

**DISPOSITIVO ÓPTICO DE MEDIDA 3-D DE PLACAS DE IDENTIFICACIÓN DE  
VEHÍCULOS**

**LUISA FERNANDA CABEZAS BURBANO**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
POPAYÁN, 2009**

**DISPOSITIVO ÓPTICO DE MEDIDA 3-D DE PLACAS DE IDENTIFICACIÓN DE  
VEHÍCULOS**

**LUISA FERNANDA CABEZAS BURBANO**

**Trabajo de grado para optar al título de Ingeniera Física**

**DIRECTOR**

**Dr. JAIME ENRIQUE MENESES FONSECA**

**CODIRECTOR**

**Mgr. Jauri León Téllez**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
POPAYÁN, 2009**

**NOTA DE ACEPTACION**

---

---

---

---

---

---

**Co – director**  
**Mgr. Jauri León Téllez**

---

**Jurado**  
**M.Sc. Jorge W. Coronel García**

---

**Jurado**  
**Ing. Mario Milver Patiño**

**Fecha de sustentación: Popayán, Abril 29 de 2009**

## **AGRADECIMIENTOS**

Expreso mis sinceros agradecimientos:

- A Dios por todas las bendiciones recibidas.
- A mi familia por el gran apoyo recibido durante toda mi carrera.
- A Yenfor que con su amor ha contribuido a darme fuerza y fortaleza para vencer los momentos de adversidad.
- Al Dr. Jaime Meneses por su paciencia, orientación y apoyo en la realización de este trabajo de grado y por todos los conocimientos impartidos.
- Al Mgr. Jauri León Téllez por su colaboración en la realización de este trabajo de grado y por todos los conocimientos impartidos.
- A todos las personas que pertenecen al Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales de la Universidad Industrial de Santander.
- A todos mis compañeros y profesores del Grupo de Óptica y Láser de la Universidad del Cauca.
- A mis amigos, especialmente a Julio y Daniel por su apoyo y compañía en los momentos difíciles.
- A todas las personas que de alguna u otra forma contribuyeron al logro de mis objetivos.

A mis padres

Cuando se trata de agradecer el amor, los valores, el impulso, la motivación, el cuidado, la protección, los desvelos, y el sacrificio que han tenido para mí, las palabras se evaporan, el nudo que me atraviesa la garganta me impide hablar, solo siento una gran emoción y un profundo agradecimiento de tenerlos a ustedes como padres, no hay manera, ni una sola palabra que pueda expresar el infinito agradecimiento que tengo hacia ustedes por todo lo hermoso que me han dado.

En este momento los recuerdos tocan mi corazón, recuerdos hermosos de mi niñez, y ustedes siempre ahí, junto a mí, impulsándome para lograr cualquier cosa que me propusiera, no hay día que no agradezca a Dios la oportunidad que me dio de tener unos padres como ustedes, que me han ayudado tanto a realizar mis sueños, y lograr mis metas, pero la vida sigue y aún es largo el camino, me faltan muchas metas por cumplir, sueños que realizar y objetivos por alcanzar...

Con la preparación que he obtenido a lo largo de mi carrera profesional que hoy finaliza, el día de mañana les recompensaré el esfuerzo el amor y el sacrificio que me han brindado, y cuando su pelo blanco aparezca en sus cabecitas señal de los años dorados, seguiré a su lado para seguirlos amando y venerando por siempre, gracias por tanto y tanto amor.

Su hija que los adora.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>7</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>10</b>
<b>1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR TRIANGULACIÓN LÁSER LINEAL.....</b>	<b>102</b>
<b>1.1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>12</b>
<b>1.2. CONCEPTOS BÁSICOS.....</b>	<b>12</b>
<b>1.3. TRIANGULACIÓN LÁSER LINEAL.....</b>	<b>15</b>
1.3.1. Pre-Procesamiento de las imágenes adquiridas.....	18
1.3.2. Extracción de las coordenadas centrales a partir de las imágenes pre-procesadas .....	19
1.3.3. Procedimiento de calibración experimental .....	20
<b>1.4. SISTEMA ÓPTICO DE TRIANGULACIÓN LÁSER IMPLEMENTADO .....</b>	<b>22</b>
1.4.1. Sistema de proyección .....	23
1.4.1.1. Lente de Fresnel .....	23
1.4.1.2. Zona plana.....	24
1.4.2. Sistema de observación.....	27
1.4.3. Sistema de control, adquisición y procesamiento de imágenes .....	28
<b>1.5. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL .....</b>	<b>28</b>
<b>2. CALIBRACIÓN DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>30</b>
<b>2.2. CALIBRACIÓN X-Y DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN.....</b>	<b>31</b>
<b>2.3. MODELOS DE CÁMARA CON DISTORSIONES GEOMÉTRICAS.....</b>	<b>33</b>
2.3.1. Distorsión Radial .....	34
2.3.2. Distorsión Descentral.....	35
<b>2.4. NOTACIÓN MATRICIAL .....</b>	<b>35</b>
<b>2.5. CÁLCULO DE PARÁMETROS INTRÍNSECOS Y EXTRÍNSECOS .....</b>	<b>39</b>
<b>2.6. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA UTILIZADA .....</b>	<b>40</b>
<b>2.7. COORDENADAS X-Y EN MILÍMETROS DEL PROCESO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL.....</b>	<b>45</b>

<b>3. SISTEMA ÓPTICO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL IMPLEMENTADO.....</b>	<b>49</b>
<b>3.1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>49</b>
<b>3.2. ANÁLISIS DEL ERROR EN EL CÁLCULO DE LAS COORDENADAS (X,Y) ....</b>	<b>56</b>
<b>3.3. ANÁLISIS DEL ERROR EN EL CÁLCULO DE LA COORDENADA Z .....</b>	<b>59</b>
<b>4. IMPRONTA DIGITAL.....</b>	<b>63</b>
<b>4.1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>63</b>
<b>4.2. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE PLACAS DE IDENTIFICACIÓN.....</b>	<b>64</b>
<b>4.3. CARACTERÍSTICAS DE LOS NÚMEROS DE IDENTIFICACIÓN.....</b>	<b>68</b>
<b>5. CONCLUSIONES .....</b>	<b>75</b>
<b>6. TRABAJOS FUTUROS.....</b>	<b>77</b>
<b>7. BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>78</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Codificación de la coordenada Z.....	13
<b>Figura 2.</b> Sistema óptico de reconstrucción tridimensional .....	13
<b>Figura 3.</b> Principio de codificación de la altura .....	16
<b>Figura 4.</b> Punto de intersección de las rectas 1 y 2 .....	17
<b>Figura 5.</b> Tratamiento digital a una imagen adquirida. ....	18
<b>Figura 6.</b> Extracción de valores $y_{píxeles}$ .....	19
<b>Figura 7.</b> Línea binarizada y corte en intensidad .....	19
<b>Figura 8.</b> Esquema de calibración triangulación láser. ....	21
<b>Figura 9.</b> Matriz de Calibración para Z.....	22
<b>Figura 10.</b> Esquema del Sistema óptico de triangulación láser implementado .....	23
<b>Figura 11.</b> Lente de Fresnel .....	24
<b>Figura 12.</b> Zona plana .....	24
<b>Figura 13.</b> Focalización de zona plana.....	25
<b>Figura 14.</b> Zona plana de Fresnel .....	26
<b>Figura 15.</b> Cámara CCD XC-ES30.....	27
<b>Figura 16.</b> Reconstrucción de una línea láser, Z en milímetros y (x,y) en píxeles .....	28
<b>Figura 17.</b> Sistemas coordenados utilizados para calibrar la cámara.....	31
<b>Figura 18.</b> Distorsión radial y tangencial.....	34
<b>Figura 19.</b> Cuadrícula utilizada como patrón de calibración .....	41
<b>Figura 20.</b> Puntos seleccionados para la extracción de los puntos de control.....	42
<b>Figura 21.</b> Análisis del error en píxeles .....	43
<b>Figura 22.</b> Sistema coordenado de la cámara.....	44
<b>Figura 23.</b> Reconstrucción de una línea.....	47
<b>Figura 24.</b> Reconstrucción de una línea en el plano cartesiano .....	47
<b>Figura 25.</b> Sistema óptico de reconstrucción tridimensional implementado .....	49
<b>Figura 26.</b> Reconstrucción de una sección de la moneda de 500.....	52
<b>Figura 27.</b> Reconstrucción tridimensional de una línea.....	53
<b>Figura 28.</b> Reconstrucción de una moneda de 20 colones. ....	55



<b>Figura 29.</b> Estimación de coordenadas ( $X_u, Y_v$ ) sobre algunos puntos del patrón de calibración.....	57
<b>Figura 30.</b> Distancia promedio para Z determinados .....	59
<b>Figura 31.</b> Valor teórico y valor promedio para cada Z.....	60
<b>Figura 32.</b> Moneda de 200 reconstruida. ....	62
<b>Figura 33.</b> Placa de Identificación original (VIN) y secciones reconstruidas.....	65
<b>Figura 34.</b> Placa de identificación original y su reconstrucción .....	67
<b>Figura 35.</b> Placa de identificación original y su reconstrucción .....	68
<b>Figura 36.</b> Imagen rango de una sección de la placa de identificación, figura (33a).....	69
<b>Figura 37.</b> Impronta digital sobre el número reconstruido.....	70
<b>Figura 38.</b> Impronta digital con cuadro delimitante sobre el número reconstruido .....	70
<b>Figura 39.</b> Impronta digital sobre la placa de identificación reconstruída.....	71
<b>Figura 40.</b> Impronta digital de una placa de identificación.....	71
<b>Figura 41.</b> Impronta digital sobre una sección de la placa de identificación reconstruída. ....	71
<b>Figura 42.</b> Impronta digital de una sección de la placa de identificación .....	72
<b>Figura 43.</b> Impronta digital de una sección de la placa de identificación con cuadro delimitante.....	72
<b>Figura 44.</b> Impronta digital sobre la placa de identificación .....	72
<b>Figura 45.</b> Impronta digital de la placa de identificación con cuadro delimitante para cada número .....	73

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Clasificación de los métodos ópticos comúnmente usados. Tomada de [3] .....	14
<b>Tabla 2.</b> Especificaciones CCD XC-ES30 .....	27
<b>Tabla 3.</b> Parámetros intrínsecos de la cámara XC-ES30, con objetivo de 35mm .....	42
<b>Tabla 4.</b> Parámetros característicos del sistema implementado .....	55
<b>Tabla 5.</b> Datos reales y datos estimados en milímetros, para algunos de los puntos elegidos ( $u', v'$ ) en píxeles, para $Z = -0.1$ mm .....	58
<b>Tabla 6.</b> Distancia promedio y error promedio calculado para diferentes valores de $Z$ .....	58
<b>Tabla 7.</b> Datos reales y datos estimados para cada plano $Z$ reconstruido .....	60
<b>Tabla 8.</b> Valores reportados por el sistema de altura y ancho de cada número de la placa de identificación que se muestra en la figura (44). .....	73
<b>Tabla 9.</b> Valores reportados por el sistema de altura y ancho de cada número de la placa de identificación que se muestra en la figura (41). .....	73

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la técnica de reconstrucción tridimensional por medio de métodos ópticos ha sido ampliamente empleada en aplicaciones metrológicas en donde resulta difícil estudiar la topografía de un objeto utilizando métodos de contacto.

La reconstrucción tridimensional utilizando técnicas ópticas es el proceso mediante el cual objetos son digitalizados en un sistema coordinado usando métodos que permiten codificar la topografía de los mismos. El procedimiento empleado en esta investigación es el de triangulación láser, en el cual una línea láser se proyecta sobre la superficie del objeto de estudio y a partir de la deformación de esa línea se codifican las variaciones topográficas presentes en la superficie del objeto a reconstruir. Esta técnica tiene un alto grado de precisión, resolución y amplios campos de observación, lo cual la convierte en una herramienta útil en aplicaciones donde la información topográfica de los objetos de estudio juega un papel importante en la toma de decisiones, como en el caso de la verificación de placas de identificación de vehículos.

De los procedimientos técnicos llevados en criminalística para detectar números de identificación alterados, existe la prueba técnica denominada experticio técnico y que en el área de automotores requiere de los conocimientos y experiencia de expertos en identificación técnica de automotores. Como resultado del análisis practicado en dicha prueba no se dan elementos técnico científicos que permitan determinar con precisión, si una placa de identificación presenta originalidad de fábrica ó por el contrario esta ha sido alterada. Por tanto no se podrían aportar pruebas contundentes ante el nuevo sistema penal acusatorio implementado en Colombia, que den seguridad en la toma de decisiones judiciales. Desde esta perspectiva, el presente trabajo se centra en la implementación de un dispositivo óptico de reconstrucción tridimensional de placas de identificación de vehículos a fin de extraer información de la profundidad de los números grabados bajo relieve empleado en estas placas. Los números de identificación automotriz son realizados por dispositivos computarizados de alta precisión, la secuencia bajo relieve provee de fábrica una organización especial y una distribución uniforme de profundidades de cada número. Tradicionalmente, la alteración de los números con fines de hurto son realizados de manera artesanal, poco precisa donde se desea alterar visiblemente el número, sin verificar la profundidad del nuevo número. La motivación inicial de construir un dispositivo preliminar de

estas características es la de generar un dispositivo para verificar científicamente la autenticidad de números de identificación, basado en información en profundidad principalmente. Este trabajo fue desarrollado en las instalaciones de la Universidad Industrial de Santander, en el grupo de Óptica y Tratamiento de señales (GOTS).

La estructura de este documento se presenta de acuerdo al modo como se desarrollo el trabajo. De esta manera en el capítulo 1 se presentan algunos conceptos de reconstrucción 3-D. Se hace un análisis detallado de la técnica tradicional de triangulación láser lineal y se explican las etapas necesarias para su implementación. Un análisis detallado de la codificación de la topografía del cuerpo permite establecer un procedimiento de calibración de triangulación láser para recuperar la topografía del cuerpo en milímetros. Asimismo se presenta un esquema del montaje utilizado para realizar el proceso de reconstrucción.

En el segundo capítulo se presenta la teoría de calibración de cámaras, se describe el proceso desarrollado para calibrar el sistema formador de imágenes y se muestran los resultados obtenidos de esta calibración. Igualmente, se muestra el proceso necesario para convertir coordenadas de píxeles a milímetros a fin de reconstruir objetos de forma adecuada.

En el tercer capítulo se describe el procedimiento a seguir para determinar el error en el cálculo de las coordenadas en milímetros empleadas en el proceso de reconstrucción. Se describe la forma de realizar la reconstrucción tridimensional de objetos y se realiza un análisis de la precisión del sistema.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados de reconstrucción tridimensional de diferentes placas de identificación de vehículos, se extrae la impronta digital de cada una y se obtienen algunas características de cada número que compone la placa de identificación. Finalmente se plantean las conclusiones y perspectivas futuras de este trabajo, a fin de utilizar el sistema implementado en el estudio de la topografía de diversas placas de identificación, a nivel industrial principalmente.

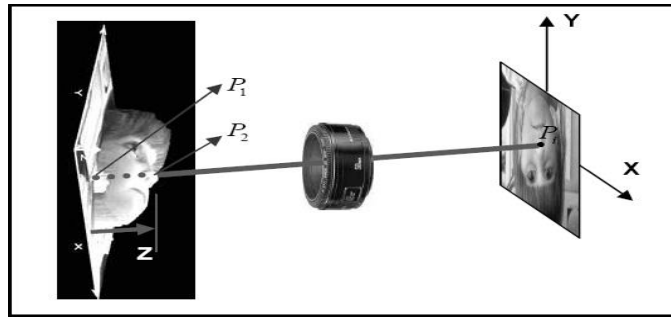
# 1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR TRIANGULACIÓN LÁSER LINEAL

## 1.1. INTRODUCCIÓN

La reconstrucción tridimensional es el proceso mediante el cual información tridimensional de los puntos de la superficie de objetos son digitalizados en un sistema coordenado  $(X, Y, Z)$ , usando métodos que permiten codificar su topografía. De esta manera un procedimiento de calibración del sistema permite convertir la secuencia de imágenes adquiridas y tratadas digitalmente, a escala real del objeto. Por esta razón los métodos de reconstrucción tridimensional son una herramienta útil en aplicaciones donde la información topográfica de los objetos de estudio juega un papel importante en la toma de decisiones, como en el caso de control de calidad, caracterización tridimensional del rostro humano con fines de reconocimiento facial y otras tantas aplicaciones relacionadas con la medicina e ingeniería.

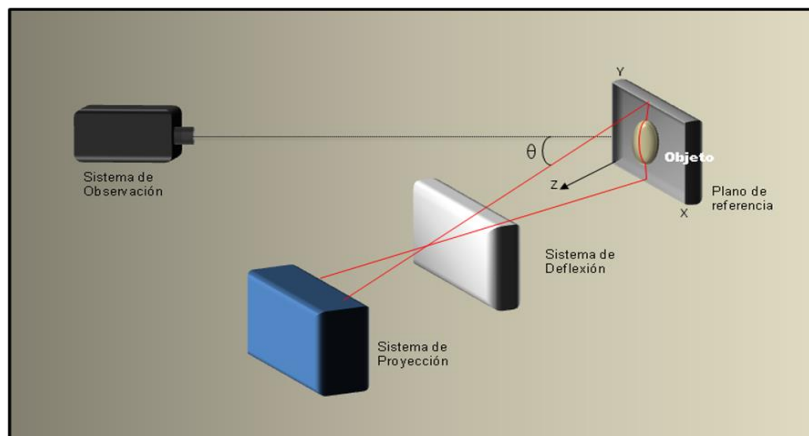
## 1.2. CONCEPTOS BÁSICOS

Para la reconstrucción 3 -D de un objeto es necesario codificar la coordenada  $Z$  para todos los puntos ubicados sobre su superficie. Esto no es posible utilizando los métodos clásicos de formación de imágenes en los cuales un par de puntos que pertenecen al objeto están ubicados en la misma posición dentro de la imagen obtenida. Según la óptica geométrica, puntos del objeto ubicados en el rayo principal, serán proyectados al mismo punto sobre la imagen. Así, los puntos  $P_1$  y  $P_2$  de la Figura (1) son proyectados al punto imagen  $P_i$ , perdiéndose la información de la coordenada axial ó coordenada  $Z$ . Con el fin de realizar una reconstrucción tridimensional es necesario codificar la coordenada  $Z$  a partir de una variable que se puede medir fácilmente en el plano imagen.



**Figura 1.** Codificación de la coordenada Z.

Para obtener la codificación de la coordenada Z existen diferentes métodos entre los cuales se encuentran principalmente, los de contacto directo, los transmisivos como el ultrasonido y los ópticos. Los métodos ópticos de reconstrucción tridimensional utilizan una variable de naturaleza óptica para codificar la altura de los puntos del cuerpo. Esta variable podría ser: Variación del camino óptico de un haz luminoso, alteración de la fase del frente de onda, corrimiento de la posición en el plano imagen de un punto láser, deformación del paso de un sistema de franjas, etc. Clásicamente estos dispositivos están formados por un sistema de iluminación, un sistema de observación y un sistema de control y tratamiento, figura (2), los cuales permiten obtener información digitalizada de la topografía de un objeto para realizar estudios metrológicos del mismo. La tabla 1 muestra algunos métodos ópticos utilizados en el diseño de dispositivos de medida 3-D.



**Figura 2.** Sistema óptico de reconstrucción tridimensional

**Tabla 1.** Clasificación de los métodos ópticos comúnmente usados. Tomada de [3]

<b>Clasificación</b>	<b>Método</b>	<b>Principio de Codificación</b>	
Luz Estructurada	Láser	El patrón puede ser un punto, una línea, múltiples líneas o un patrón definido.	Se basa en triangulación, la altura para cada punto se codifica en el corrimiento del patrón con respecto a un nivel de referencia, este corrimiento se debe a los cambios en la topografía del objeto.
	Binaria	Se utilizan patrones binarios bidimensionales que codifican la información en uno o en dos ejes.	
	Nivel de gris	Usa un patrón de iluminación en niveles de gris.	
	Cromática	El patrón de iluminación está asociado a una matriz de color.	
Métodos de medida de fase	Proyección de franjas	La altura del objeto se codifica en la deformación local del paso y orientación de las franjas proyectadas que están contenidas en un término de fase, que se debe recuperar.	
	Moiré	La altura del cuerpo se codifica en curvas de nivel, obtenidas por efecto Moiré debido a la proyección de sistemas de franjas de paso similar.	
	Interferometría	Consiste en variar el camino óptico y obtener información de fase de las franjas de interferencia. Puede ser a interferencia normal, oblicua o Interferometría a luz blanca.	
Tiempo de vuelo	Para calcular la distancia absoluta de un punto del objeto se envía un pulso de luz (usualmente láser) y se mide el retardo de tiempo del haz reflejado.		
Microscopía confocal	El cuerpo se ubica en un sistema de desplazamiento axial y la altura se determina identificando la posición donde se encuentra el máximo de intensidad del sistema confocal.		
Visión estéreo	A partir de dos imágenes tomadas a diferentes ángulos, se busca la correspondencia entre características y se halla la profundidad, esto es semejante al sistema binocular humano.		

Debido al reducido costo de los elementos utilizados, campo de observación y resolución de variables, los métodos de proyección de franjas [1] y triangulación láser [2], han sido ampliamente utilizados en el diseño de dispositivos de medida en ambientes médicos e industriales. Debido a las dimensiones de los objetos a medir, a la presencia de posibles discontinuidades en la superficie y a la facilidad de implementación, la técnica que se utilizó para llevar a cabo este proyecto fue la de triangulación láser lineal, y se describe a continuación.

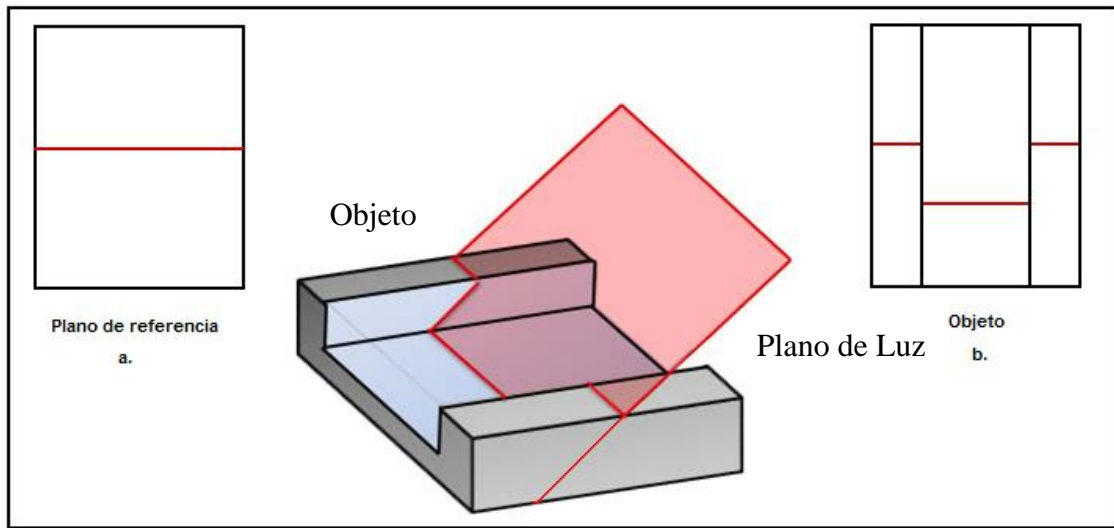
### **1.3. TRIANGULACIÓN LÁSER LINEAL**

La técnica de triangulación láser lineal consiste en proyectar una línea láser sobre la superficie del objeto de estudio y observar la deformación de esta línea por medio de un sistema formador de imágenes. A partir de esta deformación son detectados los cambios topográficos que se presentan en la superficie del objeto. La figura (2) muestra los elementos básicos empleados en un sistema de reconstrucción tridimensional por triangulación láser lineal. El sistema de observación, clásicamente una cámara CCD se ubica formando un ángulo  $\theta$  con el eje óptico del sistema de proyección. El plano de focalización del sistema de observación define el plano de referencia donde se ubica el sistema coordenado de reconstrucción. Proyectando la línea láser sobre el plano de referencia se observa una línea recta sobre la imagen obtenida de la CCD, figura (3a). Al proyectar la línea láser sobre la superficie del objeto, esta se deforma localmente siguiendo la topografía de los puntos de la superficie que intercepta la línea láser, figura (3b). Determinando el desplazamiento de cada punto de la línea con respecto a la línea recta obtenida del plano de referencia, es posible calcular la altura de cada punto que pertenece a la línea láser deformada. De esta manera un corrimiento transversal en el plano imagen codifica la altura, medida sobre el eje óptico de la CCD. Es decir, se puede recuperar la topografía de los puntos de la superficie que intercepta la línea láser.

Con el fin de reconstruir toda la superficie del objeto es necesario utilizar el sistema de deflexión de la línea láser en su dirección transversal. El sistema de observación digitaliza la línea deformada, para realizar posteriormente el tratamiento digital de imágenes. El intervalo de desplazamiento de la línea láser y el muestreo realizado por el sistema de observación de las líneas láser, muestrean y digitalizan la superficie del objeto. La resolución mecánica del



mecanismo de deflexión y los parámetros ópticos del sistema de observación definen la resolución transversal de la reconstrucción tridimensional del objeto. Como se estudiará mas adelante la resolución axial en  $Z$  la define principalmente el ángulo  $\theta$  y los parámetros del sistema óptico de observación.



**Figura 3.** Principio de codificación de la altura.

En la figura (4) se muestra el diagrama del sistema de proyección y observación típico. La lente de la CCD proyecta el plano de referencia sobre el plano imagen. Asumiendo una lente delgada, el centro de la pupila de entrada coincide con el centro de la pupila de salida y con el centro de la lente delgada  $R$ . La línea láser paralela al eje  $Y$  se propaga en dirección de la recta 1, que al incidir sobre el plano de referencia define la línea recta ubicada en  $P$ , y proyectada en  $P_0$  al plano imagen según observación no-telecéntrica. Al ubicar el objeto, el plano láser toca su superficie en  $Q$  y es proyectada a  $S$  en el plano imagen, siguiendo la recta 2. Experimentalmente se ajustan las distancias  $m$ ,  $d$  y se fija  $\alpha$ . Con la imagen adquirida de la línea láser proyectada sobre el cuerpo se calcula  $x_c$  y con estos datos es posible obtener las coordenadas de  $Z_Q$  como la intersección de las rectas 1 y 2. Con el fin de recorrer toda la superficie, se desplaza la línea láser paralelamente sobre el eje  $X$ , conservando el valor de  $\alpha$ . De esta manera la coordenada  $X$  del punto  $P$  será  $i\Delta x$ , siendo  $\Delta X$  el incremento en  $X$  del desplazamiento de la línea y  $i=-N/2$  a  $N/2$ , donde  $N$  es el número total de desplazamientos. Así para  $i=0$ , la línea está en  $X=0$ . Según lo anterior las ecuaciones de las rectas 1 y 2 son de la forma:

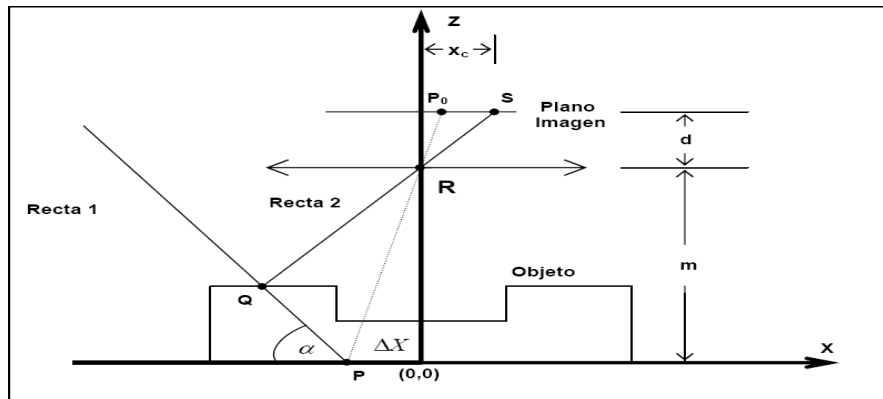
$$Z = -X \tan \alpha + i\Delta X \tan \alpha \quad (1.1)$$

$$Z = \frac{d}{x_c} X + m \quad (1.2)$$

De la intersección se obtiene

$$X_Q = \frac{ix_c \Delta X \tan \alpha - x_c m}{d + x_c \tan \alpha} \quad (1.3)$$

$$Z_Q = d \left( \frac{i\Delta X \tan \alpha - m}{d + x_c \tan \alpha} \right) + m \quad (1.4)$$

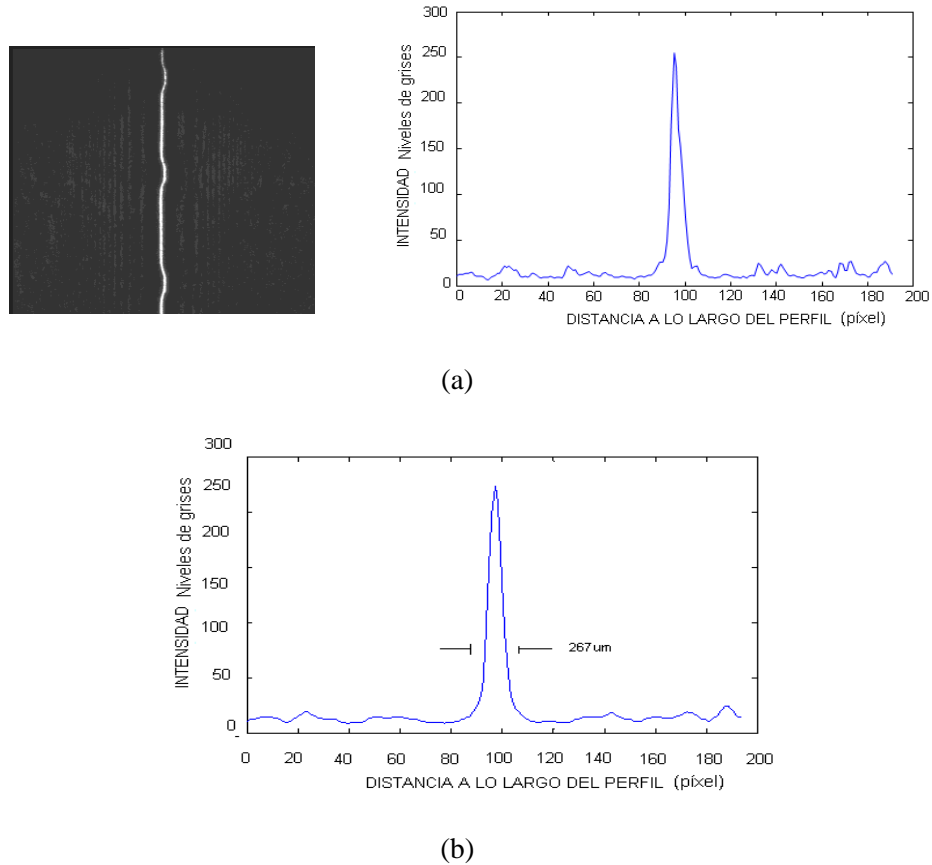


**Figura 4.** Punto de intersección de las rectas 1 y 2.

Por medio de las ecuaciones 1.3 y 1.4, es posible calcular los valores de  $X_Q$  y  $Z_Q$  para todos los puntos ubicados sobre la superficie del objeto interceptados con la línea láser. Los valores de  $Y$  se calculan por medio de la siguiente ecuación  $Y = y_c \frac{F}{M}$  donde  $F$  es el factor de conversión del captor,  $M$  es el factor de ampliación de la lente y  $y_c$  es la coordenada en píxeles del punto. Por lo tanto, se concluye que calculando  $x_c$ , y conociendo los parámetros del sistema de triangulación láser se obtienen las coordenadas de cada punto de la superficie digitalizada. En las secciones siguientes se mostrará el procedimiento empleado para calcular  $x_c$  inicialmente en píxeles y posteriormente en metros sobre el plano de referencia.

### 1.3.1. Pre-procesamiento de las imágenes adquiridas

Antes de procesar las imágenes adquiridas se realiza un tratamiento digital, Figura (5), con el fin de disminuir la influencia del ruido presente debido a la fuente de iluminación utilizada y el ruido electrónico, entre otros.



**Figura 5.** Tratamiento digital a una imagen adquirida. **a.** Imagen con speckle y corte en intensidad transversal para línea inicial. **b.** Corte en intensidad transversal para imagen filtrada

En la figura 5a, se muestra la línea láser típica adquirida por la cámara CCD y un corte en intensidad transversal a la línea láser inicial. Se observa la influencia del speckle por ruido electrónico de la CCD. Con el fin de facilitar la detección de las coordenadas centrales de la línea láser se realizó una reducción del speckle y ruido electrónico utilizando un procedimiento de convolución con un elemento estructurante de  $N \times N$  píxeles. La figura (5b), muestra un corte en intensidad de la imagen filtrada con una ventana de  $5 \times 5$  píxeles. La intensidad en un píxel de

la imagen filtrada corresponde al promedio en intensidad entre los 24 vecinos más cercanos. El ancho medio de la línea láser proyectada sobre el plano era de  $267\mu m$ .

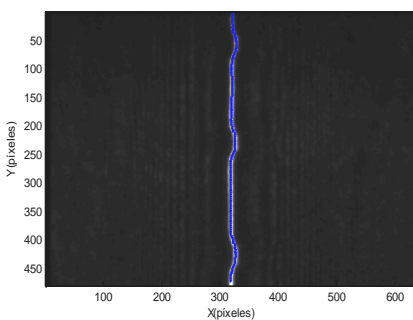
### 1.3.2. Extracción de las coordenadas centrales a partir de las imágenes pre-procesadas

Debido al contraste de la imagen, un proceso de binarización permite obtener las coordenadas en píxeles de los puntos de la línea central, Figura (6).

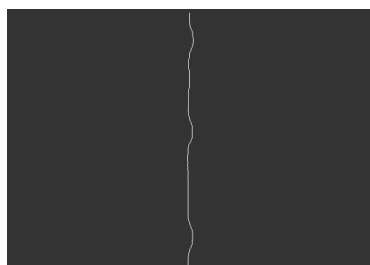
Como la línea láser se proyecta verticalmente, las coordenadas centrales se calculaban por fila, secuencialmente. El corte en intensidad de cada fila se binariza comparándolo con el umbral en intensidad definido por (1.5).

$$U = 0.8 \times (I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}) + I_{\text{mín}} \quad (1.5)$$

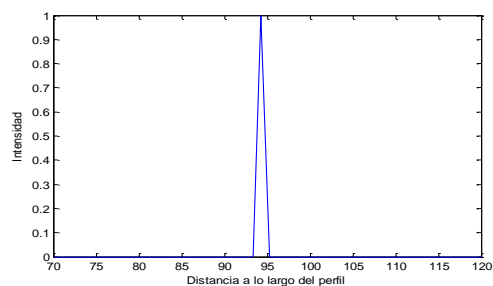
donde,  $I_{\text{máx}}$  e  $I_{\text{mín}}$  corresponden al máximo y al mínimo en intensidad de cada fila, respectivamente.



**Figura 6.** Extracción de valores  $y$  píxeles



**(a)**



**(b)**

**Figura 7. a.** Línea binarizada **b.** Corte en intensidad

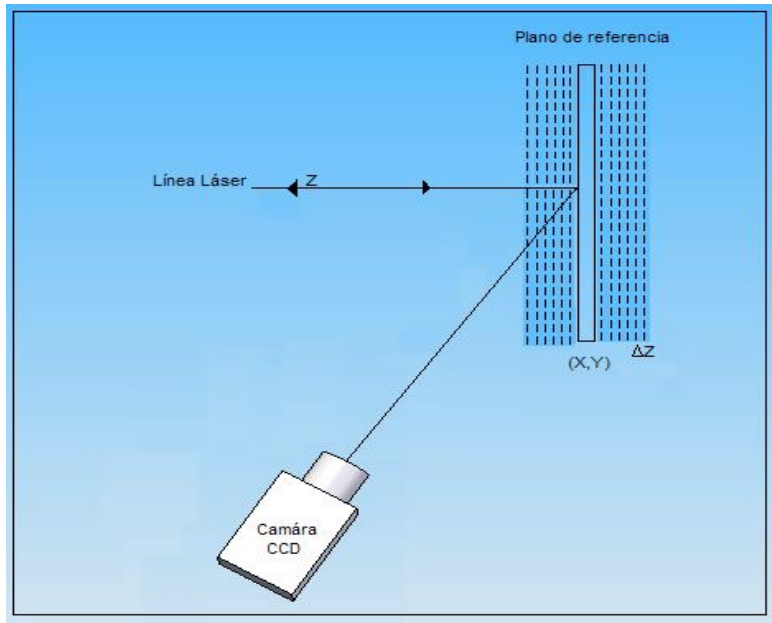
Posteriormente, se calcula el centro geométrico de la línea láser binarizada, Figura (7a). Tradicionalmente, este procedimiento se realiza para la imagen de la línea láser de referencia ( $Z = 0$ ) y la línea láser obtenida del cuerpo, la diferencia de posiciones en píxeles son convertidas en milímetros, usando el factor de conversión píxeles a milímetros típico de la CCD. Usando las ecuaciones 1.3 y 1.4 y los parámetros del montaje se obtienen las coordenadas 3D de los puntos del cuerpo.

### **1.3.3. Procedimiento de calibración experimental**

El procedimiento mencionado anteriormente se realiza cuando son conocidos los parámetros del montaje experimental. Si éstos no son conocidos o difíciles de medir con precisión, se efectúa un procedimiento de calibración el cual consiste en obtener la ecuación experimental que relacione  $(X,Y)$  en píxeles con  $Z$  en milímetros.

El procedimiento de calibración consiste en desplazar el plano de referencia, paralelo al plano  $XY$  en dirección del eje  $Z$  a intervalos conocidos  $\Delta Z$ . Para el montaje implementado se realizaron desplazamientos de  $40\mu\text{m}$  en un rango de  $\pm 800\mu\text{m}$ . Para cada posición  $Z$ , la imagen de la línea láser se desplaza en el plano imagen, ver figura (8a). Para cada línea obtenida se reduce la influencia del ruido y se extraen las coordenadas en píxeles de la línea central, figura (8b). Debido a la presencia de variaciones locales de la intensidad por influencia del speckle residual, se realiza una regresión polinomial de segundo orden para interpolar la línea central más óptima, por posición  $Z$ . La figura (8c) muestra las líneas interpoladas para todas las posiciones  $Z$ . La curva de calibración consiste en asociar un valor  $Z$  a cada píxel  $(X,Y)$ . Con el fin de interpolar los datos en  $Z$  a valores no obtenidos experimentalmente, sobre la figura (8c), se realiza un ajuste cuadrático bidimensional. De esta manera, cada píxel tiene asociada una única altura.

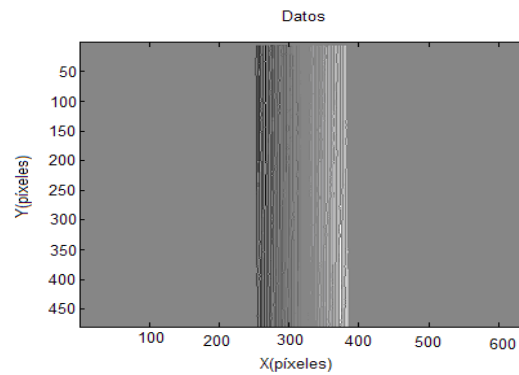
La figura (9) muestra la imagen 2D de  $Z$  en función de  $(X,Y)$  en píxeles. Este procedimiento tiene en cuenta la influencia de las aberraciones debido al sistema óptico, al sistema de proyección y a la no telecentricidad del sistema.



(a)



(b)

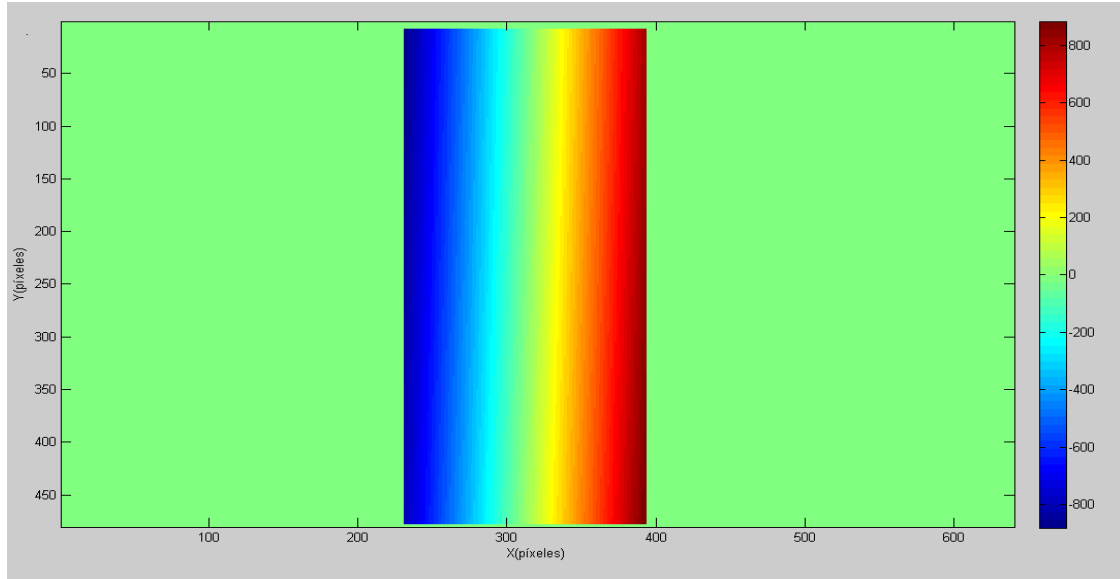


(c)

**Figura 8. a.** Esquema de calibración triangulación láser. **b.** Línea láser inicial  
**c.** Líneas láser interpoladas.

Como se mencionó anteriormente el plano de referencia se desplazó a intervalos de  $40\mu\text{m}$  en un rango de  $\pm 800\mu\text{m}$ . Al ajustar por mínimos cuadrados se estableció la ecuación de calibración (1.6) y una región de calibración como se muestra en la figura (9)

$$Z=0.0001X^2+0.0026Y^2+15.7146Y-8.776X+0.1427Y-3047.9952 \quad (1.6)$$

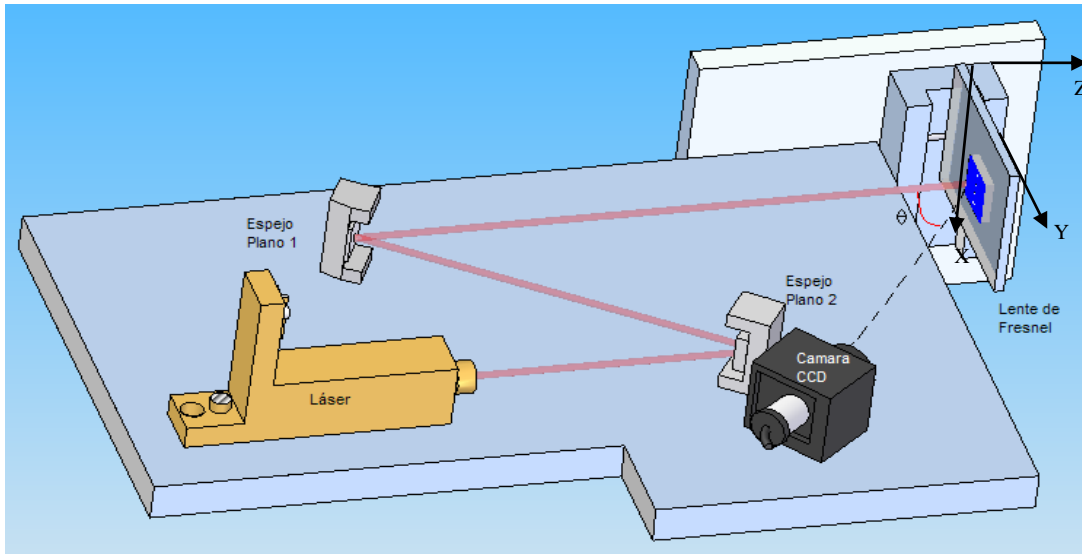


**Figura 9.** Matriz de Calibración para Z

De esta manera, el procedimiento de reconstrucción tridimensional consistió en calcular las coordenadas de los puntos centrales de la línea deformada por la topografía del cuerpo y calcular sus correspondientes alturas usando la curva de calibración anterior.

#### **1.4. SISTEMA ÓPTICO DE TRIANGULACIÓN LÁSER IMPLEMENTADO**

El sistema óptico para la reconstrucción 3-D implementado en este trabajo, figura (10), está formado por un sistema de proyección, el cual se utiliza para generar una línea láser sobre la superficie del objeto; un sistema de adquisición del cual hacen parte una cámara CCD, y una tarjeta digitalizadora de imágenes, un computador que permite el registro de las imágenes de la línea láser deformada sobre la superficie de las muestras estudiadas, el tratamiento digital de las mismas, el análisis 3-D y la obtención de la figura tridimensional.



**Figura 10.** Esquema del sistema óptico de triangulación láser implementado.

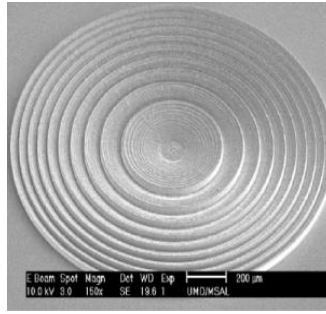
#### 1.4.1. Sistema de proyección

El sistema de proyección está formado por un láser de He-Ne  $\lambda = 632.8nm$ , dos espejos planos de  $1mm^2$  y una lente difractiva de fresnel cilíndrica por transmisión en amplitud.

##### 1.4.1.1. Lente de Fresnel

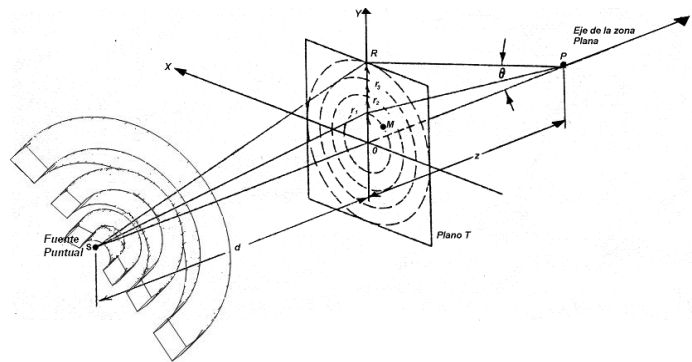
La lente de Fresnel fue inventada por el físico francés Augustin Jean Fresnel, quien utilizó este diseño para construir una lente de vidrio de un faro en 1822. Luego, en 1875 con base en la teoría propuesta por Fresnel, Soret construyó una zona plana de Fresnel, la cual consiste en una pequeña rejilla que difracta la radiación incidente hacia su foco [4]. Como la distancia de cada anillo de la zona plana de Fresnel al eje óptico se incrementa con el radio del anillo, se requieren mayores desviaciones angulares y por lo tanto la separación de los anillos disminuye al incrementar el radio, Figura (11).





**Figura 11.** Lente de Fresnel

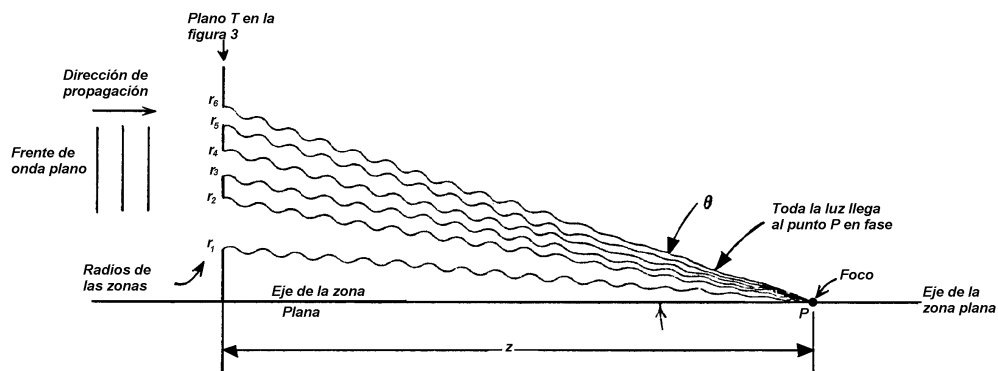
### 1.4.1.2. Zona plana



**Figura 12.** Zona plana

La difracción de Fresnel de una onda esférica puede explicarse considerando la figura (12). El plano T contiene puntos que provocarán que la luz se difracte a su alrededor. Para determinar la amplitud de la luz en un punto P causada por una onda plana que incide sobre el plano T localizado a una distancia z de P, se consideran dos caminos ópticos desde el plano T al punto P (OP y  $r_1P$ ), dependiendo de la diferencia entre ambos, la luz podría llegar al punto P en fase o no, como se muestra en la figura (13). Para conocer todos los puntos en el plano T que difractan la luz de forma constructiva, se considera que el plano T está dividido en una serie de zonas

limitadas por circunferencias de radios  $r_1, r_2, r_3, \dots$ , donde  $r_1$  es la circunferencia de radio más pequeño.



**Figura 13.** Focalización de zona plana

Las distancias a estas circunferencias son:

$$\begin{aligned}
 r_1P &= z + \frac{\lambda}{2} \\
 r_2P &= z + \frac{2\lambda}{2} \\
 r_3P &= z + \frac{3\lambda}{2} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 r_nP &= z + \frac{n\lambda}{2}
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

Por el teorema de Pitágoras el radio de la  $n$ -ésima zona es

$$r_n^2 + z^2 = \left( z + \frac{n\lambda}{2} \right)^2
 \tag{1.8}$$

Por tanto

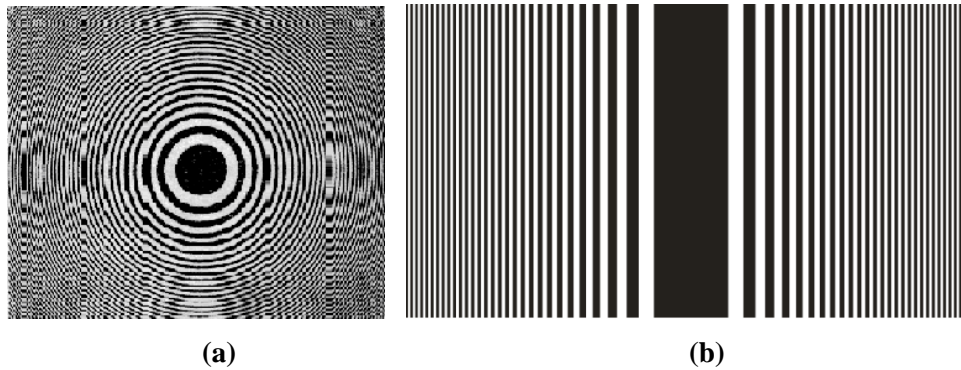
$$r_n^2 = n\lambda z + \frac{n^2\lambda}{4} \quad (1.9)$$

Si se considera que  $n\lambda$  es pequeño comparado con  $z$  entonces

$$r_n^2 = n\lambda z \quad (1.10)$$

$$r_n = \sqrt{n\lambda z} \quad (1.11)$$

La ecuación (1.11) se utilizó para construir una zona plana, de forma que para una distancia focal  $z$ , los radios de las zonas son proporcionales a la raíz cuadrada de los números naturales. En la figura (14a) se muestra la fotografía de una típica zona plana de Fresnel [5].



**Figura 14. a.** Zona plana de Fresnel **b.** Zona plana de Fresnel cilíndrica

De esta manera, una onda esférica será focalizada a una distancia  $Z$ , si los radios tienen una secuencia indicada en la ecuación (1.11). Un análisis similar se realiza con una zona plana de Fresnel cilíndrica, mostrada en la figura (14b). Si las zonas planas tienen una separación similar a la ecuación (1.11), la onda esférica se focaliza en una línea transversal formándose una lente cilíndrica.

La lente cilíndrica de Fresnel empleada en el diseño del dispositivo óptico, tiene una distancia focal de 8cm, y genera una línea láser de un grosor de aproximadamente,  $267 \mu m$ , para una longitud de onda ( $\lambda = 632.8nm$ ).

#### 1.4.2. Sistema de observación

Para el sistema de observación se utilizó una cámara CCD XC-ES30, figura (15), con un objetivo de 35mm, cuyo eje óptico es ubicado a un ángulo  $\theta$  con el plano XY, ver figura (10). Las características de la CCD se indican en la Tabla (2).



**Figura 15.** Cámara CCD XC-ES30

**Tabla 2.** Especificaciones CCD XC-ES30.

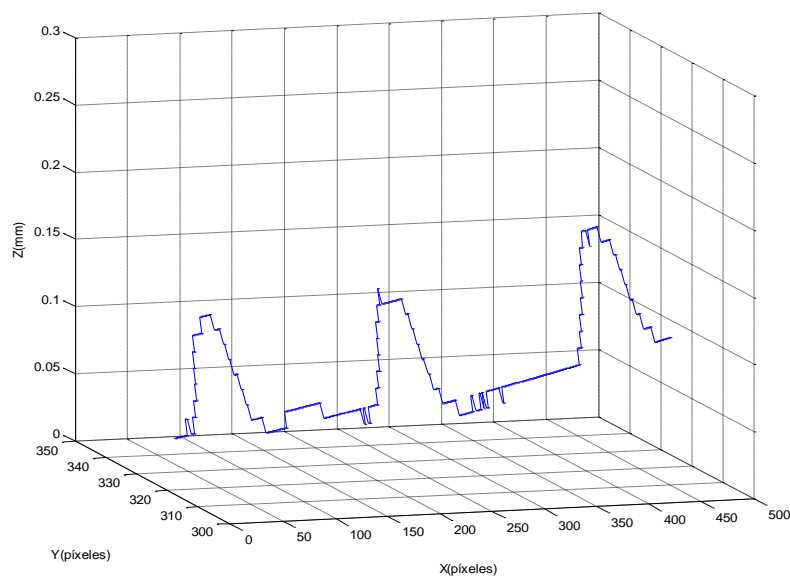
<b>Característica</b>	<b>XC-ES30</b>
Imagen	1/3 IT CCD
Tamaño Efectivo del chip (píxel)	768(H) * 494(V)
Frecuencia Horizontal (Hz)	15.734.000
Frecuencia Vertical (Hz)	59.94
Tamaño de Celda (mm <sup>2</sup> )	6.35 *7.4
Campo de observación en X (mm)	1.2
Campo de observación en Y (mm)	2.8

### 1.4.3. Sistema de control, adquisición y procesamiento de imágenes

Se utilizó una tarjeta de adquisición Matrox-Meteor II para digitalizar las imágenes enviadas por la CCD, por medio de software de adquisición construido en MATLAB. Las imágenes fueron almacenadas y luego procesadas secuencialmente. Cada imagen digitalizada tenía una resolución de 640x480 píxeles.

### 1.5. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL

A partir de la información mostrada anteriormente, un objeto es reconstruido procesando la línea láser deformada por su superficie, extrayéndose las coordenadas en píxeles del centro de la línea láser. Estas coordenadas son utilizadas en la curva de calibración para obtener el valor de Z de cada punto del cuerpo que intercepta la línea láser. De esta manera se obtienen un corte del cuerpo con la información en Z, pero en coordenadas transversales (X,Y) en píxeles, ver figura (16), por lo tanto, se requiere realizar un proceso de conversión de píxeles a milímetros sobre el cuerpo.



**Figura 16.** Reconstrucción de una línea láser, Z en milímetros y (x,y) en píxeles

Esta conversión se realiza por medio de la calibración del plano X-Y del sistema de adquisición, es decir, se requiere encontrar las características ópticas y geométricas internas de la cámara, parámetros intrínsecos (coordenadas del punto principal, distancia focal, coeficientes de distorsión de la lente, etc.), y externos de la cámara, parámetros extrínsecos (rotación y traslación), con el fin de determinar las coordenadas (X,Y) en milímetros sobre el sistema coordinado del cuerpo.

## 2. CALIBRACIÓN DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Como se mencionó en el capítulo anterior, de la imagen obtenida por la cámara CCD, se puede conseguir información de la coordenada Z de los puntos del cuerpo que intercepta la línea láser. Esta información es extraída usando la curva de calibración que asocia experimentalmente un valor de Z en milímetros a un punto en el plano imagen en píxeles. De esta manera se obtiene un corte en Z del cuerpo con coordenadas transversales (x,y) en píxeles sobre el plano imagen. Para completar el proceso de reconstrucción 3D es necesario convertir píxeles en el plano imagen a milímetros en el plano objeto del cuerpo. Este paso de conversión se basa principalmente en la utilización de procedimientos de calibración de sistemas formadores de imágenes ó cámaras.

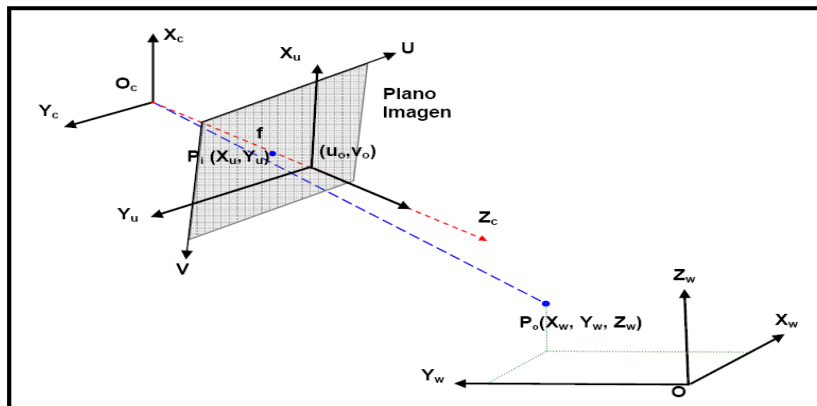
La calibración de una cámara es uno de los procesos más importantes cuando se desean extraer parámetros metrológicos sobre una imagen capturada por ésta. Puesto que la imagen en sí misma puede sufrir deformaciones por defectos ópticos de las lentes, como distorsión radial y tangencial, por la desalineación de la mismas, defectos en el elemento sensor, entre otros, los cuales deben ser corregidos antes de realizar el procesamiento de la imagen. Al calibrar una cámara se pretende encontrar la mayor correspondencia entre lo que percibe la cámara y el mundo real. Es así como se han desarrollado diferentes métodos matemáticos de calibración de cámaras que se basan en obtener imágenes de una estructura conocida y buscar el conjunto de parámetros, que mejor proyecten los puntos observados entre las coordenadas del mundo y las coordenadas de píxel correspondientes en la imagen.

En el presente capítulo se mostrarán los conceptos teóricos utilizados para extraer los parámetros de calibración del sistema formador de imágenes empleado y su posterior utilización para completar el proceso de reconstrucción tridimensional de una línea láser deformada.

## 2.2. CALIBRACIÓN X-Y DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN

El proceso de calibración de cámara consiste en determinar las características ópticas y geométricas internas, llamados parámetros intrínsecos (coordenadas del punto principal, distancia focal, coeficientes de distorsión de la lente, etc.), y externos de la cámara, llamados parámetros extrínsecos (rotación y traslación), que dan información de la posición y orientación de la cámara en relación a un sistema de coordenadas global.

La figura (17) muestra el modelo de proyección puntual y los sistemas coordenados para modelar los sistemas formadores de imágenes utilizados. En este modelo la información tridimensional del objeto se proyecta al plano imagen por una línea que pasa a través de un centro de proyección  $O_c$ , denominado centro óptico. El plano imagen se encuentra a una distancia focal  $f$  del centro óptico. El eje óptico del sistema formador de imágenes se ajusta perpendicular al plano imagen y pasa por el centro óptico, [6].



**Figura 17.** Sistemas coordenados utilizados para calibrar la cámara.

La ubicación de un objeto en el mundo real, requiere de un sistema denominado sistema de coordenadas del objeto,  $(X_w, Y_w, Z_w)$ . Asimismo, la imagen de un objeto es medida en términos



de coordenadas en milímetros, ubicados en el sistema coordenado de la cámara ( $X_c, Y_c, Z_c$ ), donde el eje  $Z_c$  define el eje óptico y su origen es el centro óptico del sistema de proyección.

Conocer las coordenadas en milímetros de la imagen, no implica conocer las coordenadas correspondientes en el sistema coordenado del mundo real, debido a la influencia de las aberraciones ópticas. Se hace necesario definir ecuaciones que establezcan la relación entre las coordenadas de los puntos en el espacio 3D y las coordenadas de los puntos de la imagen 2D.

Esta relación recurre inevitablemente a establecer un sistema de coordenadas bidimensional intermedio, denominado sistema de coordenadas de la imagen, (U,V), paralelo a los ejes ( $X_c, Y_c$ ), respectivamente. El origen de (U,V) se define en la esquina superior izquierda de la imagen y el plano (U,V) es perpendicular al eje  $Z_c$ . La intersección del eje óptico (eje  $Z_c$ ) con el plano imagen se denomina punto principal y tiene coordenada ( $U_0, V_0$ ) en píxeles. El punto principal define el origen del sistema coordenado ( $X_u, Y_v$ ) en milímetros paralelos a (U,V) como se indica en la figura (17).

Usando el modelo de proyección puntual, un punto  $P_o(X_w, Y_w, Z_w)$  en el sistema coordenado objeto, es proyectado en su correspondiente punto  $P_i$  de coordenadas ( $X_u, Y_v$ ) de forma lineal, según la línea  $\overline{O_c P_0}$ . Las coordenadas del punto  $P_o$  en el sistema de la cámara son ( $X_c, Y_c, Z_c$ ), a partir de la proyección lineal se obtiene:

$$X_u = \frac{f}{Z_c} X_c ; \quad Y_v = \frac{f}{Z_c} Y_c \quad (2.1)$$

Las coordenadas (U, V) en píxeles se calculan utilizando la siguiente ecuación:

$$U = K_u X_u + U_0 \quad V = K_v Y_v + V_0 \quad (2.2)$$

donde  $K_u$  y  $K_v$  son los factores de conversión píxel/mm y  $U_0, V_0$  son las coordenadas del punto principal en píxeles.

Igualmente, las coordenadas  $(X_w, Y_w, Z_w)$  de un punto  $P_0$  en el sistema coordenado del objeto y con coordenadas  $P_c(X_c, Y_c, Z_c)$  en el sistema coordenado de la cámara están relacionadas de acuerdo a la ecuación.

$$P_c = R.P_o + T \quad (2.3)$$

donde  $R$  es la matriz de rotación y  $T$  es el vector de traslación entre sistemas coordenados.

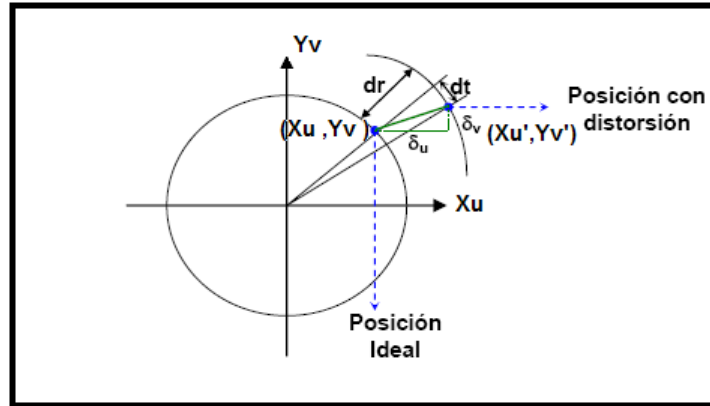
De lo anterior, se concluye que la proyección de un punto en el sistema coordenado del objeto al punto correspondiente en el sistema coordenado imagen, requiere de ciertos parámetros que permitan realizar dicha conversión. Estos parámetros se deben a la posición y orientación de la cámara en relación a un sistema de coordenadas global, denominados parámetros extrínsecos (rotación y traslación), así como a las características ópticas y geométricas internas de la cámara, denominados parámetros intrínsecos (coordenadas del punto principal, distancia focal, coeficientes de distorsión de la lente, etc.).

### 2.3. MODELOS DE CÁMARA CON DISTORSIONES GEOMÉTRICAS

Las lentes producen muchas distorsiones que afectan la relación lineal de proyección definida en la ecuación (2.1). Estas distorsiones se refieren a las posiciones de los puntos que forman la imagen alejados de la posición ideal, según el modelo de proyección puntual. Como resultado de algunas imperfecciones de las lentes las expresiones (2.2) no permanecen constantes y deben ser reemplazada por expresiones que tomen en cuenta explícitamente los errores en la posición introducidas por estas. La cantidad de error  $\delta_i$  en la posición  $(X_u, Y_v)$  a lo largo de cada coordenada, usualmente depende de la posición del punto:

$$Y'_v = \delta_v + Y_v \quad X'_u = \delta_u + X_u \quad (2.4)$$

donde,  $\delta_v, \delta_u$  son las diferencias entre la posición ideal  $(X_u, Y_v)$  y la posición con distorsión  $(X'_u, Y'_v)$ , como se indica en la figura (18).



**Figura 18.** Distorsión radial y tangencial

Las distorsiones más comunes encontradas experimentalmente son la distorsión radial, que genera los tradicionales defectos de cojín y barrilete y la distorsión descentral. Otros tipos de distorsiones se han propuesto en la literatura [7], en la mayoría de los casos la influencia de estos errores son pequeños [8]. En este trabajo las aberraciones más influyentes son la distorsión radial y la distorsión descentral.

### 2.3.1. Distorsión Radial

La distorsión radial causa un desplazamiento hacia adentro o hacia afuera a lo largo del radio. Este tipo de distorsión es causado principalmente por defectos en el radio de curvatura de la lente. La distorsión radial puede ser expresada por:

$$\begin{aligned}\delta_x^r &= k_1 X_u (X_u^2 + Y_v^2) + k_2 X_u (X_u^2 + Y_v^2)^2 + O[(X_u, Y_v)]^7 \\ \delta_y^r &= k_1 Y_v (X_u^2 + Y_v^2) + k_2 Y_v (X_u^2 + Y_v^2)^2 + O[(X_u, Y_v)]^7\end{aligned}\quad (2.5)$$

donde  $k_1, k_2$  son constantes que determinan la cantidad y dirección de la distorsión y  $O[(X_u, Y_v)]^7$  es la componente debida a distorsiones de orden superior.

### 2.3.2. Distorsión Descentral

Es provocada por la falta de colinealidad de los centros ópticos, produce desplazamientos tangenciales y es modelada por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\delta_x^d &= P_2(3X_u^2 + Y_v^2) + 2P_1X_uY_v + O[(X_u, Y_v)]^4 \\ \delta_y^d &= P_2(3Y_u^2 + X_v^2) + 2P_2X_uY_v + O[(X_u, Y_v)]^4\end{aligned}\quad (2.6)$$

donde  $P_1$  y  $P_2$ , son constantes que determinan la cantidad y la dirección de la distorsión y  $O[(X_u, Y_v)]^4$  es la componente debida a distorsiones de orden superior.

### 2.4. NOTACIÓN MATRICIAL

Según lo anterior, el modelo con distorsión más apropiado en las cámaras comerciales es el que combina la distorsión radial y descentral con el modelo de proyección puntual, así:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u(X_u + \delta_x^r + \delta_x^d) \\ K_v(Y_v + \delta_y^r + \delta_y^d) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}\quad (2.7)$$

En este modelo, el conjunto de parámetros intrínsecos es alterado por los coeficientes de distorsión, empleándose por lo tanto 9 coeficientes para modelizar el comportamiento de la cámara.

Desde un punto de vista geométrico, la imagen obtenida con la cámara es el resultado de una transformación geométrica. Esta transformación permite pasar de una representación tridimensional de la escena a una representación bidimensional de la misma. La transformación de las coordenadas 3D de un punto en el sistema de referencia situado en el objeto a uno situado en la cámara y su proyección al plano imagen (coordenadas 2D), se puede resumir de acuerdo a la figura (17) en los tres pasos siguientes:

1. Transformación del punto en coordenadas 3D del sistema coordenado del objeto a coordenadas 3D de la cámara. Este cambio de sistema coordenado se realiza por medio de

una rotación (R) alrededor de los tres ejes, seguido de una traslación (T). La ecuación (2.3) puede ser escrita en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2. Proyección sobre el plano imagen, 3D – 2D. Después del cambio del sistema coordenado, los puntos tridimensionales expresados en el sistema de la cámara son proyectados sobre el plano imagen, según la ecuación (2.1). Esta ecuación puede escribirse matricialmente usando coordenadas homogéneas como:

$$\begin{bmatrix} sX_u \\ sY_v \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde f es la distancia focal.

3. Conversión de unidades y desplazamiento del origen al centro del eje óptico. Para pasar de milímetros a coordenadas expresada en píxeles, las coordenadas se transforman de forma análoga a la del plano, definida en la ecuación (2.2), para un sistema libre de aberraciones, o la ecuación (2.7) para un sistema con aberraciones. Esta transformación está compuesta de 5 parámetros llamados parámetros intrínsecos, sin tomar en cuenta aberraciones. De forma matricial las ecuaciones 2.2 y 2.7, pueden expresarse respectivamente, como:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & U_0 \\ 0 & K_v & V_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u \\ Y_v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & U_0 \\ 0 & K_v & V_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_u + \delta_x \\ Y_v + \delta_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Agrupando ecuaciones para el sistema libre de aberraciones, se tiene:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

donde M es la matriz proyección dada por:

$$M = \begin{bmatrix} f_u & 0 & U_0 \\ 0 & f_v & V_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

En las ecuaciones anteriores  $f_u = f * K_u$  y  $f_v = f * K_v$ , proporcionan la distancia focal en unidades de píxeles a lo largo de los ejes U y V, respectivamente,  $(U_0, V_0)$  es el punto principal de la imagen [9].

Para el caso de aberraciones se tiene:

$$M = \begin{bmatrix} f_u & 0 & U_0 + \delta_u \\ 0 & f_v & V_0 + \delta_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde,  $\delta_u = K_u \delta_x$ ;  $\delta_v = K_v \delta_y$ .

La matriz de proyección M establece la relación matricial entre las coordenadas del objeto, medidas en unidades del sistema métrico, y las coordenadas de la cámara, medidas en píxeles.

Esta matriz puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{m}_1 & m_{14} \\ \overline{m}_2 & m_{24} \\ \overline{m}_3 & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Donde  $\overline{m}_j$  es un vector fila obtenido de las tres primeras columnas. Así  $\overline{m}_j = [m_{j1} \quad m_{j2} \quad m_{j3}]$  con  $j=1,2,3$ . Los valores de  $m_{ij}$ , se pueden obtener de la definición de M. De la ecuación (2.13), donde M se ha definido para un sistema libre de aberraciones, se puede escribir las coordenadas de la imagen de un punto de la escena de la siguiente forma:

$$U = \frac{m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (2.16)$$

$$V = \frac{m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \quad (2.17)$$

El objetivo del procedimiento de calibración consiste en obtener inicialmente los 12 coeficientes de M y posteriormente calcular los parámetros intrínsecos y extrínsecos correspondientes. Este procedimiento se realiza conociendo las coordenadas  $(X_w, Y_w, Z_w)$  y las posiciones en las imágenes correspondientes  $(U,V)$  de puntos conocidos. Tradicionalmente se utiliza una cuadrícula de dimensión conocida en milímetros. Para cada punto se aplican las ecuaciones (2.16, 2.17) que pueden ser escritas como:

$$m_{11}X_{wi} + m_{12}Y_{wi} + m_{13}Z_{wi} + m_{14} - U_i m_{31}X_{wi} - U_i m_{32}Y_{wi} - U_i m_{33}Z_{wi} = U_i m_{34} \quad (2.18)$$

$$m_{21}X_{wi} + m_{22}Y_{wi} + m_{23}Z_{wi} + m_{24} - V_i m_{31}X_{wi} - V_i m_{32}Y_{wi} - V_i m_{33}Z_{wi} = V_i m_{34} \quad (2.19)$$

donde  $i$  define el  $i$ ésimo punto de los  $N$  puntos obtenidos de la cuadrícula.

Estas ecuaciones corresponden a un sistema lineal de ecuaciones, si se emplean  $N$  puntos. Por lo tanto resolviendo el sistema de  $2N$  ecuaciones con 12 incógnitas, se calculan de manera lineal los coeficientes de M para un sistema libre de aberraciones [6].

## 2.5. CÁLCULO DE PARÁMETROS INTRÍNSECOS Y EXTRÍNSECOS

A partir de los 12 parámetros calculados de la matriz M se pueden obtener los parámetros extrínsecos e intrínsecos de calibración. La matriz de rotación se define como:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_1 \\ \bar{r}_2 \\ \bar{r}_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Recordando que  $\bar{r}_i * \bar{r}_j^T = \delta_{ij}$  y a partir de la definición de M se obtiene:

- Coordenadas del punto principal

$$U_0 = \overline{m_1 \cdot m_3} \quad (2.21)$$

$$V_0 = \overline{m_2 \cdot m_3} \quad (2.22)$$

- Distancia focal en x y y

$$f_u^2 = \overline{m_1 \cdot m_1^T} - \left[ \overline{m_1 \cdot m_3^T} \right]$$

$$f_v^2 = \overline{m_2 \cdot m_2^T} - \left[ \overline{m_2 \cdot m_3^T} \right] \quad (2.23)$$

- Matriz de Rotación

$$\bar{r}_1 = \frac{\overline{m_1} - U_0 \bar{r}_3}{f_u}$$

$$\bar{r}_2 = \frac{\overline{m_2} - V_0 \bar{r}_3}{f_v}$$

$$\bar{r}_3 = \overline{m_3} \quad (2.24)$$



- Vector de traslación

$$\begin{aligned}
 t_x &= \frac{m_{14} - U_0 t_z}{f_u} \\
 t_y &= \frac{m_{24} - V_0 t_z}{f_v} \\
 t_z &= m_{34}
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

El procedimiento anterior permite calcular los parámetros de calibración de la cámara asumiendo que la distorsión es cero. En situaciones experimentales, el sistema formador de imágenes tiene aberraciones, por lo cual el sistema de ecuaciones que relacionan  $(u_i', v_i')$  y  $(X_{wi}, Y_{wi}, Z_{wi})$  para cada punto no es lineal y el proceso de solución para calcular los valores de  $m_{ij}$  se convierte en un proceso de optimización no lineal. La función error utilizada para estimar los parámetros de calibración se define en la ecuación (2.26), donde  $N$  es el número de puntos de observación,  $(U'_i, V'_i)$  son las coordenadas teóricas en píxeles obtenidas en una etapa intermedia y  $(U_i, V_i)$  son las coordenadas experimentales.

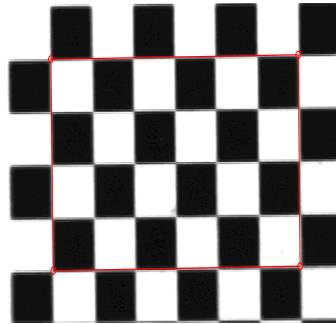
$$F = \sum_{i=1}^N (U'_i - U_i)^2 + (V'_i - V_i)^2
 \tag{2.26}$$

Usando algoritmos de optimización es posible resolver el sistema de ecuaciones no lineales. El método de optimización de Levenberg – Marquardt proporciona una rápida convergencia. Sin embargo, sin unos valores iniciales apropiados de los parámetros, la optimización puede caer a un mínimo local y causar que la calibración no sea la adecuada. Tradicionalmente, se emplean como parámetros iniciales los obtenidos del procedimiento lineal del sistema libre de aberraciones.

## 2.6. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA UTILIZADA

La cámara utilizada presenta una pequeña distorsión, Figura (19), principalmente una distorsión radial lo que hace necesario un proceso de calibración, antes de trabajar con las imágenes. Para

realizar la calibración de la cámara, se utilizó el procedimiento descrito anteriormente y propuesto por Janne Heikkila [8]. “Camera calibration toolbox” es un software de calibración de cámaras escrito por Matlab y de libre acceso en Internet que permite calibrar cualquier sistema de adquisición de imágenes. Esta basado en el procedimiento anterior y posee una interfaz gráfica que permite obtener los parámetros de calibración.



**Figura 19.** Cuadrícula utilizada como patrón de calibración.

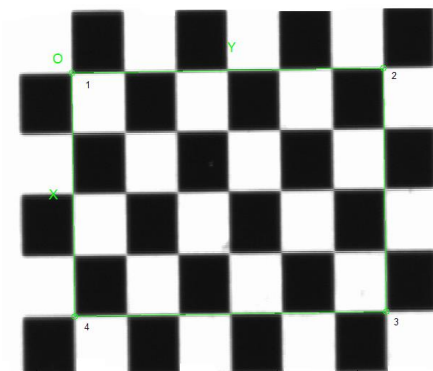
A continuación se ilustra los pasos importantes desarrollados por la interfaz gráfica para realizar el cálculo de los parámetros. El proceso de calibración realizado a través del software de Matlab, requiere de un patrón de calibración, en este caso, se utilizó una cuadrícula en blanco y negro, Figura (19), similar a la de un tablero de ajedrez, con tamaño de cuadro de 0.5mm.

El proceso de calibración es realizado en las siguientes etapas:

**1. Adquisición de imágenes.** Inicialmente se adquirieron 20 imágenes de la cuadrícula desde diferentes perspectivas, que sirvieron para establecer los puntos de control para la calibración de cámaras.

**2. Extracción de los puntos de control.** Se seleccionan manualmente 4 puntos 1, 2, 3, 4, figura (20). El primer punto seleccionado para dicha extracción es asociado con el origen de la imagen de referencia de la cuadrícula, los otros 3 puntos de la cuadrícula pueden seleccionarse aleatoriamente con el fin de establecer una región útil de  $M \times N$  cuadros en cada imagen. Para extraer los puntos de control, se hace necesario conocer la cantidad de cuadros al interior del marco seleccionado y el tamaño del mismo en milímetros. De esta manera se pueden calcular las

coordenadas ( $X_c$ ,  $Y_c$ ,  $Z_c$ ) en milímetros contando el número de cuadros y asociándolo a los puntos ( $u_i, v_i$ ) calculados digitalmente.



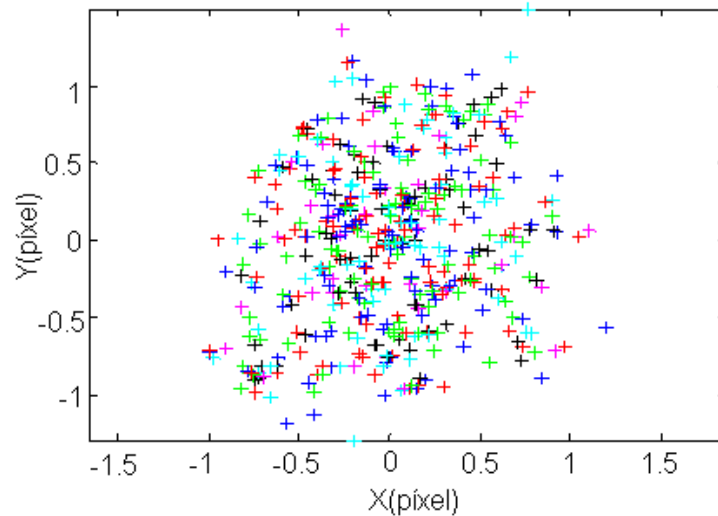
**Figura 20.** Puntos seleccionados para la extracción de los puntos de control.

Una vez extraídos los puntos de control de cada una de las imágenes se obtienen los datos para iniciar el proceso de optimización. El algoritmo de optimización usa los valores establecidos por la transformación lineal directa que acerca los puntos de control a las esquinas en la imagen real. Internamente, el proceso de optimización usa la función de error de la ecuación (2.26) para determinar el valor de los parámetros de calibración que minimiza el error. El algoritmo de optimización converge hasta minimizar el error cuadrático. Como resultado de este proceso de optimización se obtuvieron los siguientes parámetros, Tabla (3).

**Tabla 3.** Parámetros intrínsecos de la cámara XC-ES30, con objetivo de 35mm.

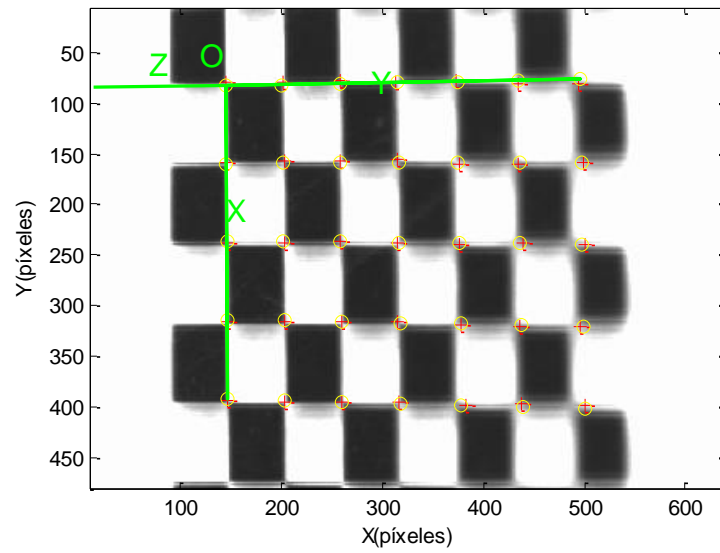
Parámetro	Valor
$f_u$ (píxel)	11793.208
$f_v$ (píxel)	14373.023
$u_0$	319.500
$v_0$	239.500
$k_1$	-1.463
$k_2$	-2.976
$p_1$	-0.0203
$p_2$	-0.0205

Al realizar el análisis del error en píxeles sobre todos los puntos de control extraídos por el programa de calibración, se observa según la figura (21), que todos los puntos no se encuentran muy dispersos, por lo cual se dice que se encontraron los parámetros intrínsecos mas óptimos para el sistema.



**Figura 21.** Análisis del error en píxeles.

Una vez obtenidos los parámetros intrínsecos de la cámara, se procede a encontrar los parámetros extrínsecos, para lo cual se adquirió una imagen perpendicular a la línea proyectada por la lente de Fresnel, y ubicada en el plano ( $Z=0$ ), figura (10). Se define el origen de la imagen y una región útil de  $M \times N$  cuadros como se realizó en el proceso de obtención de los parámetros intrínsecos. Una vez realizada esta operación se establece el sistema coordinado que define la dirección de los ejes  $X, Y, Z$ , utilizados en la reconstrucción 3D. Posteriormente se extraen los puntos de control y a partir de estos se encuentran los parámetros extrínsecos respecto al sistema coordinado  $O(XYZ)$ . La figura (22) muestra la imagen de la cuadrícula de referencia utilizada para definir el sistema coordinado de reconstrucción. El eje  $Z$  es perpendicular al plano que contiene la cuadrícula, los puntos marcados con  $+$  y  $o$  corresponden a las esquinas de la cuadrícula calculadas por tratamiento digital (valores experimentales) y los calculados por retroproyección usando los parámetros intrínsecos y extrínsecos obtenidos, respectivamente. Con estos valores se evalúa el error medio en píxeles, obteniendo la diferencia de distancia promedio, cuyo valor fue de 0.27124 píxeles para  $x$  y 0.21749 píxeles para  $y$ .



**Figura 22.** Sistema coordenado de la cámara.

Los parámetros extrínsecos calculados del sistema coordenado  $O(XYZ)$  con respecto al sistema coordenado de la cámara  $O(X_cY_cZ_c)$  fueron:

$$R = \begin{bmatrix} -0.021572 & 0.607644 & -0.793917 \\ 0.999458 & 0.032848 & -0.002015 \\ 0.024854 & -0.793530 & -0.608023 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.130156 \\ -2.026161 \\ 150.191715 \end{bmatrix}$$

donde  $R$  es la matriz de rotación y  $T$  es el vector de traslación, ecuación (2.3).

Una vez obtenidos los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara, se pueden calcular los valores en milímetros de las coordenadas X,Y en píxeles, a fin de lograr realizar adecuadamente el proceso de reconstrucción de objetos.

## 2.7. COORDENADAS X-Y EN MILÍMETROS DEL PROCESO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL

En esta sección se mostrará como se deben utilizar los parámetros de calibración para convertir las coordenadas (U,V) en píxeles a milímetros en el sistema coordenado del objeto conociendo su coordenada Z en milímetros. Para estimar las coordenadas en milímetros, inicialmente se debe tener los puntos distorsionados ( $u', v'$ ), que corresponden a las coordenadas de la línea central de cada una de las imágenes adquiridas de la línea láser deformada en el proceso de reconstrucción.

Según el modelo de proyección puntual utilizado, el punto sobre la imagen en píxeles pasa por el centro óptico y llega hasta el punto sobre el objeto, obteniéndose una relación lineal. Es decir si se conocen las coordenadas no distorsionadas en la imagen se puede hallar la ecuación de la recta que une estos puntos en el sistema coordenado de la cámara ( $X_c, Y_c, Z_c$ ). Estas coordenadas corregidas (u,v) se obtienen al restarle las distorsiones geométricas a las coordenadas distorsionadas ( $u', v'$ ). Como se indica en las ecuaciones (2.5, 2.6), las distorsiones geométricas fueron definidas empleando las coordenadas ( $X_u, Y_v$ ), de los puntos sin distorsión. Esto genera un inconveniente puesto que las coordenadas conocidas ( $u', v'$ ) tienen en cuenta las aberraciones y las coordenadas libre de aberraciones no se conocen. Es decir, los coeficientes encontrados que definen las aberraciones permiten calcular las posiciones distorsionadas conociendo las coordenadas no distorsionadas. Por lo tanto es necesario obtener los coeficientes que permiten calcular  $\delta_{x'}, \delta_{y'}$ , a partir de las coordenadas distorsionadas ( $X'_u, Y'_v$ ) según las ecuaciones:

$$\delta_{x'}^r = k'_1 X'_u (X'^2_u + Y'^2_v) + k'_2 X'_u (X'^2_u + Y'^2_v)^2 + O[(X'_u + Y'_v)]^7 \quad (2.27)$$

$$\delta_{y'}^r = k'_1 Y'_v (X'^2_u + Y'^2_v) + k'_2 Y'_v (X'^2_u + Y'^2_v)^2 + O[(X'_u + Y'_v)]^7 \quad (2.28)$$

$$\delta_{x'}^d = P'_2 (3X'^2_u + Y'^2_v) + 2P'_1 X'_u Y'_v + O[(X'_u + Y'_v)]^4 \quad (2.29)$$

$$\delta_{y'}^d = P'_1 (X'^2_u + 3Y'^2_v) + 2P'_2 X'_u Y'_v + O[(X'_u + Y'_v)]^4 \quad (2.30)$$

Las anteriores ecuaciones definen una relación lineal entre  $k'_1, k'_2, P'_1, P'_2$  con  $\delta_{x'}^r, \delta_{x'}^d, \delta_{y'}^r, \delta_{y'}^d$ . Por lo tanto, el cálculo de estos coeficientes conduce a un sistema lineal de ecuaciones. Inicialmente, se define teóricamente una matriz de posiciones  $(X_u, Y_v)$  libres de aberraciones, a partir de  $k_1, k_2, P_1, P_2$  y de la ecuación (2.4) se calculan los correspondientes  $(X'_u, Y'_v)$ . Usando las ecuaciones (2.27-2.30) y calculando  $\delta_{x'}^r, \delta_{x'}^d, \delta_{y'}^r, \delta_{y'}^d$  se obtienen un sistema lineal de ecuaciones que tiene como incógnitas  $k'_1, k'_2, P'_1, P'_2$ . A través de un proceso de optimización lineal se calculan estos coeficientes. Así, un punto central en píxeles de la línea láser corresponde a coordenadas distorsionadas, las cuales son empleadas en las ecuaciones (2.27-2.30) para obtener  $\delta_{x'}^r, \delta_{x'}^d, \delta_{y'}^r, \delta_{y'}^d$  con los datos de  $k'_1, k'_2, P'_1, P'_2$  obtenidos anteriormente. Con estos valores y las coordenadas distorsionadas se calculan las coordenadas no distorsionadas donde la proyección sigue una relación lineal.

A partir de las coordenadas en píxeles  $(X_u, Y_v)$  se encuentran sus correspondientes coordenadas en milímetros, con ayuda de los parámetros intrínsecos obtenidos, Tabla (3). Con estos puntos y con la coordenada  $O_c(0,0,0)$ , se calcula la ecuación de la recta  $\overline{O_c P}$  en el sistema coordenado de la cámara, Figura (17). Por otro lado, a cada punto central en píxeles le corresponde una coordenada  $Z_w$  en milímetros en el sistema coordenado del objeto, de acuerdo a la curva de calibración, figura (9). Con este plano  $Z$  conocido y la ecuación de la recta  $\overline{O_c P}$  conocida se calculan las coordenadas de la intercepción, obteniéndose  $(X_w, Y_w, Z_w)$ .

En la figura 23 y 24, se muestra el proceso completo realizado para la reconstrucción tridimensional de una línea, basado en el procedimiento descrito anteriormente.

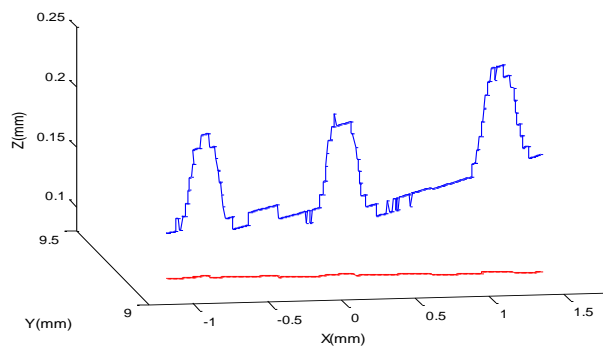


(a)

(b)

**Figura 23.** Reconstrucción de una línea. **a.** Línea láser inicial filtrada **b.** Extracción de la línea central.

Inicialmente a cada imagen adquirida, Figura (23a), se reduce la influencia del ruido y se extraen las coordenadas en píxeles de la línea central, con estas coordenadas se obtiene un valor de  $Z_w$  en milímetros para cada punto  $(u', v')$  distorsionado. Así, cada punto de la línea central  $(u', v')$  tiene un único valor en milímetros de la coordenada  $Z_w$ . Para cada píxel  $(u', v')$  se calculan las coordenadas no distorsionadas  $(u, v)$  y la ecuación de la recta  $\overline{O_C P}$  en el sistema coordenado de la cámara  $(X_c, Y_c, Z_c)$  que puede ser convertido el sistema coordenado del objeto  $(X_w, Y_w, Z_w)$  utilizando los parámetros extrínsecos. El valor de  $Z_w$  correspondiente se emplea para definir la ecuación del plano en el sistema coordenado del objeto, el cual intercepta la línea recta  $\overline{O_C P}$  y así se obtienen las coordenadas  $(X_w, Y_w)$  correspondientes al punto de la superficie del cuerpo que intercepta la línea láser en  $(u', v')$ . La figura (24) muestra el corte en Z de la línea láser mostrada en la figura (23a).



**Figura 24.** Reconstrucción de una línea.



El procedimiento descrito anteriormente permite reconstruir una línea del objeto en milímetros. Para reconstruir un objeto completo se requiere repetir el procedimiento anterior consecutivamente, hasta obtener todas las líneas reconstruídas, empleando un desplazamiento relativo entre el cuerpo y la línea láser.

De igual manera, es necesario verificar la precisión en el cálculo de parámetros anteriormente hallados, con el fin de obtener el error promedio producido al calcular las coordenadas ( $X_w$ ,  $Y_w$ ,  $Z_w$ ) en milímetros y así determinar si la reconstrucción realizada fue efectuada satisfactoriamente.

### 3. SISTEMA ÓPTICO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL IMPLEMENTADO

#### 3.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior, se mostró el procedimiento realizado para obtener las coordenadas centrales (X,Y,Z) en milímetros de una línea láser deformada debido a la topografía del objeto. Para obtener la reconstrucción tridimensional completa de un objeto a partir de un sistema de triangulación láser lineal, se debe desplazar la línea en dirección transversal, barriendo toda la superficie. El intervalo en milímetros del desplazamiento de la línea con respecto al objeto (ó viceversa) muestrea la superficie del objeto. Frecuencias bajas de muestreo en la dirección del desplazamiento elimina detalles de la superficie, pero reduce el tiempo de adquisición de imágenes. Cada imagen adquirida es procesada para obtener las coordenadas (X,Y,Z) en milímetros. La reconstrucción se realiza teniendo en cuenta el intervalo de muestreo en la dirección del barrido.



**Figura 25.** Sistema óptico de reconstrucción tridimensional implementado.

El sistema óptico de reconstrucción tridimensional implementado figura (25), esta formado por un sistema de proyección, un sistema de observación y un sistema de control, explicados y detallados en secciones anteriores. Con el fin de recorrer todo el objeto a reconstruir se utilizaron dos motores computarizados en la dirección del eje Y y el eje Z, con una resolución de  $1\mu m$  para un rango de trabajo máximo de 37cm, igualmente se utilizó una platina de desplazamiento manual traslacional en la dirección del eje X con una resolución de  $10\mu m$ . La figura (25) muestra el sistema coordinado (X,Y,Z) y los motores empleados.

Para realizar el control automático de los motores se utilizó un protocolo de comunicación RS232 entre el computador y el sistema de control del motor (Unidad MM3000 de Newport), con el fin de transmitir los datos necesarios para realizar su configuración, tales como la velocidad, aceleración, unidades de posicionamiento, número de desplazamientos y el valor del desplazamiento que va a efectuar el motor. Estos datos permiten configurar el motor para realizar desplazamientos automáticos del objeto con respecto a la línea láser un número de veces determinado, a fin de recorrer el objeto completamente.

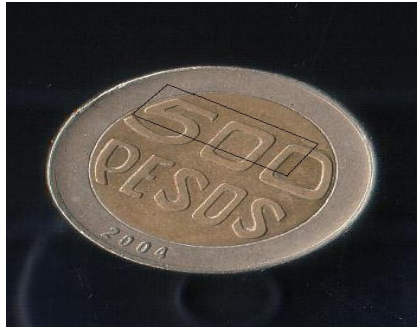
A continuación se describe el proceso realizado para obtener la reconstrucción de un objeto. El software de adquisición de imágenes construido en Matlab posee una interfaz gráfica que programa y controla la secuencia de adquisición. Se debe definir el intervalo de barrido  $\Delta Y$  y el número de desplazamientos en la dirección del eje Y. Otras variables a definir a partir de la interfaz gráfica son: velocidad de desplazamiento, unidades, resolución del motor y nombre del directorio en memoria permanente para registrar las imágenes. La interfaz se programó usando como ambiente Matlab 7.

De igual forma una vez finalizado un barrido en dirección del eje Y, el motor regresa a su posición inicial e inicia nuevamente el recorrido. Entre barridos se realiza el desplazamiento a un intervalo  $\Delta X$  usando una platina de desplazamiento manual. El número de barridos completos en y se debe definir previamente.

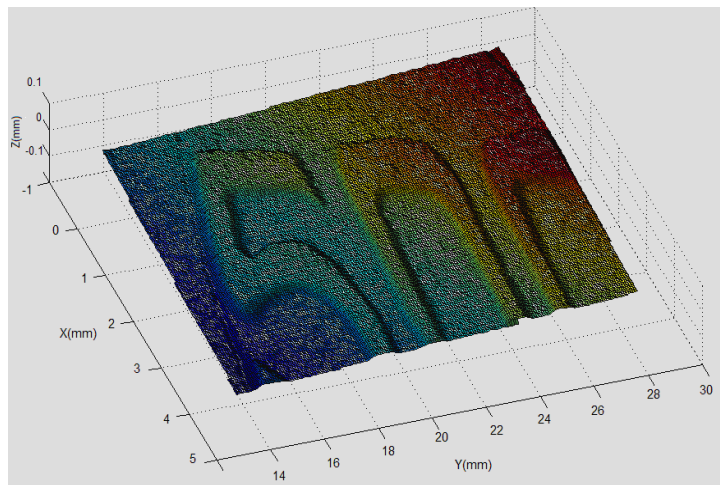
El software de tratamiento de imágenes programado en Matlab, realiza el procedimiento de todas las imágenes adquiridas. Las etapas secuenciales son:

- a. Reducción de ruido y extracción de las coordenadas centrales de la línea láser (sección 1.3.2.). De este proceso se obtienen 2 vectores columna (coordenada  $u',v'$ ) con N valores, siendo N el número de puntos encontrados en la imagen.
- b. Extracción de la coordenada Z. A partir de las posiciones en píxeles de la línea central hallados se interpolan los valores de Z usando la curva de calibración, figura (9). Se obtiene un vector columna de N valores.
- c. Cálculo de coordenadas transversales (X,Y). (Sección 2.7.). Cada punto del vector Z define un plano paralelo al plano ( $Z=0$ ) que intercepta el eje Z en el valor de la coordenada. A partir de las coordenadas ( $u',v'$ ) y de los parámetros extrínsecos e intrínsecos de la cámara se calcula la ecuación de la recta  $\overline{O_cP}$  (figura 17). Las coordenadas (x,y) en milímetros se obtienen de la intersección de la recta con el plano Z correspondiente. Del proceso anterior se extraen 2 vectores columna de N puntos con las coordenadas (X,Y), que junto con el vector Z definen las coordenadas tridimensionales para la imagen tratada.
- d. Desplazar el motor y un valor  $\Delta y$  y regresar a (a) o si se completa el número de desplazamientos en y regresar al origen y pasar a (e).
- e. Realizar un desplazamiento manual en  $\Delta x$  y regresar a (a) o finalizar la secuencia de adquisición.

La figura 26a muestra un registro fotográfico de un objeto utilizado para mostrar el procedimiento anterior (moneda \$500). La figura (26b) muestra la reconstrucción 3D final del objeto de prueba. La figura 27 muestra las diferentes etapas del procedimiento de reconstrucción tridimensional. Las imágenes fueron adquiridas haciendo 3 barridos completos en Y.  $\Delta Y$  fue de 0.01mm, 150 números de  $\Delta Y$  fueron requeridos para cubrir un campo de 1.5mm en Y y  $\Delta X$  fue de 1.6 mm.

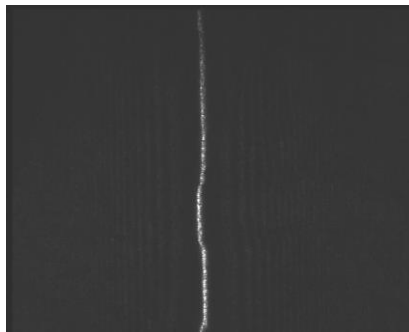


(a)

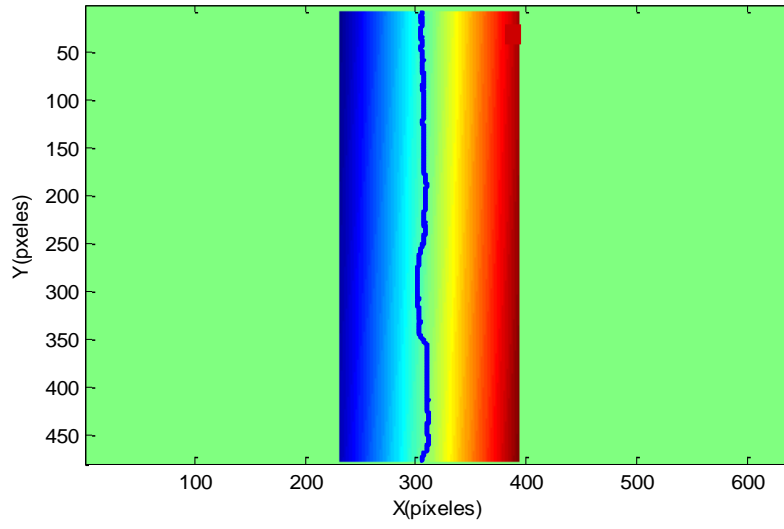


(b)

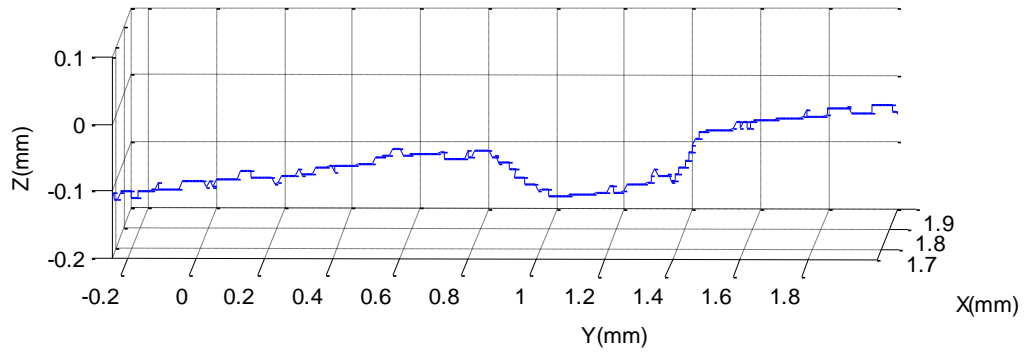
**Figura 26. a.** Moneda de 500. **b.** Reconstrucción de una sección de la moneda de 500.



(a)



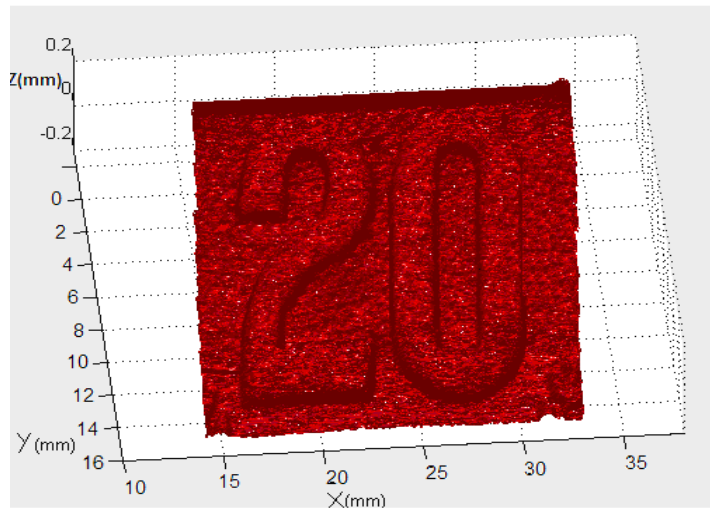
(b)



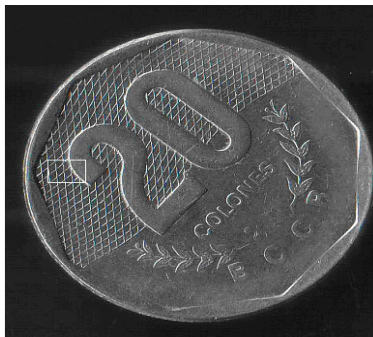
(c)

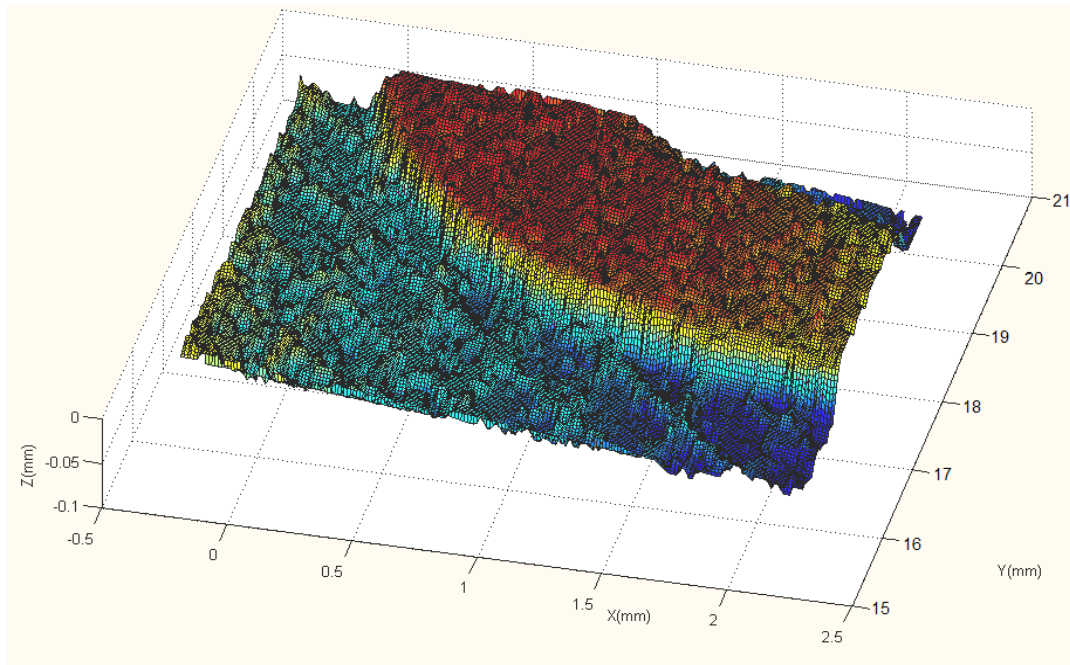
**Figura 27.** Reconstrucción de una línea. **a.** Línea láser inicial **b.** Extracción de los valores de Z a partir de la curva de calibración. **c.** Reconstrucción tridimensional.

La figura 28 muestra otro objeto de prueba y su reconstrucción tridimensional.



(a)





(b)

**Figura 28. a.** Parte frontal de una moneda de 20 colones y reconstrucción de una sección de la moneda. **b.** Moneda de 20 colones delimitada, sección reconstruida. Ancho de la moneda (3cm) largo de la moneda (3cm).

El anterior proceso permite determinar los parámetros que se encuentran en la tabla (4).

**Tabla 4.** Parámetros característicos del sistema implementado.

Caracterización del sistema	Valores
Campo de observación transversal	<b>(1.2*2.8) mm<sup>2</sup></b>
Largo de la línea (mm)	<b>2.8</b>
Ancho de la línea (μm)	<b>267</b>



Después de haber realizado el proceso de reconstrucción, se puede deducir que existen dos fuentes de error principalmente, una debido al cálculo de los parámetros extrínsecos e intrínsecos de la cámara, y otro debido al procedimiento de calibración de triangulación láser que se estudiará en las secciones siguientes.

### 3.2. ANÁLISIS DEL ERROR EN EL CÁLCULO DE LAS COORDENADAS (X,Y)

Con el propósito de verificar la precisión en el cálculo de los parámetros ópticos del sistema, se obtiene el error promedio producido al calcular las coordenadas  $(X_w, Y_w)$ .

Para efectuar dicho procedimiento se adquirieron varias imágenes de la cuadrícula empleada para la calibración de la cámara, para diferentes valores de  $Z$ . De cada imagen adquirida, se extraen varios puntos  $(u', v')$  en píxeles con distorsión para un  $Z_w$  conocido, según los procedimientos descritos en secciones anteriores (2.7). A partir de las coordenadas  $(u', v')$  y de los parámetros extrínsecos e intrínsecos de la cámara se calcula la ecuación de la recta  $\overline{O_c P}$  (figura 17). Las coordenadas  $(X_w, Y_w)$  en milímetros experimentales se obtienen de la intersección de la recta con el plano  $Z_w$  conocido.

Para determinar el error promedio se utilizaron los puntos de control de la cuadrícula patrón empleada y posicionada a diferentes valores de  $Z_w$  conocidos. Como se conoce el origen y el tamaño de cada cuadro, los valores de  $(X_w, Y_w)$  reales se conocen. Los  $(X_{est}, Y_{est})$  corresponden a los valores calculados por el procedimiento. En la Tabla 5, se muestra los valores reales y los valores calculados para un caso en particular,  $Z_w = -0.1$  mm. Con estos valores y utilizando la relación (3.1) se halla la distancia entre puntos como la diferencia entre las coordenadas reales y las coordenadas estimadas.

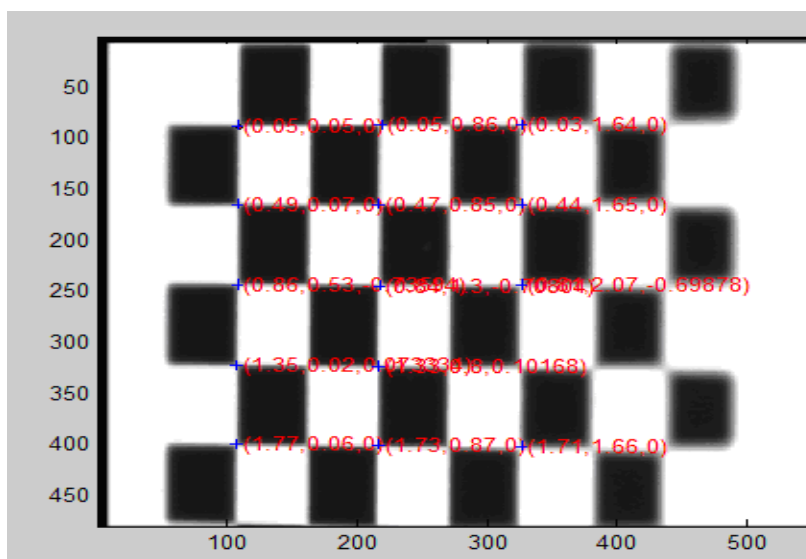
$$D = \sqrt{(X_{real} - X_{est})^2 + (Y_{real} - Y_{est})^2} \quad (3.1)$$

Conociendo la distancia, se halló el error mediante la ecuación (3.2), para determinar la influencia de los parámetros del sistema en los valores obtenidos.

$$\%E = \frac{\bar{D}}{C}$$

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} \quad (3.2)$$

donde  $\bar{D}$  es el valor promedio de las distancias halladas, n es el número de datos y C es el campo de observación de la imagen.



**Figura 29.** Estimación de coordenadas ( $X_u, Y_v$ ) sobre algunos puntos del patrón de calibración.

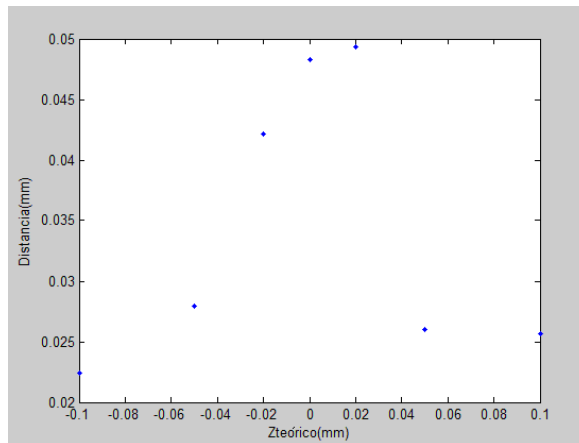
**Tabla 5.** Datos reales y datos estimados en milímetros, para algunos de los puntos elegidos (u',v') en píxeles, para Z= -0.1mm

<b>Xest(mm)</b>	<b>Xreal (mm)</b>	<b>Yest(mm)</b>	<b>Yreal (mm)</b>	<b>Distancia (mm)</b>
0.07	0	0.03	0	0.0058
0.08	0	0.53	0.5	0.0073
0.07	0	0.92	1	0.0113
0.05	0	1.41	1.5	0.0106
0.04	0	1.95	2	0.0041
0.03	0	2.45	2.5	0.0034
1.71	2	0.03	0	0.085
1.78	2	2.44	2.5	0.052
			<b>Distancia Promedio (mm)</b>	0.0224

De la tabla (6), se concluye que al ubicar un punto en el plano x-y, se encuentra un error promedio de 0.04318%, lo cual indica que el sistema reporta un error total promedio de 0.03454mm para un campo de observación transversal de (1.2\*2.8) mm<sup>2</sup>. Este error se puede disminuir usando más coeficientes en la modelización de la distorsión radial y tangencial, principalmente.

**Tabla 6.** Distancia promedio y error promedio calculado para diferentes valores de Z.

<b>Z (mm)</b>	<b>Distancia Promedio (mm)</b>	<b>Error Promedio (%)</b>
-0.1	0.02244	0.02805
-0.05	0.02796	0.03495
-0.02	0.04213	0.05266
0	0.04830	0.06037
0.02	0.04936	0.06170
0.05	0.02597	0.03246
0.1	0.02565	0.03206
<b>Promedio</b>	0.03454	0.04318



**Figura 30.** Distancia promedio para Z determinados.

Una vez obtenido el error promedio transversal, se procede a verificar la precisión en el cálculo de la coordenada Z con el fin de obtener los errores principales en el proceso de reconstrucción.

### 3.3. ANÁLISIS DEL ERROR EN EL CÁLCULO DE LA COORDENADA Z

A fin de verificar la precisión en el cálculo de la coordenada Z, se realiza un análisis del error promedio producido al reconstruir un objeto plano desplazado a valores de Z conocidos y paralelamente al plano  $Z=0$ .

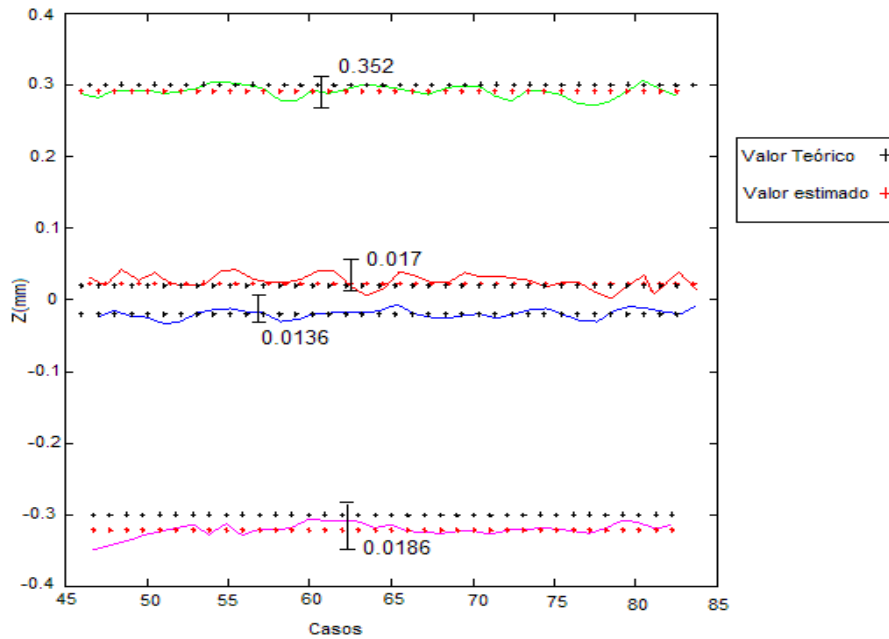
Para realizar el proceso de reconstrucción de cada uno de los planos empleados en el análisis de error, se empleó el procedimiento descrito en la sección 3.1. Las imágenes fueron adquiridas haciendo 4 barridos completos en Y.  $\Delta Y$  fue de 0.01mm y  $\Delta X$  fue de 0.5 mm. 2000 imágenes fueron requeridas para cubrir un campo de 20mm en Y y 2mm en X. Este proceso se repitió para diferentes valores de Z, como se muestra en la tabla (7).

El plano  $Z=0$  reconstruido se toma como plano de referencia, con el fin de hallar la diferencia entre éste y los diferentes planos reconstruidos, y así determinar la desviación estándar y el valor promedio para cada plano y compararlo con el valor teórico conocido.

Los valores obtenidos de desviación estándar y valor promedio se encuentran en la Tabla (7).

**Tabla 7.** Datos reales y datos estimados para cada plano Z reconstruido.

Z real(mm)	Z estimado (mm)	(Zreal- Zestimado) (mm)	Desviación Estándar. DS (mm)
0.3	0.291	0.009	0.0085
0.02	0.0229	-0.0029	0.0176
-0.02	-0.0196	-0.0004	0.0068
-0.3	-0.3213	0.0213	0.0093



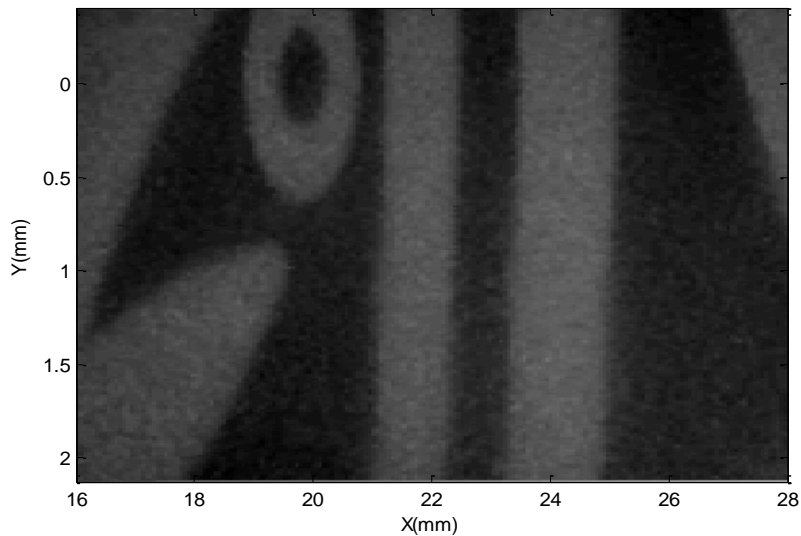
**Figura 31.** Valor teórico y valor promedio para cada Z.

De la anterior tabla se concluye que hay un error máximo de 0.0213mm para un campo transversal de 20mm\* 2mm. Este error es consecuencia del ángulo que forma con los ejes ópticos del sistema de observación y proyección y los parámetros del sistema óptico de observación. Por lo tanto el sistema presenta una precisión del orden de  $22\mu\text{m}$  en Z para un campo de observación de 1.2mm\*2.8mm.

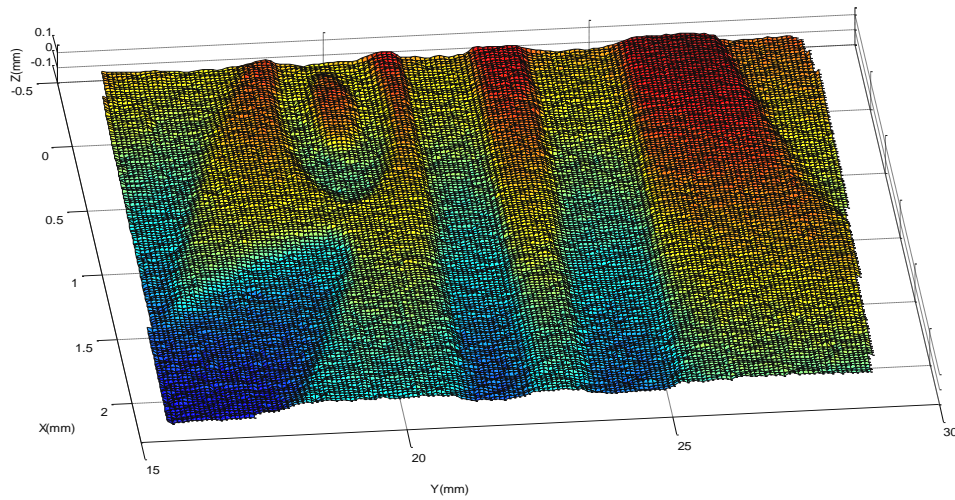
Con el fin de verificar subjetivamente la precisión obtenida anteriormente, se reconstruyó un objeto de forma diferente a un plano, figura (32a) y se comparó un punto de la topografía con un tornillo micrométrico de  $10\mu m$  de precisión. La figura (33b) muestra la reconstrucción tridimensional en observación vertical, codificando la altura en niveles de grises y la figura (32c) muestra la reconstrucción tridimensional. Las imágenes empleadas en la reconstrucción fueron adquiridas haciendo 1 barrido completo en Y.  $\Delta Y$  fue de 0.01mm, para cubrir un campo de 13mm en Y. Midiendo con el tornillo micrométrico la diferencia de altura máxima en la línea indicada en (32c) se obtiene  $145\pm 10\mu m$  contra un valor experimental medido por el sistema de  $140.97\mu m$  lo cual muestra una desviación del orden de  $5\mu m$ .



(a)



(b)



(c)

**Figura 32a.** Moneda de 200. **b.** Codificación de la altura en niveles de grises. **c.** Sección de moneda de 200 reconstruída.

Una vez obtenido el error promedio producido al calcular las coordenadas ( $X_w$ ,  $Y_w$ ,  $Z_w$ ) en milímetros y después de haber calculado la precisión del sistema, alcanzando valores confiables, se puede continuar con el proceso de reconstrucción de números de identificación de diferentes vehículos y posteriormente extracción de la impronta digital y de algunas características de cada número de la placa de identificación.

## 4. IMPRONTA DIGITAL

### 4.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se describió el sistema óptico implementado para reconstruir tridimensionalmente objetos a partir de la triangulación láser lineal. Con una resolución transversal de  $20\mu m$ , el sistema óptico fue diseñado para extraer información de la profundidad de los números grabados en bajo relieve empleados para la identificación de automóviles.

Un vehículo propulsado a motor se identifica inequívocamente y de forma exclusiva por el VIN, *Vehicle Identification Number*. Este número de identificación consta de 17 caracteres que no incluyen las letras I, O y Q. Los primeros tres caracteres identifican únicamente el fabricante del vehículo usando el identificador mundial del fabricante o código WMI. El VDS o descriptor del vehículo está identificado desde el cuarto (4) hasta el noveno (9) dígito del VIN. Esto se utiliza, según regulaciones locales, para identificar el tipo de vehículo y puede incluir la información sobre la plataforma usada, el modelo, y la carrocería. Cada fabricante tiene un sistema único para usar este campo. La secuencia letras / números desde el décimo (10) hasta el decimoséptimo (17) dígito se emplea para identificar la sección de identificador del vehículo o VIS. Esta es utilizada por el fabricante para identificar el vehículo de forma individual en toda la secuencia del VIN. Estos números son grabados bajo relieve en lugares específicos dentro del vehículo empleándose dispositivos computarizados.

En este capítulo se mostrarán los resultados experimentales obtenidos en la reconstrucción tridimensional de números de identificación facilitados por el cuerpo técnico de investigación (CTI) Bucaramanga. De igual forma, se mostrarán los resultados obtenidos del análisis de las reconstrucciones tridimensionales, tales como la definición de la impronta digital y las principales variables empleadas para la verificación del grado de autenticidad del número de identificación.

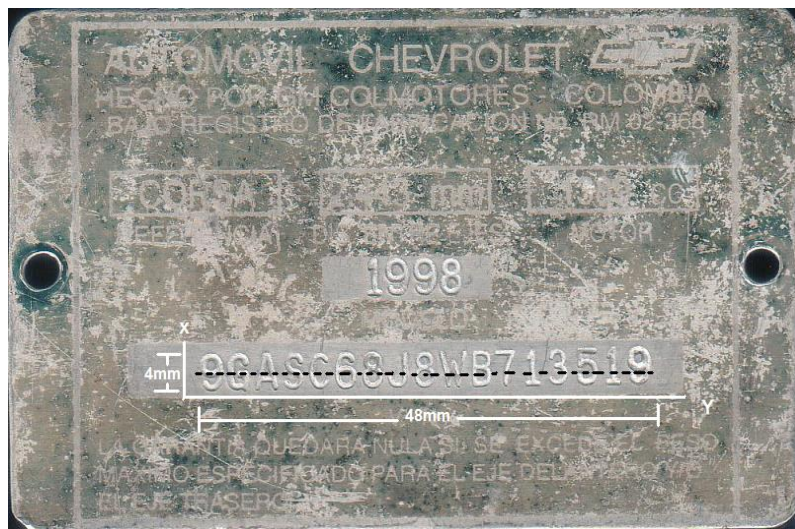


## 4.2. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE PLACAS DE IDENTIFICACIÓN

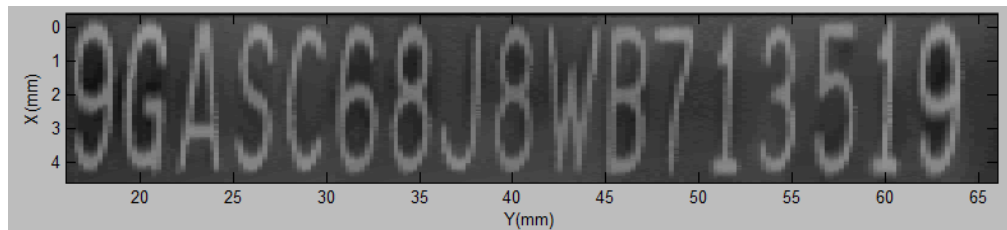
El proceso de reconstrucción de las placas de identificación se realizó empleando el procedimiento descrito en la sección 3.1. Para la placa que se muestra en la figura (33a), las imágenes fueron adquiridas haciendo 3 barridos completos en Y, con  $\Delta Y$  de 0.01 mm y un  $\Delta X$  de 1.45 mm, 5000 imágenes fueron requeridas para cubrir un campo total de 50 mm en Y, mostrada en la figura (33a).

La figura 33b muestra una imagen en intensidad donde el nivel de gris codifica la altura de la reconstrucción. Estas imágenes son llamadas imágenes rango ó imágenes dos y medio.

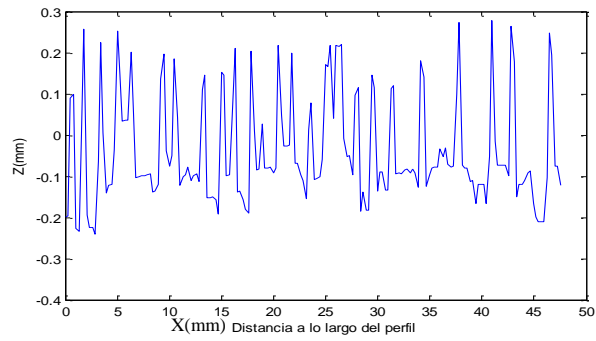
Las figuras 33c muestra un corte en profundidad realizada sobre la reconstrucción tridimensional en la línea indicada a trazos en la figura (33a). Las figuras 33d y 33e muestran algunos detalles de la reconstrucción tridimensional.



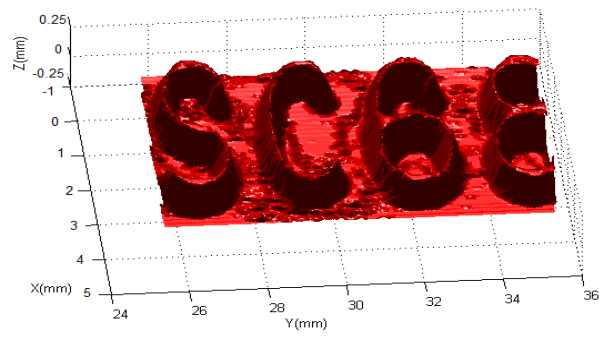
(a)



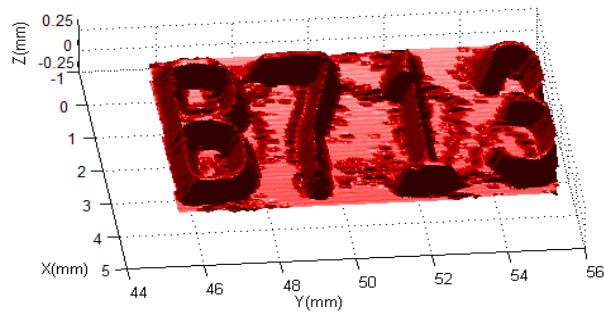
(b)



(c)



(d)



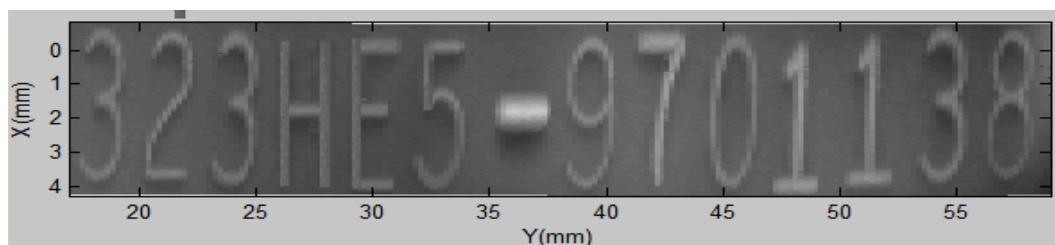
(e)

**Figura 33. a.** Placa de Identificación original (VIN). **b.** Imagen rango. **c.** Corte en profundidad.  
**d.** Sección de la placa de Identificación (VIN). **e.** Sección de la placa de Identificación (VIN). Figura (33a)

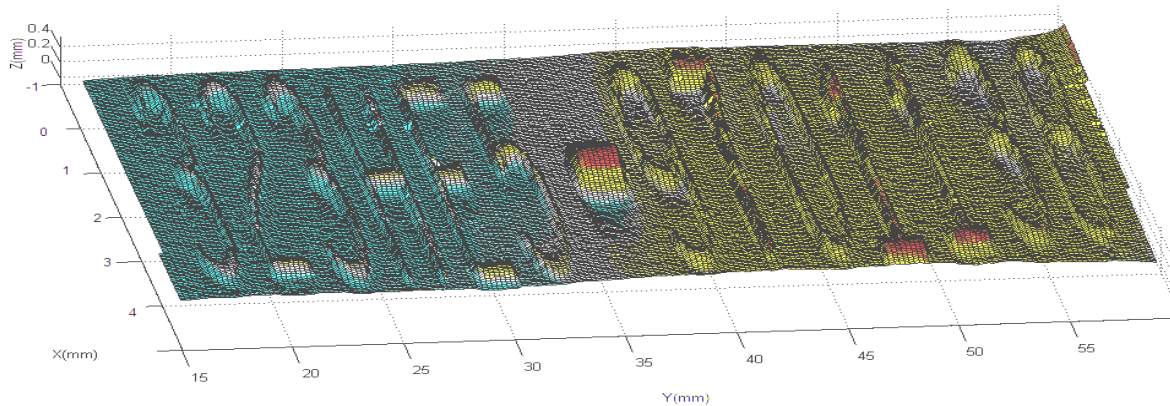
Diferentes placas de identificación fueron reconstruidas con ese mismo procedimiento (sección 3.1.) como se observa en las figuras (34, 35). En estas figuras se muestran las placas de identificación original y su reconstrucción tridimensional. Las placas analizadas en el presente trabajo fueron proporcionadas por el Cuerpo Técnico de Investigación (CTI) de la ciudad de Bucaramanga.



(a)



(b)

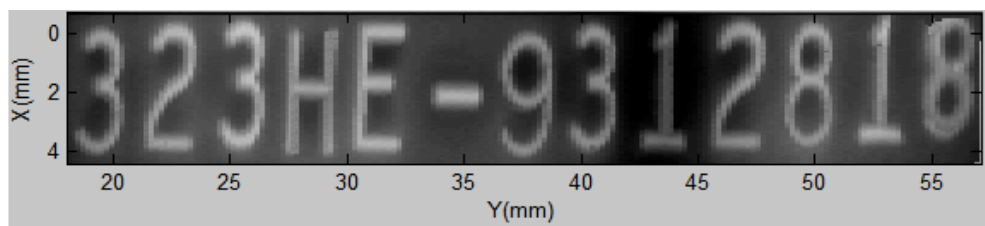


(c)

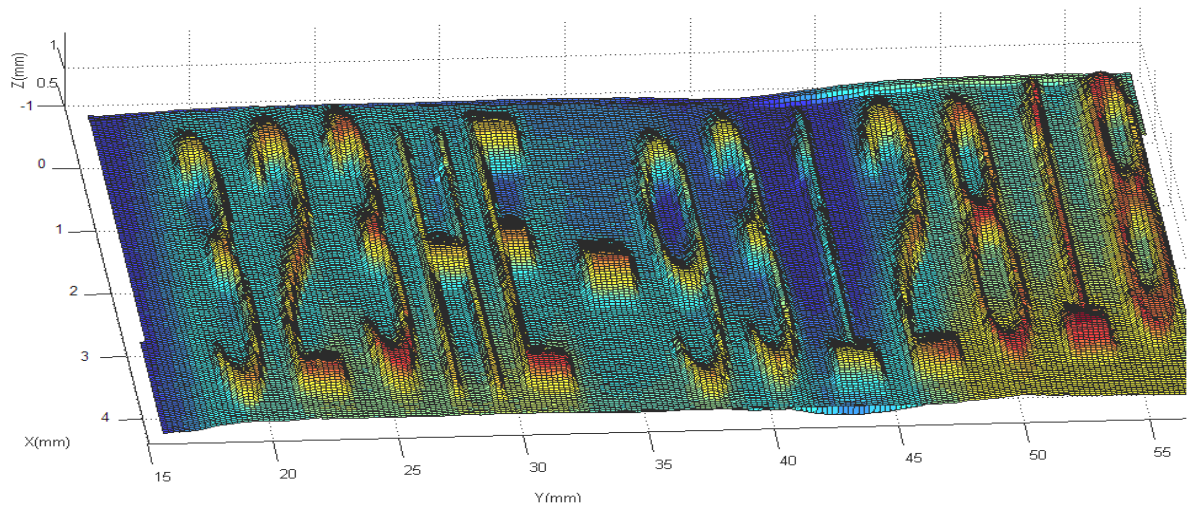
**Figura 34. a.** Placa de identificación original **b.** Imagen rango **c.** Placa de Identificación (VIN) reconstruída



(a)



(b)



(c)

**Figura 35. a.** Placa de identificación original. **b.** Imagen rango. **c.** Placa de Identificación reconstruída(VIN)

Una vez reconstruídas las placas de identificación se procede a realizar la extracción de la impronta digital del número de identificación y algunas características de cada número ó elemento que compone la placa de identificación.

#### 4.3. CARACTERÍSTICAS DE LOS NÚMEROS DE IDENTIFICACIÓN

Se define la impronta digital como el contorno a  $Z=0$  de cada número o elemento de la placa de identificación, extraída de la reconstrucción tridimensional digital, siendo  $Z=0$  la superficie de la placa. Como la superficie de la placa donde se graban los números no es perfectamente plana, ver figura (35c), se procedió a realizar un procesamiento digital de imágenes por números independientes sobre las imágenes rango. La figura (36) muestra la superposición del contorno a  $Z=0$  de la superficie con la sección de la imagen rango correspondiente.



**Figura 36.** Imagen rango de una sección de la placa de identificación, figura (33a)

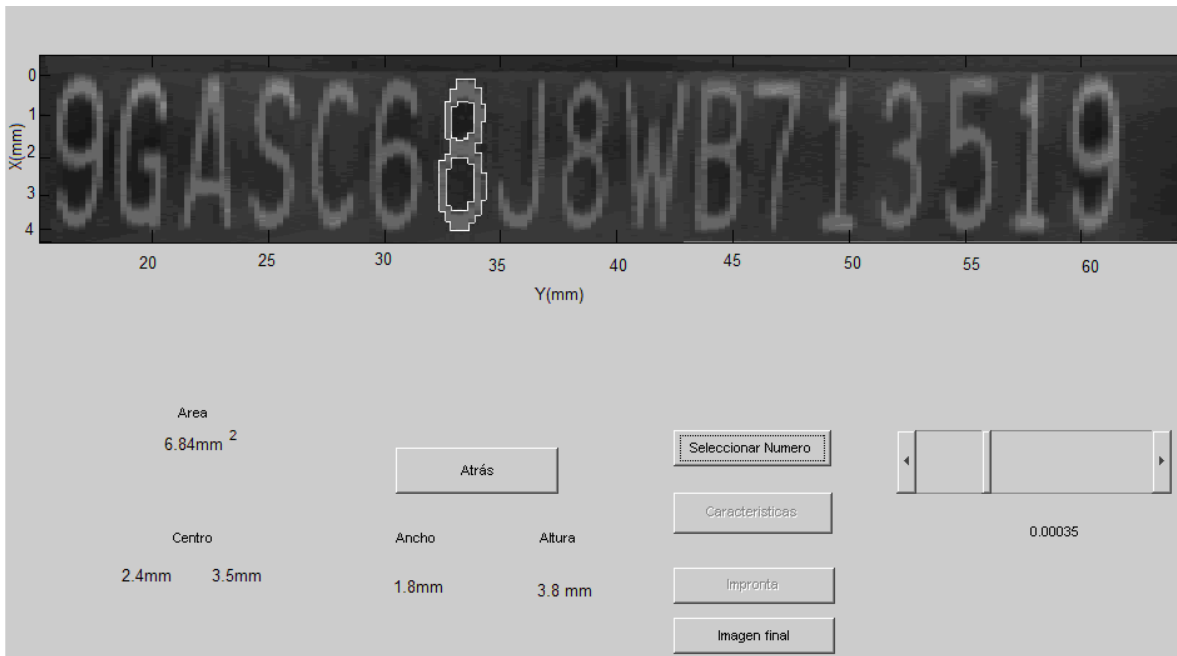
Para extraer la impronta digital se diseñó una interfaz gráfica en Matlab que permite realizar dicho procedimiento. A continuación se ilustra los pasos importantes desarrollados por la interfaz gráfica para obtener la impronta digital.

**1. Selección del número.** Inicialmente se elige un número de la imagen rango con el fin de aislarlo de todos los demás elementos de la placa, y así facilitar el proceso de binarización realizado posteriormente.

**2. Características.** Una vez seleccionado el número se procede a binarizarlo. Para lo cual se diseñó una barra de desplazamiento horizontal, figura (37). Esta barra de desplazamiento permite al usuario variar el umbral de altura utilizado en el proceso de binarización hasta encontrar el contorno límite de la superficie de la placa. De la imagen binarizada se extrae el contorno y algunas características como el área, el centro del número, el ancho y el alto del rectángulo que lo subscribe, figura (38).

**3. Impronta.** Visualiza el contorno del número binarizado. En la figura (38) se muestra la impronta ó contorno del número sobre la imagen rango, el rectángulo que lo subscribe y el centro del número denotado por \*. Usando el centro y el rectángulo que contiene cada número es posible calcular la orientación del número, el ancho y altura que ocupan y la posición con respecto a los demás números.



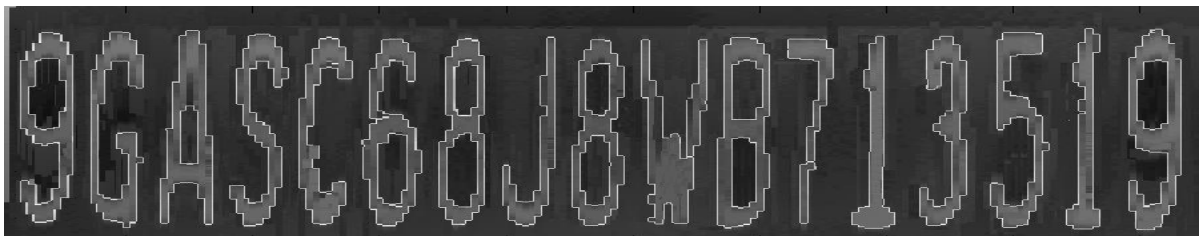


**Figura 37.** Impronta digital sobre el numero reconstruido

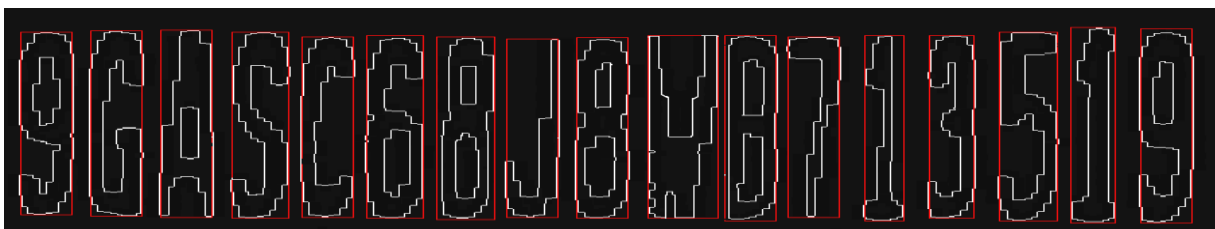


**Figura 38.** Impronta digital con cuadro delimitante sobre el número reconstruido.

El procedimiento descrito anteriormente se realiza para cada uno de los elementos de la placa de identificación hasta obtener la impronta de todos los números que la componen como se muestra en la figura (39). En la figura (40) se muestra la impronta digital de todos los números con el rectángulo que los suscribe.



**Figura 39.** Impronta digital sobre la placa de identificación reconstruída.



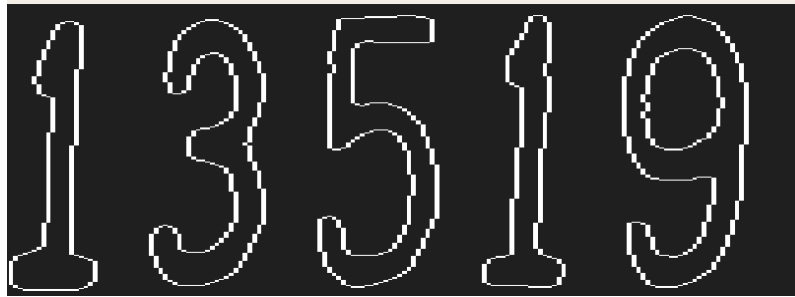
**Figura 40.** Impronta digital de una placa de identificación.

El mismo proceso se repite para una sección de la misma placa y los resultados se muestran en las figuras 41,42 y 43. Esta placa fue considerada como no alterada por el perito del CTI. Se aprecia la alineación de los números, la regularidad del ancho de cada número y el espaciamiento entre ellos.

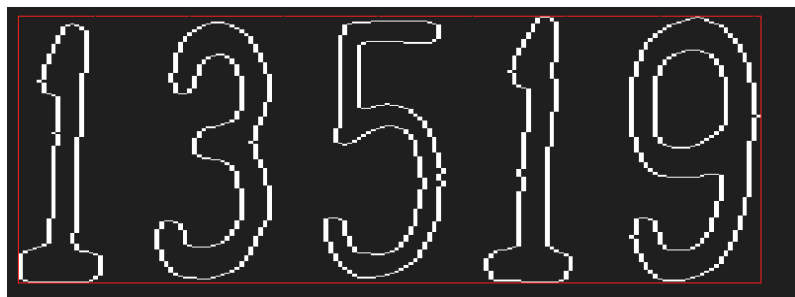


**Figura 41.** Impronta digital sobre una sección de la placa de identificación reconstruída.





**Figura 42.** Impronta digital de una sección de la placa de identificación.

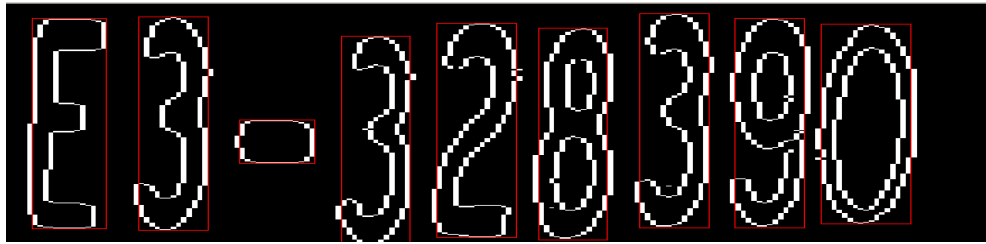


**Figura 43.** Impronta digital de una sección de la placa de identificación con cuadro delimitante.

Para demostrar la importancia del dispositivo en la validación científica del grado de alteración de números de identificación de vehículos, se reconstruyó el VIN, de una placa alterada figura (35a). Su imagen rango se observa en la figura (44). La impronta digital con el rectángulo delimitante por número se muestra en la figura (45). Se observa fácilmente que los números 3 2 8 3 9 0 se encuentran alterados, las alturas y el ancho de estos números son reportados en la tabla (8), al igual que los valores de E y 3 de la misma placa, previamente determinados como auténticos por el perito del CTI.



**Figura 44.** Impronta digital sobre la placa de identificación



**Figura 45.** Impronta digital de la placa de identificación con cuadro delimitante para cada número.

**Tabla 8.** Valores reportados por el sistema de altura y ancho de cada número de la placa de identificación que se muestra en la figura (44).

Elemento	Altura(mm)	Ancho(mm)
E	3.60	1.8
3	3.58	1.8
3	3.46	1.5
2	3.46	1.4
8	3.46	1.4
3	3.46	1.5
9	3.42	1.4
0	3.30	2.1

**Tabla 9.** Valores reportados por el sistema de alto y ancho de cada número de la placa de identificación que se muestra en la figura (41).

Elemento	Altura (mm)	Ancho (mm)
1	3.9	1.8
3	3.8	1.8
5	3.8	1.8
1	4	1.8
9	3.9	1.8

En la tabla (9) se reporta igualmente la altura y el ancho de la sección de la placa de identificación que se muestra en la figura (41). Estos elementos teóricamente son auténticos, por lo cual las alturas y anchos son similares para cada número. En conclusión, comparando las dimensiones extraídas de cada número se verifica si se han alterado con respecto al número auténtico.

Finalmente es importante destacar que el sistema implementado realiza análisis cuantitativos sobre la imagen rango obtenida, dando como resultado pruebas científicas con las cuales los investigadores pueden verificar la autenticidad de una placa de identificación.

## 5. CONCLUSIONES

- Se diseñó y construyó un sistema de reconstrucción 3-D a partir de la técnica de triangulación láser lineal. El sistema de reconstrucción implementado permite reconstruir objetos con una resolución del orden de  $20\mu m$ . El campo de observación lo fija el desplazamiento de los motores de traslación empleados.
- En el proceso de reconstrucción tridimensional se recurre a la calibración de un sistema formador de imágenes con el fin de :
  - ❖ Corregir aberraciones
  - ❖ Convertir píxeles sobre la cámara CCD a milímetros sobre el plano objeto.

De igual forma se emplea el procedimiento de calibración experimental para extraer la curva de calibración que permite convertir deformaciones de la línea láser a topografía del objeto. Utilizando la curva de calibración y los parámetros extrínsecos e intrínsecos de la cámara se obtiene la reconstrucción tridimensional completa de la superficie del objeto.

- Se utilizó el sistema de medida tridimensional desarrollado para extraer la impronta digital de diversas placas de identificación de vehículos. Se midieron características de cada elemento de la placa, como el área, el centro del número, la orientación, el ancho y el alto.
- El objetivo principal del trabajo era el de diseñar un dispositivo basado en triangulación láser lineal para reconstruir objetos y obtener la impronta digital de diferentes placas de identificación de vehículos. Con este sistema se analizaron algunas características geométricas de cada elemento que conforma la placa, obteniendo resultados concordantes a los deducidos de forma visual por el perito del grupo automotores del

CTI (Bucaramanga). El resultado obtenido abre las posibilidades de crear un dispositivo completo de exploración tridimensional de placas de identificación de vehículos a nivel industrial.

## 6. TRABAJOS FUTUROS

- Extraer otras características como el perímetro, las bifurcaciones, terminales, etc, a partir de la imagen rango obtenida a fin de dar herramientas suficientes para verificar la autenticidad de la placa de identificación.
- Implementar el sistema desarrollado en este trabajo para obtener la impronta digital de placas de identificación de motor, serie, cabina, las cuales debido a su posición dentro del vehículo son difíciles de alcanzar manualmente.
- Desarrollar un sistema óptico de verificación de placas de identificación de vehículos a nivel industrial, basado en los resultados alcanzados en este trabajo.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] PEREZ ZAYRA, ROMERO LENNY. “Sistema óptico de reconstrucción 3D para la detección de ampollas en recubrimientos”. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2004.
- [2] A. PATIÑO, D. MIRANDA, J. MENESES. “Scanner 3D de objetos a 360° de observación”. Revista Colombiana de Física, Vol. 35, N°1. 2003.
- [3] CONTRERAS P, CARLOS RICARDO. “Dispositivo Óptico De Medida 3-D Con Simetría Cilíndrica: Aplicaciones En Balística”. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2006.
- [4] MORGAN B., WAITS C.M., KRIZMANI C.J. Y GHODSSI R. “Development of a deep silicon phase fresnel lens using gray-scale lithography and deep reactive ion etching. Journal of microelectromechanical systems”, Vol 13, N° 1, february 2004.
- [5] GRILLI S., FERRARO P., DE NICOLA S., FINIZIO A., PIERATTINI G., MEUCCI., “Whole optical wavefields reconstruction bay digital holography”. Optics Express, Vol 9 No. 6, September 2001.
- [6] ROMERO LENNY ALEXANDRA. “Sistema de reconstrucción tridimensional para el análisis dinámico de un cuerpo: Estudio cuantitativo del vulcanismo del lodo”. Tesis de grado. Universidad Industrial de Santander. 2006.
- [7] WENG, J., COHEN, P. AND HERNIOU. “Camera calibration with distorsion models and accuracy evaluation”. IEEE Transations on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-14(10). 965-980.1992.
- [8] HEIKKILÄ J AND SILVÉN O. “A Tour-step camera calibration procedure with implicit image correction”. Infotech Oulu and Department of Electrical Engineering, University of Oulu, FIN-90570 Oulu, Finland.

[9] FAUGERAS, O. “Three – Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint”. The MIT Press. Cambridge, Massachusets, U.S.A. 1993.

[10] Z. JI, M. C. LEU. “Design of optical triandulation devices”. Optics & Laser Tecnology, 21(5), 1989.

[11] ARACENA DIEGO, CAMPOS PEDRO, TOSÍ CLÉSIO. Comparación de técnicas de calibración de cámaras digitales. Rev. Fac. Ing. – Univ. Tarapacá. 13(1). 2005