

Thème 4 – son et musique, porteurs d'information

Chapitre 12 – La musique, un art (de faire entendre des nombres)

Introduction :

PWP 2 + Manuel page 194 (Acquis antérieurs) :

- Qu'avez-vous vu en physique ? Son = fréquence de vibrations ; fondamentales et harmoniques, hauteur de son et fréquence.
- Avez-vous fait de la musique en cours de physique ? Oui, non. Que faut-il pour faire de la musique ? Mélodie, **harmonie des sons**, ressentis. **SVT** =étude de l'harmonie des sons (écriture des **partitions** par un musicien) et **ressenti** cérébral.

PWP 3 – Ecoute de « la quinte juste » (série Kaamelott)

Intervalles cités = Unisson, Quinte, Tierce (diminuée, augmentée), Sixte

Impact sociétal, religieux – Seuls les intervalles justes sont acceptés (sinon, accords païens, voire diaboliques)

PWP 3 suite – Ecoute des intervalles sur le piano numérique (tierce do-mi, quinte do-sol, triton do-fa# - accord du diable, octave)

Un intervalle entre deux notes s'exprime en tons et $\frac{1}{2}$ tons – Par exemple, une tierce = 2 tons (majeure) ou 1 ton $\frac{1}{2}$ (mineure) ; une quinte = 3 tons et un $\frac{1}{2}$

Deux sons correspondant à une **même note**, à deux **hauteurs différentes** forment un **intervalle** appelé **octave** (féminin).

Notion construite : **Deux sons** émis **simultanément** donnant une **sonorité harmonieuse** sont dits **consonants** (quinte = consonance parfaite, tierce = consonance imparfaite). Les autres sont **dissonants**, sensation **désagréable** (triton – intervalle du diable = quarte augmentée)

Quinte = consonance parfaite – **Tierce** consonance imparfaite – **triton** dissonant.

Intervalle	Seconde		Tierce		Quarte		Quinte		Sixte		Septième	
	min	Maj	min	Maj	Juste	Aug-mentée	Dimi-nuée	Juste	min	Maj	min	Maj
Nombre de tons et $\frac{1}{2}$ tons	$\frac{1}{2}$	1	1 +	2	2 +	3	3	3 +	4	4 +	5	5 +
			$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$

PWP 4 – Sur le piano numérique - gammes majeure et mineure + pentatonique + manuel page 194

- Rappel théorique sur clavier du piano : octaves, 12 notes avec altérations.
Ecoute - Ressentis, impressions selon les écoutes ?
- Rappel sur nomenclature des notes (C et Do) – Exemples Do_3 et Do_4
- **Partitions gamme Do majeure et mineure** - deux différences de $\frac{1}{2}$ ton seulement, et **pentatonique** (5 notes)

Notion construite : Une **gamme** est une **suite** finie de **notes** réparties sur une **octave**. Elles peuvent avoir un nombre variable de notes (gamme pentatonique)

Quelle est l'origine de l'harmonie des sons ?

I. Un intervalle de référence – l'octave :

PWP 5 et 6

Activité 1 : Calcul de fréquences séparant deux notes à l'octave (AUDACITY).

10 à 15 mn - trois groupes (do, fa et la) – écouter (hauteur de son), **afficher spectre** et donner fréquence fondamentale (pic le plus haut).

Notion construite : En **musique**, deux sons dont les **fréquences sont dans un rapport $\frac{1}{2}$** correspondent à une **même note** à **deux hauteurs** différentes.

PWP 7 à 9

Activité 2 : Etudes d'intervalles (gamme de Do majeur)

- **Affichage** des spectres, **mesure** des fréquences de Do, Mi, Fa# et sol
- **Calcul** des rapports de fréquences pour chaque intervalle – Tierce, Triton et Quinte.
- **Constats :** Fraction simple (nombre décimal) pour la quinte – Intervalle juste avec consonance. Résultats différents pour tierce et triton

PWP 10 – Bilan

Notion construite : En **musique**, un **intervalle** entre deux sons est défini par le **rapport de leurs fréquences fondamentales** (*fréquence note haute / fréquence note basse*). Selon la valeur de ce rapport, les intervalles seront plus ou moins **justes** (notes plus ou moins **consonantes**). Ainsi, la **quinte** est un intervalle juste, entre deux fréquences de **rapport $\frac{3}{2}$ (= 1,5=)**

Retour sur le titre de chapitre : un art ... De faire entendre des nombres.

Comment se construit une gamme ?

II. L'histoire des gammes, de Pythagore à Bach :

Activité 3 : Construction des gammes de Pythagore – TP2 (Vidéo Donald Pythagore ; Cordes de guitare ; construction des cycles de quintes avec jeu de cartes)

PWP 11 et 12 - Correction Quizz

On observe des rapports simples de nombres entre les différentes longueurs de corde et les poids de forgeron.

On observe qu'une corde raccourcie de moitié produit un son identique à celui de la corde entière, mais à une octave supérieure. Les rapports simples entre les longueurs donnent des sons consonants.

PWP 13 et 14 :

Notion : Les observations de **Pythagore** (masses des marteaux) et ses expériences (monocorde) lui ont permis d'établir sa théorie de l'harmonie des sphères : **tout ce qui existe est nombre**, y compris les intervalles musicaux. Les **intervalles consonants** (octave, quinte, quarte) correspondent à des **fractions simples des 4 premiers nombres entiers** (2/1, 3/2, 4/3)

PWP 14 : À partir de cette époque, **l'éducation mathématique comporte** dès lors quatre sous-disciplines : l'arithmétique, la géométrie, **la musique** et l'astronomie. Cette idée **s'imposera** dans les ouvrages musicaux **jusqu'au Moyen Âge** et la Renaissance.

Anecdote : Cette relation entre arithmétique et musique est tellement importante, que les pythagoriciens pensaient que l'univers est régi par des rapports numériques harmonieux, et que les distances entre les planètes (représentation géocentrique) correspondent à des intervalles musicaux (théorie de L'harmonie des sphères ou Musique des Sphères)

PWP 15 à 18 : Vers les gammes à 5, 7 ou 12 notes

Notion : La **gamme de Pythagore** se construit par **cycles de quintes successifs**, considérées comme **l'intervalle** le plus consonnant, **de rapport 3/2**. Les **fréquences des notes obtenues** s'expriment toutes en fonction d'un **rapport entre une puissance de trois et une puissance de 2**. $f = 3^n/2^p \times f_0$, où n et p sont des entiers naturels.

PWP 16 – Principe du cycle de quinte

Un **cycle de quinte** consiste à multiplier par 3/2 et diviser par 2 pour que les **rapports de fréquences obtenus restent dans l'octave**. Un demi-cycle consiste en une simple multiplication par 3/2.

PWP 19 à 21 – Nombre de cycles de quintes nécessaires pour créer une gamme ?

- **Que constate-t-on sur l'ordre des fréquences de notes construites ?** *Les notes construites ne sont pas dans l'ordre numérique*. On peut les remettre dans l'ordre selon une figure géométrique, inscrite dans un cercle.
- **Pourquoi** des gammes de cinq, sept ou douze notes sont-elles envisageables mathématiquement ? *Car 1.89 : 2.03 et 1.06 sont proches de 2.*
- **Gammes et histoire musicale**
 - **Gamme pentatonique universelle**
 - **Gamme à 7 notes (diatoniques) à tendance médiévale**
 - **Gamme à 12 notes – période classique et baroque**

Bilan - Bouclage du cycle - Pourquoi Pythagore s'est-il arrêté à 12 notes ? *Car 2.03 est proche de 2.*

Notion : On **arrête** de progresser dans les quintes, quand la **note obtenue** a une **fréquence** proche du **double de celle de la note initiale**. On se trouve alors à la **fin de l'octave**.

Les **gammes naturelles**, construites par des **calculs de rapports de fréquences**, peuvent comporter 5, 7 ou 12 notes. C'est fonction des cultures, philosophie, sociétés, ...

PWP 22 à 25 - Bilan

1) Gammes infinies

Rappel : Le rapport de fréquences est de $3^n/2^p$

Or, 3 n'étant pas divisible par 2, **l'équation $3^n/2^p = 2$ n'a pas de solution**, il n'est donc possible d'atteindre exactement l'octave supérieure par calcul. **Les cycles de quintes sont infinis**, le **nombre de notes** et la **fin de l'octave se fait par un choix musical**.

2) Quinte du loup

La gamme de 12 notes s'arrête à une fréquence légèrement supérieure de celle du Do de l'octave. Les musiciens de l'époque ne voulaient pas jouer une note « hors octave » et diminuaient légèrement l'intervalle, ce qui donnait une sensation dissonante, appelée **quinte du loup**.

PWP 26 – Transition

Deux inconvénients aux gammes naturelles – une quinte finale non juste et une difficulté de transposition (intervalles non réguliers)

Comment se construit une gamme tempérée ?

Comment aide-t-elle la transposition ?

III. Gammes naturelles et gammes tempérées :

Activité 4 : La construction des gammes tempérées – TP 4 (ou cours)

Le **principe** est de découper l'**octave** en **intervalles égaux** appelés **demi-tons**. Le choix est fait sur une **gamme tempérée de 12 notes**, la plus connue et utilisée, qui permet des mélodies plus variées que celles à 5 ou 7 notes.

Document 2 – Séance 3 – Elèves placés en groupes de quatre.

- **Découper** l'octave en 12 intervalles égaux – appelés $\frac{1}{2}$ tons – de valeur **d**
- Il faut **trouver** la valeur de **d**, les mathématiques vont nous aider.
- Mathématiquement, **quelle est la valeur d'un intervalle**, relation exprimée avec f_1 , f_2 (par exemple) et **d** ? $d = f_2/f_1$
- Comme les intervalles sont égaux, **quelle relation mathématique** existe-t-il entre eux ?
 $f_2/f_1 = f_3/f_2 = f_4/f_3 = \dots = f_{12}/f_{11} = d$

Or, comme il s'agit d'une octave, je sais que $f_{12} = 2f_0$

- **En utilisant** les connaissances sur le **produit de fractions**, **exprimer la relation** entre f_{12}/f_0 , **d** et le nombre 2.

$$\begin{aligned} f_{12}/f_0 &= (f_{12}/f_{11}) \times (f_{11}/f_{10}) \times (f_{10}/f_9) \times \dots \times (f_1/f_0) = 2 \\ f_{12}/f_0 &= d \times d \times d \times \dots \times d = d^{12} = 2 \end{aligned}$$

PWP 27 à 29 – Introduction de la racine $n^{\text{ième}}$

- **Rappel** de collège sur la racine carrée
- **Transposition** sur racine $n^{\text{ième}}$, solution de r^n
- **Application** avec la calculatrice. On trouve un **nombre irrationnel** (nombre qui ne peut être mis sous la forme d'un rapport entre deux nombres entiers (ex. le nombre π)).

Notion : La connaissance des **nombre irrationnels** permet de **construire** des **gammes à intervalles réguliers**. La plus connue est la **gamme tempérée à 12 notes**.

(On appelle « tempérament » une gamme obtenue en modifiant légèrement les intervalles naturels. Le modèle qui s'impose dès le 17^{ème} siècle est le tempérament égal).

PWP 30 à 33 – Comparaison entre les deux types de gammes

- 1) **Calcul** des fréquences par relation mathématique (entraînement E3C)
- 2) **Calcul** du rapport de fréquences pour une quinte dans les deux gammes

Notion : Le calcul des **fréquences pour les gammes naturelles et tempérées** montre que celles-ci sont dans des **valeurs équivalentes**. Mais les **écarts d'intervalles entre deux notes successives sont inégaux** pour la gamme **naturelle**.

Le calcul des **rapports de fréquences** montre que la **gamme naturelle sonne un peu plus juste** que la gamme tempérée (rapport de quinte = 1.5).

PWP 34 à 37 – Transposition en gamme tempérée

- 1) Entraînement sur transposition
- 2) Recherche des notes obtenues et des écarts

Notion : Les **intervalles de la gamme tempérée sont égaux**, ce qui permet la **transposition** (= changement de tonalité) pour des instruments ou des voix différents. La gamme tempérée permet la musique d'ensemble.

BILAN du chapitre :

- 1) **Définition** d'une gamme, octave
- 2) **Deux types principaux de gammes** avec chacune leurs avantages et inconvénients
 - Naturelle : plus juste mais intervalles inégaux
 - Tempérée : intervalles égaux mais moins juste.
- 3) **Connaissances mathématiques** sont à la base des constructions de gammes :
 - Fractions et puissance – nombres décimaux et rationnels
 - Nombres irrationnels

Ouverture sur les mathématiques :

Au fil de l'histoire, les mathématiciens ont progressivement pris conscience qu'il existait une infinité de nombres, de natures très diverses. Ils se sont aperçus qu'il était possible de ranger en grandes familles, les nombres ayant des propriétés identiques.

Ce classement fut l'œuvre de trois mathématiciens du 19^{ème} siècle et du début 20^{ème} : DEDEKIND, CANTOR et PEANO