,6174	2,64542	2,26244	1388,6	153439
443	196249	86938307	21,0476	7,6232	2,64640	2,25734	1391,7	154134
444	197136	87528384	21,0713	7,6289	2,64738	2,25225	1394,9	154830
445	198025	88121125	21,0950	7,6346	2,64836	2,24719	1398,0	155528
446	198916	88716536	21,1187	7,6403	2,64933	2,24215	1401,2	156228
447	199809	89314623	21,1424	7,6460	2,65031	2,23714	1404,3	156930
448	200704	89915392	21,1660	7,6517	2,65128	2,23214	1407,4	157633
449	201601	90518849	21,1896	7,6574	2,65225	2,22717	1410,6	158337
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	2,65321	2,22222	1413,7	159043

A. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

450—500

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	2,65521	2,22222	1413,7	159043
451	203401	91733851	21,2368	7,6688	2,65418	2,21730	1416,9	159751
452	204304	92345408	21,2603	7,6744	2,65514	2,21239	1420,0	160460
453	205209	92959677	21,2838	7,6801	2,65610	2,20751	1423,1	161171
454	206116	93576664	21,3073	7,6857	2,65706	2,20264	1426,3	161883
455	207025	94196375	21,3307	7,6914	2,65801	2,19780	1429,4	162597
456	207936	94818816	21,3542	7,6970	2,65896	2,19298	1432,6	163313
457	208849	95443993	21,3776	7,7026	2,65992	2,18818	1435,7	164030
458	209764	96071912	21,4009	7,7082	2,66087	2,18341	1438,9	164748
459	210681	96702579	21,4243	7,7138	2,66181	2,17865	1442,0	165468
460	211600	97336000	21,4476	7,7194	2,66276	2,17391	1445,1	166190
461	212521	97972181	21,4709	7,7250	2,66370	2,16920	1448,3	166914
462	213444	98611128	21,4942	7,7306	2,66464	2,16450	1451,4	167639
463	214369	99252847	21,5174	7,7362	2,66558	2,15983	1454,6	168365
464	215296	99897344	21,5407	7,7418	2,66652	2,15517	1457,7	169093
465	216225	100544625	21,5639	7,7473	2,66745	2,15054	1460,8	169823
466	217156	101194696	21,5870	7,7529	2,66839	2,14592	1464,0	170554
467	218089	101847563	21,6102	7,7584	2,66932	2,14133	1467,1	171287
468	219024	102503232	21,6333	7,7639	2,67025	2,13675	1470,3	172021
469	219961	103161709	21,6564	7,7695	2,67117	2,13220	1473,4	172757
470	220900	103823000	21,6795	7,7750	2,67210	2,12766	1476,5	173494
471	221841	104487111	21,7025	7,7805	2,67302	2,12314	1479,7	174234
472	222784	105154048	21,7256	7,7860	2,67394	2,11864	1482,8	174974
473	223729	105823817	21,7486	7,7915	2,67486	2,11417	1486,0	175716
474	224676	106496424	21,7715	7,7970	2,67578	2,10971	1489,1	176460
475	225625	107171875	21,7945	7,8025	2,67669	2,10526	1492,3	177205
476	226576	107850176	21,8174	7,8079	2,67761	2,10084	1495,4	177952
477	227529	108531333	21,8403	7,8134	2,67852	2,09644	1498,5	178701
478	228484	109215352	21,8632	7,8188	2,67943	2,09205	1501,7	179451
479	229441	109902239	21,8861	7,8243	2,68034	2,08768	1504,8	180203
480	230400	110592000	21,9089	7,8297	2,68124	2,08333	1508,0	180956
481	231361	111284641	21,9317	7,8352	2,68215	2,07900	1511,1	181711
482	232324	111980168	21,9545	7,8406	2,68305	2,07469	1514,3	182467
483	233289	112678587	21,9773	7,8460	2,68395	2,07039	1517,4	183225
484	234256	113379904	22,0000	7,8514	2,68485	2,06612	1520,5	183984
485	235225	114084125	22,0227	7,8568	2,68574	2,06186	1523,7	184745
486	236196	114791256	22,0454	7,8622	2,68664	2,05761	1526,8	185508
487	237169	115501303	22,0681	7,8676	2,68753	2,05339	1530,0	186272
488	238144	116214272	22,0907	7,8730	2,68842	2,04918	1533,1	187038
489	239121	116930169	22,1133	7,8784	2,68931	2,04499	1536,2	187805
490	240100	117649000	22,1359	7,8837	2,69020	2,04082	1539,4	188574
491	241081	118370771	22,1585	7,8891	2,69108	2,03666	1542,5	189345
492	242064	119095488	22,1811	7,8944	2,69197	2,03252	1545,7	190117
493	243049	119823157	22,2036	7,8998	2,69285	2,02840	1548,8	190890
494	244036	120553784	22,2261	7,9051	2,69373	2,02429	1551,9	191665
495	245025	121287375	22,2486	7,9105	2,69461	2,02020	1555,1	192442
496	246016	122023936	22,2711	7,9158	2,69548	2,01613	1558,2	193221
497	247009	122763473	22,2935	7,9211	2,69636	2,01207	1561,4	194000
498	248004	123505992	22,3159	7,9264	2,69723	2,00803	1564,5	194782
499	249001	124251499	22,3383	7,9317	2,69810	2,00401	1567,7	195565
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	2,69897	2,00000	1570,8	196350

500—550 **I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.**

n	n²	n³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	2,69897	2,00000	1570,8	196350
501	251001	125751501	22,3830	7,9423	2,69984	1,99601	1573,9	197136
502	252004	126506008	22,4054	7,9476	2,70070	1,99203	1577,1	197923
503	253009	127263527	22,4277	7,9528	2,70157	1,98807	1580,2	198713
504	254016	128024064	22,4499	7,9581	2,70243	1,98413	1583,4	199504
505	255025	128787625	22,4722	7,9634	2,70329	1,98020	1586,5	200296
506	256036	129554216	22,4944	7,9686	2,70415	1,97629	1589,7	201090
507	257049	130323843	22,5167	7,9739	2,70501	1,97239	1592,8	201886
508	258064	131096512	22,5389	7,9791	2,70586	1,96850	1595,9	202683
509	259081	131872229	22,5610	7,9843	2,70672	1,96464	1599,1	203482
510	260100	132651000	22,5832	7,9896	2,70757	1,96078	1602,2	204282
511	261121	133432831	22,6053	7,9948	2,70842	1,95695	1605,4	205084
512	262144	134217728	22,6274	8,0000	2,70927	1,95312	1608,5	205887
513	263169	135005697	22,6495	8,0052	2,71012	1,94932	1611,6	206692
514	264196	135796744	22,6716	8,0104	2,71096	1,94553	1614,8	207499
515	265225	136590875	22,6936	8,0156	2,71181	1,94175	1617,9	208307
516	266256	137388096	22,7156	8,0208	2,71265	1,93798	1621,1	209117
517	267289	138188413	22,7376	8,0260	2,71349	1,93424	1624,2	209928
518	268324	138991832	22,7596	8,0311	2,71433	1,93050	1627,3	210741
519	269361	139798359	22,7816	8,0363	2,71517	1,92678	1630,5	211556
520	270400	140608000	22,8035	8,0415	2,71600	1,92308	1633,6	212372
521	271441	141420761	22,8254	8,0466	2,71684	1,91939	1636,8	213189
522	272484	142236648	22,8473	8,0517	2,71767	1,91571	1639,9	214008
523	273529	143055667	22,8692	8,0569	2,71850	1,91205	1643,1	214829
524	274576	143877824	22,8910	8,0620	2,71933	1,90840	1646,2	215651
525	275625	144703125	22,9129	8,0671	2,72016	1,90476	1649,3	216475
526	276676	145531576	22,9347	8,0723	2,72099	1,90114	1652,5	217301
527	277729	146363183	22,9565	8,0774	2,72181	1,89753	1655,6	218128
528	278784	147197952	22,9783	8,0825	2,72263	1,89394	1658,8	218956
529	279841	148035889	23,0000	8,0876	2,72346	1,89036	1661,9	219787
530	280900	148877000	23,0217	8,0927	2,72428	1,88679	1665,0	220618
531	281961	149721291	23,0434	8,0978	2,72509	1,88324	1668,2	221452
532	283024	150568768	23,0651	8,1028	2,72591	1,87970	1671,3	222287
533	284089	151419437	23,0868	8,1079	2,72673	1,87617	1674,5	223123
534	285156	152273304	23,1084	8,1130	2,72754	1,87266	1677,6	223961
535	286225	153130375	23,1301	8,1180	2,72835	1,86916	1680,8	224801
536	287296	153990656	23,1517	8,1231	2,72916	1,86567	1683,9	225642
537	288369	154854153	23,1733	8,1281	2,72997	1,86220	1687,0	226484
538	289444	155720872	23,1948	8,1332	2,73078	1,85874	1690,2	227329
539	290521	156590819	23,2164	8,1382	2,73159	1,85529	1693,3	228175
540	291600	157464000	23,2379	8,1433	2,73239	1,85185	1696,5	229022
541	292681	158340421	23,2594	8,1483	2,73320	1,84843	1699,6	229871
542	293764	159220088	23,2809	8,1533	2,73400	1,84502	1702,7	230722
543	294849	160103007	23,3024	8,1583	2,73480	1,84162	1705,9	231574
544	295936	160989184	23,3238	8,1633	2,73560	1,83824	1709,0	232428
545	297025	161878625	23,3452	8,1683	2,73640	1,83486	1712,2	233283
546	298116	162771336	23,3666	8,1733	2,73719	1,83150	1715,3	234140
547	299209	163667323	23,3880	8,1783	2,73799	1,82815	1718,5	234998
548	300304	164566592	23,4094	8,1833	2,73878	1,82482	1721,6	235858
549	301401	165469149	23,4307	8,1882	2,73957	1,82149	1724,7	236720
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	2,74036	1,81818	1727,9	237583

L. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

550—600

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	2,74036	1,81818	1727,9	237583
551	303601	167284151	23,4734	8,1982	2,74115	1,81488	1731,0	238448
552	304704	168196608	23,4947	8,2031	2,74194	1,81159	1734,2	239314
553	305809	169112377	23,5160	8,2081	2,74273	1,80832	1737,3	240182
554	306916	170031464	23,5372	8,2130	2,74351	1,80505	1740,4	241051
555	308025	170953875	23,5584	8,2180	2,74429	1,80180	1743,6	241922
556	309136	171879616	23,5797	8,2229	2,74507	1,79856	1746,7	242795
557	310249	172808693	23,6008	8,2278	2,74586	1,79533	1749,9	243669
558	311364	173741112	23,6220	8,2327	2,74663	1,79211	1753,0	244545
559	312481	174676879	23,6432	8,2377	2,74741	1,78891	1756,2	245422
560	313600	175616000	23,6643	8,2426	2,74819	1,78571	1759,3	246301
561	314721	176558481	23,6854	8,2475	2,74896	1,78253	1762,4	247181
562	315844	177504328	23,7065	8,2524	2,74974	1,77936	1765,6	248063
563	316969	178453547	23,7276	8,2573	2,75051	1,77620	1768,7	248947
564	318096	179406144	23,7487	8,2621	2,75128	1,77305	1771,9	249832
565	319225	180362125	23,7697	8,2670	2,75205	1,76991	1775,0	250719
566	320356	181321496	23,7908	8,2719	2,75282	1,76678	1778,1	251607
567	321489	182284263	23,8118	8,2768	2,75358	1,76367	1781,3	252497
568	322624	183250432	23,8328	8,2816	2,75435	1,76056	1784,4	253388
569	323761	184220009	23,8537	8,2865	2,75511	1,75747	1787,6	254281
570	324900	185193000	23,8747	8,2913	2,75587	1,75439	1790,7	255176
571	326041	186169411	23,8956	8,2962	2,75664	1,75131	1793,9	256072
572	327184	187149248	23,9165	8,3010	2,75740	1,74825	1797,0	256970
573	328329	188132517	23,9374	8,3059	2,75815	1,74520	1800,1	257869
574	329476	189119224	23,9583	8,3107	2,75891	1,74216	1803,3	258770
575	330625	190109375	23,9792	8,3155	2,75967	1,73913	1806,4	259672
576	331776	191102976	24,0000	8,3203	2,76042	1,73611	1809,6	260576
577	332929	192100033	24,0208	8,3251	2,76118	1,73310	1812,7	261482
578	334084	193100552	24,0416	8,3300	2,76193	1,73010	1815,8	262389
579	335241	194104539	24,0624	8,3348	2,76268	1,72712	1819,0	263298
580	336400	195112000	24,0832	8,3396	2,76343	1,72414	1822,1	264208
581	337561	196122941	24,1039	8,3443	2,76418	1,72117	1825,3	265120
582	338724	197137368	24,1247	8,3491	2,76492	1,71821	1828,4	266033
583	339889	198155287	24,1454	8,3539	2,76567	1,71527	1831,6	266948
584	341056	199176704	24,1661	8,3587	2,76641	1,71233	1834,7	267865
585	342225	200201625	24,1868	8,3634	2,76716	1,70940	1837,8	268783
586	343396	201230056	24,2074	8,3682	2,76790	1,70649	1841,0	269701
587	344569	202262003	24,2281	8,3730	2,76864	1,70358	1844,1	270624
588	345744	203297472	24,2487	8,3777	2,76938	1,70068	1847,3	271547
589	346921	204336469	24,2693	8,3825	2,77012	1,69779	1850,4	272471
590	348100	205379000	24,2899	8,3872	2,77085	1,69492	1853,5	273397
591	349281	206425071	24,3105	8,3919	2,77159	1,69205	1856,7	274325
592	350464	207474688	24,3311	8,3967	2,77232	1,68919	1859,8	275254
593	351649	208527857	24,3516	8,4014	2,77305	1,68634	1863,0	276184
594	352836	209584584	24,3721	8,4061	2,77379	1,68350	1866,1	277117
595	354025	210644875	24,3926	8,4108	2,77452	1,68067	1869,3	278051
596	355216	211708736	24,4131	8,4155	2,77525	1,67785	1872,4	278986
597	356409	212776173	24,4336	8,4202	2,77597	1,67504	1875,5	279923
598	357604	213847192	24,4540	8,4249	2,77670	1,67224	1878,7	280862
599	358801	214921799	24,4745	8,4296	2,77743	1,66945	1881,8	281802
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	2,77815	1,66667	1885,0	282743

600—650

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	2,77815	1,66667	1885,0	282743
601	361201	217081801	24,5153	8,4390	2,77887	1,66389	1888,1	283687
602	362404	218167208	24,5357	8,4437	2,77960	1,66113	1891,2	284631
603	363609	219256227	24,5561	8,4484	2,78032	1,65837	1894,4	285578
604	364816	220348864	24,5764	8,4530	2,78104	1,65563	1897,5	286526
605	366025	221445125	24,5967	8,4577	2,78176	1,65289	1900,7	287475
606	367236	222545016	24,6171	8,4623	2,78247	1,65017	1903,8	288426
607	368449	223648543	24,6374	8,4670	2,78319	1,64745	1907,0	289379
608	369664	224755712	24,6577	8,4716	2,78390	1,64474	1910,1	290333
609	370881	225866529	24,6779	8,4763	2,78462	1,64204	1913,2	291289
610	372100	226981000	24,6982	8,4809	2,78533	1,63934	1916,4	292247
611	373321	228099131	24,7184	8,4856	2,78604	1,63666	1919,5	293206
612	374544	229220928	24,7386	8,4902	2,78675	1,63399	1922,7	294166
613	375769	230346397	24,7588	8,4948	2,78746	1,63132	1925,8	295128
614	376996	231475544	24,7790	8,4994	2,78817	1,62866	1928,9	296092
615	378225	232608375	24,7992	8,5040	2,78888	1,62602	1932,1	297057
616	379456	233744896	24,8193	8,5086	2,78958	1,62338	1935,2	298024
617	380689	234885113	24,8395	8,5132	2,79029	1,62075	1938,4	298992
618	381924	236029032	24,8596	8,5178	2,79099	1,61812	1941,5	299962
619	383161	237176659	24,8797	8,5224	2,79169	1,61551	1944,7	300934
620	384400	238328000	24,8998	8,5270	2,79239	1,61290	1947,8	301907
621	385641	239483061	24,9199	8,5316	2,79309	1,61031	1950,9	302882
622	386884	240641848	24,9399	8,5362	2,79379	1,60772	1954,1	303858
623	388129	241804367	24,9600	8,5408	2,79449	1,60514	1957,2	304836
624	389376	242970624	24,9800	8,5453	2,79518	1,60256	1960,4	305815
625	390625	244140625	25,0000	8,5499	2,79588	1,60000	1963,5	306796
626	391876	245314376	25,0200	8,5544	2,79657	1,59744	1966,6	307779
627	393129	246491883	25,0400	8,5590	2,79727	1,59490	1969,8	308763
628	394384	247673152	25,0599	8,5635	2,79796	1,59236	1972,9	309748
629	395641	248858189	25,0799	8,5681	2,79865	1,58983	1976,1	310736
630	396900	250047000	25,0998	8,5726	2,79934	1,58730	1979,2	311725
631	398161	251239591	25,1197	8,5772	2,80003	1,58479	1982,4	312715
632	399424	252435968	25,1396	8,5817	2,80072	1,58228	1985,5	313707
633	400689	253636137	25,1595	8,5862	2,80140	1,57978	1988,6	314700
634	401956	254840104	25,1794	8,5907	2,80209	1,57729	1991,8	315696
635	403225	256047875	25,1992	8,5952	2,80277	1,57480	1994,9	316692
636	404496	257259456	25,2190	8,5997	2,80346	1,57233	1998,1	317690
637	405769	258474853	25,2389	8,6043	2,80414	1,56986	2001,2	318690
638	407044	259694072	25,2587	8,6088	2,80482	1,56740	2004,3	319692
639	408321	260917119	25,2784	8,6132	2,80550	1,56495	2007,5	320695
640	409600	262144000	25,2982	8,6177	2,80618	1,56250	2010,6	321699
641	410881	263374721	25,3180	8,6222	2,80686	1,56006	2013,8	322705
642	412164	264609288	25,3377	8,6267	2,80754	1,55763	2016,9	323713
643	413449	265847707	25,3574	8,6312	2,80821	1,55521	2020,0	324722
644	414736	267089984	25,3772	8,6357	2,80889	1,55280	2023,2	325733
645	416025	268336125	25,3969	8,6401	2,80956	1,55039	2026,3	326745
646	417316	269586136	25,4165	8,6446	2,81023	1,54799	2029,5	327759
647	418609	270840023	25,4362	8,6490	2,81090	1,54560	2032,6	328775
648	419904	272097792	25,4558	8,6535	2,81158	1,54321	2035,8	329792
649	421201	273359449	25,4755	8,6579	2,81224	1,54083	2038,9	330810
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	2,81291	1,53846	2042,0	331831

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

650—700

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	2,81291	1,53846	2042,0	331831
651	423801	275894451	25,5147	8,6668	2,81358	1,53610	2045,2	332853
652	425104	277167808	25,5343	8,6713	2,81425	1,53374	2048,3	333876
653	426409	278445077	25,5539	8,6757	2,81491	1,53139	2051,5	334901
654	427716	279726264	25,5734	8,6801	2,81558	1,52905	2054,6	335927
655	429025	281011375	25,5930	8,6845	2,81624	1,52672	2057,7	336955
656	430336	282300416	25,6125	8,6890	2,81690	1,52439	2060,9	337985
657	431649	283593393	25,6320	8,6934	2,81757	1,52207	2064,0	339016
658	432964	284890312	25,6515	8,6978	2,81823	1,51976	2067,2	340049
659	434281	286191179	25,6710	8,7022	2,81889	1,51745	2070,3	341084
660	435600	287496000	25,6905	8,7066	2,81954	1,51515	2073,5	342119
661	436921	288804781	25,7099	8,7110	2,82020	1,51286	2076,6	343157
662	438244	290117528	25,7294	8,7154	2,82086	1,51057	2079,7	344196
663	439569	291434247	25,7488	8,7198	2,82151	1,50830	2082,9	345237
664	440896	292754944	25,7682	8,7241	2,82217	1,50602	2086,0	346279
665	442225	294079625	25,7876	8,7285	2,82282	1,50376	2089,2	347323
666	443556	295408296	25,8070	8,7329	2,82347	1,50150	2092,3	348368
667	444889	296740963	25,8263	8,7373	2,82413	1,49925	2095,4	349415
668	446224	298077632	25,8457	8,7416	2,82478	1,49701	2098,6	350464
669	447561	299418309	25,8650	8,7460	2,82543	1,49477	2101,7	351514
670	448900	300763000	25,8844	8,7503	2,82607	1,49254	2104,9	352565
671	450241	302111711	25,9037	8,7547	2,82672	1,49031	2108,0	353618
672	451584	303464448	25,9230	8,7590	2,82737	1,48810	2111,2	354673
673	452929	304821217	25,9422	8,7634	2,82802	1,48588	2114,3	355730
674	454276	306182024	25,9615	8,7677	2,82866	1,48368	2117,4	356788
675	455625	307546875	25,9808	8,7721	2,82930	1,48148	2120,6	357847
676	456976	308915776	26,0000	8,7764	2,82995	1,47929	2123,7	358908
677	458329	310288733	26,0192	8,7807	2,83059	1,47711	2126,9	359971
678	459684	311665752	26,0384	8,7850	2,83123	1,47493	2130,0	361035
679	461041	313046839	26,0576	8,7893	2,83187	1,47275	2133,1	362101
680	462400	314432000	26,0768	8,7937	2,83251	1,47059	2136,3	363168
681	463761	315821241	26,0960	8,7980	2,83315	1,46843	2139,4	364237
682	465124	317214568	26,1151	8,8023	2,83378	1,46628	2142,6	365308
683	466489	318611987	26,1343	8,8066	2,83442	1,46413	2145,7	366380
684	467856	320013504	26,1534	8,8109	2,83506	1,46199	2148,9	367453
685	469225	321419125	26,1725	8,8152	2,83569	1,45985	2152,0	368528
686	470596	322828856	26,1916	8,8194	2,83632	1,45773	2155,1	369605
687	471969	324242703	26,2107	8,8237	2,83696	1,45560	2158,3	370684
688	473344	325660672	26,2298	8,8280	2,83759	1,45349	2161,4	371764
689	474721	327082769	26,2488	8,8323	2,83822	1,45138	2164,6	372845
690	476100	328509000	26,2679	8,8366	2,83885	1,44928	2167,7	373928
691	477481	329939371	26,2869	8,8408	2,83948	1,44718	2170,8	375013
692	478864	331373888	26,3059	8,8451	2,84011	1,44509	2174,0	376099
693	480249	332812557	26,3249	8,8493	2,84073	1,44300	2177,1	377187
694	481636	334255384	26,3439	8,8536	2,84136	1,44092	2180,3	378276
695	483025	335702375	26,3629	8,8578	2,84198	1,43885	2183,4	379367
696	484416	337153536	26,3818	8,8621	2,84261	1,43678	2186,6	380459
697	485809	338608873	26,4008	8,8663	2,84323	1,43472	2189,7	381554
698	487204	340068392	26,4197	8,8706	2,84386	1,43267	2192,8	382649
699	488601	341532099	26,4386	8,8748	2,84448	1,43062	2196,0	383746
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	2,84510	1,42857	2199,1	384845

700—750

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	2,84510	1,42857	2199,1	384845
701	491401	344472101	26,4764	8,8833	2,84572	1,42653	2202,3	385945
702	492804	345948408	26,4953	8,8875	2,84634	1,42450	2205,4	387047
703	494209	347428927	26,5141	8,8917	2,84696	1,42248	2208,5	388151
704	495616	348913664	26,5330	8,8959	2,84757	1,42046	2211,7	389256
705	497025	350402625	26,5518	8,9001	2,84819	1,41844	2214,8	390363
706	498436	351895816	26,5707	8,9043	2,84880	1,41643	2218,0	391471
707	499849	353393243	26,5895	8,9085	2,84942	1,41443	2221,1	392580
708	501264	354894912	26,6083	8,9127	2,85003	1,41243	2224,3	393692
709	502681	356400829	26,6271	8,9169	2,85065	1,41044	2227,4	394805
710	504100	357911000	26,6458	8,9211	2,85126	1,40845	2230,5	395919
711	505521	359425431	26,6646	8,9253	2,85187	1,40647	2233,7	397035
712	506944	360944128	26,6833	8,9295	2,85248	1,40449	2236,8	398153
713	508369	362467097	26,7021	8,9337	2,85309	1,40253	2240,0	399272
714	509796	363994344	26,7208	8,9378	2,85370	1,40056	2243,1	400393
715	511225	365525875	26,7395	8,9420	2,85431	1,39860	2246,2	401515
716	512656	367061696	26,7582	8,9462	2,85491	1,39665	2249,4	402639
717	514089	368601813	26,7769	8,9503	2,85552	1,39470	2252,5	403765
718	515524	370146232	26,7955	8,9545	2,85612	1,39276	2255,7	404892
719	516961	371694959	26,8142	8,9587	2,85673	1,39082	2258,8	406020
720	518400	373248000	26,8328	8,9628	2,85733	1,38889	2261,9	407150
721	519841	374805361	26,8514	8,9670	2,85794	1,38696	2265,1	408282
722	521284	376367048	26,8701	8,9711	2,85854	1,38504	2268,2	409416
723	522729	377933067	26,8887	8,9752	2,85914	1,38313	2271,4	410550
724	524176	379503424	26,9072	8,9794	2,85974	1,38122	2274,5	411687
725	525625	381078125	26,9258	8,9835	2,86034	1,37931	2277,7	412825
726	527076	382657176	26,9444	8,9876	2,86094	1,37741	2280,8	413965
727	528529	384240583	26,9629	8,9918	2,86153	1,37552	2283,9	415106
728	529984	385828352	26,9815	8,9959	2,86213	1,37363	2287,1	416248
729	531441	387420489	27,0000	9,0000	2,86273	1,37174	2290,2	417393
730	532900	389017000	27,0185	9,0041	2,86332	1,36986	2293,4	418539
731	534361	390617891	27,0370	9,0082	2,86392	1,36799	2296,5	419686
732	535824	392223168	27,0555	9,0123	2,86451	1,36612	2299,7	420835
733	537289	393832837	27,0740	9,0164	2,86510	1,36426	2302,8	421986
734	538756	395446904	27,0924	9,0205	2,86570	1,36240	2305,9	423138
735	540225	397065375	27,1109	9,0246	2,86629	1,36054	2309,1	424293
736	541696	398688256	27,1293	9,0287	2,86688	1,35870	2312,2	425448
737	543169	400315553	27,1477	9,0328	2,86747	1,35685	2315,4	426604
738	544644	401947272	27,1662	9,0369	2,86806	1,35501	2318,5	427762
739	546121	403583419	27,1846	9,0410	2,86864	1,35318	2321,6	428922
740	547600	405224000	27,2029	9,0450	2,86923	1,35135	2324,8	430084
741	549081	406869021	27,2213	9,0491	2,86982	1,34953	2327,9	431247
742	550564	408518488	27,2397	9,0532	2,87040	1,34771	2331,1	432412
743	552049	410172407	27,2580	9,0572	2,87099	1,34590	2334,2	433578
744	553536	411830784	27,2764	9,0613	2,87157	1,34409	2337,3	434746
745	555025	413493625	27,2947	9,0654	2,87216	1,34228	2340,5	435916
746	556516	415160936	27,3130	9,0694	2,87274	1,34048	2343,6	437087
747	558009	416832723	27,3313	9,0735	2,87332	1,33869	2346,8	438259
748	559504	418508992	27,3496	9,0775	2,87390	1,33690	2349,9	439433
749	561001	420189749	27,3679	9,0816	2,87448	1,33511	2353,1	440609
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	2,87506	1,33333	2356,2	441786

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

750—800

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	2,87506	1,33333	2356,2	441786
751	564001	423564751	27,4044	9,0896	2,87564	1,33156	2359,3	442965
752	565504	425259008	27,4226	9,0937	2,87622	1,32979	2362,5	444146
753	567009	426957777	27,4408	9,0977	2,87679	1,32802	2365,6	445328
754	568516	428661064	27,4591	9,1017	2,87737	1,32626	2368,8	446511
755	570025	430368875	27,4773	9,1057	2,87795	1,32450	2371,9	447697
756	571536	432081216	27,4955	9,1098	2,87852	1,32275	2375,0	448883
757	573049	433798093	27,5136	9,1138	2,87910	1,32100	2378,2	450072
758	574564	435519512	27,5318	9,1178	2,87967	1,31926	2381,3	451262
759	576081	437245479	27,5500	9,1218	2,88024	1,31752	2384,5	452453
760	577600	438976000	27,5681	9,1258	2,88081	1,31579	2387,6	453646
761	579121	440711081	27,5862	9,1298	2,88138	1,31406	2390,8	454841
762	580644	442450728	27,6043	9,1338	2,88195	1,31234	2393,9	456037
763	582169	444194947	27,6225	9,1378	2,88252	1,31062	2397,0	457234
764	583696	445943744	27,6405	9,1418	2,88309	1,30890	2400,2	458434
765	585225	447697125	27,6586	9,1458	2,88366	1,30719	2403,3	459635
766	586756	449455096	27,6767	9,1498	2,88423	1,30548	2406,5	460837
767	588289	451217663	27,6948	9,1537	2,88480	1,30378	2409,6	462041
768	589824	452984832	27,7128	9,1577	2,88536	1,30208	2412,7	463247
769	591361	454756609	27,7308	9,1617	2,88593	1,30039	2415,9	464454
770	592900	456533000	27,7489	9,1657	2,88649	1,29870	2419,0	465663
771	594441	458314011	27,7669	9,1696	2,88705	1,29702	2422,2	466873
772	595984	460099648	27,7849	9,1736	2,88762	1,29534	2425,3	468085
773	597529	461889917	27,8029	9,1775	2,88818	1,29366	2428,5	469298
774	599076	463684824	27,8209	9,1815	2,88874	1,29199	2431,6	470513
775	600625	465484375	27,8388	9,1855	2,88930	1,29032	2434,7	471730
776	602176	467288576	27,8568	9,1894	2,88986	1,28866	2437,9	472948
777	603729	469097433	27,8747	9,1933	2,89042	1,28700	2441,0	474168
778	605284	470910952	27,8927	9,1973	2,89098	1,28535	2444,2	475389
779	606841	472729139	27,9106	9,2012	2,89154	1,28370	2447,3	476612
780	608400	474552000	27,9285	9,2052	2,89209	1,28205	2450,4	477836
781	609961	476379541	27,9464	9,2091	2,89265	1,28041	2453,6	479062
782	611524	478211768	27,9643	9,2130	2,89321	1,27877	2456,7	480290
783	613089	480048687	27,9821	9,2170	2,89376	1,27714	2459,9	481519
784	614656	481890304	28,0000	9,2209	2,89432	1,27551	2463,0	482750
785	616225	483736625	28,0179	9,2248	2,89487	1,27389	2466,2	483982
786	617796	485587656	28,0357	9,2287	2,89542	1,27226	2469,3	485216
787	619369	487443403	28,0535	9,2326	2,89597	1,27065	2472,4	486451
788	620944	489303872	28,0713	9,2365	2,89653	1,26904	2475,6	487688
789	622521	491169069	28,0891	9,2404	2,89708	1,26743	2478,7	488927
790	624100	493039000	28,1069	9,2443	2,89763	1,26582	2481,9	490167
791	625681	494913671	28,1247	9,2482	2,89818	1,26422	2485,0	491409
792	627264	496793088	28,1425	9,2521	2,89873	1,26263	2488,1	492652
793	628849	498677257	28,1603	9,2560	2,89927	1,26103	2491,3	493897
794	630436	500566184	28,1780	9,2599	2,89982	1,25945	2494,4	495143
795	632025	502459875	28,1957	9,2638	2,90037	1,25786	2497,6	496391
796	633616	504358336	28,2135	9,2677	2,90091	1,25628	2500,7	497641
797	635209	506261573	28,2312	9,2716	2,90146	1,25471	2503,8	498892
798	636804	508169592	28,2489	9,2754	2,90200	1,25313	2507,0	500145
799	638401	510082399	28,2666	9,2793	2,90255	1,25156	2510,1	501399
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	2,90309	1,25000	2513,3	502655

800—850

L. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	2,90309	1,25000	2513,3	502655
801	641601	513922401	28,3019	9,2870	2,90363	1,24844	2516,4	503912
802	643204	515849608	28,3196	9,2909	2,90417	1,24688	2519,6	505171
803	644809	517781627	28,3373	9,2948	2,90472	1,24533	2522,7	506432
804	646416	519718464	28,3549	9,2986	2,90526	1,24378	2525,8	507694
805	648025	521660125	28,3725	9,3025	2,90580	1,24224	2529,0	508958
806	649636	523606616	28,3901	9,3063	2,90634	1,24069	2532,1	510223
807	651249	525557943	28,4077	9,3102	2,90687	1,23916	2535,3	511490
808	652864	527514112	28,4253	9,3140	2,90741	1,23762	2538,4	512758
809	654481	529475129	28,4429	9,3179	2,90795	1,23609	2541,5	514028
810	656100	531441000	28,4605	9,3217	2,90849	1,23457	2544,7	515300
811	657721	533411731	28,4781	9,3255	2,90902	1,23305	2547,8	516573
812	659344	535387328	28,4956	9,3294	2,90956	1,23153	2551,0	517848
813	660969	537367797	28,5132	9,3332	2,91009	1,23001	2554,1	519124
814	662596	539353144	28,5307	9,3370	2,91062	1,22850	2557,3	520402
815	664225	541343375	28,5482	9,3408	2,91116	1,22699	2560,4	521681
816	665856	543338496	28,5657	9,3447	2,91169	1,22549	2563,5	522962
817	667489	545338513	28,5832	9,3485	2,91222	1,22399	2566,7	524245
818	669124	547343432	28,6007	9,3523	2,91275	1,22249	2569,8	525529
819	670761	549353259	28,6182	9,3561	2,91328	1,22100	2573,0	526814
820	672400	551368000	28,6356	9,3599	2,91381	1,21951	2576,1	528102
821	674041	553387661	28,6531	9,3637	2,91434	1,21803	2579,2	529391
822	675684	555412248	28,6705	9,3675	2,91487	1,21655	2582,4	530681
823	677329	557441767	28,6880	9,3713	2,91540	1,21507	2585,5	531972
824	678976	559476224	28,7054	9,3751	2,91593	1,21359	2588,7	533267
825	680625	561515625	28,7228	9,3789	2,91645	1,21212	2591,8	534562
826	682276	563559976	28,7402	9,3827	2,91698	1,21065	2595,0	535858
827	683929	565609283	28,7576	9,3865	2,91751	1,20919	2598,1	537157
828	685584	567663552	28,7750	9,3902	2,91803	1,20773	2601,2	538456
829	687241	569722789	28,7924	9,3940	2,91855	1,20627	2604,4	539758
830	688900	571787000	28,8097	9,3978	2,91908	1,20482	2607,5	541061
831	690561	573856191	28,8271	9,4016	2,91960	1,20337	2610,7	542365
832	692224	575930368	28,8444	9,4053	2,92012	1,20192	2613,8	543671
833	693889	578009537	28,8617	9,4091	2,92065	1,20048	2616,9	544979
834	695556	580093704	28,8791	9,4129	2,92117	1,19904	2620,1	546288
835	697225	582182875	28,8964	9,4166	2,92169	1,19760	2623,2	547599
836	698896	584277056	28,9137	9,4204	2,92221	1,19617	2626,4	548912
837	700569	586376253	28,9310	9,4241	2,92273	1,19474	2629,5	550226
838	702244	588480472	28,9482	9,4279	2,92324	1,19332	2632,7	551541
839	703921	590589719	28,9655	9,4316	2,92376	1,19189	2635,8	552858
840	705600	592704000	28,9828	9,4354	2,92428	1,19048	2638,9	554177
841	707281	594823321	29,0000	9,4391	2,92480	1,18906	2642,1	555497
842	708964	596947688	29,0172	9,4429	2,92531	1,18765	2645,2	556819
843	710649	599077107	29,0345	9,4466	2,92583	1,18624	2648,4	558142
844	712336	601211584	29,0517	9,4503	2,92634	1,18483	2651,5	559467
845	714025	603351125	29,0689	9,4541	2,92686	1,18343	2654,6	560794
846	715716	605495736	29,0861	9,4578	2,92737	1,18203	2657,8	562122
847	717409	607645423	29,1033	9,4615	2,92788	1,18064	2660,9	563452
848	719104	609800192	29,1204	9,4652	2,92840	1,17925	2664,1	564783
849	720801	611960049	29,1376	9,4690	2,92891	1,17786	2667,2	566116
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	2,92942	1,17647	2670,4	567450

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

850—900

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	$1000 \cdot \frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	2,92942	1,17647	2670,4	567450
851	724201	616295051	29,1719	9,4764	2,92993	1,17609	2673,5	568786
852	725904	618470208	29,1890	9,4801	2,93044	1,17371	2676,6	570124
853	727609	620650477	29,2062	9,4838	2,93095	1,17233	2679,8	571463
854	729316	622835864	29,2233	9,4875	2,93146	1,17096	2682,9	572803
855	731025	625026375	29,2404	9,4912	2,93197	1,16959	2686,1	574146
856	732736	627222016	29,2575	9,4949	2,93247	1,16822	2689,2	575490
857	734449	629422793	29,2746	9,4986	2,93298	1,16686	2692,3	576835
858	736164	631628712	29,2916	9,5023	2,93349	1,16550	2695,5	578182
859	737881	633839779	29,3087	9,5060	2,93399	1,16414	2698,6	579530
860	739600	636056000	29,3258	9,5097	2,93450	1,16279	2701,8	580880
861	741321	638277381	29,3428	9,5134	2,93500	1,16144	2704,9	582232
862	743044	640503928	29,3598	9,5171	2,93551	1,16009	2708,1	583585
863	744769	642735647	29,3769	9,5207	2,93601	1,15875	2711,2	584940
864	746496	644972544	29,3939	9,5244	2,93651	1,15741	2714,3	586297
865	748225	647214625	29,4109	9,5281	2,93702	1,15607	2717,5	587655
866	749956	649461896	29,4279	9,5317	2,93752	1,15473	2720,6	589014
867	751689	651714363	29,4449	9,5354	2,93802	1,15340	2723,8	590375
868	753424	653972032	29,4618	9,5391	2,93852	1,15207	2726,9	591738
869	755161	656234909	29,4788	9,5427	2,93902	1,15075	2730,0	593102
870	756900	658503000	29,4958	9,5464	2,93952	1,14943	2733,2	594468
871	758641	660776311	29,5127	9,5501	2,94002	1,14811	2736,3	595835
872	760384	663054848	29,5296	9,5537	2,94052	1,14679	2739,5	597204
873	762129	665338617	29,5466	9,5574	2,94101	1,14548	2742,6	598575
874	763876	667627624	29,5635	9,5610	2,94151	1,14416	2745,8	599947
875	765625	669921875	29,5804	9,5647	2,94201	1,14286	2748,9	601320
876	767376	672221376	29,5973	9,5683	2,94250	1,14155	2752,0	602696
877	769129	674526133	29,6142	9,5719	2,94300	1,14025	2755,2	604073
878	770884	676836152	29,6311	9,5756	2,94349	1,13895	2758,3	605451
879	772641	679151439	29,6479	9,5792	2,94399	1,13766	2761,5	606831
880	774400	681472000	29,6648	9,5828	2,94448	1,13636	2764,6	608212
881	776161	683797841	29,6816	9,5865	2,94498	1,13507	2767,7	609595
882	777924	686128968	29,6985	9,5901	2,94547	1,13379	2770,9	610980
883	779689	688465387	29,7153	9,5937	2,94596	1,13250	2774,0	612366
884	781456	690807104	29,7321	9,5973	2,94645	1,13122	2777,2	613754
885	783225	693154125	29,7489	9,6010	2,94694	1,12994	2780,3	615143
886	784996	695506456	29,7658	9,6046	2,94743	1,12867	2783,5	616534
887	786769	697864103	29,7825	9,6082	2,94792	1,12740	2786,6	617927
888	788544	700227072	29,7993	9,6118	2,94841	1,12613	2789,7	619321
889	790321	702595369	29,8161	9,6154	2,94890	1,12486	2792,9	620717
890	792100	704969000	29,8329	9,6190	2,94939	1,12360	2796,0	622114
891	793881	707347971	29,8496	9,6226	2,94988	1,12233	2799,2	623513
892	795664	709732288	29,8664	9,6262	2,95036	1,12108	2802,3	624913
893	797449	712121957	29,8831	9,6298	2,95085	1,11982	2805,4	626315
894	799236	714516984	29,8998	9,6334	2,95134	1,11857	2808,6	627718
895	801025	716917375	29,9166	9,6370	2,95182	1,11732	2811,7	629124
896	802816	719323136	29,9333	9,6406	2,95231	1,11607	2814,9	630530
897	804609	721734273	29,9500	9,6442	2,95279	1,11483	2818,0	631938
898	806404	724150792	29,9666	9,6477	2,95328	1,11359	2821,2	633348
899	808201	726572699	29,9833	9,6513	2,95376	1,11235	2824,3	634760
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	2,95424	1,11111	2827,4	636173

900—950

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

n	n ²	n ³	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	2,95424	1,11111	2827,4	636173
901	811801	731432701	30,0167	9,6585	2,95472	1,10988	2830,6	637587
902	813604	733870808	30,0333	9,6620	2,95521	1,10865	2833,7	639003
903	815409	736314327	30,0500	9,6656	2,95569	1,10742	2836,9	640421
904	817216	738763264	30,0666	9,6692	2,95617	1,10619	2840,0	641840
905	819025	741217625	30,0832	9,6727	2,95665	1,10497	2843,1	643261
906	820836	743677416	30,0998	9,6763	2,95713	1,10375	2846,3	644683
907	822649	746142643	30,1164	9,6799	2,95761	1,10254	2849,4	646107
908	824464	748613312	30,1330	9,6834	2,95809	1,10132	2852,6	647533
909	826281	751089429	30,1496	9,6870	2,95856	1,10011	2855,7	648960
910	828100	753571000	30,1662	9,6905	2,95904	1,09890	2858,8	650388
911	829921	756058031	30,1828	9,6941	2,95952	1,09769	2862,0	651818
912	831744	758550528	30,1993	9,6976	2,95999	1,09649	2865,1	653250
913	833569	761048497	30,2159	9,7012	2,96047	1,09529	2868,3	654684
914	835396	763551944	30,2324	9,7047	2,96095	1,09409	2871,4	656118
915	837225	766060875	30,2490	9,7082	2,96142	1,09290	2874,6	657555
916	839056	768575296	30,2655	9,7118	2,96190	1,09170	2877,7	658993
917	840889	771095213	30,2820	9,7153	2,96237	1,09051	2880,8	660433
918	842724	773620632	30,2985	9,7188	2,96284	1,08932	2884,0	661874
919	844561	776151559	30,3150	9,7224	2,96332	1,08814	2887,1	663317
920	846400	778688000	30,3315	9,7259	2,96379	1,08696	2890,3	664761
921	848241	781229961	30,3480	9,7294	2,96426	1,08578	2893,4	666207
922	850084	783777448	30,3645	9,7329	2,96473	1,08460	2896,5	667654
923	851929	786330467	30,3809	9,7364	2,96520	1,08342	2899,7	669103
924	853776	788889024	30,3974	9,7400	2,96567	1,08225	2902,8	670554
925	855625	791453125	30,4138	9,7435	2,96614	1,08108	2906,0	672006
926	857476	794022776	30,4302	9,7470	2,96661	1,07991	2909,1	673460
927	859329	796597983	30,4467	9,7505	2,96708	1,07875	2912,3	674915
928	861184	799178752	30,4631	9,7540	2,96755	1,07759	2915,4	676372
929	863041	801765089	30,4795	9,7575	2,96802	1,07643	2918,5	677831
930	864900	804357000	30,4959	9,7610	2,96848	1,07527	2921,7	679291
931	866761	806954491	30,5123	9,7645	2,96895	1,07411	2924,8	680752
932	868624	809557568	30,5287	9,7680	2,96942	1,07296	2928,0	682216
933	870489	812166237	30,5450	9,7715	2,96988	1,07181	2931,1	683680
934	872356	814780504	30,5614	9,7750	2,97035	1,07066	2934,2	685147
935	874225	817400375	30,5778	9,7785	2,97081	1,06952	2937,4	686615
936	876096	820025856	30,5941	9,7819	2,97128	1,06838	2940,5	688084
937	877969	822656953	30,6105	9,7854	2,97174	1,06724	2943,7	689555
938	879844	825293672	30,6268	9,7889	2,97220	1,06610	2946,8	691028
939	881721	827936019	30,6431	9,7924	2,97267	1,06496	2950,0	692502
940	883600	830584000	30,6594	9,7959	2,97313	1,06383	2953,1	693978
941	885481	833237621	30,6757	9,7993	2,97359	1,06270	2956,2	695455
942	887364	835896888	30,6920	9,8028	2,97405	1,06157	2959,4	696934
943	889249	838561807	30,7083	9,8063	2,97451	1,06045	2962,5	698415
944	891136	841232384	30,7246	9,8097	2,97497	1,05932	2965,7	699897
945	893025	843908625	30,7409	9,8132	2,97543	1,05820	2968,8	701380
946	894916	846590536	30,7571	9,8167	2,97589	1,05708	2971,9	702865
947	896809	849278123	30,7734	9,8201	2,97635	1,05597	2975,1	704352
948	898704	851971392	30,7896	9,8236	2,97681	1,05485	2978,2	705840
949	900601	854670349	30,8058	9,8270	2,97727	1,05374	2981,4	707330
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	2,97772	1,05263	2984,5	708822

I. Tabelle der Potenzen, Wurzeln etc.

950—999

n	n²	n³	√n	∛n	log n	1000 · $\frac{1}{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	2,97772	1,05263	2984,5	708822
951	904401	860085351	30,8383	9,8339	2,97818	1,05152	2987,7	710315
952	906304	862801408	30,8545	9,8374	2,97864	1,05042	2990,8	711809
953	908209	865523177	30,8707	9,8408	2,97909	1,04932	2993,9	713306
954	910116	868250664	30,8869	9,8443	2,97955	1,04822	2997,1	714803
955	912025	870983875	30,9031	9,8477	2,98000	1,04712	3000,2	716303
956	913936	873722816	30,9192	9,8511	2,98046	1,04603	3003,4	717804
957	915849	876467493	30,9354	9,8546	2,98091	1,04493	3006,5	719306
958	917764	879217912	30,9516	9,8580	2,98137	1,04384	3009,6	720810
959	919681	881974079	30,9677	9,8614	2,98182	1,04275	3012,8	722316
960	921600	884736000	30,9839	9,8648	2,98227	1,04167	3015,9	723823
961	923521	887503681	31,0000	9,8683	2,98272	1,04058	3019,1	725332
962	925444	890277128	31,0161	9,8717	2,98318	1,03950	3022,2	726842
963	927369	893056347	31,0322	9,8751	2,98363	1,03842	3025,4	728354
964	929296	895841344	31,0483	9,8785	2,98408	1,03734	3028,5	729867
965	931225	898632125	31,0644	9,8819	2,98453	1,03627	3031,6	731382
966	933156	901428696	31,0805	9,8854	2,98498	1,03520	3034,8	732899
967	935089	904231063	31,0966	9,8888	2,98543	1,03413	3037,9	734417
968	937024	907039232	31,1127	9,8922	2,98588	1,03306	3041,1	735937
969	938961	909853209	31,1288	9,8956	2,98632	1,03199	3044,2	737458
970	940900	912673000	31,1448	9,8990	2,98677	1,03093	3047,3	738981
971	942841	915498611	31,1609	9,9024	2,98722	1,02987	3050,5	740506
972	944784	918330048	31,1769	9,9058	2,98767	1,02881	3053,6	742032
973	946729	921167317	31,1929	9,9092	2,98811	1,02775	3056,8	743559
974	948676	924010424	31,2090	9,9126	2,98856	1,02669	3059,9	745088
975	950625	926859375	31,2250	9,9160	2,98900	1,02564	3063,1	746619
976	952576	929714176	31,2410	9,9194	2,98945	1,02459	3066,2	748151
977	954529	932574833	31,2570	9,9227	2,98989	1,02354	3069,3	749685
978	956484	935441352	31,2730	9,9261	2,99034	1,02249	3072,5	751221
979	958441	938313739	31,2890	9,9295	2,99078	1,02145	3075,6	752758
980	960400	941192000	31,3050	9,9329	2,99123	1,02041	3078,8	754296
981	962361	944076141	31,3209	9,9363	2,99167	1,01937	3081,9	755837
982	964324	946966168	31,3369	9,9396	2,99211	1,01833	3085,0	757378
983	966289	949862087	31,3528	9,9430	2,99255	1,01729	3088,2	758922
984	968256	952763904	31,3688	9,9464	2,99300	1,01626	3091,3	760466
985	970225	955671625	31,3847	9,9497	2,99344	1,01523	3094,5	762013
986	972196	958585256	31,4006	9,9531	2,99388	1,01420	3097,6	763561
987	974169	961504803	31,4166	9,9565	2,99432	1,01317	3100,8	765111
988	976144	964430272	31,4325	9,9598	2,99476	1,01215	3103,9	766662
989	978121	967361669	31,4484	9,9632	2,99520	1,01112	3107,0	768214
990	980100	970299000	31,4643	9,9666	2,99564	1,01010	3110,2	769769
991	982081	973242271	31,4802	9,9699	2,99607	1,00908	3113,3	771325
992	984064	976191488	31,4960	9,9733	2,99651	1,00806	3116,5	772882
993	986049	979146657	31,5119	9,9766	2,99695	1,00705	3119,6	774441
994	988036	982107784	31,5278	9,9800	2,99739	1,00604	3122,7	776002
995	990025	985074875	31,5436	9,9833	2,99782	1,00503	3125,9	777564
996	992016	988047936	31,5595	9,9866	2,99826	1,00402	3129,0	779128
997	994009	991026973	31,5753	9,9900	2,99870	1,00301	3132,2	780693
998	996004	994011992	31,5911	9,9933	2,99913	1,00200	3135,3	782260
999	998001	997002999	31,6070	9,9967	2,99957	1,00100	3138,5	783828

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	3
2. Zug- und Druckfestigkeit	6
3. Biegezugfestigkeit	11
a) Normalprofile für I-Eisen	29
b) Normalprofile für \bar{I} -Eisen	30
c) Eisenbahnschienenprofile	30
4. Trägheitsmomente und Widerstandsmomente verschiedener Querschnitts- flächen	39
5. Querschnitte von gleichem Widerstande	45
6. Träger von gleicher Biegezugfestigkeit	47
7. Abscherungs- oder Schubfestigkeit	54
8. Verdrehungs- oder Torsionsfestigkeit	58
9. Tabellen	62
Tabelle der Trägheits- und Widerstandsmomente	62
Belastungsfälle für einen Freitträger	64
Belastungsfälle für einen Träger auf zwei Stützen	65
Mittelwerte für verschiedene Materialien	66
Widerstand gegen Abscherung	66
Eigengewicht der Baumaterialien	67
Normal-Profile für gewalzte I-Träger	67
Hohl- und Vollsäulen	68
Spezifische Gewichte einiger Materialien	69
Zulässige Inanspruchnahme der Baumaterialien	70
10. Berechnung von I-Trägern für die häufigst vorkommenden Fälle	71
11. Säulenberechnung	72
12. Biegung und Torsion	79
13. Zusammengesetzte Festigkeit	80
14. Zug oder Druck mit Biegungen	80
15. Tabellen der Potenzen, Wurzeln u.	83

Verzeichnis technischer Ausdrücke der Festigkeitslehre.

(Die beige druckten Zahlen geben die Seitennummer an.)

- | | |
|---|---------------------------|
| A. | F. |
| Abscherung 69. | Flansche 38. |
| Auflageraktion 75. | Flächenelement 45, 71. |
| Ausdehnung 3, 12. | Flußeißen 18 b. |
| B. | Flußzahl 18 b. |
| Balancierachsen 68. | Formänderung 3. |
| Beanspruchung eines auf zwei Stützen
ruhenden Balkens 42. | G. |
| Belastet 31. | Gleichgewicht 21. |
| Belastungsfall 74. | Gußeisen 18 d. |
| Belastungsfälle für einen Freitträger 74. | H. |
| — für einen Träger auf zwei Stützen 75. | Hanf 18 k. |
| Berechnung von I-Trägern für die
häufigst vorkommenden Fälle 83. | Hohl- und Wollsäulen 80. |
| Biegemoment 27, 31, 32. | Horizontal Komponente 23. |
| Biegungs- oder relative Festigkeit 8 c., 66. | I. |
| Biegung und Torsion 105. | Kathete 32 |
| D. | Kiefernholz 18 m. |
| Dehnungs- oder Torsionsfestigkeit 8 e. | Knickfestigkeit 87. |
| Dimension 2. | Konjollager 64. |
| Draht 18 c. | Kontraktion 10. |
| Drehpunkt 23. | Kraft, äußere 4. |
| Drehrichtung 21. | — innere 4. |
| Druckkraft 15. | Kraftpaar 21, 37. |
| Druck- oder richtwirkende Festigkeit 6, 9. | Kran ausleger 102. |
| E. | Kreuzförmig 52. |
| Eichen- u. Buchenholz 18 e. | Kreuzpunkt 102. |
| Eigengewicht der Baumaterialien 78. | Kupfer 18 g. |
| Eisenbahnschienenprofile 41. | Kupferlegierung 18 h. |
| Eisenwellblech 18 c. | L. |
| Elastisch 5. | Last 28. |
| Elastischer Stab 10. | Leder 18 i. |
| Elastizität 3. | M. |
| Elastizitätsgrenze 6. | Material 2. |
| Elastizitätsmodul 13. | Messing 18 n. |

Mittelwerte 76.

Momentenfläche 33.

N.

Nietbolzen 70.

Nietung 70.

Normalprofilbuch für Walzeisen 38.

Normalprofile für L-Eisen 39, 79.

— für E-Eisen 40.

O.

Ordinate 42.

P.

Parabelpunkte 67.

Plattenstange 102.

Proportion 65.

Q.

Querschnittsfläche 45.

S.

Schub- oder Scherfestigkeit 8 d.

Schubfestigkeit 69.

Schubspannung 77.

Schweißeisen 18 a.

Schwerpunkt 35.

Sicherheitsgrad 100.

Spannung 31.

Spezifische Ausdehnung 12.

— Gewichte einiger wichtigen Mate-
rialien 81.

Spezifisches Gewicht 36.

Spezifische Spannung 69.

Stahlguß 18 f.

Steine 18 n.

T.

Tabelle der Trägheits- und Widerstands-
momente 73.

Tangentialspannungen 69.

Torsionsfestigkeit 71.

Trapez 38.

Trägheitsmoment 45, 47, 87.

Trägheitspolares 71.

U.

Verdrehungsfestigkeit 71.

Vertikale Strecke 32.

Vertikalkraft 33.

Vertikalkraftfläche 44.

W.

Widerstand gegen Absehung 69, 77.

Widerstandsmoment 25, 31.

Z.

Zerfnidung 104.

Zerreißen 18.

Zug oder Druck mit Biegung 109.

Zugfestigkeit oder absolute Festigkeit 8 a.

Zulässige Inanspruchnahme der Bau-
materialien 82.

Zusammengesetzte Festigkeit 8 f, 108.

Geologie.



Geologie.

Erstes Kapitel.

I. Einleitung.

1. Die **Astronomie** lehrt die Entwicklung der Weltkörper, ihre äußeren Verhältnisse, ihre Bahnen und Formen; die **astronomische Geographie** beschäftigt sich mit den Beziehungen der Erde zum Sonnensystem, zu den Planeten und Fixsternen.*) Die astronomische Geographie ist daher eine Unterabteilung der **Geographie** oder **Erdkunde**, welche alles wissenschaftliche Material umfaßt, das auf die Gestalt der Erde und ihre Stellung unter den anderen Weltkörpern, auf ihre Bestandteile und Bewohner Bezug hat.

2. Die **Meteorologie** behandelt die Lehre von der gasförmigen Umhüllung der festen Erde; sie ist daher ein Zweig der **physikalischen Geographie**, welche sich mit den physikalischen Vorgängen auf der Erde befaßt.

Die **politische Geographie** beschäftigt sich in erster Linie mit der Lehre von den Beziehungen der Erde zu den Menschen.

Die **Geologie** ermittelt die Zusammensetzung der festen Erdrinde nebst den Vorgängen bei der Entstehung derselben; sie ist daher auch eine Hilfswissenschaft der **Astronomie**.

3. Die zur Zeit allgemein als wissenschaftlich begründet anerkannte Theorie über die Entstehung des Sonnensystems ist diejenige des Königsberger Philosophen Kant und des französischen Astronomen Laplace; welche der erstere um die Mitte,

*) Anmerkung: Die Sonne ist ein Fixstern. Fixsterne ändern ihre Stellung zu einander nicht wesentlich; sie besitzen eigenes Licht. Planeten sind Wandelsterne. Die Sonne bildet mit ihren Planeten (Merkur, Venus, Erde, Mars u. s. w.) und den zu letzteren gehörenden Trabanten oder Monden das Sonnensystem.

der letztere gegen Ende des 18. Jahrhunderts erfann. Diese Theorie bezeichnet man als die **Kant-Laplacesche Theorie**.

Die genannten Gelehrten gingen von der Tatsache aus, daß alle Himmelskörper des Sonnensystems, welche sich um ihre Achse drehen, diese Drehung von Westen nach Osten ausführen. Aus diesem Grunde gehen Sonne und Mond und alle Gestirne für uns stets im Osten auf und im Westen unter, da wir uns ja auf dem in Drehung befindlichen Planeten Erde befinden. Alle Planeten drehen sich um die Sonne, und um die Planeten drehen sich die zu ihnen gehörenden Trabanten. Die Erde bewegt sich in elliptischer Umlaufbahn um die Sonne, und wenn dieselbe ihren Umlauf vollendet hat und zur gleichen Stelle ihrer Bahn zurückgekehrt ist, sagt man, daß ein Jahr verfloßen ist.

Die Umlaufrichtung aller Planeten und ihrer Trabanten ist dieselbe wie die ihrer Drehung um ihre eigene Achse. Ferner ist die Neigung, welche die Bahnen der Planeten gegen den Aequator der Sonne*) haben, eine nur geringe und weicht auch bei den verschiedenen Planeten wenig von einander ab. Endlich ist auch die Abweichung der elliptisch gestalteten Umlaufbahnen der Planeten von der Kreisform nur unbedeutend.

4. Die große Uebereinstimmung in der Form der Umlaufbahnen und die Bewegungsrichtung der Weltkörper veranlaßte die Gelehrten Kant und Laplace zu der Theorie, daß alle Bestandteile unseres Sonnensystems früher in einem gasförmigen Zustande einen Raum einnahmen, welcher die Grenzen unseres Sonnensystems weit überschritt. Die einzelnen Teile dieses Gasballes waren dem Gesetz der gegenseitigen Anziehung unterworfen; sie verdichteten sich unter ihrem Einfluß, vermehrten dabei die gegenseitige Anziehung und der ganze Gasball nahm eine Kreisbewegung an, deren Richtung der Umlaufrichtung der Planeten entsprach. Durch die Rotation entstand die Fliehkraft, welche in der Nähe des Aequators des Gasballes am stärksten war. Es mußte daher eine Abflachung des Gasballes an seinen Polen eintreten.

Bei der nun folgenden weiteren Verdichtung der Gasmasse wurde die Bewegung beschleunigt, da die früher mit größerer Geschwindigkeit am Aequator rotierenden Teile mehr nach dem Mittelpunkte der Kugel gelangten. Damit wurde wiederum die Fliehkraft größer und endlich überwand sie die Kraft der gegenseitigen Anziehung der Gasteilchen. Es bildete sich eine ringförmige Masse am Aequator (wie man sie ähnlich jetzt am Saturn beobachten kann); diese rotierte für sich, zerriß bei weiterer Geschwindigkeitszunahme und ballte sich zu einem abgetrennten Dunstball zusammen, an welchem sich die gleichen Vorgänge, wie die beschriebenen, wiederholten.

*) Anmerkung: Sonne, Erde und alle Planeten drehen sich um Achsen, deren Endpunkte man Pole nennt. Der Aequator jedes Himmelskörpers teilt diesen in eine nördliche und südliche Halbkugel; er besteht in einer Linie, die man sich in gleichem Abstände von beiden Polen um den Himmelskörper gezogen denkt.

5. Durch weitere Verdichtung infolge Wärmeabgabe an den Weltenraum trat ein Flüssigwerden und dann ein Festwerden der Masse ein.

Daß die Erde auch in flüssigem Zustande eine Kugelform annehmen mußte, wird durch die Tropfenbildung bewiesen. Läßt man eine kleine Menge Quecksilber auf einen Tisch fallen, dann wird sie in einzelne Tropfen von Kugelform zerteilt.

Einen weiteren Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung liefert ein Experiment mit einem Destropfen. Füllt man ein Glas mit Weingeist und Wasser von gleichem spezifischen Gewicht, wie das des Oels, dann kann man mittelst eines sogenannten Stechhebers einen Tropfen Oel in diese Mischung bringen. Dieser Tropfen läßt sich mittelst einer Stange, an welchem unten eine Scheibe befestigt ist, die in den Tropfen eintaucht, in Rotation bringen. Der Tropfen ändert nun bei der Drehung seine Form; er plattet an den Polen ab. Bei weiterer und rascherer Drehung trennt sich am Aequator des Tropfens ein Ring ab. Es zeigt sich hier also genau der gleiche Vorgang, wie man ihn für die weiche Erdmasse annimmt, als sie sich noch in feurig-flüssigem Zustande befand.

6. Daß die Erde sich in einem feurig-flüssigen Zustande befunden haben muß, wird durch eine Anzahl von Bestandteilen der Erde — wie Basalt, Lava und Granit — bewiesen, deren Struktur diese Tatsache erkennen läßt. Die Abkühlung erfolgte langsam. Man muß bei der Betrachtung dieses Entwicklungsvorganges der Erde mit Zeiträumen rechnen, welche unser Vorstellungsvermögen kaum ausdenken kann. Schon durch die Auffindung solcher Reste von Tieren und Pflanzen (Palmen), welche nur in warmem Klima gedeihen können, in solchen Gegenden, welche jetzt mit ewigem Eis bedeckt sind, wird bewiesen, daß hier vor vielen Jahrtausenden ein Klima geherrscht hat, welches eine weit höhere Temperatur hatte, als jetzt. Nur durch die Abnahme der Erdwärme und die weitere Erstarrung ihrer Kruste läßt sich diese Tatsache erklären.

7. Der Urstoff, aus welchem die Erde hervorgegangen ist, muß die gasförmigen Elemente aller Körper enthalten haben, die sich jetzt auf ihm finden. Im feurig-flüssigen Zustande traten diese Elemente zusammen und vereinigten sich zu chemischen Verbindungen; dabei bildete die zunehmende Verdichtung einen wesentlichen Faktor. In erster Linie spielten Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Kohle, Schwefel und die Metalle bei diesen Vorgängen eine Rolle. Es bildeten sich die Granitmassen unserer Gebirge, der kohlen-saure Kalk (Kalkstein und Kreide), die Tonerde u. s. w.; ferner vereinigte sich der Wasserstoff mit dem Sauerstoff zu Wasser, und unsere atmosphärische Luft entstand als ein Gemenge von Sauerstoff, Stickstoff und Kohlensäure.

Bei jeder chemischen Verbindung entsteht Wärme, und es ist begreiflich, welche Wärmemengen bei dem Zusammentritt der ungeheueren Mengen der

Grundkörper auftreten mußten, als sie sich zu den genannten Verbindungen vereinigten.

8. Naturgemäß kühlte die Erde in erster Linie an der Oberfläche ab, da sie hier mit der Atmosphäre in Berührung stand; diese letztere übertrug die Wärme von der Erde an den Weltraum. Dieser Vorgang spielt sich auch jetzt noch ab.

Man darf mit Recht annehmen, daß das Erdinnere sich noch jetzt in einem feurig-flüssigen Zustande befindet; es ist zwar für den Menschen unmöglich, den unmittelbaren Beweis für die Richtigkeit dieser Hypothese zu liefern. Indessen gibt es mannigfache Erscheinungen, welche diese Annahme begründen. Dahin gehört:

1. das Vorhandensein der **Vulkane** und das Auftreten von **Erdbeben**. Aus dem Erdinneren ergießt sich durch die Vulkane (Krater) häufig eine feurig-flüssige Lavamasse auf die Oberfläche. Die vielen erloschenen Vulkane liefern einen weiteren Beweis für die zunehmende Abkühlung der Erde;
2. das Auftreten **heißer Quellen**. So ist z. B. der Geysir auf Island eine solche Quelle, aus der große Wassermengen heißen Wassers periodisch ausgeschleudert werden;
3. die **Temperatur** nimmt nach dem Erdinneren hin zu, und zwar kann man annehmen, daß auf je 33 m ein Temperaturzuwachs von 1 Grad stattfindet. Man kann hieraus folgern, daß in einer gar nicht sehr bedeutenden Tiefe unter der Erdoberfläche — etwa bei 50 km — bereits eine Temperatur herrscht, bei welcher alle Gesteine flüssig sein müssen, die also nahezu 2000 Grad Celsius erreicht. Diese rasche Wärmezunahme nach dem Erdinneren erschwert den Bergbau außerordentlich.

9. Die schweren Metalle haben sich nach dem Befehl der Schwere zweifellos nahe dem **Erdkern** gelagert, also um den Mittelpunkt unseres Planeten; damit steht auch die Tatsache in Einklang, daß die aus dem Erdinneren hervorbrechenden Lavaströme (Basalt) die spezifisch schwersten und reich an Eisen sind. Das Erdinnere besitzt daher eine wesentlich höhere Dichtigkeit als die Oberfläche.

Man hat die mittlere Dichtigkeit der Erde auf 5,6 berechnet, während man die Dichtigkeit ihrer Oberfläche nur auf 1,6 annehmen kann; es müssen also im Inneren große Eisenmassen oder auch edlere Metalle in flüssigem Zustande vorhanden sein, welche einen Ausgleich in der Dichtigkeit herbeiführen.

Während man das ganze glühende flüssige Erdinnere als **Pyrosphäre** (griechisch pyr = Feuer) bezeichnet, nennt man den

schweren Kern dieser Masse Barysphäre (griechisch: barys = schwer).

10. Die den feurig-flüssigen Erdball umgebende Atmosphäre besaß früher eine weit größere Ausdehnung als jetzt; der Druck an der Erdoberfläche war daher ein erheblich größerer als zu unseren Zeiten. Das in der übersättigten Atmosphäre in der Form von Wasserdampf enthaltene Wasser konnte sich daher früher in einen flüssigen Zustand umwandeln, als dieses jetzt möglich gewesen wäre. Dadurch wurde die Abkühlung der Oberfläche beschleunigt. Das Niederschlagswasser war anfangs in kochender Bewegung, je mehr es aber seine Wärme abgab, desto geringer war seine Fähigkeit, gelöste Stoffe aufzunehmen. Letztere mußten daher bei der Erkaltung ausgeschieden werden, und so bildeten sich die ältesten Schichten der Sedimentgesteine. Diese letzteren finden sich an allen Stellen der Erde, und es muß daher angenommen werden, daß das Meer in jener Periode die ganze Erde bedeckte.

Physikalische Verhältnisse der Erde.

11. Die Form der Erde ist die eines Sphäroids, d. h. einer an den Polen abgeplatteten Kugel. Der Erdhalbmesser im Aequator beträgt 6377 km; derjenige zwischen den Polen 6356 km. Der Unterschied der Halbmesser an den genannten Stellen ist daher rd. 21 km, hat also nur eine geringe Bedeutung. Das Verhältnis beider Halbmesser ist rd. 305 : 304.

Der Aequator wird in 360 Grad eingeteilt. Jeder Teilpunkt ist durch eine auf der Erdoberfläche laufende Linie mit den Polen verbunden gedacht; dadurch entstehen die 360 Grad Längengrade. Der Nullpunkt der Teilung ist der durch die Insel Ferro, durch Paris (für Frankreich) oder Greenwich (für England) gehende Längengrad (Meridian).

Durch Parallelkreise zum Aequator hat man die Erdoberfläche in 180 Breitengrade eingeteilt; diese Breitengrade würden gleichen Abstand besitzen, wenn nicht die Abplattung der Erde an den Polen wäre; sie nehmen daher nach den Polen zu etwas ab.

Der kürzeste Abstand eines Ortes auf der Erdoberfläche vom Aequator heißt seine geographische Breite (nördliche und südliche); der Abstand eines Ortes vom Meridian ist seine geographische Länge (östlich oder westlich).

12. Der Trabant unserer Erde, der **Mond**, hat eine Entfernung von rd. 52000 geographischen Meilen von der Erde (1 geogr. Meile = 7,420 km); der Durchmesser desselben beträgt rd. 470 geographische Meilen.

Der Umlauf des Mondes um die Erde erfolgt in rd. 27½ Tagen.

Die **Sonne** hat einen Durchmesser von rd. 187000 geogr. Meilen; ihre Entfernung von der Erde beträgt rd. 20000000 Meilen.

Die Sonne beschreibt in der Richtung von Westen nach Osten in 365 Tagen 6 Stunden und 9 Minuten einen Kreis am Himmelsgewölbe; dieser Kreis heißt Sonnenbahn oder Ekliptik. Diese Bewegung der Sonne ist indessen nur eine scheinbare; in Wirklichkeit bewegt sich die Erde von Westen nach Osten um die Sonne.

Zweites Kapitel.

II. Die verschiedenen Sphären der Erde.

13. Bei unserer Erde sind zu unterscheiden:

1. die Atmosphäre, d. i. die gasförmige Hülle unseres Planeten (griechisch *atmos* = Dunst; *sphaira* = Kugel);
2. die Hydrosphäre (griechisch *hydor* = Wasser), d. i. die nicht an allen Stellen vorhandene aus Wasser bestehende Decke der festen Erde;
3. die Lithosphäre (griechisch *lithos* = Stein), d. i. die feste an vielen Stellen von Wasser überdeckte feste Erdrinde;
4. die Pyrosphäre (griechisch *pyr* = Feuer), d. i. das feurig-flüssige Innere der Erde.

Zu diesen Hauptgliedern unseres Planeten kommen noch die Bionten (griechisch *bios* = Leben), das sind die lebenden Tiere und Pflanzen.

1. Die Atmosphäre.

14. Die Atmosphäre hat einen verschiedenen Durchmesser; im Mittel entspricht ihre Höhe einem Barometerstande von 760 mm an der Erdoberfläche; er ist indessen starken Schwankungen unterworfen. Die durchschnittliche Höhe der Atmosphäre kann man zu 7 bis 8 Meilen annehmen; in dieser Entfernung ist der Grad der Verdünnung der Luft bereits ein außerordentlich hoher; die Dichtigkeit nimmt dann in der Richtung nach der festen Oberfläche zu. Auf den höchsten Bergen ist die Dichtigkeit nur noch die Hälfte derjenigen an der Oberfläche der Erde.

Stickstoff und Sauerstoff setzen die Atmosphäre vorwiegend zusammen; ihr Verhältnis in derselben ist etwa wie 4 : 1. Daneben ist dann noch Kohlensäure und Wasser in Dampfform in derselben enthalten.

Mit den Temperaturunterschieden, den Luftströmungen, Niederschlägen u. s. w. beschäftigt sich die Meteorologie.

2. Die Hydrosphäre.

15. Etwa $\frac{3}{4}$ der ganzen Erdoberfläche ist mit Wasser bedeckt. Daneben kommt das Wasser in Seen, Strömen, Flüssen, Bächen u. s. w. vor.

Das Wasser führt einen ununterbrochenen Kreislauf auf der Erde aus. Es verdunstet an der Erdoberfläche, bildet als Wasserdampf Wolken; diese verdichten sich unter dem Einfluß der Abkühlung und gelangen in Form von Regen, Schnee oder Hagel auf die Erdoberfläche zurück. Das Niederschlagswasser fließt teils unmittelbar in die Wasserläufe, teils dringt es in die Erde ein und durchfeuchtet diese bis in unbekannte Tiefen; dabei kommen häufig unterirdische Wasserläufe vor, welche sich durch die Aushöhlungen der festen Erdrinde ihren Weg bahnen.

16. Das von der Erde aufgenommene Wasser tritt in Gestalt von Quellen zu Tage; dabei werden den Erdschichten, welche von ihm durchdrungen werden, mineralische Bestandteile entnommen. Im Laufe der Zeit bilden sich so Hohlräume im Erdinneren. Das Wasser bereichert sich auf seinem Wege durch die Gesteine und Bodenmassen vornehmlich an Salzen. In heißen Quellen ist Kieselwasser enthalten, die Säuerlinge enthalten Kohlensäure, die Kalkwässer Kohlensäure und Calciumcarbonat. Auch die durch ihren Gehalt an Kochsalz wichtigen Solen, die Schwefelwässer u. s. w., welche durch ihre Heilkraft berühmt sind, verdienen besondere Erwähnung.

Durch den Gehalt an Salzen werden die aus dem Boden quellenden Wassermengen „hart“, während das Regen- und Flußwasser, welches diese Bestandteile entbehrt, „weich“ genannt wird; letzteres hat nur einen geringen Gehalt an Kohlensäure, und gerade diese ist es, welche die Salze, denen das Wasser auf seinem Laufe begegnet, zur Lösung bringt.

17. Das Meerwasser hat im Gegensatz zum Süßwasser der Flüsse, Bäche, der meisten Binnenseen, der Quellen u. s. w. einen großen Gehalt an Kochsalz; es wird daher Salzwasser genannt; sein Geschmack ist bitter-salzig. Neben dem Kochsalz kommen im Meerwasser auch noch viele andere Salze vor, wie Chlormagnesium, Magnesiumsulfat oder Bittersalz, sowie Calcium und Chlorverbindungen.

Der Salzgehalt des Meeres ist sehr gleichmäßig. Nur dort, wo einzelne Binnenmeere nur durch schmale Meeresstraßen mit dem offenen Ozean in Verbindung stehen, zeigen sich je nach den klimatischen Verhältnissen große Verschiedenheiten. Das Mittelländische Meer steht nur durch die Straße von Gibraltar mit dem Atlantischen Ozean in Verbindung. Da es nun infolge seiner südlichen Lage einer starken Verdunstung ausgesetzt ist, hat sich der Salzgehalt gegenüber dem offenen Meere stark erhöht.

Bei der Ostsee dagegen ist die Verdunstung infolge der

nördlicheren Lage weit geringer als beim Mittelländischen Meere; es findet hier auch ein starker Zufluß von Süßwasser durch die einmündenden großen Ströme statt. Der Salzgehalt ist daher weit niedriger als im Atlantischen Ozean.

Zahllose kleine leuchtende Meeres-tiere (Mollusken) bewirken nächtliches Meeresleuchten.

18. Das Meereswasser hat ein erheblich größeres spezifisches Gewicht als das Süßwasser der Binnengewässer. Sehr wichtig ist es weiter, daß ersteres die größte Dichtigkeit bei 4 bis 5 Grad unter dem Nullpunkt hat; bei etwas mehr als 2 Grad unter Null gefriert es. Das Süßwasser dagegen hat bei 0 Grad Celsius seinen Gefrierpunkt, während seine größte Dichte bei 4 Grad über dem Nullpunkt liegt. Die Ursache dieser Verschiedenheit ist der Salzgehalt des Meereswassers

In tiefen Landseen hat daher das Wasser am Boden eine gleichmäßige Temperatur von + 4 Grad Celsius, während das Wasser an der Oberfläche bald wärmer, bald kälter wird. Da das bei 4 Grad spezifisch schwerste Wasser nach unten sinkt und da weiter das Wasser der Binnengewässer bei 0 Grad gefriert, wird es von den spezifisch schwereren Schichten getragen und sinkt nicht an den Boden; es würde ja sonst ein Zufrieren des ganzen Gewässers eintreten und die Existenz der Fische u. s. w. wäre unmöglich gemacht.

Ebbe und Flut (Gezeiten) sind periodische Meeresbewegungen, die ein Steigen und Fallen des Meereswassers bewirken, das in der Anziehungskraft des Mondes seine Ursache hat.

Meeresströmungen sind eine Folge des Wärmeunterschieds zwischen den Polar- und Äquatorialmeeren.

19. Auch Binnenseen haben bisweilen einen hohen Salzgehalt. So z. B. das Tote Meer, in dem Tiere nicht leben können. Ferner der Große Salzsee in den Vereinigten Staaten von Nordamerika.

Wird ein Meeresteil durch geologische Vorgänge vom offenen Meere abgetrennt, wie dieses in früheren Perioden des Bildungsganges der Erde wiederholt vorgekommen ist, dann kann durch Verdunstung des Wassers eine solch konzentrierte Lösung von Salzen entstehen, daß sie überfättigt wird, und die letzteren anfangen, auszuscheiden. Die Ausscheidung erfolgt in Form von Krystallen.

Die am schwersten löslichen Salze scheiden zuerst aus. Man findet daher an den Salzlagerstätten (z. B. bei Staßfurt) den Gips am Boden der Ablagerungen, darüber lagert Steinsalz und darüber die Magnesium- und Kalisalze.

20. Die größten Meerestiefen treten im Stillen Ozean nahe der Küste von Japan auf. Es sind hier Tiefen festgestellt,

welche der Höhe des höchsten Berges der Erde, des Gaurisankar oder Mount Everest im Himalaya-Gebirge, nahezu entsprechen, also bis ungefähr 8800 m reichen. Die Tiefe des Atlantischen Ozeans beträgt nur bis zu 4000 m.

Außer der Fähigkeit des Wassers, feste Gesteine und Bodenmassen aufzulösen, hat es auch die Fähigkeit, durch Absetzung und Ablagerung der mitgeführten chemisch gelösten Stoffe zur Bildung neuer Gesteine zu dienen. Vornehmlich geschieht dieses dadurch, daß die Kohlensäure durch Verdunstung u. s. w. entweicht. Es entstehen so die sog. Stalaktiten und Tropfsteine der Kalthöhlen, welche man im Harz, im Sauerlande und an anderen Orten beobachten kann. Ferner sind auch Ablagerungen von vielen Erzen — z. B. der Raseneisenstein — durch Ausscheidung aus dem Wasser entstanden.

21. Von ganz wesentlichem Einfluß auf die Bildung der Erdoberfläche sind auch diejenigen Umformungen, welche durch die Bewegung des Wassers erzeugt werden, und die man im Gegensatz zu den oben erörterten chemischen Wirkungen als mechanische Vorgänge bezeichnen kann.

Durch Ebbe und Flut, welche eine Folge der Anziehungskraft des Mondes sind, durch Wind und Strömungen greift das Meer die Küsten an. An manchen Stellen zerstört es dieselben, indem es die Felsmassen unterwäscht und dann in kleine Stücke zerreibt. An anderen Stellen lagert es die zerkleinerten Massen ab.

Durch die Binnengewässer findet ebenfalls eine Zerkleinerung des Gesteinmaterials statt, es wird durch das fließende Wasser fortgeschafft und an anderen Stellen abgelagert.

22. An unseren Gebirgen bilden sich durch den Einfluß des Wassers häufig sogenannte Schutthalden. Das Wasser wird bei ihrer Herstellung durch den Frost unterstützt, dieser sprengt die festesten Gesteinsmassen auseinander; letztere werden mehr und mehr zerkleinert und schließlich vom Wasser mitgenommen. Dabei reiben sich die Geschiebe aneinander und an den Ufern, so daß eine noch weitere Zerkleinerung stattfindet. Reicht die lebendige Kraft des Wassers zum Transport der Geschiebmassen nicht mehr aus, dann sinken diese zu Boden und bilden Ablagerungen.

Das Gefälle der Flüsse nimmt von der Quelle bis zur Mündung durchgängig ab. Die lebendige Kraft ist daher im Unterlauf am geringsten; es können deshalb nur fein verteilte Geschiebe, wie Sand und Ton in den Unterlauf gelangen, während die gröberen Geschiebe schon im Ober- und Mittellauf der Flüsse zur Ablagerung kommen. Natürlich hat auch der weitere Transport einen Einfluß auf die Korngröße der Geschiebmassen; je weiter sie

von ihrer ursprünglichen Lagerstätte entfernt werden, desto mehr werden sie gerollt und zerrieben.

23. Die Geschiebe kommen naturgemäß vorwiegend dort zur Ablagerung, wo eine Verkleinerung der Geschwindigkeit des Wassers stattfindet. So z. B. beim Eintritt eines Flusses in einen See (z. B. des Rheins in den Bodensee), ferner auf der inneren nach dem Mittelpunkt der Krümmung liegenden Seite der Flußkrümmungen, beim Uebergang des Flusses aus dem Gebirge in die vorgelagerten Ebenen u. s. w.

Die durch die Geschiebemassen gebildeten Ablagerungen an den Flußufem nennt man *Flußalluvionen*; häufig werden die feinen Sand-, Ton- oder Schlamm Massen an den Flußmündungen derart abgelagert, daß sie weite Strecken bedecken, durch welche der Fluß sich mit vielen Armen durchwinden muß. Derartige Bildungen nennt man *Deltabildungen* (wegen der Aehnlichkeit mit dem griechischen Buchstaben *Δ*).

24. Einer besonderen Beachtung sind noch die *Gletscher* zu unterziehen.

Je nach der klimatischen Lage gibt es für hohe Gebirge eine Grenze, bis zu welcher der Schmelzprozeß der gefallenen Schneemassen reicht. Diese Grenze liegt natürlich im Winter tiefer, im Sommer höher. Als Schneegrenze bezeichnet man nun die Linie, über welche hinaus ein völliges Schmelzen nicht mehr stattfindet. In diesen hohen Lagen müßten sich enorme Schnee- und Eismassen anhäufen, wenn diese nicht dem Gesetz der Schwere unterworfen wären. In den Regionen, welche noch unter der Erwärmung der Sonne wenigstens zum Teil schmelzen, taut der Schnee an der Oberfläche auf, das Wasser sickert ein und gefriert; es entstehen so zusammengeballte Schneemassen, welche man *Firn* nennt. In tieferen Lagen geht der Firn in *Gletschereis* über. Es entsteht so ein zu Thal drängender *Gletscherstrom*, der in langsamer Bewegung ist, und welcher auf der unteren Seite beständig abschmilzt. Unter dem *Gletschereis* sammelt sich das Schmelzwasser und kommt als *Gletscherbach* am Fuße des *Gletschers* zu Tage; am unteren Ende des *Gletschers* bildet sich das *Gletschertor*, aus welchem der *Gletscherbach* fließt.

25. Beim Vorrücken nimmt der *Gletscherstrom* infolge seines gewaltigen Druckes die *Felsvorsprünge* und *abgesprengten Gesteinsmassen* mit fort, die sich natürlich vornehmlich am Rande befinden, und die den Charakter von *Wällen* annehmen, welche den *Gletscherstrom* auf beiden Seiten einsäumen. Diese *Wälle* nennt man *Moränen*. Vereinigen sich zwei *Gletscherströme*, dann entsteht eine sogenannte *Mittelmoräne*.

Diese Moränen haben in der sogen. Eiszeit der Erde, in welcher eine Vergletscherung unserer Gebirge stattfand, eine hervorragende Rolle gespielt. Die bei uns vielfach vorhandenen sogen. erratischen Blöcke sind durch riesige Gletscher von den nordischen Gebirgen zu uns herübergetragen. Als bei der Erwärmung das Eis schmolz, sanken diese Findlinge zu Boden.

26. Die Eisberge, welche vielfach auf große Entfernungen durch Meeresströmungen fortbewegt werden, haben ihren Ursprung in den nördlichen oder südlichen Polargegenden. Sie entstehen aus Gletschern, welche bis zum Meeresspiegel reichen. Durch die Brandung und durch den höheren Wärmegrad des Wassers brechen sie, bezw. schmelzen sie ab, stürzen ins Meer und bilden beim Forttreiben eine große Gefahr für die Schifffahrt.

3. Lithosphäre und Pyrosphäre.

a) Die plutonische und vulkanische Tätigkeit.

27. Wie alle Gegenstände durch Abkühlung kleiner werden, so gilt dieses auch hinsichtlich der Erde. Die äußere abgekühlte Rinde ruht jetzt wie früher auf dem inneren feurig-flüssigen Kern. Bei fortschreitender Abkühlung mußten Risse eintreten, und das Innere quoll hervor. So hat man sich die Entstehung der plutonischen Urgesteine zu denken; so erschienen Berge und Täler. Andererseits bildete die Erde an ihrer Rinde bei fortschreitender Abkühlung Falten, die oberen Schichten wurden bei diesen gewaltsamen Erscheinungen mannigfach zerklüftet und verworfen. Das Wasser trug dann als weiterer Faktor zur Auswaschung der Täler bei.

28. Unter einem **Massengebirge** versteht man eine Berggruppe, welche nicht in einer bestimmten Richtung die größte Längenerstreckung hat, sondern bei der die einzelnen Berge zu einer mehr oder weniger kreisförmigen Gruppe angehäuft sind.

Ein **Kettengebirge** oder **Kammgebirge** entsteht, wenn die Berge einer Berggruppe in einer bestimmten Längensrichtung angeordnet sind. So sind der Böhmerwald, das Riesengebirge, die Vogesen u. s. w. Kettengebirge, während der Harz ein Massengebirge ist.

Kuppen- oder **Keigelgebirge** setzen sich aus unregelmäßig neben- und aneinander gruppierten Berggruppen zusammen (z. B. das Waldburger Gebirge).

Der **Kamm** eines Gebirges ist die Linie, in deren Erstreckung die Höhe des Gebirges am größten ist. Der Kamm ist eine **Wasserscheide**, wenn der Abfluß nach verschiedenen Gewässern hin erfolgt.

Eine Einsenkung in den Gebirgskamm nennt man **Sattel**.

Quertäler durchschneiden die Gebirgsketten, Längstäler verlaufen in der Richtung der Gebirgsschichten.

29. Die Erdoberfläche zeigt uns weiter Hochländer und Tiefländer; beide sind Ebenen; während aber die ersteren eine erhebliche Höhe über der Meeresoberfläche besitzen, liegen die letzteren nur wenig über derselben, unter Umständen sogar tiefer als der gewöhnliche Meeresspiegel. Die Hochländer hat man meistens als durch Verwitterung entstandene oder durch Abschwemmung gebildete Reste von Gebirgen anzusehen. Die Flüsse, welche sie durchlaufen, haben in der Regel ein scharf eingeschnittenes Bett. Die Tiefebene dagegen haben sich als Niederschläge aus den Flüssen gebildet; meistens zeichnen sie sich durch große Fruchtbarkeit aus, da die feinen tonigen oder schlammigen Ablagerungen eine große Mächtigkeit haben. Die Hochländer zeigen aber durchweg einen unfruchtbaren Boden. Sie sind zum Teil aus grobem Geröll zusammengesetzt, und nur die obere Schicht kann den Pflanzen Nahrung bieten.

Die Hochländer finden sich vielfach am Fuße der Gebirge (so z. B. die bayerische Hochebene und das Hochland von Centralasien). Tiefländer liegen meistens an den Flußmündungen (so z. B. Holland, der nördliche Teil von Oldenburg, Ostfriesland u. s. w.).

30. Tiefebene von riesiger Ausdehnung finden sich in Südamerika am Flusse La Plata am Orinoko; ferner in Nordamerika am Mississippi und Missouri. Zu den Tiefländern Afrikas gehört die Wüste Sahara, welche zum Teil tiefer als der Meeresspiegel liegt.

Die fruchtbaren Oasen dieser Wüste sind den Inseln des Ozeans vergleichbar; sie sind meistens in die Wüste eingesenkt und nur selten höher als die umgebenden Landstriche.

Die Entstehung von Hochebenen ist in manchen Fällen auch auf eine Hebung zurückzuführen, welche ihre Ursache in der Abkühlung der Erde hat. So kann man beobachten, daß die Küste von Chile in Südamerika sich hebt. Man hat auch beobachtet, daß einzelne Landstriche sich anfänglich gesenkt und dann wieder gehoben haben. Auch Skandinavien hebt sich langsam. Derartige Erhebungen, die im Laufe der Jahrhunderte erfolgen, bezeichnet man als säkulare Hebungen.

Die Gebirge teilt man in Hoch-, Mittel- und niedrige Gebirge ein.

Die Höhe der Berge bestimmt man nach ihrer senkrechten Erhebung über dem Meeresspiegel.

Drittes Kapitel.

b) Vulkanische Erscheinungen.

31. Vulkane sind auf der Erde in sehr großer Zahl vorhanden. Theils sind sie noch in Tätigkeit, theils sind sie erloschen. Man kennt zur Zeit etwa 407 Vulkane, von denen 225 noch tätig sind. Häufig aber kommen dem Anschein nach erloschene Vulkane aufs neue in Tätigkeit. So sind im Jahre 79 n. Chr. die römischen Städte Pompeji und Herculanium durch den Ausbruch des bis dahin als erloschen betrachteten Vesuv, durch den Aschenregen, durch Sand, Schlacken und Lava vollständig zerstört worden. Ähnliche Vorgänge sind in Mexiko, im Meere südlich von Sizilien u. s. w. beobachtet worden.

In neuester Zeit ist durch den Ausbruch des montagne Pelée auf der Insel Martinique die Stadt St. Pierre mit sämtlichen Einwohnern von Grund aus zerstört worden.

Dem Ausbruch eines Vulkans gehen gewöhnlich starke Erderschütterungen -- sogenannte Erdbeben -- voraus. Die Vulkane sind Verbindungen des feurig-flüssigen Erdinnern mit der Atmosphäre; die in ihnen emporsteigenden geschmolzenen Gesteinmassen fließen über den Rand der Krater weg. Derartige Ausbrüche erfolgten in früheren Erdperioden sehr häufig; es entstanden Spalten von ungeheurer Ausdehnung, aus welchen die Gesteine unserer Alpen, der Felsengebirge, Anden u. s. w. in Amerika hervortraten. Jetzt indessen hat diese sogenannte plutonische Tätigkeit der vulkanischen Platz gemacht.

32. Es sind in der Regel die schon vorhandenen Vulkane, welche diesen vulkanischen Erscheinungen als Schauplatz dienen. Die Ausbrüche haben an Heftigkeit nachgelassen, und wenn sie auch von verderblichen Folgen für die betreffenden Landstriche begleitet sind, so kann man sie doch nur entfernt mit jenen Vorgängen vergleichen, bei denen unsere höchsten Gebirgszüge entstanden.

Bei der Entstehung der Vulkane bilden sich meistens Erdspalten, welche wie Strahlen von einem Mittelpunkt auslaufen oder es entsteht eine Spalte, über welcher sich eine Reihe von Vulkanen bildet. Diese Spalte wird dann häufig durch die ausgegeschleuderten Lavamassen, die kleineren Gesteine (Kapilli) und vulkanischen Bomben, durch Asche, Sand oder Bimsstein derartig überdeckt, daß ihr Zusammenhang nicht mehr deutlich erkennbar ist.

Solche Reihen erloschener Vulkane kann man schon in der Eifel beobachten. In den Kratern haben sich Seen -- sogen. Maare -- gebildet, welche landschaftlich von großem Reiz sind.

33. Die Ausbrüche der Vulkane sind um so schlimmer, je länger sie in ihrer Thätigkeit geruht haben. Anfänglich zeigt sich beim Ausbruch eines Vulkans eine Rauchsäule; diese steigt je nach der Stärke des Windes mehr oder minder senkrecht in die Höhe und breitet sich in den oberen Luftschichten aus; sie nimmt also eine Pinienform an (die Pinie ist ein in Italien und anderen südlichen Ländern häufig vorkommender Nadelbaum). Die Rauchsäule nimmt an Dichte zu und lagert sich dann um den ganzen Berg. Die Erdbeben beginnen und nehmen unter starkem Donnergetöse an Heftigkeit zu. Der eigentliche Ausbruch beginnt mit mächtiger Detonation. Aus der Rauchwolke leuchtet wie ein Blitz eine Feuergarbe heraus. Weißglühendes Gestein und Lavamassen werden ausgeschleudert. Es bildet sich ein Spalt, aus welchem die flüssigen Gesteinmassen in den eigentlichen Krater treten, dabei werden fortwährend starke Rauchwolken ausgestoßen, die von der glühenden Lava erleuchtet werden. Die mit fortgerissenen Aschenteile bedecken das Land in weitem Umkreis. Die Schlacken fallen zum Teil auf den Krater zurück und zerplatzen. Die Erderschütterungen erreichen ihren Höhepunkt. Die glühenden Lavamassen beginnen über den Rand des Kraters hinwegzufließen, und die Schlackenströme nehmen den Weg ins Thal, der Krater entleert sich, und die Dampfwolken verdichten sich abermals, und mit ihnen werden Schlacken, Bimsstein und vorzugsweise Asche ausgeworfen. Die Lava gebraucht oft Jahre zum Erstarren.

34. In großen Mengen ist Schwefel im Erdinnern enthalten; dieser wird bei vulkanischen Eruptionen meistens mit ausgeschleudert; dabei setzt er sich oft in Krystallform an den Kraterwänden ab, oder er verbrennt zu schwefliger Säure (gasförmig), diese kann sich wieder mit Wasser zu Schwefelsäure (flüssig) verbinden. Auch schwefelsaures Eisen und andere Schwefelverbindungen (Gips, Alaun u. s. w.) treten in vulkanischen Gegenden auf.

Die Schwefelsäure kommt häufig in den Mineralquellen der vulkanischen Gegenden vor; derartige Quellen nennt man **Solfataren**. Die ebenfalls in den beschriebenen Gegenden vorkommende Kohlensäure findet sich oft im Quellwasser oder tritt auch unmittelbar aus dem Boden aus; man nennt letztere dann **Mofetten**. Die Kohlensäure ist schwerer als atmosphärische Luft und bleibt daher am Boden. Derartige Orte sind nicht ohne Gefahr, da lebende Wesen in der Kohlensäure ersticken (Hundsgrotte bei Neapel).

Fumarolen oder Dampfsquellen und Quellen heißen Wassers treten in vulkanischen Gegenden sehr häufig auf.

Kohlensäurehaltige Quellen finden sich auch in Deutschland in ehemaligen vulkanischen Gegenden sehr häufig; so z. B. in der Eifel, im Hunsrück u. s. w. Alle diese Quellen sind für Heilzwecke überaus wichtig.

35. Die im Krater hochquellende Lava wird von Dämpfen durchzogen, welche Teile derselben mit hochreißen, dabei wird ein Schaum, Bimsstein, erzeugt; ferner der vulkanische Sand, welcher aus gröberem Teilen der Lavamasse besteht; vornehmlich ist dieses Olivin, Magneteisenstein, Augit u. s. w. Auch größere Auswürflinge — sogen. Bomben — werden mit hochgeschleudert, diese haben oft eine kugelförmige Gestalt und nehmen bisweilen infolge des Fallens auch eine Birnenform an.

Häufig findet man in der Nähe der Vulkane auch solche Auswurfstoffe, welche sehr tief liegenden Erdschichten angehören müssen; diese beweisen, daß der eigentliche Herd der vulkanischen Tätigkeit nicht nahe der Oberfläche zu suchen ist.

36. Die in vulkanischen Gegenden so häufig vorkommenden Erdbeben sind oft von sehr verderblichen Wirkungen begleitet. Sie pflanzen sich meistens längs der Erdspalten fort, wo die von innen wirkenden Kräfte den geringsten Widerstand finden.

Die Erdschütterungen sind dort am heftigsten, wo weiches und hartes Gestein zusammentreffen. Das große Erdbeben von Lissabon (im Jahre 1755) zerstörte nur denjenigen Teil der Stadt, welcher auf weichem Gestein, Ton, Mergel u. s. w. gegründet war, während der auf festem Gestein erbaute (Basalt und Kalkstein) verschont blieb.

Das Erdbeben besteht in einem wellenförmigen Heben und Senken des Bodens, welches sich oft bis in riesige Entfernungen fortpflanzt. So wurden die Stöße des Erdbebens von Lissabon nicht allein in ganz Deutschland, sondern bis Schottland und Schweden gespürt. Die Ursache solcher ausgedehnter Erdbeben kann nur in großer Tiefe unter der Erdoberfläche gefunden werden.

37. Auf dem Meere machen sich die Erdbeben als sogenannte Herbeben bemerkbar; den Schiffen ist schon häufig durch solche Stöße großer Schaden zugefügt. Beim Lissaboner Erdbeben bildete sich eine Wasserwelle von mehr als 10 m Höhe und überschwemmte in dreimaliger Folge eine große Zahl der Straßen dieser Stadt, indem sie alles fortspülte. Bei den Seebeben zieht sich das Wasser anfänglich von der Küste zurück, um dann in Gestalt von mehreren riesigen Wellen zum Festland zurückzukehren. Wahrscheinlich hat das Zurückweichen des Wassers seinen Grund in der mit dem Erdbeben verbundenen Hebung des Festlandes.

Auf offenem Meere tritt eine Wellenbildung beim Seebeben nicht ein, sondern die Wasserfläche erzittert.

4. Die Bewohner der Erdoberfläche.

38. Tiere und Pflanzen haben ebenfalls zur Bildung der festen Erdrinde beigetragen. Es gibt ganze

Schichten von riesiger Ausdehnung, deren Entstehung auf lebende Pflanzen und Tiere zurückzuführen ist.

Zu der Zeit, als die ungeheuren Steinkohlenlager entstanden, welche an vielen Stellen unserer Erde und manchmal in großer Tiefe auftreten, war der Atmosphäre eine große Menge von Kohlensäure beigemengt, die die Entwicklung der Tiere und ihrer Arten hemmte; ferner waren Wasserdämpfe und eine weit höhere Lufttemperatur vorhanden, als wir sie jetzt wahrnehmen. Es waren also die Bedingungen für die Entwicklung einer üppigen Vegetation gegeben. Schachtelhalme und Farrnkräuter von riesigem Wuchs bedeckten die ausgedehnten Niederungen.

Im Laufe von Millionen von Jahren häuften sich die durch Flüsse in den Seebecken zusammengeschwemmten Ueberreste jener unergründlichen Waldungen zu Schichten zusammen, welche jetzt manchmal eine Mächtigkeit von mehr als 30 m besitzen.

Derartige Steinkohlenlager befinden sich besonders in England, Deutschland, Nordamerika, Frankreich, Belgien u. s. w.

Die Hauptkohlenlager des Deutschen Reiches befinden sich im rheinisch-westfälischen Industriegebiet (Ruhrbecken), in Oberschlesien, im Saargebiet, bei Zwickau, Aachen u. s. w.

39. Einen ähnlichen Vorgang, wie er sich damals abspielte, können wir noch jetzt bei der Bildung der Torfmoore beobachten. Die älteren Torflager enthalten nicht nur Torfmoos (sphagnum), Heide und Binzen, sondern auch Schilf und andere Wasserpflanzen, ja sogar Nadelholz mit den Wurzeln desselben.

Die Pflanzen enthalten größtenteils Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff und in geringen Mengen Kalk, Kieselsäure, Kali und Stickstoff. Die Pflanzen der Steinkohlenlager haben einen großen Teil ihres Wasserstoffs und Sauerstoffs eingebüßt. Aus dem Wasserstoff und einem Teil der Kohle hat sich bei den tiefen Torflagern häufig ein sogenanntes Bitumen gebildet.

Die Pflanzen der Steinkohlenablagerungen sind nun von anderen Schichten der festen Erdrinde überlagert worden; es wurde so ein großer Druck auf sie ausgeübt; sie vermoderten und verkohlten. Die untersten Steinkohlen haben ein tief-schwarzes Aussehen, während die oberen, welche einem nicht so starken Druck ausgesetzt waren, sich nur braun färbten (Braunkohle). Letztere sind reich an Bitumen und geben beim Verbrennen einen unangenehmen Geruch.

40. Die untersten Steinkohlenschichten bestehen oft aus Graphit, welcher unverbrennlich ist und fast lediglich aus Kohlenstoff besteht, welcher den ihm früher beigemengten Sauerstoff und Wasserstoff abgegeben und dafür etwas Eisen aufgenommen hat. Dieser Graphit wird zur Bleistiftfabrikation benutzt.

Ein Krystall aus reinem Kohlenstoff ist der Diamant, welcher der härteste aller bekannten Körper ist; er ist nur in einem Gebläse von Sauerstoff verbrennlich.

Der Anthracit ist eine eigentliche Steinkohle; er ist glänzend schwarz und hat einen sehr hohen Gehalt an Kohlenstoff. Der Anthracit ist schwer entzündbar, gibt aber beim Verbrennen sehr viel Hitze ab.

Die gewöhnliche Steinkohle hat einen geringeren Kohlenstoffgehalt; sie ist für unsere Industrie und für die Heizung und Erleuchtung (Gasfabrikation) unserer Wohnungen von größter Bedeutung.

Die Braunkohle hat eine mehr oder weniger braune Farbe; sie ist jüngerer Ursprungs als die Steinkohle und der letzteren an Heizwert bedeutend nachstehend.

Viele Pflanzen früherer Erdperioden sind verkieselte, d. h. zu Stein geworden. Sie wurden mit Ton oder anderen Erdschichten überdeckt, und eindringende Kieselsäure füllte sie aus, bezw. verdrängte die Pflanzensubstanz.

41. Die ältesten Lebewesen unserer Erde kamen im Meere vor; sie stehen auf der niedrigsten Stufe der Organismen und waren von unregelmäßiger Gestalt; es mußte bei ihrem Auftreten schon Pflanzen geben, da diese ihnen zur Nahrung dienten. Ihre Vermehrung erfolgte durch Teilung. Ein Teil dieser mikroskopisch kleinen Tiere war mit einem Panzer aus Kalk oder Kieselsäure versehen. Beim Absterben bildeten sie Lager am Meeresboden, welche riesige Abmessungen angenommen haben. Es sind so Schichten von kohlenstoffreichem Kalk, Kieselguhr (auch Infusorienerde genannt) und Kreide entstanden.

Von Bedeutung für den Aufbau der festen Erdrinde sind ferner die Polypen. Diese haben höchstens die Größe einer kleinen Perle; sie besitzen einen Fuß, d. h. ein verdicktes unteres Ende, mit dem einige Arten immer festsitzen oder mit dem andere Arten sich anheften können. Am oberen Ende befindet sich der Mund, welcher mit Fangarmen umgeben ist. Sie leben im Seewasser und können bei ihrem Lebensprozeß aus dem Wasser kohlenstoffreichen Kalk ausscheiden, der sich unter ihnen ablagert. In dieser Weise sind Korallenriffe entstanden, welche oft ungeheure Ausdehnungen annehmen und ganze Inseln bilden.

42. In früheren Perioden der Erde gab es derartige Polypen auf der ganzen Erde, wie durch die verschiedenen Erdschichten bewiesen wird. Jetzt kommen solche Korallenriffe hauptsächlich im Stillen Ozean vor.

Wichtig sind ferner die Echinodermata (d. h. Stachelhäuter) und die Crinoidea (d. h. Haarsterne); diese Strahlentiere hatten Schalen, zu deren Bildung sie kohlen-sauren Kalk verwendeten, den sie aus dem Wasser aufnahmen. Beim Absterben der Tiere lagerten sich die Schalen und Gehäuse in großen Mengen am Meeresboden ab, so daß aus ihnen Bänke von großer Mächtigkeit entstanden sind.

Viertes Kapitel.

III. Die spezielle Geologie.

43. Bei der speziellen Geologie sind zu unterscheiden:

1. Die Lehre von den Gebirgsarten und Gesteinen (Petrographie).
2. Die Lehre von der architektonischen Geologie oder die Lehre vom Aufbau und der Lagerung der Gesteinsschichten (Geotektonik).
3. Die Beschreibung der Erdschichten und die Geschichte ihrer Entwicklung (Stratigraphie).

A. Die Lehre von den Gebirgsarten und Gesteinen.

44. Diejenigen Schichten, welche sich im Wasser absetzten, haben anfänglich eine im allgemeinen wagerechte Richtung gehabt (normale Lagerung) und nur dort, wo die unter ihnen liegenden Schichten schon Erhöhungen und Vertiefungen zeigten, schloß die aufgelagerte Schicht sich diesen an. Störungen in diesen Lagerungen (anormale Lagerungen) sind später durch die plutonische Tätigkeit der Erde hervorgerufen. Durch die mit dieser verbundenen Stöße entstanden Aenderungen, und es erfolgten Spaltungen, Krümmungen, Einstürze u. s. w.

Eine Schichtenreihe nennt man eine Reihe aufeinanderfolgender Schichten der Erdrinde.

45. Der Bergmann und der Geologe bestimmen die Lage der verschiedenen sedimentären Schichten aus dem „Streichen“ und „Fallen“ derselben. Mit dem Streichen einer Schicht bezeichnet man die Abweichung einer auf ihr gezogenen wagerechten Linie gegen die Nordrichtung; das Streichen ist also ein Winkelmaß.

Zieht man auf der Oberfläche einer Schicht eine Wagerechte und zu dieser auf der Schicht eine Senkrechte, dann schneiden sich diese Geraden in einem Punkte. Legt man durch letzteren eine wagerechte Ebene, welche also die Schicht in der zuerst

gezogenen wagerechten Linie schneidet, dann bezeichnet man mit „Fallen“ der Schicht den Winkel, welchen diese wagerechte Ebene mit der auf der Oberfläche der Schicht gezogenen Senkrechten bildet.

Das Streichen und Fallen wird mit besonderen Meßinstrumenten bestimmt, mit denen ein Kompaß verbunden ist.

46. Eine Schicht ist „saiger“, wenn sie nahezu senkrecht steht; die Schichtenköpfe gehen oft „zu Tage aus“, d. h. sie enden auf der Geländeoberfläche. Die „Mächtigkeit“ einer Schicht ist das Maß ihrer Dicke. Nimmt eine Schicht nach einer Richtung an Stärke zu, dann sagt man „sie tut sich auf“; nimmt sie nach einer Richtung ab, dann sagt man „sie teilt aus.“

Eine Schicht ist bisweilen an einer Stelle abgebrochen und setzt sich in höherer oder tieferer Lage fort; man nennt sie alsdann „verworfen“.

Ein Kohlenflöz ist eine Kohlschicht, welche oben und unten von anderen Schichten eingeschlossen wird. Die über ihr liegende Schicht bezeichnet der Bergmann als das „Hangende“, das unter ihr liegende ist das „Liegende“.

Auch Schichten anderer Art bezeichnet man als Flöze. So z. B. spricht man von „Sandsteinflözen“, „Dolomitflözen“ u. s. w., die obere Fläche einer Schicht bezeichnet man als „Dach“, die untere ist die „Sohlfläche“.

47. Durch die Vorgänge, welche die erwähnten Zerklüftungen und Verwerfungen der Sedimentschichten bewirkten, wurden Felspalten geformt, welche man „Klüfte“ nennt. Häufig sind diese mit anderem Gestein oder mit Erz ausgefüllt; in diesem Falle nennt man eine solche Lagerstätte „Gang“. Es gibt z. B. Porphyr-, Granit-, Basaltgänge u. s. w. Ist die Erstreckung eines Ganges nicht vorwiegend nach einer Richtung ausgedehnt, sondern mehr gleichmäßig nach allen Richtungen, dann bezeichnet man eine solche Lagerstätte als „Nest“.

48. Unter einem Erz versteht man ein Gestein aus verschiedenen Bestandteilen, welches Metall als Beimengung enthält. Erze finden sich vielfach auch in anderem Gestein eingesprengt.

Edle Erze, wie Gold und Platina, kommen häufig in gebiegenem Zustande — also nicht als Erz — vor; oft sind diese edlen Metalle in Gestein eingesprengt. Vielfach sind diese Gesteine aber bereits zersprengt und durch Frost und Niederschläge ausgewaschen, so daß die edlen Metalle unmittelbar aus dem Sande der Gebirgsflüsse gewonnen werden können.

Die Metalle, welche in Gängen vorkommen, sind jüngeren Ursprungs als das umgebende Gestein.

Außer den Erzen sind aber auch andere Gesteine in Gänge eingedrungen oder haben andere Schichten in Form von Gängen durchsetzt. So z. B. die Basaltgänge.

49. Basalt, Grünstein, Porphyr und Granit sind Gesteine, welche das eigentliche Urgestein (Gneis und Schiefer) durchdrangen und bei den gewaltsamen Eruptionen über dasselbe emporgehoben wurden, um sich auf ihm abzulagern. Dabei nahmen diese Eruptivgesteine häufig die Form von Kegeln oder Kuppeln an.

Man unterscheidet nun solche Eruptivgesteine, welche in frühen Erdperioden bei den gewaltigen (plutonischen) Vorgängen hervorbrachen, mit denen der feurig-flüssige Erdkern die dünne, feste Hülle durchbrach, und solche, die in jüngeren weniger gewaltsamen (vulkanischen) Eruptionen an die Oberfläche traten. Man rechnet demgemäß

a) zu den sogen. plutonischen Gesteinen:

Granit, Syenit, Porphyr, Grünstein und Malaphyr, Gabbro;

b) zu den vulkanischen Gesteinen:

Trachyt, Basalt und Phonolith.

Alle diese Gesteine haben keine bestimmte Struktur nach einer Richtung, sie setzen dem Aufbrechen daher in jeder Richtung den gleichen Widerstand entgegen; man nennt sie Massengesteine im Gegensatz zu den Schiefergesteinen.

50. Je nachdem die Eruptiv- und Sedimentgesteine zusammengesetzt sind, unterscheidet man:

a) Einfache Gesteine, welche nur ein Mineral enthalten;

b) Gesteine, welche aus mehreren Mineralien zusammengesetzt sind;

c) solche Gesteine, welche aus Gemengen von Trümmern anderer Gesteine zusammengesetzt sind und die meistens durch ein Bindemittel zu einem neuen Gestein vereinigt sind. Zu diesen letzteren gehören:

α) krystallinische Massengesteine (sind ohne jede Regelmäßigkeit der Struktur);

β) krystallinische Schiefergesteine (zeigen eine gewisse Regelmäßigkeit nach einzelnen Hauptrichtungen); sie lassen sich nach letzteren leichter aufbrechen als nach anderen.

Kryptokrystallinische Gesteine lassen die Einzelbestandteile nicht mehr erkennen; die krystallinischen Gesteine können ferner grobkörnig oder feinkörnig sein.

51. I. Zu den einfachen Gesteinen gehören:

1. Das Steinsalz.

Das Steinsalz ist eine Verbindung des Chlors (chemisch mit Cl bezeichnet) mit dem Natrium (chemisch: Na); es wird daher auch als Chlornatrium (chemisch: NaCl) bezeichnet. In den Steinsalzlagerstätten treten meistens andere Beimengungen zum Steinsalz, die es verunreinigen.

2. Der Quarz.

Quarz zeichnet sich durch große Härte aus; er kommt häufig als Fels oder Kieselschiefer vor.

3. Der Kalk.

Kalk kommt in krystallinischer Form häufig vor. So z. B. als Marmor. Ferner ist der Kalksinter oder Tropfstein zu erwähnen, weiter der Kalkglimmerschiefer. Ferner Magnesit oder Dolomit.

4. Der Gips.

II. Krystallinische Massengesteine.

1. Der Granit.

52. Der Granit ist von fei- oder grobkörniger Struktur. Er besteht vorwiegend aus Orthoklas, Quarz und Glimmer. Als nebensächliche Bestandteile treten hinzu: Plagioklas, Hornblende, Magnetisen.

Als Abarten des Granits sind zu erwähnen der porphyrartige Granit, der Granitit und Granitporphyr.

Der Granit ist wesentlich am Aufbau unserer Gebirge beteiligt; so z. B. bei den Alpen, dem Riesengebirge und den Karpathen, ferner auch dem Harz. Der Granit wird vielfach in grossen Blöcken zu Bauten verwendet. Das geschah schon im Altertum; seine Festigkeit ist bedeutend.

2. Der Syenit.

53. Der Syenit besteht aus Orthoklas und Hornblende; sein Gefüge ist körnig; es treten häufig auch Plagioklas und Magnetit in ihm auf. An Kieselsäure ist er arm. Als Abarten sind Augitsyenit, Glimmersyenit und Hornblendesyenit zu erwähnen. Auch der Syenit wird vielfach zu Bauten verwendet.

Er findet sich im Blauenschen Grunde bei Dresden, in den Vogesen, in Schweden und Norwegen.

3. Der Grünstein.

54. Wie schon der Name sagt, besitzen Grünsteine meistens eine grüne oder grünliche Färbung. Vorwiegend enthalten sie Plagioklas und Hornblende, sowie Augit oder Albit

(weißer Feldspat). Die Grünsteine besitzen ein körniges, krystallinisches Gefüge.

- a) Der Diorit. Er enthält vorwiegend Plagioklas und Hornblende; er findet sich z. B. im Erzgebirge, im Odenwald u. s. w.;
- b) Der Diabas. Er setzt sich vorwiegend aus Plagioklas und Augit zusammen; vielfach enthält er auch Olivin; Fundorte sind Fichtelgebirge, Böhmen, Harz u. s. w.

Diorit und Diabas werden vielfach als Pflastersteine verwendet. Häufig werden sie wie der Granit und Porphyr poliert.

4. Porphyrtartige Gesteine.

Die porphyrtartigen Gesteine haben verhältnismäßig wenig Kieselsäure und daher wenig Quarz; sie haben weiter ein dichtes Gefüge mit Einsprenglingen größerer Krystalle.

1. Der Quarzporphyr. Er besteht vorwiegend aus Orthoklas und Quarz, zu welchen Plagioklas, Glimmer, Hornblende, Augit und Magnetit hinzutreten. Häufig hat er eine helle, rötliche Farbe. Der Quarzporphyr wird auch als Felsitporphyr bezeichnet; er kommt bei Leipzig, im Thüringerwald, in Tirol u. s. w. in Form von Gebirgskuppen oder deckenförmigen Massen vor.

2. Porphyrit ist von dunklerer bis braunroter Färbung. Fundorte des Porphyrits sind Schweden und Norwegen, Harz u. s. w. Der Porphyrit ist von großer Härte und daher schwer zu bearbeiten; er ist aber sehr wetterbeständig und nimmt bei Politur ein schönes Aussehen an.

3. Augitporphyr hat Augit und Labradorit als Bestandteile.

4. Melaphyr besteht aus Augit und Oligoklas, sowie Magneteisenstein; er hat ein feinkörniges Gefüge. Es finden sich oft Mandeln von Quarz, Achat u. s. w. in ihm, die bei der Verwitterung sich auflösen. Als Pflasterstein wird Melaphyr häufig verwendet. Er findet sich am Hunsrück, am Riesengebirge u. s. w.

5. Trachyt-Gesteine.

55. Ein charakteristischer Bestandteil des Trachyts ist der Sanidin, ein glasiger, gelb-weiß gefärbter Feldspat, mit Beimischungen von Glimmer, Hornblende u. s. w.

Die Farbe der Trachyte ist meistens hell, weiß-grau, gelblich, grünlich oder rötlich. Im Baugewerbe finden sie vielfach Verwendung zu Pflastersteinen, zu Werkstücken und auch als Mühlsteine.

1. Der Quarztrachyt enthält Sanidin, Quarz, Hornblende und Glimmer.

2. Der Andesit besteht aus Hornblende, Augit und Plagioklas; letzterer Bestandteil ist in verhältnismäßig großen Mengen vertreten. Der Andesit bildet Kuppen der Gebirge,

Kommt aber auch in Form von Strömen und Gangausfüllungen der Gesteine vor; er findet sich im Siebengebirge am Rhein, in Oberitalien u. s. w.; auch kommt er in Amerika (Cordilleros [sprich: Cordiljeros] dellos Andes) in ausgedehnten Mengen vor.

3. Der **Phonolith** (Klingstein). Bestandteile: Sanidin und Nephelin, daneben Leucit, Hornblende, Augit, Magnetit u. s. w. Der Phonolith sondert sich in Form von Platten ab, welche beim Beklopfen einen hellen Ton geben. Fundorte sind: am Bodensee, in Böhmen, der Eifel u. s. w. Die aus Phonolith bestehenden Gebirgskuppen zeichnen sich dadurch aus, daß sie steil und schroff sind.

Als Abarten der Trachyte sind die **Bimssteine** zu nennen, welche in schaumiger Form in vulkanischen Gegenden häufig vorkommen. Bekannt sind die sogenannten Schwemmsteine im Brohltal bei Andernach, welche zur Herstellung sehr leichter Ziegelsteine verwendet werden; sie werden aus sogenannten Bimssteinen gewonnen.

6. Die Basalte.

56. Basalt hat einen niedrigen Gehalt an Kieselsäure; seine Bestandteile sind Plagioklas, Nephelin, Leucit, Augit, Olivin und Magnetit. Seine Struktur ist körnig und porphyrisch; Hornblende, Apatit u. s. w. treten häufig als nebensächliche Bestandteile auf. Je nach den Bestandteilen unterscheidet man Feldspathbasalt, Nephelinbasalt, Leucitbasalt u. s. w.

Die Färbung der Basalte ist meistens dunkel bis schwarz. Häufig nimmt er eine ausgesprochen körnige Struktur an und heißt dann **Dolerit**. An vielen Fundstätten hat der Basalt eine prismatische, säulenförmige Gestalt angenommen.

Bei uns findet sich Basalt in der Eifel, im Westerwald, in Schlesien; ferner tritt er in Irland auf (Gingalsgrotte auf der Insel Staffa). Häufig durchdringt der Basalt in Form eines Stromes das überlagernde Gestein, häufig bildet er Gebirgskuppen und ganze Gebirge.

Sehr wichtig ist die Verwendung des Basalts zu Werksteinen, die besonders hohen Beanspruchungen ausgesetzt sind; sie sind außerordentlich wetterbeständig. Auch die Basaltlava ist von grosser Bedeutung für das Baugewerbe; sie kommt in vulkanischen Gegenden (Eifel) häufig vor; sie wird ebenfalls in der Form von Werksteinen benutzt. Die prismatischen Säulen des Basalts benutzt man zu Einfassungen von Straßen, als Brellsteine, Grenzsteine u. s. w.

7. Die Olivingesteine.

57. Die Olivingesteine sind frei von Feldspat; vornehmlich setzen sie sich aus Olivin, Augit und Magnetit zusammen.

III. Die krystallinischen Schiefergesteine.

1. Der Gneis.

58. Der Gneis ist dem Granit nahe verwandt; er besteht aus Quarz, Feldspat und Glimmer; der Gneis unterscheidet

sich vom Granit durch seine mehr oder weniger stark ausgeprägte Schieferstruktur. Außer den genannten Bestandteilen treten noch andere in ihm auf; man unterscheidet demgemäß: Glimmer-, Hornblende-, Cordierit-, Graphitgneis.

Der Gneis bildet einen Hauptbestandteil unserer Gebirge, so der Alpen, des Schwarzwaldes, des Erzgebirges u. s. w.; ferner ist er in Schweden und Norwegen, in Amerika u. s. w. weit verbreitet.

Der Glimmer veranlaßt vorwiegend die Schieferstruktur des Gneis; manchmal findet er sich in Lagen im Gneis und dieser wird flaserig.

2. Der Granulit. Der Granulit besteht aus Feldspat, Quarz und Granat. Er kommt vor in Sachsen, Böhmen u. s. w.

Gneis und Granulit finden häufig als Bausteine Verwendung; sie liefern Werksteine zu Treppenstufen, Brückengeländern u. s. w.

59. 3. Der Glimmerschiefer enthält in erster Linie Glimmer und Quarz; als Nebenbestandteile treten Granat, Talk, Chlorit und Magnetit auf; seine Struktur ist meistens feinschieferig. An der Bildung der Hauptgebirgszüge ist er stark beteiligt.

4. Der Hornblendeschiefer besteht aus Hornblende mit Quarz, Granat oder Magnetit; die Struktur ist schieferig; er ist im Gneis- und Glimmerschiefergebirge häufig.

5. Phyllit (Urtonschiefer) enthält Glimmer, Chlorit, Quarz, Feldspat, daneben auch Hornblende und Magnetit; er ist meistens feinschieferig und gefältelt. Fundorte sind: Alpen, Erz- und Fichtelgebirge. Der Phyllit kommt meistens in Nestern vor; er besitzt gewöhnlich einen Seideglanz.

Fünftes Kapitel.

IV. Die Trümmergesteine oder klassischen Sedimentgesteine.

1. Gruppe der Sandsteine.

60. Die Sandsteine bestehen aus Quarzkörnern, welche durch Bindemittel, wie Kiesel, Ton oder Kalk zu einem Ganzen verkittet sind; bisweilen treten auch Feldspat und Glimmer in ihm auf.

Die eruptiven Gesteinsmassen sind durch zerstörende Einflüsse zertrümmert worden, das Wasser trug die Trümmer fort und lagerte sie wieder ab. Auch die kalkigen, tonigen und kieselligen Bindemittel sind vom Wasser in gleicher Weise fortgeschafft und im Meere abgelagert worden. Die Bindemittel bedingen verschiedene Härte des Sandsteins; kalkige und kieselige Bindemittel ergeben härtere Sandsteine als die tonigen.

Auch eisenschüssige Sandsteine kommen häufiger vor.

Man bezeichnet die Sandsteine entweder nach der Erdformation, der sie angehören (z. B. Quadersandstein, Kohlsandstein, Buntsandstein u. s. w.) oder

nach dem Orte, an dem sie vorkommen (z. B. Elbsandstein, Frierischer Sandstein u. s. w.).

Der Sandstein ist als vorzügliches Baumaterial bekannt; seine Härte erreicht diejenige des Granits bei weitem nicht, indessen ist seine Bearbeitung weit leichter, und daher ist er weit billiger. Die Werksteine, welche aus Sandstein hergestellt werden, finden als Treppenstufen und Sohlbänke, bei Verblendungen von Gebäuden und sonstigen Bauwerken des Hoch- und Tiefbaues mannigfache Verwendung.

2. Gruppe der Tongesteine.

61. Zu den Tongesteinen gehören die Zeretzungs- und Ablagerungsmassen der feldspatreichen Gesteine; sie haben sich durch Erhärtung eines tonigen Schlammes gebildet.

1. **Der Tonschiefer.** Derselbe läßt sich in Platten spalten; er liefert das Material zur Eindeckung der Dächer (Dachschiefer), zu Schiefertafeln, zu Griffeln u. s. w. Er findet sich in der Eifel, in Schlesien, am Harz, im Thüringer Wald u. s. w.

2. **Der Schiefertou.** Derselbe hat einen geringeren Gehalt an Kali und Natron als der Tonschiefer; die Schiefertone sind also mehr ausgelaugt, als es bei den Tonschiefern der Fall ist.

Der Kohlschiefer ist dunkel gefärbt; er besitzt Beimengungen von Kohlen.

3. **Der Ton** (Lehm oder Letten) ist ein Sediment mit größerem oder geringerem Sandgehalt.

4. Vulkanische Tuffe.

62. Zu den vulkanischen Tuffen gehören Konglomerate von vulkanischen Auswurfstoffen, wie Bomben, Lapilli und Aschen, die miteinander verbunden sind. Je nach dem Vorwiegen des einen oder des anderen Gesteins unterscheidet man Trachyt-, Basalt- und Phonolith-Tuffe. Hierhin gehört auch der Trass, welcher einen vorzüglichen Mörtel für Bauten liefert; er wird fein gemahlen und so in den Handel gebracht. Er findet sich z. B. in der Nähe des Laachersees am Rhein.

Breccien sind Trümmer anderer Gesteine von eckiger Form, welche durch ein Bindemittel verkittet sind. Sie können aus einer oder mehreren Gesteinsarten bestehen. Man unterscheidet Porphyr-, Gneis-, Quarzbreccien u. s. w.

Konglomerate sind gleicher Art, wie die Breccien, nur sind die einzelnen Trümmer von abgerundeter Form.

5. Die losen Trümmergesteine.

63. Hierhin gehören Gebirgsschutt, Gerölle, Geschiebe und Sand.

Gebirgsschutt bildet sich vorzugsweise am Fuße der Gebirge in Gestalt der Schutthalden. Gerölle (Kies, Schotter)

haben eine abgeschliffene walzenförmige Form, welche durch den Transport im Wasserlauf oder durch die Brandung am Meeresstrande entstanden ist. Geschiebe haben eine flache abgerundete Form.

Sand besteht aus einer Ansammlung kleiner Körner abgeschliffener und zertrümmerter Gesteine; er enthält vorwiegend Quarz, daneben auch Hornblende, Feldspat, Kalkstein u. s. w., ferner Mineralien, wie Magneteisenstein, auch Gold u. s. w.

6. Die zoogenen Sedimentgesteine.

64. Während die phytogenen Gesteine ihren Ursprung den Pflanzen verdanken, ist die Bildung der zoogenen Gesteine durch Tiere veranlaßt. Diese Tiere benutzen die im Wasser aufgelösten Salze zur Herstellung ihrer Kalk- oder Kieselshalen; es entstehen so nach dem Absterben Schichten von großer Mächtigkeit. Kreide-, Kalk- und Kieselgesteine sind daher oft mit den Resten der mikroskopisch kleinen Tiere angefüllt, die besonders den Klassen der Foraminiferen und Radiolarien (oder Strahlentierchen) oder den Spongien (Kieselnadeln der Seeschwämme) angehören.

Die zoogenen Sedimentgesteine zerfallen in folgende:

1. Der Kalkstein.

65. Die Kalksteine enthalten Calciumkarbonat, daneben auch Magnesiumkarbonat (Dolomit). Dieselben sind oft von schöner Farbe und eignen sich zur Politur und Verwendung als Bausteine (bunter Marmor). Der Kalkstein hat dichte massige oder dichte schieferige Struktur. Zu erwähnen sind noch die sogen. Rogensteine, die aus runden Körnern bestehen.

2. Der Mergel.

66. Mergel ist ein Gemisch von Ton und Calcium- oder Magnesiumkarbonat; wiegt der Kalk vor, dann hat man Kalkmergel, wiegt der Ton vor, dann hat man Tonmergel; dolomitische Mergel enthalten Magnesiumkarbonat.

3. Der erdige Kalkstein.

67. Zum erdigen Kalkstein gehört die weiße Kreide, welche an vielen Stellen gefunden wird. So z. B. auf der Insel Rügen, im nördlichen Frankreich u. s. w.

Zu den zoogenen Sediment-Gesteinen gehören weiter die Korallenkalk, Muschelkalk u. s. w.

Zu dieser Gruppe gehören auch die sogen. Knochenbreccien, welche als Schichten fossiler Tierreste vorkommen; ferner die Guano-Lager, welche durch die Exkremente von Vögeln entstanden sind.

Die phytogenen Sediment-Gesteine.

68. Zu den phytogenen Sediment-Gesteinen gehören die Kohlen und der Torf, dann Asphalt, Petroleum u. s. w.

1. Die Kohlen.

Anthracit ist eine Steinkohle mit hohem Kohlenstoffgehalt, welcher beim Verbrennen keinerlei Rückstand läßt; dabei gibt er außerordentlich viele Wärme ab. Anthracit kommt hauptsächlich vor in England und Nordamerika, ferner in China.

Schwarzkohle oder **Steinkohle** in gewöhnlichem Sinne enthält eine geringere Kohlenstoffmenge als der Anthracit.

Die Schwarzkohle tritt in Kohlenflözen auf; sie findet sich in Deutschland vorwiegend im Ruhr-Kohlengebiet, an der Saar und in Oberschlesien. Ferner sind die belgischen Kohlengebiete zu erwähnen, dann England, Nordamerika und China.

Die **Braunkohle** gibt einen braunen Strich, während die Schwarzkohle einen schwarzen gibt; beide Kohlenarten sind schwarz gefärbt. Der Gehalt an Kohlenstoff ist geringer als bei der Schwarzkohle (etwa bis 75%); sie gehört der Tertiär-Formation an, ist also jünger als die der primären Formation angehörende Steinkohle. In Deutschland kommt die Braunkohle am Rhein bei Bonn vor, ferner in Thüringen und Sachsen. In Oesterreich finden sich sehr ausgedehnte Braunkohlenlager.

2. Der Torf.

69. Die den Torf bildenden Pflanzen, wie Moos, Heide, Binsen u. s. w. befinden sich im Torflager in einem langsam fortschreitenden Verbrennungsvorgang. In den unteren Schichten besitzt der Torf ein schwarzes Aussehen, ist von großer Dichtigkeit und hat einen ziemlich hohen Heizwert; in den oberen Schichten ist er heller gefärbt, weit lockerer und faserig; der Heizwert ist daher geringer.

Gruppe der Kohlenwasserstoffe und Bitumen.

70. **Asphalt** oder **Erdspeck** ist von schwarzer Farbe; es ist leicht schmelzbar.

Bekannt ist seine ausgedehnte Verwendung bei Pflasterarbeiten und zur Dachpappe, bei Isolierungen des Mauerwerkes u. s. w. Asphalt findet sich in Limmer bei Hannover; am Toten Meere kommt es in großen Mengen vor.

Bergwachs ist weich wie Wachs und von bräunlicher oder gelblicher Farbe. **Petroleum** oder **Erdöl** ist flüssig und von gelblicher oder rötlicher Farbe. Seine Anwendung zur Beleuchtung ist bekannt. Es ist aber noch nicht festgestellt, ob sein Vorkommen durch in Verwesung begriffene Pflanzen oder Tiere veranlaßt wird.

Kieselguhr oder Infusorienerde.

71. Die **Kieselpanzer** mikroskopisch kleiner Algen (Diatomeen) haben sich an verschiedenen Stellen zu Schichten von großer Stärke abgelagert. Er findet sich vielfach in der Lüneburger Heide, ferner in Böhmen und Ungarn.

Sechstes Kapitel.

B. Die Lagerung der Gesteine und der Gebirgsbau.

72. Die abgelagerten Sedimentschichten bildeten sich zu verschiedenen Zeiten des Entwicklungsganges der Erde; sie konnten sich aber stets nur dort bilden; wo Wasser bezw. das Meer vorhanden war. Auf dem festen Lande konnten solche Ablagerungen nicht auftreten und hierdurch erklärt sich das Fehlen mancher Sedimentschichten an solchen Stellen, wo sie sonst hätten abgelagert werden müssen. Es fanden aber im Laufe der Jahrtausende so mannigfache Hebungen und Senkungen der Erdoberfläche statt, daß Sedimentschichten fast an allen Stellen vorkommen.

73. Je nach dem Zeitraum, in welchem diese Ablagerungen vor sich gingen, hat man verschiedene Perioden der Erde zu unterscheiden. Schlüsse auf das wirkliche Alter einer solchen Erdperiode zu ziehen, also anzugeben, vor wieviel Jahrtausenden sie entstand, und wie lange sie anhielt, ist nur in vereinzelten Fällen mit einiger Wahrscheinlichkeit möglich. Meistens wird es nur angängig sein, anzugeben, welche Schicht der Erdrinde die ältere, und welche die jüngere ist.

74. Bei der Bestimmung des relativen Alters einer Erdschicht, bezw. bei Ermittlung ihrer Zugehörigkeit zu einer der bereits bekannten geologischen Formationen sind die Petrefakten oder Versteinerungen von hervorragender Bedeutung. Die Lehre von der Lagerung der Gesteine gründet sich daher auf die Kenntnis der in den einzelnen Schichten vorkommenden Versteinerungen oder der Leitfossilien. Dieser Zweig der Geologie heißt **Paläontologie**.

Die ersten Anfänge des organischen Lebens auf der erstarrten Erdkruste nachzuweisen, wird kaum jemals gelingen, da sie sich auf die ältesten Perioden zurückführen lassen und sichtbare Spuren von ihnen nicht mehr vorhanden sind. Die mannigfachen Umwandlungen, welche sich auf der Erde abgespielt haben, veränderten und vernichteten die ersten Urfänge der Lebewesen; vermutlich waren sie auch nicht mit widerstandsfähigen Schalen oder Knochen ausgerüstet, sondern bestanden nur aus einer weichen Masse.

75. Die ältesten uns bekannten und in den Ueberresten erhaltenen Lebewesen können nicht mehr auf der niedrigsten Entwicklungsstufe stehen. Man kann aber in allen verschiedenen Perioden der Erde den Entwicklungsgang vieler Tier- und Pflanzenformen beobachten; sie erreichen zu bestimmter Zeit den Höhepunkt ihrer Entwicklung, sowohl was die Art und den Bau ihres Körpers als die Zahl ihrer Einzelwesen anbetrifft. Dann gehen sie in der Entwicklung zurück, weil

ihnen die nötigen Vorbedingungen zu ihrem Gedeihen entzogen werden; es vollziehen sich Umwandlungsprozesse auf der Erdoberfläche, und schließlich verschwinden sie ganz. Ein beredtes Beispiel der Vergänglichkeit alles Irdischen! Manche Tiere und Pflanzenarten haben in späteren Zeitaltern eine zweite Blütezeit.

76. Die einzelnen Arten der Lebewesen erreichten im allgemeinen nicht die hohe Entwicklung der Jetztzeit; sie haben sich allmählich zu immer höherer Stufe herangebildet, und im Hinblick auf die mannigfachen Stufen des Werdeganges der Pflanzen und Tiere, welche durch Tausende und aber Tausende von Jahren reichen, muß man sagen: Es ist unwahrscheinlich, daß sie schon jetzt ihren Gipfelpunkt erreicht haben.

Man teilt nun die sämtlichen bekannten Schichten der Erde nach fünf Zeitaltern ein, welche folgendermaßen benannt werden:

- I. Die Archaische Periode oder die Urzeit.
- II. Die Paläozoische Periode oder das Altertum, auch Primäres Zeitalter.
- III. Die Mesozoische Periode oder das Mittelalter, auch Sekundäres Zeitalter.
- IV. Die Känozoische Periode oder die Neuzeit, auch Tertiäres Zeitalter.
- V. Die Anthropozoische Periode oder die Jetztzeit, auch Quartäres Zeitalter.

Im allgemeinen werden die tieferen Schichten ein höheres Alter haben als die höheren; nur bei der sogen. durchgreifenden Lagerung ist die durchgreifende und nach oben durchdringende Schicht jünger als die auflagernde.

Die oben aufgeführten Perioden der Erde besitzen eine gewisse Gleichartigkeit; sie bilden also einen Abschnitt in der Entstehungsgeschichte der Erde. Die erwähnten Zeitalter beziehen sich auf Sedimentgesteine und die zugehörigen Petrefakten.

C. Die Beschreibung der Erdschichten.

I. Die archaische Periode oder die Urzeit der Erde.*)

77. Die ältesten Erdschichten festzustellen, ist unmöglich. Die zuerst erstarrte Erdrinde wird aber alle jene Bestandteile enthalten haben, welche später in den Sedimentgesteinen wieder abgelagert sind. Die Gneise werden zu den ältesten Gesteinen gehören; ferner sind Granit, Syenit, Grünstein, Quarzporphyr, sowie Glimmer- und Hornblendeschiefer, Quarz-

*) Anmerkung. Man vergleiche bei den Leitfossilien die zugehörige Tafel.

zit, Serpentin, Kalkstein, Magnesit u. s. w. den ältesten Gesteinen zuzurechnen. Sie bilden das Urgebirge der Erde und erreichen eine Mächtigkeit bis zu 20 km und mehr; auf ihm lagern alle Sedimentgesteine und jüngeren Bildungen.

Im Urgebirge finden sich viele Erzlager, edle und unedle Metalle, ferner Edelgesteine, wie Topas, Saphyr, Smaragd, Diamant u. s. w.

Die archaische Periode ist vertreten in den Alpen, Schwarzwald, Vogesen, Fichtelgebirge u. s. w., in Schweden und Norwegen, Amerika u. s. w.

78. Aus der archaischen Periode sind Versteinerungen nicht bekannt; man hat also keinen direkten Beweis dafür, daß in jener frühesten Erdepöche schon Lebewesen bestanden. Wohl aber mutmaßt man dieses. Man führt das Vorkommen des Graphit auf das Auftreten von Pflanzen zurück.

Eigenartig ist die Phyllit-Formation, welche die jüngste Bildung dieser Epoche darstellt; die Gesteine sind in den ältesten Schichten krystallinisch, gehen dann aber allmählich in Ton über. Man nennt sie daher Urtonschiefer.

II. Die paläozoische Periode oder das Altertum der Erde.

79. Die wichtigsten Merkmale der paläozoischen Periode der Erde bestehen in Versteinerungen. Schwieriger ist die Unterscheidung dieser Schicht bei den Gesteinen, da der Uebergang ein ganz allmählicher ist. Man rechnet zum Altertum der Erde das jüngere und ältere Uebergangs- oder Grauwacken-Gebirge, das Steinkohlen- und Kupfer-Gebirge.

Es gehören zur archaischen Formation die Konglomerate, Sandsteine und auch Kalkablagerungen.

80. Die Zahl der verschiedenen Tierarten ist keine große; wohl aber gab es eine ungeheuerer Anzahl von Abarten der einzelnen Gattungen und von diesen wieder eine riesige Zahl von Einzelwesen. Die meisten weichen von den Organismen der Jetztzeit ganz erheblich ab.

Zu erwähnen sind zunächst die Seelilien (Crinoideen); diese gehören zu den Strahltieren oder Echinodermen; See-sterne und Seeigel sind selten; ferner sind die Korallen stark vertreten, weiter die Muscheln und Schnecken. Auch die Krebse (Trilobiten) sind bemerkenswert; diese haben mit den jetzt vorhandenen Arten nur geringe Ähnlichkeit. Auch der Nautilus, ein Tintenfisch, die Brachiopoden (Armsfüßler) sind hier zu nennen. In der paläozoischen Periode treten auch Fische*) auf; ferner in den jüngsten Schichten auch Reptilien und Amphibien.

*) Anmerkung: Die Fische zeigten nicht die symmetrische Ausbildung des Schwanzes, wie ihn die Fische der Jetztzeit besitzen (ausgen. Hai-fisch), sondern es waren ungleichschwänzige Schmelzschupper (vergl. Tafel zur Geologie).

Unter den Pflanzen sind die Meeresalgen und Seetange bemerkenswert; dann treten in der Steinkohlenzeit die Gefäßkryptogame auf, wie Schachtelhalme, Farnkräuter; diese entwickeln sich zu Bäumen von ungeheurer Größe; sie lassen sich mit den jetzt lebenden Arten kaum noch vergleichen. Säugetiere und Vögel kommen noch nicht vor.

In der paläozoischen Periode war das Klima ein gleichmäßiges und warmes; man kann dieses aus der gleichmäßigen Verbreitung der Pflanzen und Tiere über die ganze Erde schließen.

81. Die paläozoische Periode gliedert sich wieder in folgende Unterabteilungen:

1. Die cambrische Formation.
2. Die Silurformation.
3. Die Devonformation.
4. Die Karbonformation.
5. Die permische Formation.

Zur Zeit der Steinkohlenformation waren die Calamiten eine sehr verbreitete Familie; diese haben Ähnlichkeit mit unseren jetzigen Schachtelhalmen; sie hatten indessen die Größe von Bäumen. Zu dieser Familie gehören die Annularia (Ringblätter) und die Asterophyllites (Sternblätter).

82. Die Sigillarien (Siegelbäume) hatten bis 20 oder 30 m hohe, wenig verzweigte Stämme; sie waren nur an der Spitze mit grasförmigen Blättern versehen; der Stamm zeigt siegelartige Narben von elliptischer oder sechseckiger Form; diese Narben geben Ansätze früherer Blätter an. Die Schuppenbäume (Lepidodendren) haben rhombische Blattnarben. Die Stigmarien hielt man anfänglich für eine besondere Pflanzenart; es hat sich indessen erwiesen, daß sie nur Wurzeln der Sigillarien sind.

Eine ungeheure Zahl verschiedener Arten zeigen die Farnkräuter, welche unter den Calamiten, Sigillaria, Lepidodendron u. s. w. wuchsen; es gab damals mehr als die fünffache Zahl derjenigen Arten, welche wir heute kennen.

1. Die cambrische Formation.

83. Hierhin gehören Grauwacken-Sandsteine, Ton-schiefer u. s. w.; es kommen die Trilobiten (dreiteilige Krebsse) in vielen Arten und verschiedenster Größe vor; ferner Brachiopoden (Armfüßler) mit zweischaliger Hülle (Gehäuse), sowie Spuren von Anneliden (Ringelwürmern); ferner sind Spuren von Algen nachweisbar (Fucoiden).

Die cambrische Formation lagert unmittelbar auf den Phylliten.

2. Die silurische Formation.

84. Silur findet sich in der Eifel, ferner im Fichtelgebirge, im Erzgebirge, auch im Harz u. s. w.

Die Formation zerfällt in Unter- und Obersilur. In dieser Erdperiode erreichen die Trilobiten und Graptolithen ihren Höhepunkt. Die Graptolithen oder Schriftsteine sind gewundene oder blattförmige Abdrücke, welche Zellen erkennen lassen; sie finden sich auf den Schieferen der Silurformation häufig. Dem Untersilur sind Quarzite und Ton-schiefer, dem Obersilur Sandsteine, Kalk und Schiefer zuzurechnen.

85. Sehr verbreitet sind die Seelilien (Crinoideen); diese haben die Form von Kelchen, welche mit Fangarmen besetzt sind; durch letztere trieb das Tier der im Innern des Kelches sitzenden Mundöffnung die Nahrung zu; ferner Nautileen und Brachiopoden; dann Korallen und Seetange; auch zeigen sich die ersten Spuren von Fischen; letztere haben jedoch statt der Schuppen einen Panzer. Zu den Kopffühlern gehören die Tintenfische der jetzigen Erdperiode; in der paläozoischen Periode besaßen diese Tiere Schalen, welche in Kammern geteilt waren (Orthoceras).

Die Brachiopoden sind zweiflappige Tiere; sie haben meistens ein Kalkgerüst im Innern; nach der Form des letzteren, nach der Art des Schlosses der Schalen und nach den Schalen selbst werden die Arten eingeteilt. Letztere erreichten etwa das Fünzigfache der jetzigen Arten.

Siebentes Kapitel.

3. Die devonische Formation.

86. Die Devonformation wird in untere, mittlere und obere eingeteilt. Im Rheinland ist das Devon im rheinischen Schiefergebirge sehr verbreitet (Taunus und Hunsrück). An Gesteinen gehören zum Devon Ton-schiefer, Kalk, Mergel und Sandsteine. Im Devon treten die ersten Landpflanzen auf; es muß also schon Festland vorhanden gewesen sein; die Panzerfische erreichen den Höhepunkt der Entwicklung.

Die Versteinerungen des Unterdevons sind meistens un-deutlich. Die Krebse (Trilobiten) und Crinoideen werden selten. Als Leitfossilien sind zu nennen Pleurodyctylum problematicum (Koralle), Spirifer speciosus (zu den Brachiopoden gehörig) und macropterus; sie besitzen ein Armgerüst in Form einer Spirale. Die Calceola-Schichten (Korallen) der Eifel, welche zum Mitteldevon gehören, zeigen große Bänke dieser Art (Calceola sandalina); den Brachiopoden sind auch die Stringocephalus-Arten zuzurechnen. Häufig sind weiter die Nautileen (gerade und gekrümmte Arten); ferner Muscheln und Schnecken; zu den Trilobiten gehört Phacops latifrons.

Im Oberdevon sind besonders die Cephalopoden oder Kopffüßler von Bedeutung; es finden sich die Vorläufer der Ammoniten oder Ammonshörner, nämlich die Goniatiten und Clymenien in ihrer Hauptentwicklung.

Im Devon finden sich Lagerstätten von Zink-, Eisen-, Blei-, Quecksilber-, Silber-Erzen.

4. Die Karbon-Formation.

87. Wegen des Auftretens der für unsere Industrie so außerordentlich wichtigen Steinkohlen ist diese Formation die beachtenswerteste. Man hat die beiden Gesteinsgruppen Kohlenkalk und Kohlen sandstein zu unterscheiden; letzterer enthält die Steinkohle; ersterer ist ein flözleeres Gestein mit vielen Versteinerungen; er ist daher eine Meeresbildung, der Kohlen sandstein enthält keine Versteinerungen von Seetieren; er hat sich in Sümpfen und niedrigen Meeresbuchten gebildet. Abdrücke von Pflanzen finden sich im Kohlen sandstein in sehr großer Zahl.

Die untere Abtheilung der karbonischen Formation enthält vorzugsweise Kalk, Sandsteine und Lonschiefer; in der oberen Abtheilung wiegen Sandsteine, Schiefertone und Kohlenflöze vor. Die die Kohlenflöze bildenden Gefäß-Kryptogame erreichen den Höhepunkt im oberen Karbon; es treten auch schon Nadelhölzer auf; ferner kommen die ersten Spinnen und Insekten vor.

Die Kohlenformation ist in England sehr verbreitet; so z. B. in der Provinz Wales; überall hat sie Mulden ausgefüllt.

88. In den Steinkohlenschichten sind fossile Pflanzen meistens in allen Einzelheiten vorhanden; es sind dies Abdrücke von Blättern, Nesten, Früchten, Stämmen, sowie Wurzeln. Die Schiefertone, welche diese Abdrücke zeigen, haben in Form eines feinen Schlammes die einzelnen Teile eingehüllt und so abgegossen, alsdann sind sie erhärtet. Man ist so in der Lage, die feinsten Teile dieser fossilen Pflanzen genau beobachten zu können.

Vielfach sind die Stämme der Pflanzen in eine kieselige Masse umgewandelt, und der innere Kern ist dann durch Sandstein ausgefüllt worden.

89. Die Anzahl der Versteinerungen von Fischen, welche im Kohlenkalk vorkommen, ist sehr groß. Häufig kommen haifischartige Knorpelfische vor, welche mit Rückenfacheln ausgerüstet waren (Cestracionten), einzelne Arten hatten flache, stumpfe Zähne, welche zum Fressen der zahlreich vorhandenen Muscheln u. s. w. dienten. Die Ganoiden (Schmelzschupper) waren mit einem starken Gebiß ausgerüstet.

Zu den Foraminiferen (Urtierchen) gehört die Fusulina, von Erbsengröße; diese bilden ganze Bänke von Gesteinen; das Gehäuse bestand aus Kalk.

An Insekten kamen außer den bereits erwähnten Spinnen noch Skorpionen, Heuschrecken, Schaben u. s. w. vor.

5. Die permische Formation.

90. Die permische Formation oder das Dyas zeigt große Aehnlichkeit mit dem Karbon; die Trennung der Schichten von einander ist oft schwierig. Es treten Sandsteine, Quarz-Phorphyr und Melaphyr auf; sie gehören zum unteren Dyas oder dem Kottliegenden; darüber lagert das obere Dyas, welches aus Kupferschiefen und Zechstein besteht; auch kommen Kalksteine, Dolomite sowie Anhydrit-, Steinsalz- und Gipslager vor. Das Dyas ist an Versteinerungen recht arm; es finden sich die ersten Reptilien und Amphibien, ferner Schmelzschupper. Die Sigillarien- und Lepidodendron-Arten sterben aus; dafür kommen häufig verkieselte Farrnbäume, Koniferen und Palmen vor.

Es treten noch viele Brachiopoden auf (*Productus horridus*); ferner Crinoideen; an Fischen kommen Ganoiden vor (*Palaeoniscus Freieslebeni*).

Auch salamanderähnliche Tiere kommen vor.

III. Die mesozoische oder die Sekundär-Formation.

91. Die Petrefakten der Sekundärformation sind schärfer von denjenigen der Tertiärformation geschieden, als es bei der letzteren und der Urformation der Fall ist. Es findet eine Annäherung an die Fauna und Flora der Jetztzeit statt. In der Tertiärformation treten klimatische Unterschiede hervor, welche die Verbreitung der Arten beeinflussen. Die paläozoische Periode läßt nur einen Unterschied bezüglich derjenigen Pflanzen und Tiere erkennen, welche auf dem festen Lande und solcher, welche im Meere vorkommen; es hatte sich also Land und Meer geschieden; dagegen war mutmaßlich die Atmosphäre mit Wasserdämpfen angefüllt, so daß der Einfluß des Sonnenscheins nicht zur Wirkung kam oder doch wenigstens abgeschwächt wurde; daher die gleichmäßige Verbreitung aller Tier- und Pflanzenarten.

92. Es treten außer den Nadelhölzern auch gegen Ende dieser Formation Laubwälder auf; das Vorkommen von Palmen, echten Kastanien u. s. w. in unseren Breitengraden beweist, daß das Klima wesentlich milder gewesen sein muß, als es jetzt der Fall ist. Im Anfang der Formation sind es mehr Schachtelhalme, Palmen und Nadelhölzer, welche vorherrschen.

Sehr weit verbreitet sind die Polypen der Sekundärformation; sie bilden Korallenbänke und Kreideberge von großer Ausdehnung. Zu erwähnen sind besonders die Foraminiferen, welche von mikroskopisch kleiner Größe sind.

Ammoniten, Belemniten treten in großer Zahl auf, ferner Seeigel und Krebse; letztere treten schon mit langen Schwänzen auf.

93. Unter den Fischen war besonders der Haiisch stark vertreten; die Zähne desselben sind von spitzer Form und waren eine gewaltige Waffe zum Festhalten und Zerteilen der Beute. Weiter kommen auch bereits Knochenfische vor.

Unter den Amphibien sind die Schildkröten erwähnenswert; ferner kommen Flugeidechsen vor. Die Saurier entwickeln viele Arten Iguanoden u. s. w., sowie Krokodile treten auf.

94. Die mesozoische Periode zerfällt in folgende Hauptgruppen:

1. Triasformation (Hauptentwicklungszeit der Saurier; die ersten Säugetiere treten auf);
2. Juraformation (Hauptentwicklung der Cycadeen und Koniferen, Belemniten und Ammoniten, Saurier, erste Vögel).
3. Kreideformation (die ersten Laubhölzer).

Jede dieser Gruppen zerfällt in mehrere Unterabteilungen:

1. Die Triasformation.

A. Bunter Sandstein; derselbe wird häufig zu Bauten verwendet; er ist sehr arm an Versteinerungen:

- a) untere feinkörnige Sandsteine; rote Schiefertone und Letten;
- b) mittlere grobkörnige Sandsteine;
- c) obere Buntsandsteine. Mergel, Dolomit, Gips, Salz und glimmerreiche Ton sandsteine.

B. Muschelkalk:

- a) unterer Muschelkalk. Wellenkalk, Wellendolomit, Schaumkalk, Encrinitenkalk;
- b) mittlerer Muschelkalk. Dolomit, Kalk, Mergel, Gips, Salz;
- c) oberer Muschelkalk (Hauptmuschelkalk).

C. Keuper.

- a) unterer Keuper (Lettentohlenengruppe);
- b) mittlerer Keuper. Bunte Mergel und Gips, Schiefer sandstein;
- c) oberer Keuper.

95. Es wiegen im Trias die Kalk- und Sandsteine vor; daneben kommen Gips, Tone, Mergel und Salz vor. Gesteine vulkanischen Ursprungs, sowie Grauwacken und Schiefer sind selten.

Statt der Seelilien treten mehr Seeigel auf; die Brachiopoden und Nautilus-Arten werden verdrängt.

Der Name Trias rührt von den in Deutschland vorkommenden drei Unterabteilungen Buntsandstein, Muschelkalk und Keuper her. Der Muschelkalk enthält sehr viele Versteinerungen; von den Brachiopoden ist besonders die *Terebratula vulgaris*, von den Crinoideen die *Enerinus liliiformis* zu erwähnen; unter den Ammoniten ist *Ceratites nodosus* hervorzuheben. Zu den Sauriern gehört der *Nothosaurus* mit walzenförmigem Körper, Ruderfüßen, schlankem, langem Hals und kleinem Kopf.

96. Im Keuper sind bei uns nur wenige Muscheln und Schnecken vorhanden; es treten in dieser Periode aber viele Saurier auf, welche das Festland bewohnten; so z. B. Dinosaurier. Es sind im Keuper keine Reste von Cephalo- oder Brachiopoden vorhanden.

Fische sind mehrfach vertreten; ferner sind die ersten Säugetiere nachgewiesen.

2. Die Juraformation.

97. In der Juraperiode gewann das Meer wieder an Ausdehnung, wie durch die zahlreichen Ablagerungen bewiesen wird. Die Ammoniten und Belemniten hatten eine weite Verbreitung. Korallenriffe bildeten sich in großer Zahl; ferner waren die Seeigel stark vertreten. Spinnen, Fliegen, Käfer u. s. w. kommen in großer Menge vor. Die Dinosaurier werden mehr als 10 m lang; diese Reptilien haben auf sehr langem Hals einen kleinen Kopf, die Hinterfüße haben Krallen, und der Schwanz dient zur Stütze. Krokodile und Schildkröten treten zahlreich auf; auch die Flugsaurier (*Pterodactylus*) sind zu erwähnen.

Nach der vorherrschenden Färbung der Gesteine sind schwarzer, brauner und weißer Jura zu unterscheiden.

98. Der schwarze Jura besteht vorwiegend aus Kalk und Ton, die Ammoniten, Belemniten sind sehr verbreitet; ferner Seelilien und Fische mit Schmelzschuppen, sowie Krokodilarten. Der häufig vorkommende *Plesiosaurus* ähnelt dem *Nothosaurus*. Der *Ichthyosaurus* hat einen kurzen Hals, walzenförmigen Körper mit langem Schwanz und Ruderfüßen.

Die im braunen Jura vorkommenden großen Belemniten haben eine weite Verbreitung; ferner treten Korallen, Ammoniten, *Orstrea* (Muschel), *Terebratula* u. s. w. auf.

Im weißen Jura erlangen die Spongien (Seeschwämme) weite Verbreitung, sie bilden häufig Kalkschichten; ferner See-

sterne und Seelilien; sodann finden sich viele Ammonitenarten, Terebrateln, Seeigel. Die Korallen haben in dieser Periode ebenfalls Nester gebildet, welche in Kalk und Dolomit eingebettet sind. Vielfach sind in den Kalken und Schieferen des weißen Jura schön erhaltene Abdrücke von Sauriern, Muscheln, Fischen, Würmern u. s. w. aufgefunden. Es kommen in dieser Periode Land- und Seetiere in vielen Arten vor.

3. Die Kreideformation.

99. Zur Kreideformation gehören vorwiegend dunkle oder hellere Kalkablagerungen und Sandsteine, dann Mergel, Sand und Ton.

An der Bildung der Schreibkreide und anderer Schichten dieser Formation sind die Foraminiferen stark beteiligt. Die Seeigel (*Holaster subglobosus*) und Spongien, ferner Terebrateln (*Terebratula oblonga*), Muscheln (*Inoceramus Cripsii*) und Schnecken sind vorherrschend. Die Ammoniten und Belemniten gehen mehr und mehr zurück. Knochenfische und Knorpelfische verdrängen die früheren Arten. Einzelne Vogelarten haben Zähne. Die Saurier gehen in der Entwicklung zurück; es treten schlangenartige Saurier und in der Größe gewaltig entwickelte andere Reptilien dieser Klasse, wie *Iguanodon*, *Plesiosaurus* und *Ichthyosaurus* auf.

100. Die Einteilung der Kreideformation ist folgende:

- A. Neocom oder Gils;
- B. Gault;
- C. Unterer Pläner (Genoman);
- D. Mittlerer Pläner (Turon);
- E. Oberer Pläner (Senon).

Achtes Kapitel.

IV. Die känozoische Formation.

101. Die känozoische Formation oder die Neuzeit der Erde zerfällt in:

1. Die Tertiärformation,
2. die Quartärformation.

In der Tertiärzeit spielen sich wieder vulkanische Vorgänge ab; die älteren Gesteinschichten werden von Basalt, Trachyt u. s. w. durchbrochen und überlagert.

An Gesteinen treten sonst noch Kalk, Sandsteine, Sand und Tone auf; in der Quartärformation entstehen Sand-, Geschiebe- und Geröllablagerungen, erratische Blöcke, Torflager und Korallenbänke.

102. Als Tertiärbildungen phytogener Art sind besonders die Braunkohlen zu nennen. Es muß zu jener Zeit ein weit milderes Klima in Europa geherrscht haben, als es jetzt der Fall ist; davon legen die vielfach aufgefundenen Reste der Palmen, Platanen, Lorbeeren u. s. w. Zeugnis ab. Daneben finden sich auch bereits die jetzt bei uns heimischen Birken, Eichen, Ulmen u. s. w.

Das Klima hat in den älteren Schichten des Tertiärs mehr tropischen Charakter, welcher in den jüngeren Schichten einem gemäßigten warmen Klima Platz gemacht hat; es erfolgt alsdann im Diluvium die Unterbrechung durch die sogenannte Eiszeit und dann der Uebergang zum Klima der Jetztzeit.

103. Die Einteilung des Tertiärs und Quartärs ist folgende:

- I. Älteres Tertiär (Braunkohlenzeit; es traten große Säugetiere auf)
 - a) Eocän,
 - b) Oligocän,
 - c) Pliocän.
- II. Jüngeres Tertiär. Auftreten der Mastodonten (Elefanten mit Bissenzähnen), Braunkohlenlager:
 - a) untere Abteilung,
 - b) mittlere Abteilung,
 - c) obere Abteilung.
- III. Quartärformation:
 - a) Diluvium $\left\{ \begin{array}{l} \alpha) \text{Voreiszeit (erstes Erscheinen des Menschen),} \\ \beta) \text{Eiszeit,} \\ \delta) \text{Nacheiszeit,} \end{array} \right.$
 - b) Alluvium.

104. Die Ammoniten und Belemniten verschwinden mehr und mehr; auch die Saurier sterben in einzelnen Familien aus.

Charakteristisch für das Tertiär sind die Nummuliten, welche zu den Foraminiferen gehören.

Im Oligocän finden sich viele Raubtiere; ferner Insektenfresser. Auch die Vorläufer unserer Pferde traten auf, dann Affen und Tapire, sowie Schweine und Hirsche. Ferner ist eine große Zahl von Beuteltieren bemerkenswert; auch Vögel und Reptilien, die sich den jetzt lebenden Arten nähern. Zum Teil kommen aber Formen vor, die sich jetzt nicht mehr finden, und die sich besonders durch ihre riesige Größe auszeichnen. So finden sich Rhinoceros-Arten, welche Hufe besaßen.

105. Der Bryozoenkalk (im Miocän), der von den Bryozoen (Moostierchen), kleine röhren- oder zellenförmige Tiere, welche in größerer Zahl vereint vorkommen, gebildet ist, ist reich an Mustern; ferner finden sich viele Hai- und Fischzähne in ihm, ein Beweis von dem häufigen Auftreten dieses gefräßigen Ungeheuers; auch Tektiten und Terebrateln sind sehr häufig.

Das Auftreten der Dinotherien und Mastodonten im Miocän ist bereits erwähnt worden. Diese riesigen Dickhäuter ähneln den heutigen Elefanten; die Stoßzähne waren bei ersteren gekrümmt und rückwärts gebogen, während letztere sehr lange und gerade stehende Zähne hatten.

Im Pliocän sind Hyänen und Tiger, ferner Anilopen, Giraffen, Nehe u. s. w. bemerkenswert; auch Pferde und Rinder kommen in diesen Erdschichten vor.

2. Die Quartärformation.

106. Das Klima wird in der Quartärformation allmählich kälter; es fand eine ausgedehnte Vergletscherung unserer Breiten sowohl in Europa als Amerika statt. Während derselben war die Stärke der Vergletscherung je nach dem schwankenden Klima bald stärker, bald schwächer. Man hat für Norddeutschland drei Perioden von größerer Dauer festgestellt, in welchen eine Vergletscherung stattfand; die zwischen diesen Perioden liegenden Zeiträume nennt man Interglazialzeiten.

Es ist bislang noch nicht ermittelt, worin der Umschwung vom tropischen Tertiär zu den Kälteperioden des Quartärs begründet war.

107. Die Alpen waren zur Eiszeit vollständig mit Eis eingehüllt; aber auch hier kann man mehrere Perioden ermitteln, in welchen ein Rückgang in der Vergletscherung vor sich ging. Man muß sich bei Betrachtung dieser Vorgänge stets wieder vergegenwärtigen, daß man nicht mit Zeiträumen von Jahrzehnten, sondern mit Jahrtausenden zu rechnen hat.

Bei dieser Vergletscherung fand eine ausgedehnte Moränenbildung statt; die Gesteine wurden beim Transport mehr und mehr zerkleinert und dann abgelagert. Von dem großartigen Maßstabe, in dem dieses vor sich gegangen sein muß, können wir uns jetzt kaum noch ein Bild machen. Jedenfalls sind die Geröll- und Gesteinsablagerungen, der Sand und Mergel unserer norddeutschen Tiefebene auf diese gewaltigen Ereignisse zurückzuführen.

108. Auffallen muß es, daß das Erscheinen des Menschen mit der Eiszeit — oder vielmehr den zwischenzeitlichen Perioden derselben zusammentrifft; diese zeigten aber ein verhältnismäßig wärmeres Klima, in dem auch die Flora sich fortentwickelte.

Die sogenannten erraticen Blöcke der norddeutschen Tiefebene zeigen durch ihre Zusammenfügung, daß sie nur von den Gebirgen Scandinaviens zu uns gekommen sein können; ihr Transport erfolgte größtenteils durch Moränen. Von dem großartigen Maßstabe dieser Vergletscherung und der damals auftretenden Moränen legt auch der Umstand Zeugnis ab, daß die meisten der Seen und die langgestreckten Höhenrücken der norddeutschen Tiefebene nur auf den Einfluß der Eiszeiten und ihrer Moränen mit den zwischenzeitlichen wärmeren Perioden zurückgeführt werden können.

109. Löß ist ebenfalls ein Produkt dieser Eiszeit; es ist dieses ein feiner gelber Lehm, der uns eine große Zahl von Ueberresten der Säugetiere u. s. w. aus der Quartärzeit der Erde erhalten hat; vielfach findet er sich in Höhlen abgelagert. Es sind an solchen Stellen oft Knochen des Höhlenbären gefunden worden; ferner Reste von Höhlenlöwen, den Hyänen u. s. w.

Der Löß hat weiter Ueberbleibsel von Hirschen, Steppen-tieren, Rhinocerosarten u. s. w. aufbewahrt. Auch Mammuthknochen und Zähne findet man vielfach in ihm. Das Mammuth war ein behaarter Elefant; er kam überaus häufig in Sibirien vor und wird oft im gefrorenen und auftauenden Uferschlamm der dortigen Flüsse gefunden.

Dem Diluvium gehören ferner die Raubtiere Wolf, Fuchs und Luchs, sowie Wildkatze an, es treten weiter Rhinoceros und Elefant auf, dann die noch in historischen Zeiten nachweisbaren Auerochsen, Riesenhirsche (oder Schelche), Elen (oder Elche) auch die jetzt nach dem Norden zurückgedrängten Rentiere und Moschusochsen waren in unseren Breiten häufig.

110. In das Diluvium fällt auch die sogenannte Steinzeit, in welcher der Mensch seine Waffen und Geräte anfänglich aus hartem Stein herstellte, welche er in späteren Perioden durch Politur und Schliff vervollkommnete. Durch Funde in Höhlen und im Löß sind uns viele Reste jener Zeit erhalten geblieben, aus denen man auf die gleichzeitig mit den Menschen jener Zeit zusammen lebenden Säugetiere schließen kann.

Jener Periode entstammen viele Lanzenspitzen, Aerte, Pfeil- und Messerspitzen, welche in den Museen aufbewahrt werden.

111. In die erste Zeit des Alluviums, derjenigen Epoche, in welcher wir leben, fällt auch die Zeit der Pfahlbauten. In den Schweizer Seen findet man Ueberreste jener Zeit; die Wohnungen der Menschen wurden auf Pfahlreihen errichtet, die in die Seen gestellt wurden, sie werden so einen wirksamen Schutz gegen die vielen Raubtiere des Festlandes gewährt haben.

Etwa um die gleiche Zeit dürften auch die Hüengräber Norddeutschlands entstanden sein. Diese finden sich in sehr verschiedenen Formen. Manchmal sind es Reihen von Steinen mit darüber gelegten Steinblöcken, manchmal auch nur einige zusammengestellte Steine, welche ein Grabmal bilden; in vielen Fällen sind diese Hüengräber von Hügeln bedeckt und enthalten Urnen aus Ton, Knochenreste und dergl.

112. Auf die Steinzeit folgte die Bronzezeit, welche eine weitere Stufe wesentlicher Bervollkommnung darstellt. Waffen und Gebrauchsgegenstände wurden in jener Zeit vornehmlich aus Bronze hergestellt.

An die Bronzezeit gliedert sich die Eisenzeit, in der der Mensch lernte, widerstandsfähigere Waffen und Geräte aus Eisen herzustellen.

Auch in der Jetztzeit, im Alluvium finden weitere Bildungen von Erdschichten durch Sand- und Schlammablagerungen statt; es entstehen Torfmoore und Korallenbänke. Der Werdegang der Erde steht also keineswegs still.

Anhang.

Uebersicht über die Schichten der Erdrinde.

- I. Archaische Formation (Urzeit der Erde).
 - Urgneisformation (Laurentische Formation).
 - Urchieferformation (Huronische Formation).
- II. Paläozoische Formation (das Altertum der Erde).
 1. Cambriische Formation.
 2. Silurformation
 - a) Unterilur
 - b) Oberilur.
 3. Devonformation
 - a) Unterdevon
 - b) Mitteldevon
 - c) Oberdevon.
 4. Karbonformation (Steinkohlenformation)
 - a) Subkarbon
 - b) Produktive Kohlenformation.
 5. Permische Formation (Dyas- oder Zechsteinformation)
 - a) Unteres, mittleres und oberes Rotliegendes
 - b) Zechstein.
- III. Mesozoische Formation (das Mittelalter der Erde).

<ol style="list-style-type: none">1. Triasformation. <table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%; vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Bunter Sandstein</td><td style="width: 50%;">a) unterer bunter Sandstein</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="width: 50%; vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Muschelfalk</td><td style="width: 50%;">a) unterer Muschelfalk</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr><tr><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Keuper</td><td style="width: 50%;">a) unterer Keuper</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr><tr><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr></table>	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Bunter Sandstein</td><td style="width: 50%;">a) unterer bunter Sandstein</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Bunter Sandstein	a) unterer bunter Sandstein		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Muschelfalk</td><td style="width: 50%;">a) unterer Muschelfalk</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Muschelfalk	a) unterer Muschelfalk		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Keuper</td><td style="width: 50%;">a) unterer Keuper</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Keuper	a) unterer Keuper		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<ol style="list-style-type: none">2. Juraformation. <table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%; vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="width: 50%; vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr><tr><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr><tr><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td><td style="vertical-align: top;"><table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table></td></tr></table>	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Bunter Sandstein</td><td style="width: 50%;">a) unterer bunter Sandstein</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Bunter Sandstein	a) unterer bunter Sandstein		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Muschelfalk</td><td style="width: 50%;">a) unterer Muschelfalk</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Muschelfalk	a) unterer Muschelfalk		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
A. Bunter Sandstein	a) unterer bunter Sandstein																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
B. Muschelfalk	a) unterer Muschelfalk																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Keuper</td><td style="width: 50%;">a) unterer Keuper</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Keuper	a) unterer Keuper		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
C. Keuper	a) unterer Keuper																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">A. Lias (Schwarzer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Lias</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
A. Lias (Schwarzer Jura)	a) unterer Lias																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">B. Dogger (Brauner Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Dogger</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger		b) mittlerer " "		c) oberer " "	<table border="0" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 50%;">C. Malm (Weißer Jura)</td><td style="width: 50%;">a) unterer Malm</td></tr><tr><td></td><td>b) mittlerer " "</td></tr><tr><td></td><td>c) oberer " "</td></tr></table>	C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm		b) mittlerer " "		c) oberer " "																																																																								
B. Dogger (Brauner Jura)	a) unterer Dogger																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
C. Malm (Weißer Jura)	a) unterer Malm																																																																																				
	b) mittlerer " "																																																																																				
	c) oberer " "																																																																																				
3. Kreideformation.
 - A. Neocom oder Gils.
 - B. Gault.
 - C. Cenoman (Unterer Pläner).
 - D. Turon (Mittlerer ").
 - E. Senon (Oberer ").

7. Känozoische Formation (Neuzeit der Erde).

1. Tertiärformation.

A. Älteres Tertiär (oder älteres Braunkohlengebirge)

- a) Eocän
- b) Oligocän.

B. Neogenformation (Neubildung)

- a) unterer Neogen (Miocän)
- b) mittlerer "
- c) oberer " (Pliocän).

2. Quartärformation (auch Anthropozoische Formation).

1. Diluvium

- a) Vereiszeit
- b) Eiszeit
- c) Nacheiszeit.

2. Alluvium.

Quellenangabe.

1. Fraas, Dr. Eberhard, Geologie für Schulen und zur Selbstbelehrung.
 2. Toula, Dr. Franz, Lehrbuch der Geologie, ein Leitfadens für Studierende.
 3. Hochstetter, Dr. F. v., und Bisping, Dr. A., Leitfadens der Mineralogie und Geologie.
 4. Traumüller, Dr. Friedrich, Arendts Naturhistorischer Schulatlas.
 5. Zimmermann, Dr. W. F. A., Der Erdball und seine Naturwunder.
 6. Vogt, Dr. C., Lehrbuch der Geologie und Petrefaktenkunde.
 7. Demler, Dr., Bodenkunde, Bibliothek des Landwirts.
 8. Seydlitz, Ernst von, Geographie.
-

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitung	3
Aufgabe der Geologie	3
Theorie über die Entstehung der Erde	4
Physikalische Verhältnisse der Erde	7
II. Die verschiedenen Sphären der Erde	8
1. Die Atmosphäre	8
2. Die Hydrosphäre	8
3. Lithosphäre und Pyrosphäre	18
a) Die plutonische und vulkanische Tätigkeit	18
b) Vulkanische Erscheinungen	15
4. Die Bewohner der Erdoberfläche	17
III. Die spezielle Geologie	20
A. Die Lehre von den Gebirgsarten und Gesteinen	20
I. Die einfachen Gesteine	28
II. Die krystallinischen Massengesteine	28
III. Die krystallinischen Schiefergesteine	25
IV. Die Trümmergesteine oder klastischen Sedimentgesteine	26
B. Die Lagerung der Gesteine und der Gebirgsbau	30
C. Die Beschreibung der Erdschichten	31
I. Die archaische Periode oder die Urzeit der Erde	31
II. Die paläozoische Periode oder das Altertum der Erde	32
1. Die cambrische Formation	33
2. Die silurische Formation	34
3. Die devonische Formation	34
4. Die Karbonformation	35
5. Die permische Formation	36
III. Die mesozoische oder die Sekundärformation	36
1. Die Triasformation	37
2. Die Juraformation	38
3. Die Kreideformation	39
IV. Die känozoische Formation	40
1. Die Tertiärformation	40
2. Die Quartärformation	41
Anhang: Uebersicht über die Schichten der Erdrinde	44
Quellenangabe	45



Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Barnack.

Heft 121.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bonnes & Bachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* **Selbstunterrichts-Werke,**

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. **Gustav Behrendt**, Berlin, Oberlehrer Dr. **Max Baumann**, Berlin, Professor **Franz Buxler**, Pankow-Berlin, Direktor Dr. **Hugo Gruber**, **Wilmersdorf-Berlin**, Gymnasialoberlehrer **Wilhelm Guthjahr**, **Merseburg**, Realschuldirektor Professor Dr. **Paul Hellwig**, Berlin, Professor **Max Koch**, **Charlottenburg**, Gymnasialoberlehrer **Oskar Tatge**, Berlin, Professor Dr. **Adalbert Schulte**, **Pestlin**, Oberlehrer Dr. **Karl Werschke**, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h3>Das Progymnasium.</h3> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h3>Der gebildete Kaufmann.</h3> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h3>Das Realprogymnasium.</h3> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h3>Der Einjähr.-Freiwillige.</h3> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h3>Die Handelsschule.</h3> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes. kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h3>Der Militäranwärter.</h3> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h3>Die höh. Töchterchule.</h3> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h3>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h3> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgelesen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchgesprochen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bestimmen braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisbildung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trodene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnen finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfadens der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 122.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Nachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buxler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gutjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pespfin, Oberlehrer Dr. Karl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorrresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelsschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

Fortsetzung Seite 2.

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden

ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisklärung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgendetwas möglich zu machen, die oft trodene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnen finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, briefflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld,

Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

B a n d b u c h

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unererschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebauwesens.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 123.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Bachfeld.

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld**, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut,
Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pöpsin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorrresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte, Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereitung z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollstem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bestimmen braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnen finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht fahbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißnutzig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersezt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld,

Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 124.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Hachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buxler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Bilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pespitz, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlussprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlussprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelschule.

Vorbereitung zur Abschlussprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Mädcherschule gelehrt werden, u. Vorbereit. f. Aufnahme ins Lehramtsstudium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Nullarbeit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich-Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu kümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trodene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,

sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Barnack.

Heft 125.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bornes & Nachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld**, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin**.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Schrenck, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gutschjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pöplin, Oberlehrer Dr. Karl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlussprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Ausnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlussprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte, Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelsschule.

Vorbereitung zur Abschlussprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (Luth. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenw., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchtersehule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. u. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Russin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

Fortsetzung Seite 2.

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichsten wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemessenen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Sachverständiger vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung anzukündigen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unferm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisklärung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Ausfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belehrende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalphräsise charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unererschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebauwesens.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 126.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Bachfeld.

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Schrenck, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Sellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Taitge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pelpin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlussprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlussprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlussprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erlangung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Regimts- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. u. Aufnahme ins Lehrerinnen-seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

Fortsetzung Seite 8.

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchspröchen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung anzugehend zu beisehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger

Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtniskärkung und des Grinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gequodert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den lang-

jährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töcherschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfadn der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,

sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnath.

Heft 127.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnek & Nachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gulthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Taitge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pölpin, Oberlehrer Dr. Carl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Aufstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinneuseminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in völkem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchspröchen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Sachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden

ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger

Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtniskürung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergeht. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den lang-

jährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töcherschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntniffe einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalphrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodasß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersezt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld,

Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 128.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Bachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin Wissenschaftliche Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmsdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gulshahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pelpin, Oberlehrer Dr. Karl Vershofen Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte, Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelsschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorr., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchtersehule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrcorps der Seminaristinnen.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollstem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemessenen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehnten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Sachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich, Selbstunterrichtsbrieife dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshäufung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfadn der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodasß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, briefflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersezt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld,

Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und musterzüchtiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen zc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Harnack.

Heft 129.

Subskriptionspreis 60 Mfg. Einzelpreis 90 Mfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bonnes & Nachfeld.**

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Schrenck, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmsdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gutjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pelpin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorrresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte.</p> <p>Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erfassung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Bezirks- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Mädchenschule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollstem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchspröhen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich. Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodaß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bestimmen braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodaß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Befassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töcherschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erseht, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch
des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine uner schöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Hest 130.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Bachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin Wissenschaftliche Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gultjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Taitge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pespfin, Oberlehrer Dr. Carl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelsschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. f. Aufnahme ins Lehrcinnen-seminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterrichtet ersehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchspröchen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftlich. Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten

eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen, und auf Prüfungen vorzubereiten.

Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwenden kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, sodas er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, sodass er mit aufrichtig. Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, sodas auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshärtung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichen, brieflichen,

persönlichen Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trodene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töcherschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höh. Lehranstalt u. zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die großen Vorzüge der Werke der Methode Russin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.

2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.

3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.

4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, sodaß der Lernende

den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.

5. Gingender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

auf allen Gebieten des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk

und

Musterbuch

des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten,
und zwar

**Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten, Schulen,
öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, industrielle Gebäude etc.**

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie meisterhafte Entwürfe aus dem Gebiete des Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Band XIV.

Potsdam und Leipzig.

Verlag von **Bonneß & Sachfeld.**



Alle Rechte vorbehalten.



Graphische Statik.



Graphische Statik.

Erstes Kapitel.

1. Einleitung.

1. Die Statik wird allgemein als derjenige Teil der Mechanik bezeichnet, welcher die Gesetze des Gleichgewichts der Körper ermittelt.

Die technische Statik hat im besonderen die Kräfte zu bestimmen, welche auf die einzelnen Teile der technischen Konstruktionen wirken. Aus diesen Kräften die Dimensionen der einzelnen Teile zu bestimmen, ist die Aufgabe der Festigkeitslehre.

Die Bestimmung dieser Kräfte, welche lediglich auf Grund der Sätze vom Gleichgewicht erfolgt, kann nun durch algebraische Rechnung, also mit Hilfe von Formeln, oder durch geometrische Konstruktionen geschehen. Hiernach unterscheidet man analytische und graphische Statik, welche beiden Wissenschaften genau dasselbe Ziel verfolgen, dieselben Aufgaben zu lösen haben und sich nur durch die Art und Weise, in welcher die Lösung ausgeführt wird, unterscheiden. Die analytische und graphische Statik sind also nur verschiedene Lösungsmethoden.

Die graphische Statik ist eine verhältnismäßig noch junge Wissenschaft, deren Grundsätze Professor Culmann in Zürich in seinem im Jahre 1866 erschienenen Werke, „Die graphische Statik“, zuerst entwickelte. Diese Methode hat aber in kurzer Zeit allgemeine Aufnahme gefunden und wird nunmehr nicht allein in der Statik und der Mechanik überhaupt, sondern auch in anderen Wissenschaften mit Vorteil verwendet.

Der Grund der schnellen Verbreitung dieses Verfahrens liegt in den Vorzügen, welche dasselbe gegenüber dem analytischen hat. Namentlich für technische Aufgaben ist dieses Verfahren stets vorzuziehen, da dasselbe einmal schneller zum Ziele führt, dann aber auch dem ausführenden Techniker durch das erhaltene

Bild eine Uebersicht gestattet, wie solche auf anderem Wege nur schwer zu gewinnen ist.

2. Bei der Wichtigkeit, welche die Statik für den Techniker hat, erscheint es gerechtfertigt, in den nachfolgenden Kapiteln insbesondere die graphische Methode zu erläutern und deren Anwendung an vielen praktischen Beispielen zu zeigen, nebenbei aber auch die analytische Methode nach Möglichkeit zu pflegen, um einmal den Techniker in den Stand zu setzen, nach beiden Methoden arbeiten zu können, dann aber auch die auf einem der Wege erhaltenen Resultate auf dem andern hinsichtlich ihrer Richtigkeit zu prüfen. Die graphische Methode soll streng genommen nur die Rechnung ersetzen, weshalb zuerst die graphische Ausführung der einfachen Rechenoperationen betrachtet werden soll.

2. Das graphische Rechnen.

3. Das graphische Verfahren benutzt statt der Zahlen Linien und müssen deshalb alle Größen, welche bei den graphischen Rechnungen in Betracht kommen, durch Linien, am einfachsten durch gerade Linien dargestellt werden. Man kann alle Größen, Flächen, Körper, Kräfte, statischen Momente u. s. w. ihrem Werte nach durch Strecken darstellen. So z. B. könnte man die Inhalte a und b qm zweier Flächen durch zwei Strecken von a und b mm Länge darstellen, zwei Kräfte P_1 und P_2 kg durch Strecken von P_1 und P_2 mm u. s. w.

4. Wenn zwei oder mehrere Größen gleicher Art durch Strecken gegeben sind, so werden diese Größen addirt, indem man die Strecken einfach aneinander reiht. Ebenso werden diese Größen subtrahirt, indem man die Strecken voneinander abzieht. Diese Arbeiten bedürfen ihrer Einfachheit halber wohl kaum einer weiteren Erklärung.

5. Die Multiplikation zweier Strecken a und b kann in verschiedener Weise erfolgen. In Fig. 1 ist die Strecke a in OB wagerecht gezeichnet, dann vom Punkte O in derselben Richtung die Strecke OA gleich der Einheit des Maßstabes aufgetragen, im Punkte A eine Senkrechte AD gleich b gezeichnet und auch im Endpunkte B eine Senkrechte zu OB gezogen. Die Verbindungslinie der Punkte O und D schneidet dann die durch den Punkt B gehende Senkrechte im Punkte C und es ist dann die Strecke BC gleich dem gesuchten Produkt $a \cdot b$.

In dieser Figur ist die Einheit OA gleich 2 cm, OB gleich 3,6 cm genommen, die Strecke OB oder a wäre demnach $\frac{3,6}{2} = 1,8$. Die Strecke AD oder b ist, da ihre Länge 1 cm beträgt, gleich

$\frac{1}{2} = 0,5$. Das Produkt der beiden Zahlen, welches durch die Strecke BC dargestellt ist, muß demnach:

$$a \cdot b = 1,8 \cdot 0,5 = 0,9$$

oder nach unserem Maßstabe $0,9 \cdot 2 = 1,8$ cm sein.

Die Richtigkeit der Konstruktion ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke OAD und OBC.

Hiernach verhält sich: $OA : AD = OB : BC$,

woraus sich ergibt: $BC = \frac{AD \cdot OB}{OA} = \frac{b \cdot a}{1} = a \cdot b$.

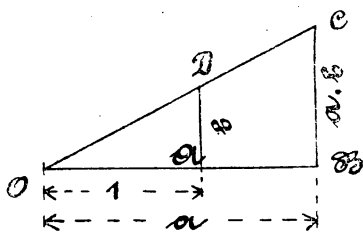


Fig. 1.

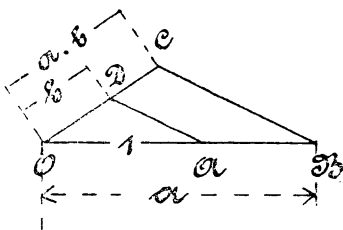


Fig. 2.

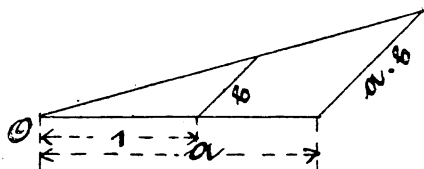


Fig. 3.

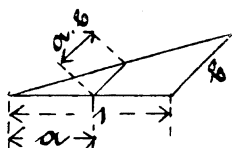


Fig. 4.

6. Es ist nicht unbedingt notwendig, daß die Dreiecke OAD und OBC rechtwinklige Dreiecke sind, wohl aber müssen die Dreiecke stets ähnlich sein. In Fig. 3 ist dieselbe Rechnung mit stumpfwinkligen Dreiecken ausgeführt. In Fig. 2 ist die Strecke b auf der Seite OD aufgetragen, das Produkt $a \cdot b$ ergibt sich dann in der Strecke OC. Der Beweis der Konstruktionen kann wie in Satz 5 geführt werden.

7. Sind die beiden miteinander zu multiplizierenden Zahlen echte Brüche, so müssen dieselben durch Strecken dargestellt werden, welche kleiner als die Einheit des Maßstabes sind. Das Produkt ist dann ebenfalls kleiner als die Einheit.

Eine solche Rechnung ist in Fig. 4 ausgeführt.

8. Die Division zweier Strecken a und b kann in der Weise erfolgen, daß im Endpunkte der Strecke a (Fig. 5) die Strecke b senkrecht aufgetragen und deren Endpunkt mit dem

Anfangspunkt von a verbunden wird. Auf der in der Entfernung 1 vom Anfangspunkte errichteten Senkrechten erhält man dann den gesuchten Quotienten $\frac{b}{a}$.

In Fig. 6 ist dieselbe Aufgabe mit andern Dreiecken gelöst.

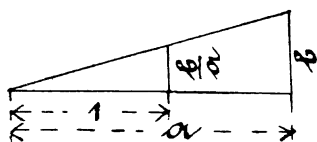


Fig. 5.

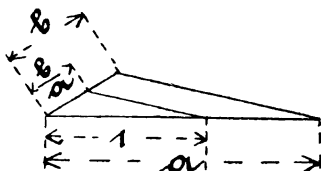


Fig. 6.

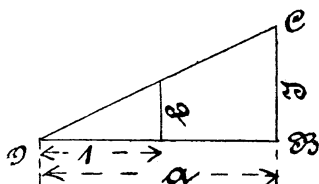
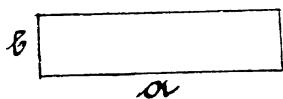


Fig. 7.

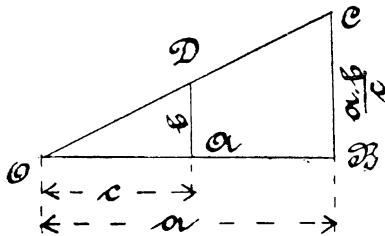


Fig. 8.

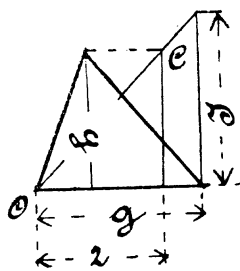


Fig. 9.

9. In Fig. 7 ist der Inhalt eines Rechtecks auf graphischem Wege bestimmt. Der Inhalt eines Rechtecks ist bekanntlich gleich dem Produkte aus den beiden Seiten desselben. Die beiden Strecken a und b sind also in der Weise, wie in Satz 5 angegeben, miteinander zu multiplizieren. Der Inhalt J ist dann die Kathete BC .

10. In Fig. 8 ist gleichzeitig eine Multiplikation und eine Division ausgeführt. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke OAD und OBC ergibt sich:

$$OA : AD = OB : BC$$

$$BC = \frac{AD \cdot OB}{OA}$$

oder wenn die in der Figur eingeschriebenen Zahlen eingesetzt werden:

$$BC = \frac{a \cdot b}{c}$$

Diese Konstruktion ist in Fig. 9 zur Bestimmung des Inhaltes eines Dreiecks benutzt.

Ist eine Seite eines Dreiecks gleich g und die zugehörige Höhe gleich h , so ist der Inhalt desselben bekanntlich:

$$J = \frac{gh}{2}$$

Zur graphischen Bestimmung des Inhaltes ist von dem einen Endpunkte O der Seite g eine Strecke 2 auf dieser Seite abgetragen, durch den Endpunkt derselben eine Senkrechte und durch die Spitze des Dreiecks eine Parallele zur Seite g gezogen.

Diese Parallele schneidet die Senkrechte im Punkte C , welcher mit O verbunden wird. Die Linie OC schneidet auf der durch den Endpunkt der Seite g gezogenen Senkrechten eine Strecke ab, welche gleich dem Inhalte J des Dreiecks ist.

Zweites Kapitel.

11. Das Potenzieren einer Zahl a ist in Figur 10 ausgeführt. Auf einer wagerechten Geraden ist eine Strecke gleich 1 abgetragen, im Endpunkt derselben eine Senkrechte errichtet und um den Anfangspunkt O ein Kreis mit dem Halbmesser a ge-

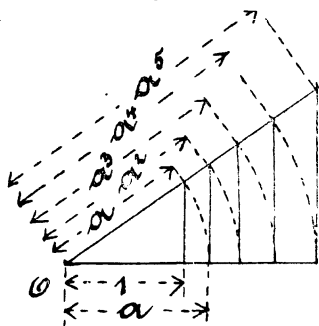


Fig. 10.

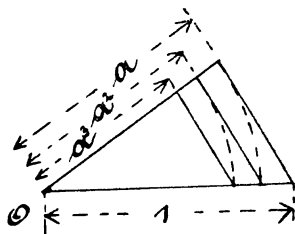


Fig. 11.

schlagen, welcher die Senkrechte in einem Punkte schneidet. Durch Verbindung dieses Punktes mit dem Anfangspunkte O entsteht das rechtwinklige Dreieck, dessen eine Kathete gleich 1 , dessen Hypotenuse gleich a ist. Schlägt man die Strecke a auf die wagerechte Gerade zurück und errichtet im Schnittpunkte des Kreises mit der wagerechten Geraden eine Senkrechte, so schneidet

diese auf der Hypotenuse eine Strecke gleich a^2 ab. Wird diese Strecke wieder auf die wagerechte Gerade zurückgeschlagen und die Konstruktion wie oben wiederholt, so erhält man auf der Hypotenuse eine Strecke, welche gleich a^3 ist u. s. f. Die Konstruktion ist sehr einfach und aus Fig. 10 leicht zu ersehen.

12. In Fig. 11 ist eine Zahl a potenziert, welche kleiner als 1 ist. Die Potenzen dieser Zahl werden dann immer kleiner, denn das Quadrat eines echten Bruches ist bekanntlich kleiner als der Bruch selbst $[(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}]$. Die Konstruktion ist im übrigen dieselbe wie diejenige in Fig. 10.

13. Bisher wurde die graphische Multiplikation, Division und Potenzierung betrachtet, und wäre nunmehr das Wurzelanziehen auf graphischem Wege zu erläutern.

Zu dieser Rechenoperation liefert die Geometrie einen Satz, welcher lautet:

„Schneiden sich zwei Sehnen eines Kreises in einem innerhalb des Kreises gelegenen Punkte, so sind die Produkte aus den Abschnitten der Sehnen einander gleich.“

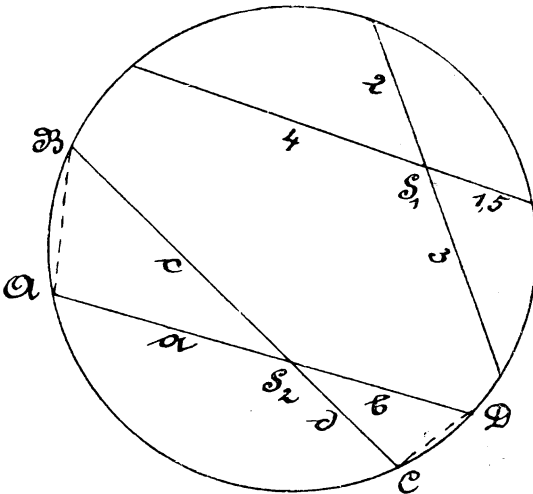


Fig. 12.

In Fig. 12 sind zwei sich in einem Punkte S_1 schneidende Sehnen gezogen, wovon die eine 5,5, die andere 5 cm lang ist. Der Schnittpunkt S_1 teilt die erste in Abschnitte von 4 und 1,5 cm, die zweite in solche von 2 und 3 cm Länge, und ist dann das Produkt aus den Abschnitten der ersten gleich dem Produkt aus den Abschnitten der andern: $4 \cdot 1,5 = 2 \cdot 3 = 6$.

Würden durch einen beliebigen Punkt S_2 zwei Sehnen gezogen, so sind die Produkte aus den Abschnitten derselben einander gleich:

$$a \cdot b = c \cdot d.$$

Die Richtigkeit dieses Satzes folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke S_2AB und S_2CD .

14. Dieser Satz kann zur Lösung verschiedener Aufgaben benutzt werden. Zum Ausziehen der Quadratwurzel aus irgend einer Zahl c zerlegt man dieselbe in zwei Faktoren a und b , welche als Strecken auf einer geraden Linie neben einander aufgetragen werden (Fig. 13). Ueber der ganzen Strecke $a + b$ wird ein Halbkreis geschlagen und in dem Punkte, in welchem die beiden Strecken zusammenstoßen, eine Senkrechte errichtet. Das zwischen dem Durchmesser und der Kreislinie gelegene Stück der Senkrechten ist dann gleich der gesuchten Wurzel aus der Zahl c oder gleich \sqrt{ab} .

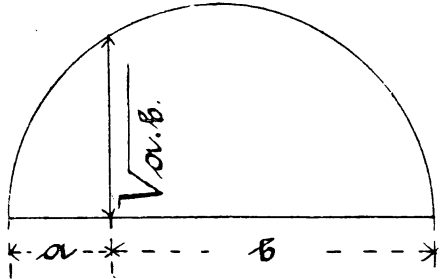


Fig. 13.

Man wird sich von der Richtigkeit dieser Konstruktion leicht überzeugen können, wenn man die bekannte Wurzel aus irgend einer Zahl auf diese Weise bestimmt.

So ist z. B. $\sqrt{16} = 4$. Die Zahl 16 kann in zwei Faktoren 2 und 8 zerlegt werden. Auf einer geraden Linie werden zwei Strecken von 2 und 8 cm hinter einander abgetragen, über der ganzen Strecke von 10 cm ein Halbkreis, also mit einem Radius von 5 cm, geschlagen und in dem Punkte, in welchem die beiden Strecken zusammenstoßen, eine Senkrechte errichtet. Das zwischen der Geraden und dem Kreise gelegene Stück der Senkrechten muß dann 4 cm lang sein. Um die einmal gezeichnete Strecke von 10 cm und den Halbkreis weiter benutzen zu können, teilt man erstere in zwei Strecken von 4 und 6 cm Länge. Die im Teilpunkte errichtete Senkrechte muß dann gleich $\sqrt{6 \cdot 4} = \sqrt{24} = 4,899$ werden. Beim Abmessen der Strecke würde sich, wenn die Aufgabe genau gezeichnet, etwa eine Länge von 49 mm ergeben.

In derselben Weise ließe sich aus dieser Zeichnung $\sqrt{7 \cdot 3} = \sqrt{21}$, $\sqrt{9 \cdot 1} = \sqrt{9}$ u. s. w. ermitteln.

15. In Fig. 14 ist das Ausziehen der Quadratwurzel in anderer Weise dargestellt. Die Zahl c , von welcher die Wurzel bestimmt werden soll, ist wieder in zwei Faktoren a und b zerlegt und nun die, diese Faktoren darstellenden Strecken von einem Punkte O aus auf einer Geraden in derselben Richtung abgetragen. Ueber der Strecke $b-a$ ist ein Kreis geschlagen und vom Punkte O eine Tangente an diesen Kreis gezogen. Die Länge der Tangente ist die gesuchte Wurzel.

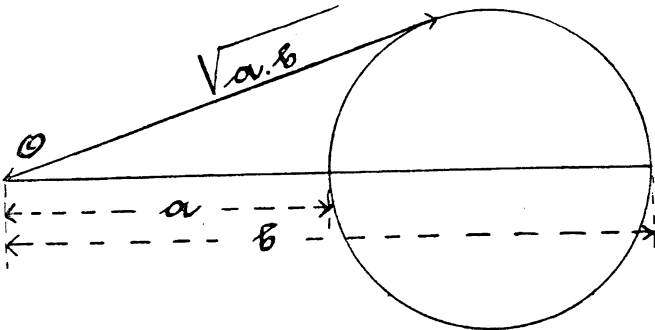


Fig. 14.

Diese Konstruktion kann ebenso wie die in Satz 14 angegebene benutzt werden, doch verdient letztere deshalb den Vorzug, weil sie genauere Resultate liefert.

16. Es sollen nun die graphischen Rechnungsmethoden zur Lösung einiger Aufgaben der Mechanik benutzt werden.

Nach den Lehrsätzen der Mechanik ergibt sich, wenn der Weg mit s , die Geschwindigkeit mit c , die Zeit mit t bezeichnet wird, die Formel: $s = ct$, woraus sich die Formeln für c und t ergeben.

In Figur 15 ist eine gleichförmige Bewegung graphisch dargestellt. Auf einer wagerechten Geraden, welche die Zeitachse heißen soll, sind gleiche Strecken $0-1$, $1-2$ u. s. w. abgetragen, deren Längen der Dauer einer Sekunde entsprechen sollen. In einem Abstände c von der Zeitachse ist eine Parallele zur Zeitachse, die Geschwindigkeitslinie, gezogen. Diese Linie gibt die Geschwindigkeit in jeder Zeit an. Die Geschwindigkeit zu einer beliebigen Zeit ist durch die Entfernung der Geschwindigkeitslinie von der Zeitachse in dem betreffenden Zeitpunkt gegeben. Da in vorliegendem Falle die Geschwindigkeit immer dieselbe bleibt, muß die Geschwindigkeitslinie parallel mit der Zeitachse laufen.

Wird der Anfangspunkt O mit dem Schnittpunkte A der Geschwindigkeitslinie und der durch den Zeitpunkt 1 gezogenen

Senkrecht verbunden, so erhält man die Weglinie. Die Länge der in irgend einem Zeitpunkte errichteten Senkrechten zwischen der Zeitachse und der Weglinie ist der in der betreffenden Zeit

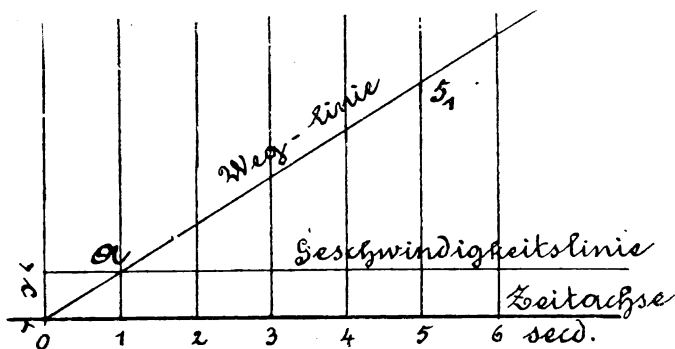


Fig. 15.

zurückgelegte Weg. Z. B. ist der in 5 Sekunden zurückgelegte Weg gleich der Strecke 5—5₁. Die ganze Darstellung ist eine einfache graphische Multiplikation, es sind die beiden Größen c und t mit einander multipliziert, und auf diese Weise der Weg s ermittelt.

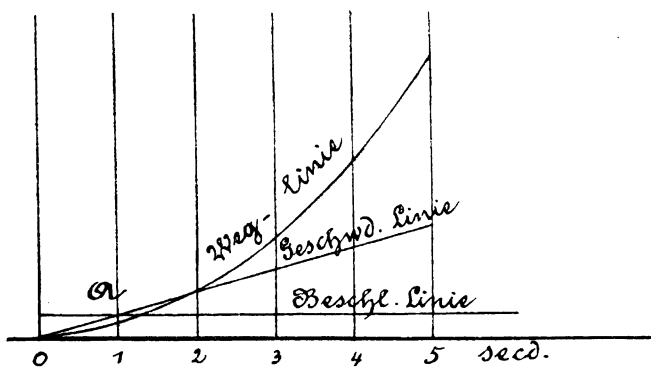


Fig. 16.

17. In Figur 16 ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung graphisch dargestellt. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist die Beschleunigung immer gleich, mithin muß die Beschleunigungslinie parallel zur Zeitachse laufen und einen Abstand p gleich der Beschleunigung von dieser Achse haben.

Die Geschwindigkeitslinie wird hier in derselben Weise ge-

funden, wie in der vorigen Aufgabe der Weglinie, denn die Geschwindigkeit ist gleich dem Produkt aus der Beschleunigung und der Zeit.

Die Weglinie ist bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung eine Kurve, deren Konstruktion in Figur 17 angegeben ist.

Der zurückgelegte Weg ist:

$$pt = v$$

$$s = \frac{1}{2} vt.$$

Diese Formel wird zur Konstruktion der Weglinie wie folgt benutzt:

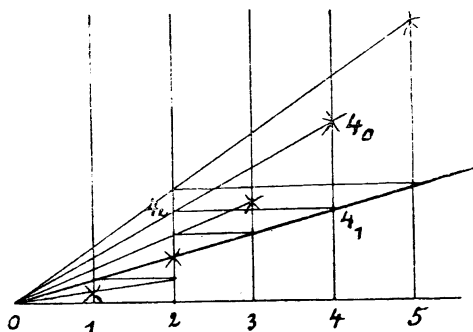


Fig. 17.

Die Geschwindigkeit nach 4 Sekunden ist beispielsweise gleich der Strecke $4-4_1$ (Fig. 17). Durch den Endpunkt 4_1 dieser Strecke ist eine Parallele zur Zeitachse gezogen, welche die durch den Zeitpunkt 2 gehende Senkrechte im Punkte 4_2 schneidet. Dieser Punkt 4_2 ist mit dem

Anfangspunkte O verbunden und diese Verbindungslinie nach rechts verlängert, bis dieselbe die durch den Zeitpunkt 4 gehende Senkrechte im Punkte 4_0 schneidet. Dieser Punkt ist ein Punkt der Weglinie, die Strecke $4-4_0$ ist der in 4 Sekunden zurückgelegte Weg.

In dieser Weise können, wie in Figur 17 gezeigt, beliebig viele Punkte der Weglinie bestimmt werden. Die Richtigkeit der Konstruktion folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $O 2 4_2$ und $O 4 4_0$.

18. Die in Figur 18 dargestellte Bewegung ist in den drei ersten Sekunden eine gleichförmig beschleunigte, in der vierten Sekunde eine gleichförmige, in der fünften und sechsten Sekunde eine gleichförmig verzögerte.

Die Beschleunigungslinie läuft in den drei ersten Sekunden über der Zeitachse, in der vierten Sekunde fällt dieselbe, da die Beschleunigung gleich Null ist, mit der Zeitachse zusammen. Von da ab liegt die Beschleunigungslinie unter der Zeitachse, da die Beschleunigung negativ ist. Die Geschwindigkeitslinie steigt in den drei ersten Sekunden, läuft in der vierten Sekunde

mit der Zeitachse parallel und fällt von hier ab wieder. Die Weglinie kann aus der Geschwindigkeitslinie in derselben Weise wie in Satz 17 bestimmt werden.

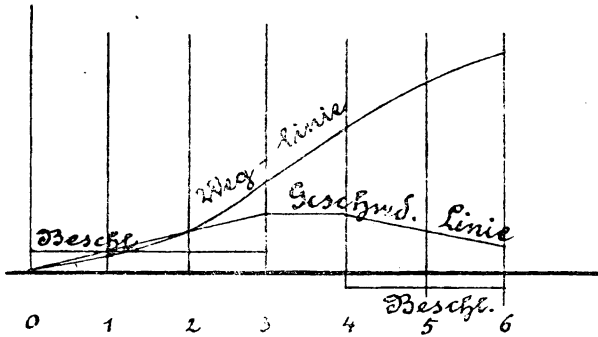


Fig. 18.

Drittes Kapitel.

3. Zusammensetzen der Kräfte.

19. Es wird als bereits bekannt vorausgesetzt, in welcher Weise nach den Sätzen der Mechanik zwei und mehrere in einem Punkte angreifende Kräfte zusammengesetzt werden.

In den Fig. 19 bis 21 sind derartige Aufgaben in dieser Weise gelöst, daneben aber auch die Lösungen dargestellt, welche in der graphischen Statik gebräuchlich sind.

Dabei ist vorausgesetzt, daß die Kräfte in einer Ebene liegen.

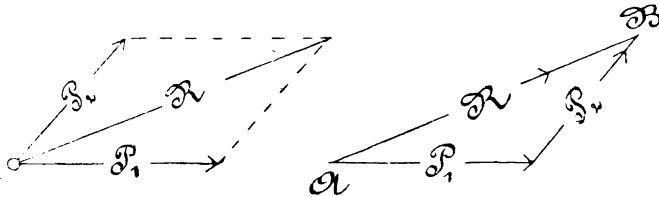


Fig. 19.

Anstatt nämlich aus den beiden gegebenen Kräften (Fig. 19) ein Parallelogramm zu zeichnen, setzt man in der graphischen Statik die Kräfte nach Größe und Richtung aneinander und verbindet den Anfangspunkt A des so erhaltenen Kräftezuges mit dem Endpunkte B desselben. Diese Verbindungslinie ist die Resultante R.

Das von P_1 , P_2 und R gebildete Dreieck wird Kräfte-dreieck genannt.

Sollen mehrere Kräfte zusammengesetzt werden, so setzt man alle Kräfte nach Größe und Richtung aneinander (Fig. 20 u. 21) und schließt das erhaltene Kräftepolygon durch die Resultante R .

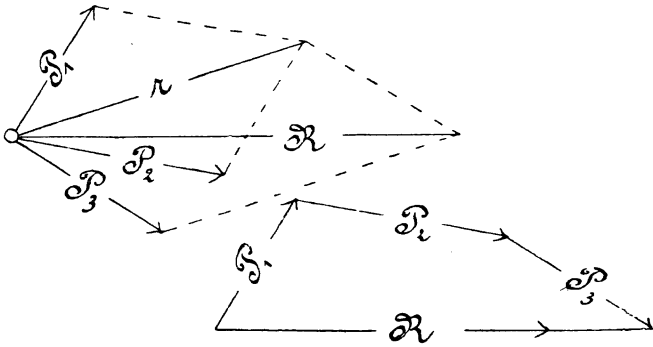


Fig. 20.

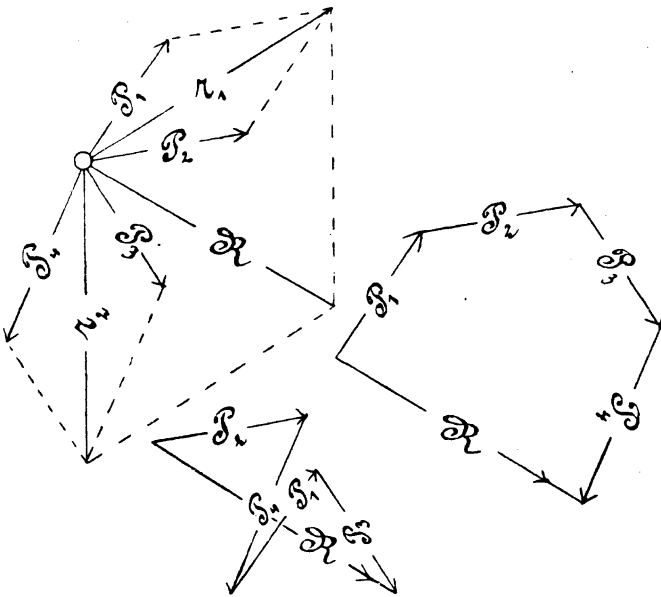


Fig. 21.

Die Reihenfolge, in welcher die Kräfte aneinander gesetzt werden, ist gleichgültig. In Fig. 21 sind vier Kräfte in verschiedener Reihenfolge zusammengesetzt, die sich ergebenden Resultanten haben gleiche Größe und Richtung.

20. Unter dem statischen Moment einer Kraft in Bezug auf einen Punkt, den Drehpunkt, versteht man nach der Mechanik das Produkt aus der Kraft und ihrem Abstände vom Drehpunkt.

Zwischen den statischen Momenten zweier Kräfte und dem Moment ihrer Resultante gilt nun der Satz:

Die Summe der statischen Momente zweier Kräfte, bezogen auf irgend einen Punkt, ist gleich dem Moment der Resultante in Bezug auf denselben Punkt.

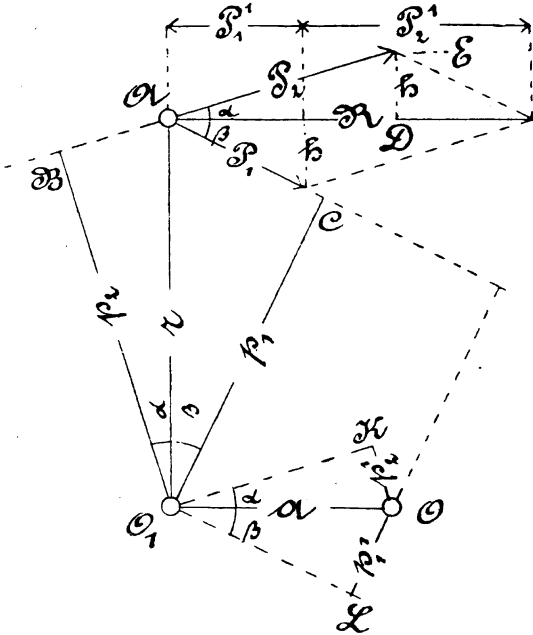


Fig. 22.

Zum Beweise dieses Satzes soll Fig. 22 dienen. P_1 und P_2 seien die gegebenen im Punkte A angreifenden Kräfte, R die Resultante derselben, und O derjenige Punkt, auf welchen die Momente bezogen werden sollen.

Durch den Punkt O ist eine Parallele zu R gezogen, im Punkte A eine Senkrechte auf R errichtet, welche diese Parallele im Punkte O_1 schneidet. Vom Punkte O_1 sind Senkrechte O_1C und O_1B auf die Richtungen der Kräfte P_1 und P_2 gefällt.

Diese Senkrechten p_1 und p_2 bilden dann mit der Verbindungslinie O_1A oder r dieselben Winkel α und β wie die Kräfte P_1 und P_2 mit der Resultante R . Daraus folgt, daß das

Dreieck O_1BA dem Dreieck AED , ebenso das Dreieck O_1CA dem aus P_1 , h und der Projektion P_1' von P_1 auf R gebildeten Dreieck ähnlich ist.

$$\text{Hiernach verhält sich: } \begin{aligned} P_2 : P_2' &= r : p_2 \\ P_1 : P_1' &= r : p_1 \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} P_2 \cdot p_2 &= P_2' \cdot r \\ P_1 \cdot p_1 &= P_1' \cdot r \\ \hline P_2 \cdot p_2 + P_1 \cdot p_1 &= (P_2' + P_1') r. \end{aligned}$$

Nun ist aber:

$$P_2' + P_1' = R$$

daher:

$$P_2 p_2 + P_1 p_1 = Rr.$$

Also ist die Summe der statischen Momente der Kräfte P_1 und P_2 in Bezug auf den Punkt O_1 gleich dem statischen Moment der Resultante R bezogen auf diesen Punkt.

Das statische Moment der Resultante R in Bezug auf den Punkt O ist gleich demjenigen in Bezug auf O_1 , da die beiden Punkte auf einer Parallelen zu R liegen. Dagegen wird, da $O_1K \parallel P_2$, $O_1L \parallel P_1$, der Hebelarm von P_1 und p_1' kleiner und derjenige von P_2 um p_2' größer.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt sich wieder

$$\begin{aligned} a : p_1' &= P_1 : h \\ a : p_2' &= P_2 : h \\ \hline p_1' \cdot P_1 &= p_2' \cdot P_2. \end{aligned}$$

Das Moment von P_1 wächst also um eben soviel, wie das Moment von P_2 abnimmt, die Summe der statischen Momente der Kräfte P_1 und P_2 bleibt dieselbe.

Hieraus folgt der zu beweisende Satz.

21. Wirken nun mehrere Kräfte an einem Punkte, wie z. B. in Fig. 21, so ist die Summe der statischen Momente von P_1 und P_2 gleich dem statischen Momente von r_1 , ebenso die Summe der statischen Momente von P_3 und P_4 gleich dem statischen Moment von r_2 , bezogen auf einen Punkt.

Die Summe der statischen Momente von r_1 und r_2 ist aber gleich dem statischen Moment von R .

Demnach gilt der allgemeine Satz:

Die Summe der statischen Momente beliebig vieler in einem Punkte angreifenden Kräfte bezogen auf einen Punkt ist gleich dem statischen Moment der Resultante in Bezug auf denselben Punkt.

22. Das statische Moment der Resultante in Bezug auf einen in ihrer Richtung gelegenen Punkt B ist gleich Null. Werden von diesem Punkte B auf die Richtungen der Kräfte P_1 und P_2 (Fig. 23)

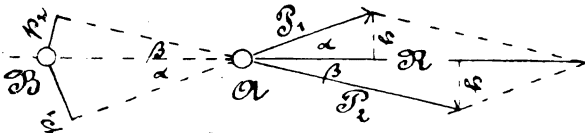


Fig. 23.

die Senkrechten p_1 und p_2 gefällt, so ergibt sich wieder aus der Ähnlichkeit der Dreiecke, wenn die Strecke AB gleich a gesetzt wird:

$$P_1 : h = a : p_1$$

$$P_2 : h = a : p_2.$$

Demnach ist:

$$P_1 \cdot p_1 = P_2 p_2 = ab.$$

Hieraus folgt:

Die statischen Momente zweier Kräfte in Bezug auf einen in der Richtung der Resultante gelegenen Punkt sind gleich, oder die Summe der statischen Momente der beiden Kräfte bezogen auf einen in der Richtung der Resultante gelegenen Punkt ist gleich Null.

Dieser Satz gilt auch für mehrere Kräfte.

23. Wenn demnach an einer um einen Punkt drehbaren Vorrichtung mehrere Kräfte angreifen, so bleibt diese dann in Ruhe, wenn die Resultante dieser Kräfte durch den Drehpunkt geht. Denn in diesem Falle ist die Summe der statischen Momente der Kräfte gleich Null. Wenn z. B. an dem einen Ende eines über eine Rolle gelegten Seiles eine Last hängt, an dem andern Ende eine Kraft wirkt, so halten sich Last und Kraft dann im Gleichgewicht, wenn die Resultante derselben durch den Drehpunkt bezw. Mittelpunkt der Rolle geht.

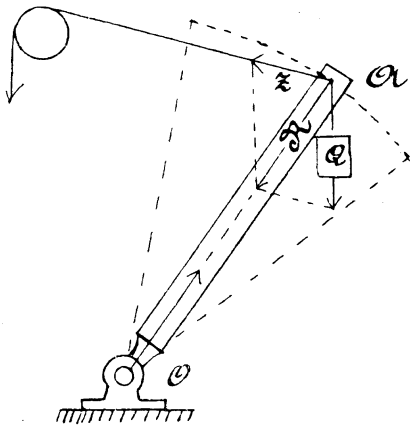


Fig. 24.

24. Bei der in Fig. 24 dargestellten Vorrichtung soll die an dem Ende des um den Punkt O drehbaren Balkens hängende Last durch die in dem Seil wirkende Kraft Z im Gleichgewicht gehalten werden.

Die Last Q und die Kraft Z halten sich im Gleichgewicht, wenn die Resultante R von Q und Z durch den Drehpunkt O geht.

Mit Hilfe dieses Satzes kann die Kraft Z für jede Lage des Balkens leicht bestimmt werden.

Viertes Kapitel.

4. Zerlegen der Kräfte.

25. Durch Zerlegen der Last Q (Fig. 25) in der Richtung der beiden Stangen ergeben sich die in letzteren wirkenden Kräfte H und S.

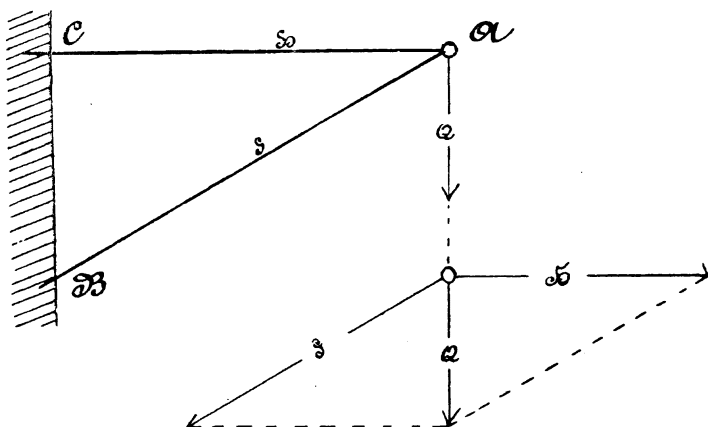


Fig. 25.

An Stelle des Parallelogramms kann hier auch ein einfaches Kräfte-dreieck gezeichnet werden, dessen Seiten Q, H und S sind.

Bei der Bestimmung der Kräfte durch Rechnung ist nur zu beachten, daß das Dreieck ABC der Konstruktion dem Kräfte-dreieck ähnlich ist. Wird die Höhe BC mit h , die Ausladung AC mit a bezeichnet, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} a : h &= H : Q. \\ Hh &= Qa. \\ H &= \frac{Qa}{h}. \end{aligned}$$

Ferner ist:

$$S = \sqrt{Q^2 + H^2} = \sqrt{Q^2 + \frac{Q^2 a^2}{h^2}}$$

$$S = \frac{Q}{h} \sqrt{h^2 + a^2}$$

Aus diesen Gleichungen können, wenn h und a gegeben sind, die beiden Kräfte H und S bestimmt werden.

H ist eine Zug-, S eine Druckkraft.

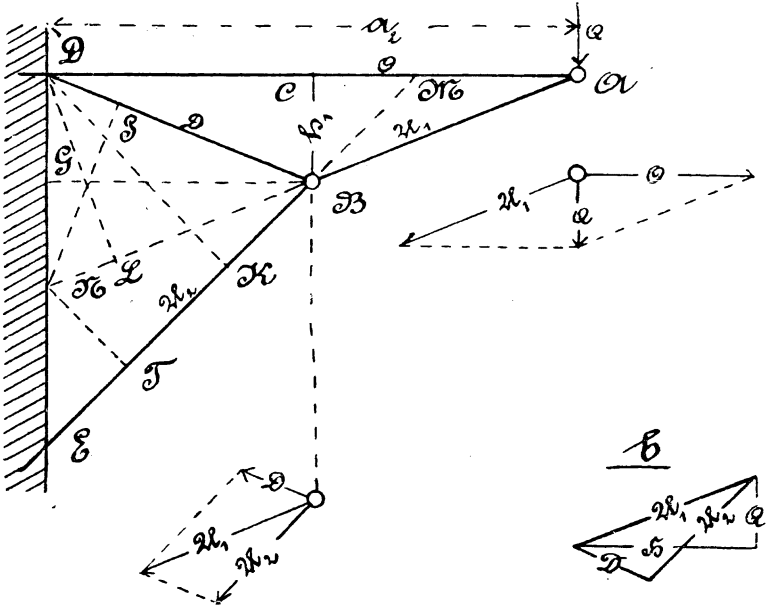


Fig. 26.

26. Die Bestimmung der Kräfte U_1 und O bei der in Fig. 26 dargestellten Konstruktion geschieht in derselben Weise wie im vorigen Beispiele.

Die Druckkraft U_1 wird nun auf den Knotenpunkt B übertragen und dort von den beiden anstoßenden Stäben aufgenommen. Dieselbe muß also in die Richtung dieser beiden Stäbe, wie in Fig. 26 gezeigt, zerlegt werden. Man erhält dann die beiden Kräfte D und U_2 .

Diese beiden Zerlegungen können nach Cremona (Professor in Turin) auch in einer Figur gezeichnet werden.

Die Last Q wird auf einer vertikalen Geraden aufgetragen und durch die Endpunkte derselben (Fig. 26 b) Parallelen zu den

Stäben O und U_1 gezogen. Es ergeben sich dann die in diesen Stäben wirkenden Kräfte U_1 und H. Durch die Endpunkte der Kraft U_1 werden Parallele zu den Stäben D und U_2 gezogen und hiermit die in diesen Stäben wirkenden Kräfte bestimmt.

Zur Bestimmung der Kräfte durch Rechnung ist es vorteilhaft, vorher die Längen der einzelnen Stangen zu bestimmen. Gewöhnlich ist die ganze Ausladung AD, die horizontale Entfernung AC des Knotenpunktes B von A, die Höhe CB und DE gegeben.

Wird $AD = a_2$, $AC = a_1$, $BC = h_1$, $ED = h_2$ gesetzt, so ergibt sich für die Längen:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{a_1^2 + h_1^2} \\ BD &= \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + h_1^2} \\ BE &= \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (h_2 - h_1)^2} \end{aligned}$$

Die Berechnung der Kräfte D und U_2 soll mit Hilfe des Satzes 20 geschehen.

Als Drehpunkt soll der Punkt D gewählt werden. Da die Kraft D durch diesen Punkt geht, ist ihr Moment in Bezug auf diesen Punkt gleich Null. Zur Bestimmung der Momente von U_1 und U_2 werden vom Punkte D Senkrechte DL und DK auf die Richtungen dieser Kräfte gefällt.

$$\begin{aligned} \text{Es ist dann: } U_1 \cdot DL &= U_2 \cdot DK \\ U_2 &= \frac{U_1 \cdot DL}{DK}. \end{aligned}$$

Zur Berechnung der Längen DL und DK wird durch B eine Horizontale gezogen, welche die Wand im Punkte G schneidet, dann die Richtung von BE verlängert, bis dieselbe AD im Punkte M trifft.

$$\begin{aligned} \text{Es ergibt sich dann: } \triangle CMB &\sim \triangle BGE \\ CM : h_1 &= (a_2 - a_1) : (h_2 - h_1). \end{aligned}$$

$$1. \quad CM = \frac{h_1 (a_2 - a_1)}{h_2 - h_1}$$

$$\triangle DMK \sim \triangle GBE.$$

$$DM : DK = BE : GE$$

$$2. \quad DK = \frac{DM \cdot GE}{BE}$$

$$\triangle DLA \sim \triangle ABC$$

$$DL : DA = BC : BA$$

$$3. \quad DL = \frac{DA \cdot BC}{BA}$$

Aus diesen drei Gleichungen können die Hebelarme DK und DA und dann die Kraft U_2 leicht bestimmt werden.

Die Bestimmung der Kraft D kann in ähnlicher Weise geschehen; es muß dann der Punkt E als Drehpunkt angenommen werden. Statt dessen kann auch irgend ein Punkt der Richtung U_1 , beispielsweise der Schnittpunkt N dieser Richtung mit der Wand als Drehpunkt angenommen werden und die Bestimmung von D nach Satz 22 geschehen. Wird von diesem Punkte N, dessen Entfernungen von D und E durch die Gleichung

$$DN = \frac{a_2 \cdot h_1}{a_1}$$

bestimmt sind, auf die Richtung BD die Senkrechte NS, ebenso auf BE die Senkrechte NT gefällt, so muß sein:

$$\begin{aligned} D \cdot NS &= U_2 \cdot NT \\ D &= \frac{U_2 \cdot NT}{NS}. \end{aligned}$$

Die Hebelarme NS und NT lassen sich leicht bestimmen, da das Dreieck NSD dem Dreieck BCD und ebenso das Dreieck NTE dem Dreieck CMB ähnlich ist.

Wir werden später einfachere Methoden zur Berechnung der Kräfte kennen lernen.

Fünftes Kapitel.

(Fortsetzung.)

27. In Fig. 27 ist ein Hängewerk dargestellt, wodurch der belastete horizontale Balken gestützt bzw. aufgehängt wird.

Die Konstruktion soll die in der Mitte des horizontalen Balkens notwendige Stütze, deren Anwendung der Raum nicht gestattet, ersetzen. Von der ganzen, auf dem horizontalen Balken ruhenden Last, hat die Hängesäule AB $\frac{2}{3}$ aufzunehmen. Dieser Teil Q der Gesamtlast beansprucht die Hängesäule auf Zugfestigkeit und wird von derselben auf die beiden Streben BC_1 und BC_2 übertragen.

In jeder dieser Streben wirkt eine Druckkraft S, welche durch einfache Zerlegung der Last Q in die Richtungen der beiden Streben ermittelt wird.

Diese Druckkräfte S werden von den Streben auf die Auflager übertragen und können dort in horizontaler und vertikaler Richtung zerlegt werden. Die vertikalen Komponenten sind gleich $\frac{Q}{2}$.

Zur Berechnung dieser Kräfte sei die Spannweite des Hängewerks mit s und die Höhe desselben mit h bezeichnet.

Das Dreieck ABC_1 ist dem aus $\frac{Q}{2}$, S und H gebildeten Kräfte-dreieck am Auflager ähnlich. Daher verhält sich:

$$H : \frac{Q}{2} = \frac{s}{2} : h$$

also ist:
$$H = \frac{Qs}{4h}$$

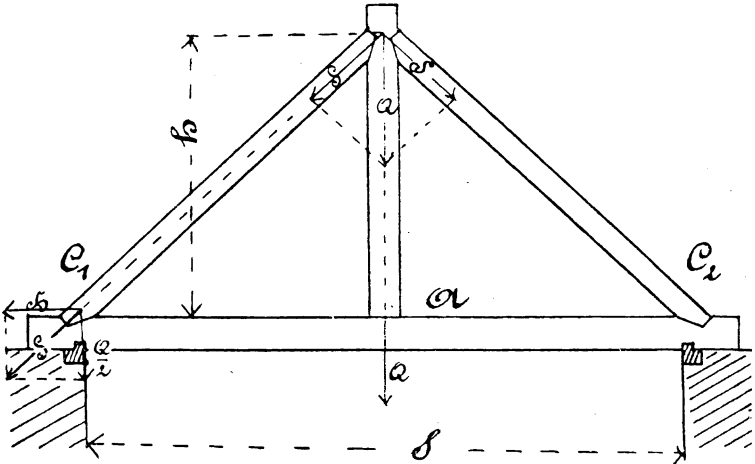


Fig. 27.

Hieraus folgt:
$$S = \sqrt{\frac{Q^2}{4} + H^2}$$

$$= \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{Q^2 \cdot s^2}{16h^2}}$$

$$S = \frac{Q}{2} \sqrt{1 + \frac{s^2}{4h^2}}$$

28. Die in Fig. 28 dargestellte Konstruktion ist der Binder eines Perrondaches. Derartige Binder werden in Entfernungen von 4 bis 5 m aufgestellt, dann über dieselben in den Knotenpunkten A, D, C Längsträger, die sogen. Pfetten gelegt, über welche die Verschalung und das Deckmaterial kommt. Die Konstruktion wird deshalb von dem Deckmaterial und dem darauf fallenden Schnee u. s. w. nur in den Knotenpunkten der oberen Gurtung belastet. Auf den mittleren Knotenpunkt D entfällt dann die doppelte Last wie auf die beiden anderen.

Mit der Zerlegung der Kräfte bzw. der Bestimmung der Stabkräfte muß im Punkte A begonnen werden.

Die im Punkte A wirkende Last Q wird in die Richtung der oberen und unteren Gurtung zerlegt und ergeben sich hierbei die Kräfte U und O_1 .

Die Kraft O_1 wird durch den Stab AD auf den Knotenpunkt D übertragen und ist dort mit der auf diesen Punkt fallenden Last $2Q$ zusammen zu setzen. Beide Kräfte liefern

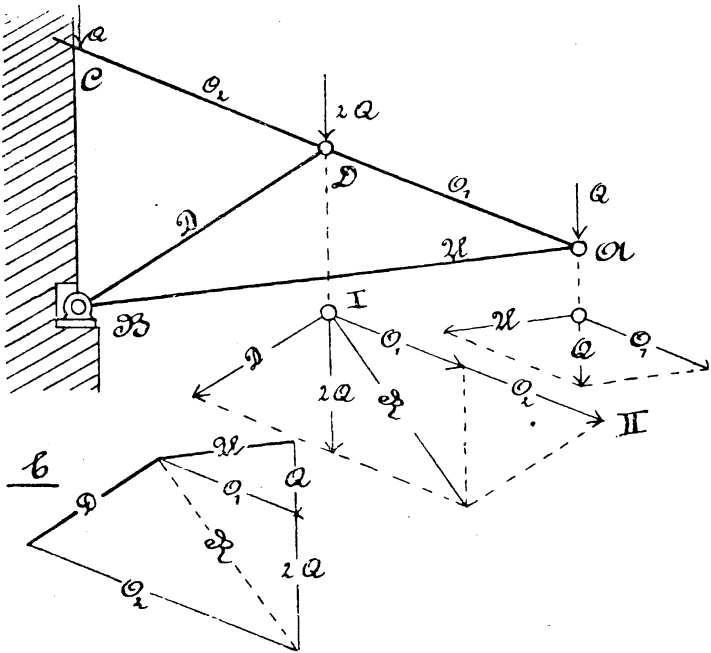


Fig. 28.

eine Resultante R , welche in die Richtungen DB und DC zerlegt werden muß. Auf diese Weise werden die Kräfte O_2 und D bestimmt. (O_2 in der Figur gleich der Strecke I, II .)

O_1 und O_2 sind Zugkräfte, U und D Druckkräfte.

In Fig. 28b ist die Kräftezerlegung nach Cremona ausgeführt.

29. Hat der Binder die in Fig. 29 dargestellte Form, so ist die Lastverteilung auf die Pfetten dieselbe wie bei Fig. 28. Die Last Q im Punkte A wird wieder in die beiden Komponenten O_1 und U_1 zerlegt. Die Pfettenlast $2Q$ im Punkte D wird von der vertikalen Strebe V direkt auf den unteren Knoten-

punkt E übertragen. Die Strebe V hat also einen Druck $2Q$ auszuhalten, die in O_1 wirkende Zugkraft wird unverändert auf O_2 übertragen, also ist: $O_2 = O_1$.

Im Knotenpunkte E kommen die Kräfte U_1 und $2Q$ zusammen und geben eine Resultante R, welche in der Richtung

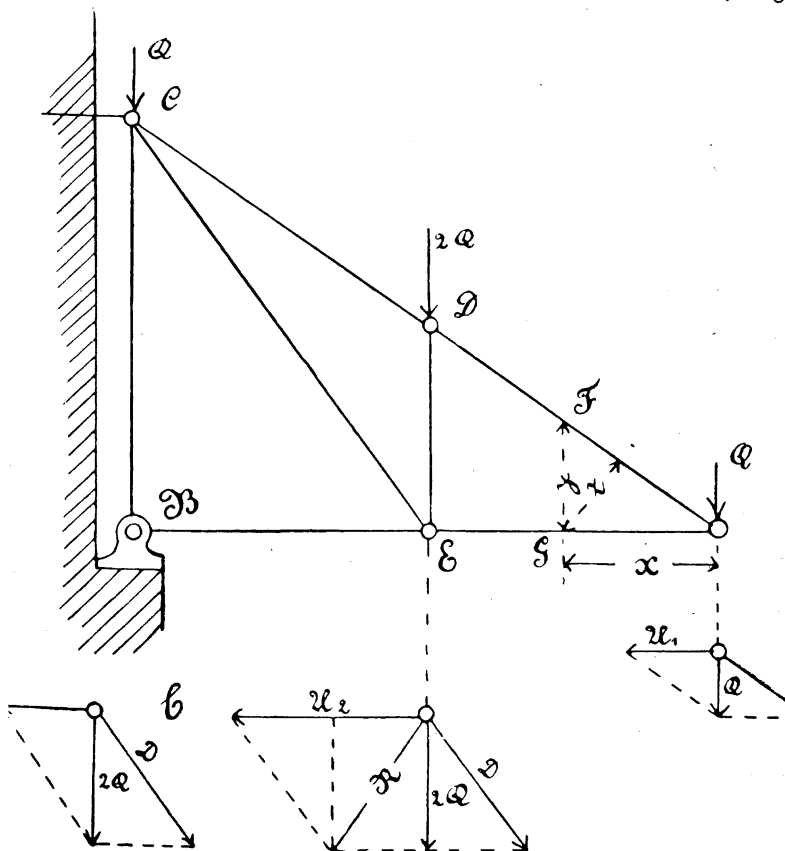


Fig. 29.

der Diagonale D und der unteren Gurtung U_2 zu zerlegen ist. Hiermit sind alle Stabkräfte bestimmt. Zur Bestimmung der Kräfte durch Rechnung muß die Spannweite s und die Höhe h des Binders gegeben sein.

Wird in einem beliebigen Abstand x vom freien Ende (Fig. 29) ein Vertikalschnitt durch den Binder gelegt und der Schnittpunkt F desselben mit der oberen Gurtung als Dreh-

punkt gewählt, so ergibt sich für die Stabkraft U_1 die Momentengleichung:

$$U_1 y = Qx$$

$$U_1 = Q \cdot \frac{x}{y} = Q \cdot \frac{s}{h}$$

Wird der Schnittpunkt G mit der unteren Gurtung als Drehpunkt gewählt, so ist: $O_1 z = Qx$.

Ist l die ganze Länge der oberen Gurtung, so ist:

$$x : z = l : h$$

$$z = \frac{x \cdot h}{l}$$

Demnach:

$$O_1 = \frac{Q \cdot x}{z} = \frac{Q \cdot l}{h}$$

Zur Bestimmung der Kraft U_2 kann der Punkt C als Drehpunkt gewählt werden (Fig. 29).

Man erhält dann die Momentengleichung:

$$U_2 \cdot h = Qs + \frac{2Q \cdot s}{2}$$

$$U_2 = \frac{2Q \cdot s}{h}$$

Ferner ist nach obigem: $V = 2Q$.

Die Länge d der Diagonale ergibt sich aus der Gleichung:

$$d = \sqrt{h^2 + \frac{s^2}{4}}$$

Die von der Strebe V auf den Punkt E übertragene Kraft $2Q$ wird dort von U_2 und D aufgenommen und zerlegt sich in der Weise wie Fig. 29b angibt.

Aus dieser Figur folgt: $D : 2Q = d : h$

$$D = \frac{2Q \cdot d}{h}$$

Es sollen nun einige Beispiele folgen:

- a) Ein Balken über einer Toröffnung von 5 m lichter Weite hat eine 1 Stein starke Wand von 3 m Höhe zu tragen. Der Balken soll in der Mitte durch ein Hängewerk abgestützt werden, welches eine Höhe von 2,5 m hat.

Wird das Gewicht des Kubikmeters Mauerwerk zu 1600 kg angenommen, so ist das Gewicht der auf dem Balken ruhenden Wand:

$$5 \cdot 3 \cdot 0,25 \cdot 1600 = 6000 \text{ kg.}$$

Wenn der Balken in der Mitte abgestützt wird, kommt auf diese Stütze $\frac{5}{8}$ der ganzen Last, also:

$$\frac{5}{8} \cdot 6000 = 3750 \text{ kg.}$$

Nach den in Satz 27 angegebenen Formeln ist dann:

$$H = \frac{3750 \cdot 5}{4 \cdot 2,5} = 1875 \text{ kg}$$

und die in den Streben wirkenden Kräfte:

$$S = \sqrt{1875^2 + 1875^2} \\ = 1875 \sqrt{2} = 2644 \text{ kg.}$$

- b) Ein Perronbinder von 3,6 m Ausladung und 1 m Höhe, dessen untere Gurtung horizontal ist, soll einmal nach Fig. 28, dann nach Fig. 29 ausgeführt werden. Es sind

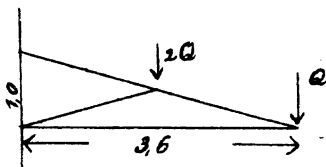


Fig. 30.

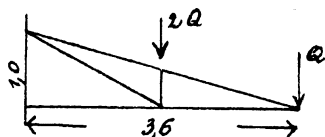


Fig. 31.

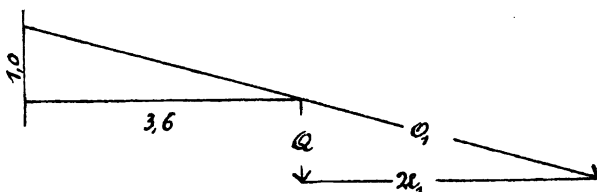


Fig. 32.

die in den Stäben wirkenden Kräfte für jede Form zu bestimmen (Fig. 30—31). Wird zuerst die Form Fig. 28 angenommen, so ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke Fig. 32:

$$U_1 : 3,6 = Q : 1 \\ U_1 = 3,6 Q$$

$$\text{Ferner ergibt sich: } O_1 = \sqrt{3,6^2 Q^2 + Q^2} \\ = Q \sqrt{3,6^2 + 1} \\ O_1 = 3,74 Q.$$

Die Länge der oberen Gurtung ist

$$l = \sqrt{3,6^2 + 1^2} = 3,74 \text{ m.}$$

Der Abstand z des Punktes B von der oberen Gurtung ergibt sich aus der Proportion (Fig. 33):

$$z : 3,6 = 1 : 3,74$$

$$z = \frac{3,6}{3,74} = 0,962 \text{ m.}$$

Wird ein Vertikalschnitt durch den Binder gelegt, wie Fig. 33 zeigt, und der Punkt B als Drehpunkt angenommen, so erhält man für die Kraft O_2 in der oberen Gurtung die Momentengleichung:

$$O_2 \cdot 0,962 = 3,6 \cdot Q + 2 \cdot Q \cdot \frac{3,6}{2}$$

$$O_2 = \frac{7,2}{0,962} \cdot Q = 7,48 Q.$$

Der Abstand z_1 des vorderen Knotenpunktes A von der Diagonale ist gleich z .

Wird nun der Punkt A als Drehpunkt gewählt, so ergibt sich für die Kraft D in der Diagonale die Momentengleichung:

$$D \cdot 0,962 = 2Q \cdot 1,8$$

$$D = \frac{3,6 Q}{0,962} = 3,75 Q.$$

Wird die Form der Fig. 29 für den Binder angenommen, so bleiben die Kräfte U_1 und O_1 dieselben wie vorher:

$$U_1 = 3,6 Q$$

$$O_1 = 3,74 Q$$

$$O_2 = 3,74 Q$$

$$V = 2Q.$$

Zu bestimmen wären also noch die Kräfte U_2 und D. Wird der obere Punkt C als Drehpunkt angenommen, so ergibt sich für U_2 die Momentengleichung:

$$U_2 \cdot 1 = Q \cdot 3,6 + 2Q \cdot 1,8$$

$$U_2 = 7,2Q.$$

Die Länge d der Diagonale findet man aus der Formel:

$$d = \sqrt{1,8^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{4,24} = 2,06 \text{ m.}$$

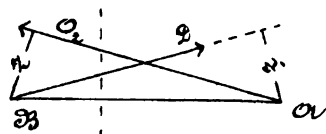


Fig. 33.

Nach der oben angegebenen Formel ist dann:

$$D = \frac{2 Q d}{h} = \frac{2 \cdot Q \cdot 2,06}{1} = 4,12 Q.$$

Sechstes Kapitel.

30. Die in den einzelnen Teilen des Binders eines einfachen Satteldaches (Fig. 34), welches als Hallendach entweder ganz aus Eisen oder aus Eisen und Holz hergestellt werden kann, wirkenden Kräfte, können ebenfalls durch einfache Zerlegung bestimmt werden.

Ist die ganze auf den Binder kommende Last gleich $2 \cdot Q$, so würden auf die Pfetten an den Auflagern eine Last von je $\frac{Q}{2}$, und auf den First eine solche gleich Q kommen. Jedes Auflager hat dann einen Druck Q auszuhalten, wirkt also mit dieser Kraft vertikal aufwärts, während die darüber liegende Pfette mit $\frac{Q}{2}$ abwärts wirkt. Demnach bleibt noch ein auf-

wärts wirkender Druck $\frac{Q}{2}$ übrig, welcher in die Richtung O und U zerlegt werden muß. Hiermit ist in dem Falle, daß die untere Gurtung horizontal liegt, die Arbeit fertig, denn in diesem Falle wirkt in der Vertikalstange V überhaupt keine Kraft. Die Bestimmung der Kräfte durch Rechnung ist sehr einfach. Wird die Höhe des Daches mit h , die Spannweite desselben mit s bezeichnet, so ergibt sich aus der Ähnlichkeit des Kräfte-

$$\text{dreiecks und des Dachdreiecks: } U : \frac{Q}{2} = \frac{s}{2} : h$$

$$U = \frac{Qs}{4h}.$$

$$\text{Ebenso ergibt sich: } O : \frac{Q}{2} = \sqrt{\frac{s^2}{4} + h^2} : h$$

$$O = \frac{Q \cdot \sqrt{\frac{s^2}{4} + h^2}}{2h}$$

Wenn demnach die Binder eines Satteldaches von der Form wie Fig. 34 zeigt, von 10 m Spannweite und 2 m Höhe 4 m auseinander stehen und die Dachfläche mit 180 kg pro

Fig. 34.

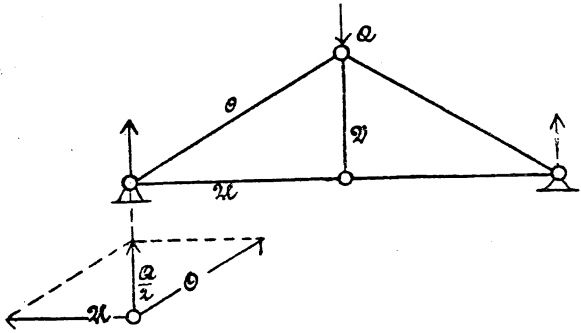


Fig. 35.

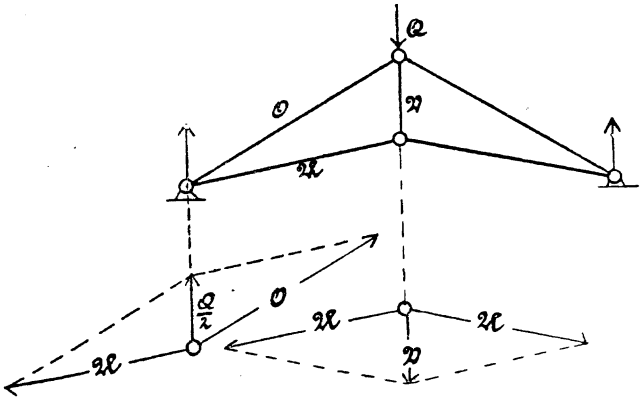
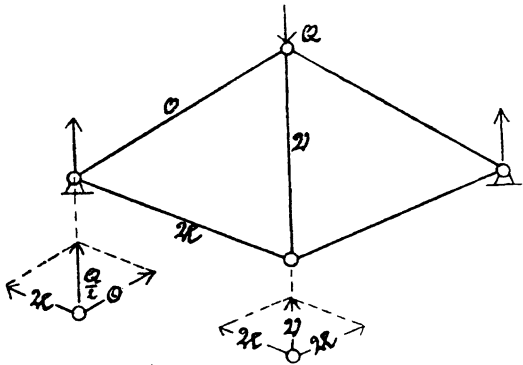


Fig. 36.



Quadratmeter belastet wird, so würde die auf einen Binder kommende Last

$$4 \cdot 10 \cdot 180 = 7200 \text{ kg}$$

betragen. Demnach wäre $Q = 3600 \text{ kg}$ und es ergibt sich:

$$U = \frac{3600 \cdot 10}{4 \cdot 2} = 4500 \text{ kg}$$

$$\sqrt{\frac{s^2}{4} + h^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5,38 \text{ m}$$

$$O = \frac{3600 \cdot 5,38}{2 \cdot 2} = 4842 \text{ kg}$$

31. Ist die untere Gurtung geneigt, so wie in Fig. 35 angegeben, so kann die Bestimmung der Kräfte O und U wieder in derselben Weise, also durch Zerlegung der Kraft $\frac{Q}{2}$ in die Richtungen von O und U erfolgen. In diesem Falle wird aber auch auf die Vertikalstange V eine Kraft übertragen.

Die in den beiden Stangen der unteren Gurtung wirkende Kraft U geben zusammen eine Resultante V, das ist die in der vertikalen Stange wirkende Kraft.

Die obere Gurtung wird hier auf Druck bzw. Knickung, die untere Gurtung und die Vertikalstange auf Zug beansprucht.

Die Bestimmung der Kräfte durch Rechnung ist wieder sehr einfach. Wird die Spannweite des Daches wieder mit s, die Höhe des Daches mit h, bezeichnet, so ergibt sich für die Länge der oberen Gurtung:

$$l_1 = \sqrt{\frac{s_2^2}{4} + h_1^2}$$

Liegt der untere Endpunkt der Vertikalstange um h_2 über den Auflagerpunkten, so ist die Länge der unteren Gurtung:

$$l_2 = \sqrt{\frac{s_2^2}{4} + h_2^2}$$

Aus der Ähnlichkeit des Kräfte- und Dachdreiecks ergibt sich die Proportion: $U : \frac{Q}{2} = l_2 : (h_1 - h_2)$

$$U = \frac{Q \cdot l_2}{2(h_1 - h_2)}$$

ferner ist: $O : \frac{Q}{2} = l_1 : (h_1 - h_2)$

$$O = \frac{Q \cdot l_1}{2(h_1 - h_2)}$$

Wird in dem Kräfteparallelogramm, dessen Seiten U sind und welches zur Bestimmung von V dient, die horizontale Diagonale gezogen, so erhält man 4 kongruente Dreiecke, welche

dem von U bezw. l_2 , h_1 und $\frac{s}{2}$ gebildeten Dreieck ähnlich sind. Hieraus ergibt sich wieder die Proportion:

$$\frac{V}{2} : U = h_2 : l_2$$

$$V = \frac{2 U h_2}{l_2}$$

Wenn demnach ein Binder von der in Fig. 35 dargestellten Form eine Spannweite von 12 m, eine Höhe von 2 m hat, und der untere Endpunkt der Vertikalstange 0,5 m über den Auflager liegt, so würde bei einer Binderentfernung von 3,6 m und einer Belastung von 180 kg pro Quadratmeter die ganze auf einen Binder kommende Last:

$$3,6 \cdot 12 \cdot 180 = 7776 \text{ kg}$$

betragen und Q wäre gleich 3888 kg.

Ferner ist: $l_1 = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6,32 \text{ m}$

$$l_2 = \sqrt{6^2 + 0,5^2} = 6,02 \text{ m}$$

und demnach: $U = \frac{3888 \cdot 6,02}{2 \cdot 1,5} \approx 7802 \text{ kg}$

$$O = \frac{3888 \cdot 6,22}{2 \cdot 1,5} \approx 8061 \text{ kg}$$

$$V = \frac{2 \cdot 7802 \cdot 0,5}{6,02} = 1296 \text{ kg.}$$

32. Der untere Endpunkt der Vertikalstange des in Fig. 34 dargestellten Binders kann auch tiefer wie die Auflagerpunkte liegen; man erhält dann die in Fig. 36 dargestellte Konstruktion.

Ueber die Bestimmung der Kräfte auf graphischem Wege ist nichts weiter zu sagen. Dieselbe geschieht in derselben Weise wie in den vorigen Sätzen und ist hier nur zu bemerken, daß diesmal die Vertikalstange auf Druck beansprucht wird.

Steigt also die untere Gurtung vom Auflager nach der Mitte, so wird die Vertikalstange auf Zug, fällt die untere Gurtung, so wird die Vertikalstange auf Druck beansprucht, liegt die untere Gurtung horizontal, so erleidet die Vertikalstange keine Beanspruchung.

Zur Bestimmung der Kräfte in der in Fig. 36 dargestellten Konstruktion soll wieder die Spannweite des Binders mit s , die Höhe des Firfests über den Auflager mit h_1 , der Höhenunterschied der Auflager gegen den unteren Endpunkt der Vertikalstange mit h_2 bezeichnet werden.

Es ergibt sich dann für die Länge der oberen Gurtung:

$$l_1 = \sqrt{\frac{s^2}{4} + h_1^2}$$

für die Länge der unteren Gurtung:

$$l_2 = \sqrt{\frac{s^2}{4} + h_2^2}$$

und die Vertikalstange hat eine Länge: $h_1 + h_2$.

Aus der Ähnlichkeit des Binder- und Kräftedreiecks ergibt sich dann wieder: $\frac{Q}{2} : O = h_1 + h_2 : l_1$

$$O = \frac{Q \cdot l_1}{2(h_1 + h_2)}$$

$$\frac{Q}{2} : U = h_1 + h_2 : l_2$$

$$U = \frac{Q \cdot l_2}{2(h_1 + h_2)}$$

$$\frac{V}{2} : U = h_2 : l_2$$

$$V = \frac{2 U h_2}{l_2} = \frac{Q \cdot h_2}{(h_1 + h_2)}$$

Wenn demnach die Spannweite eines solchen Binders 8 m, die Höhe des Firstes über dem Auflager 1,5 m wäre, und der Endpunkt der Vertikalstange 0,5 m unter dem Auflager liegen würde, so wäre bei einer Binderentfernung von 4 m und einer Belastung von 180 kg pro Quadratmeter die ganze auf einen Binder kommende Last: $4 \cdot 8 \cdot 180 = 5760$ kg.

Demnach ist: $Q = 2880$ kg.

Ferner ist: $l_1 = \sqrt{4^2 + 1,5^2} \sim 4,25$ m

$l_2 = \sqrt{4^2 + 0,5^2} \sim 4,03$ m

$h_1 + h_2 = 2$ m

mithin $O = \frac{2880 \cdot 4,25}{2 \cdot 2} = 3060$ kg

$U = \frac{2880 \cdot 4,03}{2 \cdot 2} = 2902$ kg

$V = \frac{2880 \cdot 0,5}{2} = 720$ kg

Siebentes Kapitel.

33. Bei größeren Spannweiten können die in Satz 30–32 betrachteten Dachbinder nicht mehr verwendet werden, weil einmal die Sparren bei der großen Pfettenentfernung eine zu große freitragende Länge bekommen und infolgedessen zu stark werden, dann auch die Beanspruchung der Binderteile selbst zu groß würde.

Eine für größere Spannweiten vielfach gebrauchte Konstruktion ist der französische Binder; nach seinem Erfinder gewöhnlich Polonceau-Binder genannt.

In Fig. 37 ist ein solcher Binder dargestellt. Derselbe trägt in fünf Punkten, zwei Pfetten an den Auflager, zwei in den Mitten der oberen Gurtung und eine oder zwei im First.

Damit die obere Gurtung durch die in ihrer Mitte ruhende Pfettenlast nicht auf Biegung beansprucht wird, wird dieselbe in der Mitte durch eine Strebe S abgestützt, welche mit der unteren Gurtung und einer nach der First gehenden Diagonale in einem Punkte zusammenläuft. Diese Strebe steht auf der oberen Gurtung senkrecht.

34. Die ganze Dachfläche wird durch die Pfetten in vier gleiche Felder geteilt. Für die Berechnung ist die Last eines Feldes gleich Q angenommen. Die Pfetten an den Auflager haben dann die Last eines halben Feldes, also $\frac{Q}{2}$, aufzunehmen, die anderen Pfetten je die Last Q . Auf jedes Auflager kommt ein Druck $2Q$.

Die Auflagerreaktion ist also, da $2Q$ vertikal aufwärts, $\frac{Q}{2}$ vertikal abwärts wirkt, noch $\frac{3}{2}Q$.

Diese Kraft $\frac{3}{2}Q$ wirkt auf die obere Gurtung O_1 und die untere Gurtung U_1 und muß in diese beiden Richtungen so wie in Fig. 37 angegeben zerlegt werden.

Der Druck O_1 pflanzt sich bis zur Mitte der oberen Gurtung fort und kommt hier mit der vertikal abwärts wirkenden Pfettenlast Q zusammen. Die beiden Kräfte werden zu einer resultierenden Kraft R_1 zusammengesetzt.

Diese Kraft R_1 ist dann wieder in der Richtung der oberen Gurtung O_2 und der Strebe S zu zerlegen.

Die Kraft S pflanzt sich nach dem unteren Ende der Strebe fort und kommt hier mit der in der unteren Gurtung wirkenden Zugkraft U_1 zusammen; beide ergeben eine Resultante R_2 .

Diese Resultante R_2 ist in die Richtung von U_2 und D zu zerlegen.

Hiermit wären die Kräfte in allen Konstruktionsteilen bestimmt.

35. In Fig. 32b ist die Bestimmung der Kräfte nach Cremona durchgeführt.

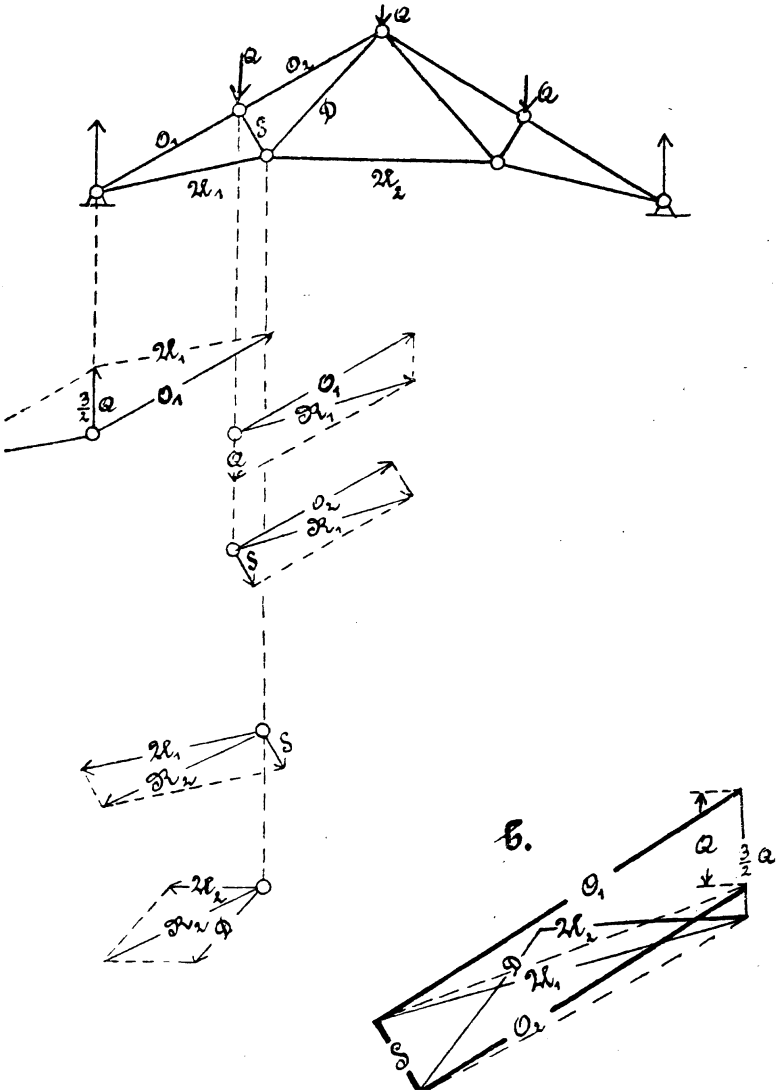


Fig. 37.

Auf einer Vertikalen ist die Auflagerreaktion $\frac{3}{2}Q$ angetragen und durch die Endpunkte Parallele zu den Gurtungen O_1 und

U_1 gezogen. O_1 gibt mit Q die Resultante R_1 , welche in der Figur punktiert gezeichnet ist. Durch die Endpunkte von R_1 sind Parallele zu O_2 und S gezogen und so diese Kräfte bestimmt.

Die Kraft S liefert mit U_1 die in der Figur eingezeichnete Resultante R_2 .

Durch den Endpunkt von R_2 sind Parallele zu U_2 und D gezogen.

Der Deutlichkeit halber sind hier die Kräfte größer wie früher gezeichnet.

36. Zur Bestimmung der Kräfte durch Rechnung müssen erst die Längen der einzelnen Teile bestimmt werden.

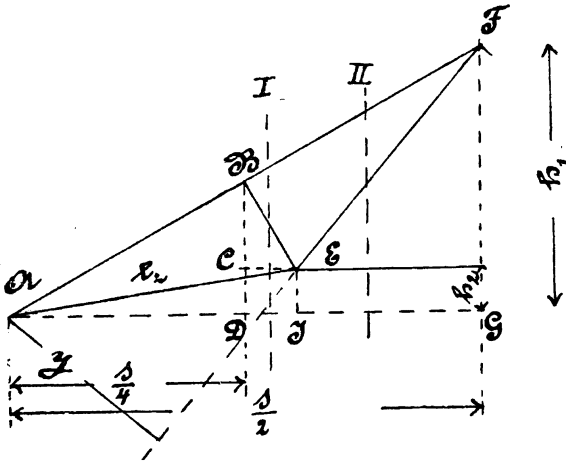


Fig. 38.

Gewöhnlich ist die Spannweite s , die ganze Höhe h_1 des Binders und die Höhe h_2 der Gurtung U_2 über den Auflager gegeben.

Es ergibt sich dann für die Länge der oberen Gurtung:

$$l_1 = \sqrt{\frac{s^2}{4} + h_1^2}.$$

Wird durch den Mittelpunkt B der oberen Gurtung (Fig. 38) eine Vertikale BD und durch den unteren Endpunkt E der Stäbe eine Horizontale gezogen, welche die Vertikale im Punkt C schneidet,

so ist:

$$BD = \frac{h_1}{2}.$$

$$BC = \frac{h_1}{2} - h_2.$$

Der Winkel EBC ist gleich dem Neigungswinkel α der oberen Gurtung gegen die Horizontale, und das Dreieck BCE ist dem Dreieck AFG ähnlich. Daher verhält sich:

$$BE : BC = AF : AG.$$

$$BE = \frac{BC \cdot AF}{AG}$$

also ist die Länge der Strebe BE:

$$s_1 = \frac{\left(\frac{h_1}{2} - h_2\right) l_1 \cdot 2}{s}$$

Die Strebe BE bildet mit der halben oberen Gurtung und der unteren Gurtung AE ein rechtwinkliges Dreieck. Daher ist:

$$AE = \sqrt{AB^2 + BE^2}$$

oder
$$l_2 = \sqrt{\frac{l_1^2}{4} + \left(\frac{h_1}{2} - h_2\right)^2 \cdot \frac{l_1^2 \cdot 4}{s^2}}$$

$$l_2 = \frac{l_1}{s} \sqrt{\frac{h_1^2 s^2}{4} + \left(\frac{h_1}{2} - h_2\right)^2 \cdot 4}$$

Die Diagonale D hat dieselbe Länge wie U_1 .

Die Länge l_3 der unteren Gurtung U_2 ergibt sich aus der Formel:

$$l_3 = 2\sqrt{l_2^2 - (h_1 - h_2)^2}$$

$$AJ = l_4 = \sqrt{l_2^2 - h_2^2}$$

Hiermit sind die Längen aller Teile bestimmt und kann nun zur Bestimmung der Kräfte übergegangen werden.

Jede der beiden Kräfte U_1 und O_1 kann in eine horizontale und eine vertikale Komponente zerlegt werden. Die horizontalen Komponenten der Kräfte sind gleich, die Differenz der vertikalen Komponenten ist gleich $\frac{3}{2} Q$ (Fig. 39).

Das rechtwinklige Dreieck, welches aus O_1 , der Horizontalkomponente H und der Vertikalkomponente V_1 von O_1 gebildet wird, ist dem Dreieck AFG (Fig. 33) ähnlich. Daher verhält sich:

$$H : V_1 = \frac{s}{2} : h_1$$

Ebenso ist das aus U_1 , der Horizontalkomponente H und

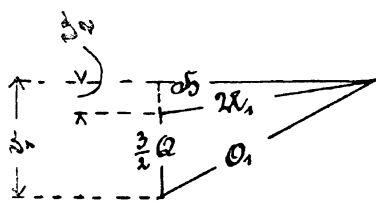


Fig. 39.

der Vertikalkomponente V_2 von U_1 gebildete Dreieck dem Dreieck AEJ ähnlich. Also verhält sich:

$$\begin{aligned} H : V_2 &= AJ : EJ \\ &= l_4 : h_2. \end{aligned}$$

Außerdem ist noch $V_1 - V_2 = \frac{3}{2} Q$.

Aus den beiden Proportionen folgt:

$$\frac{V_1 s}{2h_1} = \frac{V_2 l_4}{h_2}$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{s}{2h_1} \cdot \frac{h_2}{l_4}$$

Hieraus ist:

$$V_1 \left(1 - \frac{s}{2h_1} \cdot \frac{h_2}{l_4} \right) = \frac{3}{2} Q.$$

$$V_1 (2h_1 l_4 - s l_2) = 3 Q h_1 l_4.$$

$$V_1 = \frac{3 Q h_1 l_4}{2h_1 l_4 - s l_2}.$$

Wird aus dieser Gleichung V_1 bestimmt, so kann auch V_2 leicht gesucht werden, ebenso H und hieraus O_1 und U_1 .

Zur Bestimmung der Strebekraft S soll ein vertikaler Schnitt I durch den Binder gelegt und die Momentengleichung für das links stehende Stück aufgestellt werden (Fig. 38).

Wenn das abgetrennte Stück für sich im Gleichgewicht sein soll, muß in der oberen Gurtung eine Kraft O_2 , in der unteren eine Kraft U_1 , in der Strebe eine Kraft S wirken. Diese Kräfte müssen mit den äußeren Kräften dieses Stückes im Gleichgewicht sein. Die äußeren Kräfte sind die Auflagerreaktion $\frac{3}{2} Q$ und die auf der Mitte liegende Last Q . Die inneren und äußeren Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn ihre Momente in Bezug auf einen beliebigen Punkt dem Drehpunkt gleich sind. Als Drehpunkt soll hier der Auflagerpunkt A gewählt werden.

Die Kräfte O_2 und U_1 gehen durch diesen Punkt A, ebenso die Auflagerreaktion $\frac{3}{2} Q$. Die Momente dieser Kräfte sind also gleich Null und es bleiben nur noch die Momente der Last Q und der Strebekraft S übrig. Die Last Q hat einen Hebelarm $\frac{s}{4}$, die Kraft S einen solchen $\frac{l_1}{2}$. Deshalb muß sein:

$$S \cdot \frac{l_1}{2} = \frac{Q \cdot s}{4}$$

$$S = \frac{Q s}{2 l_1}$$

Zur Bestimmung der Kraft O_2 kann der Schnitt I dienen

und wird der untere Endpunkt der Strebe als Drehpunkt gewählt. Die im Schnitt anzubringenden Kräfte S und U_1 gehen durch den Drehpunkt, haben also kein Moment und es bleiben nur noch die Momente der Kräfte $\frac{3}{2}Q$, Q und O_2 übrig.

Hiernach lautet die Momentengleichung:

$$O_2 s_1 = \frac{3}{2}Q \cdot AJ - Q \cdot CE.$$

$$O_2 = \frac{Q \cdot (\frac{3}{2}AJ - CE)}{s_1}.$$

Die Längen AJ und CE wie auch s können, wie oben gezeigt, leicht bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Kraft U_2 wird ein Vertikalschnitt durch den First gelegt und der Firstpunkt selbst als Drehpunkt gewählt.

Es ergibt sich dann die Momentengleichung:

$$U_2 (h_1 - h_2) = \frac{3}{2}Q \cdot \frac{s}{2} - Q \frac{s}{4}.$$

$$U_2 = \frac{Q \cdot s}{2 (h_1 - h_2)}.$$

Zur Bestimmung der Kraft D in der Diagonale soll Schnitt II dienen.

Der in dieser Figur angegebene Schnitt durchschneidet O_2 , D_1 und U_2 .

Wird nun A als Drehpunkt gewählt, so hätte O_2 einen Hebelarm Null, U_2 einen Hebelarm h_2 und D einen Hebelarm y , wenn y der Abstand der Richtung der Diagonale vom Auflagerpunkte A ist.

Das von AF_1y und der verlängerten Diagonale gebildete Dreieck ist dem Dreieck BFE ähnlich, also gilt die Proportion:

$$l_1 : y = d : s_1$$

$$y = \frac{l_1 s_1}{d}.$$

Demnach lautet die Momentengleichung:

$$Dy = U_2 \cdot h_2 + Q \cdot \frac{s}{4}.$$

$$D = \frac{U_2 h_2 + Q \frac{s}{4}}{y}$$

Hiermit wären alle Kräfte bestimmt.

Ein Polonceaubinder soll eine Spannweite von 14 m, eine Höhe von 2 m haben. Die untere Gurtung desselben soll horizontal durchgehen (Fig. 40).

Es ergibt sich dann zuerst die Länge der oberen Gurtung

$$l_1 = \sqrt{7^2 + 2^2} = 7,28 \text{ m.}$$

Die Länge l_2 der unteren Gurtung kann aus der Proportion:

$$\frac{l_1}{2} : l_2 = 7 : l_1$$

bestimmt werden. Hiernach ist $l_2 = \frac{l_1^2}{14} = \frac{7,28^2}{14} = 3,785 \text{ m.}$

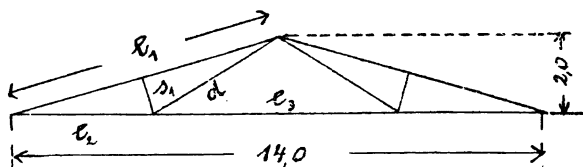


Fig. 40.

Ebenso ergibt sich die Länge s_1 der Strebe aus der Proportion:

$$s_1 : \frac{l_1}{2} = 2 : 7$$

$$s_1 = \frac{l_1}{7} = 1,04 \text{ m.}$$

Die Diagonale d ist gleich l_2 also: $d = 3,785 \text{ m.}$

Die untere Gurtung l_3 findet man aus der Gleichung:

$$l_3 = 14 - 2 \cdot l_2 = 6,43 \text{ m.}$$

Die Bestimmung der Kräfte O_1 und U_1 kann auf verschiedene Weise erfolgen. Das von diesen Kräften und der Auflagerreaktion $\frac{3}{2}Q$ gebildete Dreieck ist dem aus

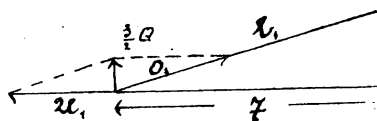


Fig. 41.

der halben Spannweite, der Höhe und der oberen Gurtung gebildeten Dreieck ähnlich (Fig. 41).

Hiernach verhält sich: $O_1 : U_1 = l_1 : 7.$

$$O_1 = 1,04 U_1.$$

Ferner ist: $O_1^2 - U_1^2 = \frac{9}{4} Q^2$

$$0,0816 U_1^2 = \frac{9}{4} Q^2$$

$$U_1 = Q \cdot \sqrt{\frac{9}{4 \cdot 0,0816}}$$

$$U_1 = 5,25 Q$$

$$O_1 = 1,04 \cdot 5,25 Q = 5,46 Q.$$

Diese Kräfte U_1 und O_1 können auch aus einer Momentengleichung bestimmt werden. Wird durch die mittlere Pfette ein Vertikalschnitt gelegt (Fig. 42), so wirken an dem abgeschnittenen Stücke die Kräfte $\frac{3}{2}Q$, O_1 und U_1 . Wird nun der Mittelpunkt der oberen Gurtung als Drehpunkt gewählt, so ergibt sich die Momentengleichung:

$$U_1 \cdot 1 = 3,5 \cdot \frac{3}{2}Q$$

$$U_1 = 5,25 Q.$$

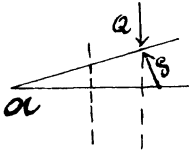


Fig. 42.

Zur Bestimmung von O_1 soll durch den Mittelpunkt der unteren Gurtung U_1 ein Vertikalschnitt gelegt und dieser Punkt als Drehpunkt gewählt werden (Fig. 42).

Man erhält dann die Momentengleichung:

$$O_1 \cdot \frac{s}{2} = \frac{3}{2}Q \cdot \frac{l_2}{2}$$

$$O_1 = \frac{3Ql_2}{2 \cdot s} = Q \cdot \frac{3 \cdot 3,785}{2 \cdot 1,04}$$

$$O_1 \sim 5,46 Q.$$

Zur Bestimmung der Strebekraft S kann auch Fig. 42 dienen und der Auflagerpunkt A als Drehpunkt gewählt werden. Die Momentengleichung lautet dann:

$$\frac{S \cdot l_2}{2} = Q \cdot 3,5$$

$$S = \frac{3,5}{1,893} \cdot Q = 1,75 Q.$$

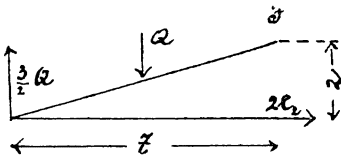


Fig. 43.

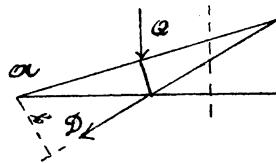


Fig. 44.

Bei einem Schnitt durch den First ergibt sich für die Gurtung U_2 die Momentengleichung Fig. 43:

$$U_2 \cdot 2 = \frac{3}{2}Q \cdot 7 - Q \cdot 3,5 = 7Q.$$

$$U_2 = 3,5 Q.$$

Ein Schnitt wie Fig. 44 zeigt, liefert, wenn der untere Endpunkt der Strobe als Drehpunkt gewählt wird, für O_2 die Momentengleichung:

$$\begin{aligned} O_2 \cdot s &= \frac{3}{2} Q l_2 - Q \cdot (l_3 - 3,5) \\ &= Q \cdot (0,5 l_2 + 3,5) \\ &= Q (1,89 + 3,5) = 5,39 Q \\ O_2 &= \frac{5,39}{1,04} \cdot Q = 5,18 Q. \end{aligned}$$

Wird bei dem Schnitt Fig. 44 das Auflager A als Drehpunkt angenommen, so ergibt sich für die Zugstange D die Momentengleichung: $D \cdot b = Q \cdot 3,5$.

Nun verhält sich: $b : l_1 = s_1 : d$

$$b = \frac{7,28 \cdot 1,04}{3,785} \approx 2 \text{ m}$$

$$D = \frac{3,5}{2,0} Q = 1,75 \cdot Q.$$

In dieser Rechnung ist stets die Last Q eingesetzt worden, was sich hauptsächlich deshalb empfiehlt, weil man dann nicht mit so großen Zahlen zu rechnen hat. Ist die Spannweite des Daches, die Entfernung der Binder und die Belastung pro Quadratmeter gegeben, so kann ja leicht, wie dies früher gezeigt worden ist, die Gesamtbelastung und die Belastung eines Feldes bestimmt werden.

Achtes Kapitel.

37. Es sollen noch die Kräfte in den Stäben des in Fig. 45 gezeichneten Binders bestimmt werden. Derselbe hat eine Spannweite von 16 m, eine Höhe von 2,4 m. Die untere Gurtung U_2 soll 0,6 m über dem Auflager liegen.

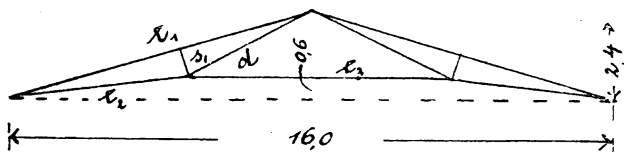


Fig. 45.

Hieraus ergibt sich für die Länge der oberen Gurtung:

$$\begin{aligned} l_1^2 &= 8^2 + 2,4^2 \\ l_1 &= \sqrt{69,76} = 8,35 \text{ m.} \end{aligned}$$

Aus der Ähnlichkeit der betreffenden Dreiecke ergibt sich für die Strebe s_1 die Proportion:

$$\begin{aligned} s_1 : 0,6 &= l_1 : 8 \\ s_1 &= \frac{0,6 \cdot 8,35}{8} = 0,626 \text{ m.} \end{aligned}$$

Ferner ergibt sich für die Länge l_2 der unteren Gurtung U_2 :

$$l_2 = \sqrt{4,176^2 + 0,626^2}$$

$$l_2 = 4,22 \text{ m}$$

Die horizontale Entfernung a des unteren Endpunktes der Strebe vom Auflager erhält man aus der Gleichung:

$$a = \sqrt{4,22^2 - 0,6^2}$$

$$a = 4,18 \text{ m.}$$

Hiernach hat man für die Länge l_3 der Gurtung U_3

$$l_3 = 2 (8 - 4,18)$$

$$= 7,64 \text{ m.}$$

Da die untere Gurtung auf einer Länge von 4,08 m auf 0,6 m steigt, würde dieselbe auf 8 m um $\frac{0,6 \cdot 8}{4,18} = 1,14$ m steigen, die Verlängerung der unteren Gurtung würde also die Mittellinie des Binders in einem Abstände $2,4 - 1,14 = 1,26$ m vom First schneiden. Die Länge dieser Linie von dem Schnittpunkt bis zum Auflager wäre gleich:

$$\sqrt{8^2 + 1,14^2} = \sqrt{65,3} = 8,08 \text{ m.}$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke (Fig. 46) ergibt sich dann:

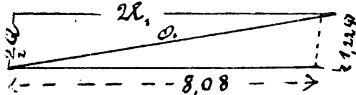


Fig. 46.

$$\frac{3}{2} Q : U_1 = 1,26 : 8,08$$

$$U_1 = \frac{3 \cdot 8,08}{2 \cdot 1,26} Q$$

$$U_1 = 9,61 Q.$$

Ferner: $\frac{3}{2} Q : O_1 = 1,26 : 8,35$

$$O_1 = \frac{3 \cdot 8,35}{2 \cdot 1,26} Q$$

$$O_1 = 9,94$$

Zur Bestimmung der Strebekraft S wird ein Schnitt, wie



Fig. 47.

Fig. 47 zeigt, gelegt und das Auflager als Drehpunkt genommen. Man erhält dann die Momentengleichung:

$$S \cdot \frac{8,35}{2} = Q \cdot 4$$

$$S = \frac{4 \cdot 2}{8,35} \cdot Q$$

$$S = 0,96 Q.$$

Bei einem durch den First gelegten Schnitt ergibt sich für die untere Gurtung die Momentengleichung:

$$U_2 \cdot 1,8 = \frac{3}{8} Q \cdot 8 - Q \cdot 4$$

$$= 8 Q$$

$$U_2 = \frac{8}{1,8} Q = 4,5 Q.$$

Wird in Fig. 48 der untere Endpunkt der Strebe als Drehpunkt gewählt, so ergibt sich für die Kraft O_2 die Momentengleichung:

$$O_2 \cdot 0,626 = \frac{3}{8} Q \cdot 4,08 - Q \cdot 0,08$$

$$= 6,04 Q$$

$$O_2 = \frac{6,04}{0,626} Q = 9,7 Q.$$

Zur Bestimmung der Kraft D in der Diagonale muß die Länge der Senkrechten vom Auflager auf die Richtung der Diagonale bestimmt werden.

Die Länge d der Diagonale ist gleich l_2 , also:

$$d = 4,22 \text{ m.}$$

Der Abstand d der Diagonale vom Auflager ergibt sich dann aus der Proportion: $y : l_1 = s : d$

$$y = \frac{8,35 \cdot 0,626}{4,22} = 1,24 \text{ m.}$$

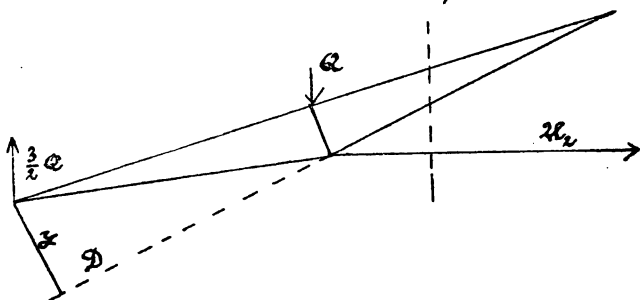


Fig. 49.

Hiernach ist (Fig. 49): $D \cdot 1,24 = 4 Q$

$$D = \frac{4}{1,24} Q = 3,21 Q.$$

Neuntes Kapitel.

5. Zusammensetzen von Kräften, die sich nicht auf der Zeichenebene schneiden.

38. Nachdem wir nun verschiedene Methoden kennen gelernt haben, die uns in den Stand setzen, Kräfte zu Resultieren-

den zusammenzusetzen und einzelne Kräfte in Komponente zu zerlegen, wollen wir im Verlauf des folgenden darzulegen suchen, wie beispielsweise Kräfte zusammengesetzt werden können, deren Krafrichtungen sich auf unserer Zeichenebene nicht schneiden.

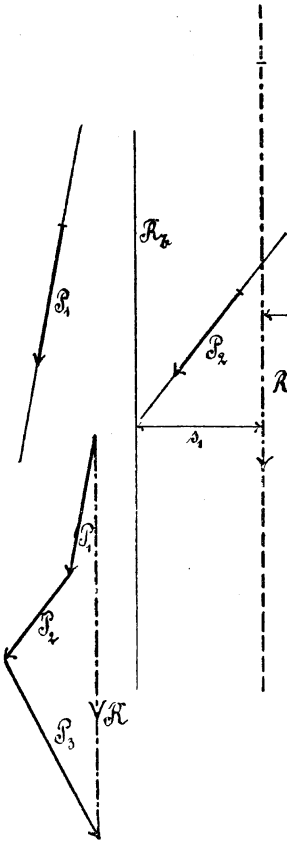


Fig. 50a.

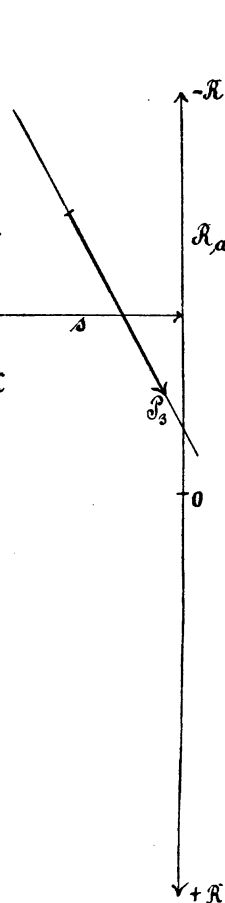


Fig. 50b.

Wollten wir diese Aufgabe oberflächlich behandeln, so könnten wir auf die Methode vom Kräftepolygon verweisen. Wie jedoch Fig. 50a zeigt, können wir durch Konstruktion desselben wohl Größe, Richtung und Sinn der Resultierenden R finden, indessen ist es uns vorläufig noch unmöglich zu bestimmen, wo die R in Fig. 50b zwischen P_1 , P_2 und P_3 liegen wird. Wie gesagt, durch das Kräftepolygon allein sind wir nur imstande Größe, Richtung und Sinn der Resultierenden R zu finden, und zwar, da unser Anfangspunkt für die Konstruktion desselben überall auf der Zeichenfläche liegen kann, wird die Lage der Resultierenden R in Bezug auf unsere gegebenen Kräfte noch

unbestimmt sein. Da wir aber nach den Sätzen der Mechanik Kräfte nur in ihren Richtungslinien verschieben können, ohne ihren Wert zu ändern, so kann es nicht einerlei bleiben, wo wir uns die Resultierende R zwischen den Kräften P_1 , P_2 und P_3 angreifend denken. Nehmen wir in unserer Fig. 50b an, es sei die zwischen P_1 , P_2 und P_3 hineinpunktierte Lage von R die richtige, so müßte,

menn R vielleicht noch in den Richtungen von R_a oder R_b liegen könnte, um R nach R_a bringen zu können, der Weg s nach rechts zurückgelegt werden, oder sollte R nach R_b verlegt werden die Strecke s nach links durchlaufen werden. Es ist aber unmöglich, eine Kraft seitwärts mit sich selbst zu verlegen, ohne ihren Wert zu ändern. Nehmen wir also an, wir wollten R in die Richtung R_a bringen, so können wir das tun, indem wir auf dem Strahle R_a von irgend einem Punkte o aus nach beiden Seiten $+R$ und $-R$ antragen. Wir können das tun, weil, wie wir ja wissen, entgegengesetzt gerichtete und gleich große Kräfte, die auf ein und demselben Strahle liegen, keine Störung des allgemeinen Zustandes hervorrufen, sei es nun der der Ruhe oder der der Bewegung, weil ihre Wirkung gleich 0 ist, ebenso wie $(+3) + (-3) = 0$ ist. Sehen wir uns die Fig. 50b an, so bemerken wir nun 3 Kräfte: R, $+R$ und $-R$, welche wir, wie folgt, zusammenfassen wollen: (R und $-R$) und $(+R)$. Letztere Größe: $+R$ ist aber unsere Resultierende R nach Größe, Richtung und Sinn, nur ist sie in die Lage R_a gebracht worden. (R und $-R$) dagegen ist ein sogenannter Drehzwilling oder Kräftepaar, das, wenn wir von oben in der Richtung nach links sehen, sich entgegen der Uhrzeigerbewegung (negativ) zu drehen sucht. Das drehende Moment, oder das Produkt aus Kraft mal Hebelarm ist:

$$M = R \cdot s$$

Geben wir z. B. der Resultierenden R den Wert: 5 und s den Wert 3, so ist:

$$M = R \cdot s = 5 \cdot 3 = 15.$$

Wir sehen also, daß, wenn wir R nach R_a verlegen wollen, wir nicht allein R in die Rechnung zu ziehen haben, sondern auch das Drehmoment M in Betracht gezogen werden muß. Es folgt daraus, daß es sich durchaus nicht gleich bleibt, welche Lage R zwischen P_1 , P_2 und P_3 einnimmt.

Aufgabe: Wir wollen nun wirklich den Fall behandeln, die Resultierende zweier Kräfte P_1 und P_2 zu suchen, wenn die Schnittpunkte der Krastrichtungen nicht mehr in unsere Zeichenebene fallen:

Auflösung: In Fig. 51a sind P_1 und P_2 die gegebenen Kräfte. Wir konstruieren uns zunächst in Fig. 51b ein Kräftepolygon, in unserem Falle also ein Dreieck. Es ist dies das $\triangle abc$, hierin bedeuten ab, P_1 und bc P_2 nach Größe, Richtung und Sinn, weil diese Linien bekanntlich parallel und gleich den ursprünglich gegebenen Kräften P_1 und P_2 gezogen wurden. In der dritten Seite ac erhalten wir demnach die

Resultierende R der gegebenen Kräfte nach Größe, Richtung und Sinn. Nun fügen wir den Kräften P_1 und P_2 in Fig. 51 a in irgend zwei beliebigen auf den Krafrichtungen liegenden Punkten S und T zwei gleichgroße aber entgegengesetzt in der Verbindungslinie von S und T wirkende Kräfte $+Q$ und $-Q$ zu. Diese Kräfte stören, wie wir ja wissen, den allgemeinen

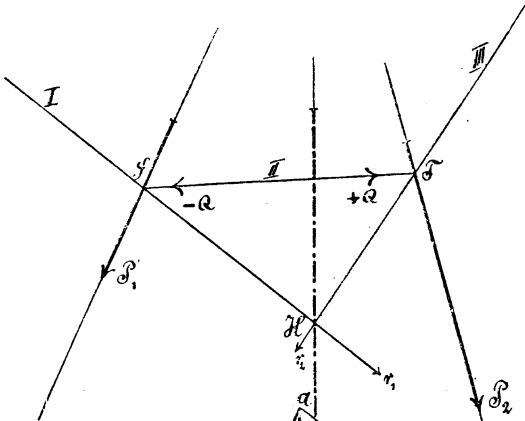


Fig. 51 a.

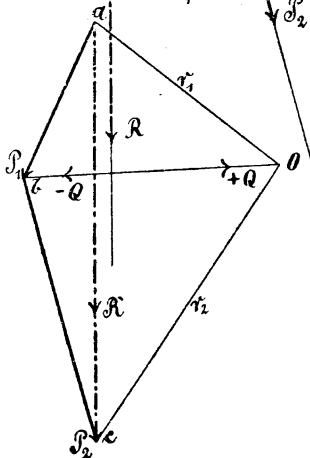


Fig. 51 b.

Kräftezustand nicht, da sie sich in ihren Wirkungen aufheben. Ziehen wir nun durch b (Fig. 51 b) eine Parallele zu ST, so können wir auf dieser einen Punkt O beliebig annehmen und sagen, es bedeute eben die Kraft bo ($+Q$) oder Ob ($-Q$). Wie wir sehen, ist aber die Resultierende R von P_1 und P_2 zugleich die Resultierende von r_1 und r_2 , wenn wir unter r_1 und r_2 die Verbindungslinien von a mit O und c mit O verstehen. Ziehen wir daher in Fig. 51 a durch S und T Parallele

zu r_1 und r_2 , so schneiden sich diese in H, durch welchen Punkt nun auch die Resultierende R gehen muß, deren Größe, Richtung und Sinn wir in der Strecke ac aus Fig. 51 b entnehmen. Wir nennen in der Folge immer Fig. 51a das Seilpolygon, wenn durch die äußeren Kräfte P_1, P_2 etc. in dem Linienzuge I, II, III nur Zugspannungen, und Druckpolygon, wenn darin nur Druckspannungen hervorgerufen werden. Die Eckpunkte S und T des Seilpolygons I, II, III sind die sogenannten Knoten, während die Seiten I und III äußerste Polygonseiten genannt werden. Fig. 51b ist der sogenannte Kräfteplan, Punkt O ist der Pol; während aO, bO, cO die Polstrahlen genannt werden. Mit kurzen Worten wollen wir das Vorhergesagte in folgende Regel zusammenfassen.

Regel: Um die Lage, Größe, Richtung und Sinn der Resultierenden zweier oder mehrerer Kräfte zu finden, deren Kraftrichtungen sich auf der Zeichenebene nicht schneiden, verfährt man wie folgt: Man konstruiert sich durch Aneinandertragen der gegebenen Kräfte den Kräfteplan und zwar, wie wir schon wissen so, daß man den Kräftezug, dem Sinn der Kräfte entsprechend in einem Zuge, ohne umkehren zu müssen, durchlaufen kann. Verbindet man den Anfang der ersten mit dem Endpunkt der letzten Kraft, so ist diese Linie der Größe, Richtung und Sinn nach die Resultierende oder Mittelkraft. Hierauf nimmt man einen beliebigen Pol an und verbindet diesen mit den Endpunkten der Kräfte, zieht dann aus einem beliebigen Punkte eine Parallele I (Fig. 51a) zum ersten Polstrahl $aO = r_1$ (Fig. 51b), welche eine der gegebenen Kräfte z. B. P_1 in S trifft, ferner eine Parallele II zum zweiten Polstrahl bO durch S bis sie die zweite Kraft P_2 in T schneidet u. s. w. Verlängert man nun die beiden äußersten Polygonseiten in unserem Falle I und II bis sie sich in H schneiden, so geht durch H die Resultierende der Kräfte parallel zur Kraftresultierenden des Kräfteplanes, dieser in Größe und Sinn gleich.

Aufgabe: Gegeben sind die Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4 und P_5 , welche alle in einer Ebene liegen, aber verschiedenen Angriffspunkt haben. Gesucht wird die Resultierende R der Größe, Richtung und Lage nach.

Auflösung: In Fig. 52b wurden die 5 Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4 und P_5 zu dem Kräftepolygon a b c d e f zusammengesetzt. Hierin ist die Schlußlinie af die Resultierende der Größe und Richtung nach. Ihr Sinn ist von a nach f gerichtet, also entgegengesetzt dem Sinn, in welchem der Linienzug a b c d e f durchlaufen wird und zwar dieserhalb, weil ja das Ganze im

Gleichgewicht sein soll, die Resultierende demnach den Kräften entgegen zu wirken hat. Der Kräfteplan wurde durch Annahme des beliebigen Pols O und Ziehen der Polstrahlen aO , bO , cO , dO , eO , fO gebildet. Die Lage von R zwischen den gegebenen Kräften wurde dadurch bestimmt, daß parallel zu aO in Fig. 52a

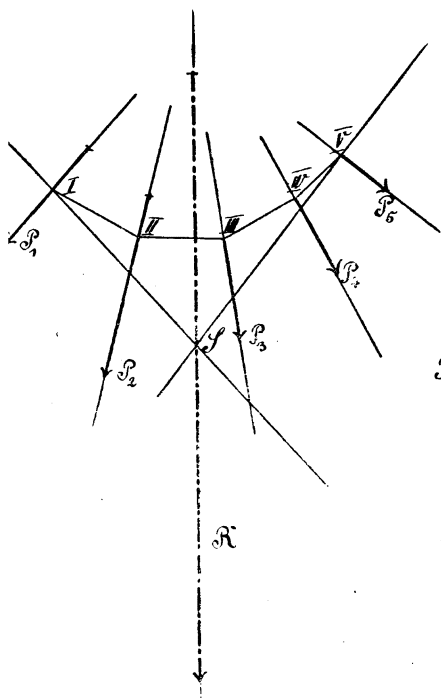


Fig. 52a.

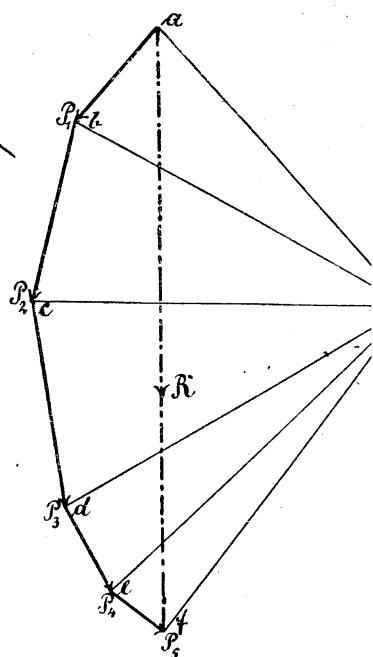


Fig. 52b.

ein Strahl gezogen wurde, welcher P_1 in I traf. Der Strahl $\parallel bO$ durch I traf P_2 in II, der Strahl $\parallel cO$ durch II traf P_3 in III zc. und endlich wurde zu Strahl fO durch V eine Parallele gezogen, welche den erstgezogenen Strahl bei gehöriger Verlängerung in S traf. Durch S eine Parallele zu R gezogen, ergab die Lage der Resultierenden.

Aufgabe: Als speziellen Fall behandeln wir noch den, daß alle Kräfte einander parallel sind, also $P_1 \parallel P_2 \parallel P_3 \parallel P_4 \parallel P_5$ zc.

Auflösung: Dieselbe ist genau so auszuführen, wie eben angegeben worden ist. Deshalb wurde dieselbe in Fig. 53a

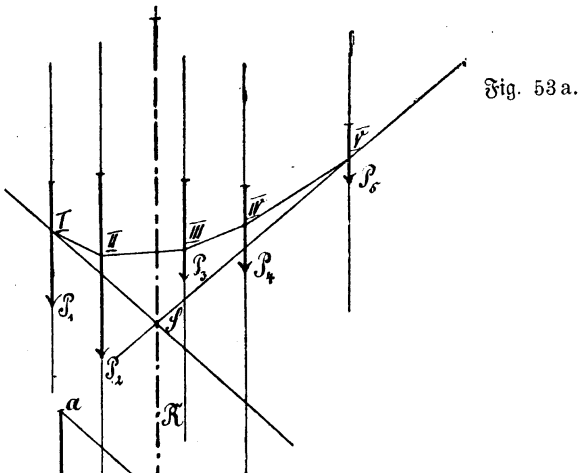


Fig. 53 a.

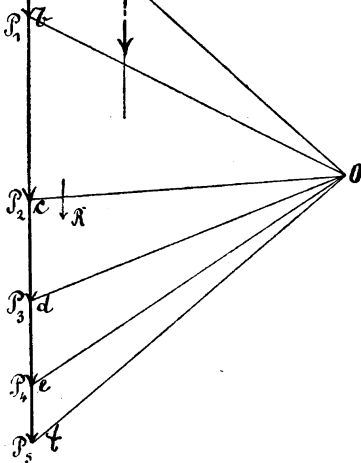


Fig. 53 b.

und b nur zeichnerisch erledigt, jedoch in denselben Größen und Bezeichnungen wie zuvor.

Zehntes Kapitel.

39. Nachdem wir nun gesehen haben, wie man Kräfte mit Hilfe des Seilpolygons zu Resultierenden zusammensetzt, wollen

wir versuchen, vermittelst des Seilpolygons 1 Kraft in Teilkräfte oder Komponenten zu zerlegen.

Aufgabe: Es ist gegeben eine Kraft R der Größe, Richtung und Sinn nach, dieselbe soll in 2 Komponenten so zerlegt werden, daß beide durch 2 gegebene Punkte A und B gehen und die eine in eine gegebene Richtung fällt.

Auflösung: Dieselbe besteht in nichts anderem als in der Umkehrung des Verfahrens, das zur Lösung der vorausgehenden Aufgaben angewandt wurde. Nach Fig. 54a ist uns gegeben Punkt A und B , ferner R und die Richtung p . Wir stellen uns zuerst ein Seilpolygon ganz nach Belieben her, indem wir einen beliebigen Strahl IA ziehen und ihn mit R in S zum.

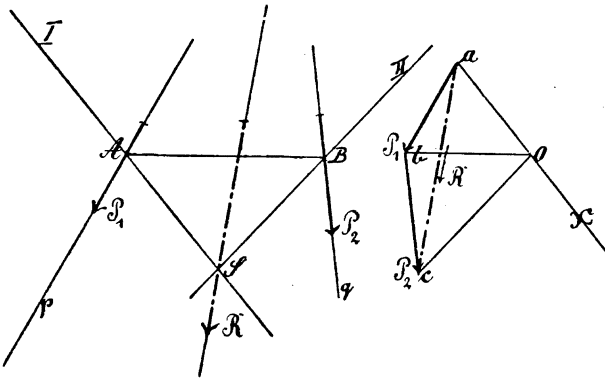


Fig. 54 a.

Fig. 54 b.

Schnitt bringen, weiter verbinden wir S mit B durch die Linie SII . Nun ziehen wir in Fig. 54b zuerst R parallel und gleich mit R der Fig. 54a, legen durch den einen Endpunkt a von R eine Parallele zu p , ferner durch a eine Parallele zu IS . Es sei dies die Gerade ax , hierauf ziehen wir durch den anderen Endpunkt c von R eine Parallele zu SII , welche die ax in O schneiden mag. Ebenso legen wir noch durch O parallel zu AB eine Gerade, welche die Parallele zur Richtung p in b schneidet. Verbinden wir nun b mit c , so ist ab die eine Komponente, welche wir mit P_1 , und bc die andere Komponente, die wir mit P_2 bezeichnen wollen, der Größe, Richtung und Sinn nach. Ziehen wir jetzt durch B eine Parallele Bq zu bc und tragen auf ihr $bc = P_2$ und auf Ap , $ab = P_1$ ab, so ist tatsächlich R in P_1 und P_2 zerlegt worden, so daß sie den gestellten Bedingungen genügen.

Sollen die gesuchten Teilkräfte oder Komponenten unter sich parallel sein, so vereinfacht sich die Konstruktion, wie Fig. 55 a.

und b angibt. Sie wird genau so ausgeführt, wie oben angegeben wurde. Wenn wir dies, wie es eben in Fig. 55 a und b getan worden ist, ausführen, so werden wir erkennen, daß das Resultat der Untersuchung dasselbe bleiben wird, wenn wir durch die Punkte A und B, parallel zu den gegebenen Kräften, Kraftrichtungen ziehen und die Eckpunkte des Seilpolygons nur auf den Richtungen der Kräfte liegend annehmen und nicht als feste, mit den gegebenen Punkten zusammenfallende Punkte ansehen. Wir haben daher nicht nötig, zuerst das Seilpolygon

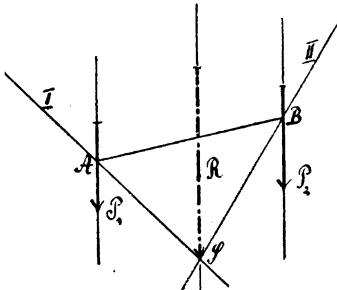


Fig. 55 a.

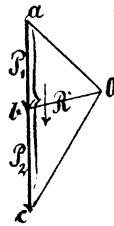


Fig. 55 b.

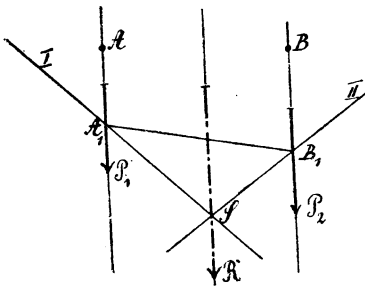


Fig. 56 a.

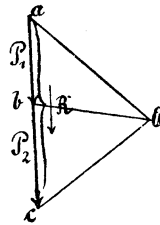


Fig. 56 b.

zu zeichnen, sondern wir fangen gleich, wie es in Fig. 56 a und b gemacht worden ist, mit dem Kräfteplan an, indem wir R der Größe, Richtung und Sinn nach zeichnen, hierauf einen beliebigen Pol O wählen und die Endpunkte a und c von R mit ihm verbinden. Wir nehmen nun parallel zu R in Fig. 56 a zwei Kraftrichtungen durch die gegebenen Punkte gehend an, in denen die Komponenten liegen sollen, ziehen von irgend einem Punkte ausgehend einen Strahl IS parallel zu aO so, daß er die erste Kraftrichtung vielleicht in A₁ und die Resultante in S schneidet, legen ferner durch S eine Parallele SII zu cO, welche die zweite

Kraftrichtung in B_1 trifft. Verbinden wir jetzt A mit B und ziehen ihr parallel durch O eine Gerade, so schneidet diese die ac in b. Es ist nun $ab = P_1$ und $bc = P_2$, wenn mit P_1 und P_2 die gesuchten Komponenten der R bezeichnet werden sollen. Man nennt die Linie AB Schlußlinie des Seilpolygons. Also wohlgemerkt, sind uns gegeben R als eine zu zerlegende Kraft und zwei Punkte A und B, durch welche die beiden Kraft-

richtungen, in denen die Komponenten oder Teilkräfte liegen sollen, parallel zu R gehen, so wird nach der eben geschilderten Methode verfahren.

In der vorgeschriebenen Weise verfährt man nun auch, wenn mehrere parallele Kräfte in zwei Komponenten zerlegt werden sollen, die durch 2 gegebene Punkte A und B gehen. Man hat ja nur notwendig, alle Kräfte zu einer Resultierenden zusammen zu setzen und diese, wie es oben geschehen, in zwei durch die gegebenen Punkte gehende Komponenten zu zerlegen. In Fig. 57a und b ist die Konstruktion ausgeführt worden. In Fig. 57b sind die Einzelkräfte P_1, P_2, P_3, P_4 und P_5 zur Resultanten R zusammengesetzt worden. Ferner sind gezogen worden in Fig. 57a

Fig. 57a.

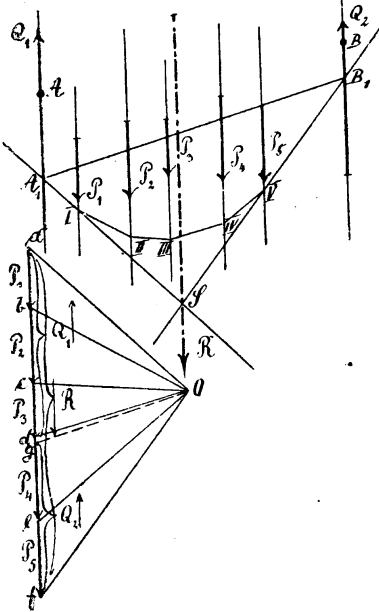


Fig. 57b.

durch A und B 2 Richtungslinien parallel den gegebenen Kräften, ferner $A_1 S \parallel aO$, $I II \parallel bO$, $II III \parallel cO$, $III IV \parallel dO$, $IV V \parallel eO$ und $B_1 S \parallel fO$, ferner durch S $\parallel R$ der Größe, Richtung und Sinn nach R aus Fig. 57b gelegt. Um nun die zwei durch A und B gehenden Komponenten der R zu finden, haben wir nötig, die Schlußlinie im Seilpolygon, also $A_1 B_1$ zu ziehen und ihr parallel durch O die Linie Og, wodurch af in die zwei Komponenten ag und gf zerlegt wird. Von diesen geht ag durch A und gf durch B. Eine sehr wichtige Verwendung findet diese Konstruktion in der graphischen Ermittlung der Auflagerdrücke oder der sogenannten Reaktionswirkung.

Aufgabe: Es sind die Auflagerdrücke in A und B

eines 6 m langen Trägers durch Konstruktion zu ermitteln, der wie in Fig. 58a durch 4 Kräfte: $P_1 = 1000$ kg, $P_2 = 1500$ kg, $P_3 = 500$ kg und $P_4 = 2000$ kg in den Abständen 1,00 m, 2,00 m, 1,00 m, 1,50 m, 0,50 m von A aus belastet ist.

Auflösung: Dieselbe besteht in nichts anderem als in der Auffindung der zwei durch A und B gehenden Komponenten der Resultierenden R der 4 Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 . Die Konstruktion derselben ist in Fig. 58a und b genau wie vorher

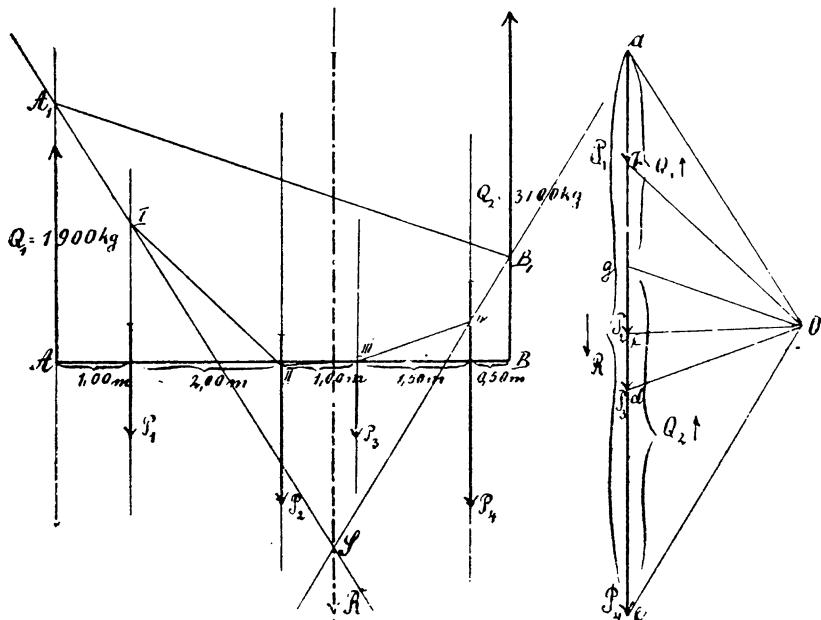


Fig. 58a.

Fig. 58b.

beschrieben ausgeführt und liefert uns in Q_1 den in A und in Q_2 den in B wirkenden Auflagerdruck. Da diese Drücke durch die nach unten wirkende Resultierende R verursacht wird, so müssen wir uns, wenn Gleichgewicht stattfinden, das heißt, wenn alles in Ruhe bleiben soll, die Auflagerdrücke als in A und B der Resultierenden entgegenwirkende Kräfte vorstellen, so wie sie in Fig. 59 dargestellt sind.

Bemerkung: In Fig. 58a und b ist das Meter = 1 cm und 1000 kg = 1,5 cm angenommen worden, ebenso in Fig. 59.

Wollen wir die in A und B herrschenden Auflagerdrücke rechnerisch finden, so benutzen wir Fig. 59 und die Lehre von

den Hebelgesetzen. Um den in A wirkenden Druck zu finden, nehmen wir an, der Träger AB sei ein um B drehbarer einarmiger Hebel, und stellen für das gesuchte Gleichgewicht folgende Gleichung auf, indem wir sagen: „Das Moment der rechts drehenden Kräfte muß gleich sein dem der links drehenden.“

$$\text{Also: } \underbrace{Q_1 \cdot \overline{AB}}_{\text{Kraft Hebelarm}} = \underbrace{P_1 \cdot \overline{CB}}_{\text{Kraft Hebelarm}} \\ + \underbrace{P_2 \cdot \overline{DB}}_{\text{Kraft Hebelarm}} + \underbrace{P_3 \cdot \overline{EB}}_{\text{Kraft Hebelarm}} + \underbrace{P_4 \cdot \overline{FB}}_{\text{Kraft Hebelarm}}$$

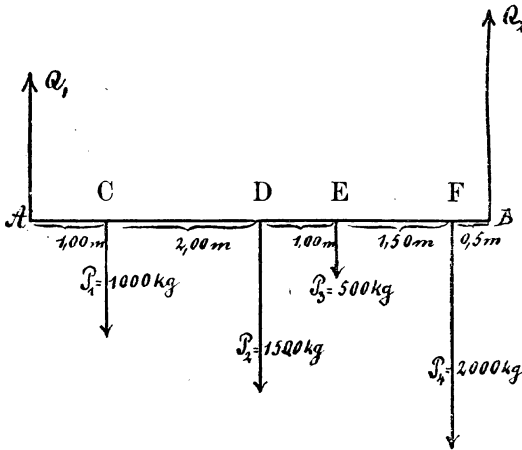


Fig. 59.

oder unsere gegebenen Werte eingesetzt:

$$Q_1 \cdot 6 \text{ m} = 1000 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m} + 1500 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m} + 500 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m} + 2000 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m}.$$

$$Q_1 \cdot 6 \text{ m} = 5000 \text{ mkg} + 4500 \text{ mkg} + 1000 \text{ mkg} + 1000 \text{ mkg}$$

$$Q_1 \cdot 6 \text{ m} = 11500 \text{ mkg}.$$

$$Q_1 = \frac{11500 \text{ mkg}}{6 \text{ m}} = 1916,66 \text{ Kilogramm} \approx 1916,7 \text{ kg}.$$

Nehmen wir A als Drehpunkt, dann ist analog:

$$Q_2 \overline{BA} = P_4 \overline{FA} + P_3 \overline{EA} + P_2 \overline{DA} + P_1 \overline{CA}.$$

$$Q_2 \cdot 6 = 2000 \cdot 5,5 + 500 \cdot 4 + 1500 \cdot 3 + 1000 \cdot 1.$$

$$Q_2 \cdot 6 = 11000 + 2000 + 4500 + 1000 = 18500.$$

$$Q_2 = \frac{18500}{6} = 3083,3 \text{ kg}.$$

Probe: Es muß sein: $R = Q_1 + Q_2$

$$5000 = 1916,7 + 3083,3 = 5000.$$

Durch Abmessen aus unserer Figur 58b erhalten wir für:

$$Q_1 = 1900 \text{ kg}$$

$$Q_2 = 3100 \text{ kg}.$$

6. Graphische Bestimmung des statischen Momentes.

6. Graphische Bestimmung des statischen Momentes.

40. Ueber das statische Moment im allgemeinen ist schon im dritten Kapitel gesprochen worden. Wir wissen also, daß das statische Moment einer Kraft in Bezug auf einen bestimmten Drehpunkt gleich ist dem Produkt aus Kraft mal Hebelarm, wo wir eben unter Hebelarm den senkrechten Abstand des Drehpunktes von der Krafttrichtung verstehen. Ist nicht ein Drehpunkt, sondern eine Drehachse vorhanden, so bedeutet der Hebelarm die senkrechte Entfernung der Achse von der Krafttrichtung. Als wichtigster Satz über die statischen Momente gilt folgender: „Das statische Moment der Mittelkraft der Resultierenden ist gleich der algebraischen Summe der statischen Momente der einzelnen Kräfte bezogen auf einen gegebenen oder beliebig angenommenen Drehpunkt der Achse.“ Bewiesen wurde dieser Satz in Kapitel drei, allerdings nur für 2 Kräfte, analog würde sich der Beweis auch für mehrere Kräfte gestalten. Man benutzt denselben zur graphischen Bestimmung der Momente beliebig vieler Kräfte, bezogen auf einen Drehpunkt oder Achse. In Fig. 60a und b ist ersterer Fall zur Darstellung gebracht. Wir zeichnen da mit beliebigem Pol O den Kräfteplan abcdeO und das Seilpolygon r I II III IV s und bestimmen dadurch R der Größe, Richtung, Sinn und Lage nach. Das Moment der vier Einzelkräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 in Bezug auf den Drehpunkt C ist dann gleich dem Moment von R in Bezug auf C.

Also: Moment = Kraft · Hebelarm

$$M = R \cdot x$$

Ziehen wir jetzt noch durch B eine Parallele zu R, so schneidet diese Linie die verlängerten, äußersten Seilpolygonseiten in den Punkten A und B. Sehen wir uns nun die Dreiecke aeO und ABS an, so lehrt der erste Blick, daß diese Dreiecke einander ähnlich sind, denn alle Seiten sind einander parallel, also alle Winkel einander gleich als Gegenwinkel bei Parallelen. Demnach:

$$\triangle aeO \sim \triangle ABS.$$

Aus dem Satz, daß sich in ähnlichen Dreiecken die Grundlinien, wie die dazu gehörigen Höhen verhalten, folgt:

$$AB : R = CK : GO$$

Nun soll aber sein

$$\overline{AB} = y, \overline{CK} = x \text{ und } \overline{GO} = H$$

folglich ist auch: $y : R = x : H$,

oder, da bei einer Proportion immer das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkt der inneren ist, ist auch:

$$Rx = Hy$$

Rx ist aber nichts anderes als M , also:

$$M = Hy$$

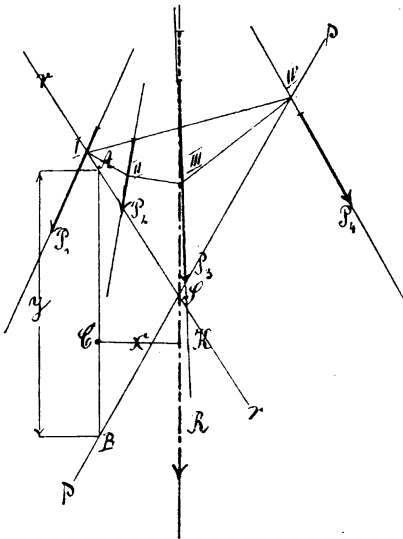


Fig. 60a.

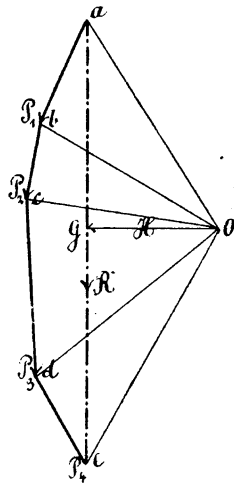


Fig. 60b.

das heißt: „Das statische Moment beliebig vieler Kräfte in Bezug auf einen Drehpunkt ist gleich dem Produkte aus der Polentfernung, wenn wir H mit dieser Bezeichnung belegen, von der Resultierenden und dem Abschnitt der äußersten Seilpolygonseiten auf einer Parallelen zur Resultierenden durch den Drehpunkt. Man verwendet diesen Satz zweckmäßig bei parallel gerichteten Kräften. In Fig. 61a und b ist nach Konstruktion des Kräfteplans und Seilpolygons:

$$M = yH.$$

Es war bei dieser Aufgabe gegeben P_1 nach oben, P_2 und P_3 nach unten wirkend, demnach war ad nach Größe, Richtung und Sinn R . C ist der Drehpunkt, also x der Hebelarm, folglich auch:

$$R_x = M \text{ ferner}$$

$$H_y = R_x \text{ oder:}$$

$$H : R = x : y \text{ also:}$$

$$\triangle ABS \sim \triangle adO \text{ u. s. w.}$$

Wählen wir nun den Pol O so, daß $H = 1$ wird, so wird:

$$M = H \cdot y = 1 \cdot y = y$$

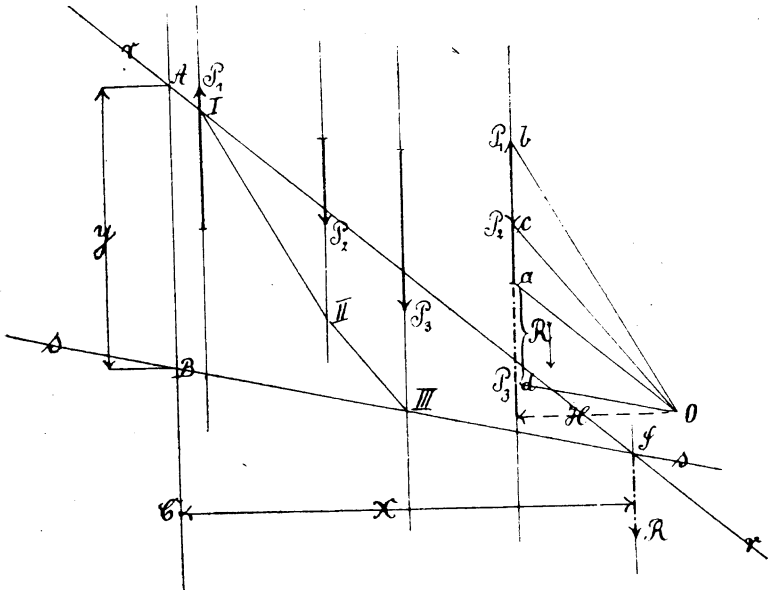


Fig. 61 a.

Fig. 61 b.

und da es sich vollkommen gleich, in welchem Maßstab (Längen- oder Kräftemaßstab) H und y gemessen werden, so gibt y , wenn H im Längenmaßstab gemessen wird, direkt das Moment an. Da wir für gewöhnlich die Kräfte in der Gewichtseinheit (Kilogramm = kg) und die Strecken in der Längeneinheit (Meter = m) messen, so ist für die Größenangabe der Momente auch eine Einheit notwendig, welche naturgemäß zusammengesetzt sein wird aus einer Längen- und einer Gewichtseinheit. Messen wir also die Kräfte in kg, die Hebelarme in m, so ist die Momenteinheit das Meterkilogramm = mkg. Legen wir also

beispielsweise für die in Fig. 62 a und b gezeichnete Momentbestimmung einen Längenmaßstab von 1:100 fest und einen Kräftemaßstab in der Weise, daß immer 1 cm = 300 kg bedeutet, so wären z. B.

1200 kg = $\frac{1200}{300} = 4$ cm und ein Hebelarm von
300 cm = $\frac{300}{100} = 3$ cm.

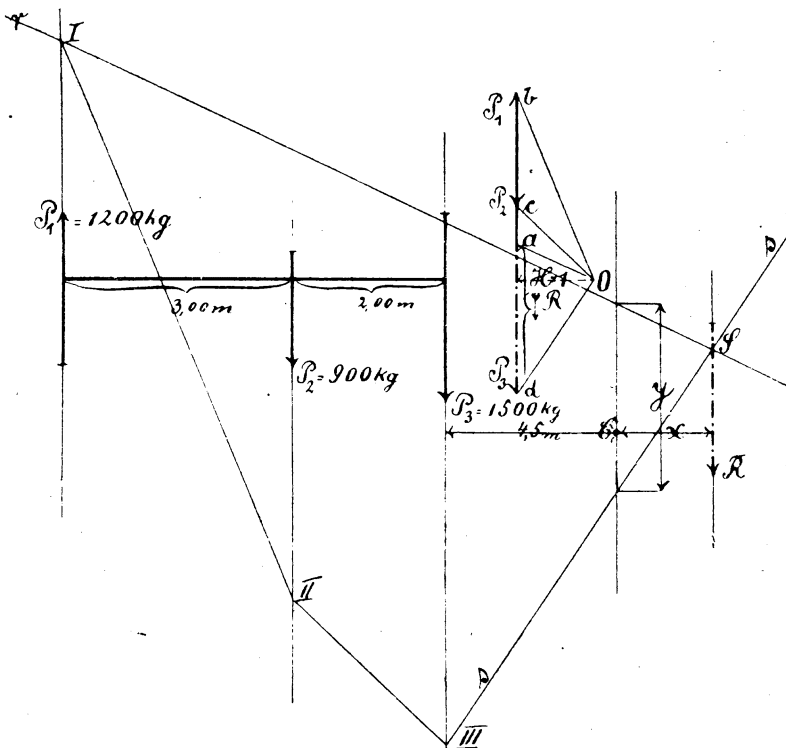


Fig. 62a.

Fig. 62b.

Wir erhalten also das Moment: $M = y = 1500 \text{ mkg}$.

7. Graphische Schwerpunktsbestimmungen.

I. Das Dreieck.

41. Der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt bekanntlich in der Mittellinie, also auf jener Geraden, welche die Mitte einer Seite mit der gegenüberliegenden Spitze verbindet. Es sind in Fig. 63 D die Mitte von AB und E die Mitte von CB, folg-

lich AE und CD die Mittellinien, der Schwerpunkt liegt nun in dem Schnitt S beider. Nun ist aber

$$\triangle ACS \sim \triangle DES$$

weil alle Winkel einander gleich sind.

Es verhält sich demnach:

$$DS : SC = DE : AC \quad 1$$

$$\triangle BED \sim \triangle BCA$$

aus dem vorhin angegebenen Grunde.

Es verhält sich demnach auch hier:

BE : BC = DE : AC. Nun ist aber:

BE = EC also 2 BE = BC, hieraus folgt:

$$\frac{BE}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$2 DE = AC$$

$$DE = \frac{AC}{2}$$

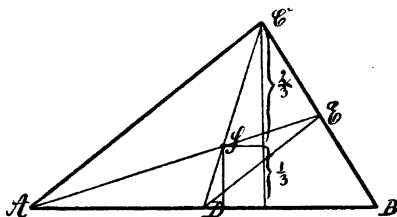


Fig. 68.

Diesen Wert für DE in Gl. 1 eingesetzt, ergibt:

$$DS : CS = \frac{AC}{2} : AC$$

$$DS = \frac{SC \cdot AC}{AC \cdot 2} = \frac{SC}{2} \text{ oder}$$

$$DS = \frac{1}{3} DC.$$

Wir können demnach sagen: „Der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt auf einer Mittellinie und zwar teilt er dieselbe im Verhältnis von 1 : 2. Er liegt, wie aus der Figur ersichtlich, um 1 Drittel der Höhe von der diesbezüglichen Grundlinie und um 2 Drittel von der zugehörigen Spitze entfernt.“

II. Das Viered.

42. Der Schwerpunkt eines Parallelogramms liegt im Schnittpunkt S der beiden Diagonalen. Durch diese wird, wie Fig. 64 lehrt, das Parallelogramm in 4 Dreiecke: ABC, ADC, BAD und BCD zerlegt. In diesen Dreiecken sind die Diagonalen AC und BD Mittellinien, da sich bekanntlich im Parallelogramm die Diagonalen halbieren. Es liegen also nach vorigem die Schwerpunkte S_1, S_2, S_3, S_4 der vier Dreiecke in ihnen. Der gemeinsame Schwerpunkt wird also der Schnittpunkt der

zwei Verbindungslinien von S_1 und S_2 und von S_3 und S_4 sein. Dieser ist aber S .

Um den Schwerpunkt des Trapezes $ABCD$ in Fig. 65 zu finden, verfahren wir wie folgt: Wir ziehen die Diagonale AC und teilen dadurch das Trapez in die beiden Dreiecke ABC und CDA .

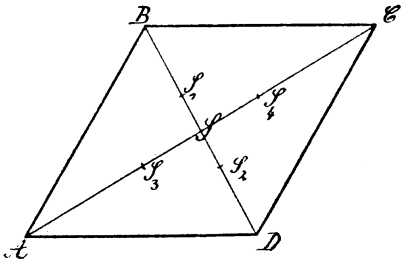


Fig. 64.

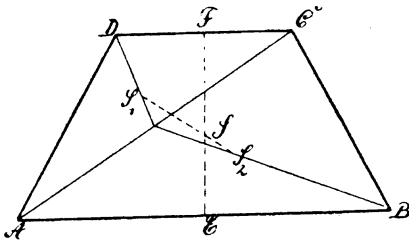


Fig. 65.

Ziehen einer Parallelen durch C zu AD in ein Parallelogramm $AGCD$ und in ein Dreieck GCB geteilt. Wie wir schon wissen, ist für $AGCD$ der Schwerpunkt, der Schnittpunkt S_1 der Diagonalen, und für Dreieck GCB , S_2 .

In diesen ziehen wir wieder die Mittellinien nach AC als gemeinschaftlicher Basis und bestimmen auf diesen die Schwerpunkte S_1 und S_2 der Dreiecke ACD und ABC . Auf der Verbindungslinie beider wird der Schwerpunkt des Trapezes liegen, und zwar ist es der Schnittpunkt von ihr mit EF , welche Linie eine sogenannte Schwerlinie ist, von der wir wissen, daß sie jederzeit ein geometrischer Ort des Schwerpunktes ist. Eine einfachere Konstruktion ist in Fig. 67 angewandt worden. Wir gelangen zu dieser, wie in Fig. 66 gezeigt wird. Da haben wir das Trapez $ABCD$ durch

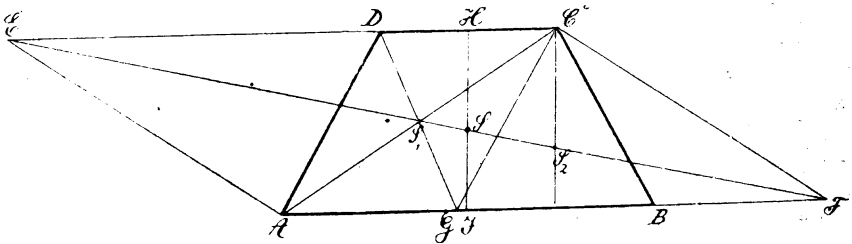


Fig. 66.

Verbinden wir nun S_1 mit S_2 , so schneidet diese Verbindungslinie bei gehöriger Verlängerung die verlängerten DC und AB

in E und F. Nun ist aber $ED = AB$ und $DC = BF$, was sich leicht beweisen läßt. Ziehen wir nur noch die Schwerlinie HJ,

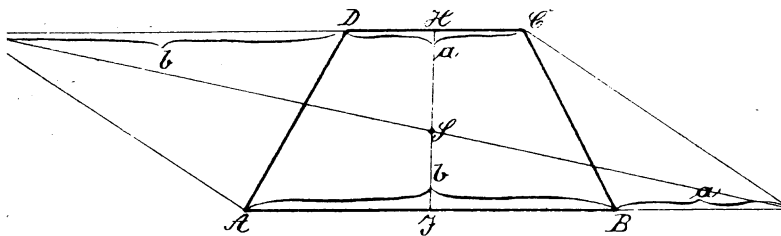


Fig. 67.

d. h. die Verbindungslinie der Mitten von DC und AB, so ist ihr Schnitt S mit EF der gesuchte Schwerpunkt.

In Fig. 68 ist der Schwerpunkt S eines unregelmäßigen Vierecks ABCD graphisch ermittelt worden. Es wurde da durch die beiden Diagonalen DB und AC das Viereck in 4 Dreiecke ABC, ADC, DAB, DCB zerlegt, in diesen wurden wieder die Schwerpunkte S_1, S_2, S_3, S_4 gesucht und durch den Schnittpunkt S von $S_1 S_2$ und $S_3 S_4$ der Schwerpunkt des Vierecks festgelegt.

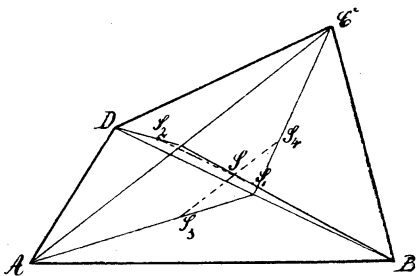


Fig. 68.

III. Das Polygon oder Vielseit.

13. Um den Schwerpunkt des unregelmäßigen Vielseits ABCDE zu finden, verfährt man wie folgt: Man verbindet von einem Punkte, in Fig. 69a von Punkt A ausgehend, diesen mit sämtlichen Gegenpunkten, also hier D und C und teilt dadurch das Polygon in 3 Dreiecke AED, ADC und ACB, in deren Schwerpunkten S_1, S_2 und S_3 man parallele nach unten wirkende Kräfte angreifen läßt, die den auf Strecken reduzierten Flächeninhalten der 3 Dreiecke gleich sind. Das Verfahren, Flächen auf Strecken zu reduzieren, ist unter dem Namen „Graphisches Rechnen“ klargelegt worden. Die in S_1, S_2 und S_3 angreifend gedachten Kräfte mögen demnach P_1, P_2 und P_3 sein. Nun konstruiert man sich, wie in Fig. 69a und b angegeben, den Kräfteplan abedO und das Seilpolygon r I II III

und findet, daß R durch G geht. Diese Resultierende ist eine Schwerlinie des Polygons. Um noch eine andere zu finden, lassen wir die Kräfte P_1, P_2 und P_3 in anderer Richtung in S_1, S_2 und S_3 angreifen, wie es aus der Figur ersichtlich ist, konstruiert dann wieder den in Fig. 69c dargestellten Kräfte-

Fig. 69c.

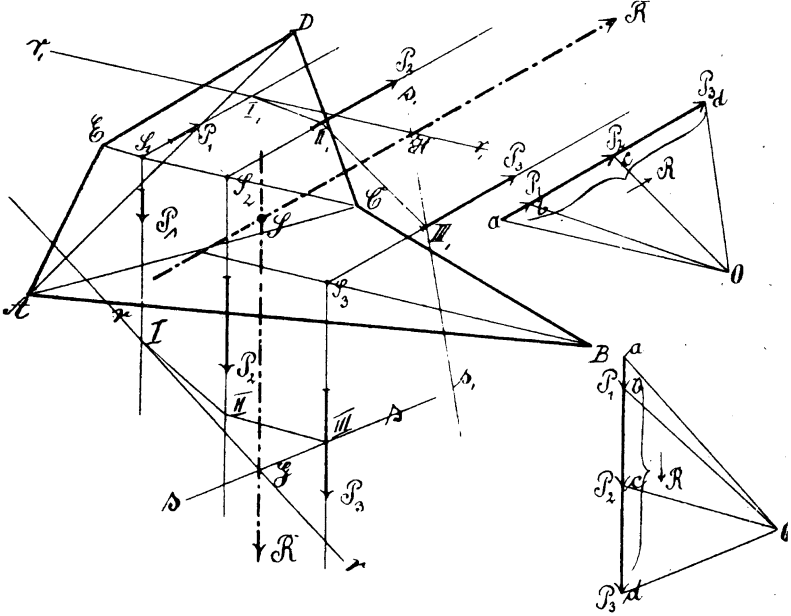


Fig. 69a.

Fig. 69b.

plan und dazu das in Fig. 69a gezeichnete Seilpolygon $r_1, I_1, II_1, III_1, s_1$ und findet eine andere Lage von R , indem man durch H eine Parallele zu dem R der Fig. 69c zieht. Diese Resultierende ist ebenfalls eine Schwerlinie des Polygons.

Beide Schwerlinien schneiden sich in S , dem gesuchten Schwerpunkt.

Hat man, wie in Fig. 70 dargestellt, zusammengesetzte Figuren, so zerlegt man ebenfalls dieselben, und verfährt, wie eben beschrieben und wie es Fig. 70a, b und c lehrt.

Ist die zusammengesetzte Figur eine symmetrische, siehe Fig. 71a und b, so erhalten wir eine Schwerlinie sofort in der Symmetrieachse XX . Hierauf werden für die entstehenden symmetrischen Trapeze die Schwerpunkte S_1 und S_2 bestimmt

Fig. 70a.

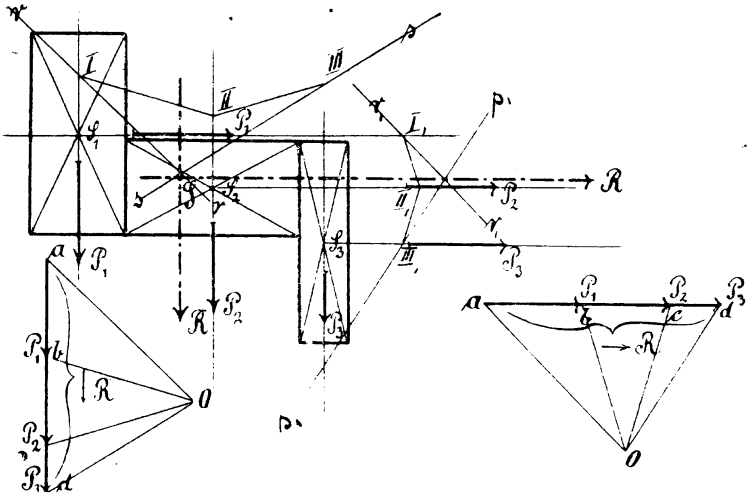


Fig. 70c.

Fig. 70b.

und dann genau, wie oben erläutert, fortgeföhren, aber nur mit dem Unterschiede, daß wir jetzt nur eine Richtung von R als andere Schwerlinie festlegen und diese mit der Symmetrieachse XX zum Schnitt bringen, dann ist der Schwerpunkt S der Schnitt punkt beider. Das Verfahren ist aus Fig. 71 a und b klar ersichtlich.

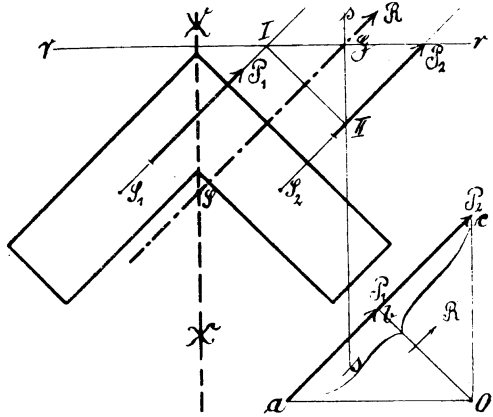


Fig. 71a.

Fig. 71b.

Zwölftes Kapitel.

8. Graphische Darstellung des Trägheitsmomentes.

44. Wie nach der Festigkeitslehre bekannt ist, verstehen wir unter dem Trägheitsmoment irgend einer Querschnittsfläche eines Körpers in Bezug auf eine beliebige Achse, die Summe aller

Flächenteilchen multipliziert mit dem Quadrate ihrer Abstände von der Achse. Ist das Flächenteilchen beispielsweise gleich f und y sein Abstand, so ist:

Summe aller $fy^2 = \Sigma fy^2 = J = \text{Trägheitsmoment.}$

Nennen wir die Schwerachse des Querschnittes, d. h. diejenige Achse, welche durch den Schwerpunkt geht, xx , so bezeichnen wir das Trägheitsmoment bezogen auf diese Achse „ J_x “. Von diesem wissen wir, daß es das kleinste ist, welches es für diesen bestimmten Querschnitt gibt. Wollen wir daher das Trägheits-

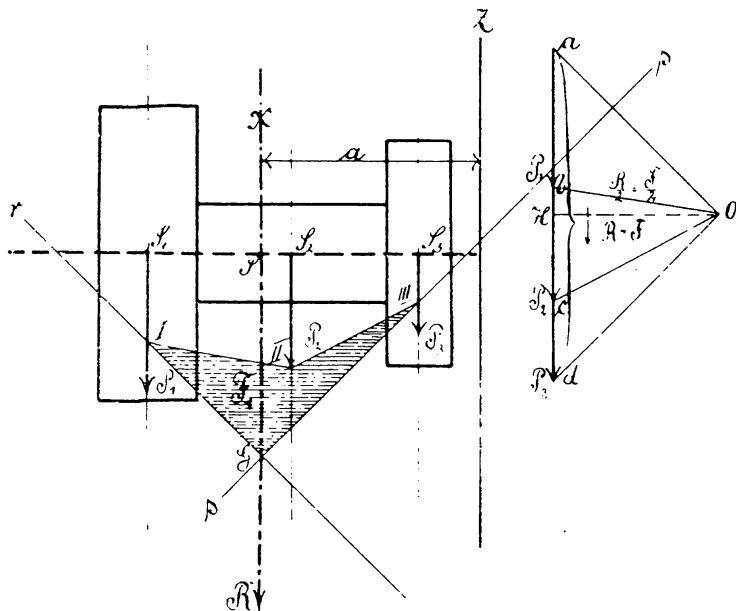


Fig. 72 a.

Fig. 72 b.

moment, auf irgend eine beliebige Achse bezogen, rechnen und können wir das Trägheitsmoment in Bezug auf die Schwerachse, so erhalten wir das erstere aus der jedenfalls bekannten Beziehung:

$$J = J_x + Fa^2,$$

wenn hierin J eben das verlangte Trägheitsmoment, F die Fläche des Querschnittes und a den Abstand der Schwerachse von der gegebenen Achse bedeutet. Es soll nun unsere Aufgabe sein, eine Methode zu zeigen, das Trägheitsmoment irgend eines Querschnittes, z. B. des in Fig. 72a dargestellten, in Bezug auf irgend eine Achse Z graphisch zu berechnen. Wir zerlegen die Figur zuerst in verschiedene zur gegebenen Achse

parallele Flächenstreifen und suchen mit Hilfe der Schwerpunkte S_1 , S_2 und S_3 der Teilfiguren den Schwerpunkt S der ganzen Figur, zeichnen jedoch den Kräfteplan so, daß seine Polentfernung OH die Hälfte der Resultierenden R beträgt, daß also ist, wie in Fig. 72 b dargestellt: $OH = \frac{ad}{2}$

Wir finden dann, wie in Fig. 72 a gezeichnet, den Schwerpunkt S . Da in unserem Falle die Resultierende R zugleich parallel ist der gegebenen Achse Z , so ist auch R als Schwerachse aufzufassen, geht sie doch durch S . Nun ist aber das Trägheitsmoment, bezogen auf die Schwerachse:

$$J_x = F_1 \cdot F,$$

wenn wir unter F_1 die Fläche $IIIII G$ verstehen und unter F die Fläche des Querschnittes. Diese ist aber gleich R , denn R ist die Summe aller Kräfte P , welche wiederum die verschiedenen auf Strecken reduzierten Flächenstreifen vorstellen.

Haben wir nun J_x , so ist nach der eingangs gegebenen Formel das Trägheitsmoment, bezogen auf die Achse Z :

$$J_z = J_x + Fa^2,$$

wenn unter a der Abstand der Schwerachse $\frac{1}{x}$ von Achse Z verstanden wird.

a) Der belastete Träger.

45. Wie wir früher gehört haben, übt ein durch vertikal nach unten wirkende Kräfte belasteter Träger in seinen Unterstützungspunkten einen gewissen Druck aus, den sogenannten Auflagerdruck oder Auflagerreaktion, welche wiederum als eine den Vertikalkräften entgegenwirkende Kraft angesehen wird. Die den Träger beanspruchenden Einzellasten zusammen mit den Auflagerreaktionen bilden die äußeren Kräfte, im Gegensatz zu den inneren Kräften, für welche wir die im Inneren des Trägers wirkenden Spannungen ansehen. Die Belastung eines Trägers kann bestehen aus:

1. Einzellasten,
2. gleichförmig über den ganzen oder einen Teil des Trägers verteilter Belastung,
3. aus gleichförmig verteilter Belastung zusammen mit Einzelkräften.

Greifen diese Belastungen direkt am Träger an, so nennen wir ihn direkt belastet. Indirekt belastet dagegen bezeichnen wir ihn dann, wenn durch geeignete Zwischenkonstruktionen die

Belastung auf einzelne Punkte des Trägers verteilt wird. Wir haben es in der Folge nur mit direkt belasteten Trägern zu tun. Wir unterscheiden weiter dauernde oder permanente und bewegliche, veränderliche oder mobile Belastung. Das Eigengewicht des Trägers ist eine permanente Belastung, während ein über eine Brücke fahrender Eisenbahnzug eine mobile Belastung für sie bildet. Ebenso sind für Dächer Wind und Schneedruck veränderliche Belastungen, auf die wir jedoch nicht näher eingehen wollen. Sollen wir nun einen belasteten Träger graphisch berechnen, so wird es sich zunächst um die Ermittlung der Auflagerreaktionen handeln, ferner um die Bestimmung der in den verschiedenen Querschnitten des Trägers wirkenden Vertikalkräfte, vor allem aber um die Biegemomente der äußeren Kräfte und um den Querschnitt, in welchem das größte Biegemoment auftritt, den sogenannten gefährlichen Querschnitt. Im Verlauf der weiteren Untersuchungen wollen wir immer mit A und B die Auflagerreaktionen, mit V die Vertikalkräfte und mit M die Momente der äußeren Kräfte bezeichnen.

b) Der durch Einzellasten beanspruchte Träger.

46. Es handelt sich hierbei um die Bestimmung der Auflagerdrücke, der Vertikalkräfte und der Biegemomente, von denen besonders das größte aufzusuchen ist.

Die Auflagerreaktionen konstruiert man in der bekannten Art und Weise, wie es ein Blick auf Fig. 73a und b lehrt. Ueber die Momente ist folgendes zu sagen: An jeder Stelle wird der Träger durch die Einwirkung der äußeren Kräfte auf Biegung beansprucht, und die Größe des Biegemomentes findet man, indem man sich den Träger an der betreffenden Stelle durchgeschnitten denkt und nun auf die Abschnitte die Gleichgewichtsbedingungen anwendet. Nehmen wir daher an, der Träger sei an der Stelle C durch den Vertikalschnitt uv in zwei Teile geteilt worden, so muß folgendes statthaben: Das an der Stelle C angreifende Moment der äußeren Kräfte muß gleich sein der Summe der Momente der einzelnen Kräfte und diese müssen wiederum so groß sein als das Moment der Resultierenden. Betrachten wir daher zunächst den linken Trägerteil $A_1 C$, so sehen wir, daß in A_1 die Auflagerreaktion $+A$ nach oben und rechts davon $-P_1$ nach unten wirkt. Die Resultierende beider wird in Fig. 73 in dem Stück $tP_1 = r = A - P_1$ dargestellt und wirkt nach oben. Der Angriffspunkt dieser Resultierenden ist offenbar der Schnitt der äußersten Seilpolygonseiten $A_2 B_2 \parallel tO$ und $III \parallel bO$. Das Moment in Bezug auf C als Drehpunkt wird demnach:

$$M = r \cdot l.$$

Machen wir dasselbe auch für den rechten Trägerteil CB, so ist das Angriffsmoment der äußeren Kräfte $+B$, $-P_2$ und $-P_3$ gleich der Summe der Momente der einzelnen Kräfte, also gleich dem Moment der Resultierenden dieser. Nach dem Kräfteplan in Fig. 73 ist aber die Resultierende ebenfalls die Strecke tP_1 , denn es ist $+B - P_2 - P_3 = -tP_1 = -r$ nur mit dem Unterschiede, daß sie hier nach unten also dem $+r$ von vorhin entgegenwirkt. Auch der Angriffspunkt ist derselbe geblieben, denn es schneiden sich, wie wir uns leicht überzeugen

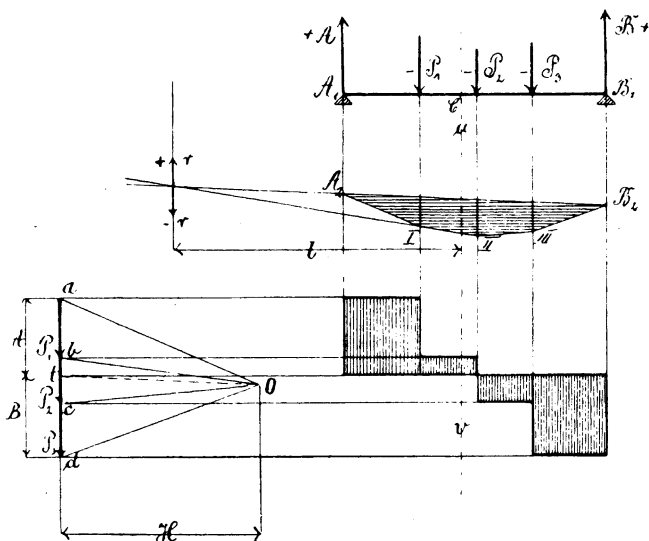


Fig. 73.

können, wieder die äußersten zugehörigen Seilpolygonseiten B_2 , A_2 und III in s. Die Größe des Moments ist daher in diesem Falle:

$$M = -rl,$$

das ist aber, abgesehen von den Vorzeichen, also absolut genommen, derselbe Wert wie bei dem linken Trägerteil. Es folgt daraus der wichtige Satz, daß es beim Aufstellen des Angriffsmomentes gleichgültig ist, welchen Trägerteil man hierzu wählt. Nach früher Gesagtem ist das Angriffsmoment für den Punkt C aber auch:

$$M = Hy$$

oder wenn wir die Polentfernung gleich der Längeneinheit machen:

$$M = y$$

Das ist aber nichts anderes als der von den äußersten Seilpolygonseiten und der durch den Drehpunkt parallel zur Resultierenden

gelegten Geraden gebildete Abschnitt. Wir erhalten also, wie wir uns durch die Figur leicht überzeugen können, für jeden beliebigen Punkt des Trägers $A_1 B_1$ sein Biegemoment, wenn wir durch ihn parallel zur Resultierenden r eine Gerade legen und diese mit dem Seilpolygon $A_2 I II III B_2$ zum Schnitt bringen. Es gibt dann immer das von der Schlußlinie $A_2 B_2$ des Seilpolygons und einer der unteren Seiten abgeschnittene Stück y , die Größe des jeweiligen Momentes an. Wir können uns daher das Polygon $A_2 I II III B_2$ aus unendlich vielen y bestehend denken und nennen es deshalb die Momentenfläche. Das größte Moment findet man mit Hilfe dieser Fläche, indem man zur Schlußlinie eine Parallele zieht und zwar durch den am weitesten nach unten liegenden Punkt des Seilpolygons, da dies aber nur ein Eckpunkt sein kann, so ergibt sich hieraus, daß das größte Moment immer unter einer Einzellast liegen muß. Nur in dem Falle, daß eine Seilpolygonsseite der Schlußlinie parallel ist, wird das größte Moment an jeder Stelle zwischen zwei Einzellasten liegen können.

Bezüglich der Vertikalkräfte sei folgendes erwähnt: Die Vertikalkraft zwischen A_1 und P_1 ist offenbar gleich dem Auflagerdrucke $V = A$, im Kräfteplan Fig. 73 dargestellt durch ta , zwischen P_1 und P_2 wird $V = A - P_1$ dargestellt durch tP_1 . Von P_2 bis P_3 ist $V = A - P_1 - P_2 = tP_2$ und endlich zwischen P_3 und B ist $V = A - P_1 - P_2 - P_3 = -B$ dargestellt durch tP_3 . Diese Größen lassen sich graphisch zweckmäßig dadurch darstellen, daß man durch t eine Horizontale zieht und auf die Kraftrichtungen die Vertikalkräfte des Kräfteplans projiziert. Man erhält dadurch einen gebrochenen Linienzug, dessen Ordinaten in jedem Punkte die Vertikalkräfte angeben.

Man erkennt aus dieser Darstellung:

1. Daß die Vertikalkräfte sich in den Belastungspunkten sprungweise ändern und
2. daß in dem Belastungspunkte, wo die Vertikalkraft aus dem Positiven ins Negative umspringt, das größte Biegemoment liegen muß.

In Fig. 74 ist folgendes Beispiel graphisch behandelt:

Ein Träger von 5,4 m Spannweite wird von 3 Kräften $P_1 = 3000$ kg, $P_2 = 2000$ kg und $P_3 = 4000$ kg belastet. Wir erhalten für die Auflagerreaktionen in:

$$A_1; A = 4125 \text{ kg in:}$$

$B_1; B = 4875$ kg und das größte Moment $M = 8000$ mkg in der Kraftrichtung von P_2 , wenn wir einen Längenmaßstab von 1 : 100 und einen Kräftemaßstab 1 cm = 2000 kg zu Grunde legen.

Wollten wir dasselbe Beispiel auf rechnerischem Wege lösen, so würden wir folgendermaßen schließen:

$$R = P_1 + P_2 + P_3 = 3000 \text{ kg} + 2000 \text{ kg} + 4000 \text{ kg} = 9000 \text{ kg}$$

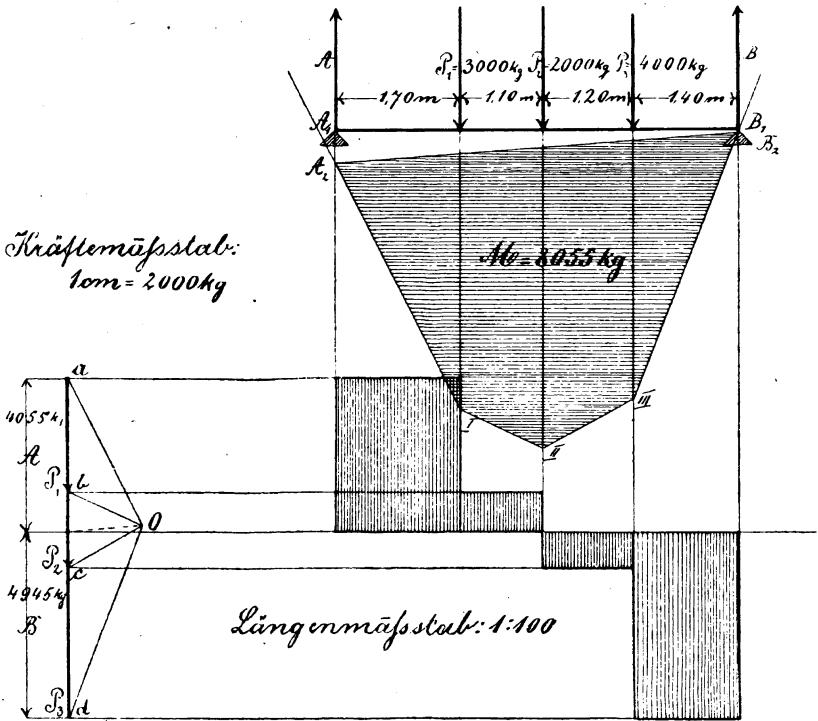


Fig. 74.

Der Auflagerdruck A in A_1 würde dann sein:

$$A = \frac{3000 \cdot 3,7 + 2000 \cdot 2,6 + 4000 \cdot 1,4}{5,4} = \frac{21900}{5,4} = 4055,55 \text{ kg}$$

$B = R - A$ da $A + B = R$ sein muß, also:

$$B = 9000 - 4055,55 = 4944,45 \text{ kg.}$$

Die Vertikalkräfte sind:

$$V = A = 4055,55 \text{ kg}$$

$$V_I = A - P_1 = 4055,55 - 3000 = + 1055,55 \text{ kg}$$

$$V_{II} = A - P_1 - P_2 = 4055,55 - 3000 - 2000 = - 944,45 \text{ kg}$$

$$V_{III} = A - P_1 - P_2 - P_3 = - B = 4055,55 - 3000 - 2000 - 4000 = - 4944,45 \text{ kg.}$$

Da das größte Moment, wie wir eben gelernt haben, da liegt, wo das Positive ins Negative umspringt, so wird das größte Moment in P_2 liegen, weil da $V_{II} = -944,45$ kg wird. Es ist demnach:

$$M = 4055,5 \cdot 2,8 - 3000 \cdot 1,1 = 8055,54 \text{ mkg.}$$

Dreizehntes Kapitel.

c) Der durch gleichmäßig verteilte Last beanspruchte Träger.

47. Wir wollen nun einen Träger betrachten, der seiner ganzen Länge nach durch eine gleichmäßig verteilte Last beansprucht ist. Nehmen wir an, die Belastung hätte pro Längeneinheit den Wert q , so wäre, wenn die Länge des Trägers l

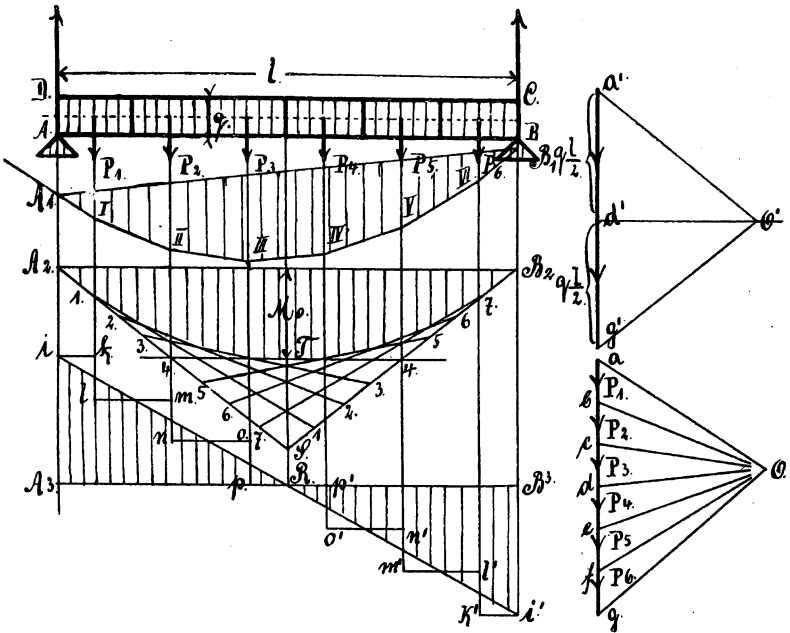


Fig. 75.

ist, die ganze Belastung gleich ql . Diese Belastung können wir, wie in Fig. 75 dargestellt, als ein Rechteck ABCD von der Höhe q und der Grundlinie l auffassen. Nun denkt man sich das Rechteck durch senkrechte Linien in sehr viele, gleich große, kleine Rechtecke zerlegt (in Fig. 75 sind 6 angenommen worden). In den Schwerpunkten dieser Rechtecke werden Vertikalkräfte wirken, die den Inhalten derselben proportional sind. Damit

liegt aber derselbe Fall vor, den wir schon bei dem durch Einzelkräfte belasteten Träger kennen gelernt haben. In Fig. 75 ist die weitere Konstruktion dargestellt. Aus dieser ersehen wir, daß die durch den Pol O parallel zur Schlußlinie A_1B_1 gezogene Gerade die Resultierende ag des Kräfteplanes in d trifft und mit dem Polstrahl Od zusammenfällt. Da nun dieser Mitteltransversale im Dreieck aOg ist, so folgt daraus, daß die in A und B wirkenden Stützdrücke einander gleich sind. Es geht dies auch aus folgender Betrachtung hervor: Da die ganze Belastung q gleichmäßig über den ganzen Träger verteilt ist, so wird dementsprechend auch jede der beiden Stützen A sowohl als auch B gleichviel zu tragen haben, also jede $q \frac{1}{2}$. Die Momentenfläche, die wir in Fig. 75 unter der Voraussetzung erhalten, daß wir uns die Gesamtbelastung aus 6 Rechtecken von der Größe $q \frac{1}{6}$ bestehend denken, ist das Polygon $A_1 I II III IV V VIB_1$. Die Schub- oder Vertikalkraftfläche erhalten wir in dem Polygon $iklmnopp'o'n'm'l'k'i'B_3A_3$.

Nun haben wir aber bei der Konstruktion unserer Momentenfläche insofern eine Ungenauigkeit begangen, als wir die Belastungsfläche $ABCD$ in zu wenig Teile geteilt haben. Denken wir uns daher jetzt diese in unendlich viele Teile zerlegt, so rücken die Kräfterichtungen von P_1, P_2, P_3 zc. immer näher aneinander, wodurch ihrerseits die Seilpolygonseiten $AI, I II, II III$ zc. immer kleiner und kleiner werden und schließlich in eine Kurve übergehen (Parabel). Die Momentenfläche ist dann die Parabelfläche A_2TB_2 . Die Konstruktion derselben ist folgende: Wir zeichnen uns seitwärts in der vertikalen Strecke $a'g'$ die Resultierende aller Teilkräfte P_1, P_2, P_3 zc. also den auf eine Strecke reduzierten Flächeninhalt unserer Belastungsfläche $ABCD = q l$. Nun nehmen wir einen Pol O' senkrecht über dem Mittelpunkt d' von $a'g'$ liegend an; ziehen parallel zum Polstrahl $a'O'$ durch einen beliebigen Punkt A_2 der Richtungslinie des durch A gehenden Auflagerdruckes eine Gerade. Diese wird wieder von der Parallelen zu $O'g'$ in S geschnitten. Die neue Gerade SB_2 geht ihrerseits wieder durch den horizontalen von A_2 in der Richtungslinie des durch B gehenden Auflagerdruckes B_2 . Nun teilen wir A_2S und B_2S beispielsweise in 8 gleiche Teile, verbinden 1 mit 1, 2 mit 2, 3 mit 3 u. s. f., so hüllen diese Linien die Parabel A_2TB_2 ein. Nun geht auch unsere Schubkraftfläche in das Polygon $ii'B_3A_3$ über, dann ist der Punkt R derjenige, in welchem die Schubkraft $= 0$ ist; er liegt senkrecht unter dem

Berührungspunkt T der tiefsten Parabeltangente 4T4. Die Ordinate M_0 , durch T gehend, gibt uns dann wieder das größte Moment $M_{\max} = M_0 \cdot O'd'$ an, das wiederum in $M_{\max} = M_0$ übergeht, wenn wir $O'd'$ gleich der Längeneinheit machen. Der Fall, in welchen die gleichmäßig verteilte Last nicht über den ganzen Träger geht, ist zeichnerisch in Fig. 76 erledigt.

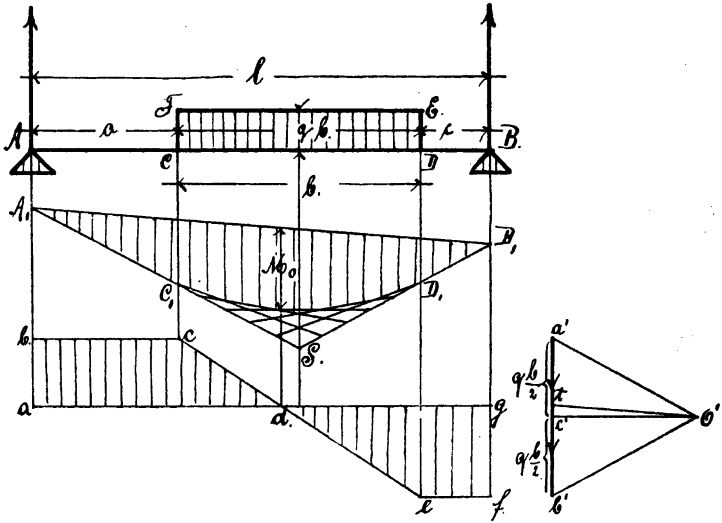


Fig. 76.

d) Der durch Einzelkräfte und gleichmäßig verteilte Last beanspruchte Träger.

48. In Fig. 77 liegt ein derartig belasteter Träger vor. Wir haben dort mit Hilfe des Kräfteplanes $a'O'e$ und des Seilpolygons A_2SB_2 die Momentenfläche A_2TB_2 nur für den Fall gleichmäßig verteilter Last gezeichnet. Vermittelt des Kräfteplanes aOe und des Seilpolygons $A_1I'II'III'IV'B_1$ fanden wir die Momentenfläche $A_1I'II'III'IV'B_1$ für die Einzelbelastungen P_1, P_2, P_3 und P_4 . Durch Addition beider Flächen erhalten wir die Gesamtmomentenfläche, die wir in der Fläche

$$A_2 I II III IV B_2 T$$

dargestellt finden, wenn wir von den Schnittpunkten 1, 2, 3, 4 der Krafrichtungen von P_1, P_2, P_3 und P_4 mit der Schlußlinie A_2B_2 die Strecken $1'I', 2'II', 3'III', 4'IV'$ bis I, II, III und IV abtragen. Das größte durchbiegende Moment M_0 finden wir am besten mit Hilfe unserer Schubkraftfläche, insofern wir ja wissen, daß da, wo die Schubkraft = 0 ist, das größte biegende Moment

auftritt. Wir konstruieren uns demzufolge dieselbe in der Fläche $acdefghiklmnp$, die wir wieder durch Addition der Schub-

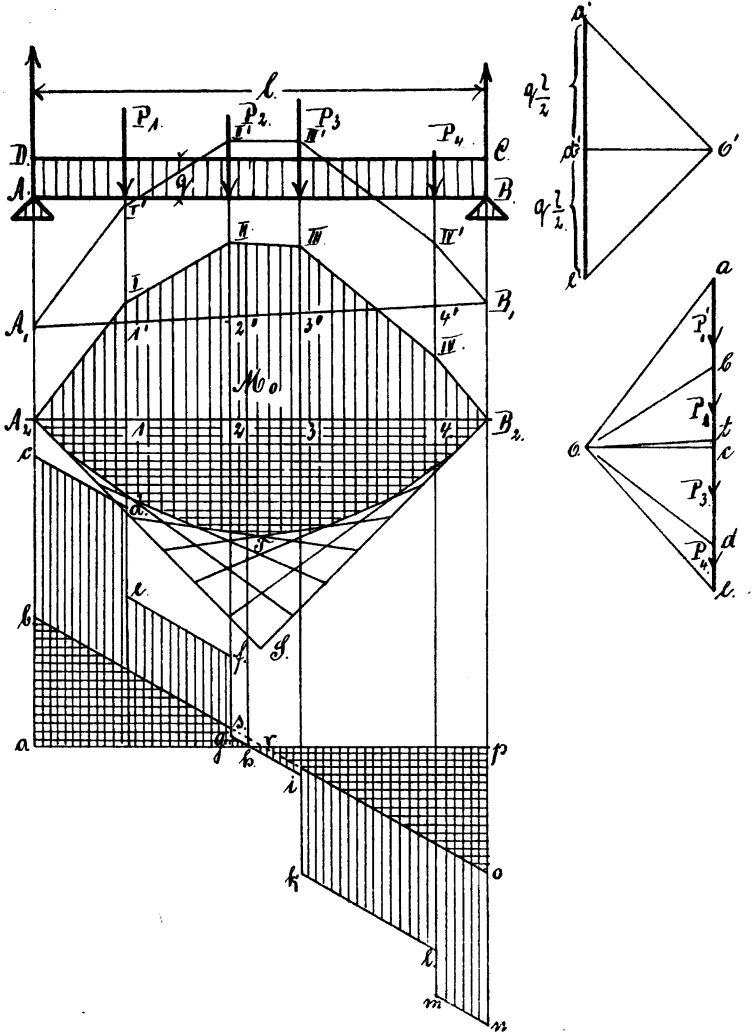


Fig. 77.

kraftfläche $abrop$ für gleichmäßig verteilte Last und der Schubkraftfläche $bedefghiklmno$ für die Einzelkräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 erhalten. Der Punkt, wo die Schubkraft = 0 ist, ist offen-

bar der Punkt h. Eine Senkrechte durch denselben schneidet aus der Gesamtmomentenfläche die Ordinate M_0 heraus. Das größte Moment ist demnach:

$$M_{\max} = M_0 \cdot 0'd',$$

wenn beide Kräftepläne, wie es in Fig. 77 getan worden ist, mit derselben Poldistanz gezeichnet wurden. Ist dies nicht der Fall, so ist das größte Moment naturgemäß gleich der Summe der größten Momente der zwei Momentflächen multipliziert mit ihren zugehörigen Poldistanzen. Sind beide Poldistanzen in der Längeneinheit gezeichnet, so ergibt, wie schon bekannt, M_0 im Kräftemaßstab gemessen direkt das Maximalmoment an.

Vierzehntes Kapitel.

9. Druckverteilung im Mauerwerk.

a) Centrisch, axiale Belastung.

49. Wird ein Mauerwerkkörper centrisch, d. h. in seinem Mittelpunkt und in der Richtung seiner Achse, also axial durch eine Kraft Q belastet, so verteilt sich der Druck gleichmäßig über den Querschnitt. Bezeichnen wir letzteren mit F , die zulässige Inanspruchnahme mit s_1 , so ist:

$$s_1 = \frac{Q}{F} \text{ kg da } Fs_1 = Q$$

ist, d. h.: „Die Summe aller im Innern des Querschnitts wirkenden Spannungen ist gleich der äußeren Kraft Q “. Folglich ist auch:

$$F = \frac{Q}{s_1}.$$

Diese Formel gilt aber nur dann, wenn nur eine äußere Kraft Q vorhanden ist. Gewöhnlich aber, und das wird meistens bei uns der Fall sein, muß auch das Eigengewicht des gedrückten

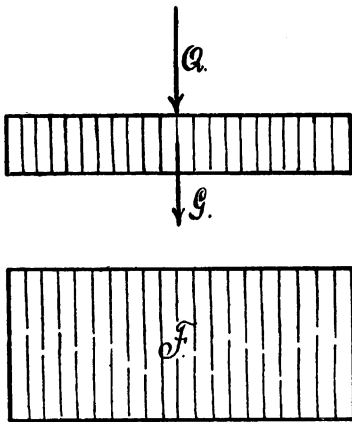


Fig. 78.

Körpers in Betracht gezogen werden. Die Gesamtbelastung des Querschnitts wird demnach sein: $Q + G$. (Siehe Fig. 78.)

Es gehen dann obige Formeln in folgende über:

$$s_1 = \frac{Q + G}{F}$$

$$Fs_1 = Q + G$$

$$F = \frac{Q + G}{s_1}$$

Mit Hilfe dieser Formeln sind wir imstande, die Tragfähigkeiten, beziehungsweise die Abmessungen centrisch und axial beanspruchter Mauern, insbesondere aber die der Fundamentsohlen zu berechnen. Man kann für s_1 folgende Mittelwerte setzen:

Bei Kalkstein und Sandstein	$s_1 = 20-30$	kg p. qcm.
„ Ziegel	„ = 6-12	„ „ „
„ Kalkmörtel	„ = 4	„ „ „
„ Cementmörtel	„ = 10-15	„ „ „
„ gutem Untergrund	„ = 2,5	„ „ „

b) Centrisch, schiefe Belastung.

50. Wird ein Körper von der Breite b in der Mitte durch eine schief gerichtete Kraft Q beansprucht, so kann man diese sofort in zwei Komponenten zerlegen, nämlich in eine axiale V und eine senkrechte S dazu, indem wir Q als Diagonale eines Rechteckes auffassen, dessen Seiten V und S sind und die eben angegebenen Richtungen haben. (Siehe Zerlegung der Kräfte.)

Haben wir Q in irgend einem Kräftemaßstab gezeichnet, so geben die Längen von CD und DE uns direkt die Größe der Kräfte V und S . (Fig. 79.) V wirkt auf den Körper wie eine centrische, axiale Kraft, wie im Fall 1, dagegen sucht S ein Abschieben zu verursachen, dem der Reibungswiderstand entgegenwirken wird. Soll ein Abschieben nicht stattfinden, so muß die Reibung groß genug sein, dies wird aber dann zutreffen, wenn Winkel γ kleiner, höchstens gleich dem Reibungswinkel ist. Denselben nimmt man innerhalb der Mauer an zu:

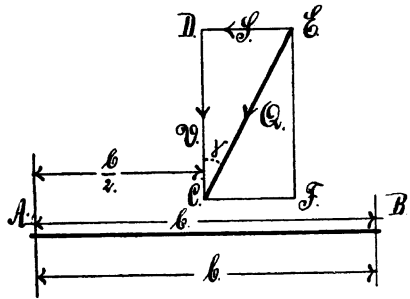


Fig. 79.

$\gamma = 30^\circ$
 und an der Bodenfläche der Mauer, guten Baugrund vorausgesetzt, zu:
 $\gamma = 20^\circ$.

Haben wir tonhaltigen Baugrund, also solchen, der durch Masse schlüpfrig wird, so macht man die Bodenfläche rechtwinklig oder wenigstens nahezu rechtwinklig zur Krastrichtung von Q. Ueberschreitet der Reibungswinkel γ im Innern der Mauer bei wagerechter Lagerfuge die zulässige Größe, so muß unbedingt mit geneigten Fugen gearbeitet werden.

c) Excentrische Belastung.

51. Bei dieser Untersuchung darf von einem schiefgerichteten Druck Q abgesehen werden, da nach der vorigen Abhandlung sich jeder in diesem Sinn wirkende Druck in einen zur gedrückten Fläche rechtwinkligen verwandeln läßt. Nur muß man darauf achten, daß die Seitenkomponente S eine Abschiebung nicht herbeiführen kann. (Siehe Fig. 79.) Die Entfernung des Angriffspunktes der Kraft Q vom Mittelpunkt der Fläche wird Excentricität genannt. Wirkt also beispielsweise wie in der Fig. 82 angedeutet, in einer Entfernung e vom Mittelpunkte der gedrückten Fläche eine Vertikalkraft Q, so kann man, wie wir zu Anfang des achten Kapitels gesehen haben, auf einem durch den Mittelpunkt C von AB parallel zur Krastrichtung von Q gehenden Strahl zwei mit Q gleich große aber einander entgegengesetzt wirkende Kräfte $+Q$ und $-Q$ annehmen, ohne den Gleichgewichtszustand zu stören. Die Wirkungsweise der Kraft Q kann dann in zwei Einzelwirkungen zerlegt werden, nämlich in die Wirkung der Kraft $+Q$, die als axiale, central wirkende Kraft auftritt, und in die Wirkung des Kräftepaares $+Q$ und $-Q$, welche sich in einer Drehung, in unserem Falle nach links, äußern dürfte, deren Moment den Wert haben würde:

$$M = Q \cdot e.$$

Diesem Drehmoment muß aber durch den Querschnitt ein entsprechendes Widerstandsmoment entgegengesetzt werden. Nehmen wir also an, unser Mauerwerk habe bei einer Breite b die Tiefe 1, so würde die Querschnittsfläche gleich $b \cdot 1$ sein. Es mußte also in erster Linie nach Fall 1 sein:

$$s_1 = \frac{Q}{b \cdot 1} \text{ kg} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Breite mal Länge} \cdot \text{Fläche}}.$$

In zweiter Linie müßte sein: Drehmoment = Widerstandsmoment mal Spannung in der äußersten Faser, welche wir mit s_2 bezeichnen wollen, also als Formel ausgedrückt:

$$M = W \cdot s_2.$$

Nach den Sätzen der Festigkeitslehre ist aber für den in Fig. 80 dargestellten Querschnitt:

$$W = \frac{bh^2}{6}.$$

In unserem in Fig. 81 gezeichneten Querschnitt ist aber $h = b$ und $b = 1$, also:

$$W = \frac{1 \cdot b^2}{6},$$

demnach, da: $s_2 = \frac{M}{W}$

und $M = Q \cdot e$ ist, ist:

$$s_2 = \frac{Qe}{1 \cdot b^2} = \pm \frac{6Qe}{1b^2} \text{ kg}$$

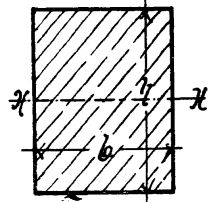


Fig. 80.

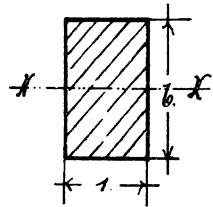


Fig. 81.

wobei sich die beiden Vorzeichen + und — als notwendig ergeben, da s_2 sowohl Zug- als auch Druckspannung sein kann. Die wirkliche Beanspruchung der zu untersuchenden Querschnittsfläche wird sich demnach als Summe der Werte von s_1 und s_2 ergeben und zwar als Pressung der Ranten bei A und B. Soll die Stabilität unserer Mauerfuge nicht leiden, so ist klar, daß die oben genannte Summe, die wir s nennen wollen, ihrer Größe nach die zulässige Inanspruchnahme des Materials weder für Zug noch für Druck überschreitet. Wenn wir also in Gleichung: $s = s_1 + s_2$ die Werte für s_1 und s_2 einsetzen, so erhalten wir:

$$s = \frac{Q}{1 \cdot b} \pm \frac{6Qe}{1 \cdot b^2} = \frac{Q}{1 \cdot b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) = \frac{Q}{F} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) \text{ kg}$$

Für unseren in Fig. 82 gezeichneten Fall ist demnach:

$$s_a = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \text{ kg}$$

und:

$$s_b = \frac{Q}{F} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) \text{ kg}$$

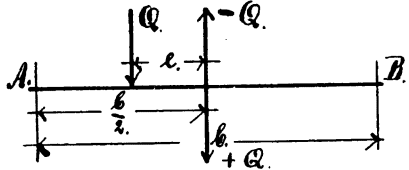


Fig. 82.

Da im Mauerwerk Zugspannungen überhaupt nicht auftreten sollen, so muß in unserem Falle die Rantenspannung bei

B = 0 werden, weil nach unserer Anordnung dort eventuell nur Zugspannungen auftreten könnten. Es müßte also sein:

$$s_b = 0 = \frac{Q}{F} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) \text{ kg}$$

oder: $1 - \frac{6e}{b} = 0$

$$1 = \frac{6e}{b}$$

$$e = \frac{b}{6}$$

Das heißt aber: damit in unserem Mauerwerk keine Zugspannung auftritt, muß die Kraft Q in höchstens $\frac{b}{6}$ Entfernung von der Mitte, oder $\frac{b}{3}$ Entfernung von der Kante angreifen. Der Angriffspunkt muß demnach im mittleren Drittel, dem sogenannten Kern des Mauerwerkes bleiben. (Siehe Fig. 83.)

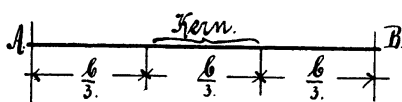


Fig. 83.

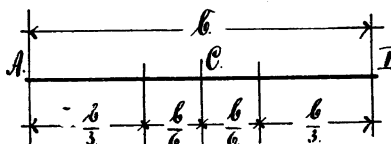


Fig. 84.

Greift Q an der Kerngrenze, also in einer Entfernung $e = \frac{b}{6}$ vom Mittelpunkt an, so wird die größte Druckspannung in Fig. 84:

$$s_a = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6 \cdot \frac{b}{6}}{b} \right) = \frac{Q}{F} (1 + 1) = \frac{2Q}{F}.$$

Da nun bei centrisch und axial wirkender Kraft Q die Spannung den Wert hatte

$$s_1 = \frac{Q}{F},$$

so sehen wir, daß für diesen Fall die größte Druckspannung gerade doppelt so groß ist, also gleich $2 \cdot \frac{Q}{F}$ als für centrisch, axialen Druck.

Wir wollen nun die verschiedenen Druckverteilungen graphisch veranschaulichen. In Fig. 85 ist der Fall für centrische, axiale

Belastung behandelt. Wir sehen, daß, weil in diesem Falle sich der Druck gleichmäßig über die ganze Fläche verteilt, das Rechteck ABCD mit $AB = b$ als Grundlinie und $AD = s_1$ als Höhe den Druck an den verschiedenen Stellen des Querschnitts angibt.

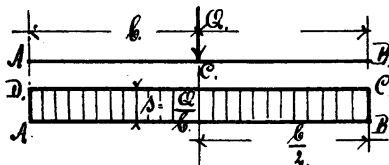


Fig. 85.

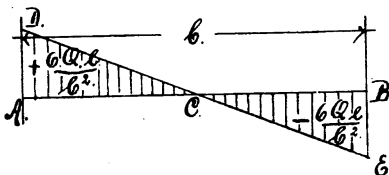


Fig. 86.

Die Druckfläche für die Spannung s_2 ist dargestellt in Fig. 86 durch die Fläche ABCE insofern ja s_2 bei A $= + \frac{6Qe}{1 \cdot b^2}$ und bei B $= - \frac{6Qe}{1 \cdot b^2}$ ist. Die Strecken AD und BE sind also, absolut genommen, einander gleich, nur wäre in diesem Falle s_2 bei A Druck, bei B Zugspannung.

52. Um alle Belastungsfälle nochmals zu repetieren und die zugehörigen Druckflächen graphisch zur Anschauung zu bringen, wollen wir ein Beispiel rechnerisch und zeichnerisch durchführen.

Wir nehmen an:

1. Eine Mauerfuge von 1,8 m Breite werde auf 1 m Tiefe mit 49500 kg centrisch und axial belastet. Wie groß ist die größte Inanspruchnahme?

$$\text{Nach Fall 1 ist sie: } s_1 = \frac{Q}{F} = \frac{49\,500}{180 \cdot 100} = 2,75 \text{ kg}$$

Fig. 87 a.

Zu bemerken ist, daß, da die Festigkeitskoeffizienten gewöhnlich pro qem berechnet sind, wir auch die Fläche F in qem ausdrücken müssen, also die Maße für Breite und Tiefe in cm in Rechnung gesetzt werden müssen. Zu diesem Fall Fig. 87 a und b.

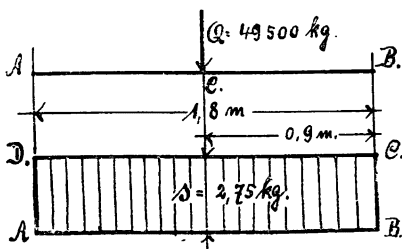


Fig. 87 b.

2. Die vorige Belastung möge bei denselben Fugenverhältnissen in einer Entfernung $e = 25$ m von der Mitte angreifen.

Nach Fall 3 ist dann:

$$s = \frac{Q}{F} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) \text{ kg.}$$

$$s = \frac{49\,500}{180 \cdot 100} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,25}{1,8} \right) = 2,75 (1 \pm 0,83) \text{ kg.}$$

Es ist demnach die Pressung bei A:

$$s_A = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \text{ kg} = 2,75 (1 + 0,83) = 2,75 \cdot 1,83 = 5,03 \text{ kg.}$$

und die bei B:

$$s_B = \frac{Q}{F} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) \text{ kg} = 2,75 (1 - 0,83) = 2,75 \cdot 0,17 = 0,47 \text{ kg.}$$

Hierzu Fig. 88a und b. Die Fläche ABCF in Fig. 88b gibt Aufschluß über die Druckverhältnisse.

Fig. 88a.

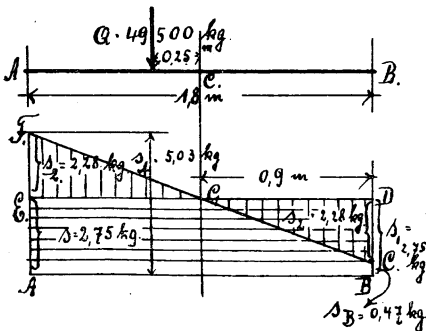


Fig. 88b.

$$s_A = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) + \frac{49\,500}{180 \cdot 100} \left(1 + \frac{6 \cdot 0,3}{1,8} \right) = 2,75 (1 + 1) = 2 \cdot 2,75 = 5,5 \text{ kg}$$

bei B:

$$s_B = \frac{Q}{F} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) = \frac{49\,500}{180 \cdot 100} \left(1 - \frac{6 \cdot 0,3}{1,8} \right) = 2,75 (1 - 1) = 2,75 \cdot 0 = 0 \text{ kg.}$$

Hierzu Fig. 89a und b. Die Fläche ABC in Fig. 89b gibt Aufschluß über die Druckverhältnisse.

4. Die Kraft möge nun außerhalb des mittleren Drittels angreifen und zwar möge $e = 0,45 \text{ m}$ betragen, dabei soll angenommen werden, daß das Mauerwerk Zugspannungen aufzunehmen imstande ist. Es ist dann wieder nach unserer Formel:

3. Die Excentrizität für vorigen Fall betrage $0,30 \text{ m}$. Die Kraft greift dann an der Kerngrenze an, und die Beanspruchungen ergeben sich dann nach vorigem:

$$s = \frac{Q}{F} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) \text{ kg}$$

$$s = \frac{49\,500}{180 \cdot 100} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,3}{1,8} \right) = 2,75 (1 \pm 1)$$

Es ist demnach für die Pressung bei A:

$$s = \frac{Q}{F} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right) \text{ kg, also:}$$

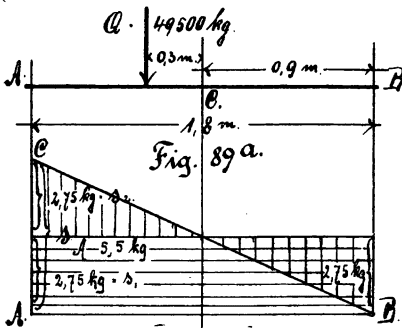
$$s = \frac{49500}{180 \cdot 100} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,45}{1,8} \right) \text{ kg} = 2,75 (1 \pm 1,5) \text{ kg.}$$

Es ist demnach für Pressung bei A:

$$s_A = \frac{Q}{F} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) = 2,75 (1 + 1,5) = 2,75 \cdot 2,25 = 6,875 \text{ kg}$$

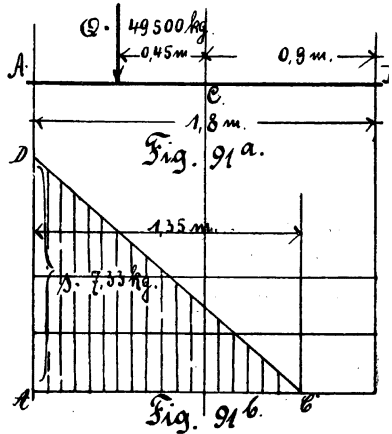
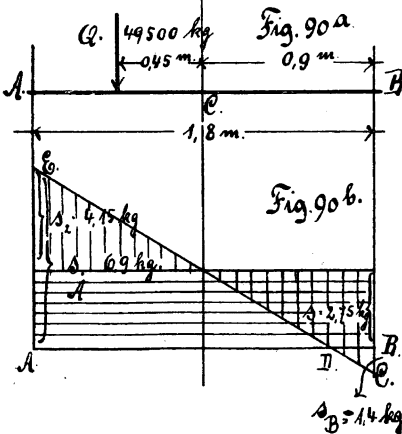
bei B:

$$s_B = \frac{Q}{F} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) = 2,75 (1 - 1,5) = 2,75 \cdot (-0,5) = -1,375 \text{ kg.}$$



Hierzu Fig. 90a und b. Die Fläche ABCDE in Fig. 90b gibt Aufschluß über die Druckverhältnisse.

5. Will man jedoch keine Zugspannungen erhalten, wie sie im Beispiel auftreten, so darf bei der Druckverteilung nur nicht die ganze Fläche in Rechnung gezogen werden. Um nur Druck und keinen Zug in der Fuge zu erhalten,



muß man die Breite b dreimal der Entfernung der Kraft von der Mauerkante annehmen. Das ist aber $b = 3 \cdot 0,45 = 1,35$ m. Die Druckspannung ist dann nach 3:

$$s_A = \frac{Q}{F} \left(1 \pm \frac{6e}{b}\right) \frac{49\,500}{135 \cdot 100} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,225}{1,35}\right) \text{ kg} = \frac{11}{3} \cdot 2 = \frac{22}{3} = 7,33 \text{ kg.}$$

Zu diesem Fall Fig. 91a und b. Das Dreieck ACD gibt in Fig. 91b Aufschluß über die Druckverhältnisse.

Fünftehntes Kapitel.

10. Das Gewölbe.

53. Da die meisten Gewölbeformen symmetrisch gebildet und als sogenannte Tonnengewölbe ausgeführt sind, so sollen im weiteren Verlaufe dieser Untersuchung nur solche vorausgesetzt werden. Wir machen dabei die Annahme, daß die Tiefe des Gewölbes 1 m betrage und sich die Gesamtbelastung des Gewölbes im allgemeinen aus folgendem zusammensetzt:

1. aus dem Eigengewicht der Wölbung;
2. aus dem Gewicht der Hintermauerung, der Hinterfüllung, der Deckenkonstruktion zc. zc.;
3. aus dem Gewicht der Nutz- und Verkehrslast.

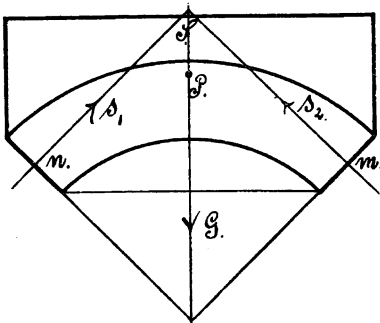


Fig. 92.

Wir wollen uns ferner die unter 2 und 3 genannten Gewichte auf Mauerwerk reduziert denken, weil die Untersuchung dadurch bedeutend erleichtert wird, ohne einen nennenswerten Fehler zu begehen. Man nennt dann die durch diese Reduktion gefundene obere Begrenzungslinie die Belastungsgrenze, die Fläche Belastungsfläche. Siehe Fig. 92. Auf das Gewölbe

irkt das durch die Belastungsfläche dargestellte Gesamtgewicht, welches im Schwerpunkt P angreift, ferner an den Widerlagern die sogenannten Kämpferdrücke s_1 und s_2 . Wenn das Gewölbe im Gleichgewicht sein soll, so müssen sich diese 3 Kräfte das Gleichgewicht halten, d. h. sie müssen sich im Punkte S schneiden. Unsere nächste Aufgabe wird es demnach sein, die Größe, Lage und Richtung der Kämpferdrücke zu ermitteln. Wenn wir dies auf graphischem Wege tun wollen, so sehen wir sofort, daß eine derartige Aufgabe viele Lösungen gestattet, mithin für uns zunächst unbestimmt ist. Wir müssen deshalb eine sinngemäße Bestimmung treffen. Also beispielsweise, daß die Kämpferdrücke

einen bestimmten Winkel mit der Kämpferfuge bilden und beide durch einen bestimmten Punkt derselben gehen sollen. Wir wollen als diesen bestimmten Punkt den Mittelpunkt der Kämpferfuge annehmen und die Krafrichtung von s_1 oder s_2 mit ihr einen Winkel von 90° bilden lassen. Wenn wir diese Annahmen machen, so wird die Aufgabe sofort zu einer bestimmten. Genau dasselbe gilt, wenn wir die Aufgabe rechnerisch lösen wollten. Es wären dann 6 Unbekannte zu berechnen, nämlich Größe, Richtung und Lage beider Kämpferdrücke. Wir müssen uns dann nur über die Richtung und Lage der Kämpferdrücke schlüssig werden, um die Aufgabe zu einer bestimmten zu machen.

a) Das beiderseitig gleich beladete Gewölbe.

54. Da diese Art von Gewölben in Bezug auf eine Vertikalachse symmetrisch liegt, genügt es, nur eine Gewölbehälfte bei der Untersuchung in Betracht zu ziehen. Siehe Fig. 93a. Wir müssen uns nur dann im Mittelpunkte m der mittleren, vertikalen Schnittstelle eine horizontale Kraft V angreifend denken, wenn wir die Gewölbehälfte in ihrer alten Lage erhalten wollen. Durch den Schnitt S dieser Horizontalkraft V mit der Krafrichtung von G (Gewicht dieser Gewölbehälfte) muß dann auch offenbar der Kämpferdruck s_1 gehen,

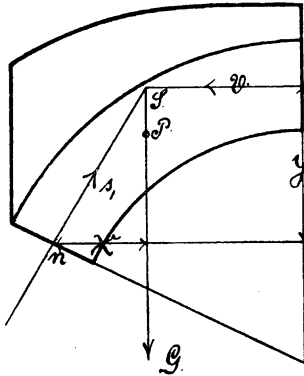


Fig. 93a.

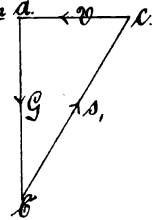


Fig. 93b.

wenn Gleichgewicht statthaben soll. Alles aber unter der Annahme, daß nicht nur V durch den Mittelpunkt m der Schnittstelle, sondern auch s_1 durch den Mittelpunkt n der Kämpferfuge gehen soll. Durch Konstruktion des Kräftedreiecks abc (Fig. 93b) lassen sich dann die Größen von V und s_1 ermitteln in Gestalt der Strecken bc und ca . Wenn wir n als Drehpunkt ansehen, so ergibt sich aus Fig. 93a: $Gx = Vy$

oder

$$V = G \frac{x}{y}.$$

Diese Gleichung sagt aus: Je größer das Gewicht des Gewölbes und das der Belastung ist, um so größer wird dann

auch V , die horizontale Schubkraft. Diese wächst ebenfalls, je größer wir x , also die Spannweite des Gewölbes machen und je kleiner wir y , d. h. die Pfeilhöhe des Gewölbes werden lassen. Der Uebergang von V dürfte nunmehr ein allmählicher sein und von der Belastungsfläche abhängen. Die sich dadurch bildende Linie wird offenbar ein Seilpolygon mit unendlich vielen Einzelkräften sein. Dieses Seilpolygon nennt man in diesem Falle „Drucklinie“. Soll ein Gewölbe stabil sein, d. h. soll es halten, so muß diese Drucklinie zum mindesten in das Gewölbe hineinfallen. In der nächsten Aufgabe wollen wir es

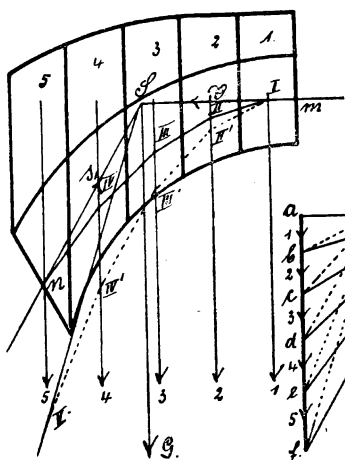


Fig. 94 a.

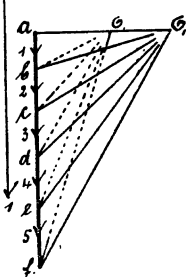
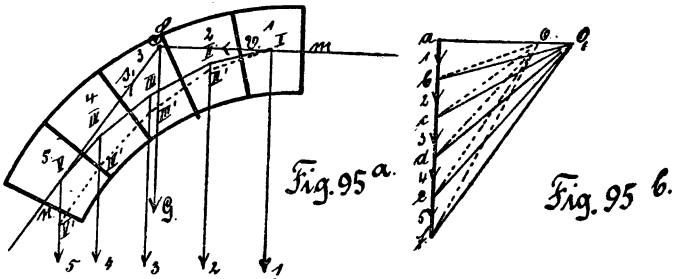


Fig. 94 b.

uns daher angelegen sein lassen, die Konstruktion derselben für einen bestimmten Fall durchzuführen, hierzu Fig. 94a und b. Wir haben da zuerst durch senkrechte Schnitte die Gewölbehälfte in 5 gleiche Streifen 1, 2, 3, 4 und 5 geteilt, so daß wir dieselben als Rechtecke oder Trapeze auffassen können. Die senkrechte Halbierungslinie eines jeden Streifens wird dann sicherlich eine Schwerlinie sein, d. h. wir können uns in diesen Richtungen Kräfte nach unten wirkend denken, welche den Inhalt dieser Gewölbestreifen proportional sind. Tragen wir uns daher im Kräfteplan der Fig. 94b diese Kräfte 1, 2, 3, 4 und 5 in den Kräftezug abcdef zusammen und wählen wir einen sonst ganz beliebigen Pol O so, daß seine Verbindungslinie mit a senkrecht auf af steht, so entspricht dieser Polstrahl der Richtung der Kraft V , welche in der Mitte m der Scheitelfuge angreift. Wir bilden nun aus den obigen Polstrahlen oO , cO , dO α . und den Kraftrichtungen 1, 2, 3 α . Das Seilpolygon $m I II' III' IV' V$ und sehen nun, daß die Parallele zu fO durch V , die Parallele zu aO durch m in S schneidet. Durch diesen Punkt S geht nun die Resultierende parallel zu af der Kräfte 1, 2, 3, 4 und 5. Verbinden wir nun die Mitte n der Kämpferfuge mit S und ziehen durch f parallel zu dieser Verbindungslinie eine Gerade, so schneidet diese die aO in einem

Punkte O_1 , den wir zum Pol eines neuen Kräfteplans machen. Die Parallelen zu aO_1 , bO_1 , cO_1 zc. bilden nun mit den Kräfte-richtungen von 1, 2, 3, 4 und 5 ein Seilpolygon m I II III IV n, dessen äußerste Seiten durch m und n gehen müssen. Dieses Seilpolygon stellt uns nun unsere gesuchte Drucklinie dar, während aO_1 und fO_1 uns die Größe der horizontalen Schubkraft V respektive die des Kämpferdruckes angibt. In der vor-
aufgehenden Konstruktion sind, den praktischen Regeln entgegen-
gesetzt, die Fugen senkrecht nach unten laufend angenommen worden, während man doch gewöhnlich die Fugen radial gestaltet. Ein wesentlicher Fehler entsteht indessen dadurch nicht, wenn man nur die Breite der einzelnen Streifen schmal genug macht.



Die Konstruktion mit radialen Fugen wird, wie in Fig. 95 a und b gezeigt, genau wie vorher gemacht, nur müssen die Schwerpunkte der einzelnen Gewölbeteile gesucht und durch diese vertikale Kräfte 1, 2, 3, 4 zc. wirken lassen werden.

b) Das einseitig belastete Gewölbe.

55. Wird ein Gewölbe außer der andauernden Belastung noch durch bewegliche Lasten beansprucht, so tritt der ungünstigste Fall dann ein, wenn nur eine Gewölbekälfte noch belastet gedacht wird. Reduziert man nun, wie vorher schon geschehen, diese Belastung auf Mauerwerk, so tritt der Fall ein, wie er in Fig. 96a und b behandelt ist. Die Konstruktion der Drucklinie ist dann folgende. Wir teilen das Gewölbe, wie es in Fig. 96a angenommen ist, von der Mittellinie aa ausgehend, nach rechts und nach links in eine gleiche Anzahl gleicher Teile, bei unserer Figur in je 4. In den Mittellinien dieser lassen wir die auf Strecken reduzierten Gewichtsinhalte als vertikal wirkende Kräfte IV, III, II, I, 1, 2, 3 und 4 angreifen. Nun tragen wir in Fig. 96b, im Punkte a anfangend, diese Kräfte so aneinander, daß der Kräftezug abedefghi entsteht und

wählen den beliebigen Punkt O zum Pol des Kräfteplanes. Mit Hilfe dieses Kräfteplanes finden wir die Richtung der Resultierenden von IV, III, II, I in G_1 und von 1, 2, 3 und 4 in G_2 , der Fig. 96 a durch die Seilpolygone $S_1' I' II' III' IV'$ und $S_2' I'' II'' III'' IV''$. Nun zerlegen wir G_1 und G_2 in je 2 Komponenten t, t_1 und r, r_1 und zwar in der Weise, daß wir erstens den Mittelpunkt m der rechten Kämpferfuge mit dem Mittelpunkte O_2 der Schnittstelle $\alpha\alpha$ verbinden und verlängern, bis diese Linie den durch S_1' gehenden Richtungsstrahl

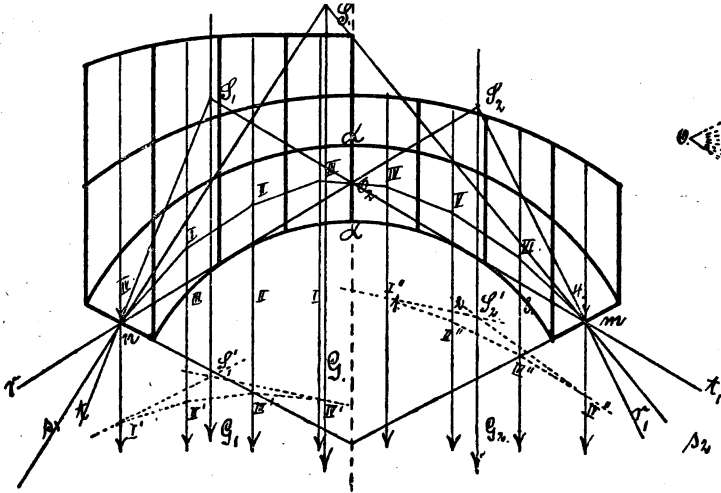


Fig. 96 a.

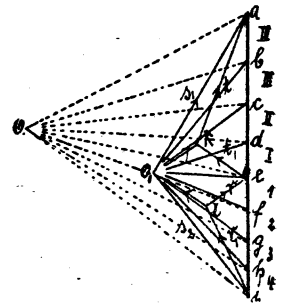


Fig. 96 b.

von G_1 in S_1 trifft, so ist dieser Strahl t_1 . Die Verbindungslinie von S_1 mit dem Mittelpunkt n der linken Kämpferfuge ergibt t . In genau derselben Weise finden wir durch Ziehen der Geraden no_2 den Punkt S_2 und in der Geraden nS_2 den Strahl r , während die Gerade S_2m den Strahl r_1 vorstellt. Die Größen von t und t_1 ergeben sich durch Ziehen von Parallelen zu nS_1 durch a und zu mS_1 durch e , welche sich in dem Punkte k des Kräfteplanes schneiden. In derselben Weise erhalten wir durch Ziehen von Parallelen zu nS_2 durch e und zu mS_2 durch i die Größe von r und r_1 . Ihr Schnitt ergibt im Kräfteplan l . Ziehen wir nun noch durch k und l Parallele zu el und ek , so schneiden sich diese in einem Punkte O_1 , welcher Punkt Pol eines neuen Kräfteplans wird, wenn wir in Betracht ziehen, daß die Verbindungslinie von O_1 mit a Resultierende von t und r und die von O_1 mit i Resultierende von r_1 und t_1

ist. Demnach erhalten wir in O_1a den resultierenden Kämpferdruck s_1 in n und in O_1i den resultierenden Kämpferdruck s_2 in m , die von G_1 und G_2 verursacht werden. Ziehen wir daher durch n und m Parallelen zu O_1a und O_1i , so erhalten wir in ihrem Schnittpunkt S den Punkt, durch den parallel zu ai die Resultierende von G_1 und G_2 , also das Gesamtgewicht G geht. Zeichnen wir uns nun mit Hilfe unseres neuen Kräfteplans, mit dem Strahl O_1a beginnend, durch n das Seilpolygon $n I II III IV V VI m$, so erhalten wir in diesem die gesuchte Drucklinie für diesen Fall der Gewölbebelastung.

c) Maximal- und Minimaldrucklinie.

56. Der Fall, daß die Drucklinie mit der Mittellinie des Gewölbes zusammenfällt, ist praktisch kaum denkbar. Wir wollen daher von vornherein der Drucklinie einen gewissen Spielraum geben und zwar mit der Bedingung, daß ihre äußersten Grenzen die Kerngrenzen sein mögen, da ja das Gewölbe auf Zug nicht beansprucht werden soll. Wie wir aber von früher wissen, tritt

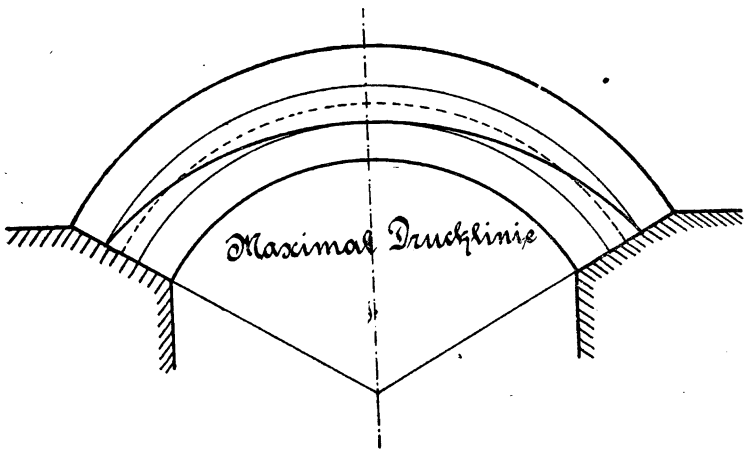


Fig. 97.

in einer Mauerfuge nur dann kein Zug auf, wenn der Druck innerhalb des Kernes, also innerhalb des mittleren Drittels liegt. Von den vielen Lagen, welche die Drucklinie innerhalb des Kernes einnehmen kann, wollen wir nur die in Betracht ziehen, bei welcher sie entweder an der oberen oder an der unteren Kerngrenze liegt. Diese beiden Lagen sind in Fig. 97 und 98 dargestellt. Man nennt nun die in Fig. 97 dargestellte Druck-

linie „Maximaldrucklinie“ und die in Fig. 98 dargestellte Drucklinie „Minimaldrucklinie“.

Indessen wird man bei besonders hohen Gewölben die Wahrnehmung machen können, daß die Drucklinie außerhalb des Kerns fällt. Es wird dann nicht die Kämpferfuge, sondern irgend eine andere Fuge im Gewölbe die am meisten beanspruchte sein, welche dann „Bruchfuge“ genannt wird. Man ermittelt nun die Stärke b_0 der Scheitelfuge aus der Maximaldrucklinie.

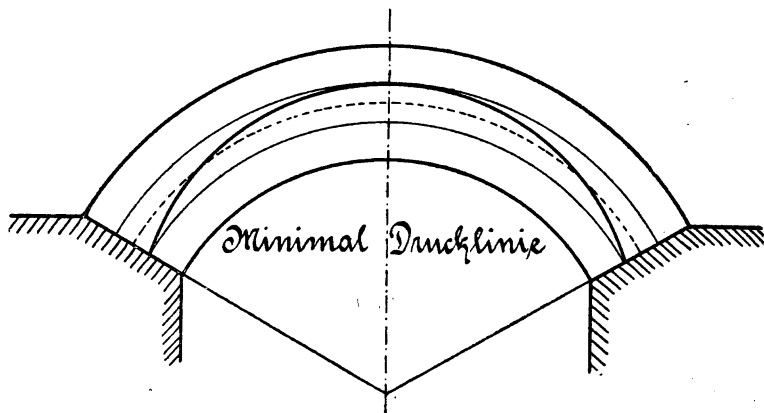


Fig. 98.

Die diese Fuge beanspruchende Kraft ist dann jedenfalls die größte horizontale Schubkraft V_{\max} . Diese bewirkt dann offenbar nach der früher ermittelten Formel:

$$s = \frac{2Q}{b},$$

worin wir unter s die zulässige Druckspannung, unter Q die beanspruchende Kraft und unter b die Breite der Fugen verstehen. Es muß dann für unseren Fall offenbar sein:

$$b_0 = \frac{2V_{\max}}{s},$$

worin wir für V_{\max} angenähert setzen können:

$$V_{\max} = \frac{Gx}{y}.$$

Nennen wir die Stärke der Kämpferfuge b , so ergibt sich analog:

$$b = \frac{2S_1}{s}. \quad \text{Siehe Fig. 99.}$$

Setzen wir nun ein Gewölbe voraus, bei dem, entgegen dem eingangs Gesagten, die Drucklinie tatsächlich mit der Mittel-

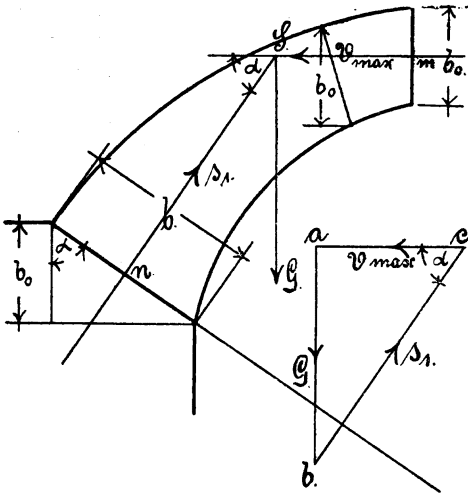


Fig. 99.

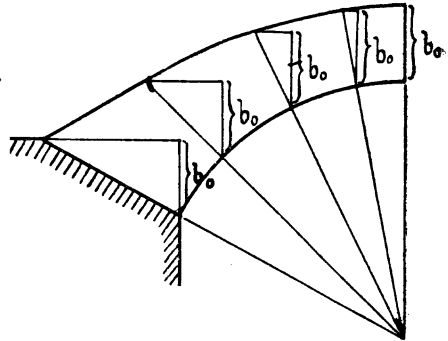


Fig. 100.

linie zusammenfällt, so finden wir bezüglich der Fugenstärken folgendes. Es wird sich verhalten:

$$\frac{b}{b_0} = \frac{\frac{2s_1}{s}}{2V_{\max}} = \frac{s_1}{V_{\max}}$$

In dem Dreieck abc (Fig. 99) ist aber:

$$\frac{V_{\max}}{s_1} = \cos \alpha; \quad V_{\max} = s_1 \cos \alpha.$$

Diesen Wert für V_{\max} in die obere Gleichung eingesetzt ergibt:

$$\frac{b}{b_0} = \frac{s_1}{s_1 \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha'}$$

oder

$$b_0 = b \cos \alpha.$$

Dies bedeutet aber: „Bei einem stützlinigen Gewölbe (mit diesem Namen hat man derartige Gewölbe belegt) ist die Vertikalprojektion der Fugen gleich der Scheitelstärke“. Ist uns also die Form der inneren Leibung gegeben, so findet man die äußere Leibung nach der in Fig. 100 angewandten Konstruktion.

Sechzehntes Kapitel.

11. Das Widerlager.

57. Wie wir uns leicht vorstellen können, wird der durch das Gewölbe mit seinem Eigengewicht und dem der Belastung in seinen Widerlagern hervorgerufene Druck bestrebt sein, dieselben auseinander zu schieben. Wären nun die Widerlager zu schwach konstruiert, so würden sie nachgeben, und die unausbleibliche Folge davon wäre ein Zusammenbruch des Gewölbes in der in Fig. 101 veranschaulichten Weise. Die für diesen Fall maßgebende Drucklinie wird, wie aus der Figur klar ersichtlich ist, durch die unteren Kämpferpunkte und den oberen Scheitelpunkt gehen müssen. Eine solche Lage der Drucklinie darf jedoch im

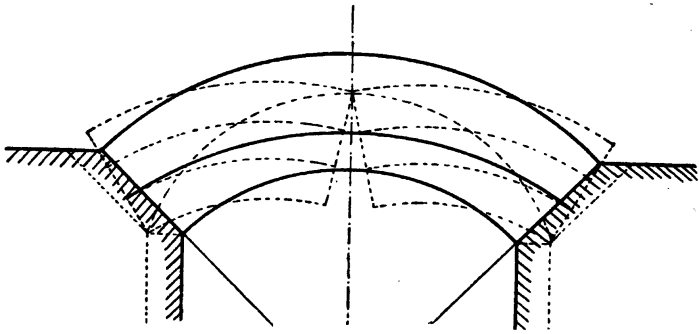


Fig. 101.

stabilen Gewölbe nicht eintreten, sondern höchstens nur die der Minimaldrucklinie, d. h. sie darf an den Kämpfern nur durch den untersten Teil des Kernes und im Scheitel nur durch den obersten desselben gehen, wie in Fig. 101 angegeben. Will man daher die durch den Gewölbeschub ausweichenden Widerlager untersuchen, so muß dieser Untersuchung unbedingt die Minimaldrucklinie zu Grunde gelegt werden. Der hierdurch bestimmte Gewölbeschub wird sich alsdann mit dem Eigengewicht des Widerlagers und mit andern auf dasselbe einwirkenden Kräften zu einer Resultierenden zusammensetzen. Soll nun das Widerlager stabil sein, so darf dieselbe nur durch die Sohle des ersteren gehen und nicht außerhalb derselben. Dürfen außerdem keine Zugspannungen entstehen, so wissen wir, daß die Resultierende im mittleren Drittel oder im Kern der Sohle enden muß. Ferner darf noch der Winkel, welchen die Resultierende mit der Senkrechten im Schnittpunkt mit der Sohle

bildet, die Größe des für diesen Fall maßgebenden Reibungswinkels nicht überschreiten.

58. Eine weitere Zerstörung des Gewölbes kann nun aber auch dann eintreten, wenn die Widerlager durch Eis oder Wasserdruck in der Weise beansprucht werden, daß die Kämpfer zusammen zu rücken streben. So würde sich dann der Scheitel

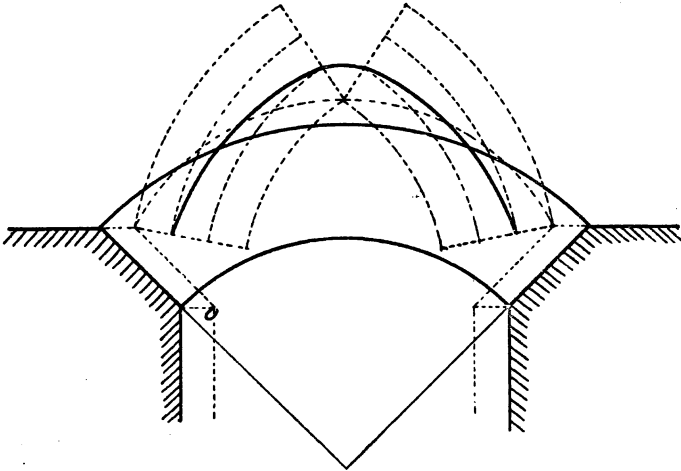


Fig. 102.

des Gewölbes heben, wie er in Figur 102 dargestellt ist. Die hierdurch im Gewölbe entstehende Drucklinie würde dann durch den oberen Kämpferschnitt und den unteren Scheitelschnitt gehen (siehe Figur 102). Soll das Gewölbe natürlich wieder stabil sein, so muß die vorherige Drucklinie zur Maximaldrucklinie werden, welche dann an den Kämpfern je durch die obersten Punkte des Kernes, am Scheitel durch den untersten des ersteren gehen muß. Bei der Untersuchung der Widerlager ist in diesem Falle der Gewölbeschub nach der Maximaldrucklinie maßgebend. Der weitere Verlauf der Untersuchung ist dann der im vorigen Fall angedeutete.

12. Der Pfeiler.

59. Stützen sich an einen Pfeiler an beiden Seiten Gewölbe von gleichen Spannweiten und Höhen, so werden sie dann am ungünstigsten beansprucht, wenn man das eine Gewölbe voll, das andere gar nicht belastet annimmt. Das voll belastete Gewölbe wird dann den Pfeiler nach außen zu schieben suchen, so daß in diesem Gewölbe selbst die Minimaldrucklinie

entsteht, während im anderen, dem unbelasteten Gewölbe, die Maximaldrucklinie auftritt, da ja doch die Pfeiler nach innen zu rücken bestrebt sind. Diese genannten Drucklinien werden an den Kämpfern ganz bestimmte Drucke hervorrufen, die ihrerseits zusammen mit dem Gewicht der Pfeiler und anderer auf ihn einwirkender Kräfte eine Resultierende ergeben. Für die Stabilität der ganzen Anlage gilt dann wieder, daß die Resultierende im Mauerwerk bleibt, d. h. durch die Sohle geht. Sind außerdem Zugspannungen ausgeschlossen, so darf die Resultierende unter keiner Bedingung das mittlere Drittel, d. h. den Kern verlassen.

Zu erwähnen ist nebenbei noch, daß bei all den behandelten Fällen die zulässigen Inanspruchnahmen nie überschritten werden dürfen.

13. Der Erddruck.

60. Bei dem Versuche, irgend welche lockere Masse aufzuhäufen, wird ein jeder Techniker schon die Beobachtung gemacht haben, daß die äußeren Begrenzungsflächen der entstehenden Anhäufung nur dann halten, d. h. nicht abrutschen, wenn ihre Neigung gegen die Horizontalebene eine ganz bestimmte geworden

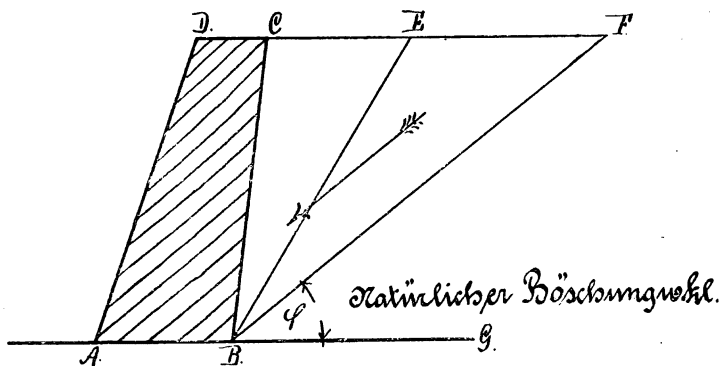


Fig. 103.

ist. Ist diese erreicht, so hat er sicherlich gesehen, daß jede neu zugefügte Menge abrollt und von unten anfangend eine neue Schicht an die alte in der Weise bildet, daß die neue Begrenzungsfläche parallel der alten bleibt. Diese Neigung nennt man den natürlichen Böschungswinkel und bezeichnet ihn gewöhnlich mit dem Buchstaben C (siehe Fig. 103). Wollte man

nun trotz alledem eine steilere Neigung der Anhäufung erzielen, so muß man eine stützende Wand unter dieser Neigung errichten. Es ist nun klar, daß dieselbe einen gewissen Druck auszuhalten haben wird, der von der Menge der Masse abhängen wird, welche sich über der Ebene des Böschungswinkels befindet, denn diese wird ja, wie vorher gesagt, abzurutschen streben. Verstehen wir nun unter der anzuhäufenden Masse Erde, so nennt man den durch diese hervorgerufenen Druck auf die Wand den Erddruck. Ist der Boden bewachsen durch Gras u. s. w., so wird der Druck unbedingt kleiner sein, da ja dann das Erdreich in sich zusammenhängt, jedoch wird man bei der Untersuchung einer solchen Stützwand nicht darauf Rücksicht nehmen. Daß die Größe des Böschungswinkels von der Beschaffenheit des Anhäufungsmaterials, ob dasselbe feucht oder trocken sein wird, abhängt, braucht wohl kaum erwähnt zu werden. Wir wollen nun folgende Wertangaben über verschiedene Materialien machen:

	α	Gewicht pro cbm
Tonerde trocken	45 ⁰	1600 kg
" naß	20 ⁰	2000 "
Lehmerde trocken	40 ⁰	1500 "
" naß	20 ⁰	1900 "
Dammerde trocken	40 ⁰	1400 "
" naß	30 ⁰	1800 "
Sand oder Kies trocken } .	30 ⁰	1800 "
" " " naß }		
Gerölle trocken }	40 ⁰	1700 "
" naß }		

61. Den Erddruck zeichnerisch zu ermitteln, wollen wir in Fig. 104 nach einem vom Ingenieur Rebhann angegebenen Verfahren zeigen. Wir ziehen durch den Fußpunkt B der Rückwand BC der Mauer, ABCD eine Gerade unter dem Winkel S, verlängern sie, bis sie die durch DC angegebene horizontale Linie in E schneidet, nun beschreibt man über BE mit BE als Durchmesser einen Kreis, trägt in C an CB den Winkel 2S an und bringt dessen freien Schenkel zum Schnitt F mit BE. Jetzt wird in F eine Senkrechte auf BE errichtet, die den Halbkreis in G trifft, ferner beschreibt man mit BG als Radius um B einen Kreis, der die BE in H schneidet, zieht man nun durch H eine Parallele zu CF, welche ihrerseits die CE in J schneidet und beschreibt mit HJ um H einen Kreis, so schneidet dieser die BE in dem Punkte K. Die geradlinige Verbindung der Punkte K und H mit J ergibt das Dreieck JKH als das sogenannte Erddruckdreieck. In folgendem wollen wir immer

den Erddruck als ein Erdprisma in Rechnung setzen, dessen Grundfläche das Dreieck J, H, K ist und dessen Höhe wir zu 1 m annehmen. Um zu bestimmen, in welchem Punkte des Mauerrückens der Erddruck angreift, verwandeln wir uns das Dreieck JHK in ein inhaltsgleiches NAL von der Höhe h der Mauer ABCD, und einer in der Verlängerung von AB liegenden Grundlinie. Wir erreichen dies am bequemsten, wenn wir in H eine Senkrechte HL = h auf BE errichten und durch J eine Parallele zu BE ziehen. Diese schneidet dann die HL in J' und es ist $\triangle IHK = \triangle KJ'H$. Nennen wir nun die Grund-

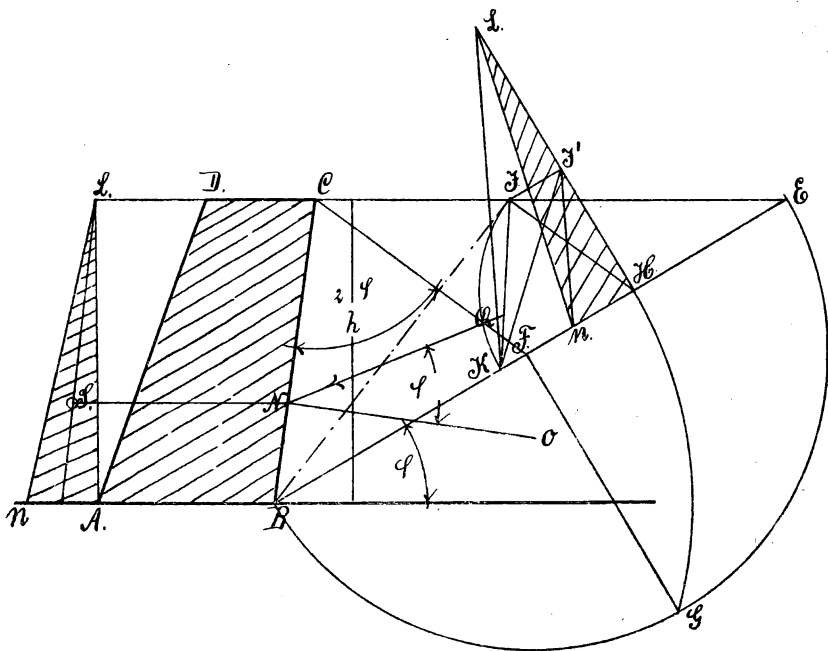


Fig. 104.

linie des Dreiecks mit der Höhe h das $\triangle KJ'H = \triangle JHK$ sein soll x, so muß sein:

$$\frac{xh}{2} = \frac{KH \cdot J'H}{2} \quad \text{oder: } xh = KH \cdot J'H$$

$Kh : x = h : J'H$. Man konstruiert diesen Ausdruck, indem man L mit K verbindet und durch J' eine Parallele zu KL zieht, welche die BE in N trifft. Es ist dann $NH = x$. (Erklärung liegt in den Ähnlichkeitsätzen) und $\triangle NLH = \triangle KJ'H = \triangle KJH$.

Nun setzen wir das Dreieck NLH an die vordere Mauerseite, so kommt es in die Lage NLA. Bestimmen wir nun in diesem Dreieck den Schwerpunkt S und ziehen durch S eine Parallele zu NB, so schneidet diese Gerade die BC in N, an welchem Punkte dann auch der Erddruck angreift, dessen Richtung wir in der Weise festlegen, daß wir in N auf BC eine Senkrechte errichten und an diese im Punkte N den Winkel S antragen. Es gibt dann der freie Schenkel dieses Winkels die Richtung des Erddrucks an. Die Linie BJ in Fig. 104 und die Linie BE in Fig. 103 nennt man die Gleitebene. Es wird nämlich die Erdanhäufung bei Anwendung einer Stützmauer nicht in der Ebene abrutschen, welche der natürliche Böschungswinkel S bestimmt, sondern in der oben angegebenen Richtung.

62. Schneidet die Erdschüttung hinter einer Mauer nicht horizontal ab, wie in Fig. 103 und 104, sondern erhebt sie sich

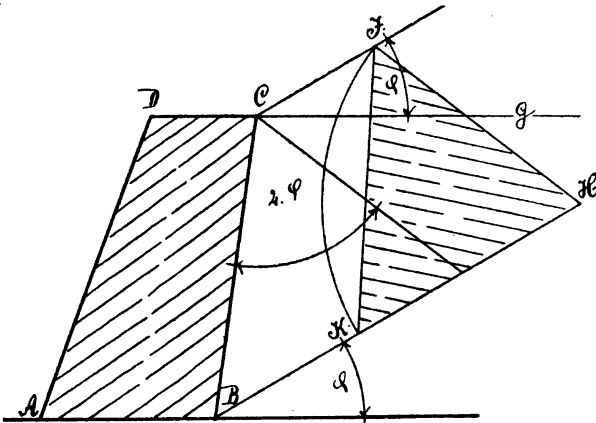
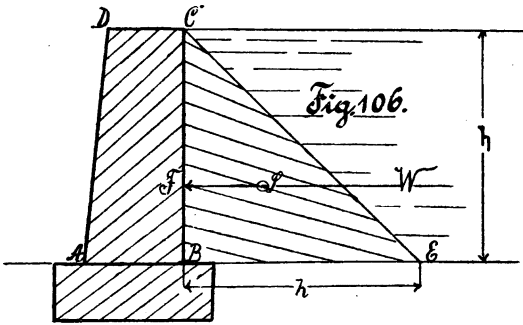


Fig. 105.

noch, wie in Fig. 105 gezeigt, in der Richtung CJ und zwar so, daß Winkel $GCH = S$ ist, so wird die Konstruktion des Erddruckdreiecks besonders einfach. Wie in Fig. 105 gezeigt, findet man es, wie folgt. Man trägt in B an AB den Winkel S an, so ist $BH \parallel CD$, ferner trägt man in C an CB den Winkel $2S$ an und zieht durch den auf dem freien Schenkel von C beliebig liegenden Punkt H eine Parallele zu dem freien Schenkel von $2S$, welche die CJ in J trifft.

Nun beschreibt man mit JH als Radius um H einen Kreis, welcher die BH in K schneidet, verbindet man nun noch K mit J, so ist Dreieck KJH das gesuchte Erddruckdreieck.

63. Steht die Rückenwand der Stützmauer senkrecht und hat man an Stelle von Erde Wasser, so ist die Darstellung des Wasserdruckdreiecks noch einfacher. Nach einem Satze der Mechanik ist nämlich der Wasserdruck auf eine senkrechte Seitenwand gleich gedrückte Fläche mal Abstand des Schwerpunktes



vom Wasseroberpiegel. Ist, wie in Fig. 106 gezeigt, CB die Rückwand = h m hoch, so ist für 1 m Tiefe die gedrückte Fläche gleich $h \cdot 1 = h$. Der Schwerpunktsabstand vom Wasserspiegel ist aber in diesem Falle $\frac{h}{2}$, demnach ist nach obigem der Wasserdruck $W = h \frac{h}{2} = \frac{h^2}{2}$. Man konstruiert diesen Ausdruck, indem

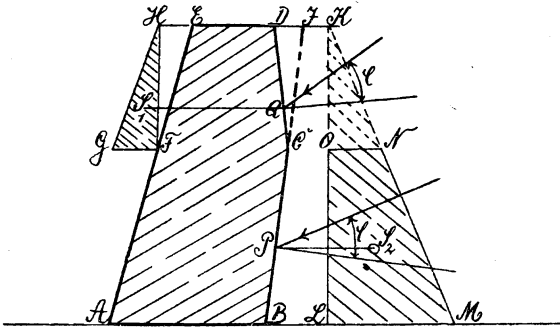


Fig. 107.

man um B mit BC einen Kreis schlägt, welcher die Horizontale AB in E schneidet. Dreieck BCE stellt dann die Größe des Wasserdrucks dar. Den Angriffspunkt F und die Richtung desselben finden wir, indem wir durch den Schwerpunkt S des Dreiecks BCE eine Parallele zu AE ziehen. Ist die hintere Wand einer Stützmauer gebrochen, wie in Fig. 107 angegeben,

so konstruiert man zunächst für die obere Fläche DC das Erddruckdreieck, welches das Dreieck FGH sein möge. Ferner denkt man sich BC über C hinaus bis zum Schnittpunkt J mit der ED verlängert. Es sei das Erddruckdreieck für die ganze Fläche BJ vielleicht das \triangle LMK, so ist, da ja nur das Stück CB gedrückt wird, das Trapez LMNO der auf dasselbe ausgeübte Druck. Konstruiert werden die Druckflächen ebenso wie die Angriffspunkte und Richtungen der Erddrücke nach der vorhin angegebenen Konstruktion und ist hier einmal der Schwerpunkt S_1 vom \triangle FGH und das andere Mal der Schwerpunkt S_2 des Trapezes LMNO maßgebend. Will man nun eine Stützmauer hinsichtlich ihrer Stabilität untersuchen, so ist es notwendig, nach Ermittlung der Größen, Richtungen und Angriffspunkte der Erddrücke, die letzteren mit den Mauerwerksgewichten oder anderer zufälliger Belastungen zu einer Resultierenden zusammenzusetzen. Diese Resultierende muß dann, wenn die Wand nicht kippen soll, mindestens durch die Sohle derselben gehen. Sind jedoch Zugspannungen im Mauerwerk ausgeschlossen, so muß die Resultierende, wie wir schon wissen, im mittleren Drittel der Sohle bleiben. Auch dürfen die Kantenpressungen die Größe der zulässigen Inanspruchnahme nicht überschreiten. Ebenso darf die Resultierende, um ein Gleiten zu verhindern, von einer Senkrechten zur gedrückten Fuge im Fußpunkt, um nicht mehr als den Reibungswinkel abweichen.

14. Untersuchung einer Stützmauer.

64. Wir wollen dieselbe an der in Fig. 108 dargestellten Stützmauer vornehmen und zwar in der Weise, daß es uns möglich ist, den Druckpunkt in jeder Mauerfuge zu bestimmen. Es hat diese Art der Untersuchung den Vorteil großer Uebersichtlichkeit. Wir teilen uns die Mauer in gleich große Teile, bei uns in 4, lassen in den Schwerpunkten S_1, S_2, S_3 und S_4 die Kräfte G_1, G_2, G_3 und G_4 vertikal wirken, welche proportional sind den Gewichten der Mauerwerksp Prismen in kg mit den 4 Querschnittsflächen als Grundflächen und der Höhe 1 m. Es sei nun das Dreieck M, N, P das Erddruckdreieck, so teilen wir dasselbe durch Verlängerung der Geraden HJ, FG und CD ebenfalls in 4 gleich hohe Teile und erhalten dadurch das

\triangle PQR und die Trapeze
 QRST
 STUV und USMN.

Die Schnittpunkte der Parallelen durch die Schwerpunkte S_1, S_2, S_3 und S_4 derselben ergeben mit der Rückenwand der

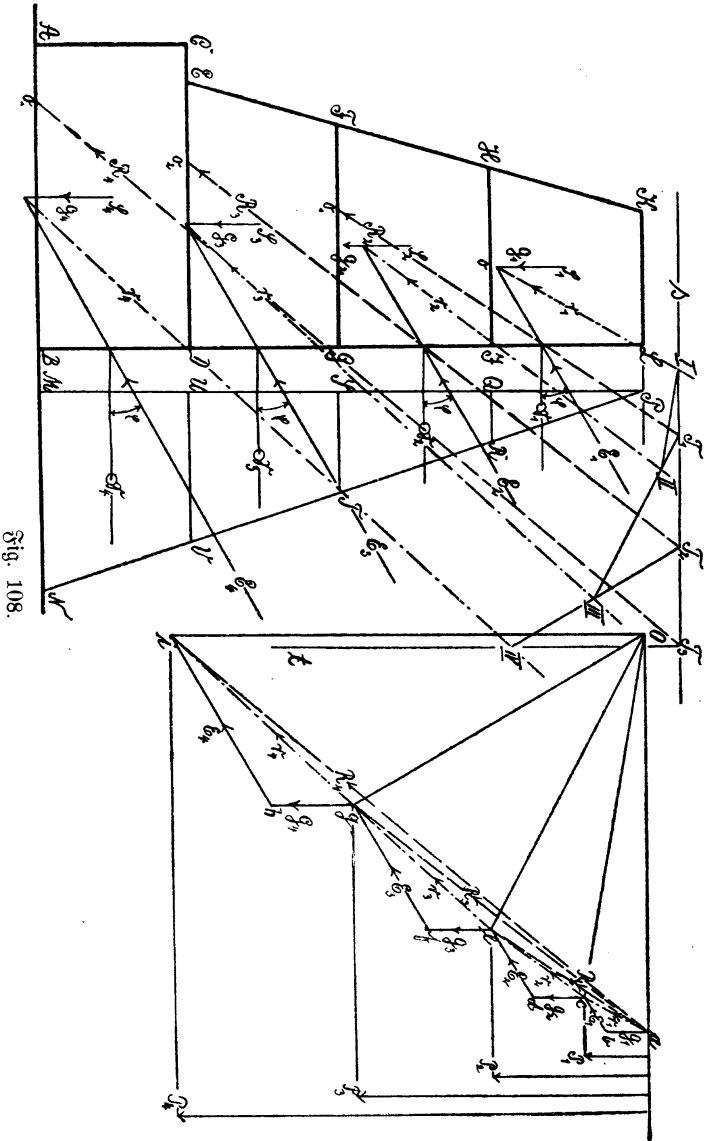


Fig. 108.

Mauer die Angriffspunkte für die Erddrücke E_1, E_2, E_3 und E_4 und die Geraden in diesen Punkten an die Parallelen unter dem natürlichen Böschungswinkel S gezogen, die Richtung derselben. Ihre Größe ist proportional den Gewichten der Erdprismen in kg mit den 4 Querschnittsflächen als Grundflächen und der Höhe 1 m.

65. Empfehlenswert ist es auch, wenn man das für Erde ermittelte Druckdreieck in ein solches von Mauerwerk umwandelt, indem man einfach die Grundlinien im Verhältnis der spezifischen Gewichte von Erde und Mauerwerk bemißt. Nun setzen wir das Gewicht einer jeden unserer 4 Mauer-schichten mit dem auf sie kommenden Erddruck zu den Resultierenden r_1, r_2, r_3 und r_4 zusammen. Es geschieht das in den Dreiecken ebc, cde, efg, ghi . Ziehen wir nun durch die Schnittpunkte von G_1 mit E_1, G_2 mit E_2 die Parallele zu S_1, S_2 , so erhalten wir in diesen Linien die Richtungen der Resultierenden für Erd- und Mauerdruck für jede unserer 4 Schichten. Fassen wir nun die r_1, r_2, r_3 und r_4 selbst als Kräfte auf und konstruieren wir uns mit dem Kräftezuge $acegi$ mit beliebig gewähltem Pole O den Kräfteplan $oacegi$, so erhalten wir durch Ziehen von Parallelen zu oa, oc, oe, og, oi zwischen den Krafrichtungen von r_1, r_2, r_3 und r_4 das Druckpolygon $sIIIIIIVt$. Bringen wir nun nacheinander die äußersten Druckpolygonseiten sI mit III, sI mit $IIII, sI$ mit $IIIIV$ und sI mit IVt zum Schnitt, so erhalten wir die Schnittpunkte IT_1, T_2 und T_3 , durch welche dann die Resultierende r_1 und G_1 und E_1, R_2 und r_1 und r_2, R_3 und r_1, r_2 und r_3 und R_4 und r_1, r_2, r_3 und r_4 gehen muß, parallel zu den Linien ac, ae, ag und ai . Es bleibt nur noch zu untersuchen, wo die r_1, R_2, R_3 und R_4 die betreffenden Fugen treffen. In Fig. 108 sind es die Punkte o, o_1, o_2, o_3 . Die r_1, R_2, R_3 und R_4 zerlegen wir wieder in je eine Vertikalkomponente P_1, P_2, P_3 und P_4 , und je eine Horizontalkomponente.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Einleitung	1
2. Das graphische Rechnen	2
3. Zusammensetzen der Kräfte	11
4. Zerlegen der Kräfte	16
5. Zusammensetzen von Kräften, die sich nicht auf der Zeichenebene schneiden	41
6. Graphische Bestimmung des statischen Momentes	53
7. Graphische Schwerpunktsbestimmungen	56
I. Das Dreieck	56
II. Das Viereck	57
III. Das Polygon oder Vieleck	59
8. Graphische Darstellung des Trägheitsmomentes	61
a) Der belastete Träger	63
b) Der durch Einzellasten beanspruchte Träger	64
c) Der durch gleichmäßig verteilte Last beanspruchte Träger	68
d) Der durch Einzelkräfte und gleichmäßig verteilte Last beanspruchte Träger	70
9. Druckverteilung im Mauerwerk	72
a) Centrisch, axiale Belastung	72
b) Centrisch, schiefe Belastung	73
c) Excentrische Belastung	74
10. Das Gewölbe	80
a) Das beiderseitig gleich belastete Gewölbe	81
b) Das einseitig belastete Gewölbe	83
c) Maximal- und Minimaldrucklinie	85
11. Das Widerlager	88
12. Der Pfeiler	89
13. Der Erddruck	90
14. Untersuchung einer Stützmauer	95

Sachregister.

(Die beigebructen Zahlen geben die Saznummern an.)

- | | |
|---|--|
| <p>A.</p> <p>Analytische Statik 1.
Angriffsmoment 46.
Angriffspunkt 46.
Auflager 37.
Auflagerpunkt 37.
Auflagerreaktion 33, 45.</p> <p>B.</p> <p>Belastung 47.
— centriſch, axiale 49.
— centriſch, ſchiefe 50.
— excentriſche 51.
Beſchleunigungslinie 16.
Biegungsmoment 46.
Bruchfuge 56.</p> <p>C.</p> <p>Cremona, Turin 26.
Culmann, Zürich 1.</p> <p>D.</p> <p>Dimension 1.
Drehachſe 40.
Drehpunkt 23.
Drehzwilling 38.
Drucklinie 54.
Druckpolygon 38, 65.
Druckſpannung 38.</p> <p>E.</p> <p>Erddruck 60.
Erddruckdreieck 61.</p> <p>F.</p> <p>Festigkeitscoefficienten 51.
Firſtpunkt 37.</p> | <p>G.</p> <p>Geschwindigkeitslinie 16.
Gewölbe, ſtügling 56.
Gleitebene 61.
Graphiſche Statik 1.
Graphiſches Rechnen 3, 43.
Gurtung 33.</p> <p>H.</p> <p>Hebelarm 20, 37.
Horizontalkomponente 65.
Horizontalkraft 54.</p> <p>I.</p> <p>Inanspruchnahme, zuläſſige 49.</p> <p>K.</p> <p>Kämpferdruck 53.
Kantenspannung 51.
Kerngrenze 51.
Knotenpunkt 26.
Komponente 27, 38.
Konſtruktion, techniſche 1.
Kraft 40.
Kräfte dreieck 19, 25.
Kräftepaar 38.
Kräfteplan 38.
Kräftepolygon 19, 38.
Kräftezuſtand 38.
Kraftrichtung 38, 40.</p> <p>L.</p> <p>Linienzug 38.</p> <p>M.</p> <p>Maximaldrucklinie 56.
Maximalmoment 48.</p> |
|---|--|

Meterfilogramm 40.
Minimaldrucklinie 56.
Mitteltransversale 46.
Mittelwert 49.
Moment, statisches 40.
— der Resultante 20.
Momentengleichung 29.
Momenteneinheit 40.
Momentenfläche 46.

P.

Perrondach 28.
Pol 38.
Poldistanz 48.
Polentfernung 44.
Polonceau-Binder 33.
Polstrahl 54.

R.

Reaktionswirkung 39.
Rebhahn 61.
Rechenoperation 2.
Reduktion 53.
Reibungswinkel 50, 63.
Resultante 19.
Resultierende 38.
Reibungswiderstand 50.

S.

Schlußlinie 38.
Schubkraftfläche 46.
Schwerlinie 43.

Schwerpunkt 41.
Seilpolygon 38.
Seilpolygonseite 46.
Stabilität 51.
Stabkraft 28.
Statik, technische 1.
Statisches Moment 2.
— — einer Kraft 20.
Streckkraft 37.
Stüßmauer 63.
Symmetrieachse 43.

T.

Teilkraft 39.
Trägheitsmoment 44.

V.

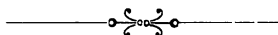
Verkehrslast 53.
Vertikalraft 45.
Vertikalstange 30.

W.

Wasserdruckdreieck 63.
Weglinie 16.
Widerstandsmoment 51.

Z.

Zeitachse 16.
Zerlegen der Kräfte 25.
Zugfestigkeit 27.
Zugkraft 25.
Zugstange 36.



U f e r b a u.

Bearbeitet von

Regierungsbaumeister Schulze.



Potsdam und Leipzig.

Verlag von Bonneß & Sachfeld.



Alle Rechte vorbehalten.



Uferbau.

Erstes Kapitel.

A. Zweck und Ziel des Uferbaues.

1. Ziel des Uferbaues ist die *Herstellung einer widerstandsfähigen Uferbefestigung*. Es soll mittelst der letzteren erreicht werden, daß der Angriff des Wassers, welcher durch Strömung, Eisgang oder Wellenschlag erfolgt, möglichst abgeschwächt wird, so daß Abspülungen der Ufer vermieden werden. Derartige Uferbefestigungen kommen an Kanälen, Bächen, Flüssen, Strömen, Seen und am Meeresufer zur Ausführung.

2. Je stärker der Angriff des Wassers ist, desto widerstandsfähiger müssen auch die Uferbefestigungen ausgeführt werden. In *Flussskrümmungen* findet auf der äußeren

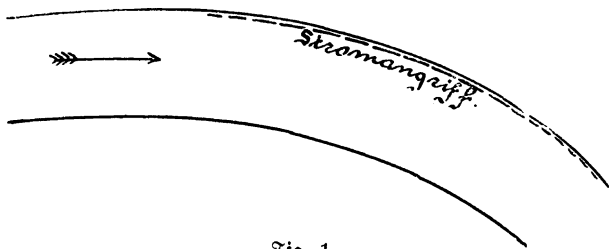


Fig. 1.

Darstellung des Stromangriffs in einer Flußkrümmung.

Seite der Krümmung infolge der größeren Wassergeschwindigkeit ein stärkerer Angriff des Wassers statt als auf der inneren Seite (s. Fig. 1), an solchen Stellen ist daher die Herstellung befestigter Ufer mit besonderer Sorgfalt durchzuführen; auch dort, wo infolge vorherrschender starker Winde eine besondere Gefährdung des Ufers eintritt, ist die Uferbefestigung mit großer Aufmerksamkeit herzurichten.

3. Ein weiterer Zweck der Uferbefestigung kann es sein, den *Verkehr zwischen Schiff und Land* zu vermitteln. Massengüter und Stückgüter sollen ohne große Erschwernis vom Schiff auf Eisenbahnwagen oder Landfuhrwerk geladen, oder sie sollen auf Lagerplätze oder in Güterschuppen geschafft werden können. Auch in diesen Fällen bedient man sich der Uferbefestigungen, welche eine bequemere Verladung als die gewöhnlichen Ufer ermöglichen.

B. Arten der Uferbefestigungen.

4. Es gibt nun eine sehr große Zahl von Uferbefestigungen. In jedem Falle wird man die Auswahl der Befestigungsart von den Umständen abhängig machen. Man wird den Baugrund, die vorhandenen Baumaterialien, die Baukosten, die Art des Wasserangriffs, die Art des Verkehrs u. s. w. berücksichtigen und demgemäß die Auswahl aus den bestehenden Konstruktionsarten treffen müssen.

5. Im wesentlichen unterscheidet man zwei große Gruppen von Uferbefestigungen:

1. Flache Böschungen. Mit dieser Bauart wird lediglich der Zweck verfolgt, das Wasser einzufassen und das Ufer gegen den Stromangriff zu sichern. Es muß ausreichender Raum vorhanden sein, um diese flachen Böschungen, welche viel Baugelände beanspruchen, herzustellen.

2. Steile Böschungen. Mit dieser Bauart wird der Regel nach der Zweck verfolgt, Schiffen das Löschen und Laden zu ermöglichen; sie erfordern weit weniger Baugelände als flache Böschungen, sind aber der Regel nach wesentlich teurer.

Die Ufer können mit Rasen, Holz, Steinen und auch Eisen oder unter Verwendung von mehreren dieser Baumaterialien befestigt werden.

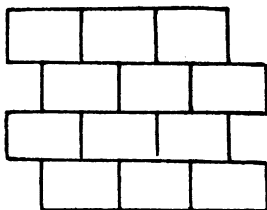
1. Uferbefestigungen mit flachen Böschungen.

6. Soweit das Ufer über dem höchsten Wasserstande und dem Wellenschlage liegt, ist es keinen besonderen Beanspruchungen ausgesetzt. Es wird daher im allgemeinen an solchen Stellen in gleicher Weise anzulegen sein wie die Böschungen von Dämmen. Bei Felsboden wählt man eine Böschungsneigung von $1:1/4$ bis $1:3/4$; bei festen, bindigen Bodenarten kann man Neigungen von $1:1$ bis $1:1\frac{1}{2}$ wählen, während man bei leichtem Sandboden das Verhältnis $1:2$ bis $1:2\frac{1}{2}$ und $1:3$ festhalten muß.

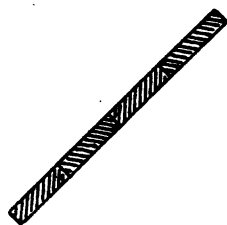
a) Rasenbefeidung.

7. Es empfiehlt sich, die Böschungen mit einer recht *dichten Grasnarbe* zu bekleiden. Zu diesem Zweck kann man die Böschungsoberfläche mit Rasenstücken von etwa 8—10 cm Stärke und 30 bis 50 cm Seitenlänge (s. Fig. 2 Aufsicht, und senkrechtcr Schnitt). Die einzelnen Stücke müssen dabei regelrechten Verband erhalten, damit keine durchgehenden Längsfugen

von oben nach unten entstehen. Letztere würden bald durch Niederschläge ausgewaschen werden und die Festigkeit der Decke vermindern bezw. zu Abrutschungen führen.



Ansicht einer Ufereinfassung aus Rasenbefeidung.



Senkrechter Schnitt durch die Rasenbefeidung.

Fig. 2.

8. Ist der Boden der Böschung unfruchtbar, dann muß man ihn zuvor mit einer Schicht fruchtbaren Boden (sogen. Mutterboden) bedecken, ehe man ihn mit Rasenstücken bekleidet; alsdann erfolgt das Anwachsen des Rasens wesentlich rascher.

Böschungen sollen tunlichst nicht im Spätsommer oder Herbst mit Rasen bekleidet werden, da dieser alsdann nicht mehr vor Eintritt des Winters festwächst.

9. Falls Rasenstücke zum Bekleiden der Böschung nicht zur Verfügung stehen, muß man zunächst eine etwa 10 bis 20 cm starke Schicht von fruchtbarem Mutterboden auf die Böschungsoberfläche bringen, alsdann wird diese mit gutem Grassamen angefü. Das Anfü erfolgt zweckmäßig im Frühjahr.

Böschungen, welche mit Rasenstücken bekleidet sind, müssen anfänglich feucht gehalten werden, damit der Rasen nicht austrocknet und verdorrt.

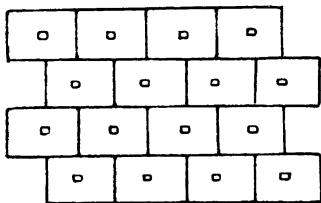
Angefüte Böschungen und solche, die mit Rasenstücken bekleidet sind, müssen mit der sogenannten Rasenklatsche festgeschlagen werden. Es ist streng darauf zu achten, daß die Fugen zwischen den einzelnen Rasenstücken möglichst klein sind. Zweckmäßig ist es, die Rasenstücke nach dem Verlegen leicht zu übererden.

10. Auch solche *Uferböschungen*, welche *über dem Mittelwasser* liegen, sind häufig mit einer festen Rasendecke gegen den Wasserangriff ausreichend gesichert. Zur größeren Sicherheit wählt man flachere Neigungen als die bei Dämmen üblichen.

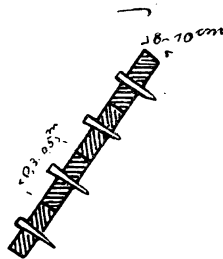
Die *Deichanlagen* erhalten Neigungen von 1 : 3 bis 1 : 4 auf der Wasserseite; nur wenn starker Stromangriff und heftiger Wellenschlag zu fürchten ist, wählt man flachere Neigungen von 1 : 4 bis 1 : 6 und geht ausnahmsweise bis zur Neigung von 1 : 12.

11. Ist das Anwachsen der Rasenstücke wegen später Jahreszeit ungewiß, oder ist der Eintritt von Hochwasser zu befürchten, dann hilft man sich damit, daß man den Rasen befestigt. Zu diesem Zweck legt man eine dünne Schicht von Reisig parallel zur Flußrichtung auf die Rasenstücke; alsdann legt man quer zu dieser Schicht Lattenstangen oder Latten, welche an senkrechten Pfählen befestigt sind; letztere werden in die Böschung geschlagen.

12. Die Reisigschicht kann auch durch verzinkten Eisendraht an senkrechten Pfählen befestigt werden, indem man ihn quer zur Reisigdecke zwischen die eingeschlagenen Pfähle spannt.



Aussicht auf die angepflöckten Rasenstücke einer Uferbefleidung.



Senkrechter Schnitt durch die angepflöckten Rasenstücke.

Fig. 3.

Eine Befestigung der Rasenstücke kann auch durch Anpflöcken erfolgen. Man treibt alsdann durch jedes der 0,3 bis 0,5 m langen und ebenso breiten Rasenstücke einen Holzpflock bis in die Böschung (s. Fig. 3).

b) Schilf- und Weidenpflanzung.

13. Eine Sicherung des Ufers, welches von den gewöhnlichen Wasserständen bespült wird, ist meistens dann

nötig, wenn unterhalb des Mittelwassers eine Uferbefestigung fehlt.

a) Zu diesem Zweck findet eine *Schilfpflanzung auf einer Berme* mit großem Vorteil Verwendung (s. Fig. 4). Hierbei werden die einzelnen Schilfpflanzen in den Boden der Berme hineingelegt und alsdann mit Boden bedeckt. Die Herstellungskosten einer derartigen Uferbefestigung sind im Verhältnis zu den Kosten anderer Anlagen ähnlicher Art sehr gering. Der Schutz des Ufers ist ein sehr wirksamer.

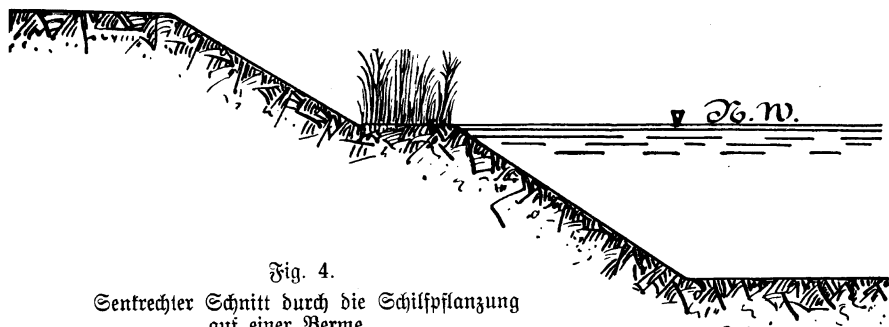


Fig. 4.

Sentrechter Schnitt durch die Schilfpflanzung auf einer Berme.

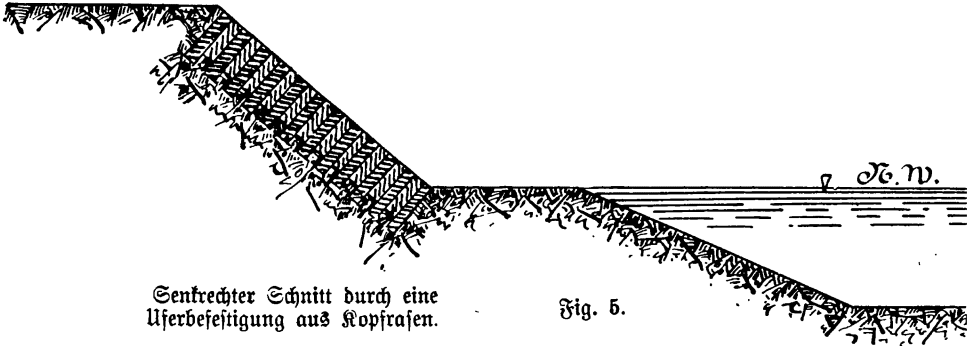
14. b) In ähnlicher Weise wie die Schilfpflanzungen werden die *Weidenpflanzungen* angelegt, indem statt des Schilfs Weidenstecklinge zur Verwendung kommen. Auch diese Befestigungsart des Ufers bildet gegen Strömung und Wellenschlag ein wirksames Mittel. Es ist indessen erforderlich, daß die Weiden nicht zu lange unter Wasser stehen, da sie sonst ersticken. Andererseits dürfen sie nicht zu trocken stehen, da sie viele Bodenfeuchtigkeit zum Gedeihen nötig haben. Die Weiden liefern beim Schneiden einen guten Ertrag (Korbweiden); sie müssen vor dem Winter geschnitten werden, da sonst Eisschollen an ihnen festfrieren und die Böschungen beim Forttreiben gefährden.

c) Kopfrasen.

15. c) Ist stärkerer Wellenschlag vorhanden, dann reicht eine Befestigung der Böschung mit Flachrasen nicht mehr aus und man muß *Kopfrasen* wählen. Hierbei ragen nur die Köpfe der Rasenstücke bis in die Böschungslinie hinein (s. Fig. 5). Man kann auch mehrere Lagen Kopfrasen in Verband setzen und erzielt alsdann eine widerstandsfähigere Uferbekleidung.

d) Spreutlage, Rauwehr, Senkstück.

16. Steilere Uferböschungen und solche, die starkem Wasserangriff ausgesetzt sind, befestigt man zweckmäßig durch sogenannte *Spreutlagen*, *Rauwehre* und *Senkstücke*.



Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus Kopfrasen.

Fig. 5.

Spreutlagen können aus totem (trockenem) oder lebendem (frischem) Material hergestellt werden. Man nimmt zu diesem Zweck Weidenruten von etwa 2 bis 3 m Länge. Mit diesen Weidenruten wird die Böschung derartig belegt, daß die Stammenden gegen den Strom gefehrt sind, während die Wipfelenden nach oben liegen: die Stammenden legt man in Rinnen, welche parallel zur Stromrichtung auf der Böschung hergestellt werden, die Rinnen erhalten 10 oder 20 cm Tiefe. Die Weidenruten werden alsdann in etwa 0,6 m Abstand mit

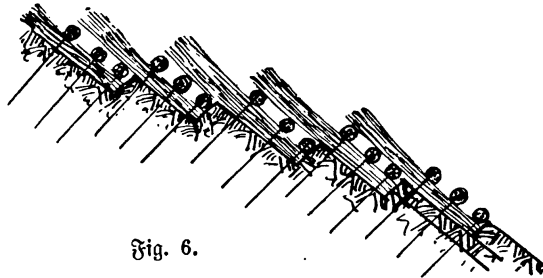


Fig. 6.

Senkrechter Schnitt durch eine Spreutlage.

fogen. Würsten befestigt (s. Fig. 6). Letztere werden quer über die ausgebreiteten Weidenruten gelegt und mit etwa 1,0 bis 1,2 m langen Pfählen in der Böschung befestigt. Die Herstellung der Würste wird weiter unten näher beschrieben.

17. Die Weidenruten der Spreutlage erhalten also die Richtung quer zum Flußlauf; die Wipfelenden der zweiten (unteren) Lage überdecken stets die Stammenden der ersten (oberen) Lage.

Je größer die Böschungsbreite ist, desto mehr Lagen von Weidenruten müssen verwendet werden.

Die ganze Spreutlage wird nach Vollendung mit Mutterboden überschüttet. Die Weiden wachsen alsdann ziemlich schnell und schützen die Ufer sehr wirksam durch ihre Wurzeln und Zweige.

Zweites Kapitel.

e) Herstellung der Würste.

18. Würste werden auf der sogenannten Wurstbank hergestellt. Dieses ist eine Anzahl von schräg in den Boden getriebenen Pfählen, die mit einem Sägebock Ähnlichkeit haben. Man gibt der Wurstbank rd. 1 m Höhe und setzt die Pfähle

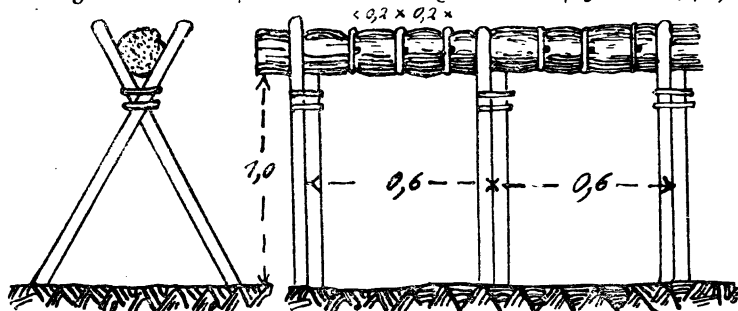


Fig. 7a.

Fig. 7b.

Senkrechter Schnitt durch eine Wurstbank. Seitenansicht einer Wurstbank.

in rd. 0,5 bis 0,8 m Abstand (s. Fig. 7, a, b und c). Auf die Wurstbank legt man die einzelnen Weidenruten und umschürt sie in etwa 20 bis 30 cm Abstand mit geglühtem Draht oder mit Bindeweiden. Die Weiden müssen derart zusammengeschnürt werden, daß die Wurst etwa 10 bis 15 cm Durchmesser erhält. Die Länge der Wurst ist etwa 15 bis 30 m. Die Stamm- und Wipfelenden der Weidenruten überdecken sich in der Wurst; der äußere Umfang muß möglichst gleichmäßig sein.

f) Faschinen.

19. Die Weidenruten werden meistens als sogen. Faschinen angeliefert (s. Fig. 7c); dieses sind Bündel von Weidenruten oder sonstigem Reisig in Stärke von rd. 30 cm am Stammende. Die Länge der Faschine ist etwa

3,0 m; sie ist an 2 Stellen durch Draht oder Bindeweiden zusammengeschnürt. Die einzelnen Ruten sollen etwa 3–4 cm

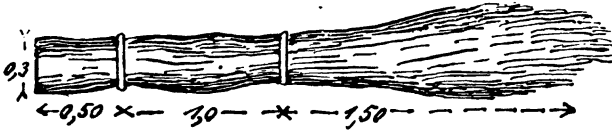


Fig. 70. Seitenansicht einer Faschine.

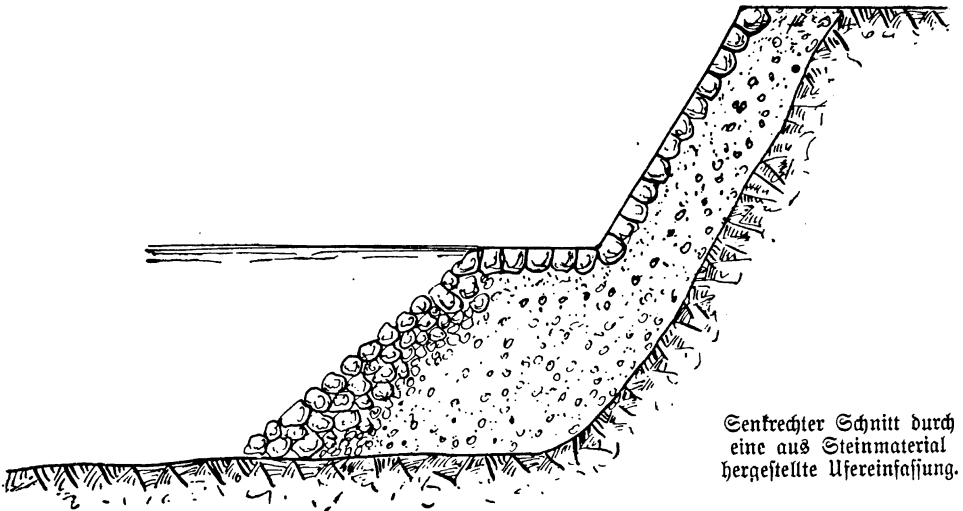
stark fein; zu ihnen können auch Nadel- oder Laubhölzer Verwendung finden.

g) Das Rauwehr.

20. Das sogenannte Rauwehr unterscheidet sich von der Spreutlage dadurch, daß die einzelnen Weidenruten nicht senkrecht zum Stromlauf, sondern ihm parallel gelegt werden. Die Rinnen für die Stammenden liegen quer zum Stromstrich; die Wipfelenden der Weidenruten liegen stromab, die Stammenden stromauf. Die Befestigung des Rauwehres ist genau wie die der Spreutlage.

h) Uferbefestigungen aus Steinmaterial.

21. Größere Dauer als die hier bislang erwähnten Uferbefestigungen aus Faschinen u. s. w. gewährleisten solche aus



Senkrechter Schnitt durch eine aus Steinmaterial hergestellte Uferbefestigung.

Fig. 8.

Steinmaterial, wie solche nachstehend behandelt werden sollen. Holz und Bujchwerk ist der Fäulnis ausgesetzt; an der See

leidet das Holz stark durch den Bohrwurm; es kann aus diesem Grunde häufig überhaupt nicht zur Verwendung zugelassen werden.

Steinböschungen bieten dem Stromangriff und dem Eisgang einen wirksamen Widerstand. Bis zum Niedrigwasser können diese Steinböschungen nur als Schüttungen hergestellt werden; oberhalb des Niedrigwassers ist Steinpackung und Pflasterung möglich.

22. Bei *Steinschüttungen* wendet man auf der Wasserseite möglichst große und schwere Steine an. Häufig wird auf der Uferseite unter den schweren Steinen nur eine Schüttung aus grobem Kies ausgeführt, um den Uferschutz billiger herzustellen. Diesen Kies wird man vielfach an Ort und Stelle gewinnen können.

Es ist zweckmäßig, bei Steinschüttungen in Höhe des Niedrigwassers ein Bankett von 0,5 bis 1,0 m Breite anzulegen.

Dieses Bankett läßt sich wie die oberhalb liegenden Teile der Böschung als Pflaster in grobem Kies herstellen. Das Bankett gewährt dem oberen Böschungspflaster einen sicheren Halt (s. Fig. 8).

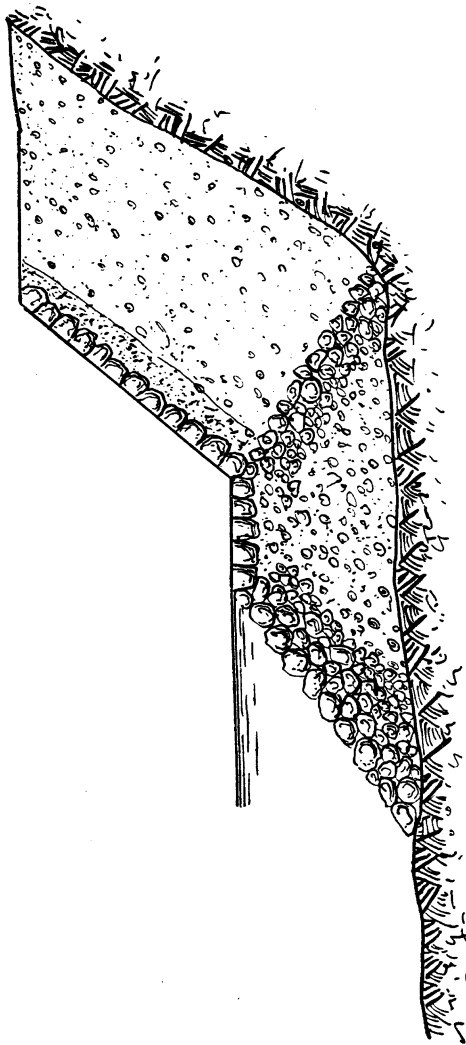
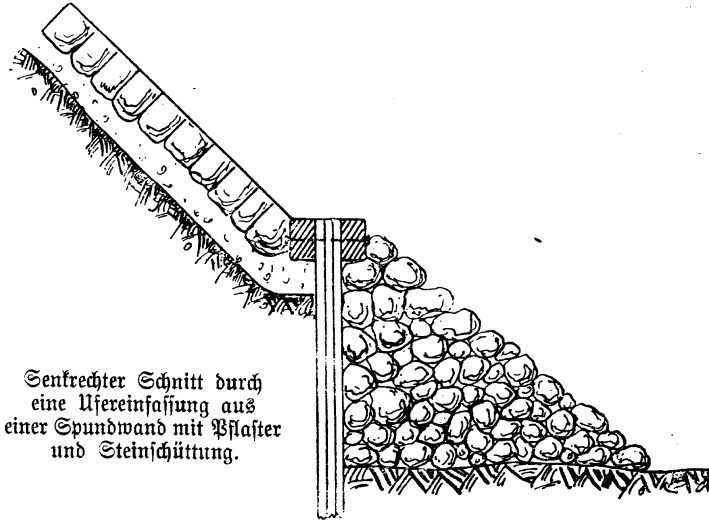


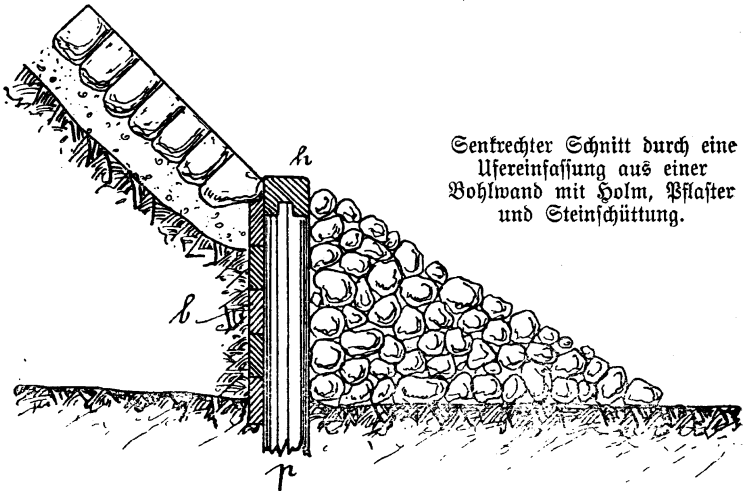
Fig. 9. Schräger Schnitt durch eine Uferbefestigung aus Steinschüttung und Pflaster.

23. Uferbefestigungen mit *Steinschüttung* und *Pflaster* führt man auch nach Fig. 9 aus. Diese Bauart wird man



Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus einer Spundwand mit Pflaster und Steinschüttung.

Fig. 10.



Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus einer Bohlwand mit Holm, Pflaster und Steinschüttung.

Fig. 11.

zweckmäßig dann wählen, wenn Kies billig zu beschaffen ist, während das Steinmaterial teuer ist.

24. Ist die Wassertiefe erheblich, dann wendet man bis-

weilen eine *Spundwand* an, die zur Sicherung der Steinböschung dient (siehe Fig. 10). Nötigenfalls kann man diese Spundwand auch nach der Landseite zu verankern. Derartige Spundwände, welche dauernd unter Wasser sind, haben eine lange Dauer. Die Spundwand wird oben mit Zangen versehen, so daß sie dem Druck des Pflasters möglichst großen Widerstand entgegensetzt.

25. Wesentlich billiger wird eine derartige Uferbefestigung, wenn statt der Spundwand nur eine *Bretter-* oder *Bohlwand* angewendet wird (s. Fig. 11). Zu dem Zweck werden einzelne senkrecht gerammte Pfähle *p* oben mit einem wagen-

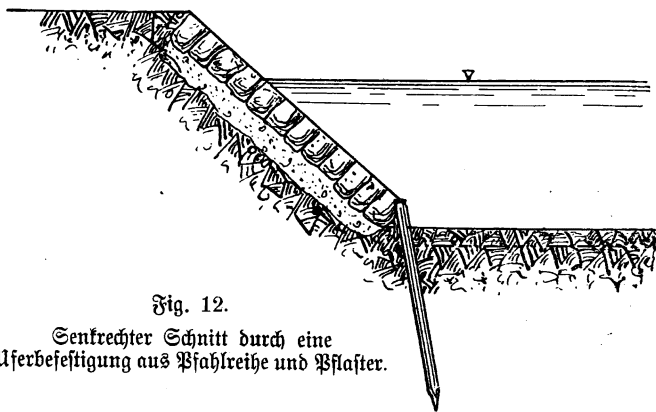
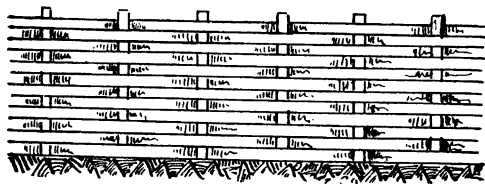


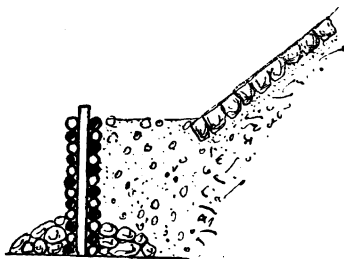
Fig. 12.

Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus Pfahlreihe und Pflaster.

rechten Holm *h* versehen. Die Bohlwand *b* wird dann auf der Landseite gegen die senkrechten Pfähle genagelt.



Ansicht eines Flechtzaunes.



Senkrechter Schnitt durch einen Flechtzaun als Uferbefestigung.

Fig. 13.

26. Eine einfachere Art der Uferbefestigung ist in Fig. 12 dargestellt. Eine *Pfahlreihe*, die zweckmäßig ohne Zwischenraum hergestellt wird (Pfahl an Pfahl), schützt hier das Pflaster gegen Abrutschen.

27. Auch ein *Flechtzaun* kann nach Fig. 13 dem Ufer Schutz gewähren.

Doppelte Flechtzäune sind in Figur 14 verwendet worden. Der Zwischenraum ist mit grobem Kies gefüllt. Das Pflaster stützt sich gegen den so gebildeten Körper.

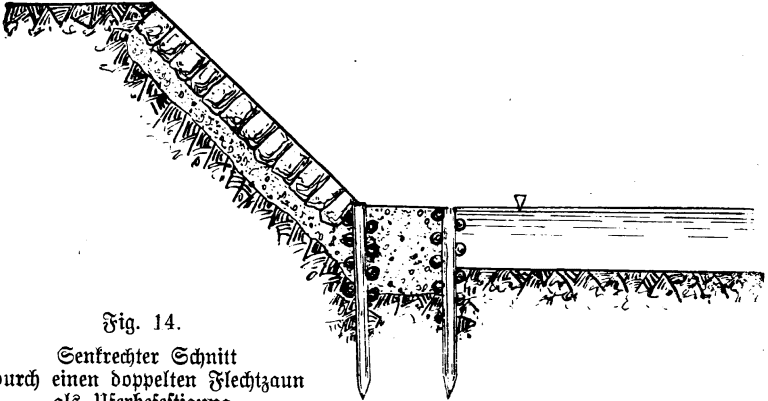


Fig. 14.
Senkrechter Schnitt
durch einen doppelten Flechtzaun
als Uferbefestigung.

28. Ferner finden *Senkfaschinen* nach Fig. 15 mit anschließendem Pflaster zur Befestigung des Ufers häufig Verwendung.

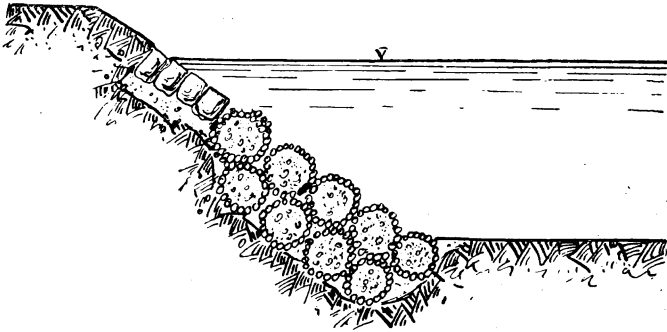


Fig. 15.
Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus Senkfaschinen.

i) Herstellung eines flechtzaunes.

29. Ein Flechtzaun besteht aus senkrechten oder schrägen Pfählen mit zwischengeflochtenen Flechtruten (Fig. 13). Die Pfähle erhalten 0,4 bis 0,8 m Abstand und

8 bis 15 cm Stärke. Die einzelnen Flechtruten werden wagerecht um die Pfähle geflochten; sie müssen möglichst biegsam und etwa 2 bis 3 cm stark sein. Muß der Flechtzaun unter Wasser hergestellt werden, dann läßt man die Pfähle bis zur Höhe des Niedrigwassers reichen; in dieser Höhe bringt man die Flechtruten um die Pfähle und drückt sie dann bis zur Flußsohle mit Holzgabeln oder dergl. hinab.

Die senkrechten bezw. schrägen Pfähle müssen mindestens die gleiche Länge im Boden haben als über ihm. Der Raum zwischen dem Flechtzaun und dem Ufer wird mit grobem Kies, Steinmaterial oder dergl. hinterfüllt.

k) Herstellung von Senkfaschinen.

30. Eine Senkfaschine ist eine mit Steinmaterial gefüllte Wurst. Größere Senkfaschinen erhalten 4 bis 6 m Länge und 0,5 bis 1,0 m Stärke.

Die Herstellung der Senkfaschine erfolgt auf der sogen. Bank. Letztere wird errichtet, indem man zwei Längshölzer l_1 u. l_2 parallel dem Flußufer wagerecht am Boden ausstreckt und durch kleine senkrechte Pfähle p in ihrer Lage befestigt (Fig. 16a, b u. c). Alsdann werden noch schräge Pfähle s eingeschlagen, darauf die Riegel r eingelegt und befestigt.

31. Zur Herstellung der Senkfaschinen benutzt man nun gewöhnliche Faschinen; man legt etwa 4 bis 8 Stück von ihnen derart der Länge nach auf die Bank, daß eine Hälfte der Faschinen mit dem Stammende nach der einen Seite der Bank, die andere Hälfte mit dem Stammende nach der anderen Seite der Bank gerichtet ist. Die Wipfelenden sind also gegeneinander gekehrt. Die Faschinen werden aufgeschnitten, d. h. die Bindeweiden bezw. der Draht wird entfernt. Die einzelnen Ruten der Faschine werden nun wagerecht auf der Bank auf den schrägen Seitenpfählen ausgebreitet, so daß eine dünne, gleichmäßig starke (ca. 10 cm) Lage entsteht. Für die Enden der Senkfaschine bildet man Pfropfen aus Strauchwerk, welche einen möglichst dichten Schluß der Senkfaschine beiderseits bilden sollen.

32. Die ausgebreiteten Weidenruten werden nun mit einer Schicht von Steinen oder grobem Kies gleichmäßig bedeckt; man nimmt etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ cbm dieses Materials. Ueber diese Steinschicht werden wiederum in gleicher Weise, wie oben geschildert, etwa 4 bis 5 Faschinen ausgebreitet, von denen ebenfalls zuvor die Bindeweiden (bezw. der Draht) zu entfernen sind.

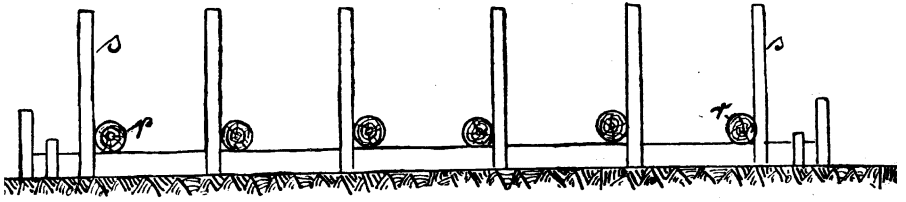


Fig. 16a. Seitenansicht der Senfmaschinenbank.

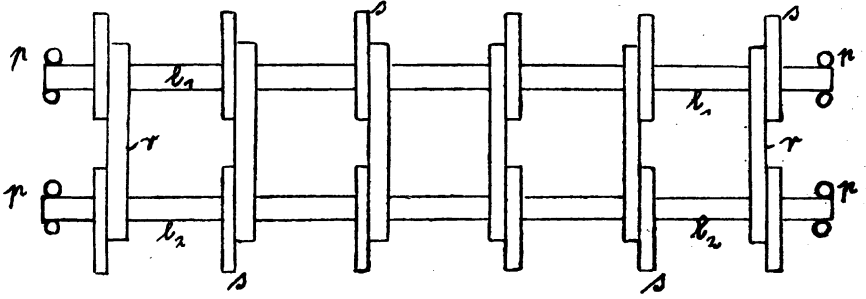


Fig. 16b. Aufsicht auf die Senfmaschinenbank.

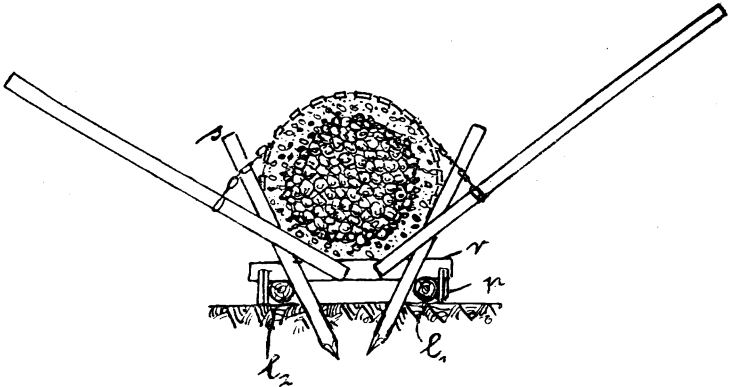


Fig. 16c. Senkrechter Querschnitt durch die Senfmaschinenbank und Senfmaschine.

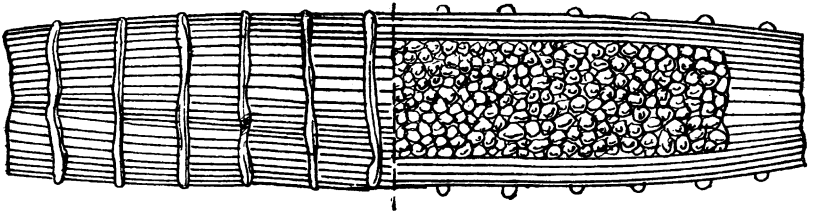


Fig. 16d. Ansicht und Längsschnitt einer Senfmaschine.

33. In 0,3 m Abstand wird die Faschine alsdann mit geglühtem Eisendraht (etwa 3 mm stark) oder mit Bindeweiden umschnürt. Um ein festes Zusammenpressen zu erzielen, benutzt man eine sogen. Würgekette und zwei Hebel (siehe Fig. 16c). Vor dem Binden der Senkfaschine erfolgt stets erst das Zusammenpressen mittelst der Würgekette neben jeder Bindestelle. Als erstes Band wird das mittlere umgeschnürt, dann folgen die Endbänder und schließlich die Zwischenbänder. Ansicht und Längenschnitt einer Senkfaschine zeigt Figur 16d; Figur 16c gibt einen Querschnitt.

34. Von der Bank wird die Senkfaschine meistens unmittelbar in das Wasser gerollt. Muß sie im Fluß versenkt werden, dann bedient man sich der Prähme (flache Schiffe), von denen man Pfähle schräg ins Wasser stellt; auf diesen läßt man die Senkfaschine in stets wagerechter Lage ins Wasser gleiten.

Drittes Kapitel.

1) Packwerk.

35. Einen weiteren Uferschutz bildet das sogen. Packwerk (s. Fig. 17). Dieses findet vorzugsweise bei größeren Wassertiefen Verwendung. Packwerk wird aus Faschinen hergestellt.

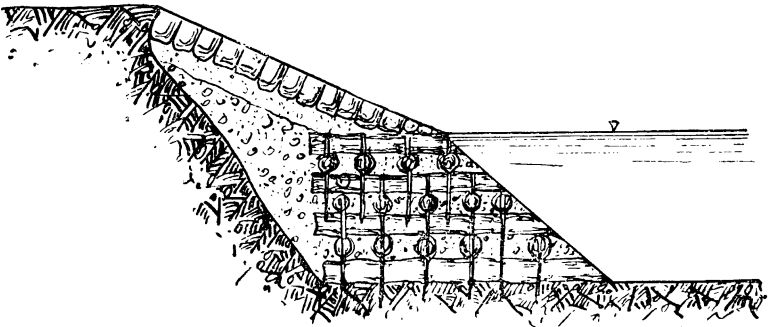


Fig. 17.

Senkrechter Schnitt durch eine Uferbefestigung aus Packwerk.

Letztere werden lagenweis übereinandergeschichtet; jede Lage erhält 0,5 bis 1,2 m Stärke. Ueber jede Faschinenlage wird eine Reihe von Würsten gelegt, diese wird durch Pfähle festgehalten. Eine Schicht von Steinen oder von grobem Kies beschwert jede Faschinenlage und senkt sie auf die vorausgehende Lage. Oberhalb des Niedrigwassers kann alsdann Pflaster an-

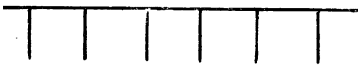
gebracht werden. Die Hinterfüllung des Packwerks erfolgt mit Kies, Geröll oder dergl.

m) Parallelwerke.

36. Andere Anlagen zum Uferschutz sind die Parallelwerke. Diese werden aus Pfählen, Flechtzäunen, Steinschüttungen, Packwerk u. s. w. hergestellt. Stromaufschließen sie sich an das Ufer an und verlaufen dann dem Wasserlauf (Stromstrich) parallel.

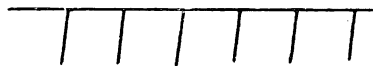
n) Buhnen.

37. Eine Einschränkung des Wasserlaufs bewirken die Buhnen (auch Schlingen genannt) (s. Fig. 18). Diese Buhnen sind gleichfalls Bauwerke aus Faschinen, Flechtzäunen, Pfählen, Stein- und Riesmaterial, Würsten u. s. w., welche sich vom Ufer in den Fluß hinein erstrecken. Die Richtung der Buhnen ist entweder normal zum Ufer (s. Fig. 18a), oder sie werden dem Strom entgegen gefehrt (inklinante Buhnen, Fig. 18b), oder mit der Stromrichtung



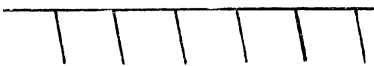
→
Strom

Fig. 18 a.



→
Strom

Fig. 18 b.



→
Strom

Fig. 18 c.

nach abwärts gefehrt (deklinante Buhnen, Fig. 18c). Deklinante Buhnen haben den Nachteil, daß das — wie beim Wehr — über die Buhne stürzende Wasser das Ufer angreift und seine Zerstörung herbeiführt.

38. Um das Wasser möglichst nach der Mitte des Flußlaufs zu lenken, gibt man der Oberfläche der Buhnen ein schwaches Gefälle vom Ufer nach dem Flusse zu.

Die Buhne wird am oberen Ende in das Ufer eingebunden; d. h. es wird im Ufer durch Ausgrabung eine sogen. Buhnenkammer hergestellt, in welche das eine Ende der Buhne hineingelegt wird, damit keine Hinterfüllung der Buhne stattfinden kann.

2. Ufereinfassungen mit steilen Böschungen.

39. Ufereinfassungen mit steilen Böschungen werden vorzugsweise aus Holz, Stein und Eisen hergestellt. Man unterscheidet Bohl- oder Bollwerke und Ufermauern.

a) Bohl- oder Bollwerke.

Bohl- oder Bollwerke stellt man am besten aus Eichenholz her; in einzelnen Fällen wendet man auch harzreiches

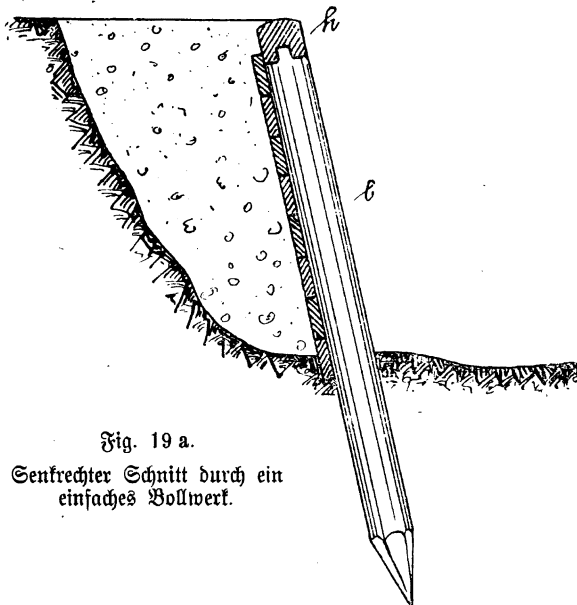


Fig. 19 a.

Senkrechter Schnitt durch ein einfaches Bollwerk.



Fig. 19 b. Wagerechter Schnitt.

Kiefernholz an; bisweilen kommen auch eiserne Pfähle zur Verwendung. Das Holz der Bollwerke soll durchaus gesund und geradfaserig sein.

Die Pfähle werden in Reihen der Regel nach schräg gestellt, so daß das untere Ende dem Stromstrich näher ist als das obere. Es geschieht dieses, damit dem Druck des hinter dem Bohlwerk lagernden Erdreichs besserer Widerstand ent-

gegengesetzt wird. Die Neigung der Pfähle wird auf etwa 1:6 bis 1:10 bemessen. Um dem Druck des Erdreichs noch besser entgegen zu wirken, bringt man Verankerungen an, welche eine Befestigung der Vollwerkpfähle nach rückwärts bewirken.

40. Bei schlechtem Baugrund muß ein Vollwerkpfehl mindestens die gleiche Länge im Boden haben als über ihm. Bei gutem Baugrund ist die Länge des Pfahls im Boden nur etwa halb so groß als über ihm.

Die Pfähle der Vollwerke faulen sehr leicht, da sie abwechselnd naß und trocken werden. Soweit die Pfähle dauernd vom Wasser bedeckt sind, halten sie sich vorzüglich, falls nicht der Bohrwurm sie zerstört.

41. Für die Höhe über Flußsohle, mittlere Stärke der Vollwerkpfähle und ihren Abstand von Mitte zu Mitte, sowie ihre Verankerung nach rückwärts ist etwa folgende Tabelle maßgebend:

Höhe über Flußsohle (freie Höhe)	2 ~ 3,5 m	3,5 ~ 5 m	5 ~ 7 m
Entfernung der Vollwerkpfähle von Mitte zu Mitte	1,5 ~ 1,3 m	1,3 ~ 1,2 m	1,1 ~ 1,0 m
Mittlere Stärke für Rundholz	0,80 ~ 0,85 m	0,85 ~ 0,86 m	0,86 ~ 0,88 m
Mittlere Stärke für Kantholz	0,20/0,25 m bis 0,25/0,30 m	0,25/0,30 m ~ 0,26/0,32 m	0,26/0,32 m ~ 0,28/0,34 m
Zahl der Anker	keiner oder etwa einer für jeden 4. Pfehl	jeder 2. oder 3. Pfehl ist zu ver- ankern.	jeder 2. Pfehl ist zu verankern, u. 2 Anker übereinander

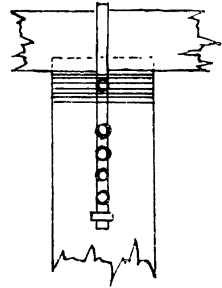
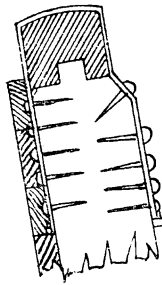
42. Vollwerke aus Holz haben gegenüber den widerstandsfähigeren Ufermauern den großen Vorteil der billigeren Herstellung; letztere kann rascher und mit geringeren Kosten erfolgen als der Bau einer gemauerten Uferbekleidung. Hölzerne Vollwerke erfordern indessen häufige Ausbesserungen; sie dürfen auch keinen großen Beanspruchungen durch Druck von oben her ausgesetzt werden.

Es ist untunlich, zu Vollwerken Kantholz zu verwenden, da es sich schwerer als Rundholz einrammen läßt (Drehen beim Einrammen).

43. Ueber die Pfehlköpfe der eingerammten Vollwerkpfähle b (s. Fig. 19a) legt man einen wagerechten Holm h; die ersteren werden in den letzteren eingezapft. Zweckmäßig erhält der Holm eine Abrundung auf der oberen Seite. Etwa

bei jedem 3. Pfahl wird der Holm durch einen eisernen Bügel mit dem Bollwerkspfahl verbunden (s. Fig. 20).

44. Die Bollwerkpfähle werden auf der Landseite mit Bohlen bekleidet, die am besten aus Eichenholz hergestellt werden. Die Bohlen nimmt man etwa 6 bis 8 cm stark; dort, wo sie abwechselnd naß und trocken werden, wählt man wohl auch 10 cm als Bohlenstärke.



Senkrechter Schnitt durch den oberen Teil eines Bollwerks.

Ansicht des Bollwerkpfahls von der Wasserseite.

Fig. 20.

45. Sehr zweckmäßig ist es, bei Bollwerken unterhalb des Niedrigwassers eine Spundwand anzuwenden, die sich gegen ein oberes Gurtholz lehnt und mit diesem und dem Bollwerkspfahl fest verbunden wird (s. Fig. 21).

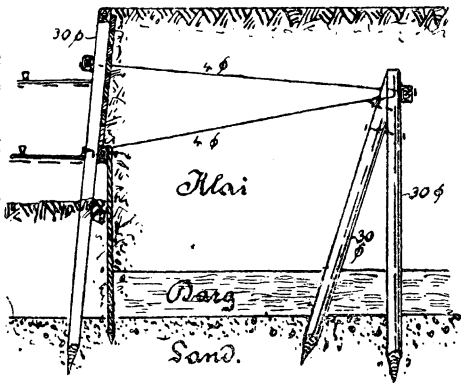


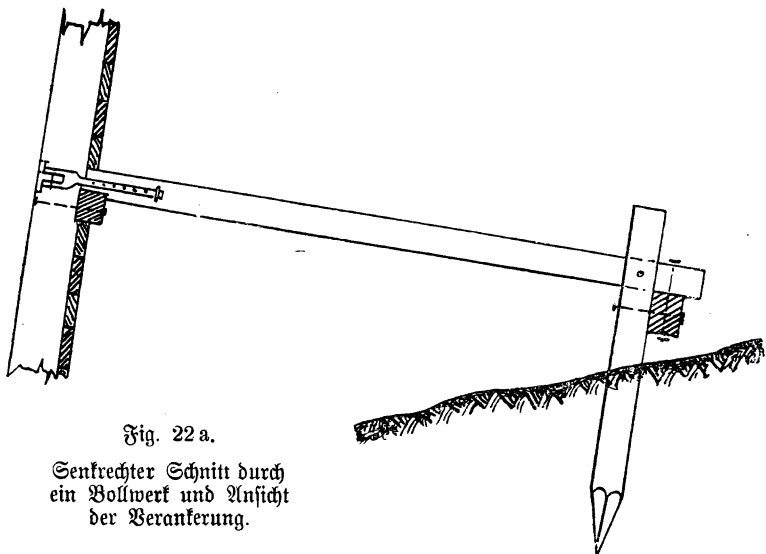
Fig. 21. Senkrechter Schnitt durch ein verankertes Bollwerk.

46. Ein Bollwerk einfacher Art stellt Fig. 19 dar. Die Hinterfüllung erfolgt zweckmäßig durch fette Erde, Ton oder Lehm, damit Sackungen vermieden werden und damit möglichst kein Auswaschen

des Bodens von der Wasserseite her durch die nie vollkommen dicht schließenden wagerechten Fugen der Bollwerkbohlen stattfindet. Eine Ueberdeckung der Fugen mit Leisten ist indessen unzweckmäßig, da diese die Fäulnis begünstigen. Die Bohlen werden nach sorgfältiger Behobelung nur stumpf aufeinander gelegt und alsdann festgenagelt.

Verwendet man zur Hinterfüllung des Bollwerks Kies, dann kann man wesentliche Vorteile durch Eingießen von Mörtel erzielen. Bisweilen wendet man als Hinterfüllung auch Beton mit reichlichem Sand- bzw. Kieszusatz an.

47. Verankerungen der Bollwerke werden bei mehr als 3 m Höhe des Bollwerks angewendet; sie werden der Regel nach nicht an jedem Bollwerkspfahl angebracht. Nur ausnahmsweise wird man bei sehr hohen Bollwerken doppelte Anker benutzen (zwei Anker übereinander) (s. Fig. 21). Um den vom Anker ausgeübten Zug gleichmäßig auf die Bollwerkspfähle zu übertragen, bringt man zweckmäßig ein Gurtholz an, welches eine wagerechte Verbindung unter den Bollwerkspfählen herstellt (s. Fig. 21). Gurtholz, Spundwand und Bollwerkpfahl werden durch einen Schraubbolzen verbunden, um einen festen Knotenpunkt zu erzielen.



48. Auf der Landseite wird der Anker häufig durch Ankerpfähle gehalten (s. Fig. 22a u. b und Fig. 24). Letztere sollen möglichst noch im gewachsenen Boden stehen, damit sie größeren Widerstand zu leisten vermögen.

Ankerpfähle werden meistens schräg gestellt und erhalten einen Querriegel und zur größeren Sicherheit auch noch schräge Pfähle als Stützen (s. Fig. 21 u. 24). Ferner wird der Regel nach nicht ein einzelner Ankerpfahl gewählt, sondern man nimmt deren zwei.

49. Zu den Ankern verwendet man gewöhnlich Schmiedeeisen (Rundeisen); die Stärke wählt man zu 20 bis 50 mm. Man läßt die Anker zweckmäßig am vorderen Gurtholz nahe einem

Vollwerkpfahl (s. Fig. 24) angreifen und versieht sie hier mit Unterlagplatte, Gewinde und Mutter. Ist die Länge des Ankers sehr groß, dann muß man spätere Längenänderungen berücksichtigen und eine Vorrichtung einschalten, welche ein Anziehen der Anker ermöglicht (s. Fig. 23) (Schloß mit Gegengewinde).

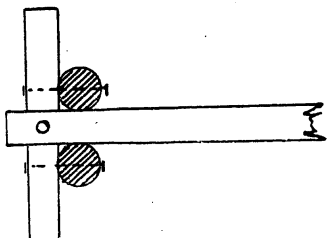


Fig. 22 b.

Aufsicht auf die Ankerpfähle.

50. Liegen Vollwerke nahe zusammen, wie z. B. bei schmalen

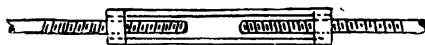


Fig. 23.

Schloß mit Gegengewinde.

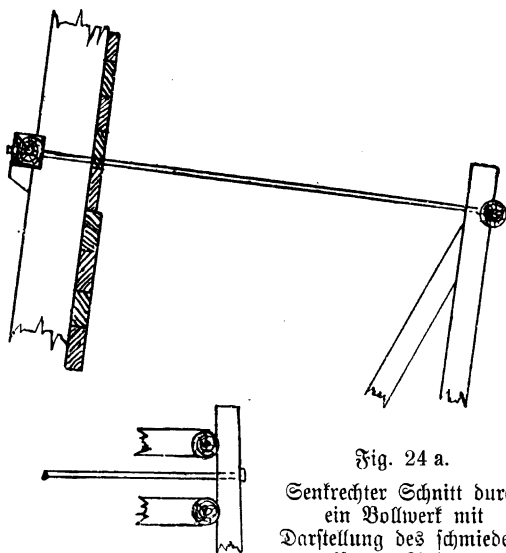


Fig. 24 a.

Senkrechter Schnitt durch ein Vollwerk mit Darstellung des schmiedeeisernen Ankers.

Fig. 24 b.

Aufsicht auf die Verankerung.

Zungen der Hafenanlagen, dann kann man oft die Anker des einen Vollwerks mit denen des anderen Vollwerks in Verbindung setzen, so daß man also die eigentlichen Ankerpfähle erspart. Vergl. die hierzu gehörige Tafel (Vorlagewerk Band XIV Nr. 153).

51. Werden zwei Anker übereinander angebracht, dann ist es zweckmäßig, diese nach einem Punkte zusammenzuführen

(s. Fig. 21). Ausnahmssweise werden statt der Anker wohl auch Ketten angewendet, die jedoch einen größeren Aufwand an Kosten bedingen.

Viertes Kapitel.

52. *Aufgeständerte Bollwerke* sind solche Bollwerke, die eine Erneuerung der oberen Holzteile nach deren Abnutzung gestatten, ohne daß die unteren Holzteile entfernt werden müssen. Bis zur Höhe des Niedrigwassers ist das Bollwerk von langer Dauer, oberhalb nützt es rasch ab. Bei der Erneuerung derartiger aufgeständerten Bollwerke werden die alten Bollwerkpfähle sämtlich in Höhe des Niedrigwassers abgesehritten, alsdann in dieser Höhe mit einer durchlaufenden wagerechten Schwelle versehen, in welche man dann die neuen oberen Pfähle mit einem Zapfen eingreifen läßt. Die alten abgesehrittenen Bollwerkpfähle erhalten an der Schnittstelle gleichfalls einen Zapfen, mit welchem sie in die wagerechte Schwelle eingelassen werden. Der untere Teil eines aufgeständerten Bollwerks ist in Höhe des Niedrigwassers zu verankern.

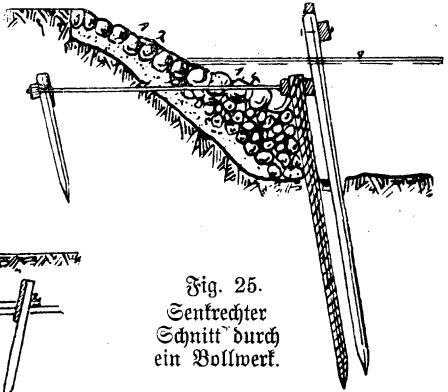


Fig. 25.
Senkrechter
Schnitt durch
ein Bollwerk.

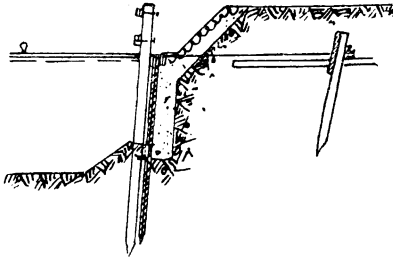


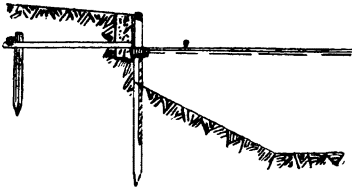
Fig. 26.
Senkrechter Schnitt durch ein Bollwerk.

Sind Bollwerke mehr als 6 m hoch, dann muß man jeden 2. Bollwerkpfahl an 2 Stellen verankern; man läßt die Anker dann in $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der freien Pfahlhöhe (d. i. die Höhe über Flußsohle) angreifen.

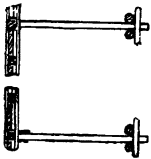
54. Beispiele ausgeführter Bollwerke zeigen die Figuren 25, 26 und 27; in diesen Figuren sind Spundwände zum Uferschutz angewendet.

53. Statt der eisernen Anker wandte man früher häufig hölzerne Anker an (s. Fig. 22). Diese Bauart hat den Nachteil geringer Haltbarkeit.

b) Eiserne Pfähle als Ufereinfassungen.



Senkrechter Schnitt durch ein Bollwerk.



Wagerechter Schnitt durch ein Bollwerk.

Fig. 27.

Eine Verankerung eiserner Bollwerkpfähle ist leicht und sicher auszuführen.

Guß- oder eiserne Bollwerkpfähle werden der Regel nach nur dort verwendet werden können, wo keine Beanspruchung durch Stoß —

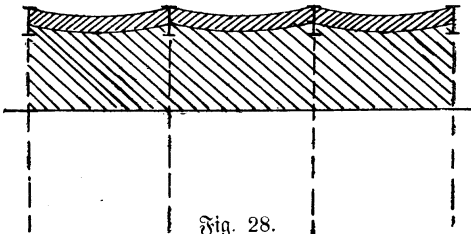
Gegenprallen der Schiffe — erfolgt, da Gußeisen gegen Stöße keine große Widerstandsfähigkeit besitzt.

57. Statt der gewölbten Kappen kann man auch eiserne Platten zur Ausfüllung der Zwischenräume zwischen den Bollwerkpfählen benutzen. Eine derartige Bauart erfordert indessen ein sehr genaues Einrammen der Pfähle, außerdem ist sie teuer und daher bei uns kaum in Anwendung. Eine Ausmauerung nach Figur 28 mit einer Gewölbstärke von $\frac{1}{2}$ bis 1 Stein ist billiger und leichter auszuführen. Die Kappen erhalten bei etwa $\frac{1}{10}$ Stich ($h = \frac{1}{10}$) eine Spannweite von etwa $l = 1,5$ bis 2,5 m. Die Kappen müssen selbstverständlich eine sichere Unterlage haben; sie erhalten daher entweder ein besonders gemauertes

55. In neuerer Zeit bringt man eiserne Pfähle bei Ufereinfassungen weit häufiger als früher zur Ausführung. Man hat die Wahl zwischen Guß- und Schmiedeeisen; man kann ferner entweder die ganze Uferbekleidung aus Eisen herstellen, oder man führt sie

teils aus Eisen, teils aus Stein bzw. Beton aus. Solche Ufereinfassungen haben eine erheblich längere Dauer als hölzerne Bollwerke.

56. Gegen die eisernen Bollwerkpfähle lehnt man gemauerte Kappen (Grundriß bzw. wagerechten Schnitt s. Fig. 28), welche mit dem Scheitel gegen den Druck der Hinterfüllung des Bollwerks gefehrt sind.



Wagerechter Schnitt durch ein Bollwerk mit eisernen Pfählen und gemauerten Kappen.

Fundament oder sie werden mit ihrem unteren Ende auf ein Gurtholz gelagert, welches unter Niedrigwasser liegt.

58. Fig. 29 zeigt einen senkrechten Schnitt durch ein Bollwerk nach System Monier. Es sind hier I-Eisen als Bollwerkpfähle verwendet worden. Davor liegen durchlaufende Gurt-eisen, die nach rückwärts verankert sind. Statt der Bohlen sind sogen. Monierplatten (Beton mit Eiseneinlage) zur Anwendung gelangt. Unter Wasser befindet sich eine Spundwand.

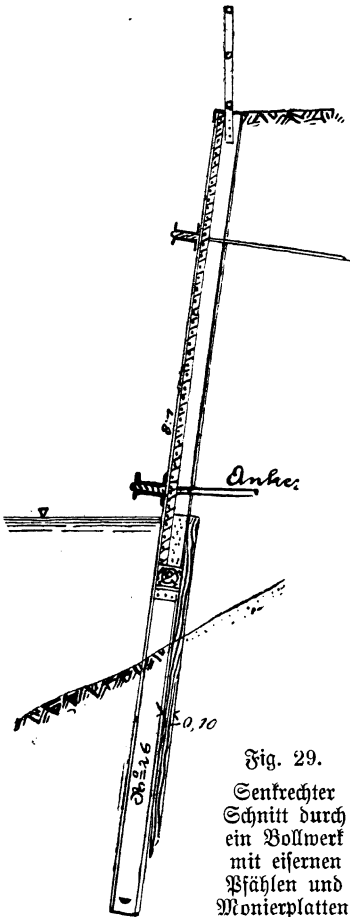


Fig. 29.

Senkrechter Schnitt durch ein Bollwerk mit eisernen Pfählen und Monierplatten.

59. Sollen Schiffe an Bollwerken anlegen können, dann sind *Reibhölzer* anzubringen, welche das Bollwerk gegen starke Stöße an den gefährdeten Stellen schützen. Auch die Anwendung von *Prellpfählen* ist sehr zu empfehlen; diese sind senkrechte oder entsprechend den Bollwerkpfählen geneigte Pfähle, welche in etwa 6 bis 12 m Abstand vor das Bollwerk zu rammen sind. Reibhölzer sind kurze Prellpfähle, die nicht bis in den Baugrund reichen, sondern vor das Bollwerk gehängt bzw. an diesem sicher befestigt werden.

c) Futter- bzw. Ufermauern.

60. α) *Trockenmauern*. Bei etwa $\frac{1}{2}$ facher Böschung des Ufers kann man die Bekleidung noch als sogen. Trockenmauer — also ohne Mörtel — ausführen.

Das Steinmaterial muß wetterbeständig und lagerhaft sein; die Steine müssen etwa 0,07 bis 0,05 cbm Inhalt haben. Trockenmauern sind erheblich billiger als Mörtelmauern; außerdem gestatten sie, daß das Wasser ungehindert ausfließt. Einem starken Verkehr können sie indessen nicht genügen.

61. β) *Mörtelmauern*. Bei steiler Böschung und kleinerem Steinmaterial führt man zweckmäßig Mörtelmauern

aus. Diese können aus Backsteinen (Klinkerverblendung) oder aus Bruchsteinen (mit Quaderverblendung) ausgeführt werden und werden bisweilen auch aus Beton oder mit einer Ausfüllung von magerem Beton hergestellt.

62. Die Standfestigkeit solcher Mörtelmauern ist abhängig vom eigenen Gewicht, von der Breite der Grundfläche, von der Form des Querschnittes, der Höhe, von dem Druck des Hinterfüllungsmaterials, dem Wasserdruck und der oberen Belastung (durch Eisenbahnwagen, Krane u. s. w.).

Senkrechte Schnitte durch Ufermauern.

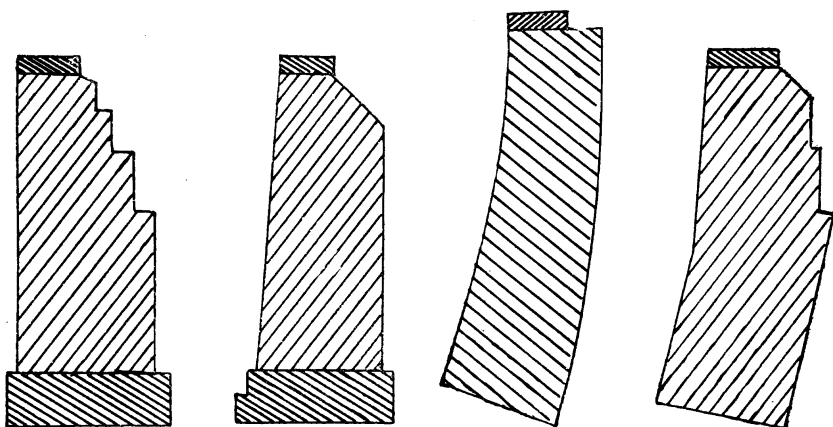


Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

Fig. 33.

63. Die vordere Seite dieser Mörtelmauern erhält bei Ziegelsteinen eine Böschungsneigung von 1:10 bis 1:20; bei der Ausführung in Bruchsteinmauerwerk mit Quaderverblendung auf der Wasserseite wird die Vorderfläche etwa im Verhältnis von 1:7 bis 1:10 geböschet; auch gekrümmte oder geknickte Böschungen werden öfter ausgeführt. Die obere Mauerbreite ist von der Art des Verkehrs abhängig; sie kann etwa 0,6 bis 1,5 m breit gemacht werden. Meistens wird die Mauer Oberfläche mit widerstandsfähigen Abdeckplatten versehen.

64. Nur ausnahmsweise wird man die Vorderfläche einer Ufermauer senkrecht herstellen, da sie bei einer Abschrägung dem Erddruck der Hinterfüllung einen größeren Widerstand entgegensetzt. Ufermauern mit senkrechten Vorderflächen (s. Fig. 30) gibt man eine mittlere Stärke, welche einem Drittel der Höhe entspricht; ist die Vorderfläche geböschet (s. Fig. 31), dann genügt eine mittlere Mauerstärke von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}$ der Höhe.

Wesentlich zur Verstärkung der Ufermauern trägt ein vortretendes Fundament (Fig. 30 u. 31) bei.

65. Der Querschnitt der Mauer nimmt im allgemeinen von oben nach unten zu (s. Fig. 30 bis 33); die Hinterfläche versteht man der Regel nach mit Abstoppungen, die etwa 15 bis 20 cm breit gemacht werden (Fig. 30 u. 33).

In Fig. 32 ist der untere Teil der Mauer stärker geböschert als der obere.

Häufig wendet man zur Ersparung an Mauerwerk und Kosten eine sogenannte Hinterfschneidung der Ufermauern an; eine derartige Form ist in Fig. 33 dargestellt.

66. Durch Anwendung *hohler Ufermauern* kann man oft eine wesentliche Kostenersparnis erreichen. Man füllt die Hohlräume (s. Fig. 34) meistens mit magerem Beton.

Bei geböscherten Ufermauern erhalten die Lagerfugen zweckmäßig nicht eine wagerechte, sondern eine geneigte Lage, so daß sie stets senkrecht zur Vorderfläche der Mauer gerichtet sind.

67. Zu Ufermauern verwendet man hydraulischen Mörtel, mit Vorliebe Traßmörtel.

Die Herstellung eines Betonfundamentes ist für Ufermauern häufig angewendet worden (s. Fig. 34 u. 35). Bei starker Strömung ist noch eine Sicherung des Fundamentes durch Steinschüttung oder Spundwand nötig, damit kein Unterwaschen eintritt. Sehr häufig wendet man einen Pfahlrost zur Gründung der Ufermauern an.

Um die Hinterfüllung der Ufermauer ausreichend zu entwässern, legt man Kanäle in sie, welche aus eingemauerten Drainröhren, als Schlitze im Mauerwerk u. s. w. hergestellt werden.

68. Die Hinterfüllung der Ufermauer wird derart ausgeführt, daß einzelne wagerechte Lagen von etwa 0,3 m Stärke einzubringen sind; diese werden gehörig gestampft. Jedenfalls muß das Mauerwerk vor Einbringung der Hinterfüllung gründlich ausgetrocknet sein.

Das beste Hinterfüllungsmaterial ist solches, welches Wasser leicht durchläßt, wie Geröll, Kies, Steinbrocken.

69. Größere wagerechte Absätze der Rückseite der Ufermauer sind zu vermeiden, weil durch den Druck des Hinterfüllungsmaterials sonst leicht ein Aufreißen der Fugen bewirkt wird; das eindringende Wasser würde das Bauwerk alsdann sehr gefährden. Zweckmäßig bringt man daher an den Absätzen der Rückseite eine Abschrägung an (s. Fig. 34).

70. Zur Sicherung gegen eindringendes Wasser verputzt man die Rückseite der Ufermauer mit Cementputz (Kap-

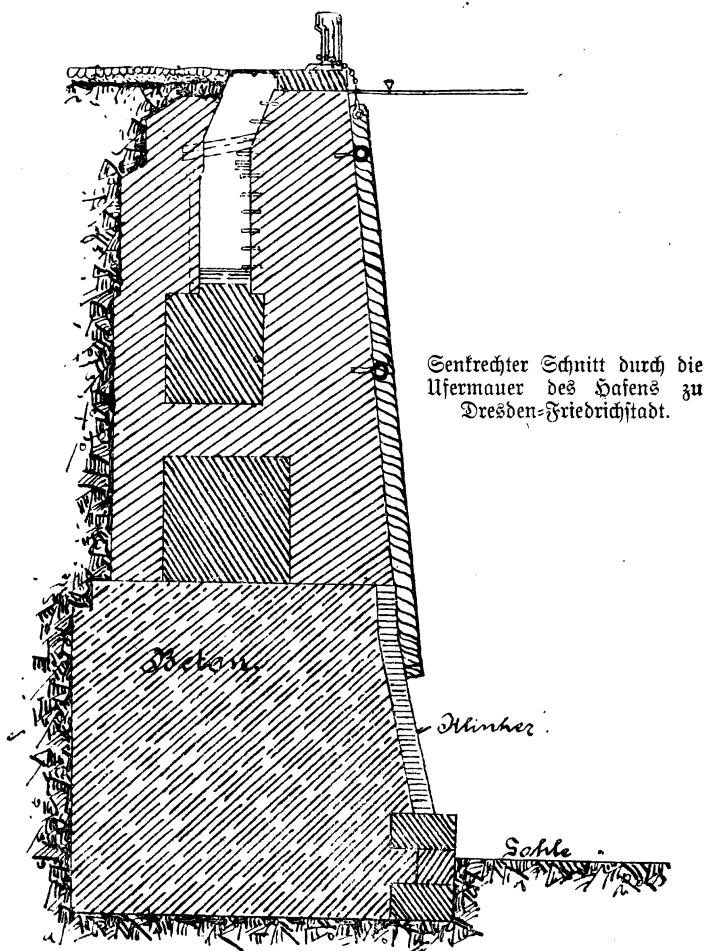
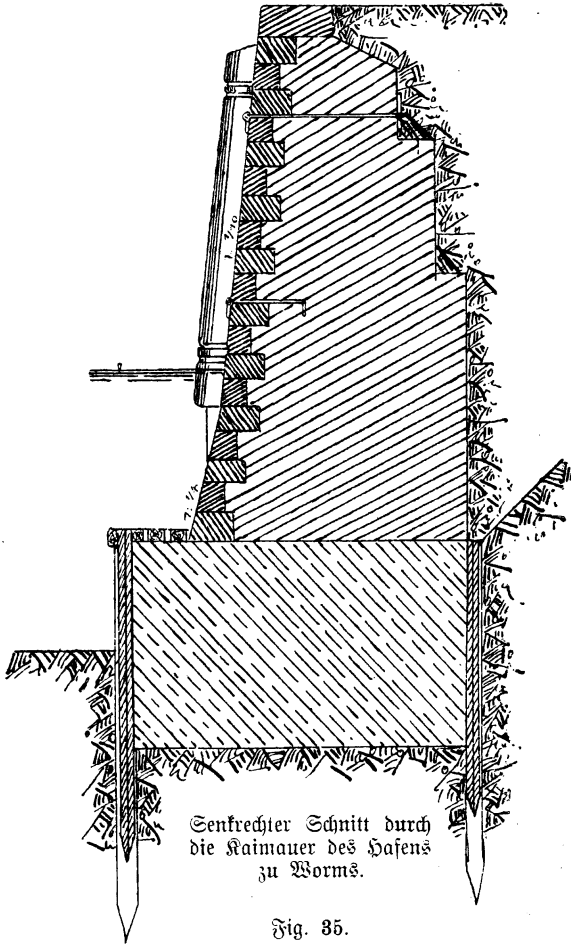


Fig. 34.

putz), da das Mauerwerk alsdann eine wesentlich längere Dauer besitzt. Man kann zur Not auch lediglich ein Ausfugen des Mauerwerks vornehmen.

71. Bei Ausführung von Ufermauern in Backsteinen verwendet man zweckmäßig eine Verblendung in Klinkern.

Es ist natürlich auf guten Verband der Verblendung mit der Hintermauerung sorgfältig zu achten.



72. Unzweckmäßig ist es, eine aus Ziegelsteinmauerwerk hergestellte Ufermauer mit Quadern zu verblenden, da sich diese verschiedenartigen Materialien ungleich setzen. Es entsteht daher leicht ein Riß zwischen Verblendung und Hintermauerung.

Mit Vorteil verwendet man eine Hintermauerung aus Bruchsteinen, welche mit Quadern (oder noch besser Granit) verblendet wird.

Fünftes Kapitel.

73. Um den Schiffern einen Halt zum Einlegen der Schiffshafen zu bieten, bringt man sogen. *Bootsbügel* an den Ufern an (s. Fig. 35); diese müssen natürlich in verschiedener Höhe der Ufer- oder Kai-mauer vorgesehen werden, damit sie bei verschiedenen Wasserständen bequem benutzbar sind.

74. Zweckmäßig ist es ferner, in der Ufermauer *Treppen* anzubringen, welche ein Auf- und Absteigen zum und vom Schiff ermöglichen. Anstatt dieser Treppen kann man auch eiserne Leitern an der Wasserseite der Ufermauern anbringen.

Prellpfähle, welche außen vor die Ufermauer in etwa 8 bis 10 m Abstand gesetzt werden, sollen die Ufermauer vor Stößen durch die Schiffe schützen; sie dürfen keine nach außen vortretenden Teile besitzen, damit diese die Schiffe nicht beschädigen.

75. Diese Prell- oder Sturmpfähle werden häufig über die Höhe der Oberkante der Ufermauer hinausgeführt; dieses geschieht besonders dann, wenn die höchsten Wasserstände die Ufermauer überfluten.

Zweckmäßiger ist es indessen, die Oberkante der Ufermauer hochwasserfrei anzulegen, da alsdann das Ein- und Ausladen der Güter jederzeit möglich ist. Eine derartige Herstellung erfordert in manchen Fällen — besonders im Ebbe- und Flutgebiet — sehr große Kosten, da das Bauwerk bei größerer Höhe wesentlich teurer wird. Sodann sind die Uferstrecken, welche mit Kai- oder Ufermauern zu bekleiden sind, häufig von außerordentlicher Länge.

76. Zur *Gründung der Ufermauern* wendet man verschiedene Methoden an, die durch die Bodenverhältnisse, die Standicherheit und die Höhe der Baukosten bedingt werden.

Unmittelbares Mauern auf gutem Baugrund wird nur in sehr seltenen Fällen (z. B. Felsboden) möglich sein. Die Gefahr des Unterwaschens der Vorderseite der Ufermauer muß dauernd ausgeschlossen sein.

In Häfen mit verhältnismäßig ruhigem Wasser ist ein solches Unterwaschen nicht so sehr zu fürchten; man kann sich durch Steinschüttung hiergegen sichern. Anders ist es indessen mit den Ufermauern, welche an fließenden Gewässern liegen.

77. Eine Gründung der Ufermauer auf Beton ist in vielen Fällen von Vorteil. Zweckmäßig wird dabei beiderseits eine Spundwand verwendet. Ist der Wasserzudrang

unerheblich, dann kann man auch einfache Bretterwände verwenden.

Muß der Beton unter Wasser geschüttet werden, dann ist ganz besondere Sorgfalt zu üben, damit kein schädlicher Betonschlamm entsteht, der die Standfestigkeit beeinträchtigt. Dieser ausgewaschene Schlamm wird nicht hart und bildet leicht Lagen und Nester im Bauwerk.

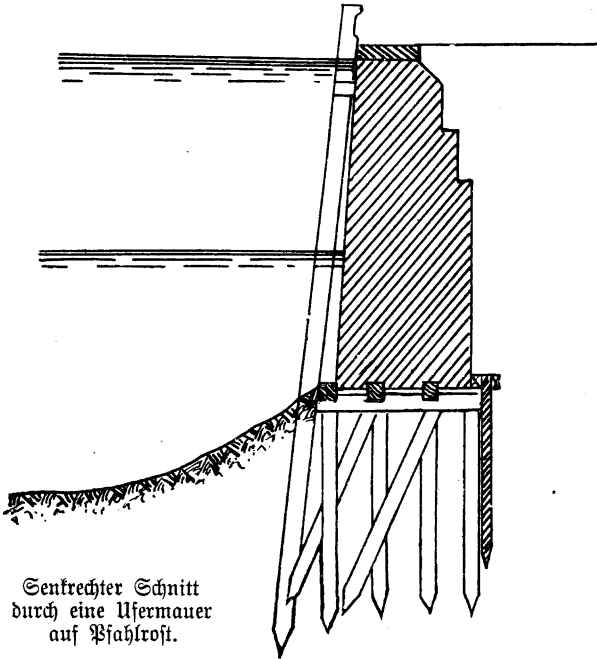


Fig. 36.

78. Je nach den Kosten des Betons wird man das Betonfundament in größerer oder geringerer Stärke ausführen. Bisweilen wird wohl auch die ganze Ufermauer in Beton ausgeführt.

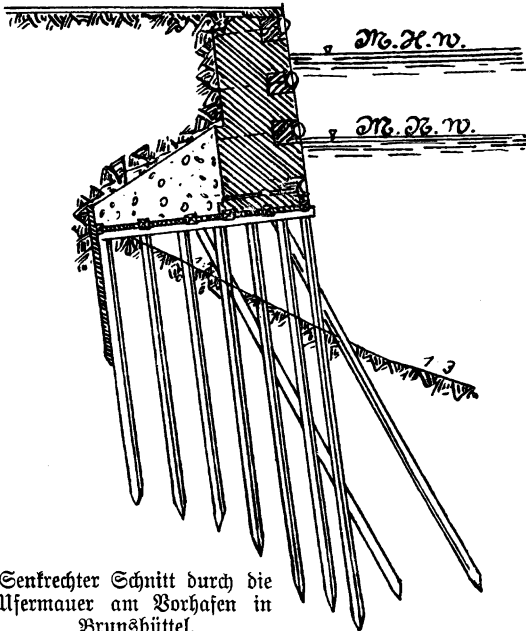
79. In einzelnen Fällen bringt man bei Verwendung eines Pfahlrostes hinter der Ufermauer eine Spundwand an, um zu verhindern, daß das Hinterschüttungsmaterial abrutscht (s. Fig. 36).

Für die Verwendung eines Pfahlrostes zu Ufermauern gelten die im „Grundbau“ angegebenen Regeln. Liegt der gute Baugrund sehr tief, dann wird man mit Vorteil vom Pfahl-

roft Gebrauch machen. Das Schrägstellen einzelner Pfähle hat den Zweck, den wagerechten Schub, welcher durch das Hinterfüllungsmaterial ausgeübt wird, aufzunehmen.

Statt des Pfahlrostes finden auch Senkbrunnen Verwendung, welche durch Gewölbe verbunden werden.

80. *γ) Verschiedene Formen der Ufermauern.*
Fig. 35 bringt die Kaimauer des Hafens zu Worms zur Darstellung. Als Fundament dient ein Betonbett zwischen



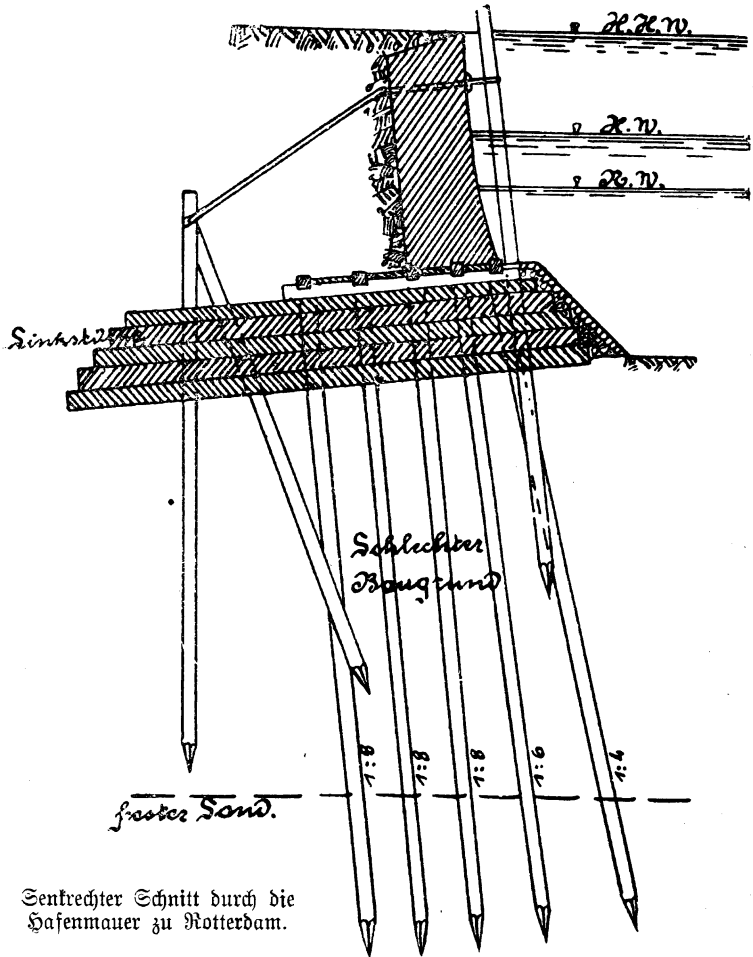
Senkrechter Schnitt durch die Ufermauer am Vorhafen in Brunsbüttel.

Fig. 37.

Spundwänden. Das Profil hat eine geknickte Form. Die Mauer ist aus Bruchsteinen mit Quaderverblendung hergestellt. Die Ausrüstung der Ufermauer mit Bootsbugeln und Streichpfählen ist aus Fig. 35 ersichtlich.

81. Die Ufermauer des Hafens zu Dresden-Friedrichstadt ist in Fig. 34 dargestellt. Das Betonfundament ist aus 1 Teil Cement : $\frac{1}{2}$ Teil Kalk : 5 Teilen Sand : 7 Teilen Steinschlag hergestellt. Das Fundament ist mit Klinkern verblendet. Das aufgehende Mauerwerk ist aus

Bruchsteinen hergestellt; die dabei verwendete Mörtelmischung ist 1 Teil Cement : $\frac{1}{2}$ Teil Kalk : 5 Teilen Sand.



Senkrechter Schnitt durch die Hafenmauer zu Rotterdam.

Fig. 88.

82. Die im Mauerwerk ausgesparten Höhlungen sind mit einem mageren Beton aus 1 Teil Cement : 1 Teil Kalk : 8 Teilen Sand : 12 Teilen Steinschlag ausgefüllt. Im oberen Teil der Mauer befindet sich ein begehbarer Kanal mit Einsteige-
schächten. Dieser ist bestimmt, die Druckwasserleitung (zum Be-

trieb der Hebwerkzeuge, wie Krane, Winden u. dergl.), und die elektrische Leitung aufzunehmen.

Statt der Streichpfähle finden hier starke Stricke Verwendung.

83. Fig. 37 bringt den Querschnitt durch die Ufermauer am Vorhafen in Brunshüttel (Kaiser Wilhelm-Kanal) zur Anschauung. Die Mauer ruht auf hohem Pfahlrost; der Anschluß der Ufermauer an das Ufer ist durch eine Schüttung aus Steinbrocken erreicht worden. Eine Spundwand sichert das Hinterfüllungsmaterial vor dem Abgleiten.

84. Die Hafenummauerung zu Rotterdam stellt Fig. 38 dar. Der feste Baugrund liegt hier sehr tief. Das Fundament ist zum Teil aus Sinkstücken gebildet worden. Die Ufermauer ist nach rückwärts verankert.

Sechstes Kapitel.

3. Erläuterung der beiden Tafeln zum Uferbau.

85. Die auf der Tafel 153 des Vorlagewerks Band XIV zur Darstellung gebrachte Uferbekleidung der Hafenanlage zu Sophiental zeigt ein hölzernes Bollwerk für eine nördliche Hafenzunge.

Unter einer Hafenzunge versteht man eine in das Hafengassin vorspringende Landspitze, die zur Vermittelung des Verkehrs vom Schiff zum Land und umgekehrt dient.

86. Auf der Zunge befinden sich 3 Gleise (s. den senkrechten Schnitt). Da der Abstand der beiderseitigen Bollwerke dieser Zunge nicht groß ist, sind sie gegenseitig verankert.

Die 20 cm starke Spundwand des Bollwerks reicht bis Niedrig-Wasser (N. W.). Oberhalb der Spundwand befinden sich Bohlen von 16, 10 und 8 cm Stärke, welche an Bollwerkpfähle genagelt sind. Letztere haben einen Abstand von 1,0 m erhalten.

87. Die senkrechten Bollwerkpfähle haben in der Höhe von 1,0 m über dem niedrigsten N. W. ein durchlaufendes Gurtholz erhalten. Jeder Bollwerkpfahl ist oben und unten nebst dem Gurtholze durch 5 cm starke Anker aus Rundeisen gefaßt.

Vor die Bollwerkpfähle sind in 8 m Abstand Streichpfähle gesetzt, deren Verbindung mit den Bollwerkpfählen aus den Einzelzeichnungen des Blattes ersichtlich ist. Die Köpfe der Streichpfähle haben Blechhauben erhalten, um sie gegen zu starke Abnutzung zu schützen.

88. Zur Bekleidung des Ufers des Nord- und Südkais wurde eine Ufermauer gewählt, gegen die sich eine gepflasterte Böschung lehnt. Die Oberkante der Kaimauer liegt hier auf der Ordinate + 5,3 m, also etwas über dem gewöhnlichen Hochwasserstand von + 5,0 m. Die Abdeckplatte der Ufermauer wird daher nur in seltenen Fällen überflutet; sie hat auf der Vorderseite Treppen erhalten, um den Verkehr vom Schiff zum Land und umgekehrt zu erleichtern. In die Böschung sind Rampen mit einer Neigung von 1:10 eingeschnitten. Die Streichpfähle sind bis über das höchste Hochwasser hinaus hochgezogen und nach rückwärts abgestützt, um zu verhindern, daß Schiffe bei Hochwasser auf die Ufermauer treiben und sich hier festsetzen.

89. Die auf der Tafel 154 des Vorlagewerks Band XIV dargestellte Ufermauer der südlichen Hafenzunge soll aus Bruchsteinen mit Quaderverblendung hergestellt werden. Der untere Teil der Ufermauer besteht aus Beton, welcher zwischen Spundwände eingebracht wird. Letztere reichen anfänglich bis zur Höhe des während der Bauzeit zu erwartenden höchsten Wasserstandes (das ist in diesem Falle das Mittelwasser); sie werden hier mit Zangen versehen. Später werden sie nach dem Erhärten des Betons in Höhe der Oberkante des Betonbettes abgesehnt.

90. Die Spundwand erhält 12 cm Stärke; sie reicht bis 2,6 m unter Hafensohle; sie bildet einen sehr wirksamen Schutz gegen Unterwaschungen der Ufermauer.

In der Kaimauer werden Hohlräume ausgespart, die mit Sandbeton auszufüllen sind. Dieser Sandbeton wird aus dem Sande hergestellt, welcher bei der Bodenausschachtung für die Herrichtung der Ufermauer gewonnen wird. Die Mischung erfolgt im Verhältnis von 1 Teil Cement:10 Teilen kieseligem Sand; sie wird in mäßig trockenem Zustande in die Hohlräume eingebracht und mit einer Maschine eingestampft.

91. Im oberen Teil der Mauer ist ein Kanal ausgespart, welcher die Druckwasserleitung und die Kabel für die elektrischen Beleuchtungsanlagen des Hafens aufzunehmen hat.

Die Abdeckung der Kaimauer erfolgt mit Platten aus Basaltlava von 1,25 m Breite und 0,4 m Stärke.

Die Hinterfüllung der Ufermauer besteht aus Sand, der durch Röhren entwässert wird, welche durch die Kaimauer zu führen sind.

92. In Abständen von 8 m ist die Kaimauer mit Streichpfählen versehen, welche durch sog. Knaggen (das sind Holz-

flöße, die zur Stütze dienen) abgestützt sind. Der Streichpfahlkopf ist mit einer gußeisernen Haube ausgerüstet, um als sog. Poller (das ist Anbindepfahl) zum Verholen und Festlegen der Schiffe zu dienen. Außerdem sind Schiffsringe und Bootsbügel angeordnet.

93. Die Abdeckplatten, Treppenstufen und Podeste, sowie die Teile der Kaimauer, welche der stärkeren Abnutzung ausgesetzt sind, sollen sämtlich aus Basaltlava hergestellt werden.

Die Treppen, welche nicht aus der vorderen Flucht der Ufermauer vortreten, erhalten entsprechend der Schiffslänge 50 m Abstand.

Berechnung der Beanspruchung des Betonbettes unter der Ufermauer der südlichen Zunge.

94. Nachdem der Beton gemäß umstehender Figur zwischen die Spundwände unter Wasser eingebracht wurde, muß er zunächst erhärten. Alsdann wird das Wasser aus der Baugrube ausgepumpt, um mit dem Herstellen des aufgehenden Mauerwerks beginnen zu können. Nach dem Auspumpen des Wassers wird gegen die Sohle des Betonbettes ein Druck durch das hochdrängende Wasser von unten her ausgeübt, das sich um die Spundwände herum seinen Weg in die ausgepumpte Baugrube zu bahnen versucht. Die Größe des Druckes dieses hochdrängenden Wassers ist von der Höhe des Außenwasserstandes abhängig, und das Betonbett muß so stark sein, daß es diesem Druck widersteht.

95. Bei einem etwaigen Hochpressen des Betonbettes durch diesen Druck — dem sog. Auftrieb — würde der Beton, der als ein Balken anzusehen ist, sich zwischen den Spundwänden festklemmen. Man muß daher das Betonbett als Balken auf 2 Stützen betrachten, der mit einer gleichmäßig verteilten Last, die von unten her wirkt, belastet ist.

Man kann nun weiter annehmen, daß nicht der volle Auftrieb, welcher durch den Höhenunterschied zwischen dem hohen Außenwasserstand und der Sohle des Betonbettes erzeugt wird, zur Wirkung kommt, sondern daß infolge der Reibung, welche die Wasseradern beim Durchdringen des Baugrundes erfahren, nur etwa die Hälfte des Auftriebes wirksam ist.

96. Das größte Moment des gleichmäßig belasteten Balkens ist in seiner Mitte

$$M_{\max} = \frac{pl^2}{8}$$

wo p die gleichförmig verteilte Belastung für das laufende cm Betonbett, l die Länge zwischen den Spundwänden bedeutet. Dem Auftrieb wirkt das Gewicht des Betonbettes entgegen, welches ebenfalls wieder als gleichmäßig verteilte Belastung anzusehen ist.

Das spezifische Gewicht des Betons kann man $= 2,0$ annehmen; das spezifische Gewicht des Wassers ist $= 1,0$. Daher

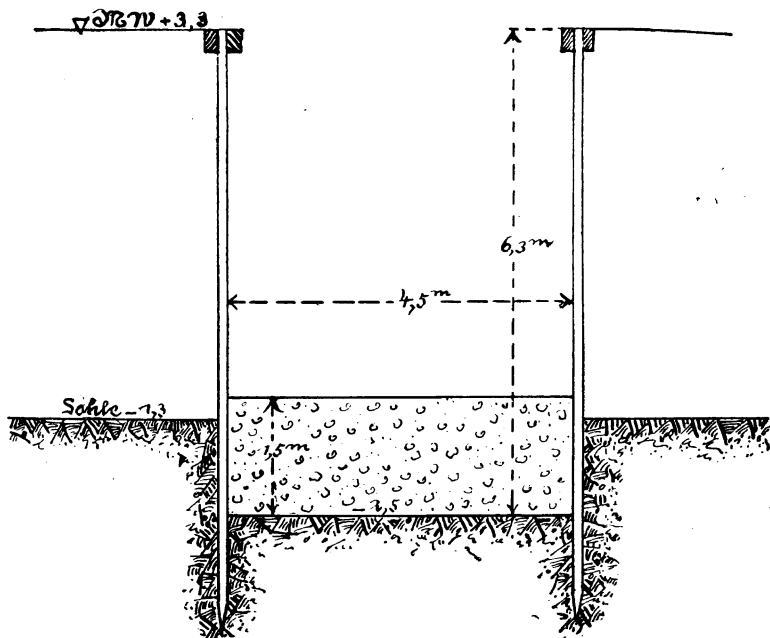


Fig. 39.

Senkrechter Schnitt durch das Betonbett der Ufermauer.

ist die von unten her auf das Betonbett wirkende gleichmäßig verteilte Belastung

$$p = \left(\frac{6,3 \cdot 1,00}{2} - 1,5 \cdot 2,0 \right) = 0,15 \text{ t}$$

97. Für das laufende cm ist daher $p = 1,5 \text{ kg}$, daher wird

$$M_{\max} = \frac{pl^2}{8} = \frac{1,5 \cdot 45,0^2}{8} = 37968,8 \text{ cmkg}$$

Die Beanspruchung ergibt sich nun zu

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{M_{\max}}{J/e} = \frac{37968,8}{\frac{b \cdot h^2}{6}}$$

$$\sigma = \frac{37968,8 \cdot 6}{100 \cdot 150^2} = 0,10 \text{ kg f. d. qcm}$$

J bedeutet das Trägheitsmoment, J/e das Widerstandsmoment; die Breite des Betonbalkens ist = 1 m angenommen.

Die Beanspruchung von 0,10 kg f. d. qcm ist daher eine sehr mäßige und liegt wesentlich niedriger als die zulässige Beanspruchung; sie ist sowohl eine Druck- als eine Zugbeanspruchung, da auf der einen Seite eines durch eine Last durchgebogenen Balkens Zugkräfte, auf der anderen Druckkräfte entstehen.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
A. Zweck und Ziel des Uferbaues	3
B. Arten der Uferbefestigungen	4
1. Uferbefestigung mit flachen Böschungen	4
a) Rasenbekleidung	5
b) Schilf- und Weidenpflanzung	6
c) Kopfrasen	7
d) Spreulage, Rauhwehr, Senfstücke	8
e) Herstellung der Würste	9
f) Faschinen	9
g) Das Rauhwehr	10
h) Uferbefestigung aus Steinmaterial	10
i) Herstellung eines Flechtzaunes	14
k) Herstellung von Senffaschinen	15
l) Packwerk	17
m) Parallelwerke	18
n) Bühnen	18
2. Ufereingassungen mit steilen Böschungen	19
a) Bohls- und Bollwerke	19
b) Eiserner Pfähle als Ufereingassungen	25
c) Futter- bezw. Ufermauern	26
α) Trockenmauern	26
β) Mörtelmauern	26
γ) Verschiedene Formen der Ufermauern	33
3. Erläuterung der beiden Tafeln zum Uferbau	35

Mineralogie.

Bearbeitet von

Regierungsbaumeister Schulze.



Potsdam und Leipzig.

Verlag von Bonneß & Sachfeld.



Alle Rechte vorbehalten.



Mineralogie.

Vorbemerkung.

Mineralogie allein aus Büchern zu lernen, ist nicht leicht, da es lediglich eine Gedächtnissache ist. Es kann daher dem Leser nur dringend empfohlen werden, das Gedächtnis durch die Anschauung zu unterstützen. Wo mineralogische Sammlungen in erreichbarer Nähe sind, sollte man nicht versäumen, diese aufzusuchen. Wenn man z. B. ein Kapitel durchgearbeitet hat und alsdann ein Museum oder eine sonstige Sammlung mit Mineralien aufsucht, um diejenigen Gesteine, welche man aus der Beschreibung kennen lernte, nun in Wirklichkeit zu sehen, dann wird man eine wesentliche Erleichterung seiner Arbeit verspüren. Erst auf diese Weise wird der Leser in stand gesetzt, die wichtigeren Mineralien auch außerhalb der Sammlung in der Natur sogleich zu erkennen.

Für den Techniker sind diejenigen Mineralien am wichtigsten, welche in der Technik verwendet werden. Es ist aber nicht möglich, diese aus dem Zusammenhange mit anderen Mineralien herauszureißen, da sonst die Unterschiede nicht genügend in die Erscheinung treten würden. Es mußten daher auch solche Mineralien in den nachfolgenden Abhandlungen beschrieben werden, welche für die Technik von geringerer Bedeutung sind. Für die daraus entstehende Mehrarbeit entschädigt die bessere Uebersicht.

Im übrigen muß das Wort gelten: „Wer manches bringt, wird manchem etwas bringen“.

Wer wollte leugnen, daß die Mineralogie ein Teil der allgemeinen Bildung ist? Sie ist daher auch in den Lehrplan vieler höherer Lehranstalten aufgenommen worden, deren Ziel eben die allgemeine Geistesbildung als Grundlage einer weiteren Vertiefung in einzelnen Fächern ist.

Die Mineralogie ohne die Krystallographie zu behandeln, ist nicht angängig, da sie zu innig mit ihr verbunden ist. Verfasser hat sich aber tunlichster Kürze befleißigt, um der letzteren vorbereitenden Wissenschaft keinen zu breiten Raum zuzuweisen. Durch die Krystallographie werden auch die Anschauung und das Vorstellungsvermögen wesentlich gefördert.

Erstes Kapitel.

I. Einleitung.

1. Aufgabe der *Naturgeschichte* ist es, die lebenden und leblosen Körper, welche es in der Natur gibt, in Klassen einzuteilen und zu beschreiben.

Zu den lebenden Naturkörpern gehören die Tiere und Pflanzen; sie nehmen Nahrung auf und verarbeiten diese; sie wachsen, vermehren sich und sterben ab; man nennt sie auch organische Naturkörper.

Im Gegensatz zu den organischen Naturkörpern stehen die anorganischen oder leblosen, nämlich die *Mineralien* (abzuleiten von *mina* = Bergwerk). Es findet unter Umständen auch bei diesen letzteren ein Wachstum statt; es erfolgt indessen nicht, wie bei Pflanzen und Tieren, von innen her, sondern durch Anwachsen oder besser Anlagerung neuer Teile von außen her (KrySTALLISATION). Eine Nahrungsaufnahme erfolgt bei den Mineralien nicht, auch befinden sie sich in einem Ruhezustande; eine Vermehrung und ein Absterben ist bei ihnen ausgeschlossen.

2. Die Wissenschaft, welche die Mineralien nach ihren Merkmalen kennen lehrt, die sie in Klassen einteilt, beschreibt und unterscheidet, nennt man *Mineralogie*.

Gesteine (z. B. Granit, Gneis, Mergel u. s. w.) sind in der Regel ungleichartig und bestehen — abgesehen von den einfachen Gesteinen — aus mehreren Mineralien. Mineralien (z. B. Gold, Quarz, Salz, Wasser u. s. w.) sind der Zusammensetzung nach gleichartig (homogen); man rechnet nur diejenigen Naturkörper zu ihnen, welche sich in festem oder flüssigem Zustande befinden.

3. Außer der Einteilung der Mineralien in Klassen und der Beschreibung ihrer äußeren Form bilden auch die chemischen und physikalischen Eigenschaften, die Entstehung, das Vorkommen (Fundort) und ihre Verwendung Gegenstand

der Mineralogie. Für den Techniker ist die Anwendung der sogenannten nützlichen Mineralien zu technischen Zwecken, ihre Gewinnung, Verarbeitung und Verwertung von hervorragender Bedeutung.

II. Die Krystallographie.

A. Allgemeines.

4. Meistens finden sich die Mineralien in der Krystallform, d. h. sie sind von ebenen Flächen, Ecken und geradlinigen Kanten begrenzt. Diese Krystallform nimmt der betreffende Naturkörper stets an, wenn er sich bildet; die Form ist also gewissermaßen eine Eigenschaft der Substanz; sie hängt mit dem physikalischen Verhalten der Krystalle innig zusammen.

Begießt man z. B. Alaun so lange mit heißem Wasser, bis sich sämtlicher Alaun aufgelöst hat, dann scheidet der gelöste Alaun beim Erfalten des Wassers in der Form von Krystallen aus. Letztere zeigen stets verwandte Formen, welche sich einem Krystallsystem, dem regulären System, einpassen lassen. Wiederholt man das gleiche Experiment, dann zeigen sich stets wieder die gleichen Formen, wenn auch die Krystalle der Größe und Aneinandergliederung nach verschieden ausfallen.

Ähnlich verhalten sich die meisten anderen Mineralien.

5. Selten sind die einzelnen Krystalle eines Minerals groß und deutlich sichtbar, meistens sind sie klein und dicht aneinandergelagert, so daß es schwierig ist, sie einem System einzureihen; die Krystalle haben sich in letzterem Falle nicht frei entwickelt. Solche Anhäufungen von vielen zusammengedrängten Einzelkrystallen nennt man ein *Aggregat* (d. i. Aneinanderhäufung).

Derartige Mineralien, welche zu krystallisierten Massen vereinigt sind, bezeichnet man als *derbe Aggregate*; sie können dicht, körnig, blättrig, stengelig, schuppig, faserig u. s. w. sein.

Fehlt einem Mineral die regelmäßige Form, dann nennt man es *amorph* (d. h. gestaltlos).

6. Krystalle kommen entweder an ihren Entstehungsstellen vor oder an solchen Plätzen, nach welchen sie durch Naturgewalten hingeschafft sind; in ersterem Falle sagt man, sie befinden sich an der ursprünglichen, in letzterem Falle an der sekundären (d. i. zweiten) Lagerstätte.

Vielfach sind die Krystalle anderem Gestein eingewachsen, d. h. sie befinden sich im Innern desselben; häufig sind sie aber auch anderem Gestein aufgewachsen.

Eine *Krystalldruse* ist eine Ansammlung vieler Krystalle auf einem Gesteinsstück.

B. Einteilung der Krystalle.

7. Von wesentlicher Bedeutung für die Unterscheidung der Krystalle ist die Größe des Neigungs-Winkels, welchen benachbarte Krystallflächen bilden, da gleiche Flächen eines Krystalls sich stets unter gleichem Winkel schneiden. Es gibt nun solche Krystalle, durch welche man eine oder mehrere Ebenen legen kann, welche sie in symmetrische Teile zerlegen, so daß also die Ecken, Kanten, Flächen und Winkel der einen Hälfte denjenigen der anderen Hälfte, wie in einem Spiegelbild, gegenüberliegen. Andere Krystalle lassen sich nicht durch derartige *Symmetrieebenen* in symmetrische Hälften teilen.

8. Um nun einen Krystall einem System einzufügen, stellt man ihn zunächst derart, daß eine durch seinen Mittelpunkt gelegte Achse (Hauptachse) senkrecht steht; man sucht dann noch andere Achsen dem Mineral einzupassen, und je nach dem Ergebnis teilt man ihn einem bestimmten System zu.

Jedem der verschiedenen Systeme wird eine Hauptform zu Grunde gelegt, aus welcher andere Formen abgeleitet werden.

9. Man unterscheidet demgemäß:

I. *Das regelmäßige, tesserale* (tessera = Würfel) *System* (Fig. 1).*) Es sind 3 Achsen vorhanden, welche gleiche Länge besitzen, die alle aufeinander senkrecht stehen. Nach allen Achsen ist Symmetrie vorhanden, d. h. es lassen sich durch jede Achse Ebenen legen, welche den Körper in symmetrische Hälften teilen. Die Hälften sind nach allen Achsen gleich groß (9 Symmetrieebenen).**)

II. *Das quadratische oder tetragonale (tetra = vier) System* (Fig. 2). Von den drei vorhandenen und zu einander senkrecht stehenden Achsen ist eine länger als die beiden anderen, welche gleich lang sind; die längere Achse wird zweckmäßig senkrecht gestellt. Die beiden wagerechten Achsen haben dann gleiche Symmetrie, während die dritte Achse eine abweichende Symmetrie ergibt (5 Symmetrieebenen).

III. *Das rhombische System* (Fig. 3). Drei aufeinander senkrecht stehende Achsen sind sämtlich ungleich lang. Die Symmetrie ist nach jeder Achse eine verschiedene (3 Symmetrieebenen).

*) Sämtliche in diesem Werke vorkommenden Figuren befinden sich auf der dazu gehörigen Tafel Mineralogie (Vorlagewerk Band XIV Nr. 152).

***) Man suche die Symmetrieebenen zur Übung auf.

IV. *Das monokline System* (Fig. 4). Drei unter sich ungleich lange Achsen, von denen zwei untereinander schiefe Winkel bilden und die dritte auf beiden senkrecht steht. Nach den beiden schiefen Achsen ist eine verschiedene, nach der senkrechten keine Symmetrie (1 Symmetrieebene).

V. *Das triklone System* (Fig. 5). Drei ungleich lange Achsen, welche unter sich schiefe Winkel bilden. Nach keiner Achse ist Symmetrie.

VI. *Das hexagonale System* (Fig. 6). Vier Achsen, von denen drei gleich lang sind, in einer Ebene liegen und unter sich einen Winkel von 60° bilden. Die vierte Achse weicht in der Länge von den anderen Achsen ab, steht aber zu den letzteren senkrecht. Nach den drei gleichen Achsen ist gleiche Symmetrie, nach der ungleichen ist eine andere Symmetrie vorhanden (7 Symmetrieebenen).

C. Bezeichnung der Krystalle.

10. Um die Krystalle bezeichnen zu können, bedient man sich einiger Buchstaben, welche die Länge der Achsen andeuten. Sind die sämtlichen Achsen gleich lang, dann bezeichnet man den Krystall bei drei vorhandenen Achsen mit $a : a : a$ (Fig. 1); sind nur zwei Achsen gleich lang, die dritte verschieden, dann nimmt man die Buchstaben $a : b : b$ (Fig. 2); sind alle drei Achsen verschieden lang, dann bezeichnet man den Krystall mit $a : b : c$ (Fig. 3).

11. Eine Krystallfläche (d. i. also eine äußere Begrenzungsfläche des Krystalls) kann nun so liegen, daß sie einer oder mehreren Achsen parallel ist, oder daß sie eine oder mehrere Achsen schneidet. Nötigenfalls muß man sich die Krystallflächen bis zum Schnitt mit den Achsen verlängert denken, falls sie letztere nicht unmittelbar berühren. Es bedeutet nun der Ausdruck $a : a : a$, daß die Fläche drei gleiche Achsen in gleichem Verhältnis schneidet; werden bei drei gleichen Achsen zwei Achsen in gleichem Verhältnis, die dritte in verschiedenem geschnitten, so drückt man dieses durch $a : a : ma$ aus. Werden drei ungleich lange Achsen durch eine Krystallfläche in verschiedenem Verhältnis geschnitten, dann wählt man die Bezeichnung $a : mb : nc$ oder auch $ma : nb : c$.

12. Ist eine Krystallfläche gleichlaufend mit einer Achse, dann wird der Schnittpunkt in unendlicher Entfernung liegen und man führt das Zeichen ∞ (unendlich) ein. Ist

3. B. eine Fläche zwei Achsen parallel und schneidet sie die dritte, dann bezeichnet man dieses, wenn alle drei Achsen verschieden lang sind, mit $a : \infty b : \infty c$.

Es bedeutet nun:

1. $a : a : a$ das reguläre oder tesserale System (3 gleich lange Achsen).
2. $a : b : b$ das quadratische System (2 gleich lange Achsen und eine ungleiche).
3. $a : b : c$ das rhombische System (3 ungleich lange Achsen).
4. $a : b : c$ das monokline System (3 ungleich lange Achsen).
5. $a : b : c$ das trikline System (3 ungleich lange Achsen).
6. $a : b : b : b$ das hexagonale System (3 gleich lange Achsen und eine ungleiche).

13. Schneidet die Fläche eines Krystalls sämtliche Achsen, dann wird seine Form als *Pyramide* bezeichnet. Laufen die Flächen einer Achse parallel, dann nennt man die Form des Krystalls *Säule* oder *Prisma*. Unter einer *Endfläche* oder einem *Pinakoide* versteht man eine Krystallform, bei welcher die Flächen zu zwei Achsen parallel sind.

14. Man hat nun zwischen einfachen und kombinierten Krystallformen zu unterscheiden. Schneiden alle Flächen eines Krystalls sämtliche Achsen in gleicher Weise, sind die Flächen also sämtlich unter sich gleichwertig, dann hat man einen einfachen Krystall. Gehören die Krystallflächen verschiedenen Krystallformen an, schneiden sie also die Achsen nicht in gleicher Weise, dann hat man eine sogenannte *Kombination*. Häufig werden in dieser Weise die Ecken und Kanten einer Krystallform durch die Flächen einer anderen Form ersetzt und abgestumpft.

Zweites Kapitel.

D. Die Krystallsysteme.

15. Es sind nun die hauptsächlichsten Krystalle der einzelnen Systeme einer kurzen Betrachtung zu unterziehen:

I. Das reguläre oder tesserale System.

1. *Das Oktaeder* (s. Fig. 7); die 8 Flächen gehen durch die Endpunkte der drei gleich langen Achsen. Die Flächen sind gleichseitige Dreiecke. Es sind 6 Ecken und 12 Kanten vorhanden. Die Bezeichnung ist daher: $a : a : a$.

2. *Das Rhombendodekaeder* (oder Granatoeder) (Fig. 8). Man kann sich diese Form aus dem Oktaeder derart

entstanden denken, daß jede Kante des letzteren Krystalls zu einer Fläche auswächst, welche derjenigen Achse, die sie nicht in einer Ecke schneidet, parallel ist. Die Bezeichnung ist daher $a : a : \infty a$. Das Rhombendodekaeder ist von 12 Rhomben begrenzt, welche unter sich gleich sind; es hat 8 Ecken, in welchen drei Rhomben und 6 Ecken, in welchen 4 Rhomben zusammenstoßen.

16. 3. *Das Hexaeder* (oder der Würfel) (Fig. 9). Denkt man sich durch jede der 6 Ecken des Oktaeders Flächen gelegt, welche den beiden anderen Achsen parallel sind, dann entsteht das Hexaeder. Es wird daher mit $\infty a : a : \infty a$ bezeichnet. Begrenzt wird es von 6 gleichen Quadraten, 8 dreikantigen Ecken und 12 Kanten von gleicher Länge.

4. *Das Triakisoktaeder* (s. Fig. 10) ist aus dem Oktaeder derart entstanden zu denken, daß jede Fläche zu einer Pyramide auswächst, welche drei gleichschenklige Dreiecke als Seitenflächen hat. Es hat die Bezeichnung $a : a : ma$, da 2 Achsen der Grundform durch die äußeren Begrenzungsflächen im Abstand a , die andere bei Verlängerung der Seitenflächen im Abstände ma geschnitten werden. Begrenzt wird es von 24 gleichschenkligen Dreiecken, 8 dreiflächigen Ecken, sowie von 6 achsflächigen Ecken, 12 langen und 24 kurzen Kanten.

17. 5. *Das Tetrakishexaeder* (s. Fig. 11). Aus dem Hexaeder bildet sich das Tetrakishexaeder, indem auf jeder Fläche vierseitige Pyramiden entstehen. Die Achsen sind entsprechend den Oktaederachsen zu legen und werden daher von jeder Fläche in den Abständen a , na und ∞ geschnitten; die Bezeichnung ist demnach $a : na : \infty a$. Die Flächenzahl beträgt 24 gleichschenklige Dreiecke; ferner sind $24 + 12 = 36$ Kanten vorhanden; in 6 Ecken stoßen je 4 gleich lange Kanten, in 8 Ecken je 6 ungleich lange Kanten zusammen.

6. *Das Ikositetraeder* (s. Fig. 12) wird von 24 Vierecken begrenzt; es geht aus dem Oktaeder derart hervor, daß über der Mitte jeder Oktaeder-Fläche eine dreikantige Ecke und über jeder Oktaeder-Kante eine vierkantige Ecke entsteht. Jede Fläche des Ikositetraeders schneidet eine Achse im Abstände a , die beiden anderen im Abstände ma (bei der Verlängerung); das Zeichen dieser Krystallform ist daher $a : ma : ma$.

18. 7. *Das Hexakisoktaeder* hat 48 ungleichseitige Dreiecke zur Begrenzung (s. Fig. 13). Es entsteht aus dem Hexaeder, indem über jeder Fläche eine 8-seitige Pyramide und über jeder Kante eine 4-seitige Ecke entsteht. Jede Fläche des Hexakisoktaeders schneidet eine Achse im Abstände a , die andere im Abstände ma , die dritte in der Entfernung na ; demnach ist die Formel dieses Krystalls $a : ma : na$.

Die genannten 7 Formen nennt man *holoedrische* d. h. *vollflächige Gestalten*.

19. Bei einzelnen Krystallen kommen die vorerwähnten Formen in manchen Fällen nicht zur vollen Entwicklung; es

bleiben häufig — aber dann stets mit Regelmäßigkeit in der äußeren Anordnung — einzelne Flächen fort, während andere sich ausdehnen. Es verschwindet manchmal die eine Hälfte der Flächen, während die andere Hälfte bleibt. Solche Formen nennt man *Hemieder* (hemi = halb) oder *Halbflächen*.

Aus dem Oktaeder (Fig. 14a) entsteht das *Tetraeder* (Fig. 14b), indem die in Figur 14a angegebenen schraffierten Seiten und die entsprechenden der Rückseite sich ausdehnen, während die nicht schraffierten Flächen und die entsprechenden der Rückseite verschwinden. Das Tetraeder wird also von 4 gleichseitigen Dreiecken begrenzt.

20. In ähnlicher Weise besitzen auch die anderen Formen des regulären Krystallsystems ihre Hemiedrien. So entsteht z. B. aus dem Tetraëdrihexaeder die in Figur 15 dargestellte Hemiedrie.

Häufig kommen weiter Kombinationen des tetrahedralen Systems vor.

So kann ein Würfel die Kanten des Oktaeders abstumpfen (s. Fig. 16) und umgekehrt (s. Fig. 17); ferner kann ein Rhombendodekaeder die Kanten eines Würfels abstumpfen (s. Fig. 18) und umgekehrt u. s. w. Es entsteht so eine große Anzahl von Varietäten.

II. Das quadratische oder tetragonale System.

21. 1. *Quadratische Pyramide* (Fig. 19a und b).

Die Grundform des quadratischen Systems sind zwei vierseitige Pyramiden über dem gleichen Quadrat (Fig. 19b). Die senkrechte Achse dieses Systems weicht in der Länge von den beiden anderen Nebenachsen, welche Diagonalen des Grundquadrats sind, ab. Seitenflächen der Grundform sind 8 gleichschenklige Dreiecke. Bezeichnung $a : b : b$.

2. *Protopyramide* (erste Pyramide). Denkt man sich die senkrechte Hauptachse a verlängert oder verkürzt und unter Beibehaltung der quadratischen Grundgestalt Pyramiden errichtet, deren Höhe nach unten und oben die gleiche ist, dann entstehen die sogen. Protopyramiden (Bezeichnung $ma : b : b$).

22. 3. *Protoprisma* (quadratisches Prisma) (s. Fig. 20). Wird die Hauptachse a unendlich lang, dann müssen die Seitenflächen der oberen und unteren Pyramide ihr parallel werden und eine Ebene bilden; es entsteht so das quadratische Prisma, dessen 4 Seitenflächen sich in rechtem Winkel treffen (Bezeichnung $\infty a : b : b$).

4. *Deuteropyramide* (zweite Pyramide) (s. Fig. 21a und b). Bilden die Nebenachsen des Grundquadrats des tetragonalen Systems nicht die diagonalen, sondern die Verbindungslinien der Mitten der Quadratsseiten, dann entsteht die Deuteropyramide, welche je nach der Verlängerung oder Verkürzung der senkrechten Hauptachse andere Formen annehmen kann, die ebenfalls als Deuteropyramiden bezeichnet werden (Bezeichnung $ma : b : \infty b$).

23. 5. *Deuteroprisma*. Die Deuteropyramide geht in das Deuteroprisma über, wenn die senkrechte Hauptachse unendlich lang wird (Bezeichnung $\infty a : b : \infty b$).

6. *Dioktaeder* (Doppeloctaeder) (s. Fig. 22a und b). Denkt man sich über einem regelmäßigen Achteck (Fig. 22a) Pyramiden nach oben und unten errichtet, dann entsteht das Dioktaeder. Jede zweite Ecke der Basis ist Endpunkt einer Achse. Jede der 16 gleichschenkligen Seitenflächen schneidet eine Achse im Abstände = b , die andere in größerem = nb . Die Bezeichnung ist daher $ma : b : nb$.

7. *Achtseitiges Prisma* (Fig. 23). Wird die senkrechte Hauptachse des Dioktaeders ∞ , dann gehen die Pyramiden in ein achtseitiges Prisma über, und es lautet die Bezeichnung $\infty a : b : nb$.

24. Die Prismen dieses Systems können selbstverständlich keine unendlich große Ausdehnung haben; sie werden vielmehr durch Flächen (sog. *Endpinakoide*) begrenzt, welche den beiden wagerechten Nebenachsen parallel laufen; ihre Bezeichnung ist $ma : \infty b : \infty b$.

Bezüglich der Hemieder des quadratischen Systems ist zu erwähnen, daß diese ähnlich wie beim tesseralen System entstehen; sie sind indessen selten.

Kombinaten verschiedener Formen des quadratischen Systems sind häufiger. Es kommen z. B. Protoprismen vor, welche durch Protopyramiden abgestumpft werden (s. Fig. 24), ähnlich ist es mit Deuteroprismen und Deuteropyramiden. Auch die Proto- und Deutero-Formen sind untereinander kombiniert.

III. Das rhombische System.

25. Eine der drei unter sich ungleich langen Achsen des rhombischen Systems wird als Hauptachse (a) zu Grunde gelegt und senkrecht gestellt; die beiden Nebenachsen (b und c) liegen dann wagerecht. Die längere der Nebenachsen (b) heißt Makroachse (Querachse), die kürzere (c) Brachyachse (Längsachse).

1. Die *rhombische Pyramide* (s. Fig. 25); diese ist die Grundform dieses Systems; sie wird von 8 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt. Bezeichnung $a : b : c$.

2. Die *Protopyramiden* des rhombischen Systems ergeben sich dadurch, daß die senkrechte Hauptachse der rhombischen Pyramide verlängert oder verkürzt wird, während die Nebenachsen bleiben. Bezeichnung $ma : b : c$.

26. 3. Das *Protoprisma* (Fig. 26) des rhombischen Systems entsteht aus der Pyramide, indem die Hauptachse unendlich lang wird. Bezeichnung $\infty a : b : c$.

4. Die *Makropyramide* (auch Querpyramide) entsteht aus der rhombischen Pyramide, indem die senkrechte Hauptachse a und die kleinere Nebenachse c bestehen bleibt und die Makroachse \bar{b} kürzer oder länger als diejenige der Grundform wird. Bezeichnung $a : m\bar{b} : c$.

5. Das *Makrodom* (*domus* = Haus), auch Querdom genannt, entsteht dadurch, daß die Seitenflächen parallel der Makroachse werden (s. Fig. 27). Bezeichnung $a : \infty b : c$.

27. In gleicher Weise entstehen durch Verlängerung bzw. Verkürzung der Brachyachse:

6. Die *Brachypyramide* (auch Längspyramide). Bezeichnung $a : \bar{b} : mc$.

7. Das *Brachydom* (auch Längsdom). Bezeichnung $a : \bar{b} : \infty c$.

8. *Pinakoide* heißen diejenigen Flächen, welche zwei Achsen parallel laufen; sie stumpfen die Domen ab. Man unterscheidet:

a) Brachypinakoid oder Längspinakoid, welches der Längsachse und der senkrechten Achse parallel läuft. Bezeichnung $\infty a : \infty \bar{b} : c$.

b) Makropinakoid oder Querpinakoid (s. Figur 27), welches der Querachse und der senkrechten Achse parallel läuft. Bezeichnung $\infty a : \bar{b} : \infty c$.

c) Basisfläche (s. Fig. 26), welche der Quer- und Längsachse parallel läuft. Bezeichnung $a : \infty \bar{b} : \infty c$.

Kombinationen der verschiedenen Krystallformen des rhombischen Systems kommen in vielen Formen vor (s. z. B. Fig. 28).

IV. Das monokline System.

28. Man wählt eine der beiden schiefen Achsen zur Hauptachse a und stellt sie senkrecht. Es bleiben dann noch die Längs- und Querachse; die zweite schiefe Achse nennt

man Klinoachse (Längsachse) b , die dritte, welche senkrecht zu beiden schiefen Achsen steht, ist die Orthoachse (Querachse) c .

Die *monokline Pyramide* ist als Grundform dieses Systems anzusehen; sie wird von 8 Dreiecken mit ungleichlangen Seiten begrenzt.

Es wiederholt sich beim monoklinen System genau die gleiche Ableitung der Formen, wie beim rhombischen System; nur die Bezeichnung ist eine etwas andere, da die Achsen anders benannt werden; es ist das „Makro“ des rhombischen Systems hier durch das „Ortho“ des monoklinen Systems zu ersetzen, und ähnlich ist statt „Brachy“ jetzt „Klino“ zu schreiben. Es entstehen so Protopyramide ($ma:b:c$); Protoprisma ($\infty a:b:c$) (Fig. 29); Orthopyramide ($a:mb:c$); Klinopyramide ($a:b:mc$); Orthodom ($a:\infty b:c$); Klinodom ($a:b:\infty c$) und weiter Orthopinakoid ($\infty a:b:\infty c$) und Klinopinakoid ($\infty a:\infty b:c$) und die Basisfläche ($a:\infty b:\infty c$).

Kombinationen treten in verschiedener Form auf.

Drittes Kapitel.

V. Das triklinen System.

29. Von den drei Achsen der triklinen Krystalle stellt man eine senkrecht (Hauptachse), läßt eine andere kürzere als Brachyachse (Längsachse) nach vorn laufen und sieht die längere als Makroachse (Querachse) an.

Aus der Grundform der *triklinen Pyramide* (s. Fig. 30) entwickeln sich genau wie beim rhombischen System die Protopyramiden, die Makro- und Brachypyramiden, ferner die Proto-, Makro- und Brachyp Prismen, sowie die Pinakoide (s. z. B. Fig. 31).

Im triklinen System treten ebenfalls Kombinationen von einzelnen Krystallformen auf.

VI. Das hexagonale System.

30. Die vertikale senkrechte Achse der Krystalle des hexagonalen Systems kann größer oder kleiner als die drei gleichlangen Nebenachsen sein. Als Grundform gilt die *Pyramide* über dem regelmäßigen Sechseck (s. Fig. 32 u. 33b); sie wird von 12 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt.

Protopyramiden entstehen durch Verlängerung oder Verkürzung der Hauptachse.

Das *Protoprisma* entsteht dadurch, daß die Hauptachse unendlich lang wird (s. Fig. 33 a, b).

Die *Deuteropyramide* entsteht dadurch, daß die Nebenachsen b durch die Mitten der Seiten des regelmäßigen Sechsecks der Grundform gehen, das Deuteroprisma bildet sich aus der Deuteropyramide, indem die Hauptachse unendlich lang wird.

31. *Dihexagonale Pyramide* (Fig. 34), diese entsteht derart, daß die einzelnen Seitenflächen der Grundform eine Nebenachse im Abstand b , die andere im Abstand nb , wo n zwischen 1 und 2 liegt, schneidet, der Grundriß ist in Fig. 33 c dargestellt.

Die *dihexagonalen Prismen* entstehen aus der dihexagonalen Pyramide, indem die senkrechte Achse unendlich lang wird.

Die *Basisfläche* grenzt die hexagonalen Prismen nach oben bzw. unten ab; sie ist den Nebenachsen parallel.

32. Zu erwähnen ist noch das *Rhomboeder* (s. Fig. 35), eine Hemiedrie der hexagonalen Pyramide; es entsteht dadurch, daß abwechselnd (wie beim regelmäßigen System) eine Pyramidenfläche verschwindet und die nächste bleibt. Das Rhomboeder wird von 6 gleichen Rhomben begrenzt.

Eine häufig vorkommende Hemiedrie ist diejenige des *Skalenoeders* (Fig. 36 und 37). Dieses entsteht aus der dihexagonalen Pyramide (Fig. 34), indem je 2 benachbarte Flächen bleiben und die 2 nächsten verschwinden.

Die Kombinationen im hexagonalen System sind häufig; es treten Proto- und Deutero-Formen unter sich und miteinander, sowie mit dem Rhomboeder auf (s. z. B. Fig. 38).

E. Die Krystalle in der Natur.

33. Die aufgeführten Regeln für die Ausbildung der Krystalle finden sich nur selten voll erfüllt. Die Krystalle erscheinen in der Natur meistens verzerrt, d. h. es kommt sehr häufig vor, daß einzelne Krystallflächen sich weit ausdehnen, während andere sich verkürzen; dadurch erhält die Form ein verschobenes Aussehen, und es ist manchmal nicht leicht, das richtige Krystallsystem, dem sie angehört, herauszufinden.

34. In manchen Fällen verschwinden einzelne Flächen der Krystalle vollständig, oder der Krystall ist nur zum Teil vollendet; letzteres tritt dann häufig auf, wenn er sich auf einem anderen Mineral angesetzt hat (aufgewachsene Krystalle).

Bisweilen sind die Krystallflächen auch gekrümmt, bisweilen sind sie mit Streifung — meistens mit paralleler Streifung — versehen; in vielen Fällen haben die Krystalle andere Minerale umschlossen; auch Einschlüsse von Flüssigkeiten finden sich gar nicht selten. Die Einschlüsse können schöne Zeichnungen und Farben hervorrufen, besonders wenn sie fein verteilt sind; so z. B. beim Achat.

35. Von besonderer Bedeutung sind noch die *Zwillingskrystalle*, welche sich entweder mit einer Fläche berühren (Fig. 39) oder auch durcheinander durchgewachsen sein können. In ersterem Falle heißt die beiden Krystallen gemeinsame Fläche die *Zwillingsfläche*. Auch *Drillinge*, *Bierlinge* u. s. w. können vorkommen.

Die Krystalle können sogar in einzelnen Fällen derartig verzogene Formen annehmen, daß sie gar nicht an regelmäßige Formen — und besonders nicht an die vorerwähnten Krystallsysteme — erinnern. Das gilt z. B. von den Eisblumen unserer Zimmerfenster und vom Eis der Flüsse, Bäche und Teiche. Wer vermöchte hier zu erkennen, daß sie dem hexagonalen System angehören? Die beim Raufrost entstehenden Sternchen lassen indessen bisweilen die hexagonale Form deutlich hervortreten.

36. Die Metalle nehmen als Krystalle oft eine Form an, welche an einen Strauch erinnert. Silber und Gold kommen oft in derartig verzerrten Krystallformen als flaches Blech, in Drahtform oder als Korn vor.

Zu den Aggregaten, welche also keine deutlich sichtbaren Krystalle zeigen, gehört der Marmor, der Kalkstein u. s. w. Zu den krystallinischen Aggregaten rechnet man den Tropfstein.

Die *Pseudomorphose* eines Minerals nennt man die Erscheinung, daß bisweilen solche Mineralien, denen eine gewisse Krystallform nicht zukommt, diese dennoch annehmen. Es kann z. B. vorkommen, daß ein krystallisiertes Mineral durch ein anderes verdrängt wird, oder das erstere wird von einem anderen Mineral umhüllt, es verwittert und wird wiederum durch ein anderes Mineral ersetzt.

III. Die Eigenschaften der Mineralien.

37. Bei der Betrachtung und Beschreibung der Mineralien sind ihre physikalischen und chemischen Eigenschaften von hervorragender Bedeutung. Beschäftigt man sich mit der ersteren Art, dann braucht das Mineral in seinem Gefüge dabei nicht geändert zu werden, während die Untersuchung auf die chemischen Bestandteile es in seiner Zusammensetzung auflöst, um die Einzel-

heiten der letzteren zu ergründen. Die physikalische Untersuchung erstreckt sich auf die Härte des Minerals, auf sein spezifisches Gewicht, seine Spaltbarkeit, auf die Wirkungen, welche es auf unsere Sinne (Geruch, Geschmack, Gefühl und Gesicht) ausübt u. s. w.

A. Die physikalischen Eigenschaften der Mineralien.

38. Die Härte eines Minerals ist sein Widerstand gegen Ritzen. Ein weiches Mineral kann von einem härteren geritzt werden, aber nicht umgekehrt. Einige Minerale können schon mit dem Nagel des Fingers geritzt werden, andere mit dem Messer und noch andere nur mit den härtesten Mineralien (z. B. Diamant). Es ist nun vom Gelehrten Mohs eine sogenannte *Härteskala* aufgestellt, in welche man alle Minerale einreihen kann, je nachdem sie von einem Gliede dieser Mineralreihe noch geritzt werden oder nicht.

39. Die Härteskala lautet folgendermaßen:

- | | |
|---------------------------|--|
| 1. Kalk | } durch den Fingernagel zu ritzen. |
| 2. Steinsalz | |
| 3. Kalkspat (Marmor) | } mit dem Messer zu ritzen. |
| 4. Flußspat | |
| 5. Apatit | |
| 6. Feldspat (Orthoklas) | } geben am Stahl — d. h. mit Stahl geschlagen — Feuer. |
| 7. Quarz (Bergkry stall) | |
| 8. Topas | |
| 9. Korund (Rubin, Saphir) | |
| 10. Diamant | |

40. Von Bedeutung ist in vielen Fällen die Art des *Bruchs* der Mineralien. Zerschlägt man sie, dann zeigt die Bruchfläche oft ein rauhes oder glattes, unebenes, splittriges, schiefriges, muscheliges u. s. w. Aussehen.

Von Wichtigkeit für das Unterscheiden der Mineralien ist auch ihre *Spaltbarkeit*. Es gibt manche Richtungen, in welchen sie dem Aufbrechen weniger Widerstand entgegensetzen als in anderen. Diejenige Fläche, nach welcher die Trennung leichter erfolgt, liegt einer Kry stallfläche parallel. Es gibt nun weiter sehr leicht spaltbare Mineralien (Gips, Orthoklas, Steinsalz, Glimmer u. s. w.).

41. Die Festigkeit, mit welcher die einzelnen Teile der Substanz eines Minerals aneinanderhaften, wenn man es zerschlägt, nennt man seine *Tanacität*. Ein Mineral kann so

spröde, milde, geschmeidig, biegsam, elastisch, dehnbar u. s. w. genannt werden.

42. *Farbe und Glanz.* Bisweilen sind die Mineralien „gefärbt“, d. h. sie haben ihre Farbe durch Beimengung oder Einwirkung anderer Mineralien erhalten; ihr Aussehen ist dann kein sicheres Kennzeichen. Ist die Farbe aber eine Eigenthümlichkeit des Minerals, ist sie also nicht durch andere Beimengungen veranlaßt, dann kann sie als wesentliches Merkmal gelten. Vielfach wirkt auch die atmosphärische Luft auf das Aussehen der Minerale ein; sie laufen an, rosten, werden bunt u. s. w.

43. Der Glanz der Minerale ist je nach der Stärke (matt, stark u. s. w.) und der Art ein sehr verschiedener, so hat man zu unterscheiden: metallischen und nichtmetallischen Glanz, ferner Glasglanz (durchscheinend oder durchsichtig), Perlmutterglanz, Seidenglanz, Fettglanz und Diamantglanz.

44. *Durchsichtigkeit.* Viele Minerale sind durchsichtig, so z. B. Bergkrystall, Eis u. s. w. Andere Minerale sind undurchsichtig, z. B. Gold, Eisen u. s. w.; noch andere sind mehr oder weniger durchsichtig oder durchscheinend, wenn sie in hinreichend kleine Platten zerlegt werden (Dünnschliff).

Eine sehr wichtige Eigenschaft vieler Minerale ist die *Doppelbrechung*, welche eigentlich allen Krystallen mit Ausnahme derjenigen, welche zum regelmäßigen System gehören, zukommt. Die Doppelbrechung ist dadurch zu erkennen, daß ein Strich oder Punkt, ein Sandkorn u. s. w. beim Betrachten durch den Krystall hindurch verdoppelt erscheint. Nicht in jeder Richtung der Krystalle tritt die Doppelbrechung auf, sondern sie ist bei verschiedenen Achsrichtungen oft verschieden.

45. *Verschiedenfarbigkeit* der Mineralien tritt häufig auf; d. h. sie haben verschiedene Farbe, wenn man das Licht nach verschiedenen Richtungen durch sie durchgehen läßt. Die Mineralien können so im durchscheinenden Licht zwei- und dreifarbig sein.

Manche Mineralien schillern (iridieren) im Licht, andere phosphoreszieren.

46. Von hervorragender Wichtigkeit ist noch der *Strich der Mineralien*. Streicht man mit ihnen über eine raue Porzellanfläche, dann hinterlassen sie einen farbigen Strich, welcher bei vielen als Kennzeichen dient (Steinkohle gibt z. B. einen schwarzen, Braunkohle einen braunen Strich).

Auch das *spezifische Gewicht* oder die Dichte gibt einen wesentlichen Anhalt für die Kennzeichnung der Minerale; es drückt aus, wievielmals so schwer das Mineral als die gleiche Raummenge Wasser ist.

B. Die chemischen Eigenschaften der Minerale.

47. Die Chemie ergründet die Zusammensetzung der Minerale; diese setzen sich entweder aus einem oder aus mehreren Grundstoffen zusammen; in ersterem Falle ist das Mineral „gediegen“, in letzterem ist es eine chemische Verbindung.

Man hat nun solche Grundstoffe oder Elemente zu unterscheiden, welche *Nichtmetalle* sind, und solche, welche zu den *Metallen* gehören. Metalle haben ein eigenartiges metallisches Aussehen und sind undurchsichtig. Die Metalle zerfallen in leichte und schwere Metalle. Die Dichte der letzteren ist größer als 5. Die leichten Metalle zerfallen in 1. Metalle der Alkalien; 2. Metalle der alkalischen Erden; 3. Metalle der Erden. Die schweren Metalle werden in unedle und edle Metalle unterschieden. Edle Metalle oxydieren nicht, wenn sie der atmosphärischen Luft ausgesetzt werden, d. h. sie gehen mit dem in ihr enthaltenen Sauerstoffe ohne weiteres keine chemische Verbindung ein.

48. Nachstehend wird eine kurze Uebersicht über die wichtigsten Grundstoffe gegeben:

I. Nichtmetalle.

	chem. Bezeichn.	Dichte.
1. Wasserstoff	H	0,07
2. Sauerstoff	O	1,11
3. Stickstoff	N	0,97
4. Kohlenstoff	C	2,25
5. Schwefel	S	2,05
6. Phosphor	P	1,83
7. Chlor	Cl	2,45
8. Silicium	Si	2,49
9. Brom, Jod, Bor und Fluor u. s. w.		

II. Metalle.

A. Leichte Metalle.

a) Metalle der Alkalien.

1. Kalium	K	0,86
2. Natrium	Na	0,97

b) Metalle der alkalischen Erden.

	chem. Bezeichn.	Dichte.
1. Calcium	Ca	1,57
2. Magnesium	Mg	1,74
Strontium, Barium.		

c) Metalle der Erden.

1. Aluminium	Al	2,56
2. Yttrium, Zirkonium, Erbium u. f. w.		

B. Schwere Metalle.

a) Uedle Metalle.

1. Eisen	Fe	7,8
2. Kupfer	Cu	8,9
3. Zinn	Su	7,3
4. Nickel	Ni	8,8
5. Blei	Pb	11,4
6. Mangan	Mn	7,2
7. Zink	Zn	7,2
8. Arsen	As	5,7
9. Chrom	Cr	6,9
10. Bismut	Bi	9,8
11. Antimon, Kobalt, Cadmium, Wolfram u. f. w.		

b) Edle Metalle.

1. Platin	Pt	21,5
2. Gold	Au	19,3
3. Silber	Ag	10,5
4. Quecksilber	Hg	13,6
5. Iridium, Palladium, Ruthenium u. f. w.		

49. Die Atome (chemisch kleinsten Teile) der Substanz eines Grundstoffes gehen mit den Atomen eines oder mehrerer anderer Grundstoffe Verbindungen ein, die man kurz mit den chemischen Zeichen bezeichnet. So besteht z. B. der Kupferkies aus Kupfer, Eisen und Schwefel, und man bezeichnet ihn chemisch mit CuFeS_2 , d. h. (s. d. obige Tabelle) daß ein Atom Kupfer, ein Atom Eisen und zwei Atome Schwefel zu einem Molekül Schwefelkies zusammengetreten sind. Ähnlich ist es mit den anderen Mineralien, so z. B. FeCO_3 (Eisenspat oder Spateisenstein), NaCl (Kochsalz) u. f. w.

50. Sind mehrere Mineralien chemisch ähnlich, d. h. analog zusammengesetzt und sind auch die Krystalle ähnlich, dann nennt man sie *isomorph* (gleichgestaltet). Sie können

sich bei Entstehung eines Krystalls ergänzen und diesen gemeinsam bilden.

Isomorph sind z. B. Calcit und Dolomit. Ersterer besteht aus Calciumcarbonat CaCO_3 ; letzterer aus Calcium- und Magnesiumcarbonat MgCO_3 ; beide krystallisieren rhomboedrisch.

51. Als *allotrop* (andersartig) bezeichnet man solche, aus Grundstoffen bestehende Mineralien, die zwar chemisch genau in gleicher Weise zusammengesetzt sind, die aber in verschiedener Form und mit verschiedenen Eigenschaften erscheinen. Ein Beispiel hierfür bietet der Kohlenstoff, welcher als Diamant, als Graphit und Ruß auftritt.

Der Ausdruck *allotrop* wird nur auf Grundstoffe angewendet, bei anderen Mineralien nennt man diese Eigenschaft *dimorph* (zweigestaltig) oder *trimorph* (dreigestaltig), je nachdem das Mineral in zwei oder drei anderen Formen auftritt.

Viertes Kapitel.

IV. Einteilung und Beschreibung der Minerale.

A. Grundstoffe.

a) Metalle.

1. Gold.

52. Gold krystallisiert nach dem regelmäßigen System, kommt aber meistens gediegen in zweig- oder traubenartiger Form vor oder als kleine Platten oder Schuppen. Vorwiegend findet es sich lose, häufig auch eingesprengt. Fundstätten sind die Täler der Flüsse (Seifengold). Es tritt auf in Kalifornien, Australien, Transvaal, Sibirien, im Ural und in Siebenbürgen. Als sogen. Berggold findet es sich in vielen Gesteinen eingesprengt und in Gängen; so z. B. im Andesit, Granit und in anderen krystallinischen Massengesteinen. Im Schwefelkies und Bleiglanz kommt es in kleinen Mengen vor; meistens ist es mit Silber vermennt.

53. Der Strich ist von goldgelber Farbe, das Mineral ist sehr dehnbar und geschmeidig. Nur im Königswasser löst es sich auf. Der Bruch ist hakig.

Durch Salpetersäure oder durch Erhitzen mit Schwefelsäure kann man das Gold von anderen Metallen reinigen. Meistens wird es aus dem Flußsande durch Auswaschen gewonnen.

Auch in den Ablagerungen der deutschen Flüsse — besonders des Rheins — ist in geringen Mengen Gold enthalten; es ist durch die Tätigkeit des Wassers mit dem Geröll und den Geschieben der Gebirge

in die Ebenen gelangt; der Abbau bezw. das Auswaschen aus dem Sande lohnt sich bei uns indessen nicht.

Formt man das Gold zu Gebrauchsgegenständen, wie Gefäßen, Münzen u. s. w., dann fügt man ihm Silber oder Kupfer bei, um eine größere Härte zu erzielen. Der Goldgehalt wird in Tausendsteln angegeben; so enthält Gold mit $\frac{750}{1000}$ Feingehalt 750 Teile Gold und 250 Teile Silber oder Kupfer.

2. Silber.

54. Silber tritt in ähnlicher Form wie das Gold auf; es findet sich daher in gediegener Form in baum- oder drahtförmigen Massen; es kristallisiert nach dem regelmäßigen System. Vielfach kommen als Lagerstätten auch Nester und Gänge (Adern) vor, ferner ist es vereinzelt anderem Gestein eingesprengt.

Das Silber ist wie das Gold leicht hämmerbar, daher dehnbar, der Bruch ist hakig, der Strich ist silberweiß, die Farbe meistens etwas gelblich, es hat meistens einen dunklen oder bräunlichen Anlauf. Gewöhnlich kommt es mit Gold vermischt vor; mit Schwefel verbunden findet es sich als Gläserz (Ag_2S) und Rotgültigerz.

Früher wurde Silber aus den Silbererzen (Rotgültigerz, Bleiglanz und Kupferkies) durch das Amalgamationsverfahren gewonnen, jetzt sind mehrere andere Methoden in Gebrauch, z. B. der sogen. Extraktionsprozeß, das Abtreiben u. s. w.

55. Reines Silber hat starken Glanz; den Glanz verliert es nicht leicht; nur Schwefelwasserstoff macht die Farbe gelblich und schwarz. Durch Zusatz von Kupfer wird das Silber härter, es wird in dieser Legierung als Münze verwendet. Den Feingehalt drückt man in Tausendsteln aus; er beträgt etwa $\frac{900}{1000}$ bei unseren Silbermünzen. Silber löst sich in Salpetersäure (Scheidewasser). Die Verwendung zu Geräten, Schmucksachen u. s. w. ist bekannt.

Als Fundort für Silber ist Mexiko zu nennen, ferner kommt es in Peru und Chile vor, Kongsberg in Norwegen liefert schöne Krystalle, bei uns tritt im Erzgebirge und Harz Silber auf.

3. Platin.

56. Dem regelmäßigen System gehört das Platin an; es findet sich in Körnern oder Klumpen. Platin ist selten; die Farbe ist grau-weiß. Löslich ist es in Königswasser. Der Bruch ist hakig, die Dehnbarkeit groß; es ist sehr geschmeidig und dabei zähe. Der Strich ist silberweiß bis stahlgrau.

Stets ist das Platin, wo es in der Natur vorkommt, von anderen ähnlichen und seltenen Metallen begleitet. So von Ruthenium, Osmium, Iridium u. s. w., ferner von Kupfer oder Eisen.

Platin ist schwer schmelzbar; es wird daher zur Herstellung von Schmelztiegeln verwendet; von einigen Metallen wird es indessen in der Glühhitze angegriffen.

Fundorte für Platin sind Südamerika (im Flussand), ferner der Ural.

4. Quecksilber.

57. Quecksilber ist gewöhnlich flüchtig; erst bei -40° wird es fest, dabei krystallisiert es in Oktaedern — also nach dem regelmäßigen System. Vor dem Lötrohr läßt es sich leicht verflüchtigen. Die Farbe ist weiß.

Meistens findet sich Quecksilber in Verbindung mit Schwefel als Zinnober HgS . In festem Zustande ist es dehnbar und hämmerbar.

Bekannt ist die Verwendung zu Thermometern und Barometern, zum Spiegelbelag u. s. w.

Quecksilber findet sich in Spanien (Almaden), Kalifornien und auch im Rheinland (Pfalz).

Mit Silber vereinigt bildet das Quecksilber Amalgam ($HgAg$), welches ebenfalls silberweiß ist.

5. Eisen.

58. Das Eisen findet sich in Eisenerzen überaus häufig. Gediegen kommt es selten vor, und zwar meistens als sogen. Meteorereisen, d. h. als Rest anderer Weltkörper, welche auf die Erde niedergefallen sind. Vereinzelt ist es eingesprengt. Das Eisen krystallisiert nach dem regelmäßigen System.

Die Farbe ist weiß, grau oder schwarz; der Strich ist glänzend; der Bruch hakig, körnig und blättrig; es ist stark dehnbar. An der Luft rostet das Eisen.

59. Als wichtigste Eisenerze sind zu merken:

1. Brauneisenstein, ein häufig vorkommendes Eisenerz. Es wird in Westfalen, Thüringen, Böhmen u. s. w. gefunden.

2. Spateisenstein; findet sich an denselben Stellen wie der Brauneisenstein.

3. Magneteisenstein; häufig in Thüringen, Schweden, Sachsen u. s. w.

4. Roteisenstein in Westfalen, Harz, Sachsen u. s. w. vorkommend.

5. Raseneisenstein; dieses enthält Schwefel und Phosphor und tritt häufig in Norddeutschland auf.

6. Schwefelkies, FeS_2 , im Harz, Erzgebirge u. s. w. vorkommend.

60. Die überaus häufige Verwendung des Eisens als Schmiedeeisen, Gußeisen und Stahl ist bekannt; es wird besonders aus den ersten vier der genannten Erze durch besondere Herstellungsarten gewonnen. Zu Geräten, Waffen, Maschinen, Werkzeugen, Schienen, Brücken, Schiffen u. s. w. wird es häufig benutzt und ist daher für die Technik von ganz hervorragender Bedeutung.

Meteoreisen ist in Blöcken von mehreren Zentnern an Gewicht gefunden worden.

6. Kupfer.

61. Kupfer ist weit verbreitet und gehört dem regelmäßigen System an, es kommt in Blättchen, Körnern und größeren Klumpen vor. Farbe und Strich sind kupferfarben und von Metallglanz. Der Bruch ist hakig, das Metall dehnbar.

Kupfer schmilzt leicht und wird auch von Säuren leicht angegriffen.

Gediegen findet sich das Kupfer in Sibirien, Japan u. s. w. Die wichtigsten Kupfererze sind Kupferkies CuFeS_2 , Malachit, Rotkupfererz Cu_2O . Fundorte dieser Erze sind Sibirien, Australien u. s. w.

An der Luft nimmt Kupfer einen anfänglich braunen, dann grünen Ueberzug an, welcher durch die Einwirkung der Kohlensäure hervorgerufen wird; dieser wird Patina — auch wohl unrichtig Grünspan — genannt. Grünspan entsteht eigentlich durch Einwirkung von Essigsäure auf Kupfer:

62. Aus Zink und Kupfer wird eine Legierung — Messing — hergestellt, diese ist von gelber Farbe, leicht zu schmelzen und dabei hart. Tombak hat geringen Zinkgehalt.

Neusilber besteht aus Kupfer, Zink und Nickel; es hat weiße Farbe (Alfenide, Christofle, Alpaka, Chinasilber u. s. w. genannt).

Bronze besteht aus Kupfer und Zinn.

Kupfer war im Altertum schon vor dem Eisen bekannt. In Deutschland wird Kupfer besonders aus Kupferkies bei Mansfeld gewonnen.

7. Antimon.

63. Antimon kristallisiert hexagonal. Die Farbe ist weiß, bläulich-grau oder gelblich; der Strich ist grau. Es ist spaltbar. Es findet sich in körnigen oder blättrigen Massen, auch eingesprengt. Der Bruch ist blättrig; es ist spröde und löst sich in Königswasser.

Antimon ist im ganzen selten; es tritt auf im Harz, Schweden, Kanada u. s. w.

Als Grauspießglanz Sb_2S_3 tritt es häufiger auf.
In einzelnen Fällen wird Antimon bei Legierungen verwendet.

8. Wismut.

64. Hexagonales System. Wismut ist ein mildes Metall und läßt sich mit dem Messer schneiden. Es kommt in Plättchen oder als körniges Aggregat, auch zweigförmig, vor. Spaltbar. Die Farbe ist rötlich-weiß, der Strich grau, es ist nicht dehnbar und leicht schmelzbar.

Wismut ist ein seltenes Mineral; es kommt im Erzgebirge, in Schweden u. s. w. vor. Es wird benutzt, um leichtflüssige Legierungen herzustellen.

9. Arsen.

65. Arsen oder Arsenik krystallisiert hexagonal. Die Farbe ist stahlgrau, ebenso der Strich; beide werden rasch dunkel, es ist spröde und schmilzt leicht. Charakteristisch ist der Knoblauchgeruch beim Schmelzen; es kommt gediegen und als Erz ziemlich häufig vor. Arsen findet sich in blättrigen oder knolligen Massen. Der Bruch ist dicht oder feinkörnig; das Metall ist spröde.

Fundorte sind Harz, Freiberg, Norwegen u. s. w.

Arsenhaltige Farben (Schweinfurter Grün, Anilinfarben u. s. w.) kommen in der Technik häufiger zur Anwendung. Für die Gesundheit sind dieselben in hohem Grade nachteilig und daher in bewohnten Räumen nicht zu verwenden.

b) Nichtmetalle.

1. Diamant.

66. Der Diamant gehört dem regelmäßigen System an; die Krystallflächen sind oft gekrümmt und uneben. Er spaltet nach gewissen Richtungen sehr gut. Der Bruch ist spröde. Charakteristisch ist der Diamantglanz; die Farbe ist sehr verschieden; manchmal farblos, manchmal grün, rot, gelb u. s. w.; es gibt durchsichtige und undurchsichtige Diamanten. Von allen Mineralien ist er das härteste.

Er kann in sehr heißem Gebläse verbrannt werden; er besteht aus reiner Kohle, welche zu Kohlensäure verbrennt.

Diamanten finden sich im Flußsande und Gebirgsgeröll im Kaplande, Indien, Brasilien, Kalifornien, im Ural u. s. w., auch im festen (vulkanischen) Gestein kommen sie vor.

In neuester Zeit ist es nach vielen Versuchen gelungen, kleine Krystalle künstlich herzustellen.

67. Bekannt ist die Verwendung der Diamanten zu Schmuckgegenständen und Prunkstücken; ferner wird er zum Schneiden von Glas und zum Schleifen (Diamantbord in Pulverform) anderer Diamanten benutzt. Beim Tunnelbau und Schachtbau benutzt man weniger schöne Exemplare an Bohrmaschinen und Gestängen, um Bohrlöcher herzustellen.

Der Wert der Diamanten ist ein sehr hoher. Große und schöne Exemplare sind sehr selten. Bekannt ist der Koh-i-Noor aus dem Kronschatz Englands; ebenso der Regent im Kronschatz Frankreichs. Der größte aufgefundenene Diamant war rund 1000 Karat schwer (5 Karat = 1 Gramm); er heißt Excelsior.

2. Graphit.

68. Der Graphit bildet hexagonale Krystalle, die ebenfalls aus Kohlenstoff bestehen; dieselben sind bleigrau und schuppig. Seine Härte ist gering; meistens kommt er in blättrigen Massen vor.

Graphit ist also eine zweite Krystallform des dimorphen Kohlenstoffs. Graphit ist fettig, stark abfärbend und schwer zu verbrennen.

Bekannt ist seine Verwendung zu Bleistiften, auch Schmelztiegel werden aus ihm geformt, ferner wird Ovenschwärze aus Graphit hergestellt; weiter wird er als Schmiermittel für Maschinen verwendet.

Gefunden wird Graphit in Sibirien, ferner in England und bei Nassau; weiter in Kalifornien, Mexiko u. s. w.

Graphit leitet die Elektrizität sehr gut; Säuren greifen ihn nicht an.

3. Schwefel.

69. Das Krystallsystem, welchem der Schwefel angehört, ist das rhombische; vielfach tritt er aber in derben Aggregaten auf, welche oft anderem Gestein eingesprengt sind.

Schwefel ist undurchsichtig, spröde, sein Bruch muscheliger; die Farbe schwefelgelb oder mehr bräunlich; der Strich ist gelblich. Oft ist er durch Beimengung von anderen Mineralen unrein. Die Elektrizität leitet er nicht.

Außer dem rhombischen System gehört der Schwefel auch noch dem monoklinen System an, weiter kommt er noch in amorphem Zustande vor.

Monokline Krystalle können durch Schmelzen des Schwefels erhalten werden, wenn die obere Schmelzkruste durchgestoßen und das Innere zum Teil abgegossen wird; er wandelt sich aber bald in rhombischen Schwefel um.

Gießt man dickflüssigen (geschmolzenen) Schwefel in Wasser, dann bildet er eine braune amorphe Masse, welche bald hart, spröde und gelb wird.

70. In vulkanischen Gegenden ist Schwefel häufig; er bildet sich auch als Niederschlag von Solfataren (das sind schwefelhaltige Quellen). In Sizilien, Cadix und Ungarn kommt er in großen Mengen vor.

Als Schwefelkies, Kupferkies, Zinnober, Gips u. s. w. tritt er häufig in Verbindung mit anderen Mineralien auf.

Für die Technik ist Schwefel von großer Wichtigkeit, da er zur Schießpulver-Fabrikation, zur Herstellung von Schwefelsäure und von Schwefelhölzern verwendet wird; ferner dient er zum Bleichen, zum Desinfizieren und als Heilmittel.

Fünftes Kapitel.

B. Verbindungen der Grundstoffe.

a) Die Sulfide, Oxyde und Haloide.

71. Zu dieser Klasse gehören vorwiegend *Erze*; zu ihnen rechnet man im Gegensatz zu den Elementen die Verbindungen dieser Grundstoffe untereinander. Vornehmlich handelt es sich bei den Erzen um Verbindungen mit Schwefel (Sulfide) mit Sauerstoff (Oxyde) und um salzähnliche Mineralien (salinische Erze). Es werden hier aber auch solche Mineralien einbezogen, welche nicht Erze sind, ihrer chemischen Zusammensetzung nach aber zu den genannten Gruppen gehören.

Zu den Sulfiden rechnet man auch die Erze, welche aus Verbindungen mit Wismut, Antimon, Arsen, Selen und Tellur bestehen.

72. Die Sulfide haben für die Technik große Bedeutung, weil sie viele nutzbare Erze enthalten. Meistens sind sie undurchsichtig, haben große Dichte und ein erzartiges Aussehen.

Die Oxyde umfassen auch die Verbindungen der Elemente, welche sie mit Wasser eingegangen sind.

Zu den Haloiden gehören vornehmlich die Verbindungen der Elemente mit Jod, Brom, Chlor und ähnliche Arten. Die Mineralien dieser Klasse sind von geringer Härte, viele lösen sich im Wasser; sie haben kein metallisches Aussehen, manche unter ihnen sind farblos.

I. Die Sulfide.

73. Die Sulfide teilt man ein in *Kiese*, *Glanze* und *Blenden*. Die Kiese haben meistens helle Farbe und einen dunklen Strich; sie besitzen ein metallisches Aeußeres, sind nicht spaltbar und sehr hart.

Die Glanze besitzen eine dunklere Farbe und gleichen Strich, keine große Härte, sind meistens spaltbar und haben metallisches Ansehen.

Die Blenden sind heller gefärbt und haben keinen dunklen Strich; sie haben ein weniger metallisches Aussehen, sind meist von geringer Festigkeit und spröde.

c) Die Giese.

74. 1. *Pyrit* (Schwefelkies). Regelmäßiges System. FeS_2 . Die Farbe ist speisgelb oder braun, der Strich braun oder schwarz. Der Schwefelkies findet sich eingesprengt und derb. Mit dem Stahl geschlagen gibt er Funken, welche nach verbranntem Schwefel riechen. Er liefert schöne Krystalle mit Streifung, auch vielfach Zwillinge. Härte 6.

Der Pyrit ist sehr weit verbreitet; er verwittert leicht an der Luft. Er findet sich in sehr ausgedehnter Weise in Spanien und Portugal, in Skandinavien u. s. w. und ist auch in Deutschland häufig.

Benutzt wird Schwefelkies, um Schwefel, Schwefelsäure und Eisenvitriol zu gewinnen.

75. 2. *Markasit* (Wasserkies). Rhombisch. FeS_2 .

Markasit ist eine zweite Form des Pyrits. Er tritt eingesprengt und derb auf, auch in Form von Aggregaten. Der Bruch ist spröde und uneben. Die Farbe ist speisgelb bis hellgrau, oft grünlich oder bunt. Der Strich ist graugrün. Am Stahl geschlagen gibt er ebenfalls Funken unter Schwefelgeruch.

Markasit kommt nicht so häufig wie Pyrit vor. Er wird im Harz, im Erzgebirge u. s. w. gefunden.

Markasit wird zu gleichem Zweck wie der Schwefelkies verwendet, verwittert aber noch leichter.

76. 3. *Magnetkies*. Hexagonal FeS . Härte $3\frac{1}{2}$ —4, Dichte 4,5.

Magnetkies findet sich derb und eingesprengt, sowie als körniges oder dichtes Aggregat. Die Farbe ist hell (bronzefarben), oft bräunlich, der Strich dunkel. Er wird vom Magnet angezogen. Der Gehalt an Schwefel überwiegt den an Eisen. Häufig enthält der Magnetkies Nickel-Beimengungen, so daß er zur Gewinnung dieses Metalls verarbeitet wird.

Er wird in Skandinavien und Nordamerika gefunden; bei uns kommt er im Erz- und Fichtelgebirge, im Harz u. s. w. vor.

77. 4. *Rotnickelkies*. Hexagonal NiAs . Härte 5,5, Dichte 7,0.

Er findet sich derb und eingesprengt; der Strich ist bräunlich, die Farbe kupferrot bis bräunlich. Spröde. Bruch uneben.

Rotnickelkies ist ein wichtiges Erz für die Nickelgewinnung.

Er tritt im Harz, Schwarzwald, Thüringen und im Erzgebirge auf.

78. 5. *Kupferkies*. Tetragonal. CuFeS_2 . Härte $3\frac{1}{2}$, Dichte 4.

Kupferkies kommt derb und eingesprengt vor. Der Strich ist schwärzlich-grün; die Farbe messinggelb, auch bunt und schwärzlich. Der Bruch ist uneben.

Von den Kupfererzen kommt Kupferkies am häufigsten vor; er wird zur Herstellung des Kupfers verwendet.

Er tritt im Rheinland, Harz, Erzgebirge, Norwegen, Nordamerika u. s. w. auf.

79. 6. *Buntkupferkies* (Bornit). Regelmäßiges System. Cu_3FeS_3 . Härte 3, Dichte 5.

Meistens findet er sich derb oder eingesprengt. Der Strich ist schwarz, die Farbe rötlich; er läuft an der muscheligen Bruchfläche leicht bunt an.

Buntkupferkies wird vielfach zur Kupfergewinnung benutzt.

Er findet sich im Harz, in Sachsen, im Erzgebirge, in England, Nordamerika u. s. w.

80. 7. *Arsenkies* (Mispickel). Rhombisch. FeAsS . Härte 6, Dichte 6.

Die Farbe ist silberweiß oder stahlgrau; er läuft rasch gelb oder grau an. Der Bruch ist uneben; der Strich ist schwarz.

Er findet sich im Harz und im Erzgebirge, in Schlesien, in England u. s. w.

Arsenkies wird benutzt, um Arsen herzustellen.

81. 8. *Speiskobalt*. Regelmäßiges System. CoAs_2 . Härte = 5,5, Dichte = 6,5. Farbe zinnweiß; er läuft grau oder bunt an; der Strich ist schwärzlich-grau. Am Stahl geschlagen, zeigt sich ein Geruch nach Arsen (Knoblauchgeruch). Speiskobalt ist spröde, der Bruch uneben.

Vorwiegend kommt er in dichten oder schaligen Aggregaten, derb oder eingesprengt vor.

Speiskobalt findet sich vorwiegend bei Mansfeld, im Erzgebirge, in Ungarn u. s. w.

Er wird verwendet, um unter Zusatz anderer Minerale eine blaue Farbe zu erzielen (Smalteblau).

82. 9. *Glanzkobalt* (Kobaltglanz). Regelmäßiges System. CoAsS . Härte = 5,5, Dichte = 6. Es finden sich schöne Krystalle dieses Minerals; es kommt aber auch in derben Aggregaten vor.

Glanzkobalt ist gut spaltbar; der Bruch ist uneben, der Strich grau=schwarz, die Farbe rötlich bis silberweiß, oft ist er grau-rötlich angelauten.

Glanzkobalt kommt im Rheinland, in Schlesien, Scandinavien u. s. w. vor.

Verwendet wird er, um blaue Farben zu erzeugen.

83. 10. *Kobaltkies* (Kobaltnickelkies). Regelmäßiges System; er besteht aus Kobalt, Nickel und Schwefel, ist spröde und von Kupferfarbe. Der Strich ist dunkelgrau. Härte = 5,5, Dichte = 5,0.

Er kommt bei Siegen vor, ferner in Nordamerika u. s. w.

3) Die Glanze.

84. 1. *Bleiglanz* (Galinit). Regelmäßiges System. PbS . Härte = 2,5, Dichte = 7,5. Er findet sich vielfach in Krystallform; dann aber auch derb und eingesprengt, ferner in Aggregaten. Spaltbarkeit sehr gut. Die Farbe ist bleigrau und etwas rötlich, der Strich grau=schwarz; er besitzt starken Metallglanz auf frischen Spaltungsflächen.

Dieses Erz ist für die Bleigewinnung von größter Bedeutung; ist ihm Silber beigemischt, dann wird es oft zur Herstellung desselben benutzt.

Größtenteils findet sich Bleiglanz in älteren Gebirgsschichten. Er wird im Harz, in Sachsen, Westfalen, Rheinland, Schweden, Spanien u. s. w. gefunden und verarbeitet.

85. 2. *Silberglanz*. Regelmäßiges System. Ag_2S . Härte = 2, Dichte = 7. Findet sich in Krystallen, derb und eingesprengt. Silberglanz ist geschmeidig und läßt sich schneiden. Die anfangs stark metallglänzenden Schnittflächen laufen bald dunkel — bräunlich oder schwärzlich — an. Der Bruch ist muschelrig.

Silberglanz ist für die Gewinnung von Silber von hervorragender Bedeutung; es findet sich bei Freiberg (in Sachsen), im Harz, in Norwegen, Nordamerika (Mexiko) u. s. w.

86. 3. *Kupferglanz* (Kupferglas) Cu_2S .

Rhombisches System; meistens derb vorkommend. Härte = 3, Dichte = 5,5. Strich metallglänzend; desgleichen die Schnittfläche; rasch anlaufend. Farbe bleigrau. Bruch uneben.

Kupferglanz kommt ziemlich häufig vor. Fundorte sind Schlesien, Sachsen, Siegen, Ungarn, England u. s. w. Es wird zur Kupfergewinnung vielfach verwendet.

87. 4. *Antimonglanz* (Antimonit oder Grauspießglanz). Sb_2S_3 . Rhombisches System. Härte = 2, Dichte = 4,5 bis 5. Krystalle oft länglich. Ferner in nadelförmigen Aggregaten vorkommend. Gut spaltbar. Der Strich ist bleigrau bis schwarz; die Farbe gleichfalls; der Schnitt ist metallglänzend, läuft aber dunkel an.

Antimonglanz ist das wichtigste Antimonerz. Es findet sich in Westfalen (Krusberg), im Erz- und Fichtelgebirge und im Harz; weiter in Ungarn, Portugal, Mexiko, Kleinasien u. s. w.

88. 5. Zu erwähnen sind noch die weniger wichtigen Glanze: *Wismutglanz* (Bi_2S_3) und *Molybdänglanz* (MoS_2).

89. 6. *Fahlerz* (Tetraedit).

Regelmäßiges System. Krystalle vorwiegend tetraedrisch gestaltet. Härte = 3 bis 4, Dichte = 4,5 bis 5. Meistens aus Kupfer, Schwefel und Antimon bzw. Arsen bestehend. Der Strich ist schwarz bis braun-rötlich. Die Farbe schwarz oder grau. Das Mineral ist spröde, der Bruch muschelig und uneben.

Fahlerz kommt vor in Sachsen, an der Lahn, Tirol, im Harz, in England, Chile u. s. w.

Je nach der Zusammensetzung gibt es viele Unterabteilungen des Fahlerzes (mit Arsen, Antimon und Blei); es wird aus ihnen Silber, Kupfer, Blei u. s. w. gewonnen.

γ) Die Blenden.

90. 1. *Zinnober* (Mercurblende). HgS . Hexagonales System. Härte = 2 bis 2,5, Dichte = 8. Zinnober kommt in Krystallen, sowie derb und in körnigen Aggregaten vor. Farbe und Strich sind scharlachfarben bis braunrot und grau. Der Bruch ist splittig. Die Krystalle scheinen in dünner Schicht durch und sind diamantglänzend; die Spaltbarkeit ist ziemlich vollkommen. Es kommen mehrere Abarten, wie Korallenerz, Stahlerz u. s. w. vor.

Zinnober dient vorwiegend zur Herstellung des Quecksilbers.

Vorwiegend findet es sich in Spanien (Almaden), Krain, Toskana, Kalifornien, Peru, auch in Nassau und Westfalen.

91. 2. *Realgar* (rote Arsenblende oder Rauschrot). AsS oder As_2S_2

Monoklines Krystallsystem. Härte = 2, Dichte = 3,5. Es kommt auch in derben und körnigen Aggregaten eingesprengt vor. Der Strich ist orangegelb, die Farbe ist rötlich. Der Bruch ist fettglänzend und muscheligen.

Realgar findet sich im Harz, in Oesterreich, Amerika u. s. w. Durch die Einwirkung des Lichtes zerfällt es in ein gelbes Pulver.

92. 3. *Auripigment* (gelbe Arsenblende oder Rauschgelb). Rhombisches System. As_2S_3 . Härte = 1,5 bis 2, Dichte = 3,5. Es findet sich derb und eingesprengt, oft auch in blattförmigen Aggregaten. Die Farbe ist citronengelb, ebenso der Strich. Spaltbarkeit ist groß, auf den Spaltflächen perlmutterglänzend.

Meistens findet sich Auripigment mit Realgar zusammen; das Vorkommen ist also wie bei letzterem Mineral.

Beide werden auch künstlich dargestellt und als Malerfarbe verwendet.

93. 4. *Zinkblende* (Blende). ZnS .

Regelmäßiges System; häufig als Zwillingkrystall vorkommend. Härte = 4, Dichte = 5. In körnigen Aggregaten, derb und eingesprengt. Strich weiß-gelb bis braun. Farbe braun, gelb, rot und schwarz, auch grünlich. Phosphoresziert beim Bruch; gut spaltbar; spröde. Die Spaltflächen haben Metallglanz.

Zinkblende enthält meistens viele Beimengungen. Es findet sich in Begleitung vieler anderer Mineralien, so z. B. des Flußspats, mit anderen Blenden und Kiesen. Fundorte sind bei Aachen, Schlesien, Baden, Westfalen, Harz, Erzgebirge, Spanien, Sardinien, Schweden, Nordamerika u. s. w.

Zinkblende wird häufig zur Zinkgewinnung benutzt.

94. 5. Von geringerer Bedeutung sind *Antimonsilberblende*, *Arsensilberblende*, *Feuerblende* u. a.

Sechstes Kapitel.

II. Die Dreyde.

95. 1. *Eis* (Wasser). H_2O . Hexagonal. Härte = 1,5, Dichte 0,9. Als Schnee, Eis, Hagel, Reif, Gletscher, Eisblumen vorkommend. Farblos, spröde und von muscheligen Bruch.

Das Auftreten, Vorkommen und die Verwendung des Eises sind bekannt.

96. 2. *Quarz*. Hexagonal. SiO_2 . Härte = 7, Dichte = 2,5. Häufig in Zwillingen vorkommend, auch mit Einschlüssen.

Spaltbarkeit unvollkommen. Der Quarz besitzt Glasglanz; er ist entweder farblos oder in verschiedenen Farben gefärbt. Der Bruch ist splittig. Er leistet nur der Flußsäure keinen Widerstand. Er wird durch Reiben elektrisch.

Die Verbreitung des Quarz ist ungemein weit. Er tritt bei allen Gebirgen auf und findet sich als Sand in den Flußebenen und Tälern. Der Verwitterung widersteht er sehr lange. Es gibt eine große Zahl von Abarten des Quarz, auch bildet er Pseudomorphosen.

97. Man unterscheidet:

1. Die krystallisierten Varietäten.

Bergkrystall mit schönen deutlichen und farblosen Krystallen,
Rauchtopas mit brauner Farbe,
Amethyst, violett,
Citrin, gelb,
Morion, schwarz,
Fakenaugen mit eingelagerten Asbestnadeln,
Rosenquarz, rot,
Brasem, grün,
Avanturin, braun-rot flimmernd.

2. Die dichten (kryptokrystallinischen) Varietäten.

Chalcedon

Carneol, gelblich oder rötlich,
Plasma, grün mit roten Flecken,
Chrysopras, grün,
Moosachat mit Einschlüssen von Eisen und Mangan,
Onyx weiß und schwarz,
Sardonyx, weiß und rot,
Jaspis, bunt, mit Bändern und dergl.
Hornstein, unreine Farbe.
Feuerstein, braun, schwarz und grau, Bruch scharfkantig,
Eisenschiefer, meistens schwarz gefärbt.

Quarz wird in der Technik viel verwendet; er dient zur Herstellung des Glases, wird als Schotter und Sand bei Wege- und Eisenbahnbauten benutzt und ist ein Hauptbestandteil des Mörtels.

98. 3. *Zirkon*. Regelmäßiges System. $ZrSiO_4$.

Meistens braun gefärbt, auch gelblichrot. Häufig als Schmuck (Hyacinth) verwendet. Einige Ähnlichkeit hat er mit dem Diamant.

Er kommt als Bestandteil krystallinischer Schiefer und des Granits an vielen Orten vor.

4. Zu nennen sind noch *Polianit* (MnO_2), *Braunit* (Mn_2O_3), *Rutil*.

99. 5. *Rotkupfererz* (Cuprit) Cu_2O . Regelmäßiges System. Härte 3, Dichte 6.

Oft in körnigen Aggregaten. Strich bräunlich bis rötlich. Die Farbe ist rot bis grau. Der Bruch ist uneben und hat Metallglanz.

Rotkupfererz dient sehr häufig zur Kupfergewinnung.

Es kommt vor im Rheinland, in England, Chile, Australien u. s. w.

100. 6. Korund. Al_2O_3 . Hexagonal. Härte 9, Dichte 4. Meistens farblos oder blau, rot, braun u. s. w. Bruch splittiger. Er findet sich eingewachsen im Dolomit oder Kalk, Gneis und Basalt.

Saphire nennt man die blauen, Rubinen die roten Abarten. Diese finden sich in Indien. Das körnige Aggregat, welches in Kleinasien vorkommt, heißt Schmiergel; er findet sich auch in Sachsen und wird als Schleifmittel benutzt. Rubine kann man auch künstlich herstellen.

101. 7. Roteisenstein (Hämatit, Roteisenerz, Eisenglanz) Fe_2O_3 . Hexagonal. Härte 6, Dichte 5. Kommt in schönen Krystallen vor, auch in blättrigen, körnigen Aggregaten (roter Glasopf). Der Strich ist kirschrot oder braunrot, der Bruch spröde, die Farbe grau-schwarz mit buntem Anlauf.

Roteisenstein ist für die Eisengewinnung von großer Bedeutung. Die härteren Aggregate mit metallischem Aussehen nennt man Eisenglanz. Er kommt im Elß, in Skandinavien, Nordamerika u. s. w. vor.

Der eigentliche Roteisenstein hat geringe Härte und kein metallisches Aussehen; er findet sich im Harz, Westfalen, Schlesien u. s. w.

102. 8. Magneteisen (Magnetit) Fe_3O_4 . Regelmäßiges System. Härte 6, Dichte 5.

Es kommt derb und eingesprengt vor. Der Strich und die Farbe sind schwarz. Der Bruch ist spröde. Der Metallglanz ist bald stärker, bald schwächer.

Magneteisen ist stark magnetisch. Es ist ein sehr wichtiges Erz für die Herstellung des Eisens.

Magneteisen findet sich am Rhein, in Sachsen, Schlesien, es ist in Skandinavien weit verbreitet; weiter wird es in Ungarn und Böhmen gefunden.

103. 9. Brauneisenerz (Brauneisenstein) $2 Fe_2O_3 +$ Wasser.

Härte bis 5, Dichte 4. Es kommt in schaligen oder dichten Aggregaten vor. Der Strich ist immer braunrot, die Farbe ist bräunlich bis gelblich; der Bruch erdig.

Brauneisenerz ist ein wichtiges Erz für die Eisengewinnung.

Es findet sich in Schlesien, bei Peine, im Harz u. s. w. Brauner Glaskopf sind feinfaserige Abarten, außerdem unterscheidet man braunen Eisenoolith, Bohnerze (lose), Klappersteine, Eisenocker u. s. w.

104. 10. Gothit (Madeleisenerz).

Rhombisch; Härte 5, Dichte 4. Strich rostbraun, Farbe rotbraun bis gelbbraun. Gothit findet sich vielfach mit Braun- und Roteisenstein und dient zur Eisenherstellung.

105. 11. Polianit (MnO_2).

Tetragonales System. Härte 2 bis 6, Dichte 5. Es wird in dichten oder körnigen Aggregaten gefunden; der Strich ist schwärzlich, die Farbe hell-grau und metallglänzend.

Polianit kommt in verschiedenen Abarten häufig vor und dient zur Sauerstoffgewinnung, als Zuschlag bei der Eisenbereitung u. s. w.

Es findet sich in Schlesien, im Harz und in Thüringen, weiter in Hessen, in Spanien u. s. w.

Manganit, Braunit u. s. w. sind ähnliche Manganerze.

106. 12. Chromeisenerz (Verbindung von Eisen, Chrom und Sauerstoff).

KrySTALLISIRT nach dem regelmäßigen System. Härte 5,5, Dichte 4,5. Der Strich ist braun, der Bruch muschelig; die Farbe ist schwarzbraun. Es kommt meistens in derben Aggregaten vor.

Fundorte sind Schlesien, Ungarn, Ural, Nordamerika u. s. w.

Für die Herstellung von Chrom ist dieses Erz von Bedeutung.

107. 13. Zinnstein (Zinnerz) SnO_2 .

Tetragonales System; Härte 7, Dichte 7. Der Strich ist gelb bis weiß, die Farbe bunt, braun und schwarz. Es kommt in derben und körnigen Aggregaten vor. Der Bruch ist von Fettglanz.

Für die Zinnengewinnung ist dieses Erz von hervorragender Bedeutung. Es ist sehr weit verbreitet.

Fundorte sind Schlesien, England, Hinterindien u. s. w.

108. 14. Opal. $SiO_2 +$ Wasser.

Tritt nur amorph auf. Härte 6, Dichte 2. Farblos oder gelblich bis grau; er findet sich im Trümmergestein, sowie derb und eingeprengt. Opal hat Glasglanz und oft erdige Beschaffenheit. Es gibt mehrere Abarten dieses Minerals:

- a) *Der Edelopal* ist durchscheinend gelblich oder weißlich; er hat lebhaftes Farbenspiel. Er wird aus dem Trachyt

in Ungarn, Mexiko u. s. w. gewonnen. Edelopal ist ein wertvoller Edelstein, welcher zu Schmucksachen häufig verwendet wird.

- b) *Hyalith* ist farblos und durchsichtig. Er wird bei Hanau, in Böhmen u. s. w. gefunden.
- c) *Feueropal* ist weingelb bis rot, Fundort Mexiko.
- d) *Gemeiner Opal* ist gelb-weiß, bräunlich, rötlich, hat muscheligen Bruch.
- e) *Holzopal* besteht aus Holz, welches durch Opalmasse versteinert ist.
- f) *Kieselsinter* heißen die Abscheidungen heißer Quellen.
- g) *Kieselerde* besteht aus den abgelagerten Panzern von Diatomeen u. s. w.

III. Die Haloide.

109. 1. *Steinsalz* (Kochsalz, Chlornatrium) NaCl. Härte 2,5, Dichte 2,2.

Regelmäßiges System. Es kommt in Krystallen (Würfel) und als körniges Aggregat derb und eingesprengt vor.

Meistens ist es farblos oder durch beigemengte Bestandteile gelb, rot, grau, blau, grün gefärbt; es ist durchscheinend oder durchsichtig und besitzt Glasglanz. Der Bruch ist spröde und muschelig. Im Wasser löst es sich auf; es färbt in die Flamme gehalten diese gelb.

Steinsalz ist meistens mit anderen ähnlichen Salzen, mit Ton, Gips u. s. w. gemengt. Es bildet stellenweise riesige Lager, welche mehrere hundert Meter Tiefe haben. Das Steinsalz ist in abgetrennten Meeresteilen früherer Erdformationen entstanden.

110. Für Menschen und Tiere ist das Salz unentbehrlich; es wird zur Zubereitung der Speisen gebraucht, auch findet es als Zusatz zum Viehfutter Verwendung, weiter dient es zur Herstellung von Soda, Chlor u. s. w.

Steinsalz findet sich im Muschelfalk Württembergs (Friedrichshall), ferner in Staffurt, in Bienenburg (Provinz Hannover), im Salzkammergut, in Galizien, Spanien, Afrika, Amerika und an vielen anderen Orten. Auch aus Soolquellen wird Steinsalz gewonnen; dabei muß die Soole eingedampft werden. Ferner ist Steinsalz in aufgelöstem Zustande im Meereswasser und in manchen Binnenseen (Totes Meer, Großer Salzsee u. s. w.) enthalten.

111. 2. *Abraumsalze* sind solche Salze, welche dem Steinsalz aufgelagert sind. Dahin gehören: Chlorkalium (färbt die

Flamme violett), Kainit, Kieserit, Carnallit u. s. w. Diese Abraumfalte sind sehr geschätzte Düngemittel für landwirtschaftliche Betriebe.

112. 3. *Flussspat (Flus)* CaF_2 .

Regelmäßiges System. Härte 4, Dichte 3. Er tritt vielfach in schönen Krystallen auf, aber auch in derben und dichten Aggregaten.

Glasglanz; meistens farblos, auch gelb, grün, rot u. s. w. gefärbt.

Flussspat findet sich vorwiegend auf Gängen, so z. B. im Harz, Schwarzwald, Erzgebirge, Böhmen, Norwegen, England u. s. w.

Flussspat findet vielfach Verwendung zur Herstellung der Flußsäure (welche das Glas äßt), ferner als Zuschlag (Flußmittel) bei Verhütung von Erzen.

113. 4. *Kryolith* (besteht aus Natrium, Fluor und Aluminium).

Härte 3, Dichte 3. Monoklines System; Krystalle selten, Aggregate in körniger und derber Form häufig. Farbe weiß, braun bis schwarz. Feuchter Glasglanz.

Kryolith wird in Grönland und anderen Orten gefunden.

Es wird zur Herstellung von Soda, Alaun, Aluminium und auch zur Glasfabrikation benutzt.

114. 5. Zu den *Haloidsalzen* gehören noch *Hornsilber* (Chlor Silber) AgCl , ferner *Bromsilber* AgBr , welche zur Silbergewinnung dienen.

Weiter *Atakamit* (Salzkupfererz); letzteres hat einen grünen Strich und grüne Farbe. Es wird an einzelnen Orten (Chile) zur Kupfergewinnung benutzt.

Siebentes Kapitel.

b) Die Karbonate und Nitrate.

115. Die Karbonate enthalten Kohlensäure (CO_2), welche unter Aufbrausen durch Säuren — bisweilen erst bei Erwärmung — gelöst werden kann; die Nitrate enthalten Salpetersäure.

1. *Salpeter* (Kalisalpeter) KNO_3 .

Rhombisches System. Härte 2, Dichte 2; kommt nur in Aggregaten vor. Salpeter ist meistens farblos oder weiß.

Er findet sich in Ostindien, Chile u. s. w. und wird zur Herstellung des Schießpulvers benutzt, weil er die Feuchtigkeit nicht anzieht.

116. 2. Natronsalpeter (Chilialsalpeter) NaNO_3 . Härte und Dichte = 2.

Hexagonal; meistens in Aggregaten. Farblos oder helle Färbung. Er kommt in Chile und Bolivia vor; vielfach wird Natronsalpeter zur Düngung in landwirtschaftlichen Betrieben verwendet. Er ist im Wasser leicht löslich.

117. 3. Kalkspat (Calcit) CaCO_3 .

Hexagonales System. Kommt sehr häufig in schönen Krystallen vor; aber auch in körnigen und dichten Aggregaten. Härte 3, Dichte 2,5. Zeichnet sich durch Doppelbrechung des Lichtes aus. Kalkspat ist in der verschiedensten Weise gefärbt und zuweilen durchsichtig; er ist sehr gut spaltbar und hat Glasglanz.

Kalkspat kommt in sehr vielen Gesteinen vor; er braust beim Begeben mit Schwefelsäure stark auf.

Der Marmor ist ein körniges Aggregat des Kalkspats; der Kalkstein ist dicht, die Schreibfreide erdig. Auch die Tropfsteine der Tropfsteinhöhlen sind vom Kalkspat gebildet; ebenso der Sinter der Quellen.

Die Verwendung des Kalkspats und seiner Abarten in der Technik ist bekannt. So z. B. der Carrarische Marmor, Kalkstein u. s. w.

118. 4. Dolomit (Bitterspat) enthält Calcium, Magnesium und Kohlensäure. Härte 4, Dichte 3. Hexagonales System. Dolomit kommt auch in körnigen Aggregaten vor. Die Farbe ist meistens trübe, gelblich, bräunlich oder farblos. Mit Salzsäure übergossen, entwickelt sich die Kohlensäure unter Aufbrausen erst bei Erhitzung.

Dolomit ist ein häufig vorkommendes Mineral; er findet sich in manchen Abarten (Perlspat u. s. w.) im Harz, in den Alpen, in Italien u. s. w.; er bildet ganze Gebirgsstöcke.

119. 5. Magnesit. MgCO_3 .

Hexagonales System. Härte 4, Dichte 3. Kommt in Krystallen und Aggregaten (Knollen) vor. Die Farbe ist gelblich, grau oder bräunlich.

Er findet sich in den Alpen, in Schlesien u. s. w. in manchen Varietäten. Erst bei Erwärmung braust er mit Säure übergossen auf.

120. 6. Eisenspat (Spateisenstein, Siderit) FeCO_3 , Härte und Dichte 4.

Hexagonal. Findet sich in schönen Krystallen und derben Aggregaten (Knollen). Er hat Glasglanz und gelbliche oder bräunliche Farbe; der Bruch ist splitterig; er ist gut spaltbar.

Eisenspat findet sich in vielen Abarten und ist ein wichtiges Mineral für die Eisengewinnung.

Fundorte sind Westfalen, Harz, Schlefien, England, Karpathen u. f. w. Eisenspat löst sich in Salzsäure unter Aufbrausen der Kohlensäure.

Kohleisenstein hat schwarze Farbe.

121. 7. *Zinkspat* (Smithsonit). $ZnCO_3$.

Hexagonal. Härte 5, Dichte 4,5. Farblos und in verschiedenen Farben gefärbt. Glasglanz. Bruch uneben.

Der Zinkspat ist für die Zinkgewinnung sehr wichtig. Er findet sich bei Aachen, in Westfalen, Baden, Spanien, England u. f. w.

122. 8. *Manganspat*. $MnCO_3$. Härte 4, Dichte 3,5.

Hexagonal. Er wird, wenn Eisen beigemischt ist, zur Eisenherstellung benutzt. Farbe verschieden, öfters himbeerrot.

Fundorte: Harz, Siebenbürgen u. f. w.

123. 9. *Aragonit*. $CaCO_3$.

Rhombisches System; Härte 4, Dichte 3. Auch in derben und gefaserten Aggregaten vorkommend. Durchscheinend und von muscheligen Bruch. Farbe hellgelb bis schwärzlich, grün und bläulich; es hat Glasglanz.

Fundorte sind Schlefien, Ungarn, Alpen, Aragonien u. f. w. Aragonit ähnelt dem Kalkspat.

124. 10. *Weißbleierz* (Cerussit) $PbCO_3$. Härte 3, Dichte 6,5.

Es krystallisiert rhombisch und liefert viele Zwillingkrystalle, kommt aber auch in Aggregaten vor; es ist durchscheinend und hat Diamantglanz. Farbe schwarz oder hell — auch gelb.

Fundorte sind Harz, Böhmen, Schottland u. f. w.

Es dient zur Gewinnung von Blei.

125. 11. Zu erwähnen sind noch *Gelbbleierz* (meistens wachsgelb) und *Grünbleierz* (grün), welche beide zur Bleiherstellung dienen.

126. 12. *Malachit* (Kupfer und Kohlensäure).

Er krystallisiert monoklin. Härte 3,5, Dichte 4. Auch mit schaliger und dichter Struktur in Aggregaten. Er hat hellgrünen Strich und grüne Farbe mit Glasglanz und ist durchscheinend.

Malachit dient zur Kupferherstellung.

Er wird im Rheinland, im Harz, im Ural u. f. w. gefunden.

127. 13. *Kupferlasur* (Kupfer und Kohlenäure).

Monoklines System. Härte 4, Dichte 4; Farbe und Strich sind blau; er kommt auch in dichten und erdigen Aggregaten vor.

Malachit und Kupferlasur sind sich sehr ähnlich und kommen oft zusammen vor; beide lösen sich unter Aufbrausen in Salzsäure auf.

Auch Kupferlasur dient zur Kupferbereitung.

e) Sulfate und ähnliche Minerale.

128. Sulfate enthalten Schwefelsäure (SO_3). Hierhin gehören:

1. *Anhydrit* (CaSO_4).

Rhombisches System mit häufigen Zwillingen; aber auch vielfach in dichten und körnigen Aggregaten. Härte 3, Dichte 3.

Die Farbe ist licht, auch blau und grau. Anhydrit ist Gips ohne chemisch gebundenes Wasser und nimmt dieses leicht auf.

Gefunden wird es häufig mit Steinsalz, so z. B. in Staßfurt, dann im Harz, in den Ostalpen u. s. w.

129. 2. *Gips* ($\text{CaSO}_4 + \text{Wasser}$).

Monoklines System. Härte 2, Dichte 2,5. Es kommt derb und in schaligen Aggregaten vor (Marienglas, Marmor u. s. w.). Gips ist durchsichtig oder bunt gefärbt; es ist sehr gut spaltbar und biegsam. Glasglanz und Perlmutterglanz.

Gips findet sich an vielen Orten, so im Harz, Thüringen, bei Paris u. s. w.

Beim Erhitzen verliert Gips das Wasser und kann es beim Erkalten wieder aufnehmen; dabei wird der gebrannte Gips fest. Gips findet vielfach Verwendung zu Zimmerdecken, Figuren u. s. w.

130. 3. *Schwerspat* (Baryt), BaSO_4 .

Rhombisches System; in tafelförmigen Krystallen und in körnigen oder blättrigen Aggregaten. Härte 3 bis $3\frac{1}{2}$, Dichte $4\frac{1}{2}$.

Gut spaltbar. Die Farbe ist weiß, blau, rot oder gelb; auch durchsichtig. Glasglanz; es gibt verschiedene Varietäten. Bruch muschlig.

Schwerspat findet sich sehr häufig, so im Harz, Thüringen, Italien u. s. w.

Er dient zur Herstellung einer weißen Farbe (blanc fixe).

131. 4. Zu erwähnen sind noch *Bleivitriol* (PbSO_4) und *Coelestin* (SrSO_4), *Glaubersalz* (schwefelsaures Natron), *Kieserit* (MgSO_4), *die Alaune*; *Bittersalz* ($\text{MgSO}_4 + \text{Wasser}$).

d) **Phosphate** (phosphorsaure Salze); **Borate** (borsaure Salze).

132. 1. Als weniger wichtiges Phosphat ist *Monazit* anzusehen, welches einen hohen Bestandteil an seltenen Erden (Yttrium u. s. w.) besitzt; diese werden verwendet, um die sogen. Strümpfe des Gasglühlichts zu erzeugen. Das *Pyromorphit* (Buntbleierz) hat weißen Strich und ist bunt gefärbt; ferner ist *Vivianit* (Blaueisenerz) zu nennen.

133. 2. *Apatit* (Fluor oder Chlor, Calcium und Phosphorsäure).

Hexagonales System; es kommt ebenfalls in dichten und faserigen Aggregaten vor. Härte 5, Dichte 3. Apatit besitzt Glasglanz, ist durchsichtig oder gefärbt; der Bruch ist muschelig.

Es gibt mehrere Abarten; das Mineral ist an vielen Fundorten verbreitet; so z. B. in vulkanischen Gegenden, dann in Bayern, Nassau, Norwegen, Spanien, Frankreich, Ungarn u. s. w.

Aus dem Phosphorit werden Düngemittel für die landwirtschaftlichen Betriebe hergestellt (Superphosphat).

134. 3. *Kalait* (Türkis) (Aluminium, Phosphorsäure und Wasser), amorph.

Härte 6, Dichte 2,5 bis 3; der Strich ist weiß, die Farbe grün oder blau; es ist undurchsichtig.

Wird vorwiegend in Persien gefunden und als Schmuckstein verwendet.

135. 4. *Boracit* (enthält Bor). Härte 7, Dichte 3.

Kommt im regelmäßigen und rhombischen System vor und ist daher dimorph; er tritt auch als Aggregat auf, hat Glasglanz und ist meistens wenig gefärbt.

Er findet sich in Staffurt u. s. w.

136. 5. *Tinkal* (Borax) (enthält ebenfalls Bor).

Monoklines System; Härte und Gewicht erheblich geringer als beim Boracit. Beide finden zur Herstellung von Borax Verwendung.

Achtes Kapitel.

e) Silikate (kiesel-saure Salze).

137. Die Silikate haben kein metallisches Aeußeres, sondern sind meistens Steine; sie sind weit verbreitet und umfassen zahlreiche Mineralien, von denen hier nur die wichtigsten genannt werden können.

138. 1. *Topas*.

Rhombisches System. Härte 8, Dichte 3,5. Kommt auch in Aggregaten vor. Die Farbe ist gelb, blau, rot u. s. w. Bemerkenswert ist, daß manchmal Flüssigkeiten eingeschlossen sind.

Topas findet sich in Porphyrten und Graniten; er kommt vor im Ural, in Brasilien, auf Ceylon, Mexiko, Kleinasien u. s. w.

Als Schmuckstein wird Topas vielfach verwendet.

139. 2. *Andalusit* (kiesel-saure Tonerde).

Rhombisches System. Härte 7, Dichte 3. Auch in körnigen Aggregaten vorkommend. Farbe rötlich oder grünlich bis grau. Glasglanz. Säuren greifen ihn nicht an.

Fundorte: Erzgebirge, Ural, Andalusien u. s. w.

140. 3. *Turmalin*.

Hexagonales System. Härte 7, Dichte 3. Auch in Aggregaten vorkommend. Farbe sehr verschieden, Glasglanz. Der Bruch ist rauh. Die Zusammensetzung ist sehr verschieden; er färbt die Löthrohrflamme gelb oder rötlich. Er kommt in vielen Abarten vor.

Turmalin findet sich häufig im Granit und Gneis; so z. B. am St. Gotthard.

141. 4. *Epidot*.

Monoklines System. Härte 7, Dichte 3,5. Tritt vielfach in strahligen Aggregaten auf. Strich grau, Farbe grünlich oder schwärzlich; er ist gut spaltbar, hat Glasglanz und ist meistens durchscheinend.

Fundorte sind Norwegen, Frankreich, Alpen u. s. w.

142. 5. *Vesuvian*.

Tetragonales System. Härte $6\frac{1}{2}$, Dichte $3\frac{1}{2}$. Kommt auch in körnigen und strahligen Aggregaten vor. Farbe gelb, grün, braun u. s. w. Glasglanz. Bruch uneben; durchsichtig bis undurchsichtig.

Fundorte: am Vesuv, in den Alpen, Böhmen u. s. w.

143. 6. *Feldspatgruppe*.

Die Feldspate sind sehr weit verbreitet und bilden einen wesentlichen Bestandteil der Gebirge und der Massen-

gesteine. Sie gehören dem monoklinen oder triklinen System an; sie sind in zwei Richtungen gut spaltbar; diejenigen, welche gerade spalten, heißen Orthoklase, diejenigen, welche schief spalten, heißen Plagioklase.

Man hat folgende Arten der Feldspate zu unterscheiden:

a) **Orthoklas** (Kalifeldspat).

Monoklines System; es kommen viele Zwillinge vor. Härte 6, Dichte 2,5. In körnigen Aggregaten und derb auftretend. Orthoklas ist durchsichtig oder undurchsichtig, der Bruch ist splittig; häufig ist Orthoklas gelb, grün, rot, weiß u. s. w. gefärbt. Glasglanz.

Orthoklas kommt außerordentlich häufig vor; er findet sich als Bestandteil von Gneis, Porphyry, Granit, Trachyt, Syenit. Varietäten sind: gemeiner Feldspat in verschiedenartiger Färbung; Sanidin, ein glasiger, durchscheinender Feldspat (im Trachyt); Adular, ein klarer, farbloser Feldspat.

Dem Orthoklas sehr ähnlich ist der Mikroklin.

b) **Plagioklas** (Natron- und Kalkfeldspat).

Triklines System. Viele Zwillinge. Härte 6 bis 7, Dichte $2\frac{1}{2}$ bis 3. Farbe weiß oder rot — auch grün und farblos. Bruch muscheliger.

Der Plagioklas ist ein sehr wichtiger Bestandteil der meisten Eruptivgesteine.

Zum Plagioklas gehören: Oligoklas, welcher im Gneis, Granit, Quarzporphyry u. s. w. vorkommt.

Ferner Albit, Andesit, Labradorit u. s. w.

144. 7. **Glimmergruppe** (Phyllite).

Spaltbarkeit stark ausgeprägt; sie lassen sich leicht in Blättchen zerlegen. Härte und Dichte sind gering, die Spaltflächen haben Perlmutterglanz. Der Zusammensetzung nach sind es Tonersilikate; sie enthalten Kieselsäure, Tonerde, Kali u. s. w.

a) **Kaliumglimmer**.

Monoklines System. Härte 2 bis 3, Dichte 3,5. Er kommt häufig als blättriges und schuppiges Aggregat vor. Die Farbe ist vorwiegend hell (weiß, gelblich, bräunlich, grünlich u. s. w.). Schmilzt vor dem Lötrohr zu einer Glasmasse zusammen.

Kaliumglimmer ist vielen Massengesteinen beigemengt.

Er findet sich auch als Ausscheidung in ihnen; er kommt vor in den Alpen, Skandinavien, Amerika u. s. w.

b) **Lithiumglimmer** (enthält Lithium).

Ähnlich dem Kaliumglimmer, die Farbe ist rötlich. Schmilzt leicht vor dem Lötrohr unter roter Flamme.

c) *Magnesiumglimmer* (enthält Kalium und Magnesium).

Meistens dunkle Farbe (grau, grün, braun u. s. w.).

Magnesiumglimmer ist den Gesteinen (Granit, Porphyr, Basalt u. s. w.) vielfach beigemengt.

d) *Chlorit* (enthält Magnesium und Aluminium).

Strich und Farbe grün oder grünlich. Härte 1 bis $1\frac{1}{2}$, Dichte bis 3. Gewöhnlich als Chloritschiefer vorkommend, aber auch in anderen Gesteinen enthalten.

145. 8. *Granat*.

Regelmäßiges System. Härte 7, Dichte 4. Er findet sich im Geröll und Gebirgsschutt, sowie in dichten und körnigen Massen. Die Färbung ist sehr verschieden, meistens braun-rot. Der Bruch ist splittrig. Schmilzt vor dem Lötrohr zu Glas. Glasglanz.

Granat ist im Granit, Porphyr, Granulit u. s. w. sehr häufig. Die Verwendung als Schmuckstein ist bekannt. Man hat eine Reihe von Abarten zu unterscheiden, so z. B. Kaprubin, Kaneelstein, Melanit u. s. w.

Fundorte sind Harz, Spejart, Riesengebirge, Italien, Alpen, Norwegen u. s. w.

146. 9. *Cordierit*.

Rhombisch. Härte 7, Dichte 2,5. Meistens in Aggregaten vorkommend. Farbe verschieden, Glasglanz. Er ist den Graniten und Gneisen vielfach beigemengt, kommt aber auch im Gebirgsschutt vor.

Fundorte sind Eifel, Skandinavien, Spanien u. s. w.

147. 10. *Beryll* (Smaragd).

Hexagonales System. Härte 8, Dichte bis 3. Vorwiegend grün gefärbt, aber auch farblos. Es gibt verschiedene Abarten.

148. 11. *Kieselzinkerz*.

Rhombisches System. Härte 5, Dichte 3,5. Glasglanz. Kommt auch in dichten Aggregaten vor. Farbe weiß, grau u. s. w.

Fundorte sind Aachen, Amerika u. s. w.

Dieses Erz dient vielfach zur Zinkbereitung.

149. 12. *Hornblende* (Amphibol).

Monoklines System. Härte $5\frac{1}{2}$, Dichte 3. Kommt in Kristallen und faserigen und körnigen Aggregaten vor. Gut spaltbar. Farbe schwärzlich, grün, braun u. s. w. Glasglanz.

Hornblende tritt sehr häufig als Beimengung der Schiefer und der Eruptivgesteine auf. Es gibt verschiedene Abarten, so z. B. *Asbest* (eine weiße biegsame und faserige Art), welches zu manchen technischen Zwecken benutzt wird, da es unverbrennlich und ein schlechter Wärmeleiter ist. Asbest hat das Aussehen von gesponnenem Glase.

150. 13. Olivin (Peridot) (Magnesium, Eisen- und Kieselsäure).

Rhombisches System. Härte 7, Dichte 3,5; auch in körnigen Aggregaten und lose vorkommend. Glasglanz, Farbe gelblich, grünlich, rötlich u. s. w.; Bruch muschelrig.

Olivin ist ein häufig vorkommender Bestandteil des Basalts, Melaphyrs, Diabas u. s. w., sowie von vulkanischen Bomben.

Es wandelt sich bei der Verwitterung leicht in Serpentin um. Olivinfels besteht beinahe ganz aus Olivin; Chrysolit ist ein durchsichtiger Olivin-Edelstein.

151. 14. Talk (Magnesium, Kieselsäure und Wasser).

Kommt nur in stängeligen Aggregaten vor. Härte 1, Dichte 3. Perlmutterglanz, er färbt ab und ist fettig. Die Farbe ist weißlich, rötlich, grünlich u. s. w.

Talk findet sich als Talkschiefer vielfach in den Alpen. Speckstein ist weißlich, Topfstein ist unrein.

152. 15. Serpentin (Zusammensetzung ähnlich wie beim Talk).

Härte 3 bis 4, Dichte $2\frac{1}{2}$. Kommt nur in Aggregaten vor. Die Färbung ist sehr verschieden; meistens in grünlichen Massen auftretend; der Bruch ist splittrig; meistens undurchsichtig.

Serpentin ist aus dem Olivin entstanden (durch Verwitterung); seine Verbreitung — besonders im krystallinischen Schiefergestein — ist sehr groß. Er findet sich in Sachsen u. s. w.

Verwendung findet er häufig zu Wärmsteinen und kleinen Schmuckgegenständen.

Der Blätterserpentin ist grünlich und geht ebenfalls aus anderen Mineralien durch Verwitterung hervor.

Der Faserseerpentin hat eine faserige Zusammensetzung.

153. 16. Meerschaum (ähnlich wie Serpentin und Talk zusammengesetzt).

Er tritt meistens in Knollen auf; Härte und Dichte 2. Er ist mit Poren durchsetzt und hat weißliche oder gelbliche Farbe. Vorwiegend wird er in Kleinasien gefunden und zu Pfeifen, Cigarrenspitzen, Schmuckgegenständen und dergl. verarbeitet.

154. 17. Zeolithe.

Diese schäumen beim Erhitzen; sie enthalten Kieselsäure und Wasser neben Calcium, Natrium, Aluminium u. s. w.

Chabarit. Härte $4\frac{1}{2}$, Dichte 2. Ist weiß, rötlich oder farblos und durchsichtig; er wird bei Oberstein, in Böhmen u. s. w. gefunden. Ferner sind zu nennen Natrolit (welches meistens in weißen, faserigen Aggregaten vorkommt). Analcim (weiß oder rötlich mit Glasglanz); Philippit u. s. w.

155. 18. *Kaolin* oder Ton (Aluminiumsilikat).

Kommt meistens in erdiger Form vor, in Gängen und Nestern. Meistens ist Kaolin weiß gefärbt, hat aber manchmal auch grünliche, gelbliche, rötliche Farbe angenommen. Die monoklinen Krystalle haben Perlmutterglanz. Kaolin saugt Wasser auf und wird dann zu Formen bildsam. Härte 1, Dichte 2.

Kaolin ist vorwiegend durch Verwitterung anderer Mineralien entstanden (z. B. des Feldspats). Bekannt ist seine Verwendung zur Herstellung von Porzellan und von Tongefäßen, Figuren u. s. w.

Lehm, Löss u. s. w. sind durch Beimengungen zum Kaolin verunreinigt.

Die eigentliche Porzellanerde wird in Schlesien, Sachsen (Meißen) u. s. w. gefunden.

156. 19. *Augit*.

Es gibt eine große Zahl von Mineralien, welche dem Augit sehr ähnlich sind und als Varietäten angesehen werden müssen.

Der Augit im engeren Sinne ist monoklin; er findet sich derb und eingesprengt und in Aggregaten. Härte 6, Dichte 3,5. Farbe meistens schwarz, auch grün; Strich grau bis grün. Der Bruch ist uneben.

Augit wird an sehr vielen Stellen gefunden; er ist im Basalt, Melaphyr, Diabas u. s. w. enthalten.

Fundorte sind Eifel, Vesuv, Fichtelgebirge u. s. w.

Zur Augitgruppe gehört auch der Diopsid, welcher meistens in grünlicher Färbung vorkommt.

157. 20. *Lasurstein* (Lapis lazuli).

Regelmäßiges System; auch in körnigen Aggregaten vorkommend. Härte $5\frac{1}{2}$, Dichte $2\frac{1}{2}$. Farbe lasurblau. Glasglanz bis Fettglanz. Fundorte in Italien, Chile u. s. w. Wird häufig zu Schmuckgegenständen verarbeitet.

158. 21. *Leucit* ist ein Silikat des Kaliums und Aluminiums; er findet sich häufig in der Lava; er besitzt fettigen Glasglanz und weißliche, rötliche Farbe u. s. w.

Nephelin heißen die weißen und grauen Abarten der Tonerde-silikate. Die Bruchflächen haben Fettglanz. Sie sind manchen Massengesteinen als Gemengteile beigefügt. Sie finden sich vorwiegend in vulkanischen Gegenden.

159. Diejenigen Minerale, welche wie *Bernstein, Kohlen, Asphalt* u. s. w. der Entstehung nach auf Pflanzen zurückgeführt werden, sind in der Geologie behandelt.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorbemerkung	3
I. Einleitung	5
II. Die Krystallographie	6
A. Allgemeines	6
B. Einteilung der Krystalle	7
C. Bezeichnung der Krystalle	8
D. Die Krystalssysteme	9
I. Das reguläre oder tesserales System	9
II. Das quadratische oder tetragonale System	11
III. Das rhombische System	12
IV. Das monokline System	13
V. Das trikline System	14
VI. Das hexagonale System	14
E. Krystalle in der Natur	15
III. Die Eigenschaften der Mineralien	16
A. Die physikalischen Eigenschaften der Mineralien	17
B. Die chemischen Eigenschaften der Minerale	19
IV. Einteilung und Beschreibung der Minerale	21
A. Grundstoffe	21
a) Metalle	21
b) Nichtmetalle	25
B. Verbindungen der Grundstoffe	27
a) Die Sulfide, Dryde und Haloide	27
I. Die Sulfide	27
α) Die Kiese	28
β) Die Glanze	30
γ) Die Blenden	31
II. Die Dryde	32
III. Die Haloide	36
b) Die Carbonate und Nitrate	37
c) Sulfate und ähnliche Minerale	40
d) Phosphate (phosphorsaure Salze); Borate (borsaure Salze)	41
e) Silikate (kieselsaure Salze)	42

Sachregister.

(Die beige druckten Zahlen geben die Seitennummern an.)

- A.**
Abraumsalze 111.
Abern 54.
Aggregat 5.
Alaune 131.
Allotrop 51.
Aluminiumsilikat 155.
Amalgam 57.
Amorph 5.
Amphibol 149.
Andalusit 139.
Antimon 63.
Antimonit 87.
Antimonglanz 87.
Antimon Silberblende 94.
Anhydrit 128.
Anorganische Naturkörper 1.
Apatit 133.
Aragonit 123.
Arsen 65.
Arsenblende 91.
— gelbe 92.
Arsenit 65.
Arsenies 80.
Arsen Silberblende 94.
Asbest 149.
Asphalt 159.
Atakamit 114.
Atome 49.
Augit 156.
Auripigment 92.
- B.**
Baryt 130.
Basisfläche 27, 28, 31.
Berggold 52.
Bernstein 159.
Beryll 147.
Bittersalz 131.
Bitterspat 118.
Blau-eisenerz 132.
Blitzglanz 84.
- Bleitriol 131.
Blenden 73, 90, 93.
Boracit 135.
Borate 132.
Bor-saure Salze 13.
Borax 136.
Bornit 79.
Brachnache 25, 27, 29.
Brachydom 27.
Brachypinakoide 27.
Brachypyramide 27, 29.
Brachyprisma 29.
Brauneisenerz 103.
Brauneisenstein 59.
Braunit 98.
Bromsilber 114.
Bronze 62.
Bruch der Mineralien 40.
Buntbleierz 132.
Buntkupferkies 79.
- C.**
Calcit 117.
Carnallit 111.
Cerusit 124.
Chemische Eigenschaften 3, 37.
Chilisalpeter 116.
Chlorit 144.
Chlorkalium 111.
Coelestin 131.
Cordierit 146.
Chrom-eisenerz 106.
Cuprit 99.
- D.**
Derbe Aggregate 5.
Deutero-prisma 23.
Deutero-pyramide 22, 30.
Diamant 66.
Diamantglanz 43.
Dihexagonales Prisma 31.
Dihexagonale Pyramide 31.

Dimorph 51.
 Dioptaeder 23.
 Dolomit 118.
 Doppelbrechung 44.
 Drillinge 35.
 Durchsichtigkeit 44.

G.

Edele Metalle 48.
 Edelopal 108.
 Eigenschaften, physikalische 3, 37.
 — chemische 3, 37.
 Einfache Krystallform 14.
 Eis 95.
 Eisenglanz 101.
 Eisenpat 120.
 Endpinafoide 24.
 Entstehung der Minerale 3.
 Epidot 141.
 Erze 71.
 Extraktionsprozeß 54.

F.

Fahlerz 89.
 Feldspatgruppe 143.
 Fettglanz 43.
 Feueropal 108.
 Feuerblende 94.
 Fluß 112.
 Flußpat 112.

G.

Galenit 84.
 Gefärbte Mineralien 42.
 Gelbe Arsenblende 92.
 Gelbbleierz 125.
 Gemeiner Opal 108.
 Gestalt, holodrische 18.
 — vollflächige 18.
 Gesteine, ungleichartige 2.
 Gewicht, spezifisches der Mineralien
 37, 46.
 Gips 129.
 Glanze 73, 84.
 Glanzkobalt 82.
 Glanz der Minerale 43.
 — metallischer 43.
 — nicht metallischer 43.
 Glaserz 54.
 Glasglanz 43.
 Glauberz 131.
 Gleichgestaltete Mineralien 50.
 Glimmergruppe 144.
 Gold 52.
 Gothit 104.

Granat 145.
 Granatoeder 15.
 Graphit 68.
 Graupießglanz 63, 87.
 Grünbleierz 125.

H.

Halbflächner 19.
 Haloide 72, 109.
 Haloidzähl 114.
 Hämatit 101.
 Härte des Minerals 37.
 Härteskala 38.
 Hemiedrie 32.
 Hemieder 19.
 Hexagonales System 9, 12.
 Hexaeder 16.
 Hexakisoktaeder 18.
 Holodrische Gestalt 18.
 Holzopal 108.
 Hornblende 149.
 Hornsilber 114.
 Hyacinth 98.
 Hyalith 108.

I.

Isoitetraeder 17.
 Irisieren 45.
 Isomorphe Mineralien 50.

K.

Kalait 134.
 Kalkfeldspat 143.
 Kalifeldspat 143.
 Kalkpat 117.
 Kalkstein 117.
 Kainit 111.
 Kaliumglimmer 144.
 Kaolin 155.
 Karbonat 115.
 Kiese 73.
 Kieselerde 108.
 Kieserit 111, 131.
 Kieselsaure Salze 137.
 — Tonerde 139.
 Kieselsinter 108.
 Kieselzinkerz 148.
 Klinkachse 28.
 Klinodrom 28.
 Klinopinafoide 28.
 Klinopyramide 28.
 Kobaltkies 83.
 Kobaltnickelkies 83.
 Kohlen 159.
 Kombination 14, 27.

Kombinierte Krytallform 14.
Korund 100.
Kryolith 113.
Krytallform 4.
— einfache 14.
— kombinierte 14.
Krytalldruse 6.
Krytallijation 1.
Kupfer 61.
Kupferglanz 86.
Kupferlafur 127.
Kupferkies 78.

Q.

Qagerjtätte, fekundäre 6.
— urfprüngliche 6.
Qängspinafoide 27.
Lapis lazuli 157.
Qafurstein 157.
Leichte Metalle 48.
Lehm 155.
Leucit 158.
Lithiumglimmer 144.
Löß 155.

R.

Magneteifen 102.
Magneteifenstein 59.
Magnetkies 76.
Magnetit 119.
Magnetit 102.
Magnesiumglimmer 144.
Makroache 25, 29.
Makrodom 26.
Makropinafoide 27.
Makroprisma 29.
Makropyramide 26, 29.
Malachit 126.
Manganfpat 122.
Marfajit 75.
Marmor 117.
Meerfchaum 153.
Merfurbhende 90.
Meßing 62.
Metalle 47, 48.
— der Alkalien 47.
— der alkalifchen Erden 47.
— der Erden 47.
— leichte 48.
— edle 48.
— fchwere 48.
— unedle 48.
Metallijcher Glanz 43.
Meteorcifen 58.

Mineralien 1.
— gefärbte 42.
— ifomorphe 50.
Mißpichel 80.
Molybdänglanz 88.
Monazit 132.
Monokline Pyramide 28.
Monoklines System 9, 12.

N.

Nadeleijenerz 104.
Naturkörper, anorganifche 1.
— organifche 1.
— leblofe 1.
Natronfalpeter 116.
Natronfpat 143.
Neßter 54.
Neußilber 62.
Nichtmetalle 47, 48, 66.
Nichtmetallijcher Glanz 43.
Nitrate 115.

O.

Opal 108.
— gemeiner 108.
Oftaeder 15.
Olivin 150.
Organifche Naturkörper 1.
Orthoache 28.
Orthodom 28.
Orthoflas 143.
Orthopinafoide 28.
Orthopyramide 28.
Oxyde 71, 72, 95.

P.

Peridot 150.
Perlspat 118.
Perlmutterglanz 43.
Pinafoide 13, 27, 29.
Phosphoreszieren 45.
Phosphorfaure Salze 132.
Phosphate 132.
Phyllite 144.
Phyfikalifche Eigenfchaften 3, 37.
Platin 56.
Plagioklaffe 143.
Polianit 98, 105.
Porzellanerde 155.
Prisma 13.
— achtfseitiges 23.
— dihexagonales 31.
Protoprisma 22, 26, 28, 29, 30.
Protopyramide 21, 25, 28, 30.

Pseudomorphose 36.
 Pyramide 13.
 — dihexagonale 31.
 — monokline 28.
 — quadratische 21.
 — rhombische 25.
 — triline 29.
 Pyrit 74.
 Pyromorphit 132.

D.

Quadratische Pyramide 21.
 Quadratisches System 9, 12.
 Quarz 96.
 Quecksilber 57.
 Querpinafoide 27.

E.

Eiseneisenstein 59.
 Euschmelz 92.
 Euschrot 91.
 Euschgar 91.
 Reguläres System 12.
 Regelmäßiges System 9.
 Eiseisenerz 101.
 Eiseisenerz 59, 101.
 Eiseisenerz 54.
 Eiseisenerz 99.
 Eiseisenerz 77.
 Rhombische Pyramide 25.
 Rhombisches System 9, 12.
 Rhombendodekaeder 15.
 Rhomboeder 32.
 Rubin 100.
 Rutil 98.

F.

Fluorische Erze 71.
 Fluor 115.
 Fluoride, flüchtige 137.
 — borfluoride 132.
 — phosphorfluoride 132.
 Fluor 100.
 Fluor 13.
 Fluor 45.
 Fluor 100.
 Fluor 117.
 Fluor 69.
 Fluor 59, 74.
 Fluor Metalle 48.
 Fluor 130.
 Fluor 43.
 Fluor 52.
 Fluor Lagerstätte 6.
 Fluor 152.

Siderit 120.
 Silberglanz 85.
 Silber 54.
 Silikate 137.
 Sinter 117.
 Skaleneder 32.
 Smaragd 147.
 Smithsonit 121.
 Solfataren 70.
 Spateisenstein 59, 120.
 Spaltbarkeit der Mineralien 37, 40.
 Speisefahle 81.
 Spezifisches Gewicht der Mineralien 37, 46.
 Streifung 34.
 Steinsalz 109.
 Strich der Mineralien 46.
 Sulfate 129.
 Sulfide 71, 72, 73.
 Symmetrieebene 7.
 System, hexagonales 9, 12.
 — monoklines 9, 12.
 — quadratisches 9, 12.
 — regelmäßiges 9.
 — reguläres 12.
 — rhombisches 9, 12.
 — tetragonales 9, 12.
 — triline 9, 12.

G.

Gall 151.
 Gängigkeit 41.
 Gängiges System 9, 12.
 Gängit 89.
 Gängit 19.
 Gängit 17.
 Gängiges System 9.
 Gäng 136.
 Gäng 155.
 Gäng, flüchtige 139.
 Gäng 62.
 Gäng 138.
 Gängit 16.
 Gängiges System 9, 12.
 Gäng Pyramide 29.
 Gäng 51.
 Gängit 117.
 Gäng 140.
 Gäng 134.

H.

Uedle Metalle 48.
 Ugleichartige Gesteine 2.
 Ursprüngliche Lagerstätte 6.

B.
Verschiedenfarbigkeit 45.
Verwendung der Minerale 3.
Vesuvian 142.
Vierlinge 35.
Vivianit 132.
Vollflächige Gestalt 18.
Vorkommen der Minerale 3.

B.
Wasser 95.
Wasserkies 75.
Weißbleierz 124.
Wirkung 37.
Wismut 64.

Wismutglanz 88.
Würfel 16.
D.
Ditrium 132.
E.
Zeolithe 154.
Zinkblende 93.
Zinkspat 121.
Zimmober 90.
Zinnstein 107.
Zirkon 98.
Zweigestaltig 51.
Zwillingsfläche 35.
Zwillingskrystalle 35.
Zusammensetzung der Minerale 47



Sölzerne Brücken.

Von

Schulze,

Bauinspektor.



Potsdam und Leipzig.

Verlag von Bonneß & Hachfeld.

Alle Rechte vorbehalten.

Erstes Kapitel.

I. Holzarten und deren Verwendung im Brückenbau.

1. Zum Brückenbau wird vorwiegend Eichen- und Nadelholz benutzt. Am besten ist es, wenn die Bäume, welche zu Brückenteilen verwendet werden sollen, im Dezember gefällt werden, da Festigkeit und Dauer des Holzes dann größer sind.

Es sind die beiden Eichenarten: a) Winterliche (auch Steineiche genannt), b) Sommerliche (auch Stieleiche genannt) zu unterscheiden.

Die erstere Art hat ein weniger festes Holz, das Holz der letzteren Art ist aber knorriger.

2. Buche, Erle, Linde, Esche, Birke u. s. w. finden im Brückenbau nur vereinzelt Verwendung, da das Holz dieser Laubbäume wenig dauerhaft, selten gerade gewachsen und frei von Ästen ist.

Das Holz der Fichte oder Kiefer, welches weniger häufig zur eigentlichen Tragkonstruktion, wohl aber zu Nebenbauteilen

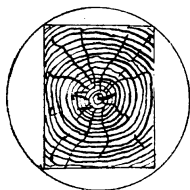


Fig. 1.

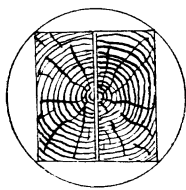


Fig. 2.

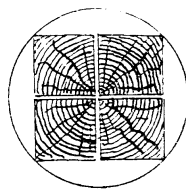


Fig. 3.

verarbeitet wird, hat einen hohen Gehalt an Harz, der es sehr dauerhaft macht, so daß es dem Tannenholz weit überlegen ist.

3. Im Brückenbau werden *Rund-* und *Kantholz* und unter letzterem *Ganz-*, *Halb-* und *Viertelholz*, sowie *Sechstelholz* verwendet (s. F. 1 bis 4); ferner werden vielfach *Bohlen* benutzt.

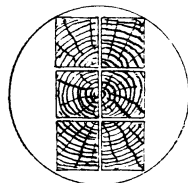


Fig. 4.

Zu beachten ist, daß alles Holz schwindet. Dieser Vorgang erfolgt durch das Austrocknen des Holzes, welches auf der Außenseite rascher vor sich geht als im Innern. Ganzholz bekommt daher leicht Risse am Umfange (s. Fig. 5); Kantholz reißt in den Seiten-

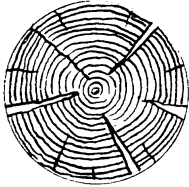


Fig. 5.



Fig. 6.



Fig. 7.

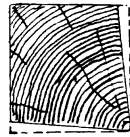


Fig. 8.

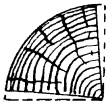


Fig. 9.



Fig. 10.

flächen (s. Fig. 6). Seltener treten Risse beim Viertel- und Halbholz (s. Fig. 7—9) auf; dieses verkürzt meistens nur den äußeren Umfang. Bohlen (s. Fig. 10) werden crumm, da

sie sich auf der Seite, welche der Stammmitte näher liegt, mehr verkürzen als auf der vom Mittelpunkt entfernteren Seite.

4. Risse in Bohlen und Balken geben leicht zu Fäulnis Anlaß, weil das Wasser eindringt. Durch Frieren des eingedrungenen Wassers werden die Risse größer. Das Schwinden des Holzes ist ferner die Veranlassung zum Lockerwerden von Schraubenbolzen der fertigen Brücke. Es ist daher nötig, daß diese Verbindungen von Zeit zu Zeit nachgesehen und nachgezogen werden.

5. Jedenfalls soll das im Brückenbau verwendete Holz möglichst trocken sein, damit sich die erwähnten Uebelstände und auch das Windschiefwerden möglichst wenig zeigen.

Holz, welches sich vollständig unter Wasser befindet, kann nicht in Fäulnis übergehen; wohl aber solches, welches der Luft ausgesetzt ist. Am leichtesten fault aber solches Holz, welches bald naß, bald trocken wird. Es ist daher besonders das Holz gefährdet, welches in Höhe eines wechselnden Wasserspiegels liegt. An solchen Stellen soll möglichst nur Eichenholz verwendet werden; auch Nadelhölzer (z. B. Fichte, Kiefer u. s. m.) zeigen sich hier widerstandsfähiger als Laubhölzer (z. B. Buche).

Holz in feuchtem Boden ist ebenfalls leicht der Fäulnis ausgesetzt.

6. Man ist nun bestrebt, dem Faulen des Holzes möglichst entgegen zu treten. Dieses kann geschehen durch *Imprägnieren* mit solchen Stoffen, welche der Fäulnis Widerstand leisten; dabei wird mittelst geeigneter Vorrichtungen Quecksilbersublimat oder

Kupfervitriollösung, Zinkchlorid u. s. w. in das Holz hineingepreßt. Ferner wendet man Anstriche aus Karbolineum, Leinöl, Delfarbe, Teer u. dergl. an. Der Anstrich mit Carbolineum avenarius, der am besten zweimal erfolgt, ist besonders empfehlenswert. An manchen Stellen sind auch Ueberdeckungen des Holzes mit Asphaltfilz, Dachpappe u. s. w. angebracht.

7. Auch durch die Bauart der Brücken sucht man der Fäulnis entgegen zu wirken. Die atmosphärische Luft muß tunlichst alle Hölzer umspülen können, so daß sie nach etwaiger Anfeuchtung rasch abtrocknen. Durch sogen. *Traufbretter* sucht man die Niederschläge möglichst von den tragenden Konstruktionsteilen fernzuhalten.

Durch die genannten Mittel wirkt man auch dem Auftreten des Schwammes und der Zerstörung durch Käfer und Larven entgegen. Es empfiehlt sich, den Anstrich der Brücken öfter zu erneuern.

8. Bei vorsichtiger Behandlung der Hölzer kann man annehmen, daß Eichenholz etwa eine Dauer von 25 bis 35 Jahren, Kiefern- und Tannenholz von 15 bis 20 Jahren besitzt. Natürlich schwankt die Dauer je nach den äußeren Umständen und der Sorgfalt in der Unterhaltung sehr. Die Haltbarkeit übersteigt die angegebenen Zahlen manchmal ganz bedeutend. Solche Teile, welche von dem Verkehr auf der Fahrbahn unmittelbar getroffen werden, leiden am meisten. In vielen Fällen muß daher der Bohlenbelag hölzerner Brücken in belebten Straßen schon nach 4 oder 5 Jahren erneuert werden. Häufig wird auch die Auswechslung und Erneuerung anderer Bauteile nach der gleichen Zeit nötig.

II. Allgemeine Anordnung der hölzernen Brücken.

9. Für die *Hauptträger* der Brücken, sowie für andere Hölzer, welche durch die Lasten in erster Linie auf Biegung beansprucht werden, ist bei Anwendung von einfachen Balken aus Kantholz das günstigste Verhältnis der Breite zur Höhe für den Querschnitt (s. Fig. 1) etwa 5 : 7.

Häufig wird es bei größeren Spannweiten der Brücken nötig, verzahnte oder verdübelte Träger anzuwenden.

10. Hölzerne Brücken einfachster Art werden derart hergestellt, daß wagerechte Tragebalken quer über den zu überbrückenden Wasserlauf in etwa 0,8 bis 1,0 m Abstand nebeneinander gelegt werden. Diese bilden die Tragekonstruktion, über die Balken legt man gleichlaufend mit dem Wasserlauf — also rechtwinklig zu den Tragebalken — Bohlen; letztere bilden die Fahrbahn. Statt der Bohlen verwendet man in einzelnen Fällen auch Rundhölzer.

11. Die Bohlen liegen also quer zu der Richtung des überführten Weges, damit die Zugtiere mit ihren Hufen Widerstand an den Fugen finden und nicht ausgleiten.

Eine bessere Bauart ist die, bei welcher die Tragebalken an den Ufern auf besonderen Hölzern aufgelagert werden (s. Fig. 11), um eine bessere Druckverteilung zu erzielen, und um

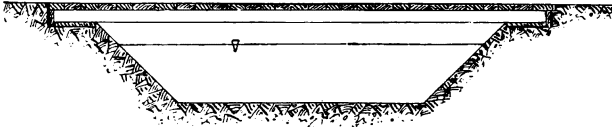


Fig. 11.

Senkrechter Schnitt durch eine einfache hölzerne Brücke mit Bohlen zur Auflagerung der Tragebalken.

dem Einsinken in das Erdreich vorzubeugen. Um die Balkenköpfe vor der Berührung mit der feuchten Erde zu schützen, bringt man auch eine Bohle vor den Balkenenden an.

12. Die Anwendung derartiger Konstruktionen empfiehlt sich aber nur für Brücken von untergeordneter Bedeutung; Versackungen sind nicht ganz zu vermeiden. Durch die Berührung mit dem feuchten Erdreich tritt leicht eine Fäulnis des Holzes ein; letzteres kann von der Luft nicht genügend umspült werden. Es ist daher anzuraten, stets besondere Stützkonstruktionen am Auflager zu verwenden und *Pfeiler* zu erbauen. Diese Pfeiler können aus Mauerwerk oder Holz bestehen.

13. Demgemäß unterscheidet man:

- a) hölzerne Brücken mit gemauerten Pfeilern;
- b) hölzerne Brücken mit hölzernen Pfeilern.

Benutzt man *gemauerte Pfeiler* für das Endauflager der Tragebalken, dann hat man zunächst eine wagerechte Mauer-
schwelle auf das Mauerwerk zu legen (s. Fig. 12), welche

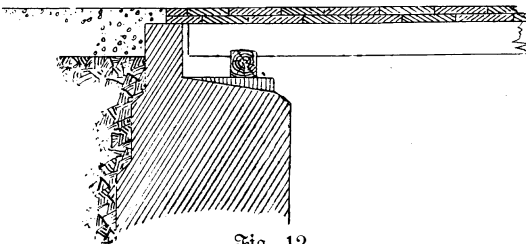


Fig. 12.

Senkrechter Schnitt durch den gemauerten Pfeiler einer hölzernen Brücke.

der Vorderkante des Endpfeilers parallel läuft; auf dieser ruhen die Enden aller Tragebalken; sie greifen zweckmäßig etwa 40 bis 50 cm weit über die Mauerschwelle hinaus, damit das Auflager auch dann noch sicher ist, wenn ein Verrotten der

Balken eingetreten ist, welches am äußersten Ende zu beginnen pflegt.

14. Das Erdreich hinter dem Auflager pfllegt man entweder nach Fig. 12 durch Hochziehen der Mauer oder nach Fig. 13 durch eine besondere Bohle gegen Abrutschen zu sichern.

Für die Auflagerung der Mauer Schwelle auf dem Mauerwerk des Pfeilers legt man diese am besten an mehreren Stellen auf

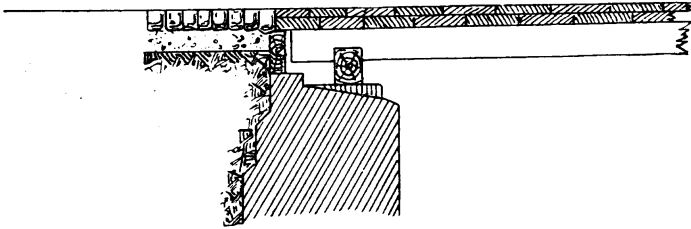


Fig. 13.

Senkrechter Schnitt durch den gemauerten Pfeiler einer hölzernen Brücke mit Bohle gegen Abrutschen des Erdreichs.

erhöhte Mauervorsprünge, damit das Wasser auf der zwischenliegenden schrägen Mauer oberfläche bequem zum Abfluß gelangen kann (s. Fig. 13).

15.* Sollen *hölzerne Endpfeiler* erbaut werden, dann rammt man eine Reihe senkrechter Pfähle und legt wagerecht über diese die sogenannten Jochholme (s. Fig. 14). Auf letzteren läßt man die

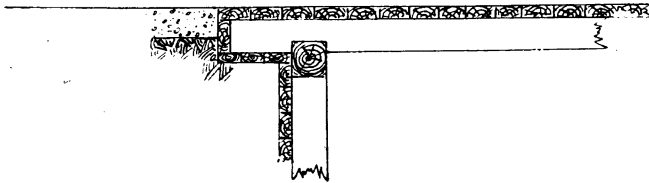


Fig. 14.

Senkrechter Schnitt durch einen hölzernen Endpfeiler einer hölzernen Brücke.

eigentlichen Tragbalken aufrufen. Die Tragbalken werden zum Abschluß gegen das Erdreich zweckmäßig am Ende mit Bohlen benagelt. Auch die senkrechten Jochpfähle werden mit einer Rückwand aus Bohlen versehen, um das Abrutschen des Erdreiches zu verhindern.

III. Verzahnte und verdübelte Träger.

16. Würde man zwei Balken MN und OP, welche aufeinandergelegt sind, der Einwirkung einer Last P_1 aussetzen (s. Fig. 15), dann würde sich bei der Durchbiegung der obere Balken auf dem

unteren verschieben, wie dieses durch Punktierung angedeutet ist; die Balken würden nicht gemeinsam wirken, sondern jeder würde für sich einen Teil der Last aufnehmen. Sollen die Balken die Last gemeinsam tragen, dann muß man Vorsorge treffen, daß

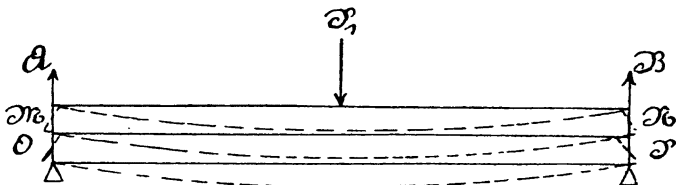


Fig. 15.

durch Verzahnung oder Verdübelung der Verschiebung der unteren Fläche des oberen Balkens auf der oberen Fläche des unteren Balkens entgegengewirkt wird. Beide Balken wirken dann nahezu wie ein einziger von den Abmessungen der beiden zusammengekommen; die Tragfähigkeit ist also gegenüber der Anordnung von zwei einzelnen Balken ganz wesentlich erhöht.

17. Es ist nun nötig, daß bei der Verzahnung die Zähne nach der Mitte zu ansteigen, damit der oben näher erklärten

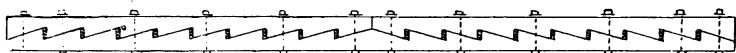


Fig. 16.

Seitenansicht eines verzahnten Balkens.

Verschiebung entgegengewirkt wird (s. Fig. 16). Ferner ist es nötig, daß die Balken durch Schraubbolzen verbunden werden, damit bei der Belastung und der damit verbundenen Durchbiegung kein Abheben der Balken voneinander eintritt. Um weiter zu verhindern, daß das Hirnholz an den Stirnen der Zähne bei starker Belastung ineinander hineinsfrißt, wendet man hier oft sogen. Dübel an. Diese Dübel sind Keile von hartem Holz (Eichenholz), welche zwischen die Zähne der Balken eingetrieben werden.

18. Schwierig ist es, die Verzahnung so herzustellen, daß alle Zähne genau passen; schon aus diesem Grunde ist es ratsam, Dübel bei der Verzahnung anzuwenden, da man diese nachtreiben kann. Nachteilig ist ferner, daß bei Verzahnung von den Hölzern ein Teil ihrer Höhe für die Tragfähigkeit nicht ganz ausgenutzt wird. Dieser Uebelstand wird durch Anwendung des verdübelten Balkens gemildert. Man legt die Dübel entweder wagerecht oder schräg, so daß sie wie bei der Verzahnung nach der Mitte des Balkens zu ansteigen (s. Fig. 17 u. 18).

19. Gestaltet man die Dübel keilförmig, dann kann man sie später nach dem Schwinden der Hölzer antreiben und erzielt wieder einen genaueren Schluß. Auch bei der Verdübelung bringt man aus dem gleichen Grunde wie bei der Verzahnung Schraubbolzen zur Anwendung.

20. Den Zähnen des verzahnten Trägers gibt man eine Höhe, welche dem zehnten Teile der Höhe beider Balken ($= H$) zusammengenommen ($d = \frac{1}{10} H$) entspricht. Auch die Stärke der

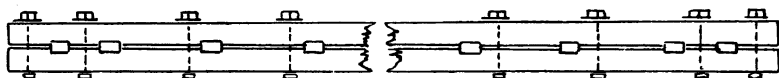


Fig. 17.

Seitenansicht eines verdübelten Balkens.

Schraubbolzen wählt man zu der gleichen Stärke ($\varphi = \frac{1}{10} H$). Das Verhältnis der Trägerhöhe zur Trägerbreite ist für jeden Balken 7 : 5, so daß beim verzahnten Träger $H : b = 14 : 5$ wird, wenn b die Balkenbreite bedeutet. Den Abstand der einzelnen Zähne bemißt man auf etwa $\frac{1}{3} H$.

Soll man die erforderliche Stärke eines verzahnten oder verdübelten Balkens berechnen, so verfährt man genau so wie bei der späterhin mitzuteilenden Berechnung einfacher Balken.

21. In der Regel läßt man zwischen den beiden Balken eines verdübelten Trägers einen kleinen Zwischenraum (s. Fig. 18), damit infolge Zutritts der atmosphärischen Luft (Abtrocknen) keine Fäulnis durch eindringende Feuchtigkeit erfolgt; diesen Abstand nimmt man ebenfalls zu etwa $\frac{1}{10}$ der Höhe der einzelnen Träger — also $d = \frac{1}{10} d$. Die Stärke der Dübel ist etwa $\frac{3}{10} d$ (etwa 3 bis 5 cm), ihre Breite $= d/2$ (etwa 10 bis 15 cm). Den Abstand zwischen den einzelnen Dübeln eines verdübelten Trägers bemißt man auf $2 H$, wo H die Gesamtträgerhöhe bedeutet (etwa 0,5 bis etwa 1,0 m); an den Balkenenden kann man den Abstand auf d verringern. Die Stärke der Schraubbolzen ist etwa $= 1,5$ bis $2,5$ cm zu wählen.

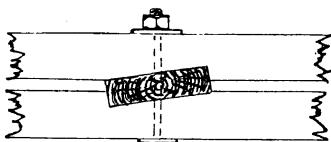


Fig. 18.

22. Der verdübelte oder verzahnte Balken wird genau in der gleichen Weise angewendet wie der einfache Balken. Zur Herstellung der Fahrbahn legt man also die wagerechten Träger parallel nebeneinander. Den Abstand nimmt man zu 1,0 bis 1,2 m von Mitte zu Mitte.

IV. Spannweiten der Holzbrücken.

23. Einfache Holzbalken wendet man bei Spannweiten bis zu etwa 8 m an. Für Eisenbahnbrücken darf man bei einfachen Balken größere Spannweiten als etwa 3 m nicht nehmen.

Zwei miteinander verbündelte oder zwei verzahnte Balken kann man für Straßenbrücken bis zu Spannweiten von etwa 15 m zur Anwendung bringen. Unter Umständen wird man auch drei oder sogar 4 aufeinanderliegende Balken miteinander durch Verzahnung oder Verbündelung verbinden und kann alsdann Spannweiten bis zu etwa 25 m überbrücken.

Im Eisenbahnbau finden hölzerne Brücken bei uns nur für vorübergehende Zwecke Verwendung, da sie mit Rücksicht auf Feuergefährlichkeit, Unsicherheit (Faulen) u. s. w. durch die einschlägigen Bestimmungen verboten sind. Im Auslande — besonders in Rußland, Amerika u. s. w. — werden indessen vielfach noch jetzt hölzerne Brücken für dauernde Zwecke errichtet.

Die eisernen Träger verdrängen die hölzernen Träger mehr und mehr, da sie häufig unwesentlich teurer, aber ungleich haltbarer sind. Besonders bei größeren Spannweiten wählt man neuerdings fast ausschließlich Eisen.

Zweites Kapitel.

V. Die Fahrbahn der hölzernen Brücken.

24. Für untergeordnete Zwecke wendet man als Fahrbahn bisweilen Rundhölzer von etwa 8 bis 12 cm Durchmesser an, welche quer zur Richtung des überführten Weges liegen, und die

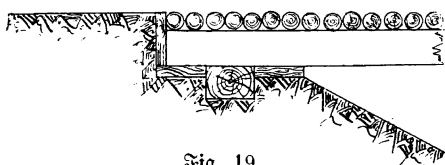


Fig. 19.

Senkrechter Schnitt durch das Auflager einer hölzernen Brücke mit Rundhölzern als Fahrbahn.

auf die (bisweilen ebenfalls aus Rundhölzern bestehenden) Tragbalken genagelt werden (s. Fig. 19). Eine solche Bauart ist indessen nur für Bauwerke anwendbar, welche mit geringen Lasten befahren werden (z. B. als Zuwegung zu Grundstücken).

25. In den meisten Fällen stellt man die Brückenbahn aus Bohlen her, welche ebenfalls quer zu den Tragbalken liegen, und durch Nägel befestigt werden. Dient die Brücke stärkerem Verkehr, dann pflegt man einen doppelten Bohlenbelag — einen oberen und unteren — anzuwenden; es ist ratsam, den unteren Belag mit kleinen Zwischenräumen zu verlegen, damit das Wasser durch ihn abtropfen kann und nicht in den engen Fugen

stehen bleibt. Der untere Belag ist der tragende, während der obere ihn gegen rasche Abnutzung durch den Verkehr sichern soll. Der obere Belag, welcher bisweilen nur aus Fichten- oder Tannenholz hergestellt wird, ist zu erneuern, sobald er abgenutzt ist.

26. Am besten verwendet man Eichenholz zum oberen und unteren Belag. Der obere Bohlenbelag überdeckt den unteren vielfach nur an den Stellen, an welchen die Beanspruchung am größten ist, also auf der eigentlichen Fahrbahn; auf seitlichen Fußsteigen fehlt er häufig (s. Fig. 20). Durch diese Anordnung wird eine nicht unwesentliche Kostenersparnis erreicht. Es empfiehlt sich, bei dieser Bauart einzelne Bohlen des oberen Belags in etwa 2,5 m Abstand um rd. 30 cm seitlich vortreten zu lassen (s. Fig. 20), damit abgeglittene Wagenräder leichter wieder auf den oberen Belag gelangen können.

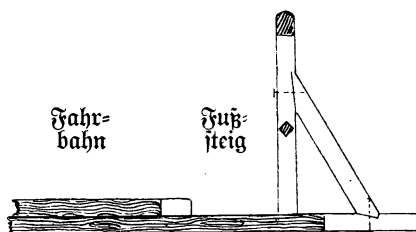


Fig. 20.

Senkrechter Schnitt durch das Ende einer Fahrbahn (mit Geländer).

27. Die Stärke des oberen Belags wird auf 4 bis 8 cm bemessen, während der untere Belag etwa 10 bis 12 cm stark gemacht wird.

Ein Anstrich mit Karbolineum oder Teer ist für die Haltbarkeit der Bohlen sehr vorteilhaft. Dieser Anstrich wird zweckmäßig vor dem Verlegen der Bohlen ausgeführt.

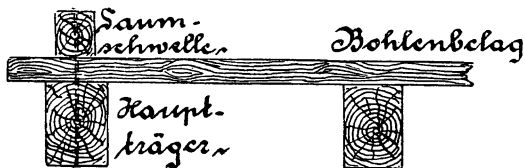


Fig. 21.

Senkrechter Schnitt durch das Ende einer Fahrbahn (mit Saumschwelle).

Bei einfachem Bohlenbelag wendet man mit Vorteil auf beiden Seiten der Brücke nach Fig. 21 Saumschwellen an, welche den Bohlenbelag niederhalten.

28. Es ist zweckmäßig, die Bohlen nicht unmittelbar auf die Tragbalken zu legen, da alsdann die atmosphärische Luft die Balken nicht genügend umspült. Man verfährt daher besser,

wie Fig. 22a u. b dieses andeuten. Hier sind auf die unteren Tragbalken zunächst fogen. Luftklößchen gelegt. Ueber diese

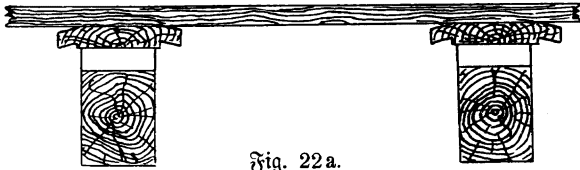


Fig. 22a.

Senkrechter Schnitt durch die Fahrbahn quer zu den Hauptträgern.

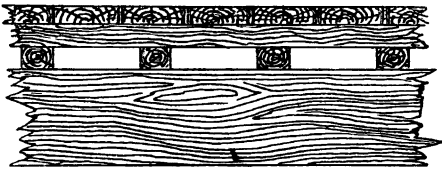


Fig. 22b.

Senkrechter Schnitt durch die Fahrbahn in der Richtung der Hauptträger.

Luftklößchen wird ein wagenrechtes Traufbrett gelegt, welches beiderseits Wassernasen erhält, damit etwa durchsickerndes Wasser nicht auf die Bohle gelangt. Dieses Traufbrett erhält die Länge des Tragbalkens. Erst auf dem Traufbrett wird der Bohlenbelag aufgelagert.

29. Zur Befestigung der Fahrbahn der Holzbrücken wird bisweilen eine fogen. *Beschotterung* ausgeführt, wie dieses in Figur 23 dargestellt ist. Der Schotter oder grobe Kies findet hier an einer seitlichen Saumschwelle seine Begrenzung, an den schwächsten Stellen muß die Schotterlage mindestens 10 cm stark sein. Die Saumschwelle erhält in Abständen von etwa 1,5 m untere Einschnitte, durch welche das auf die Bohlen gelangende Wasser abfließen kann.

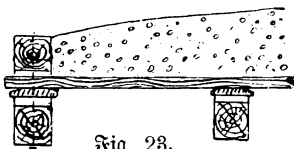


Fig. 23.

Zur besseren Verbindung von Schotterbett und Bohlenbelag verstärkt man etwa jede fünfte oder sechste Bohle, so daß sie nach oben in das Schotterbett eingreift. Eine Bedeckung des Bohlenbelags mit 1 oder besser 2 Lagen Dachpappe ist sehr zweckmäßig; die Bohlen erhalten bei der Beschotterung keinen Zwischenraum.

30. In Fig. 24 ist die tiefer als die seitlichen Fußsteige liegende Fahrbahn aus *Holzklötzen*, die senkrecht gestellt sind — Hirnholz oben —, erbaut. Ueber die Tragebalken sind hier Querschwellen gelegt, über diese ist ein Bohlenbelag in der Längsrichtung der Brücke angebracht. Auf diesen Belag legt man eine doppelte Lage Asphaltpappe, über diese wird erhitzter, flüssiger Asphalt gebreitet und in diesen werden dann die etwa

20 cm hohen Holzflöße eingedrückt, nachdem sie zuvor in heißem Asphalt oder Teer getränkt wurden. Eine Fahrbahn aus Holzpflaster ist wesentlich leichter als eine solche aus Schotter. Zur Auf- fangung des Nieder- schlagwassers sind Rin- nen aus Zinkblech unter der Fahrbahn ange- bracht.

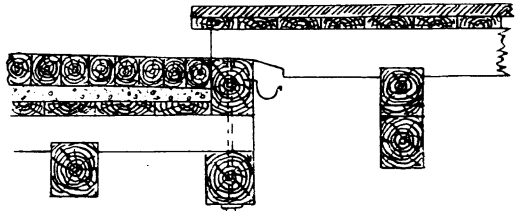


Fig. 24.
Senkrechter Schnitt durch Fahrbahn und Fußsteig einer hölzernen Brücke mit Holzflößen als Fahrbahnbelag.

31. Auch *Asphalt-* oder *Teerbeton* ist öfter als Brückenbelag auf Holzbohlen verwendet worden. Dieser Beton besteht aus einer Mischung von Asphalt bzw. Teer, Kalk, Sand und grobem Kies. Diese Mischung wird in 5 bis 10 cm Stärke auf den Bohlenbelag gebracht und mit Gefälle nach den Seiten versehen. Das Tageswasser muß alsdann auf der Oberfläche abgeführt werden.

VI. Anordnung der Fußsteige.

32. Fig. 25 zeigt einen senkrechten Schnitt durch Fahrbahn und Fußsteig. Erstere liegt tiefer als der letztere, so daß die Fuß- gänger gegen den Wagenverkehr geschützt sind.

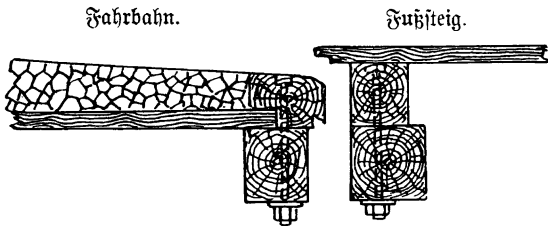


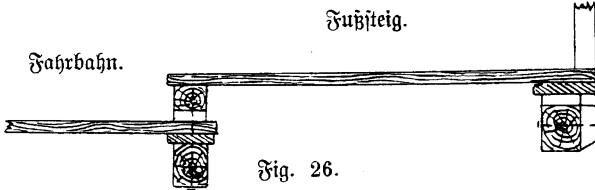
Fig. 25.

Senkrechter Schnitt durch Fahrbahn und Fußsteig quer zu den Tragebalken.

Bei dieser Anordnung muß man Fürsorge treffen, daß das Niederschlagswasser sowohl von der Fahrbahn als vom Fuß- steig ungehindert und ohne Schaden anzurichten abfließen kann. Die unteren Balken sind die Tragebalken. Zur Erhöhung der Fußsteige liegt auf einem ein Längsholz, welches den Bohlen- belag für den Fußsteig trägt; beide sind durch Schraubbolzen fest miteinander verbunden.

Den Tragebalken des Fußsteiges kann man auch höher legen als den Tragebalken der Fahrbahn. Man spart alsdann das Längsholz des Fußsteiges.

33. Bei der Anordnung nach Fig. 26 ist an der Fahrbahn kein besonderer Tragebalken für den Fußsteig vorhanden. Das zur Erhöhung des Fußsteiges dienende Längsholz ist mit unteren Lücken zur Abführung des Wassers versehen. Die Anordnung ist sonst aus der Fig. 26 ersichtlich.



Senkrechter Schnitt durch Fahrbahn und Fußsteig quer zu den Tragebalken.

34. Ähnlich ist auch die Bauart nach Fig. 27. Hier ist ein Längsholz (Saumschwelle) mit einer Vertiefung versehen, die als Rinne dient.

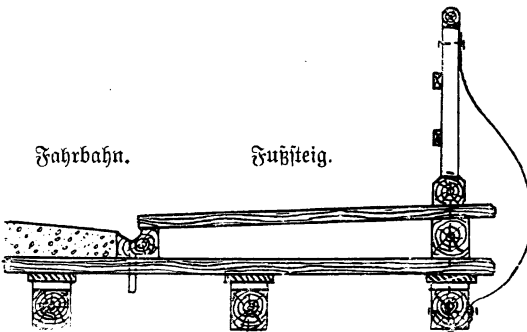


Fig. 27.

Senkrechter Schnitt durch Fahrbahn und Fußsteig quer zu den Tragebalken.

Durch eingelegte eiserne Rohre wird das Wasser nach unten abgeführt. Die Rinne muß ein Längsgefälle nach den eisernen Rohren hin erhalten.

35. Dem Fußsteige gibt man oft ein Gefälle nach der Fahrbahn hin, um das Wasser rascher abzuleiten. Das Gefälle läßt sich nach

Fig. 26 durch Höherlegung des rechtsseitigen (äußeren) Tragebalkens unter dem Fußsteig oder durch Anwendung höherer Längschwelle (Fig. 27) erreichen.

VII. Das Geländer.

36. Das Geländer schließt die Brücken seitlich ab. Es soll Sicherheit gegen das Abstürzen von Personen und Fuhrwerken gewähren und ist darum mit großer Sorgfalt herzustellen. Die Befestigung muß eine sehr gute sein, da häufig Unglücksfälle

bei Menschengedränge durch Umfanten und Abbrechen des Geländers vorgekommen sind.

In vielen Fällen hat man bei Brücken von untergeordneter Bedeutung nur Saumschwellen (s. Fig. 21) ausgeführt, diese gewähren nur einige Sicherheit gegen das Abgleiten der Wagenräder.

37. In der Regel führt man die Geländer hölzerner Brücken ebenfalls in Holz aus. Bisweilen indessen auch aus Eisen.

Wie in Fig. 20 angegeben, kann man in einfachster Weise die auf dem Tragbalken liegenden Schwellen verlängern und mit Streben versehen, welche die senkrechten Pfosten des Geländers stützen. Letztere werden mit oberen wagerechten Brustriegeln versehen und erhalten noch zwischen diesen und dem Bohlenbelag bezw. der Saumschwelle wagerechte Füllungen.

38. Vielfach werden die Streben auch auf der inneren Seite der Brücken angebracht. Sie dienen dann gleichzeitig als Radabweiser und verhindern Beschädigungen des Geländers durch Fuhrwerke. Bei derartiger Anordnung geht indessen ein Teil der nutzbaren Brückenbreite verloren.

Fig. 26 zeigt rechtsseitig eine Anordnung, bei welcher der senkrechte Geländerpfosten bis zum Tragbalken hinabgeführt und mit diesem durch Schraubbolzen verbunden ist.

39. Besser ist die Bauart nach Fig. 28, bei welcher eine äußere Strebe den senkrechten Pfosten stützt. Schraubbolzen verbinden die Strebe mit dem Pfosten und dem Bohlenbelag.

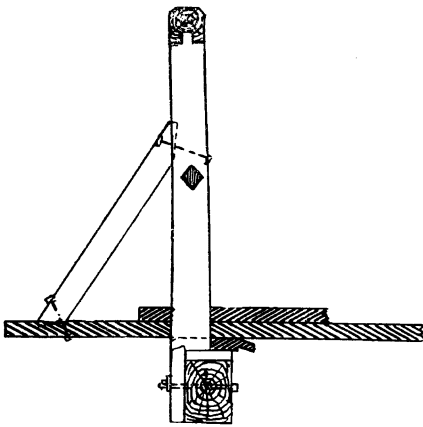


Fig. 28.

Senkrechter Schnitt durch das Geländer quer zu den Tragbalken.

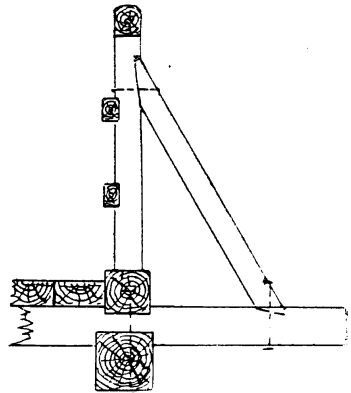


Fig. 29.

Senkrechter Schnitt durch das Geländer quer zu den Tragbalken.

40. In Fig. 29 liegen auf den Tragbalken quer zum Fußsteig Querschwellen; auf letzteren liegen Längsbohlen; die

äußerste von ihnen ist als Saumschwelle stärker hergestellt und nimmt den senkrechten Geländerpfosten auf, der durch eine Strebe nach der verlängerten Querschwelle hin abgestützt ist. Die erforderlichen Schraubbolzen sind in der Fig. 29 angedeutet. Die Längsriegel des Geländers liegen auf der inneren Seite.

41. Bei Fig. 27 schützt ein langer gekrümmter eiserner Bügel das Geländer gegen Umfalten. Der Bügel ist mit dem Tragbalken des Fußsteiges und seinem senkrechten Pfosten durch Schraubbolzen verbunden.

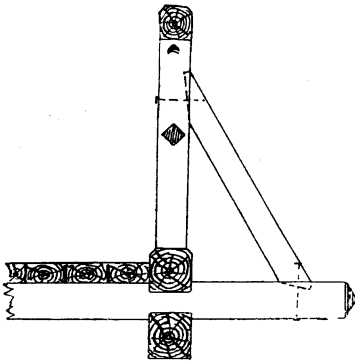


Fig. 30 a.

Senkrechter Schnitt durch ein Geländer quer zur Fahrbahn.

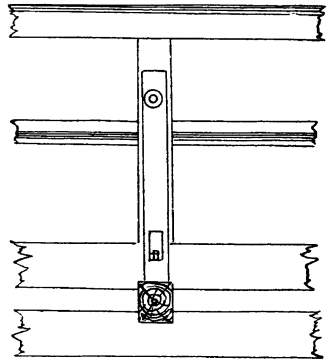


Fig. 30 b.

Seitenansicht eines Geländers mit äußerer Strebe.

42. Fig. 30a und 30b stellen eine ähnliche Form des Geländers im Schnitt und in Seitenansicht dar.

Drittes Kapitel.

VIII. Anwendung von Sattelhölzern und Kopfbandern. Jochbrücken.

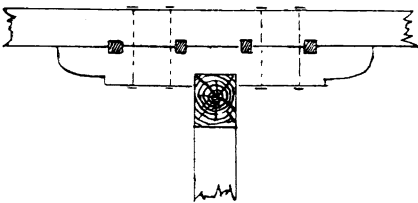


Fig. 31 a.

Pfahljoch mit Sattelholz.

43. Um die einfachen Balkenbrücken, welche nur aus nebeneinanderliegenden Tragbalken als eigentlicher Tragekonstruktion hergestellt werden, zu verstärken und um somit Brückenöffnungen von größerer Lichtweite überspannen zu können, wendet man **Sattelhölzer** an, welche durch

Pfahljoche gestützt werden. Derartige Sattelhölzer können — wenn sie nach Fig. 31a ausgeführt werden — nur auf den

Mittelpfeilern oder auch auf den Mittel- und Endpfeilern angewendet werden. Diese Sattelhölzer werden durch Bolzen und Dübel oder Verzahnung mit den Tragbalken verbunden. In vereinzelt Fällen hat man diese Sattelhölzer auch verdoppelt und dabei die oberen länger als die unteren genommen (s. Fig. 31 b).

44. Zur Verstärkung der hölzernen Brücken und zwecks Ueberspannung größerer Weiten dienen auch *Kopfbänder* (s. Fig. 31 b Mitteljoch); man gibt ihnen eine Neigung von 45° . Die Kopfbänder stützen entweder die Tragbalken unmittelbar oder sie setzen sich — wie in Fig. 31 b — gegen die Sattelhölzer.

45. In Fig. 32 a u. b ist eine Brücke mit Pfahljochen dargestellt, wie sie für meistens vorübergehende Zwecke bei Eisenbahnbauten zur Anwendung kommt. Die Joche stehen hier sehr nahe und sind unter sich durch Zangen verbunden. Jedes Joch erhält ferner je 2 Paar wagerechte Zangen und schräge Streben, welche mit den Grundpfählen durch Schraubbolzen verbunden werden.

Die äußeren Pfähle des Pfahljochs (s. Fig. 32 a) sind zur Erzielung größerer Standfestigkeit schief (etwa 1 : 10) gestellt damit sie den Kräften, welche auf ein Umfanten der Brücke hinwirken (seitlicher Winddruck und Seitendruck der Betriebsmittel) besseren Widerstand leisten.

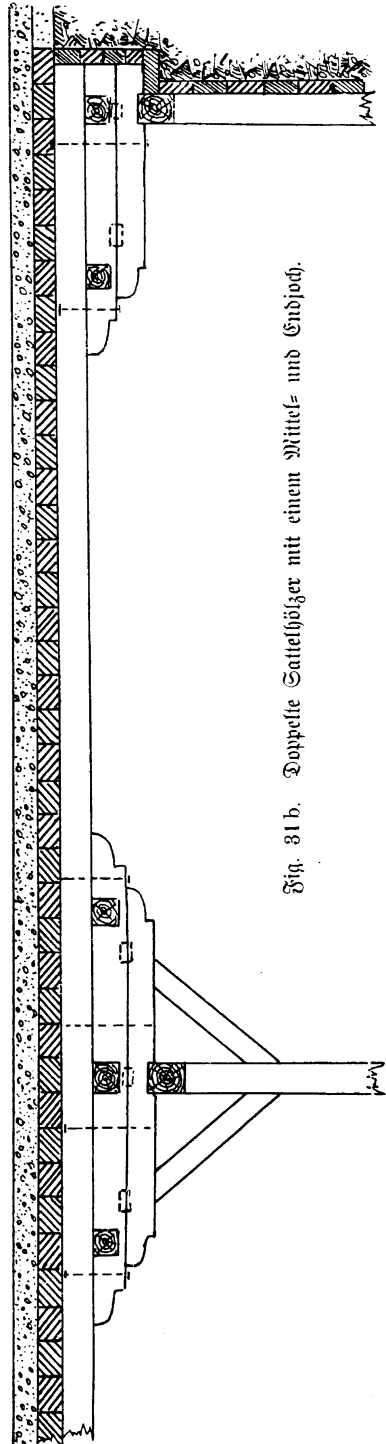


Fig. 31 b. Doppelte Sattelhölzer mit einem Mittel- und Endjoch.

46. Ueber die senkrechten und schrägen Grundpfähle jedes Joches ist oben ein wagerechter *Holm* gelegt. Dieser trägt die eigentlichen Tragbalken, die letzteren tragen Querschwellen, auf welchen der Bohlenbelag und die Schienen liegen. Die senk-

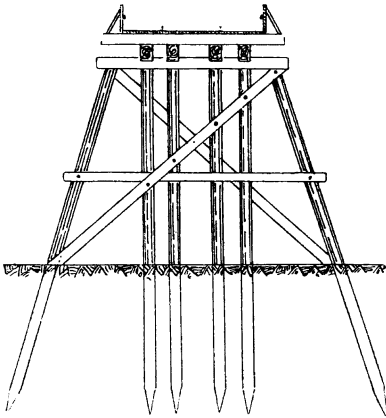


Fig. 32a.

Querschnitt durch eine hölzerne Eisenbahnbrücke mit Pfahljochen.

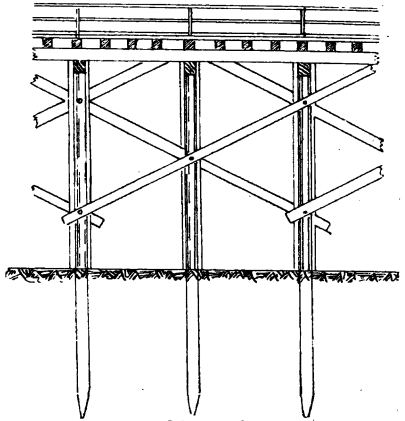


Fig. 32b.

Seitenansicht einer hölzernen Eisenbahnbrücke mit Pfahljochen.

rechten Grundpfähle werden bei den Eisenbahnbrücken nach Fig. 32a zweckmäßig in der Mitte etwas weiter auseinander gerückt, da der Druck von den Schienen her auf das Bauwerk ausgeübt wird und so der Druck besser auf den Baugrund übertragen wird.

47. Bei Straßenbrücken stellt man die Pfahljoche genau in gleicher Weise her, nur erhalten die senkrechten Grundpfähle gleichen Abstand (s. Fig. 32c), die Querschwellen fehlen. Das in Fig. 31a dargestellte Joch wird unter jedem Tragbalken angeordnet.

Bei den doppelten Sattelhölzern der Fig. 31b sind über die oberen Sattelhölzer wagerechte Querschwellen gelegt (quer zur Fahrbahn); diese tragen die eigentlichen Tragbalken, auf welchen der Bohlenbelag mit der Beschotterung liegt. Die Pfahljoche der Jochbrücken erhalten etwa 5 bis 8 m Abstand. Dient die Brücke nur vorübergehenden Zwecken, dann stellt man die Tragbalken wohl aus Rundholz her.

48. Zu beachten ist in Fig. 31b die Bauart des Endjoches. Dieses hat einen Abschluß gegen das Erdreich durch Benagelung mit Bohlen erhalten. Die Bohlenverkleidung schützt auch die senkrechten Grundpfähle des Endjoches und reicht bis zum Boden, damit das Erdreich gegen Hinabrutschen gesichert ist.

49. Für die Grundpfähle wendet man fast immer Rundholz an, da dieses sich besser rammt und etwaiges Drehen beim Rammen keinen Nachteil verursacht.

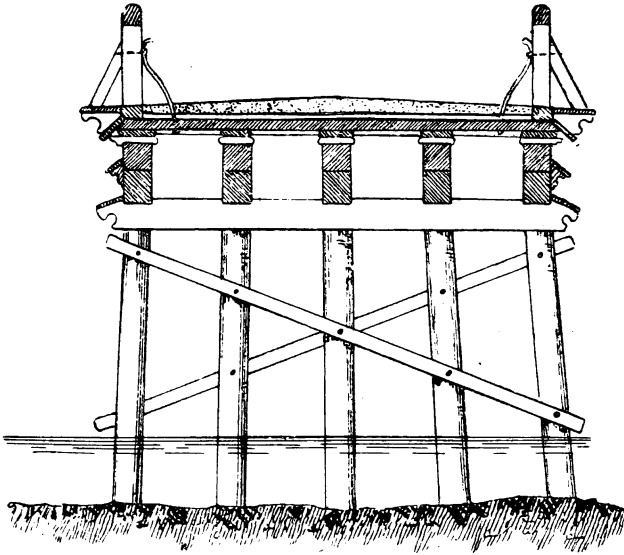


Fig. 32c.

Senkrechter Schnitt durch eine hölzerne Straßenbrücke auf Jochpfählen.

Verstärkte Pfahljoche, die aus zwei oder mehr Reihen von Grundpfählen zusammengesetzt sind, verwendet man dann, wenn die Standfestigkeit des Joches vergrößert werden muß, weil die Lasten, welche die Brücke tragen soll, von erheblicher Größe sind.

50. Eine derartige Anordnung stellt Fig. 33 a bis c dar. Es ist hier als Tragebalken ein verzahnter Balken verwendet worden. Das Joch besteht aus zwei Reihen von Grundpfählen mit übergelegten Holmen. Wagerechte Zangen und Holzklöße zwischen den Grundpfählen sowie Schraubbolzen verbinden das Joch zu einem Ganzen. Die Jocher sind mit seitlichem Bohlenbelag zum Schutz gegen Eisgang und Strömung versehen. Auch die schräg gestellten äußeren Grundpfähle, die als Eisbrecher dienen sollen, haben eine Bohlenverkleidung erhalten. Bei Anwendung der letzteren werden Streben und Zangen häufig fortgelassen, da die Bauart eine ausreichend sichere ist.

Ein Nachteil dieser Verkleidung ist der, daß man schwer prüfen kann, ob die Grundpfähle noch gesund und tragfähig sind.

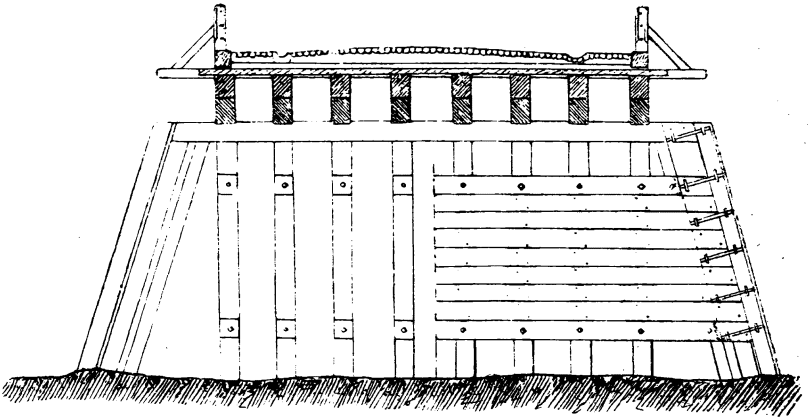


Fig. 33 a.

Senkrechter Schnitt durch eine hölzerne Straßenbrücke mit verstärkten Pfahljochen.

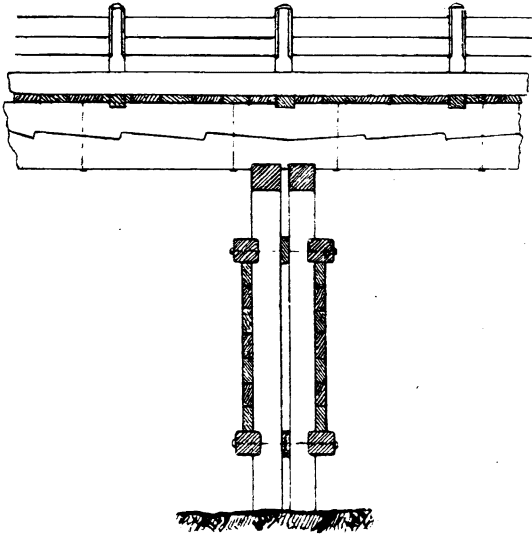


Fig. 33 b.

Längsschnitt einer hölzernen Straßenbrücke mit verstärkten Pfahljochen.

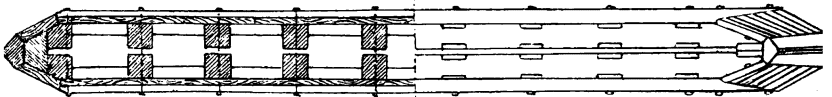


Fig. 33 c.

Wagerechter Schnitt durch eine Straßenbrücke mit verstärkten Jochpfählen und Aufsicht.

51. Die Verkleidung eines Endjoches stellt Fig. 34 da:

In vielen Fällen bringt man vor den Brückenjochen besonders **Eisbrecher** an. Zweckmäßig verwendet man hierzu eine von der Brückenkonstruktion getrennte Anordnung aus senkrechten Grundpfählen, die von verschiedener Länge sind und auf die ein schräger Holm mit einer Neigung von etwa 30 bis 45° aufgezapft wird (s. Fig. 35a). Dieser Holm (s. den Querschnitt in Fig. 35b) muß mindestens von Niedrigwasser bis Hochwasser reichen. Meistens wird der Holm mit einem oberen Eisen

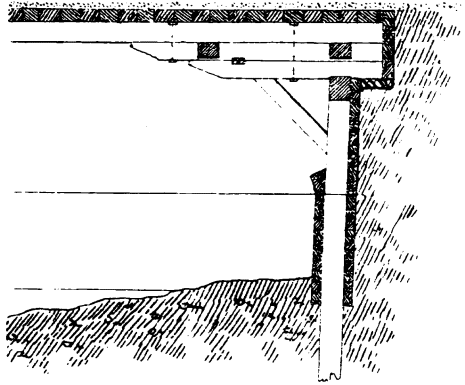


Fig. 34.

Senkrechter Schnitt durch das Endjoch einer hölzernen Straßenbrücke.

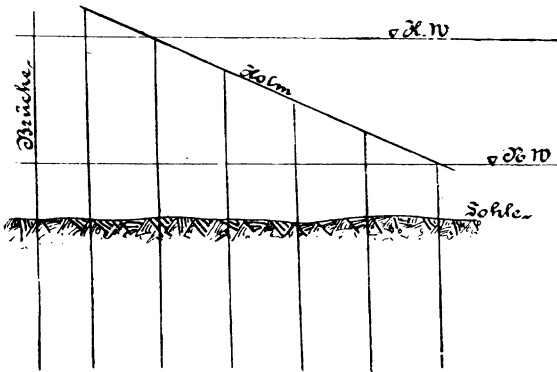


Fig. 35a.

Schematische Darstellung eines Eisbrechers.

versehen. Der Eisbrecher wird oberhalb des Pfahljoches in der Richtung des Joches angebracht. Das Eis wird durch die Strömung auf den Eisbrecher getrieben und zerbricht, bezw. es wird zur Seite gedrängt.



Fig. 35b.

Querschnitt durch den Holm.

Viertes Kapitel.

IX. Die Pfeiler.

52. Stellt man die Landpfeiler hölzerner Brücken aus Mauerwerk her, dann erhält letzteres ähnliche Formen wie dieses bei den gewölbten Durchlässen (Satz 72 bis 79 des Brückenbaues, Teil „Steinerne Brücken“ Band XII Gef. Baugewerbe) erörtert wurde. Der wagerechte Schub des Gewölbes fehlt naturgemäß; es findet nur eine senkrechte Belastung des Mauerwerks durch die Verkehrslast (Fuhrwerk, Menschengedränge) und durch die Tragbalken bezw. deren Unterschwellung statt; ferner wirkt der Erddruck des Erdreichs und in manchen Fällen noch der Wasserdruck auf der

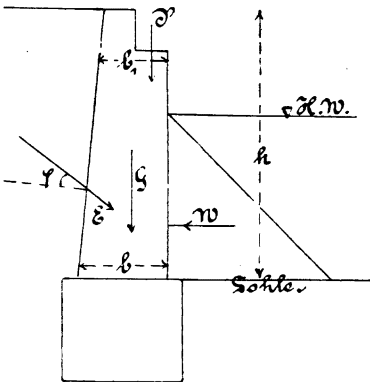


Fig. 36.

Darstellung der auf den gemauerten Landpfeiler einer hölzernen Brücke wirkenden Kräfte.

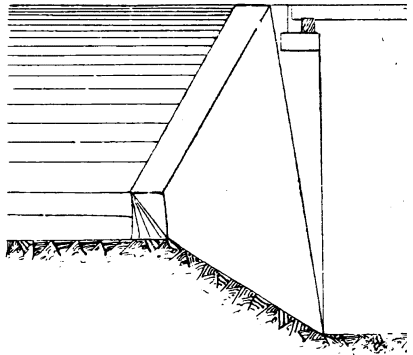


Fig. 37.

Seitenansicht des Widerlagers einer hölzernen Brücke mit gemauertem Landpfeiler.

Wasserseite. Weiter ist dann das Eigengewicht des Mauerwerks zu berücksichtigen (s. Fig. 36).

53. Die Sohle des Fundamentes wird man so tief legen, daß sie mindestens frostfrei liegt und daß Unterspülungen nicht zu fürchten sind. Die Gründung ist je nach Erfordernis des Baugrundes auszuführen.

Ist die freie Höhe des Pfeilers = h (s. Fig. 36), dann wählt man die Mauerstärke an der Brückensohle $b = \frac{1}{3} h$. Die obere Mauerstärke wählt man am Auflager $b_1 = \frac{1}{4} h$ bis $\frac{1}{3} h$. Die Rückseite der Endpfeiler wird entweder abgetreppst (für Ziegelsteinmauerwerk) oder abgeschrägt (für Bruchsteinmauerwerk); zweckmäßig wird sie mit Cementputz zum Schutz gegen Feuchtigkeit versehen.

54. Die Flügel der gemauerten Widerlager werden genau wie bei den gewölbten Durchlässen gestaltet. Wie in Fig. 37 angedeutet, erhält die Vorderkante des Widerlagers eine Neigung von 1 : 10 bis 1 : 12; dabei wird dann der Auflager-

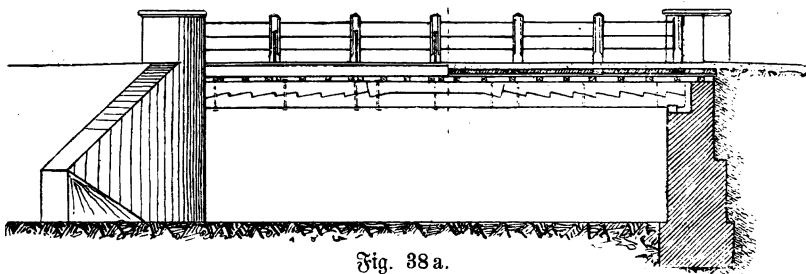


Fig. 38 a.

Seitenansicht und senkrechter Schnitt durch eine hölzerne Brücke mit gemauerten Endpfeilern.

stein frei sichtbar gelassen. Es finden sich indessen auch Anordnungen nach Fig. 38 a (linke Seite), bei denen die Vorderkante des Endpfeilers senkrecht und das Auflager verdeckt ist. Um die untere Kante des schrägen Widerlagers schüttet man bei der Hinterfüllung dieses Bauwerks einen Böschungsfegel, welcher mit dem unteren Fuß vor das Widerlager tritt.

55. In Fig. 38 a ist ein verzahnter Balken für den Tragbalken zur Anwendung gekommen. Das Brückengeländer ist aus senkrechten Pfosten mit zwischengelegten Eisenstangen als Riegeln ausgeführt. Das Widerlager hat seitliche Brüstungsmauern erhalten. Fig. 38 b stellt den Querschnitt durch die Brücke dar.



Fig. 38 b.

56. Genau wie bei den gewölbten Durchlässen hat man auch bei Endpfeilern hölzerner Brücken zwischen Parallel- und Schrägflügeln zu unterscheiden. Es genügt daher an dieser Stelle ein Hinweis auf Satz 158—162 des Brückenbaues, Teil „Steinerne Brücken“ (Band XII Ges. Baugewerbe).

57. Bei Ausführung hölzerner Endpfeiler hat man die beiden Bauarten nach Fig. 39 und 40 zu unterscheiden. In Fig. 39 reicht der gewachsene Boden bis zur Höhe der Wegekronen bzw. bis in die Nähe derselben. Bei Fig. 40 liegt die Wegekronen erheblich höher als der gewachsene Boden. In Fig. 39 sind die senkrechten

Grundpfähle des Endpfeilers oben mit einem wagerechten Holm versehen worden, während sie in Fig. 40 einen schräg liegenden seitlichen Holm erhalten haben, der vom Auflager der Brücke bis zum Schnittpunkt der Böschung des Wasserlaufs mit dem gewachsenen Boden bezw. dem Böschungsfuß des Dammes reicht.

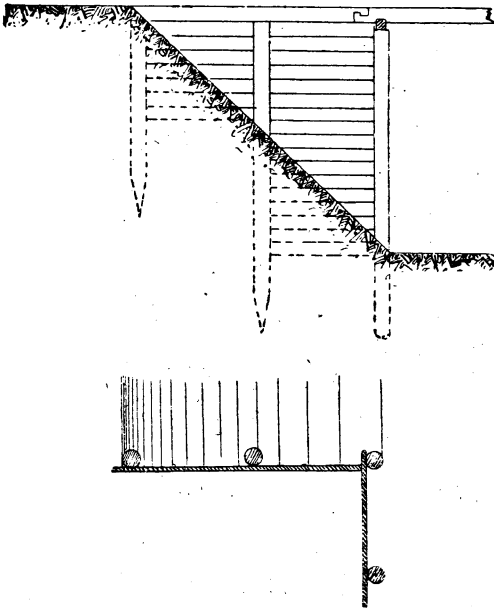


Fig. 39.

Seitenansicht und wagerechter Schnitt durch den Endpfeiler einer hölzernen Brücke (gewachsener Boden in Höhe der Wegetrone).

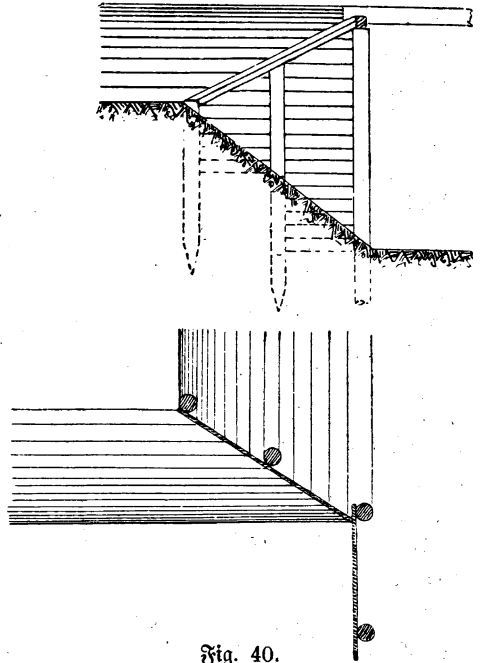


Fig. 40.

Seitenansicht und wagerechter Schnitt durch den Endpfeiler einer hölzernen Brücke (gewachsener Boden niedriger als die Wegetrone).

58. Zur Erzielung eines größeren Widerstands gegen von der Landseite wirkenden Erddruck gibt man oft den Grundpfählen der hölzernen Endpfeiler eine Neigung nach rückwärts von etwa 1 : 10.

Noch größere Widerstandsfähigkeit wird durch Verankerungen der Grundpfähle nach rückwärts erreicht. Die Flügelmwände nehmen dann den Charakter der Bollwerke an, wie diese im Uferbau näher behandelt sind. Die Verankerung wird besonders bei schlechtem Baugrund und großen Dammhöhen nötig. Zweckmäßig bringt man noch besondere wagerechte Gurthölzer vor den Grundpfählen an, an welchen die Anker angreifen.

59. Bisweilen verwendet man auch Spundwände statt der Bohlwände für die Widerlager und deren Flügel. Die Tragbalken werden dann auf den oberen hölzernen Zangen der Spundwände aufgelagert. Letztere erhalten im Grundriß die Form der gewöhnlichen Widerlager hölzerner Brücken.

Fünftes Kapitel.

X. Verstärkte Träger.

60. Unter *armierten Balkenbrücken* versteht man solche, deren Holzträger durch eiserne Stangen verstärkt sind. Ein einfach armierter Balken ist in Fig. 41 a u. b dargestellt.



Fig. 41 a.
Seitenansicht eines armierten Balkens.



Fig. 41 b.
Querschnitt durch den armierten Balken.

Die Stangen, welche die Durchbiegung des Hauptträgers unter einer Last hindern sollen und auf Zug beansprucht werden, liegen beiderseits des Balkens; sie bestehen aus Flacheisen oder Rundeisen; sie sind am oberen Balkenende befestigt und haben unter dem Balken in dessen einen Querbolzen zwischen sich, welcher den Balken in der Mitte trägt.

61. Doppelt armierte Balken haben zwei Querbolzen in der Mitte (s. Fig. 42); die Bolzen können indessen auch nach Fig. 43 durch Holzquerträger ersetzt werden.

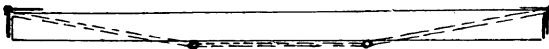


Fig. 42.
Seitenansicht eines doppelt armierten Balkens.

Die Anwendung armierter Balken erfolgt in gleicher Weise, wie bei den einfachen Balken.

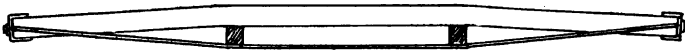


Fig. 43.
Seitenansicht eines doppelt armierten Balkens mit Klögen statt der Querbolzen.

62. Eine Vergrößerung der Tragfähigkeit der Balkenbrücken läßt sich weiter dadurch erreichen, daß man die Träger der Höhe

nach in zwei Teile zerlegt und nach der Mitte zu in gewissen Abständen durch Klöße trennt, während die Enden aufeinanderliegen.

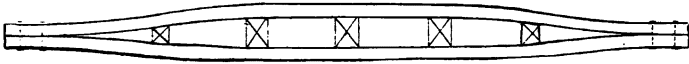


Fig. 44.

Seitenansicht eines gespreizten Trägers.

Derartige Träger nennt man *gespreizte Träger* (s. Fig. 44). Man kann entweder den oberen oder unteren Balken allein krümmen oder beide; die Querträger, welche rechtwinklig zu diesen gespreizten Längsträgern anzubringen sind, müssen Sattelhölzer von ungleicher Höhe als Auflager erhalten, damit die Fahrbahn eine Ebene bildet.

XI. Hängewerkbrücken.

63. Es kommen Hängewerke mit einem und zwei Hängebalken vor. Erstere wendet man etwa bei 5 bis 7 m, letztere

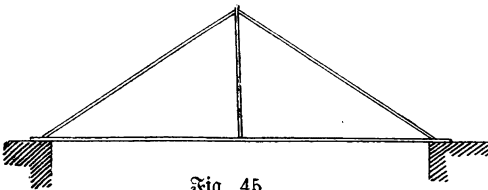


Fig. 45.

Seitenansicht eines Hängewerks mit einer Hängesäule.

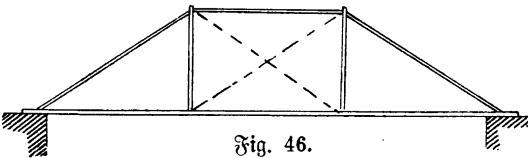


Fig. 46.

Seitenansicht eines Hängewerks mit zwei Hängesäulen.

von 7 bis 10 m Lichtweite an. Hängewerke mit einem Hängebalken nennt man wohl *einfache* (s. Fig. 45), solche mit zwei Hängebalken*) *doppelte Hängewerke* (s. Fig. 46). Die letzteren kann man sich als Verdoppelung aus den ersteren entstanden denken; die beiden Hängesäulen werden beim doppelten Hängewerk durch sogen.

Spannriegel getrennt, die wagerecht zwischen den oberen Knotenpunkten liegen; außerdem legt man in das mittlere Feld gekreuzte Diagonale, um Verschiebungen zu vermeiden. Es ist untunlich, den Winkel, welchen die äußeren Streben der Hängewerke mit dem wagerechten Hauptträger bilden, kleiner als 20° zu nehmen, da

*) Anmerkung: Hängebalken nennt man die senkrechten Konstruktionsteile des Hängewerks, die gewissermaßen dazu dienen, den unteren wagerechten Träger an dem durch die schrägen Streben gestützten oberen Knotenpunkt aufzuhängen.

sonst ein Abscheren des Hirnholzes des Hauptträgers durch den von den schrägen Streben ausgeübten Druck an seinen Enden eintreten könnte.

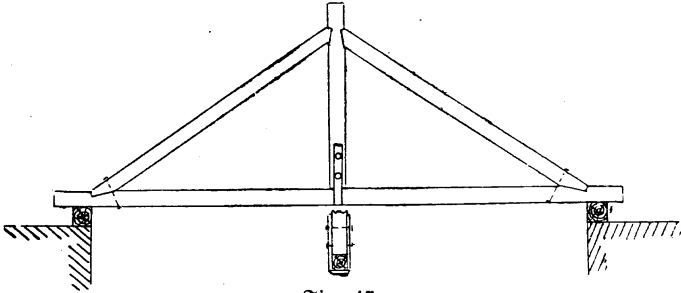


Fig. 47.

Verbindung von Hängesäule und Hauptträger.
Seitenansicht eines einfachen Hängewerks mit Darstellung der Knotenpunktverbindungen.

64. Die Streben werden mit einfacher (Fig. 47 und 48) oder doppelter (Fig. 49) Verfasung mit den Hauptträgern verbunden und außerdem verbolzt; bisweilen kommen hier — nach Fig. 50 — auch gußeiserne Schuhe zur Anwendung. Der Schuh wird dann ebenfalls durch Bolzen mit dem wagerechten Hauptbalken verbunden (s. Fig. 51 a u. 51 b). In den gußeisernen Schuh wird das untere Ende der schrägen Strebe hineingeführt.

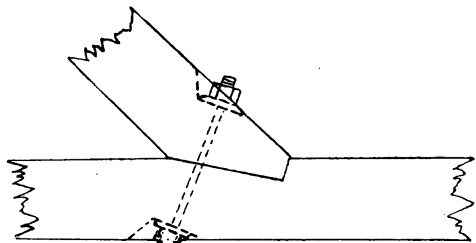


Fig. 48.

Seitenansicht der Verbindung von Strebe und Hauptträger (einfache Verfasung).

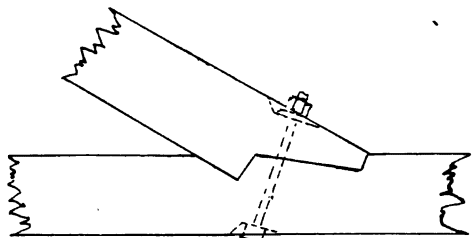


Fig. 49.

Seitenansicht der Verbindung von Strebe und Hauptträger (doppelte Verfasung).

65. Ähnlich kann auch die Verbindung der Streben mit der Hängesäule durch Verfasung (einfache oder doppelte) oder durch Hänge- oder Winkelbänder bewerkstelligt werden (s. Fig. 47 und 52). Die Hängesäule kann dann auch aus Rund-

eisen hergestellt werden, da sie nur auf Zug beansprucht wird (s. Fig. 50). Ist die Hängesäule aus 2 aufeinander gelegten Balken

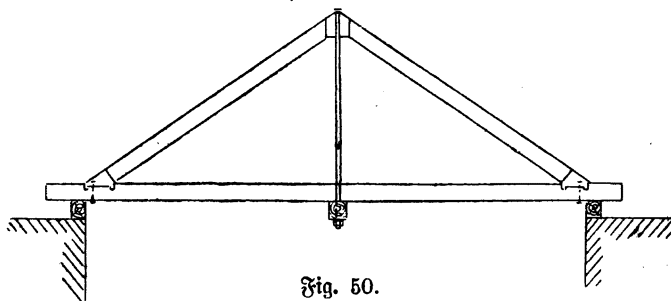


Fig. 50.

Seitenansicht eines einfachen Hängewerks mit Anwendung von gußeisernen Schuhen für die Knotenpunktverbindungen.

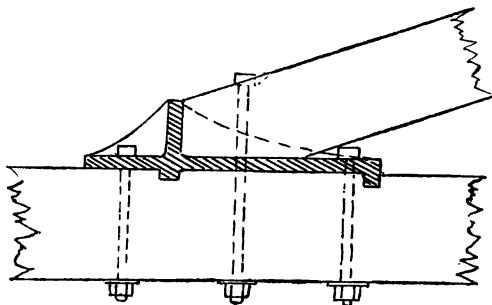


Fig. 51 a.

Senkrechter Längsschnitt durch den gußeisernen Schuh zur Verbindung der Strebe mit dem Hauptträger.

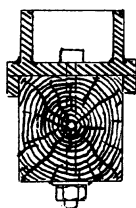


Fig. 51 b.

Querschnitt durch den gußeisernen Schuh.

Seitenansicht der Verbindung der beiden Streben mit der Hängesäule (Winkelbänder).

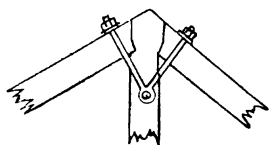


Fig. 52.

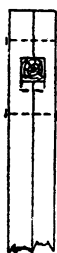


Fig. 53 a.

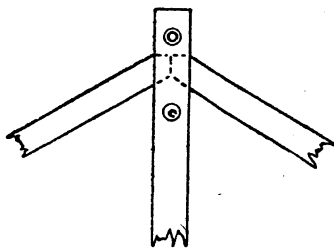


Fig. 53 b.

Darstellung der Verbindung von Strebe und Hängesäule (Hängesäule doppelt).

hergestellt, dann kann man — nach Fig. 53a und b — die Streben in Ausschnitten der Hängebalken stumpf gegeneinander

stoßen lassen. Bei Benutzung nur eines Hängebalkens für die Hängesäule kann man nach Fig. 54 verfahren.

66. Die Hängesäule verbindet man mit dem wagerechten Hauptbalken durch Hängeeisen (Fig. 55) und mit einer als Auflager des Hauptträgers dienenden Eisenplatte, oder man benutzt Bänder aus Flacheisen, welche die Hauptbalken umschlingen und



Fig. 54 a.

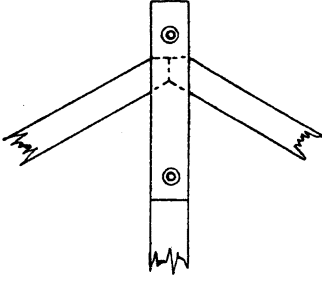


Fig. 54 b.

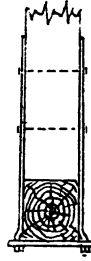


Fig. 55 a.

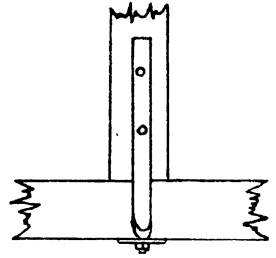


Fig. 55 b.

Darstellung der Verbindung von Strebe und Hängesäule (Hängesäule einfach).

Darstellung der Verbindung von Hängesäule und Hauptbalken.

an der Hängesäule befestigt sind (s. Fig. 47). Auch nach Fig. 56 a und b wird bei doppelter Hängesäule der untere Knoten für die Verbindung mit dem wagerechten Hauptträger hergestellt.

67. Die Hängewerke können der Regel nach nur auf jeder Seite der Fahrbahn angeordnet werden, so daß also 2 Trägersysteme die ganze Brückenlast tragen müssen. Ein Vorteil der Hängewerke — besonders den weiter unten zu behandelnden Sprengwerken gegenüber — ist der, daß die ganze Durchfahrtweite der Brücke unterhalb der Fahrbahn für den ganzen Verkehr freibleibt.



Fig. 56 a.

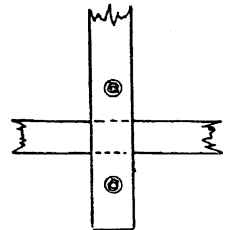


Fig. 56 b.

Darstellung der Verbindung von Hängesäule und wagerechtem Hauptträger.

68. Die doppelten Hängewerke (s. Fig. 46) erhalten ähnliche Anordnungen wie die einfachen. Die seitlichen Streben werden entweder mit einfacher oder doppelter Verfassung oder durch Schuhe mit den wagerechten Hauptbalken verbunden; auch die Hängesäulen können durch Bändeisen oder Hängeeisen mit den Hauptbalken verbunden werden.

69. Zwischen die Hängesäulen wird aber oben ein Spannriegel eingeschoben, welcher nach Fig. 57 ebenfalls durch Ver-

fazung mit ihnen verbunden werden kann. An dieser Stelle bringt man bisweilen beiderseits auch ein eisernes Band mit 3 Armen zur Anwendung, welche an ihren Enden durch Bolzen verbunden werden (s. Fig. 58).

70. Gußeiserne Schuhe werden ebenfalls zur Herstellung einer Verbindung von Strebe, Spannriegel und Hängesäule ver-

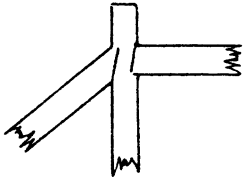


Fig. 57.
Seitenansicht der Verbindung
von Strebe und Hängesäule
(Verfäzung).

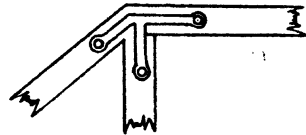


Fig. 58.
Seitenansicht der Verbindung
von Strebe und Hängesäule
(Winkelbänder).

wendet. Die letztere wird dabei als Hängestange ausgebildet; die Anwendung ähnelt dann der in Fig. 50 dargestellten.

71. Zur Herstellung größerer Steifigkeit der doppelten Hängewerke ist es nötig, daß in das mittlere rechteckige Feld Diagonalen eingesetzt werden, welche sich überkreuzen.

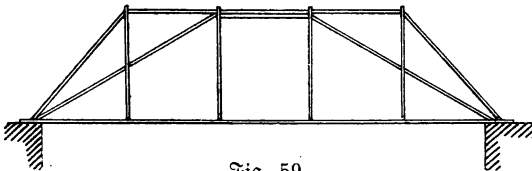


Fig. 59.

72. Fig. 59 zeigt die Anordnung eines Hängewerks mit 4 Hängesäulen. Die Knotenpunkte werden ähnlich wie bei den einfachen und doppelten Hängewerken hergestellt.

Sechstes Kapitel.

XII. Sprengwerkbrücken.

a) Einfache Sprengwerkbrücken.

73. Das System einer einfachen Sprengwerkbrücke verdeutlicht Figur 60. Es wird hier ein wagerechter Hauptbalken durch zwei seitliche Streben in der Mitte gestützt; die Hauptbalken liegen in 1,5 bis 2 m Abstand nebeneinander; auf ihnen liegen die Querschwellen quer zur Brückenbahn; auf diesen wieder

Längsträger, welche den Bohlenbelag aufnehmen. Es sind hier also nicht — wie bei den Sprengwerken — nur 2 Hauptträger vorhanden, sondern die Anzahl wird je nach der Brückenbreite bemessen.

74. Die Streben erfordern eine gewisse Konstruktionshöhe, da sie weder bei Ueberbrückungen von Wasserläufen in Wasser eintauchen, noch bei Ueberbrückungen von Wegen und Straßen den Verkehr unter der Brücke hindern dürfen. — Ein doppeltes Sprengwerk ist in Fig. 61 dargestellt.

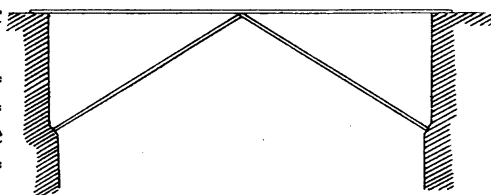


Fig. 60.

Seitenansicht eines einfachen Sprengwerks.

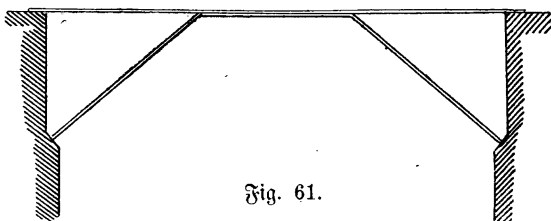


Fig. 61.

Seitenansicht eines doppelten Sprengwerks.

75. Setzt man die Streben mit dem Fußende unmittelbar in das Mauerwerk (s. Fig. 62), dann sind sie der Gefahr des Faulens leicht ausgesetzt, weil der Regen in die Zwischen-

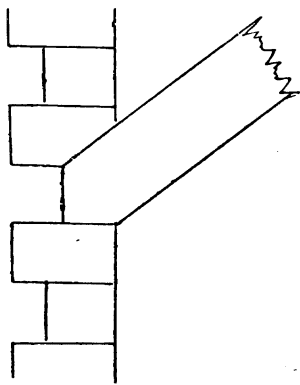


Fig. 62.

Seitenansicht einer gegen das Mauerwerk gestützten Strebe.

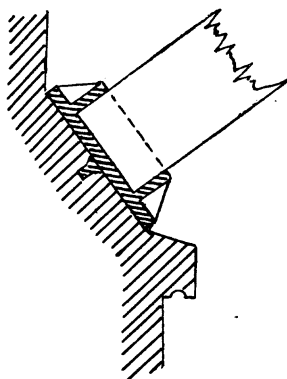


Fig. 63.

Senkrechter Schnitt durch den Schuh einer gegen Mauerwerk abgestützten Strebe.

räume zwischen Mauerwerk und Holz dringt. Besser ist die Anwendung eines gußeisernen Schuhs an dieser Stelle (s. Fig. 63

und Fig. 64 a u. b). Dieser muß mit Löchern versehen sein, damit das Wasser abfließen und die Luft das Hirnholz umspülen kann.

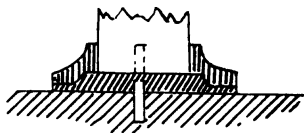


Fig. 64 a.

Schnitt durch den gußeisernen Schuh einer Strebe.

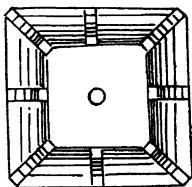


Fig. 64 b.

Aufsicht auf den gußeisernen Schuh einer Strebe.

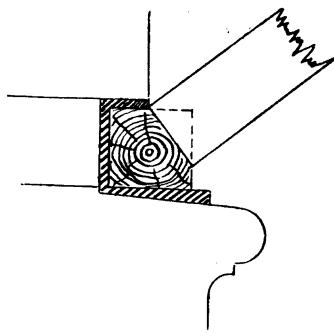


Fig. 65.

Senkrechter Schnitt durch eine Holzschwelle, die als Auflager für die Strebe dient.

76. Häufig verwendet man zum Auflager der Strebe auch nur eine Holzschwelle, in welche erstere eingezapft wird (s. Fig. 65). Auch einen Haustein bringt man bisweilen hier an, in diesen setzt sich dann die Strebe ein, nachdem zuvor eine Zinkplatte eingelegt ist.

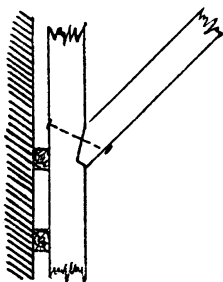


Fig. 66.

Seitenansicht der Verbindung eines Jochpfahls mit der Strebe.

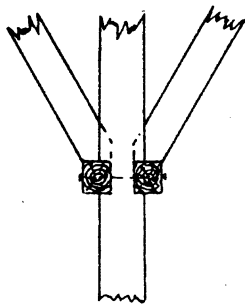


Fig. 67.

Seitenansicht der Verbindung eines Mitteljoches mit Streben durch Gurtbölzer.

77. Hat man Jochpfähle, gegen die sich die Streben setzen müssen, dann erhalten letztere eine Verfazung und werden mit dem Jochpfahl verbolzt (s. Fig. 66). Bei Mitteljochen bringt man

zweckmäßig Gurthölzer unter den Streben zur Anwendung (s. Fig. 67); die Gurthölzer werden unter sich verbolzt.

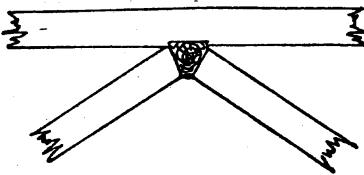


Fig. 68.

Seitenansicht der Verbindung der Streben mit dem wagerechten Hauptträger.

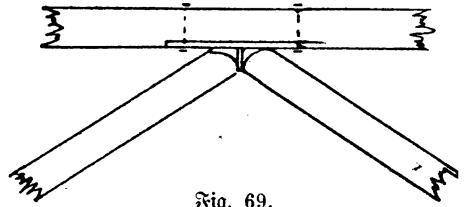
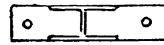


Fig. 69.

Seitenansicht der Verbindung der Streben mit dem wagerechten Hauptträger (gußeiserner Schuh).

78. Die Verbindungen der Streben mit den wagerechten Hauptbalken zeigen Fig. 68 und 69 (gußeiserner Schuh).



Ansicht von unten gegen den Schuh

Fig. 69a.

b) Zweifache Sprengwerkbrücken.

79. Aus den einfachen entstehen die doppelten Sprengwerkbrücken durch Einlegung eines Spannriegels zwischen die Streben (s. Fig. 61). Die wagerechten Hauptbalken werden mit

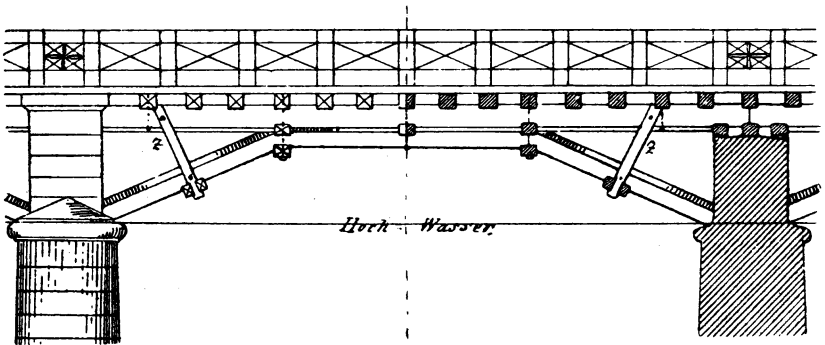


Fig. 70.

Seitenansicht und Längsschnitt einer zweifachen Sprengwerkbrücke mit Zangen.

den Streben oft durch Zangen verbunden, welche auf beiden Seiten dieser Hölzer anzubringen sind (s. Fig. 70 — Zangen z).

80. Es empfiehlt sich, zur Verbindung der Strebe mit dem Mauerwerk gußeiserne Schuhe zu verwenden, die in gleicher Weise wie bei den einfachen Sprengwerken herzustellen sind. Muß die Strebe gegen hölzerne Pfähle (Pfahljoche) gesetzt werden, dann sind ebenfalls die gleichen Anordnungen zur Stütze des Strebenfußes anzubringen, wie bei den einfachen Sprengwerken.

81. Häufig fehlt der Spannriegel der doppelten Sprengwerke; die Streben setzen sich dann mit Versatz (s. Fig. 71) oder

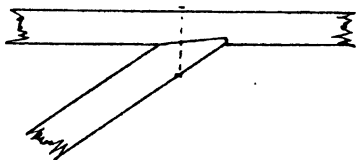


Fig. 71.

Seitenansicht der Verbindung von Strebe und Hauptbalken (Versatz).

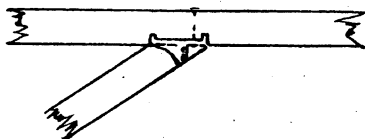


Fig. 72.

Seitenansicht der Verbindung von Strebe und Hauptbalken (gußeiserner Schuh).

mittelt gußeisernen Schuhs (s. Fig. 72) gegen den wagerechten Hauptbalken. Gußeiserne Schuhe, welche am Hauptbalken festgeschoben sind, kann man auch dann anwenden, wenn ein Spannriegel vorhanden ist, da man in diesen von der einen Seite die Strebe, von der anderen den Spannriegel eingreifen läßt.

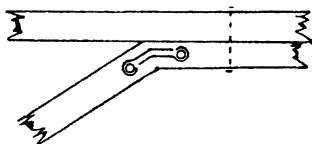


Fig. 73.

Seitenansicht der Verbindung von Strebe und Spannriegel (Winkelband).

82. An der gleichen Stelle bringt man — nach Fig. 73 — auch sogen. Winkelbänder beiderseits der Balken zur Anwendung; diese verbindet man durch Bolzen, welche durch Augen durchgesteckt werden; die Strebe stößt dabei stumpf gegen den Spannriegel.

Zweckmäßig ist es, Dübel zwischen dem wagerechten Hauptbalken und dem unter ihm liegenden Spannriegel einzulegen und beide Hölzer durch Schraubbolzen zu verbinden (s. Fig. 70).

XIII. Brücken größerer Spannweiten.

83. Bei der Ueberbrückung großer Lichtweiten verwendet man Anordnungen nach Fig. 74 und 75.

In Fig. 74 und 74a ist ein Trägersystem abgebildet, welches aus einem wagerechten Ober- und einem Untergurt besteht. Dazwischen liegen senkrechte Hölzer (die Vertikalen) und schräge Hölzer (die Diagonalen).

Ober- und Untergurt bestehen aus je zwei wagerechten Balken, welche unter sich und mit den Vertikalen verbolzt sind (s. Fig. 74a).

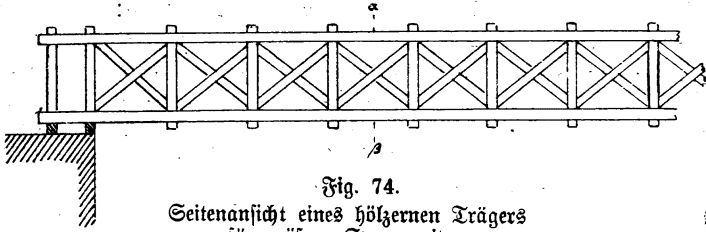


Fig. 74.
Seitenansicht eines hölzernen Trägers
für größere Spannweiten.



Fig. 74 a.
Querschnitt nach
a—b durch den
hölzernen Träger.

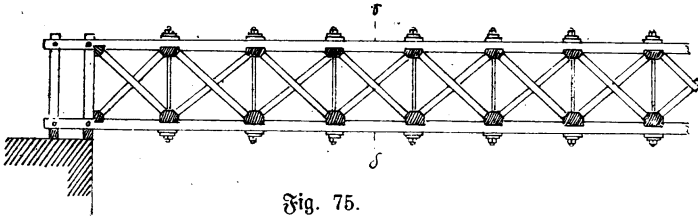


Fig. 75.
Seitenansicht des Howeschen Trägers.



Fig. 75 a.
Querschnitt nach
g—h durch den
Howeschen Träger.

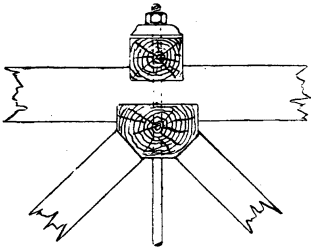


Fig. 75 b.
Seitenansicht eines oberen und
unteren Knotens des Howeschen
Trägers.

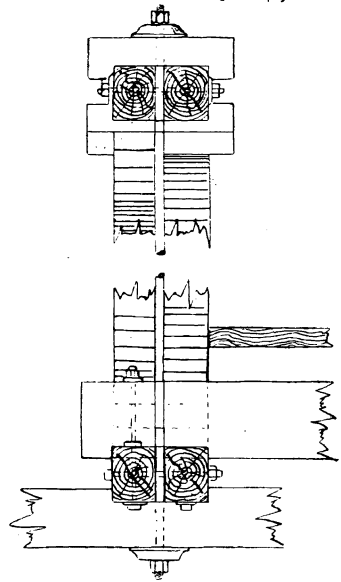


Fig. 75 c.
Darstellung des oberen und unteren
Knotens eines Howeschen Trägers
durch Querschnitte durch Ober- und
Untergurt.

84. In Figur 75 ist der sogen. Howesche (sprich: Haue) Träger dargestellt, bei welchem die Vertikalen aus Rundeisen hergestellt sind. Die Vertikalen werden hier nicht durch Druckkräfte (auf Zerknicken), sondern durch Zug beansprucht; die Diagonalen werden gedrückt. Ein oberer und ein unterer Knoten dieses Trägers sind mit der Fahrbahn in den Fig. 75 b und 75 c in zwei verschiedenen Ansichten dargestellt.

Siebentes Kapitel.

XIV. Berechnung hölzerner Brücken.

A. Angaben über die Belastungen.

85. Jede Brücke muß auch die größten vorkommenden Belastungen mit Sicherheit tragen können. Die Lasten können in Einzellasten (Wagen, Straßenwalzen zc.) oder in einer gleichförmig verteilten Belastung (Menschengedränge zc.) bestehen.

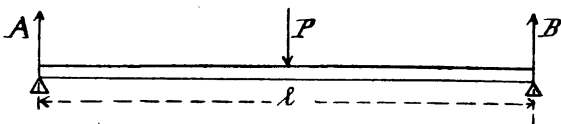


Fig. 76.

1. In der Festigkeitslehre (Band XIII Gef. Baugewerbe) Kapitel 6 wurde in Satz 42 die Beanspruchung eines auf zwei Stützen ruhenden Balkens betrachtet (s. Fig. 76). Wird ein derartiger Balken durch eine Einzellast P belastet, dann entsteht das größte Moment, wenn die Last in der Mitte des Balkens liegt. Es ist alsdann nach der Tabelle in Satz 75 der Festigkeitslehre das größte Moment

$$\boxed{M_{max} = \frac{P \cdot l}{4}} \quad (\text{Gleichung I}).$$

86. Diesem größten auftretenden Moment muß das Widerstandsmoment des Balkens mit ausreichender Sicherheit entgegen wirken. Bei der Berechnung der Tragbalken einer hölzernen Brücke müssen die Balken also derartige Abmessungen erhalten, daß das größte Biegemoment gleich ist dem Produkt aus Widerstandsmoment und zulässiger Spannung (s. Satz 42 der Festigkeitslehre) $\boxed{M_{max} = s \cdot W}$ (Gleichung II) daher

$$\boxed{M_{max} = \frac{P \cdot l}{4} = s \cdot W.} \quad (\text{Gleichung III}).$$

87. 2. Tritt statt der Einzellast eine gleichförmig verteilte Belastung p auf, dann entsteht das in Figur 77 dargestellte Be-



Fig. 77.

lastungsschema, und es wird das größte Moment $M_{max} = \frac{pl^2}{8}$ (s. Satz 75 der Festigkeitslehre). Auch einer derartigen Belastung muß das Produkt aus Widerstandsmoment und zulässiger Spannung gleich sein, daher

$$M_{max} = \frac{pl^2}{8} = s \cdot W. \quad (\text{Gleichung IV}).$$

88. 3. Ist nun die ungünstigste vorkommende Belastung einer Holzbrücke eine Einzellast und eine gleichförmig verteilte Belastung, dann muß das Produkt aus Widerstandsmoment und zulässiger Spannung der Tragbalken auch gleich dem durch diese zusammengesetzte ungünstigste Belastung erzeugten größten Moment sein. Daher

$$M_{max} = \frac{P \cdot l}{4} + \frac{pl^2}{8} = s \cdot W. \quad (\text{Gleichung V}).$$

89. Man wird nun in jedem einzelnen Falle zunächst untersuchen müssen, welche Belastungsart die ungünstigste für eine Brücke ist. Ist die Lichtweite nur gering, dann überwiegt der Regel nach die Belastung durch eine Einzellast; bei größeren Lichtweiten der Brücken ist die Belastung durch ein Gedränge dicht stehender Menschen — also eine gleichförmig verteilte Belastung — größer.

Zu berücksichtigen ist, daß bei jeder Brücke eine gleichförmig verteilte Belastung vorhanden ist, die aus dem Eigengewicht (Gewicht der Tragbalken und der aufliegenden Bohlen) besteht; diese Eigenlast muß in jedem Falle in Rechnung gezogen werden.

90. Im Gegensatz zu dieser Eigenlast nennt man die Belastung durch den Verkehr die Verkehrs- oder Nutzlast.

Da man das Gewicht der Eigenlast bei einer neu zu berechnenden Brücke nicht kennt, wird man zunächst gewisse Annäherungsformeln zu ihrer Ermittlung benutzen und alsdann, wenn man durchaus sicher rechnen will, nach vorläufiger Feststellung der Balken- und Bohlenabmessungen nochmals die Berechnung

durchführen; erst dann wird man zu richtigeren Dimensionen kommen.

91. In den meisten Fällen ist es indessen ausreichend, wenn man die Annäherungsformel zur Ermittlung der Eigenlast benutzt und die ganze Berechnung auf diese gründet. Je nach der Art der ortsüblichen Fuhrwerke wird man das als gleichförmig verteilte Last wirkende Eigengewicht der Tragbalken der hölzernen Brücken für 1 qm annehmen können, wenn l die Lichtweite der Brücke in Metern bedeutet:

a) bei schweren Wagen $g = 11,5 \cdot l$ bis $13,5 \cdot l$ in kg,

b) bei leichten Wagen $g = 7,5 \cdot l$ bis $10,0 \cdot l$ in kg.

Für das Eigengewicht der Fahrbahnkonstruktion (Belagbohlen) kann man für 1 qm 10 d in kg annehmen; wenn d die Gesamtstärke des Belags in cm ausgedrückt bedeutet.

92. Als Verkehrslast kann man eine Belastung von 400 bis 500 kg auf 1 qm der Brückenfahrbahn als gleichförmig verteilte Belastung ansetzen. Diese Last entspricht einem Gedränge dichtstehender Menschen.

Soll eine hölzerne Brücke von weniger als etwa 6 m Lichtweite schwerere Fuhrwerke tragen, dann wird man in jedem Falle untersuchen müssen, ob das größte Moment M_{\max} durch eine Einzelast oder durch eine gleichförmig verteilte Last hervorgerufen wird.

B. Festsetzung der Brückenbreite.

93. Man wird bei hölzernen Brücken die Fahrbahnbreite von den Anforderungen des Verkehrs abhängig machen. Soll nur ein einzelner Wagen die Brücke befahren können, dann genügt eine Breite von 4,0 m zwischen den Geländern. Sollen neben dem Wagen noch Fußgänger die Brücke benutzen können, dann ist eine Breite von 5 bis 8 m zwischen den beiderseitigen Geländern nötig. Zur besseren Sicherheit wird man besondere Fußsteige, welche höher als die Fahrbahn liegen, anbringen.

Eine Weite von 8 m zwischen den Brückengeländern wird auch dann genügen, wenn 2 Wagen sich auf der Brücke begegnen sollen. In städtischen Straßen wird man der Brücke meistens die Breite der Straße geben, um den Verkehr in keiner Weise zu behindern.

C. Anzahl der Tragbalken.

94. Hat man in der vorbeschriebenen Art die erforderliche Brückenbreite bestimmt, dann wird man die Zahl der Tragbalken der hölzernen Brücke ermitteln, indem man diesen Balken einen Abstand von 0,8 bis 1,0 m — höchstens etwa 1,20 m — von Mitte

zu Mitte gibt. Bei 5,0 m Brückenbreite wird man daher nach Figur 78: 6 Tragbalken anordnen, die sämtlich gleichen Abstand erhalten und die nicht ganz 1,0 m von Mitte zu Mitte entfernt liegen.

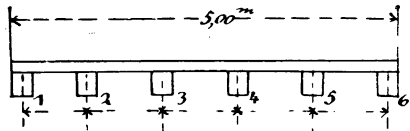


Fig. 78.

Fährt nun ein Wagen über die Brücke, dann wird sein Gewicht durch die Räder auf den Bohlenbelag übertragen. Der Bohlenbelag ist daher so zu berechnen, daß er dieser Beanspruchung widersteht.

95. Es findet nun zwar durch den Bohlenbelag — besonders dann, wenn 2 Bohlenlagen übereinander liegen (doppelter Bohlenbelag) eine Uebertragung des Raddruckes auf mehrere Balken statt. Zur Sicherheit wird man indessen annehmen, daß — wie in

Figur 79 dargestellt — der Raddruck im ungünstigsten Falle von einer Bohle nur auf die beiden benachbarten Balken übertragen wird. Man denkt sich also, wenn man die Bohlenstärke der Holzbrücken berechnen will, die Bohlen über den Tragebalken durchgeschnitten und betrachtet sie für die Berechnung als einen in der Mitte mit dem vollen

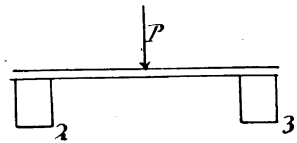


Fig. 79.

Raddruck belasteten Träger auf 2 Stützen, den man aber wegen der Festnagelung auf den Balken und wegen des Uebergreifens der Bohlen über mehrere Balken als auf einer Seite eingespannt und auf der anderen frei aufliegend ansehen kann.

D. Berechnung der Tragbalken.

- a) Unter Annahme einer gleichförmig verteilten Verkehrslast als ungünstigster Belastung.

96. Aus dem Querschnitt der Brücke (Fig. 78) denkt man sich nach Fig. 80 ein Stück herausgeschnitten. Dieses Stück

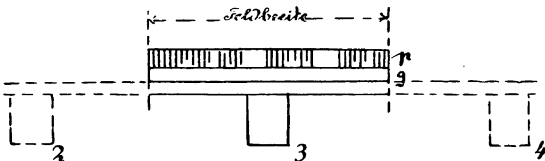


Fig. 80.

reicht von der Mitte zwischen Balken 2 und 3 bis zur Mitte zwischen Balken 3 und 4. Der anteilige Betrag an der Gesamt-

belastung, welcher auf Balken 3 entfällt, ist in Fig. 80 dargestellt; er besteht aus der auf die Quadrateinheit gleichförmig verteilten Eigenlast g und der Nutzlast p . Dabei ist diese Belastung von der Mitte zwischen Balken 2 und 3 bis zur Mitte zwischen Balken

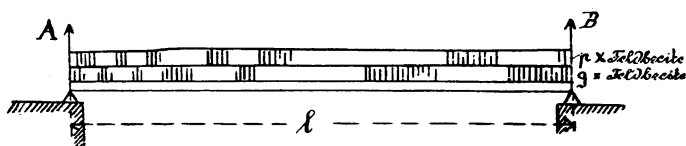


Fig. 81.

3 und 4 in Rechnung zu ziehen. Diese Entfernung bezeichnet man als Feldbreite. Der Tragbalken 3 ist also als ein Träger auf 2 Stützen (Auflager) zu berechnen, welcher die gleichförmig verteilte Belastung $(g + p) \times$ Feldbreite zu tragen hat. Als Länge des Balkens ist nicht die Lichtweite der Brücke, sondern die Entfernung von Mitte des Auflagers links bis zur Mitte des Auflagers rechts einzusetzen (s. Fig. 81).

97. Die Balken 1 und 6 der Fig. 78 erhalten nicht die volle Last der Balken 2, 3, 4, 5, sondern — da sie Endbalken sind und die Feldbreite für sie geringer ist — nur einen Teil von ihr; man kann sie daher weniger stark als die übrigen Balken machen; oft aber wird man auch ihnen die gleichen Abmessungen geben, wie den Balken 2, 3, 4 und 5.

b) Unter Annahme einer Einzellast als ungünstigster Belastung.

98. Zur Ermittlung der größten *Einzellast*, welche eine hölzerne Brücke belasten wird, muß man die ortsüblichen Fuhrwerke kennen. Den Abstand der Radachsen kann man etwa zu 3 m annehmen.

Leichte Fuhrwerke werden einen Raddruck von rd. 1000 kg ausüben, schwerere einen solchen von 2500 kg. Es würde nun häufig zu weit gehen, wenn man annehmen wollte, daß ein derartiger Raddruck von einem einzelnen Tragbalken der Holzbrücke allein aufgenommen werden muß. Man kann vielmehr voraussetzen, daß die Bohlen eine Verteilung dieses Raddruckes auf mehrere Tragbalken bewirken, und es genügt für die Berechnung, wenn man voraussetzt, daß $\frac{3}{4}$ des Raddruckes einen einzelnen Tragbalken im ungünstigsten Falle treffen.

99. Das größte Moment unter Einwirkung der Einzellast wird nun dann auftreten, wenn der Balken in der Mitte belastet

wird: Für leichtes Fuhrwerk wird man daher eine Belastung der Tragbalken mit rd. 750 kg, für schweres eine solche von 1800 kg voraussetzen müssen. Soll die Brücke von einer Dampfstraßenwalze oder sehr schweren Maschinen (Straßenbahn, Eisenbahn oder dergl.) befahren werden, dann wird man die Einzellasten noch größer annehmen.

Bei Eisenbahnbrücken wird man für die Berechnung dreiachsige schwere Lokomotiven wählen, deren Achsabstand 1,4 m und deren Raddruck 6,5 t beträgt.

100. Da indessen hölzerne Eisenbahnbrücken nur selten und dann für vorübergehende Zwecke ausgeführt werden, kann hier von der weiteren Betrachtung dieser Brückenart Abstand genommen werden.

Außer der Einzellast ist für die Berechnung der Tragbalken noch die Eigenlast in Rechnung zu ziehen.

Der Gang der Berechnung hölzerner Brücken wird nun am besten an Beispielen gezeigt.

Achtes Kapitel.

E. Beispiele.

1. Beispiel:

101. Eine hölzerne Balkenbrücke von 6,0 m l. B. soll zur Ueberführung eines Wirtschaftsweges über einen Bachlauf dienen. Die Brückenbreite ist mit 4,0 m zwischen den Geländern ausreichend groß bemessen. Die ortsüblichen Wagen werden höchstens mit einem Gesamtgewicht von 6000 kg anzunehmen sein, so daß bei 4 Rädern ein Raddruck von $\frac{6000}{4} = 1500$ kg als Größtwerth vorausgesetzt werden kann.

Die Brücke soll ferner doppelten Bohlenbelag erhalten, und die Tragbalken sollen aus Eichenholz hergestellt werden.

a) Berechnung der Bohlenstärke.

102. Der obere Bohlenbelag dient zum Schutz des unteren Belags, so daß nur der letztere zu berechnen ist.

Bei 4,0 m Fahrbahnbreite wird man nach Fig. 82:5 Tragbalken anordnen, so daß als Abstand von Mitte zu Mitte das Maß von rd. 1,0 m anzunehmen ist. Genau genommen ist der Abstand etwas geringer als 1,0 m; die Berech-

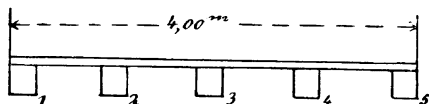


Fig. 82.

nung ist indessen ausreichend genau und jedenfalls sicher genug, wenn man das abgerundete Maß einsetzt.

103. Fig. 82 stellt nun einen Schnitt quer zur Brücke, Fig. 83 einen solchen in der Längsrichtung der Brücke dar. Man denkt sich nun, wie Fig. 84 angibt, eine Bohle — welche 25 cm Breite hat — herausgenommen und nimmt an, daß sie in der Mitte mit der größten vorkommenden Einzellaft belastet wird.

Diese Annahme ist also weit ungünstiger als die Wirklichkeit, da eine Verteilung der Last auf mehrere Tragbalken eintritt, und

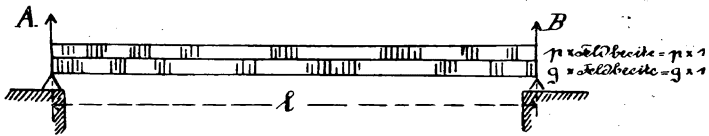


Fig. 83.

da eigentlich auch noch der obere Bohlenbelag tragend mitwirkt. Nach Abnutzung des letzteren muß allerdings der untere Belag allein die Last aufnehmen.

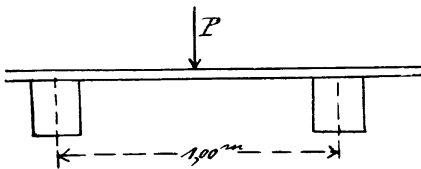


Fig. 84.

104. Wie in Satz 95 mitgeteilt, betrachtet man die Bohlen als auf der einen Seite eingespannt und auf der anderen Seite frei aufliegend. Ähnlich wie nach der in Satz 86 angegebenen Formel ist das größte auftretende

Moment für den vorliegenden Belastungsfall

$$M_{max} = \frac{3/2 \cdot P \cdot l}{8} = s \cdot W.$$

Hierbei setzt man voraus, daß das Eigengewicht der Bohlen im Verhältnis zur Last des Radverkehrs nur gering ist und daß man ersteres daher an dieser Stelle für die Berechnung der Bohlenstärke außer Ansatz lassen kann.

Es ist weiter $P = 1500$ kg; $l = 100$ cm; $s = 80$ kg für Eichenholz. Daher wird

$$W = \frac{3/2 \cdot 1500 \cdot 100}{4 \cdot 80} = 703 \text{ cmkg.}$$

105. Gemäß Fig. 85 ist nun das Widerstandsmoment einer rechteckigen Bohle:

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

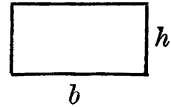


Fig. 85.

Im vorliegenden Falle ist $b = 25$ cm, die zu ermittelnde Bohlenstärke ist $= h$. Demnach ist

$$h = \sqrt{\frac{6 \cdot W}{b}} \text{ oder}$$

$$h = \sqrt{\frac{6 \cdot 703}{25}} = \text{rd. } 13 \text{ cm.}$$

b) Berechnung der Tragbalken.

106. Die gleichförmig verteilte Belastung (Nutzlast), welche zur Bestimmung des größten auftretenden Momentes benutzt werden kann, ist mit $p = 400$ kg für das qm anzunehmen.

Das Eigengewicht der Brückenfahrbahn setzt sich aus dem der Tragbalken und des Bohlenbelags zusammen; es ist daher nach Satz 91:

$$g = 12l + 10d = 12 \cdot 6,00 + 10 \cdot 13 = 72 + 130 = 202 \text{ kg.}$$

Dieses Gewicht entfällt auf 1 qm der Brückenfahrbahn; auf 1 lfd. cm des Tragebalkens kommt daher gemäß Fig. 83 und 84

$$g = 2,02 \text{ kg;}$$

ebenso entfällt auf 1 lfd. cm des Tragebalkens die Verkehrslast

$$p = 4,00 \text{ kg.}$$

Das größte auftretende Moment ist daher gemäß Gleichung IV, Satz 87:

$$M_{\max} = \frac{g \cdot l^2}{8} + \frac{p \cdot l^2}{8} = s \cdot W.$$

Nimmt man nun an, daß die Stützweite um 0,3 m größer ist als die Lichtweite der Brücke, dann ist $l = 630$ cm; $s = 80$ kg (Eichenholz).

107. das Widerstandsmoment für den nebenstehenden rechteckigen Querschnitt (s. Fig. 86) ist

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

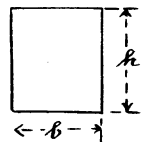


Fig. 86.

Nimmt man nun die Breite $b = 0,7 \cdot h$, dann erhält man

$$W = \frac{0,7 \cdot h^3}{6}$$

$$\text{daher wird } M_{\max} = \frac{l^3}{8} (g + p) = \frac{630^2}{8} (2,02 + 4,00) = \frac{630^2 \cdot 6,02}{8} \\ = 299917 \text{ cmkg.}$$

Es muß nun sein

$$299917 = \frac{0,7 \cdot h^3}{6} \cdot 80$$

$$h^3 = \frac{6 \cdot 299917}{0,7 \cdot 80}$$

$$h = \sqrt[3]{32132} = \text{rd. } 32 \text{ cm}$$

$$\text{und } b = 0,7 \cdot 32 = \text{rd. } 23 \text{ cm.}$$

108. Es ist nun noch zu untersuchen, ob das größte Moment infolge der Belastung durch die Einzellast des Wagens nicht

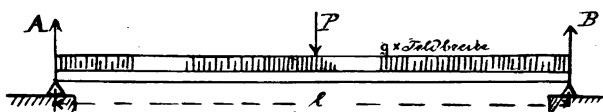


Fig. 87.

größer wird, als das durch die gleichförmig verteilte Belastung mit der Nutzlast erzeugte größte Moment. Zu dem Zweck denkt man sich, daß ein Wagenrad über der Trägermitte steht (s. Fig. 87).

Es ist alsdann

$$1. \text{ für das Eigengewicht: } M^1_{\max} = \frac{g \cdot l^2}{8}$$

$$2. \text{ für die Nutzlast: } M^2_{\max} = \frac{P \cdot l}{4}$$

das größte Moment infolge des Eigengewichtes und der Nutzlast ist daher — vergl. Satz 88, Gleich. V —

$$M^1_{\max} + M^2_{\max} = \frac{g \cdot l^2}{8} + \frac{P \cdot l}{4} = s \cdot W.$$

109. In dieser Formel ist $g = 2,02 \text{ kg f. d. lfd. cm}$ — wie in Satz 106 ermittelt; $l = 630 \text{ cm}$; $P = 1500 \text{ kg}$, da der größeren Sicherheit wegen in diesem Falle angenommen werden soll, daß der ganze Raddruck und nicht nur $\frac{3}{4}$ den Tragbalken belastet; daher wird

$$M^1_{\max} + M^2_{\max} = \frac{2,02 \cdot 630^2}{8} + \frac{1500 \cdot 630}{4} = 100\,217 + 236\,250 \\ = 336\,467 \text{ cmkg.}$$

In Satz 107 wurde bei gleichförmig verteilter Belastung das größte Moment nur zu 299 917 cmkg ermittelt. Die Belastung durch eine Einzellast ist daher ungünstiger als durch die gleichförmig verteilte Verkehrslast, und die oben berechneten Trägerabmessungen von $32\frac{2}{3}$ cm sind nicht ausreichend.

Es muß wie oben

$$M_{\max} = s \cdot W = s \cdot \frac{b \cdot h^3}{6} \text{ werden}$$

und wenn $b = 0,7 h$ gesetzt wird

$$M_{\max} = 336\,467 \cdot \frac{0,7 \cdot h^3}{6} \cdot 80$$

$$h^3 = \frac{6 \cdot 336\,467}{0,7 \cdot 80} = 35\,871$$

$$h = \sqrt[3]{35\,871} = \text{rd. } 33 \text{ cm}$$

$$b = 0,7 h = \text{rd. } 24 \text{ cm}$$

die erforderlichen Abmessungen des Trägerquerschnitts sind daher $33\frac{3}{4}$ cm.

110. Die in Satz 107 gegebene Berechnung der Balkenabmessungen wird man zweckmäßig zunächst nur bis zur Ermittlung des größten Momentes für gleichförmig verteilte Belastung durchführen und alsdann zum Vergleich das größte Moment, welches infolge der Einzellast entsteht, berechnen. Die Ausrechnung des Trägerquerschnittes hat dann nur einmal zu erfolgen. In vorstehendem Beispiel ist die Berechnung des Balkenquerschnitts der Vollständigkeit halber für beide Belastungsfälle durchgeführt.

2. Beispiel:

111. Es ist eine hölzerne Brücke mit gemauerten Widerlagern zu erbauen. Die Lichtweite ist 3,50 m zwischen den Vorderkanten der Widerlager; die nutzbare Brückenbreite betrage 4,50 m zwischen den Geländern.

Als Nutzlast soll eine Belastung von 500 kg f. d. qm angesehen werden. Der größte vorkommende Raddruck betrage 1250 kg. Der Bohlenbelag sei einfach. Die Berechnung soll in mehr überschlägiger Weise durchgeführt werden.

a) Berechnung der Bohlens.

112. Infolge der Nagelung und des Uebergreifens des Belags über mehrere Tragebalken sollen die Bohlens wiederum als an einem Ende eingespannt und am anderen Ende frei ausliegend betrachtet werden.

Da die Berechnung nur überschlägig sein soll, kann das Eigengewicht der Bohlens, welches gegenüber dem Raddruck gering ist, vernachlässigt werden. Es bleibt als Belastung der Bohlens daher nur die Einzellast von 1250 kg.

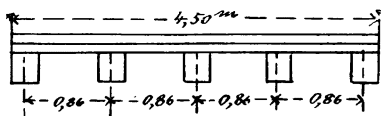


Fig. 88.

113. Ordnet man bei 4,50 m Brückenbreite 5 Träger an, dann ergibt sich ein Trägerabstand von Mitte zu Mitte von 0,86 m (s. Fig. 88).

Ähnlich wie in Satz 74 der Festigkeitslehre wird das größte Moment (s. auch Satz

104) in diesem Falle abgeleitet zu:

$$M_{\max} = \frac{3}{2} \frac{P \cdot l}{8} = s \cdot W.$$

Nach Einsetzung der betreffenden Werte ergibt sich

$$M_{\max} = \frac{3}{2} \frac{1250 \cdot 86}{8} = 75 \cdot W.$$

$$\text{oder } W = \frac{3}{2} \cdot \frac{1250 \cdot 86}{8 \cdot 75} = 269 \text{ cmkg.}$$

114. Nimmt man die Bohlenbreite $b = 0,25$ m; die Stärke $= h$; dann ist

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} \text{ (vergl. Tabelle in Satz 73 der Festigkeitslehre zu Nr. 2 für rechteckigen Querschnitt)}$$

$$\text{daher } h = \sqrt{\frac{6 \cdot W}{b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 269}{25}} = \text{rd. } \underline{\underline{8 \text{ cm.}}}$$

b) Berechnung der Träger.

115. Bei 3,50 m Lichtweite der Brücke hat man eine Stützweite von 3,90 m anzunehmen. Setzt man weiter voraus, daß jeder Tragbalken im ungünstigsten Falle von $\frac{3}{4}$ des größten vorkommenden Raddruckes getroffen wird, dann beträgt die größte Einzellast, für welche der Tragbalken zu berechnen ist:

$$P = \frac{3}{4} \cdot 1250 = 3 \cdot 312,5 = 937,5 \text{ kg.}$$

Das entstehende größte Moment ist daher (s. Satz 86 Gleichung III), wenn die Eigenlast unberücksichtigt bleibt

$$M_{\max} = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{937,5 \cdot 390}{4} = \underline{91\,406 \text{ cmkg.}}$$

116. Es entsteht nun die weitere Frage, ob durch eine gleichförmig verteilte Belastung von 500 kg f. d. qm ebenfalls ohne Rücksicht auf die Eigenlast nicht ein größeres Maximalmoment erzeugt wird? Da sowohl bei Berechnung des größten Momentes infolge gleichförmig verteilter Last als auch bei Berechnung des größten Momentes infolge einer Einzellast die Eigenlast berücksichtigt werden muß, kann man beim Vergleich beider Größtwerte die Eigenlast außer Ansatz lassen. Da auf jedes Längencentimeter der Tragbalken eine Fahrbahnbreite von 0,86 m entfällt, so beträgt die auf 1 lfd. cm entfallende gleichförmig verteilte Nutzlast:

$$p = \frac{0,86 \cdot 500}{100} = 4,30 \text{ kg.}$$

Nach Gleichung IV, Satz 87 entsteht unter dem Einfluß dieser Belastung ein Maximalmoment:

$$M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{4,30 \cdot 390 \cdot 390}{8} = \underline{81\,754 \text{ cmkg.}}$$

117. Der Größtwert des Momentes für gleichförmig verteilte Belastung ist daher etwas geringer als bei Einwirkung einer Einzellast, und daher ist das durch letztere hervorgerufene Maximalmoment der Berechnung des Hauptträgers zugrunde zu legen.

Bislang ist nun noch das Eigengewicht außer Ansatz geblieben. Nach Satz 91 ist das Gewicht für 1 qm Bohlenbelag = 10 d in kg; also im vorliegenden Falle

$$g_1 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ kg.}$$

Dazu kommt das Gewicht der Hauptträger, das man nach Satz 91 für mittelschwere Brückenlasten annehmen kann zu

$$g_2 = 10 \cdot 1 = 10 \cdot 3,50 = 35 \text{ kg.}$$

118. Die gleichförmig verteilte Belastung durch das Eigengewicht von Bohlenbelag und Fahrbahn ist daher für 1 qm der Fahrbahn:

$$g_3 = g_1 + g_2 = 80 + 35 = 115 \text{ kg.}$$

Da die Träger aber in 0,86 m Abstand liegen, entfällt auf 1 Längencmeter des Trägers eine Eigenlast von

$$g = 115 \cdot 0,86 = 98,9 \text{ kg,}$$

daher entfällt auf 1 Längencentimeter eine Eigenlast von

$$g = \frac{98,9}{100} = \text{rd. } 0,99 \text{ kg.}$$

119. Nach Satz 86, Gleich. III, ist nun das infolge der Einzellast und der gleichförmig verteilten Belastung hervorgerufene Größtmoment:

$$M_{\max} = \frac{P \cdot l}{4} + \frac{pl^2}{8}$$

$\frac{P \cdot l}{4}$ ist schon in Satz Nr. 115 zu 91406 cmkg ermittelt; es ist daher

$$\begin{aligned} M_{\max} &= 91406 + \frac{0,99 \cdot 390 \cdot 390}{8} \\ &= 91406 + 18822 = 110228 \text{ cmkg.} \end{aligned}$$

Da nun weiter

$M_{\max} = s \cdot W$ wird, wo $s = 80 \text{ kg}$ (für Eichenholz)

wird

$$W = \frac{M_{\max}}{s} = \frac{110228}{80} = 1377,8.$$

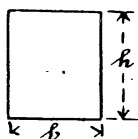


Fig. 89.

120. Das Widerstandsmoment des rechteckigen Querschnitts (s. Fig. 89) ist schon früher ermittelt, zu

$$W = \frac{b \cdot h^3}{6}; \text{ nimmt man die Breite } b = 0,7 \cdot h,$$

dann wird

$$W = \frac{0,7 \cdot h^3}{6}, \text{ und daher}$$

$$\frac{0,7 \cdot h^3}{6} = 1377,8 \text{ und}$$

$$h^3 = \frac{1377,8 \cdot 6}{0,7} = 11809,7$$

$$h = \sqrt[3]{11809,7} = \text{rd. } 23 \text{ cm}$$

und daher $b = 0,7 \cdot 23 = \text{rd. } 17 \text{ cm}$ (nach oben abgerundet), die Balkenstärke muß daher $17/23 \text{ cm}$ betragen.

121. Die Brücke ist damit berechnet, der Entwurf kann aufgetragen werden und auf Grund des Entwurfs, der Massenberechnung und des Kostenanschlags erfolgt alsdann die Bauausführung.

Quellenangabe.

1. Schäffer und Sonne, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Teil Brückenbau.
 2. Heinzerling, die Brücken der Gegenwart, Abt. III Hölzerne Brücken 2c.
 3. Winkler, Vorträge über Brückenbau, Teil III Hölzerne Brücken.
 4. Bogler, Handbuch der Kulturtechnik.
 5. Meyer, A. W., Kalender für Eisenbahntechniker.
 6. Ludwig, Richard, Wegbrücken.
 7. Normal-Zeichnungen der Königl. General-Kommission f. d. Provinz Schlessien.
-

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Holzarten und deren Verwendung im Brückenbau	1
II. Allgemeine Anordnung der hölzernen Brücken	3
III. Verzahnte und verdübelte Träger	5
IV. Spannweiten der Holzbrücken	8
V. Die Fahrbahn der hölzernen Brücken	8
VI. Anordnung der Fußsteige	11
VII. Das Geländer	12
VIII. Anwendung von Sattelholzern und Kopfbändern, Jochbrücken	14
IX. Die Pfeiler	20
X. Verstärkte Träger	23
XI. Hängewerkbrücken	24
XII. Sprengwerkbrücken	28
a) Einfache Sprengwerkbrücken	28
b) Zweifache Sprengwerkbrücken	31
XIII. Brücken größerer Spannweite	32
XIV. Berechnung hölzerner Brücken	34
A. Angaben über die Belastungen	34
B. Festsetzung der Brückenbreite	36
C. Anzahl der Tragbalken	36
D. Berechnung der Tragbalken	37
E. Beispiele	39
1. Beispiel	39
2. Beispiel	43

Sachregister.

(Die beige druckten Zahlen geben die Satznummern an.)

A.

Abmessungen des Kantholzes 9.
 Absichern des Hirnholzes beim Hängewerk 63.
 Abschluß des Endjochs 48.
 Abstand der Pfahljoche 47.
 — der Tragbalken 94.
 — der verzahnten oder verdübelten Balken 22.
 Abwässerung der Holzbrücken mit Fußsteigen 32—35.
 Allgemeine Anordnung hölzerner Brücken 9—15.
 Anforderungen an das im Brückenbau zu verwendende Holz 5.
 Angaben über Belastung hölzerner Brücken 85—99.
 Annäherungsformel zur Berechnung der Holzbrücken 90, 91.
 Anordnung der Fußsteige 32—35.
 Anstrich der Bohlen 27.
 — des Holzes 6.
 Anwendung des verdübelten oder verzahnten Balkens 22.
 — Anwendung von Sattelhölzern und Kopfbändern 43—51.
 Anzahl der Tragbalken 94.
 Armierte Balkenbrücken 60.
 Asphaltbeton als Fahrbahn 31.
 Asphaltfüß 6.
 Asphaltpappe für die Fahrbahn 29, 30.
 Auflagerung der Brücke auf besonderen Hölzern 11.
 Ausführung des Bohlenbelags 25—28.
 Austrocknen des Holzes 3.
 Auswechslung von Brückenteilen 8.

B.

Bauhölzer 3.
 Beanspruchung der Vertikalen des Howeischen Trägers 84.
 Befestigung des Geländers 36.
 — des Geländerpfostens 38—42.

Gesamtes Baugewerbe, Bd. XIV. (Hölzerne Brücken.)

Beispiele zur Berechnung von Holzbrücken 101—121.
 Belastung des Endpfeilers 52.
 Belastungsarten für Holzbrücken 89—99.
 Berechnung der Bohlenstärke 102—105, 112—114.
 — der Tragbalken 96, 106—110.
 — hölzerner Brücken 85—121.
 Beschotterung der Fahrbahn 29.
 Birke 2.
 Bohlen 3.
 — als Fahrbahn 25.
 Bohlenlage 10.
 Bohlenverkleidung des Endjochs 48.
 — verstärkter Pfahljoche 50.
 Böschungsegel am Widerlager 54.
 Brückenbahn 24—31.
 Brückenbelag aus Asphalt oder Teerbeton 31.
 — aus Holzflößen 30.
 — aus Schotter 29.
 Brückenbreite 93.
 Brückengeländer 36—42.
 Brücken größerer Spannweite 83, 84.
 Brücken-Hauptträger 9.
 Buchenholz 2.
 Bügel zur Geländerbefestigung 41.
 Brustungsmauern 55.
 Brustriegel 37.

C.

Carbolineum 6.

D.

Dachpappe 6.
 Dauer der Hölzer 8.
 Diagonalen 83.
 — beim doppelten Hängewerk 63, 71.
 — des Howeischen Trägers 84.
 Doppelt armierte Balken 61.
 Doppelter Bohlenbelag 25.
 Doppelte Hängewerke 63, 69—72.

Doppelte Sattelhölzer 43, 47.
Dübel 17.
Dübelabstand 21.
Dübel beim doppelten Sprengwerk 82.
Dübelstärke 21.
Durchbiegung zweier Balken 16.

E.

Eichenarten 1.
Eichenholzverwendung 1—8.
Eigengewicht der Holzbrücken 89—91.
Einfache Hängewerke 63—67.
Einfacher Bohlenbelag 25.
Einfache Sprengwerke 73—77.
Einzellasten für Holzbrücken 85—99.
Eisbrecher 50—51.
Eisenbahnbrücke mit Pfahljoch 45—46.
Eiserne Stangen zur Armierung 60.
Endauflager 13.
Endjoch 48.
Endpfeiler aus Holz 57—58.
Erhöhung der Fußsteige 32.
Erle 2.
Ermittelung des Trägerquerschnitts
106—110, 115—121.
Erneuerung des Anstrichs 7.
— einzelner Brückenteile 8.
Eiche 2

F.

Fahrbahn (allgemein) 10.
Fahrbahnanordnungen 24—31.
Fällen des Holzes 1.
Fäulnis des Holzes 4, 6, 7.
Feldbreite der Hauptträger 96.
Fichte 2.
Flügel gemauerter Widerlager 54.
Fundamentsohle des Endpfeilers 53.
Fußsteige auf Brücken 32—35.

G.

Gang der Berechnung bei Holzbrücken
101—121.
Ganzholz 3.
Gefälle des Fußsteigs 35.
Geländer 36—42.
Geländerbrustriegel 37.
Geländerfüllungen 37.
Geländerpfosten 37.
Geländerstreben 37.
Gemauerte Pfeiler 13.
Gleichförmig verteilte Belastung für
Holzbrücken 85—99.
Gespreizte Träger 62.

Größtes Moment für Holzbrücken
85—99.
Grundpfähle für Holzbrücken 45—51.
Gurthölzer bei Jochpfählen für
Sprengwerke 77.
— für Grundpfähle 58.
Gußeiserne Schuhe beim Hängewerk
64, 70.
— Schuhe beim Sprengwerk 75,
78, 81.

H.

Halbholz 3.
Haltbarkeit der Hölzer 8.
Hängebalken 63.
Hänge- oder Winkeleisen 65.
Hängegäule aus zwei aufeinander-
gelegten Balken 65.
Hängewerkbrücke 63—72.
Harzgehalt 2.
Hauptträger der Brücken 9.
Hausstein für die Strebe des Spreng-
werkes 76.
Hochziehen des Pfeilers 14.
Holm für Jochbrücken 46—51.
Holzarten und deren Verwendung
1—8.
Holzbrücken für Eisenbahnbauten 23.
— Spannweite 23.
Hölzer, die auf Biegung beansprucht
werden 9.
Hölzerne Endpfeiler 57—58.
— Pfeiler 13, 15.
Holzflöße als Fahrbahn 30.
Holzpfaster 30.
Holzquerträger bei armierten Wal-
ken 61.
Holzschwelle für die Strebe des
Sprengwerkes 76.
Holz unter Wasser 5.
Howescher Träger 84.

I.

Imprägnieren des Holzes 6.
Jochpfähle bei Sprengwerken 77, 80.
Jochholme für hölzerne Endpfeiler 15.
Jochbrücken 43—51.

K.

Kantholz 3.
Kiefer 2.
Kies als Fahrbahn 29.
Knoten des Howeschen Trägers 84.
Konstruktionshöhe beim Hängewerk 67.
— beim Sprengwerk 74.

Kopfbänder 44.
Kupfervitriollösung 6.

V.

Längsriegel des Geländers 40.
Lasten der Holzbrücken 85—99.
Laubholz 2.
Leinöl 6.
Linde 2.
Locherwerden der Schraubbolzen 4.
Luftflöschchen 28.
Luftzutritt zum Holz 7.

W.

Mauerwerk als Landpfeiler 52—55.
Mauerschwelle 13.
Mauerstärken des Endpfeilers 53.
Mittel gegen Fäulnis 5, 6, 7.

X.

Nadelholzverwendung 1—8.

Y.

Oberer Bohlenbelag 25.
Obergurt 83.
Oelfarbe 6.

P.

Parallelflügel 56.
Pfahljoche 43—51.
Pfeiler 52—59.
Pfeiler für Holzbrücken 12—15.

Q.

Quecksilbersublimat 6.
Querbolzen zur Armierung 60.
Querschwellen beim Sprengwerk 73.
— für den Fußsteig 40.
— für Jochbrücken 46.

R.

Radabweiser 38.
Raddruck bei Holzbrücken 95—97.
Rinnen zur Abwässerung 30.
Risse durch Schwinden 3—4.
Rundeisen für die Hängesäule 65.
Rundholz 3.
Rundhölzer als Fahrbahn 10, 24.
Rundholz zu Grundpfählen 49.

S.

Sattelhölzer 43.
Saumschwellen 27.

Saumschwelle zur Abwässerung 34.
Schotter als Fahrbahn 29.
Schräger Holm für hölzerne Endpfeiler 58.
Schrägflügel 56.
Schraubbolzen bei Verzahnung und Verbübelung 19—21.
Schwamm 7.
Schwinden des Holzes 3.
Sechstelholz 3.
Sicherung gegen Abrutschen des Erdreichs bei Endpfeiler 14—15.
Sommereiche 1.
Spannriegel 63, 69.
— bei doppelten Sprengwerken 81.
Spannweite der Holzbrücken 23.
Sprengwerkbrücken 73—83
Spundwände für die Widerlager 59.
Steineiche 1
Stieleiche 1.
Streben beim Hängewerk 63.
— des Geländers 37.
— für Jochbrücken 45.

T.

Teer 6.
Teerbeton als Fahrbahn 31.
Tragekonstruktion 10.
Träger für größere Spannweiten 9.
Trägersysteme 83.
Traufbretter 7, 28.

U.

Ueberbrückung großer Lichtweiten 83.
Ueberdeckungen 6.
Uebertragung der Nutzlast auf die Brücke 94—95.
Unterer Bohlenbelag 25.
Untergurt 83.

V.

Verankerung der Grundpfähle 58.
Verbindung der Hängesäule mit dem Hauptbalken 66.
— von Hängesäulen, Strebe und Spannriegel 69.
— von Strebe und Hauptbalken beim Sprengwerk 78—82.
— von Strebe und Mauerwerk bei Sprengwerkbrücken 75.
— zwischen Strebe und Hängesäule beim Hängewerk 75.
— zwischen Strebe und Hauptträger beim Hängewerk 64.

Verdübelung 16.
Verdübelte Träger 10, 16—22.
Verkehr- oder Nutzlast 90—99.
Verkürzen der Hölzer durch Schwinden
der Seitenflächen 3.
Verzahnung beim Hängewerk 6, 65.
Verstärkte Pfahljoche 49—50.
Verstärkung der Balkenbrücken 43—51.
Vertikale 83.
— des Howeschen Trägers 84.
Verwendung der Holzarten 1.
Verzahnung 16.
Verzahnung 16.
Viertelholz 3.
Vortreten der Belagbohlen 26.

W.

Wagerechter Holm für hölzerne
Endpfeiler 57.
Wassernase 28.
Widerstandsmoment der Holzbrücken
86.

Winkelbänder beim doppelten Spreng-
werk 82.
Winkelleisen beim Hängewerk 65.
Wintereiche 1.

Z.

Zahl der Längsträger beim Hänge-
werk 67.
— der Längsträger beim Spreng-
werk 73.
Zahnabstand bei Verzahnung 20.
Zähne 17.
Zahnhöhe bei Verzahnung 20.
Zangen beim doppelten Spreng-
werk 79.
Zangen für Jochbrücken 45.
Zerlegung der Träger durch Klöße 61.
Zerstörung des Holzes durch Käfer 7.
Zinkblechrinnen 30.
Zinkchlorid 6.
Zweifache Sprengwerkbrücken 79.
Zwischenraum beim Bohlenbelag 25.
— bei Verdübelungen 21.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Barnak.

Heft 131.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bornes & Bachfeld.**

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buzler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Plessin, Oberlehrer Dr. Karl Werthe, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlussprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlussprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlussprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbeförden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchterschule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterhsule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Schreimethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterrichtl. ersehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsarbeit vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchprochen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgemessener Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und begiebiger Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu kümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, briefförmigem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung wendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis bezeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte etc. gegeben, sondern eine lebende und erquickende Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie müßig gelassen werden.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Inausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlverwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, briefförmiger, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vorzüglicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten

Redigiert von O. Karnak.

Heft 132.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Nachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buxler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pepsin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm., Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte.</p> <p>Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm., Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. u. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht erlernen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprochen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in seltener, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und bequemer Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, brieflichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton amütsender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu betlagen haben, daß er schnell vergeht. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin in Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortzubilden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Weichichte etc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsamit beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Vorausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlwollene Anweisungen zur Anfertigung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsbereiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtig, daß er denselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonnese & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen etc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten

Redigiert von O. Karnak.

Heft 133.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bonnes & Hachfeld.**

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Gutjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pöpsin, Oberlehrer Dr. Karl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelschule mit Berechtigung zur Erlangung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. u. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht ersehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unter-
richtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule erziehen sollen,
in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an.
Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe
auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne
Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende beschäftigt
wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in
Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen
Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten
Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch
verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und
gründlichsten Weise mehrfach durchsprochen wird. Vollständig klares Begreifen
jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese
Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgeundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und beglegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei gesonhiet dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, briefförmig, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Vor sein ganzes Interesse der Darstellung zuwenden, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergeißt. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Lehrsatz der Weisheit etc. geboten, sondern eine lebendige und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsam zu beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze lassen charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Ausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlverwogene Anweisungen zur Unterstüpfung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, briefförmig, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

S a n d b u c h

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine uner schöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 134.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bonnes & Bachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* **Selbstunterrichts-Werke,**

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem **Rustinschen Lehrinstitut.**

Redigiert von **Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. **Gustav Wehrendt, Berlin**, Oberlehrer Dr. **Max Baumann, Berlin**, Professor **Franz Wuhler, Pankow-Berlin**, Direktor Dr. **Sugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin**, Gymnasialoberlehrer **Wihelm Gutjahr, Merseburg**, Realschuldirektor Professor Dr. **Paul Hellwig, Berlin**, Professor **Max Koch, Charlottenburg**, Gymnasialoberlehrer **Oskar Tatge, Berlin**, Professor Dr. **Adalbert Schulte, Pelpin**, Oberlehrer Dr. **Karl Versche, Berlin** u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelsschule.

Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchtersehule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht erhalten und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unter-
richtsanstalt vermitteln. Die Werke lehren sich, da sie die Schule ersetzen sollen,
in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an.
Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe
auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne
Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt
wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in
Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen
Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten
Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch
verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und
gründlichsten Weise mehrfach durchsprochen wird. Vollständig klares Begreifen
jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese
Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbriefe dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgeundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und begiebiger Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei gesöhnet dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich gegen unsern Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschärfung und des Erinnerungswermögens, sowie auf sorgsamem, umfangreichem, briefförmigen, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockne Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einige frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen könnten, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der 1. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockne Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte etc. bieten, sondern eine lebendige und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsamig beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des darobotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Anausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Sorgfältige Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlterwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichtler erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, briefförmiger, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Werke an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung,
Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und musterergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen zc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,

sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 135.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnek & Nachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buxler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Plessin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm., Arithmetik, Kontorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm., Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht ersehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgehultesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprochen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Sachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegender Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu kümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufreichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshärfung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf forlaufendem, umfangreichem, brieflichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trodrene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergeht. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchtersehule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fahbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodrene Grammatik, kein dülrrer Leitfaden der Geschichte zc. gehalten, sondern eine lebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie müßig beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze oharakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Aunagesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Sorgfältige Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlfermogene Anweisungen zur Unterstühtung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und befaßt.
5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalen, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form ersetzt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtig, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebauwesens.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Barnack.

Heft 136.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bornes & Bachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Me⁺ de Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. **Gustav Behrendt, Berlin**, Oberlehrer Dr. **Max Baumann, Berlin**, Professor **Franz Buchler, Pankow-Berlin**, Direktor Dr. **Hugo Gruber, Wilmsdorf-Berlin**, Gymnasialoberlehrer **Wihelm Guthjahr, Werseburg**, Realschuldirektor Professor Dr. **Paul Hellwig, Berlin**, Professor **Max Koch, Charlottenburg**, Gymnasialoberlehrer **Oskar Tatge, Berlin**, Professor Dr. **Adalbert Schulte, Pespkin**, Oberlehrer Dr. **Karl Wersche, Berlin u. a.**

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erlangung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Bezirks- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterrichtl. erziehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsrichtung vermitteln. Die Werke lehren sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Vorlesungen an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so stellen auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt. Derselbe Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Student

wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werte unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehrrichtungen eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werte die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werte also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gediegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Wert zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshäufung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, briefförmigem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu betlagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werte, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch zweier Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, denn auch diejenigen gesehen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werte eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürre Leitfaden der Geschichte etc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsam zu beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für Jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Anusgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlverwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, briefförmiger, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtig, daß er denselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwillig zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch
des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen zc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 137.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bonnes & Bachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Method Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem **Rustinschen Lehrinstitut.**

Redigiert von **Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guldjahn, Werseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pelpin, Oberlehrer Dr. Karl Versche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

Das Progymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlussprüfung an einem Progymnasium.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der gebildete Kaufmann.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.

Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.

Das Realprogymnasium.

Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlussprüfung an einem Realprogymnasium.

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.

Der Einjähr.-Freiwillige.

Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.

Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte, Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.

Die Handelschule.

Vorbereitung zur Abschlussprüfung an einer Handelschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.

Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.

Der

Militäranwärter.

Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Aufstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.

Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.

Die höh. Töchterchule.

Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar

Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.

Der wissenschaftlich gebildete Mann.

Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.

Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollstem Umfange den Schul-

unterricht ersetzen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule ersetzen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgeordneter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegender Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortgeschritten, so dass er mit aufreichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnissicherung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, brieflichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen rüschen anregenden Ton anmutender und reichvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu belagen haben, daß er schnell vergeht. Er wird oft besondere Handhaben für sein Gedächtnis entdecken finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, dann die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch feiner Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, dem auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Mädchenschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürres Leitfadens der Geschichte etc. geboten, sondern eine belebende und erquickende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsam zu beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Sorgfältige Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlterwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichtler erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm darauf bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonness & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen zc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebauwesens.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnath.

Hest 138.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Heste wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von **Bornes & Bachfeld.**

In dem Verlage von **Bonness & Hachfeld, Potsdam** ist erschienen:

Methode Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer **C. Ilzig-Berlin.**

Bearbeitet v. Professor Dr. **Gustav Behrendt, Berlin**, Oberlehrer Dr. **Max Baumann, Berlin**, Professor **Franz Wukler, Pankow-Berlin**, Direktor Dr. **Hugo Gruber, Bilmersdorf-Berlin**, Gymnasialoberlehrer **Wilhelm Guthjahr, Merseburg**, Realschuldirektor Professor Dr. **Paul Sellwig, Berlin**, Professor **Max Koch, Charlottenburg**, Gymnasialoberlehrer **Oskar Tatge, Berlin**, Professor Dr. **Adalbert Schulte, Plessin**, Oberlehrer Dr. **Karl Wersche, Berlin** u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte, Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erlangung des Zeugnisses für den Einjährigendient.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchfuhr., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Bezirks- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereit. u. Aufnahme ins Lehrerinnen-seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Literaturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht ersehen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsarbeit vermitteln. Die Werke lehren sich, da sie die Schule ersehen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprochen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegender Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu kümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrozt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshäufung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf forskaufendem, umfangreichem, briefflichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu betlagen haben, daß er schnell vergeht. Er wird oft besondere Sandhaben für sein Gedächtnis verzeichnen finden und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft beuzugen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortzubilden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte etc. geboten, sondern eine lebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mißmutig beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Anausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstüßung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, briefflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporallen, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch bekundet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonnens & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unerschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungslokale, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen u.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 139.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Nachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Behrendt, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Buchler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Werfburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Hellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pöplin, Oberlehrer Dr. Karl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freiw.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelsschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwes., kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik. Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchtersehule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchtersehule gelehrt werden, u. Vorbereitung z. Aufnahme ins Lehrerinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Aesthetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht erzeugen und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehnen sich, da sie die Schule erzeugen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgetragen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemeinen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchproben wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in fester, abgerundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und beglegener Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Werk zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei geschieht dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Zeitlich und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getrost unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte bei ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der denkbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erkennung dienenden Anleitung zur Gedächtnisshäufung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf fortlaufendem, umfangreichem, brieflichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbücher wurde deshalb darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trockene Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen witzigen anregenden Ton anmutender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu beklagen haben, daß er schnell vergißt. Er wird oft besondere Genüß haben für sein Gedächtnis verzeichnet finden, und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebricht, eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen genießen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchterschule etc. vorbereitet werden können.

Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht fassbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trockene Grammatik, kein dürrer Leitfaden der Geschichte etc. gegeben, sondern eine lebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie mühsamig beiseite legen wird.

Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Unausgesetzte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohnertwogene Anweisungen zur Unterstüßung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, brieflicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze etc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtigt, daß er demselben alles ihm schwer verständliche erklärt und ihm dadurch beibringt, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwilligst zur Ansicht versandt.

Bonnese & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.

Das gesamte Baugewerbe.

Handbuch

des

Hoch- und Tiefbauwesens.

Zugleich:

Nachschlagebuch

für alle Gebiete des Bauwesens und verwandter Techniken
mit ausführlichem Sachregister.

Sowie:

Umfangreiches Vorlagewerk und Musterbuch des gesamten Bauwesens,

enthaltend eine unererschöpfliche Fülle architektonischer Motive,
eigenartiger und mustergültiger Bauten in allen Stilarten, und zwar
Landhäuser, Stadthäuser, Geschäftshäuser, landwirtschaftliche Bauten,
Schulen, öffentliche Bauten, Vergnügungsorte, Kirchen, industrielle
Gebäude, Arbeiterwohnungen etc.

in moderner Ausführung

in Grundrissen, Ansichten, Schnitten, Perspektiven, Detailzeichnungen,
sowie

meisterhafte Entwürfe

aus dem Gebiete des Erd-, Brücken-, Kanal-, Eisenbahn-,
Straßen- und Wegebaues.

Bearbeitet von hervorragenden Fachleuten.

Redigiert von O. Karnak.

Heft 140.

Subskriptionspreis 60 Pfg. Einzelpreis 90 Pfg.

Jedem 10. Hefte wird kostenlos ein Teil des Werkes: Umfang-
reiches Vorlagewerk und Musterbuch beigegeben.

Potsdam u. Leipzig.

Verlag von Bonnes & Bachfeld.

In dem Verlage von Bonness & Hachfeld, Potsdam ist erschienen:

Methoden Rustin *Wissenschaftliche* Selbstunterrichts-Werke,

verbunden mit eingehendem brieflichen Fernunterricht,
herausgegeben von dem Rustinschen Lehrinstitut.

Redigiert von Gymnasialoberlehrer C. Ilzig-Berlin.

Bearbeitet v. Professor Dr. Gustav Schrenck, Berlin, Oberlehrer Dr. Max Baumann, Berlin, Professor Franz Zukler, Pankow-Berlin, Direktor Dr. Hugo Gruber, Wilmersdorf-Berlin, Gymnasialoberlehrer Wilhelm Guthjahr, Merseburg, Realschuldirektor Professor Dr. Paul Sellwig, Berlin, Professor Max Koch, Charlottenburg, Gymnasialoberlehrer Oskar Tatge, Berlin, Professor Dr. Adalbert Schulte, Pöplitz, Oberlehrer Dr. Karl Wersche, Berlin u. a.

Jedes der nachfolgenden 8 Werke, welches je in Lieferungen à 90 Pf. erscheint, bildet ein abgeschlossenes Ganzes und beginnt jedes Werk mit den Anfangsgründen.

<h2>Das Progymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Gymnasiums oder zur Abschlußprüfung an einem Progymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Lateinisch, Griechisch, Franz., Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der gebildete Kaufmann.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse d. ein gebild. Kaufmann besitzen muß.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Franz., Englisch, Rechnen, Geographie, Geschichte, Handelskorresp., Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithmetik, Kontokorrentlehre, Handelsgeogr., Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführung, Warenkunde.</p>
<h2>Das Realprogymnasium.</h2> <p>Vorbereitung zur Aufnahme in die Obersekunda eines Realgymnasiums oder zur Ablegung der Abschlußprüfung an einem Realprogymnasium.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Lateinisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch.</p>	<h2>Der Einjähr.-Freiwillige.</h2> <p>Vorbereitung zur Ablegung des Einjährig-Freim.-Examens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte. Ausgabe A: Lateinisch und Griechisch. Ausgabe B: Französisch u. Englisch. Ausgabe C: Lateinisch, Französisch. Ausgabe D: Lateinisch und Englisch.</p>
<h2>Die Handelschule.</h2> <p>Vorbereitung zur Abschlußprüfung an einer Handelsschule mit Berechtigung zur Erteilung des Zeugnisses für den Einjährigendienst.</p> <p>Inhalt: Religion (kath. od. prot.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Physik, Chemie, Naturgesch., Handelskorrespondenz, Handelsl., Bank- u. Börsenwesen, kaufm. Arithm., Kontokorrentl., Handelsgeogr. und Handelsgesch., einfache u. doppelte Buchführ., Warenkunde.</p>	<h2>Der Militäranwärter.</h2> <p>Vorbereitung zur Erlangung derjenigen Kenntnisse, welche bei der Prüfung zur Anstellung der Anwärter bei den Reichs- und Staatsbehörden als Subalternbeamte notwendig sind.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Mathematik, Ausgabe A mit Französisch, Ausgabe B ohne Französisch.</p>
<h2>Die höh. Töchterchule.</h2> <p>Handbuch zur Aneignung derjenigen Kenntnisse, welche in einer höheren Töchterchule gelehrt werden, u. Vorbereit. f. Aufnahme ins Lehrinnen-Seminar.</p> <p>Inhalt: Religion (prot. od. kath.), Deutsch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Rechnen, Physik, Naturgeschichte.</p>	<h2>Der wissenschaftlich gebildete Mann.</h2> <p>Lehrmethode Rustin zur Aneignung eines umfassenden universellen Wissens.</p> <p>Inhalt: Deutsch, Litteraturgeschichte, Lateinisch, Griechisch, Französisch, Englisch, Geschichte, Geographie, Mathematik, Physik, Chemie, Ästhetik, Kunstgeschichte, Philosophie, Naturgeschichte.</p>

Die vorstehenden Werke sollen dem Studierenden in vollem Umfange den Schul-

unterricht erlernt und ihm das vollständige Wissen einer wissenschaftlichen Unterrichtsanstalt vermitteln. Die Werke lehren sich, da sie die Schule erzeugen sollen, in ihrer ganzen Einrichtung an die ordentlichen wissenschaftlichen Lehranstalten an. Wie in denselben der Lehrer den Lehrstoff systematisch vorträgt, so wird derselbe auch in den Werken auf das eingehendste vorgelesen und erklärt; jeder einzelne Unterrichtsgegenstand wird erschöpfend gelehrt, so daß der Studierende befähigt wird, alle Aufgaben, die ihm gestellt werden, zu lösen, alle Fragen, die ihm in Form von Wiederholungen aufgegeben werden, zu beantworten. Zur ungemainen Erleichterung des Studierenden dienen die ständigen Wiederholungen des gesamten Unterrichtsstoffes durch Fragen und Antworten. Jede Unklarheit wird dadurch verschwinden, da jeder einzelne Punkt des Lehrstoffes in der ausgedehntesten und gründlichsten Weise mehrfach durchsprachen wird. Vollständig klares Begreifen jedes, selbst des kleinsten Teiles des Unterrichtsstoffes, wird daher durch diese Werke unbedingt erzielt.

Zur Ausarbeitung der vorstehenden bedeutenden Werke hat sich eine Anzahl bewährter tüchtiger Lehrkräfte und Fachmänner vereinigt, deren Ziel es ist, durch diese wissenschaftliche Selbstunterrichtsbücher dem Studierenden ohne den Besuch von Lehranstalten eine umfassende, gediegene Bildung zu verschaffen und auf Prüfungen vorzubereiten. Demgemäß haben die Werke die Aufgabe, in feiner, abgeundeter Form genau dasjenige Maß von Wissen zu bieten, welches zu den verschiedensten Prüfungen notwendig ist. Der Studierende soll durch die Werke also nichts Ueberflüssiges, was er niemals verwerten kann, erlernen, sondern in gründlicher und gebiegender Weise nicht ein Wort mehr, als er notwendig gebraucht, um seine Prüfung glänzend zu bestehen, aus den Werken erfahren, so daß er sich nur an das Wert zu halten und um nichts weiter zu bekümmern braucht.

Dabei gesohtet dies in einer Form, die dem Studierenden das Studium nach jeder Richtung hin erleichtert und ihm unausgesetzt Freude bereitet. Der Studierende soll beim Studium der Werke von Stunde zu Stunde des Segens derselben teilhaftig werden, selbst wahrnehmen, wie er unausgesetzt fortschreitet, so dass er mit aufrichtiger Freude die Resultate seines Studiums erkennen wird. Fleiß und Ausdauer allein sind die Grundbedingungen, die wir von dem Studierenden verlangen, und wenn diese von ihm mitgebracht werden, so kann er sich getroßt unserm Unterricht anvertrauen, er wird herrliche Früchte de ihm tragen.

Die Methode Rustin hat es sich zur Aufgabe gemacht, in der Denzbar einfachsten und klarsten Weise den Lehrstoff vorzutragen, so daß auch der weniger Begabte in der Lage ist, dem Unterricht zu folgen. Sie basiert auf Selbstunterricht in Verbindung mit einer zur leichteren Erlernung dienenden Anleitung zur Gedächtnisschwärkung und des Erinnerungsvermögens, sowie auf forskaufendem, umfangreichem, brislichem, persönlichem Einzelunterricht. Bei Abfassung der Unterrichtsbriefe wurde despaß darauf Bedacht genommen, den Unterricht so interessant wie irgend möglich zu machen, die oft trodne Wissenschaft durch Beispiele aus dem Leben und durch einen frischen anregenden Ton amnuttender und reizvoller zu gestalten. Wer sein ganzes Interesse der Darstellung zuwendet, wird sich nicht zu betlagen haben, daß er schnell verpaßt. Er wird oft besondere Sanzhaben für sein Gedächtnis verzeichnet finden und da er sich gefördert fühlt, sie gern und gewissenhaft benutzen.

Durch die Methode Rustin wird der Lehrer vollständig ersetzt, denn die Schüler erlernen aus dem einzelnen Briefe so viel, dass sie die darin enthaltenen Aufgaben vollständig begreifen und ohne weitere Hilfsmittel lösen können. Wir bieten somit Werke, welche für jeden, der sie erwirbt, von unschätzbarem Wert sind. Sie machen den langjährigen Besuch teurer Schulen entbehrlich, und dies ist für alle, die nicht die Mittel haben oder denen es an Zeit gebriht. eine höhere Lehranstalt zu besuchen, von bedeutendem Vorteil, den auch diejenigen kennen können, welche an einem Orte wohnen, an dem sich keine höhere Lehranstalt befindet, wie auch Kinder, die sich in den mittleren Schuljahren befinden, durch die Werke der Methode Rustin im Elternhause bis zur Obersekunda einer höheren Lehranstalt, der I. Kl. einer höheren Töchtersehule etc. vorbereitet werden können.

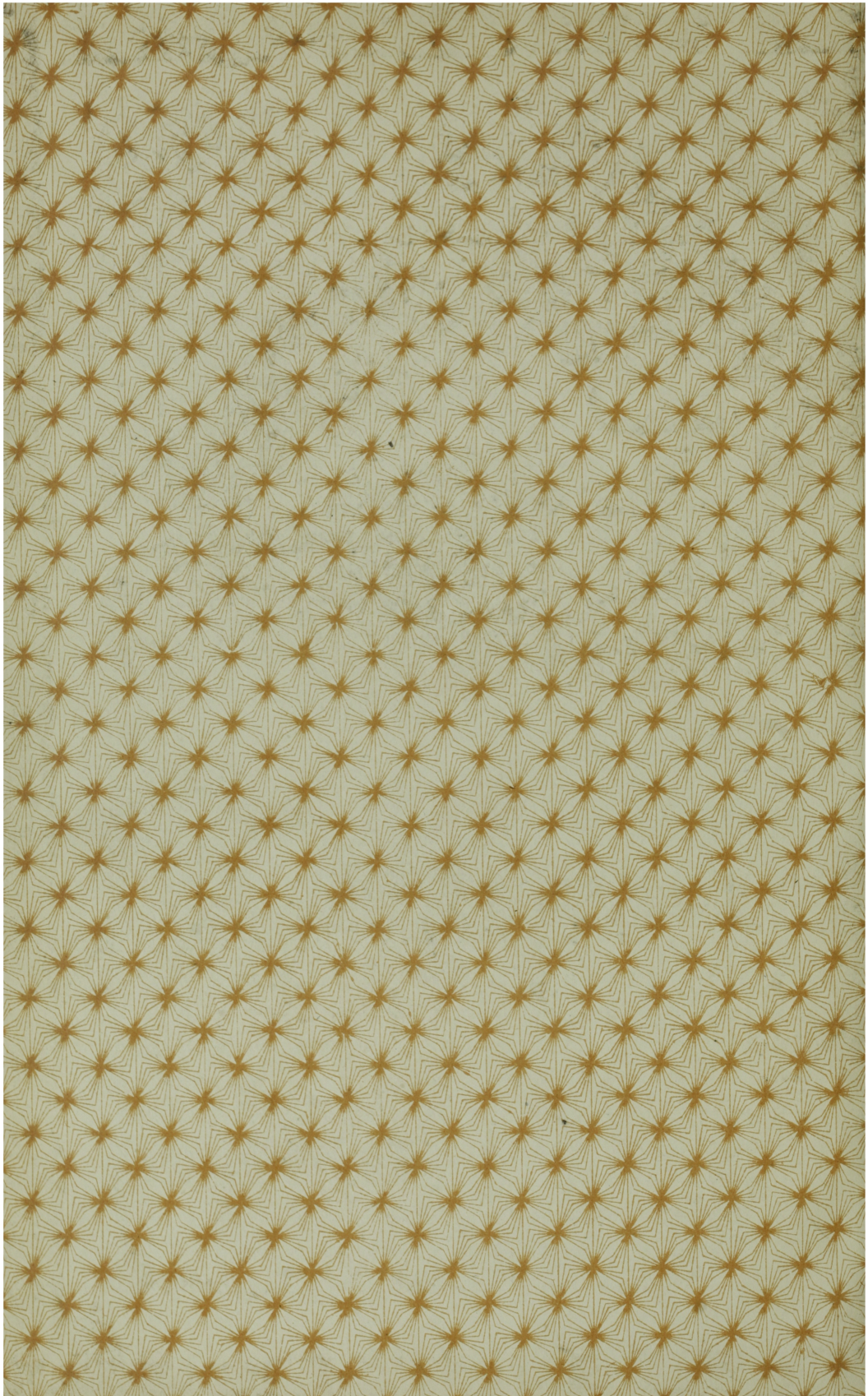
Dem sich erst im vorgerückten Lebensalter weiter Fortbildenden bieten die Werke eine Fülle von Wissen, die es ihm ermöglicht, sich die Kenntnisse einer höheren Lehranstalt und zwar in einer überaus leicht faßbaren Form anzueignen. In den Werken wird keine trodne Grammatik, kein dürrer Leitaden der Geschichte zc. geboten, sondern eine belebende und erfrischende, Herz und Geist anregende Darstellung, so daß der Schüler niemals beim Lernen die Geduld verliert und die Werke nie müßig geliegt legen wird.

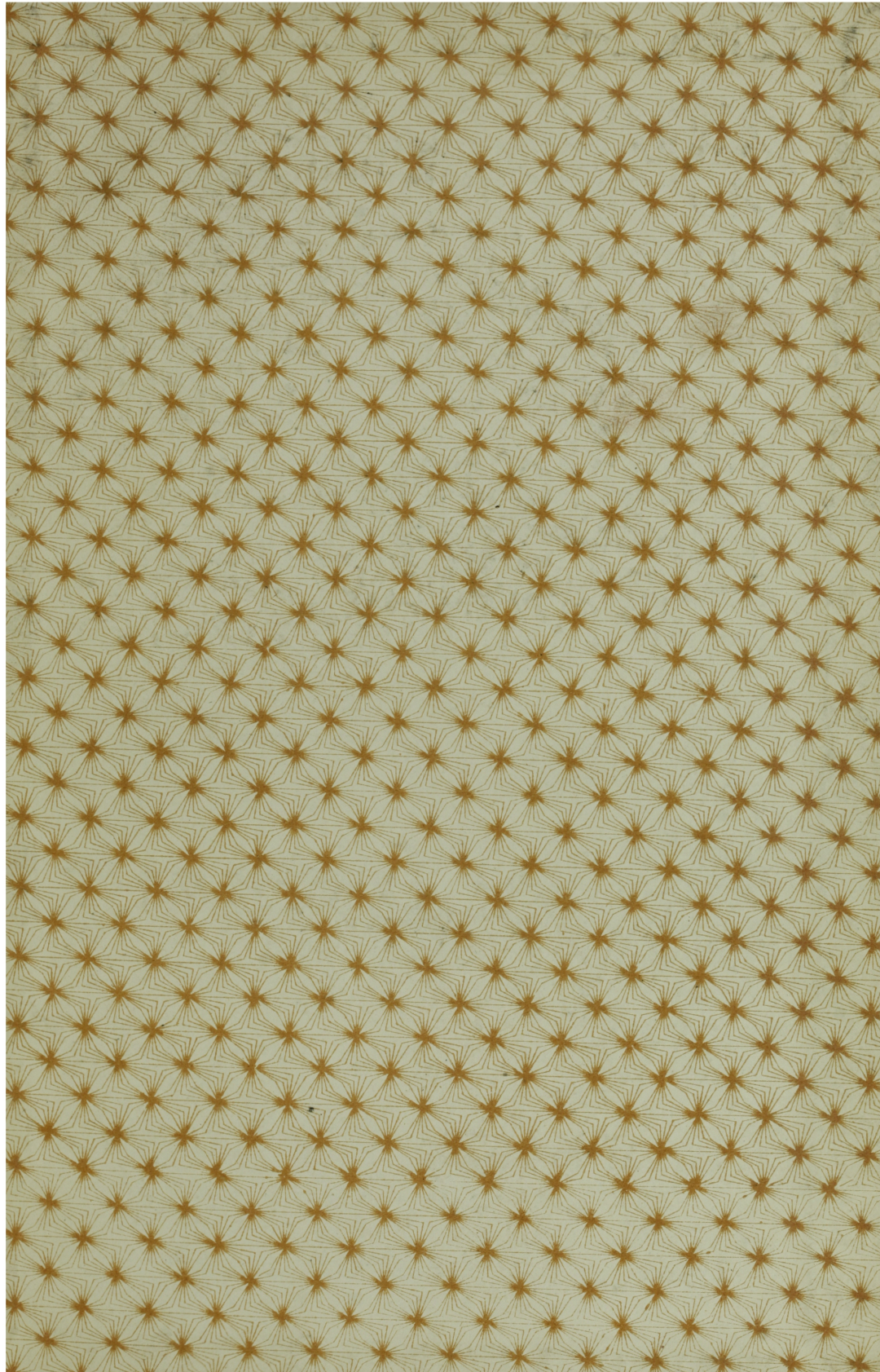
Die grossen Vorzüge der Werke der Methode Rustin und die leichte Erlernbarkeit des dargebotenen Lehrstoffes lassen sich durch folgende Fundamentalgrundsätze charakterisieren:

1. Klare und überaus einfache für jedermann verständliche Behandlung des Lehrstoffes.
2. Ausagelegte Selbstprüfung des Studierenden.
3. Fortgesetzte Wiederholung des Gelernten.
4. Praktische und wohlwogene Anweisungen zur Unterstützung des Gedächtnisses, so daß der Lernende den Inhalt der Werke leichter erlernt und behält.
5. Eingehender und umfangreicher, brislicher, persönlicher Einzelunterricht, der nicht nur die Prüfungsarbeiten, Extemporalien, Aufsätze zc., welche an den höheren Lehranstalten eingeführt sind, in vortrefflicher Form erlehrt, sondern auch die Individualität jedes einzelnen Studierenden in der Weise berücksichtig, daß er denselben alles ihm schwer verständlich erklärt und ihm dadurch beubendet, wo seine Wissenslücken sind, die er durch Wiederholungen ausfüllen muß.

Die ersten Lieferungen obiger Werke werden bereitwillig zur Ansicht versandt.

Bonnese & Hachfeld, Verlagsbuchhandlung, Potsdam.





UNIVERSITY OF CHICAGO



097 319 068