



**HAL**  
open science

## Effets magnéto-optiques du vide.

Rémy Battesti

► **To cite this version:**

Rémy Battesti. Effets magnéto-optiques du vide.. Physique [physics]. Université Toulouse 3 – Paul Sabatier, 2015. tel-03183756

**HAL Id: tel-03183756**

**<https://hal.science/tel-03183756>**

Submitted on 28 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Toulouse III - Paul Sabatier

# Mémoire d'habilitation à diriger les recherches

présenté par

Rémy Battesti

Sujet :

Effets magnéto-optiques du vide.

Habilitation soutenue le 10 décembre 2015 devant le jury composé de :

- Pierre Labastie, professeur des universités, président du jury
- Arnaud Landragin, directeur de recherche, rapporteur du jury
- Christophe Salomon, directeur de recherche, rapporteur du jury
- Christoph Wesbrook, directeur d recherche, rapporteur du jury
- Carlo Rizzo, professeur des universités



**LABORATOIRE NATIONAL DES CHAMPS MAGNETIQUES INTENSES -  
TOULOUSE**



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Propriétés électriques et magnétiques du vide quantique</b>	<b>7</b>
2.1	Introduction . . . . .	7
2.2	Non linéarité du vide . . . . .	8
2.3	Lagrangien effectif de l'interaction photon-photon . . . . .	11
2.4	Phénoménologie des effets non linéaires dans le vide . . . . .	16
2.4.1	Interaction à trois ondes . . . . .	16
2.4.2	Biréfringences linéaires . . . . .	17
2.5	Conclusion . . . . .	24
<b>3</b>	<b>L'effet Cotton-Mouton Inverse</b>	<b>25</b>
3.0.1	Description de l'expérience . . . . .	25
3.0.2	Premiers résultats . . . . .	27
3.0.3	Réalisation d'un prototype de mesure . . . . .	29
<b>4</b>	<b>A la recherche des axions</b>	<b>33</b>
4.1	Problème CP fort ou strong CP problem . . . . .	33
4.1.1	L'expérience du LULI . . . . .	36
4.1.2	L'expérience de l'ESRF . . . . .	39
<b>5</b>	<b>La biréfringence magnétique du vide</b>	<b>45</b>
5.1	Bref historique . . . . .	45
5.2	L'expérience toulousaine . . . . .	47
5.3	Dispositif expérimental . . . . .	48
5.3.1	Le champ magnétique pulsé . . . . .	48
5.3.2	La cavité Fabry Perot . . . . .	55
5.4	Les mesures de biréfringences . . . . .	58



5.4.1	Principe de l'analyse des données . . . . .	59
5.4.2	Résultats . . . . .	63
5.4.3	Conclusion et perspectives . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>73</b>
	<b>Annexes</b>	<b>83</b>
	<b>Annexe A : Bloch oscillations of ultracold atoms : a tool for a metrological determination of <math>h/M_{Rb}</math></b>	<b>85</b>
	<b>Annexe B : Magnetic and electric properties</b>	<b>91</b>
	<b>Annexe C : Observation of the inverse Cotton-Mouton effect</b>	<b>117</b>
	<b>Annexe D : "No light shining through a wall" : Results from a photoregeneration experiment</b>	<b>125</b>
	<b>Annexe E : Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays</b>	<b>131</b>
	<b>Annexe F : Faraday and Cotton- Mouton effects in helium at <math>\lambda = 1064</math> nm</b>	<b>137</b>
	<b>Annexe G : Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment</b>	<b>151</b>

# Chapitre 1

## Introduction

Mon parcours scientifique s'articule autour du développement d'expériences de métrologie en rapport avec l'électrodynamique quantique. J'ai débuté ce parcours dans l'équipe de François Biraben lors de mon stage de DEA. J'ai alors eu l'opportunité de travailler sur l'expérience de mesure de la transition 1S-3S dans l'atome d'hydrogène qui permet de déterminer le déplacement de Lamb du niveau fondamental de cet atome modèle ainsi que la constante de Rydberg [1]. J'ai découvert, lors de ce stage fondateur, l'attrait que je pouvais avoir pour l'expérimentation en métrologie pour la physique fondamentale. Il était déjà clair pour moi que j'aurais du mal à travailler par la suite sur un autre type d'expériences.

J'ai poursuivi au sein de la même équipe par une thèse intitulée "Accélération d'atomes ultrafroids ; mesure de  $h/M$ " dont l'objectif était de mesurer la constante de structure fine  $\alpha$  de manière directe, sans passer par des calculs d'électrodynamiques quantiques comme dans la mesure de  $\alpha$  à l'aide de la mesure de l'anomalie de l'électron [2]. A l'époque, l'objectif affiché était une mesure de  $\alpha$  avec une incertitude relative meilleure que  $10^{-7}$ . En effet la dispersion des différentes mesures de  $\alpha$  était relativement importante (de l'ordre de  $2,4 \times 10^{-7}$ ), il était intéressant de proposer une nouvelle mesure indépendante avec une précision supérieure.

La constante de structure fine peut s'écrire :

$$\alpha^2 = 2R_\infty \times (M_A/m_p) \times (m_p/m_e) \times (h/M_A)$$

où  $R_\infty$  est la constante de Rydberg,  $m_p$  la masse du proton,  $m_e$  la masse de l'électron,  $h$  la constante de Planck et  $M_A$  la masse de l'atome. Dans cette expression  $R_\infty$  et les rapports  $M_A/m_p$  et  $m_p/m_e$  sont connus avec de très faibles incertitudes. Ainsi, une mesure de  $h/M_A$  avec une incertitude de  $6 \times 10^{-8}$  permettrait de déterminer  $\alpha$  avec une incertitude de  $3 \times 10^{-8}$ .

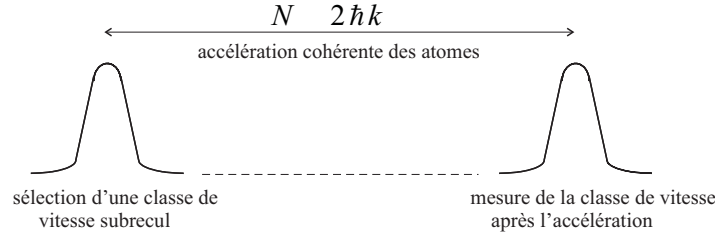


FIGURE 1.1 – Principe de mesure de la vitesse de recul. Nous sélectionnons une classe de vitesse subrecul parmi le nuage d’atomes froids initial puis, nous accélérons cette classe de vitesse en lui transférant la quantité de mouvement  $N \times 2\hbar k$  à l’aide de  $N$  cycles absorption-émission stimulée et enfin nous mesurons la vitesse finale. Nous mesurons ainsi la quantité  $\hbar k/M_A$  qui désigne la vitesse de recul de l’atome.

Pour déterminer le rapport  $h/M_A$ , l’idée est de mesurer la vitesse de recul  $v_r$  qu’acquiert un atome lors de l’absorption ou de l’émission d’un photon. En effet, lorsqu’un atome au repos absorbe ou émet un photon de manière stimulée, il subit un effet de recul qui modifie sa quantité de mouvement selon la relation  $M_A v_r = h\nu/c$ , où  $\nu$  désigne la fréquence du photon. Le but de l’expérience est donc de mesurer la vitesse de recul  $v_r$  et la fréquence  $\nu$  pour remonter au rapport  $h/M_A$ .

Le principe de mesure de la vitesse de recul est relativement simple. A partir d’un nuage d’atomes froids, nous sélectionnons une classe de vitesse subrecul à l’aide d’une transition Raman<sup>1</sup>. Ensuite, nous accélérons les atomes de manière cohérente en leur transférant la quantité de mouvement  $2N\hbar k$  à l’aide de cycles absorption-émission stimulée (ceci est l’analogie des oscillations de Bloch en physique du solide). Enfin, nous mesurons la vitesse finale des atomes par une nouvelle transition Raman. La connaissance des vitesses finale et initiale nous permet de remonter à la quantité de mouvement transférée et donc à la vitesse de recul de l’atome, et ce d’autant plus précisément que le nombre  $N$  de cycles d’absorption-émission stimulée est grand (Fig.1.1).

L’expérience est réalisée avec du rubidium 87, et nous avons tout d’abord réalisé l’accélération d’atomes en configuration horizontale.

Dans cette géométrie, l’accélération cohérente est réalisée par une onde "stationnaire" composée de deux faisceaux contrapropageants, de fréquence  $\nu$ , notés 1 et 2. L’atome

1. il s’agit d’une transition à deux photons entre deux états fondamentaux de l’atome. Si les deux faisceaux lasers sont contrapropageants, la transition n’est résonante que pour une seule classe de vitesse; ces transitions permettent de sélectionner ou de mesurer très précisément les distributions de vitesses atomiques.

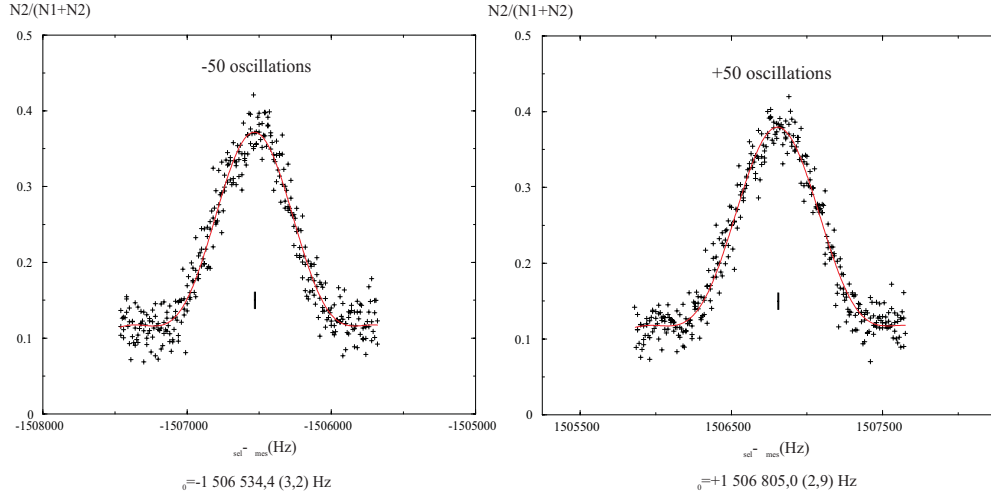


FIGURE 1.2 – Résultats d'un enregistrement. Les spectres de la distribution de vitesse sont centrés en  $+100v_r$  et  $-100v_r$ . La valeur de  $\delta\nu_r$  (décalage Doppler vu par un atome dont la vitesse change de  $v_r$ ) déduite de cet enregistrement est de 15 066,690 (23) Hz.

au repos peut alors absorber un photon de l'onde 1 et le réémettre de manière stimulée dans l'onde 2. Son énergie interne ne varie pas, mais sa quantité de mouvement se décale de  $2\hbar k$ . Pour rester en résonance avec l'atome, il suffit alors de décaler linéairement la fréquence d'un des lasers en gardant la seconde fixe. On transfère alors de la quantité de mouvement à l'atome de manière cohérente.

L'inconvénient de la géométrie horizontale est que le transfert maximal d'impulsion, donc la précision de la mesure, est limité par la gravité car les atomes finissent par sortir des faisceaux lasers. L'idée est alors d'utiliser la gravité. Pour cela on place l'atome initialement au repos dans une onde stationnaire verticale. Sous l'action de la pesanteur, celui-ci accélère jusqu'à atteindre une quantité de mouvement  $-\hbar k$ . Il absorbe un photon de l'onde montante puis réémet de manière stimulée un photon dans l'onde descendante. Sa quantité de mouvement est alors  $+\hbar k$ . On observe donc une oscillation de l'atome et le cycle peut recommencer indéfiniment.

Finalement, nous avons observé jusqu'à 70 oscillations de Bloch, soit un transfert de  $140 v_r$  en 5 ms. La figure (Fig. 1.2) montre un exemple typique d'enregistrement pour l'atome de rubidium 87 correspondant à un transfert de  $\pm 100v_r$ . Nous avons réalisé ensuite une cinquantaine de mesures. La précision que nous avons obtenue sur  $v_r(^{87}\text{Rb})$ , donc

sur  $h/M_{87Rb}$ , est de  $3,5 \times 10^{-7}$  [3]<sup>2</sup>. Ceci a constitué un premier résultat extrêmement encourageant. Par la suite, l'expérience fut poursuivie par Pierre Cladé. Aujourd'hui, la valeur de  $\alpha$  déduite de cette mesure vaut [4] :

$$\alpha^{-1} = 137,035999037(091)$$

soit une incertitude relative de  $u_r = 6,6 \times 10^{-10}$  !

Ensuite, j'ai poursuivi dans l'équipe de L. Hilico à l'université d'Évry-Val-d'Essonne. Le projet de cette équipe est de mesurer la fréquence absolue de la transition à deux photons  $J = 0, v = 0 \rightarrow J = 0, v = 1$  de l'ion moléculaire  $H_2^+$ . La détermination de la fréquence de cette transition avec une incertitude relative de l'ordre de  $10^{-9}$  permettrait de déduire le rapport des masses du proton et de l'électron ( $m_p/m_e$ ) avec une incertitude relative du même ordre de grandeur [5].

Enfin, je fus recruté en 2004 à l'Université Paul Sabatier au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses pour monter une expérience de mesure de la biréfringence magnétique du vide (BMV). Ce projet ambitieux est un test de l'électrodynamique quantique concernant l'interaction entre le photon et le vide, thème introduit à Toulouse par C. Rizzo.

La suite de ce manuscrit va détailler mon parcours de recherche qui tourne autour de cette mesure de la biréfringence magnétique du vide. Toutefois, nous le verrons, les mesures de physique fondamentale nous portent quelque fois vers d'autres à côtés que je détaillerai également.

Dans un premier temps, je décrirai les propriétés électriques et magnétiques attendues dans le vide afin de nous familiariser avec ces notions peu courantes. Ensuite, je décrirai une expérience connexe à BMV qui vise à mesurer l'effet Cotton-Mouton inverse dans un milieu solide, puis je décrirai les expériences que j'ai mené avec notre équipe sur la recherche de particules hors modèle standard (les axions) grâce au savoir faire acquis sur l'expérience BMV. Enfin je m'attèlerai à décrire l'expérience BMV et les premiers résultats obtenus dans le vide avant de conclure par les perspectives de ma recherche pour les années à venir.

---

2. L'article est en Annexe A

# Chapitre 2

## Propriétés électriques et magnétiques du vide quantique

### 2.1 Introduction

Le vide est une notion abstraite qui occupe les esprits depuis des temps très anciens. Aristote s'en préoccupait déjà puisqu'on peut lire dans son ouvrage "Physique" [6] ses questionnements sur la définition du vide qu'il décrivait "s'il existe", "comme un espace privé de matière". Pour notre part, nous nous intéressons aux propriétés électromagnétiques du vide et nous prendrons comme définition du vide une région de l'espace dans laquelle une onde plane monochromatique se déplace à la vitesse  $c$  (avec  $c=299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$ ).

En électrodynamique classique, les propriétés électromagnétiques du vide sont simplement représentées par deux constantes fondamentales : la permittivité du vide  $\epsilon_0$  et la perméabilité du vide  $\mu_0$ . Ces constantes sont liées à la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  par la relation  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ . Elles décrivent respectivement la proportionnalité entre  $D$  et  $E$  et entre  $B$  et  $H$  dans le vide [7] :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} \tag{2.1}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}, \tag{2.2}$$

avec  $\mathbf{D}$  le vecteur déplacement électrique,  $\mathbf{E}$  le champ électrique,  $\mathbf{B}$  le vecteur induction magnétique et  $\mathbf{H}$  le vecteur champ magnétique.  $\mathbf{B}$  sera aussi appelé champ magnétique dans la suite de ce manuscrit quand il n'y aura pas de risque de confusion. A contrario, lorsque la lumière se propage à une vitesse différente de  $c$ , nous dirons qu'elle se propage

dans un milieu matériel défini par son indice de réfraction  $n$  tel que

$$n = \frac{c}{v}, \quad (2.3)$$

où  $v$  désigne la vitesse de l'onde lumineuse dans le milieu matériel. On introduit alors les constantes  $\epsilon$  et  $\mu$  qui caractérisent le milieu lui-même :  $\mathbf{D} = [\epsilon]\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H} = [\mu]\mathbf{B}$ . Dans un milieu différent du vide, la vitesse de la lumière est inférieure à  $c$  d'un facteur  $n$ , l'indice de réfraction définit suivant la relation  $n = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ .

Pour résumer notre propos, le vide est un milieu dans lequel, en électrodynamique classique, on associe un indice de réfraction  $n$  exactement égal à 1 et par conséquent, dans le vide,  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1$  et  $\frac{\mu}{\mu_0} = 1$ .

Depuis le milieu du XIXème siècle et les expériences de Faraday [8], nous savons que la présence de champs électriques ou magnétiques induit une réponse du milieu dans lequel se propage la lumière. Cela signifie donc que  $\epsilon$  et  $\mu$  ne sont pas des constantes mais des fonctions des champs extérieurs. En 1961, l'expérience de génération de seconde harmonique de Franken *et al* [9] ouvre la voie de l'optique non-linéaire : la présence de champs électromagnétiques extérieurs modifie les propriétés optiques du milieu de propagation. Basiquement, tous les milieux sont non linéaires, et  $\epsilon$  et  $\mu$  peuvent être écrit comme  $\epsilon(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  et  $\mu(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ , où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  désignent le champ électromagnétique total, tant celui appliqué (extérieur) que celui associé avec l'onde électromagnétique se propageant dans le milieu.

## 2.2 Non linéarité du vide

A l'instar de ce qui se passe dans les milieux non linéaires traditionnels [10], nous allons voir que le vide se comporte sensiblement de la même manière lorsque des champs électromagnétiques lui sont appliqués.

Traditionnellement, nous décrivons les milieux non linéaires à travers la polarisation  $\mathbf{P}$  et la magnétisation  $\mathbf{M}$  induites en réponse à une excitation lumineuse et en présence de champs extérieurs. Cette réponse dépendant du champ électromagnétique global, cette réponse est donc non linéaire.

Pour décrire cette interaction, nous utilisons les relations entre  $\mathbf{P}$  et  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ ,  $\mathbf{M}$  et  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  ainsi que les équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Les relations constitutives ci-dessus sont obtenues à partir du lagrangien effectif  $L$  représentant l'interaction des champs électromagnétiques dans le vide [13] :

$$\mathbf{D} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{E}}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{\partial L}{\partial \mathbf{B}}, \quad (2.7)$$

La question est donc de déterminer ce lagrangien effectif. Ce travail ardu a été effectué par les pères de la mécanique quantique au début du XXème siècle puis a été repris dans un cadre plus général dans les années 50 ( [11], [12]). Son calcul exact sort du cadre de ce manuscrit mais nous pouvons toutefois obtenir de nombreuses informations sur les effets macroscopiques attendus dans le vide à l'aide de simples considérations d'invariances et de symétries.

En effet, le lagrangien d'interaction doit être un invariant relativiste et par conséquent on peut l'exprimer à l'aide d'une combinaison linéaire des deux seuls invariants relativistes possibles  $F$  et  $G$  [13] :

$$F = \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right), \quad (2.8)$$

$$G = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (2.9)$$

Nous pouvons écrire le lagrangien sous la forme générale :

$$L = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} F^i G^j, \quad (2.10)$$

où les coefficients  $c_{ij}$  seront à déterminer.

À l'ordre le plus bas, on doit retrouver le lagrangien classique  $L_0 = \frac{1}{2}F$ , donc nous pouvons en déduire que  $c_{0,0} = 0$ ,  $c_{1,0} = \frac{1}{2}$ , et  $c_{0,1} = 0$ .



Puis, en utilisant les relations 2.6 et 2.7, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( iF^{(i-1)} G^j \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} + jG^{(j-1)} F^i \frac{\partial G}{\partial \mathbf{E}} \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( 2\epsilon_0 iF^{(i-1)} G^j \mathbf{E} + j\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} G^{(j-1)} F^i \mathbf{B} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} -c_{i,j} \left( iF^{(i-1)} G^j \frac{\partial F}{\partial \mathbf{B}} + jG^{(j-1)} F^i \frac{\partial G}{\partial \mathbf{B}} \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( 2iF^{(i-1)} G^j \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - j\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} G^{(j-1)} F^i \mathbf{E} \right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

qui donne à l'ordre le plus bas :

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= 2\epsilon_0 c_{1,0} \mathbf{E} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,1} \mathbf{B} + 2\epsilon_0 c_{1,1} G \mathbf{E} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{1,1} F \mathbf{B} + 4\epsilon_0 c_{2,0} F \mathbf{E} \\ &\quad + 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,2} G \mathbf{B}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= 2c_{1,0} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,1} \mathbf{E} + 2c_{1,1} G \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{1,1} F \mathbf{E} + 4c_{2,0} F \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \\ &\quad - 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,2} G \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Nous retrouvons les équations classiques  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$  et  $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$  en imposant  $c_{1,0} = 1/2$  et  $c_{0,1} = 0$ . Nous voyons donc sur les expressions 2.13 et 2.14 que le champ électromagnétique est modifié avec la présence de champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ . L'écart avec les équations de Maxwell linéaires apparaît comme une polarisation et une magnétisation du vide qui se comporte alors comme un milieu optique non linéaire en présence de champs électromagnétiques extérieurs. Toutefois, remarquons que le lagrangien est une somme de termes contenant des puissances de  $F$  et  $G$ . Il ne peut donc pas contenir de termes contenant un produit de puissances impaires de champs électromagnétiques (voir équation 2.10). Nous en déduisons que tous les effets non linéaires présents classiquement ne sont pas possibles dans le vide. Seuls les effets impliquant un nombre pair de champs existent. La forme du lagrangien montre également que les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  jouent un rôle équivalent dans les effets non linéaires du vide.

Enfin, nous pouvons calculer la forme de la densité d'énergie  $U$  [13] :

$$\begin{aligned} U &= \mathbf{E} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{E}} - L \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( 2\epsilon_0 i F^{(i-1)} G^j E^2 + (j-1) F^i G^j \right), \end{aligned} \quad (2.15)$$

dont le terme ( $i = 1, j = 0$ ), nous donne bien la densité d'énergie classique  $U_0$  avec  $c_{0,0} = 0$ ,  $c_{1,0} = \frac{1}{2}$  and  $c_{0,1} = 0$  :

$$U_0 = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right). \quad (2.16)$$

Ce développement de la densité d'énergie électromagnétique est comparable à celui donné par Buckingham [14] dans le cas de molécules en présence de champs électromagnétiques extérieurs. En effet, il exprime la densité d'énergie de molécules sous l'effet de champs électromagnétiques en un développement en puissances de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  :

$$\begin{aligned} U(\tau, \mathbf{E}, \mathbf{H}) &= U_0 - \mu_\alpha E_\alpha - \frac{1}{2} \alpha_{\alpha\beta} E_\alpha E_\beta - \frac{1}{2} \chi_{\alpha\beta} H_\alpha H_\beta - \xi_{\alpha\beta\gamma} E_\alpha H_\beta H_\gamma \\ &\quad - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta\gamma\delta} E_\alpha E_\beta H_\gamma H_\delta + \mathcal{O}(E^3, H^3), \dots \end{aligned} \quad (2.17)$$

où  $\mu_\alpha$  est la composante du moment dipolaire électrique,  $\alpha_{\alpha\beta}$  et  $\chi_{\alpha\beta}$  sont les éléments du tenseur polarisabilité électrique et susceptibilité magnétique statiques et  $\xi_{\alpha\beta\gamma}$ ,  $\eta_{\alpha\beta\gamma\delta}$  sont les éléments du premier et du second tenseur d'hypersusceptibilité et  $\tau$  représente l'ensemble des paramètres de configuration (orientation et position).

On retrouve une correspondance directe entre les différents termes (excepté ceux concernant un nombre impair de champs bien sûr), ce qui montre bien encore une fois que le vide se comporte comme un milieu non linéaire traditionnel.

Dans le cas du vide, l'obtention des différents coefficient  $c_{i,j}$  se fait dans le cadre général de l'électrodynamique quantique.

## 2.3 Lagrangien effectif de l'interaction photon-photon

Les premiers travaux autour de ce lagrangien utilisent l'image du vide de Dirac qui décrit le vide un ensemble d'électrons d'énergie négative et de positrons d'énergie positive (qu'il appelle lacunes) : "*Admettons que dans l'Univers tel que nous le connaissons, les états d'énergie négative soient presque tous occupés par des électrons, et que la distribution ainsi obtenue ne soit pas accessible à notre observation à cause de son uniformité dans*

*toute l'étendue de l'espace. Dans ces conditions, tout état d'énergie négative non occupé représentant une rupture de cette uniformité, doit se révéler à l'observation comme une sorte de lacune. Il est possible d'admettre que ces lacunes constituent les positrons[...]Un électron ordinaire d'énergie positive ne peut pas sauter dans l'un des états occupés d'énergie négative, en raison du principe de Pauli ; il peut, au contraire, sauter dans une lacune pour la combler. Ainsi un électron et un positron peuvent se détruire réciproquement. ."* [15]

Les calculs de Oppenheimer sur la variation de l'absorption des rayons gamma due aux paires électrons/positrons [16] ont donné un fort élan à la théorie de Dirac. Les physiciens restent prudents et ils comprennent que l'étude de ces paires va être une étape importante. Breit et Wheeler étudient la production de paires électrons/positrons issues de collisions entre deux quanta de lumières (deux photons) mais la preuve expérimentale de ces paires électrons/positrons semble encore bien loin : "*It is also hopeless to try to observe the pair formation in laboratory experiments with two beams of x-rays or  $\gamma$ -rays meeting each other on account of the smallness of  $\sigma$  and the insufficiently large available densities of quanta*" [21].<sup>1</sup>

Dès lors il est acquis dans les esprits que des paires électrons/positrons peuvent être créées et que le vide peut ainsi être "polarisé" :

*"The fact that matter can transform into radiation and radiation can transform into matter leads to some fundamental new trends in quantum electrodynamics. One of the most important consequences of this transformation is the fact that the Maxwell equations must be replaced with more complicated equations, even for events in empty space. In particular, it is not generally possible to separate events in empty space from events in matter since fields can create matter when their energy reaches a certain value ; on the other hand, when the energy for the creation of matter is not attained, a sort of "vacuum polarization", and with it, a discrepancy from Maxwell's equation, will result from its virtual possibility. This vacuum polarization, which shall be studied in what follow, will be given the usual expression as a difference between vectors  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{E}$ , on the one hand, and  $\mathcal{D}$ ,  $\mathcal{H}$ , on the other"* [19]

C'est donc dans ce contexte que Heisenberg et Euler établissent en 1936 un lagrangien appelé lagrangien de Heisenberg-Euler, qui généralise celui de Euler et Köchel [18], et qui décrit l'interaction photon/photon et qui va permettre de décrire de nombreux phénomènes non-linéaires possibles dans le vide [19] :

---

1. Aujourd'hui encore ce type d'expérience de collision photon/photon est d'actualité avec l'avènement des lasers très intenses. Toutefois, la seule ayant donné des résultats a été faite au Laboratoire pour l'Utilisation des Laser Intenses avec un résultat à 18 ordre de grandeur de l'effet attendu [22].

$$L_{HE} = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + \alpha \int_0^\infty e^{-\eta} \frac{d\eta}{\eta^3} \quad (2.18)$$

$$\times \left\{ i\eta^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \frac{\cos\left(\frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_0} E_{cr}} \sqrt{C}\right) + \text{conj.}}{\cos\left(\frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_0} E_{cr}} \sqrt{C}\right) - \text{conj.}} + \epsilon_0 E_{cr}^2 + \frac{\eta^2}{3} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \right\},$$

$$\text{with } C = \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + 2i \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}),$$

où  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$  désigne la constante de structure fine,  $e$  la charge élémentaire de l'électron,  $\hbar$  la constante de Planck réduite et  $\eta$  une constante d'intégration.  $E_{cr} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar}$  désigne le champ électrique critique au delà duquel l'énergie électrostatique  $eE_{cr}L$  devient égale à l'énergie de masse de l'électron au repos  $E = m_e c^2$  sur une distance  $L$  égale à la longueur d'onde de Compton réduite  $\lambda = \frac{\lambda_e}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_e c}$  et à partir de laquelle la création de paires électrons/positrons devient réelle.

On définit également un champ magnétique critique  $B_{cr} = \frac{E_{cr}}{c} = \frac{m_e^2 c^2}{e\hbar}$ .  $B_{cr} = 4.4 \times 10^9$  T tel que l'énergie associée à la fréquence cyclotron  $\hbar\omega_c = \frac{\hbar e B_{cr}}{m}$  soit égale à l'énergie au repos  $m_e c^2$ .

Cette expression de  $L_{HE}$  n'est définie que pour des champs variants lentement sur une longueur égale à la longueur d'onde de Compton réduite pendant une durée  $t_e = \frac{\lambda}{c}$  qui correspond à

$$\frac{\hbar}{m_e c} |\nabla E(B)| \ll E(B), \quad (2.19)$$

$$\frac{\hbar}{m_e c^2} \left| \frac{\partial E(B)}{\partial t} \right| \ll E(B). \quad (2.20)$$

Ce lagrangien a également été établi par Weisskopf [20] par une autre méthode la même année.

Nous l'avons vu, le lagrangien  $L_{HE}$  se développe sous la forme (2.10). Or, la théorie de l'électrodynamique quantique est supposée invariante par  $C$ ,  $P$  et  $T$  bien que les invariants relativistes  $F$  et  $G$  se comportent différemment vis à vis des ces transformations. En effet, à l'aide les symétries des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  résumées dans la table (2.3), nous remarquons que  $F$  et  $G$  sont CPT invariants mais alors que  $F$  est  $C$ ,  $P$ , et  $T$  invariant,  $G$  viole  $P$  et  $T$ . De ce fait,  $G$  doit apparaître dans le lagrangien aux puissances paires tandis que  $F$  peut apparaître à n'importe quelle puissance. Nous en déduisons que les coefficients  $c_{i,j}$  avec un indice  $j$  impaire sont nuls (et en particulier  $c_{0,1} = 0$  et  $c_{1,1} = 0$ ).

À l'ordre le plus bas en champs, i.e.  $E \ll E_{cr}$  et  $B \ll B_{cr}$ ,  $L_{HE}$  s'écrit :  $L_{HE} = L_0 + L_{EK}$  où  $L_{EK}$  peut s'écrire suivant  $L_{EK} = c_{2,0}F^2 + c_{0,2}G^2$ . Les valeurs de  $c_{2,0}$  et  $c_{0,2}$  s'écrivent, en suivant les travaux de Euler-Kochel [18] comme :

	C	P	T	CPT
<b>E</b>	-	-	+	+
<b>B</b>	-	+	-	+
<b>F</b>	+	+	+	+
<b>G</b>	+	-	-	+

TABLE 2.1 – Propriétés de symétrie des champs électromagnétiques

$$c_{2,0} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} = \frac{\alpha}{90\pi} \frac{1}{\epsilon_0 E_{cr}^2} = \frac{\alpha}{90\pi} \frac{\mu_0}{B_{cr}^2} \simeq 1.67 \times 10^{-30} \left[ \frac{m^3}{J} \right], \quad (2.21)$$

$$c_{0,2} = 7c_{2,0}, \quad (2.22)$$

et donc

$$L_{EK} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \epsilon_0^2 [(E^2 - c^2 B^2)^2 + 7c^2 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2]. \quad (2.23)$$

Les termes suivants peuvent se calculer suivant [19], [20] and [73].

$$c_{3,0} = \frac{32\pi\alpha^3 \hbar^6}{315m_e^8 c^{10}} = \frac{2\alpha}{315\pi} \frac{1}{\epsilon_0^2 E_{cr}^4} = \frac{2\alpha}{315\pi} \frac{\mu_0^2}{B_{cr}^4} \simeq 6.2 \times 10^{-56} \left[ \frac{m^6}{J^2} \right], \quad (2.24)$$

$$c_{1,2} = \frac{13}{2} c_{3,0}, \quad (2.25)$$

$$c_{4,0} = \frac{3568\pi^2 \alpha^4 \hbar^9}{945m_e^{12} c^{15}} = \frac{223\alpha}{3780\pi} \frac{1}{\epsilon_0^3 E_{cr}^6} = \frac{223\alpha}{3780\pi} \frac{\mu_0^3}{B_{cr}^6} \simeq 4.4 \times 10^{-80} \left[ \frac{m^9}{J^3} \right], \quad (2.26)$$

$$c_{2,2} = \frac{402}{223} c_{4,0}, \quad (2.27)$$

$$c_{0,4} = \frac{304}{223} c_{4,0}. \quad (2.28)$$

Avec le développement de la QED dans les années 40 avec entre autres Tomonaga, Schwinger, Dyson ou Feynman [23], une théorie quantique des champs fut établie et la vision du vide de Dirac est devenue quelque peu obsolète. Du point de vue de la théorie quantique des champs, le vide devient alors l'état fondamental de plus basse énergie du champ quantique. Une confirmation plus moderne du résultat de Euler et Kochel fut

donnée par Karplus et Neuman en 1950 [11] puis par Schwinger en 1951 [12]. Avec cette nouvelle approche, il devient d'usage de représenter les effets à l'aide de diagrammes de Feynman. La figure 2.1 représente par exemple l'ordre le plus bas des effets non-linéaires attendus avec le lagrangien de Heisenberg-Euler. Ce schéma par exemple est une représentation graphique de l'interaction entre un photon lumineux dans le vide, dont la propagation est affectée par l'interaction avec une paire électron/positron ainsi que par la présence de deux photons d'un champ magnétique ou électrique extérieur (représenté par les traits ondulés se finissant par une croix).

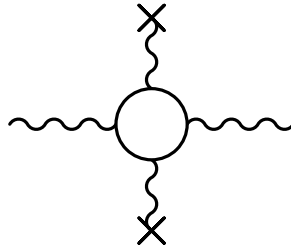


FIGURE 2.1 – Vue schématique représentant le terme non linéaire le plus bas de la propagation d'un photon dans le vide et qui interagit avec deux photons d'un champ magnétique ou électrique externe.

Ensuite, Ritus en 1975 [24] introduisit dans l'expression du lagrangien les corrections radiatives des coefficients  $c_{2,0}$  et  $c_{0,2}$  qui peuvent être représentées par le diagramme de Feynman de la figure 2.2. Le lagrangien de Ritus prend alors la forme suivante :

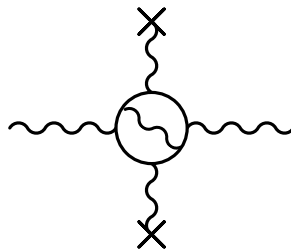


FIGURE 2.2 – Diagramme représentant l'ordre le plus bas pour les corrections radiatives dans le vide.

$$L_R = \frac{\alpha^3 \hbar^3}{81\pi m_e^4 c^5} \left( 16F^2 + \frac{263}{2}G^2 \right), \quad (2.29)$$

qui donne une correction non négligeable de 1.0% sur  $c_{2,0}$  :

$$c_{2,0}^R = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{40\alpha}{9\pi}\right) \quad (2.30)$$

et une correction de 1.2% sur  $c_{0,2}$  :

$$c_{0,2}^R = \frac{14\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{1315\alpha}{252\pi}\right). \quad (2.31)$$

Les corrections de Ritus corrigent les coefficients  $c_{2,0}$  et  $c_{0,2}$  proportionnellement à  $\alpha$  mais elles restent malgré tout plus importantes que les coefficients  $c_{1,2}$  et  $c_{3,0}$  lorsque  $E \ll E_{cr}$  et  $B \ll B_{cr}$ .

Enfin, d'après l'équation 2.15, nous pouvons écrire la densité d'énergie lorsque  $E \ll E_{cr}$  et  $B \ll B_{cr}$  :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) + c_{2,0} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \left( 3\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \\ &+ c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2 + c_{3,0} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right)^2 \left( 5\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \\ &+ c_{1,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2 \left( 3\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right). \end{aligned} \quad (2.32)$$

Puis, suivant les relations (2.5), (2.13) et (2.14), nous obtenons la polarisation et la magnétisation du vide à l'ordre le plus bas en champs qui sont des expressions importantes pour la compréhension des effets sur lesquels j'ai travaillé à Toulouse. :

$$\mathbf{P} = 4c_{2,0}\epsilon_0 \mathbf{E}F + 2c_{0,2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{B}G, \quad (2.33)$$

$$\mathbf{M} = -4c_{2,0} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} F + 2c_{0,2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E}G. \quad (2.34)$$

Ces deux équations nous permettent de prédire les nombreux effets non-linéaires possibles dans le vide comme nous allons le voir dans la partie suivante.

## 2.4 Phénoménologie des effets non linéaires dans le vide

### 2.4.1 Interaction à trois ondes

Nous désignons par ce type de terminologie tout effet impliquant 3 champs électromagnétiques dans l'expression du Lagrangien  $\mathcal{L}_{\mathcal{HE}}$  c'est-à-dire des termes proportionnels à

$E^3$ ,  $E^2B$ ,  $EB^2$  et  $B^3$ . Or comme nous l'avons déjà noté, ces termes n'existent pas dans le vide et par conséquent aucun effet non-linéaire de cette forme n'existe. Par exemple, il n'y a pas d'effet Faraday ou d'effet Pockels dans le vide car cela impliquerait une interaction à 3 photons comme le montre la figure 2.4.1.

Le premier à avoir formulé cela est Furry en 1936 avec un théorème qui porte son nom [25] : "*Theorem : In calculations using plane wave functions as a basis ("Born approximation") for processes in which the appearance of electrons and positrons is transitory only, the odd order contributions vanish identically.*"

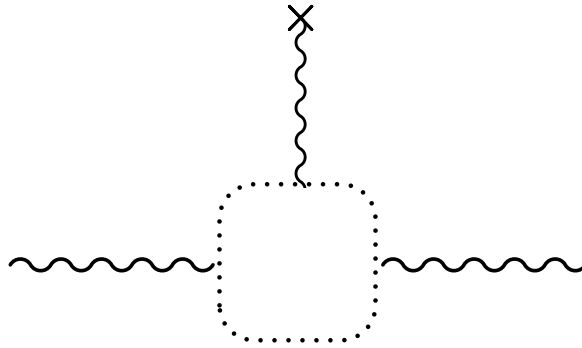


FIGURE 2.3 – Mélange à trois ondes qui décrit l'interaction entre 3 ondes électromagnétiques. Ces effets ne sont pas autorisés dans le vide.

En revanche les interactions à quatre ondes sont autorisées dans le vide comme nous allons le voir dans la partie suivante.

## 2.4.2 Biréfringences linéaires

### Description générale

Les phénomènes mettant en jeu 4 ondes électromagnétiques et qui correspondent aux termes en  $E^4$ ,  $E^2B^2$ , et  $B^4$  dans eq. (2.32) sont placés dans la catégorie des interactions à quatre ondes. Il peut s'agir d'ondes de fréquence nulle ou non, de combinaison de 2 ondes en entrée et de deux ondes en sortie, d'une en entrée ou trois en sortie ou de toute autre combinaison possible. Ces effets sont autorisés dans le vide. De nombreux effets sont alors possibles et nous n'allons pas tous les détailler ici. La revue [26] détaille de manière approfondie les différents phénomènes possibles. Ici, nous allons plus précisément nous intéresser aux effets de biréfringences linéaires dans le vide. Ces biréfringences peuvent être induites par un champ électrique, un champ magnétique ou une combinaison des deux.



Toutes ces biréfringences sont des manifestations d'un mélange à quatre ondes quand deux d'entre elles sont des champs statiques. Ces effets sont du type de ceux que l'on souhaite observer sur notre expérience toulousaine.

D'après les éq. 2.33 et 2.34, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & 4c_{2,0}\epsilon_0(\mathbf{E}_\omega + \mathbf{E}_0) \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} + 2\epsilon_0 \mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{E}_0 - \frac{2\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0}{\mu_0} \right) + \\ & 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{B}_\omega + \mathbf{B}_0) (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_\omega + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & -4c_{2,0} \frac{(\mathbf{B}_\omega + \mathbf{B}_0)}{\mu_0} \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} + 2\epsilon_0 \mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{E}_0 - \frac{2\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0}{\mu_0} \right) + \\ & 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E}_\omega + \mathbf{E}_0) (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_\omega + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \end{aligned} \quad (2.36)$$

où nous avons développé le champ électromagnétique total  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  comme la somme des champs associés aux ondes se propageant à la pulsation  $\omega$  et de ceux associés aux champs statiques en supposant que  $E_\omega \ll E_0$  et  $B_\omega \ll B_0$ .

Dès lors que nous connaissons la polarisation et la magnétisation du milieu, ici le vide, nous avons accès aux tenseurs permittivité et susceptibilité et donc aux indices du milieu en fonction des champs électromagnétiques en présence. On voit alors que suivant les configurations possibles, nous allons avoir des indices différents et donc des biréfringences.

Ce type d'effet est connu depuis 1875 avec la découverte de l'effet Kerr [27] où l'indice de réfraction dépend de la direction de polarisation linéaire de l'onde avec le champ électrique statique appliqué. La différence d'indice  $\Delta n_K$  est alors proportionnelle à  $E_0^2$ ,  $\Delta n_K = k_K E_0^2$ . Plus tard, au début du XXème siècle, Cotton et Mouton développent un puissant électroaimant (aimant "Bellevue", conservé au CNRS à Paris aujourd'hui) pouvant atteindre jusqu'à 7 T en resserrant au maximum les pièces polaires tronconiques et atteignant 5 T en version de travail. Leurs travaux [28] montrent qu'une biréfringence est induite lorsqu'on applique un champ magnétique statique avec  $\Delta n_{CM} = k_{CM} B_0^2$ . L'observation de ces biréfringences magnétiques linéaires était déjà une prouesse expérimentale !

Plus récemment, des biréfringences linéaires ont été observées en combinant des champs électriques et magnétiques dans différentes configurations : lorsque  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}_0$  (biréfringence linéaire de Jones) [29] (fig. 2.4) (les axes principaux de biréfringences sont à  $\pm 45^\circ$  de la direction des champ  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ ) et lorsque  $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{B}_0$  (biréfringence linéaire magnéto-electrique) [30] (fig. 2.5) (les axes principaux de biréfringences sont suivant les directions des champ  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ ).

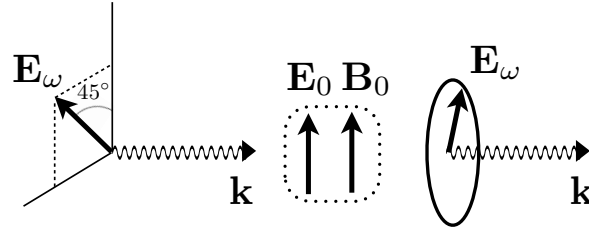


FIGURE 2.4 – Biréfringence linéaire de Jones. Une biréfringence linéaire est induite par l'application d'un champ électrique et d'un champ magnétique parallèles et perpendiculaires à la direction de propagation. Les axes de biréfringence sont à  $\pm 45^\circ$  des champs externes.

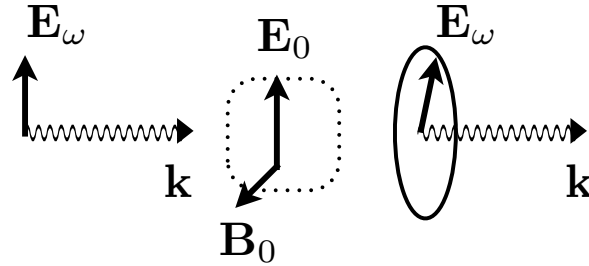


FIGURE 2.5 – Biréfringence magnéto-électrique linéaire. Une biréfringence linéaire est induite par un champ électrique et magnétique perpendiculaires entre eux et tout deux perpendiculaires à la direction de propagation de la lumière. Si l'un des deux champ statique est parallèle à la direction de propagation de la lumière, la biréfringence magnéto-électrique est nulle. Il ne reste alors que la biréfringence due au champ statique perpendiculaire à la direction de propagation.

Pour la biréfringence de Jones, la différence d'indice pour la lumière polarisée à  $+45^\circ$  par rapport au champ électrique  $n_+$  et l'indice de réfraction de la lumière polarisée à  $-45^\circ$  (idem) est proportionnelle à  $E_0 B_0$ ,  $\Delta n_J = k_J E_0 B_0$ . Pour la biréfringence magnéto-électrique, nous pouvons écrire,  $\Delta n_{ME} = n_B - n_E = k_{ME} E_0 B_0$  et des considérations de symétrie impliquent  $k_J = k_{ME}$  [31]. La dernière particularité de ces deux biréfringences bilinéaires, est que  $n$  change lorsque le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  devient  $-\mathbf{k}$ . Il existe donc une biréfringence dite axiale dans un milieu plongé dans un champ magnétique et électrique qui est due au sens de propagation de l'onde comme cela a été vue pour la première fois par T. Roth et G. Rikken en 2002 [32].

Tous ces phénomènes font donc intervenir quatre ondes et sont possibles dans le vide.

L'observation de l'un d'eux serait la première vérification expérimentale du lagrangien de Heisenberg-Euler. La question est alors de savoir quel est l'effet le moins compliqué à observer... Ces effets étant proportionnels aux intensités des champs électromagnétiques dans le vide, on peut remarquer que dans le vide, un effet aura la même valeur pour un champ magnétique  $B$  appliqué qu'un champ électrique  $E$  tel que  $E = cB$  avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Cela signifie que pour obtenir un effet identique à celui obtenu avec un champ magnétique de 1 T, il faut appliquer un champ électrique égal à 300 MV/m! D'un point de vue technologique, la solution du champ magnétique semble donc la plus adaptée pour voir ce type d'effets. C'est pour cette raison que, à ce jour, les expériences les plus avancées pour la vérification expérimentale de ce lagrangien sont basées sur l'effet Cotton-Mouton que nous allons détailler dans la partie suivante.

### Calcul de la biréfringence pour l'effet Cotton-Mouton

Cet effet est donc dû à la présence d'un champ magnétique transverse  $B_0$ . En suivant la méthode développée dans [33], les équations 2.35 et 2.36 deviennent :

$$\mathbf{P}^{CM} = -4c_{2,0}\epsilon_0 \frac{B_0^2}{\mu_0} \mathbf{E}_\omega + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \mathbf{B}_0 (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0), \quad (2.37)$$

$$\mathbf{M}^{CM} = 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0^2} \mathbf{B}_\omega + 8c_{2,0} \frac{B_0}{\mu_0^2} (\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0) \quad (2.38)$$

et nous pouvons déduire :

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_0 - 4c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2 + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2, \quad (2.39)$$

$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_0 - 4c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2, \quad (2.40)$$

$$\Delta\epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} = 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2 \quad (2.41)$$

puis de la même manière, nous obtenons :

$$\mu_{\parallel} = \mu_0 \left(1 + 4c_{2,0} \frac{1}{\mu_0} B_0^2\right), \quad (2.42)$$

$$\mu_{\perp} = \mu_0 \left(1 + 12c_{2,0} \frac{1}{\mu_0} B_0^2\right), \quad (2.43)$$

$$\Delta\mu = \mu_{\parallel} - \mu_{\perp} = -8c_{2,0} B_0^2, \quad (2.44)$$

où le symbole  $\parallel$  désigne une quantité relative à la polarisation d'une onde parallèle au champ statique et le symbole  $\perp$  toute quantité liée à la polarisation perpendiculaire au champ statique.

Ensuite, nous calculons l'indice de réfraction du milieu :

$$n_{\parallel} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\parallel}\mu_{\parallel}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 1 + c_{0,2} \frac{B_0^2}{\mu_0}, \quad (2.45)$$

et

$$n_{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\perp}\mu_{\perp}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 1 + 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0}, \quad (2.46)$$

qui nous fournit la biréfringence  $\Delta n$  :

$$\Delta n_{CM} = n_{\parallel} - n_{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\parallel}\mu_{\parallel}} - \sqrt{\epsilon_{\perp}\mu_{\perp}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = (c_{0,2} - 4c_{2,0}) \frac{B_0^2}{\mu_0} \quad (2.47)$$

Nous noterons bien que la mesure de  $\Delta n$  ne nous fournit que la différence entre les coefficients  $c_{0,2}$  et  $c_{2,0}$ . Pour obtenir la valeur de ces coefficients il faut mesurer une fréquence absolue et non pas une différence d'indice. Les prédictions théoriques issues de la QED donnent  $c_{0,2} = 7c_{2,0}$  et finalement, nous pouvons écrire :

$$\Delta n_{CM} = 3c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (2.48)$$

Si nous tenons compte des corrections radiatives calculées par Ritus sur ces coefficients, nous obtenons finalement :

$$\Delta n_{CM} = \left( \frac{2\alpha^2\hbar^3}{15m_e^4c^5} + \frac{5}{6} \frac{\alpha^3\hbar^3}{\pi m_e^4c^5} \right) \frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{2\alpha^2\hbar^3}{15m_e^4c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (2.49)$$

qui est le terme qui nous intéresse dans le cadre de la mesure de la biréfringence magnétique du vide.

Les corrections radiatives (en  $\alpha/\pi$ ) comptent tout de même pour 1.45% du terme principal.

En prenant les valeurs données par le CODATA [34] pour les constantes fondamentales et nous obtenons

$$k_{CM} = (4.0317 \pm 0.0009) \times 10^{-24} \text{T}^{-2},$$

où l'incertitude donnée correspond à l'évaluation du terme d'ordre supérieur dans le développement de Ritus (en  $(\alpha/\pi)^2$ ) que l'on suppose ici être dans les mêmes proportions que la première correction car cet ordre supérieur n'a, à ce jour, pas été calculé. L'incertitude liée aux constantes fondamentales est en revanche très faible puisqu'elle est aux alentours

de  $2 \times 10^{-31} \text{T}^{-2}$  soit quelques  $10^{-8}$  en valeur relative. A titre informatif, nous pouvons également calculer les valeurs des biréfringences pour les autres effets énoncés plus haut. A l'aide de l'invariance de Lorentz, Carlo Rizzo et Geert Rikken ont montré que ces différentes biréfringences étaient reliées [35]. L'effet Kerr doit alors avoir la même valeur que l'effet Cotton-Mouton avec un signe opposé, ce qui donne avec  $E_0 = cB_0$  :

$$\Delta n_K = -\frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{25\alpha}{4\pi}\right) \epsilon_0 E_0^2, \quad (2.50)$$

i.e.  $k_K \approx -4.4 \times 10^{-41} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-2}$ .

La valeur de la biréfringence magneto-électrique doit être deux fois plus grande que celle de l'effet Cotton-Mouton lorsque  $E_0 = cB_0$ . Le signe est négative si  $\mathbf{k} \parallel (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0)$  d'où la valeur :

$$\Delta n_{ME} = -\frac{4\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{25\alpha}{4\pi}\right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\mathbf{k}}{k} \cdot (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0), \quad (2.51)$$

i.e.  $k_{ME} \approx \pm 2.6 \times 10^{-32} \text{ m} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$ . La biréfringence de Jones à la même amplitude et le même signe que l'effet magnéto-électrique et donc :  $k_J \approx \pm 2.6 \times 10^{-32} \text{ m} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$  également. Enfin, pour la biréfringence axiale  $\Delta n_a$  comme cela a été montré par G. Rikken et C. Rizzo [36]

$$\Delta n_a = n(\mathbf{k}) - n(-\mathbf{k}) = -\frac{8\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left(1 + \frac{25\alpha}{4\pi}\right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_0 B_0), \quad (2.52)$$

i.e.  $k_a = 5.2 \times 10^{-32} \text{ m} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$ .

### Effet Cotton Mouton Inverse

Pour finir cette présentation d'effets non-linéaires présents dans le vide, nous allons voir le cas des effets magnéto-électriques inverses. En optique non-linéaire, cela correspond aux effets de type rectification optique dans lesquels deux photons de l'onde lumineuse interagissent avec le champ extérieur appliqué (électrique ou magnétique) pour donner naissance à une polarisation ou une magnétisation statique. Il s'agit bien d'une interaction à 4 ondes puisque deux photons du champ électromagnétiques interagissent avec un photon de fréquence nulle pour donner naissance à un photon de fréquence nulle également (voir figure 2.6)

Dans le cas de l'effet Cotton Mouton inverse, auquel je me suis également intéressé ces dernières années, nous pouvons calculer la magnétisation attendue en suivant la même démarche que précédemment [37]. L'équation (2.36) devient :

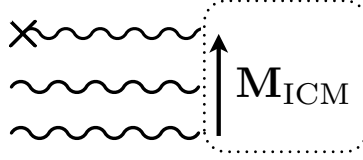


FIGURE 2.6 – Effet magneto-électrique inverse ou rectification optique induite par un champ magnétique ou électrique externe. Ici, l'interaction entre deux photons de l'onde électromagnétique et un photon du champ magnétique statique donne naissance à une aimantation  $\mathbf{M}$ . Cet effet est connu sous le nom d'effet Cotton-Mouton inverse si le champ magnétique est perpendiculaire par rapport à la direction de propagation de la lumière.

$$\mathbf{M} = 4c_{2,0} \frac{\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\omega}{\mu_0^2} (B_0^2 + 2\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0) + 14c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \mathbf{E}_\omega (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0). \quad (2.53)$$

Dans le cadre d'une vérification expérimentale, il faudrait nécessairement avoir des intensités laser telles que  $B_\omega, E_\omega/c \gg B_0$ , et la magnétisation attendue doit dépendre linéairement du champ magnétique appliqué et quadratiquement avec les champs électromagnétiques associés à la lumière. Dans ce cadre, nous obtenons la partie correspondante de la magnétisation :

$$\mathbf{M}_{ICM} = 8c_{2,0} \frac{\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\omega}{\mu_0^2} \mathbf{B}_\omega + 14c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \mathbf{E}_\omega (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0). \quad (2.54)$$

Si de plus nous exprimons cette quantité à l'aide de l'intensité lumineuse  $I$  telle que

$$\epsilon_0 E_\omega^2 = \frac{I}{c} = \frac{B_\omega^2}{\mu_0} \quad (2.55)$$

nous obtenons pour les deux configurations possibles, à savoir  $\mathbf{M}_{ICM\parallel}$  pour  $(\mathbf{E}_\omega \parallel \mathbf{B}_0, \mathbf{B}_\omega \perp \mathbf{B}_0)$  et  $\mathbf{M}_{ICM\perp}$  pour  $(\mathbf{E}_\omega \perp \mathbf{B}_0, \mathbf{B}_\omega \parallel \mathbf{B}_0)$  :

$$\mathbf{M}_{ICM\parallel} = 14c_{2,0} \epsilon_0 E_\omega^2 \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = 14c_{2,0} \frac{I_\omega \mathbf{B}_0}{c \mu_0} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{M}_{ICM\perp} = 8c_{2,0} \frac{B_\omega^2 \mathbf{B}_0}{\mu_0} = 8c_{2,0} \frac{I_\omega \mathbf{B}_0}{c \mu_0} \quad (2.57)$$

où  $I_\omega$  désigne l'intensité associée à l'onde électromagnétique et où nous avons utilisé la relation  $c_{0,2} = 7c_{2,0}$ . Dans les deux cas, nous avons  $\mathbf{M}_{ICM}$  parallèle à  $\mathbf{B}_0$ .

En prenant des valeurs certes extrêmes mais pas inatteignables, soit un laser d'intensité  $I_\omega \simeq 10^{26} \text{ W.m}^{-2}$  focalisé dans une région où règne un champ magnétique transversal pulsé

de 40 T, la magnétisation due à l'effet Cotton Mouton Inverse serait alors de

$$\mathbf{M}_{\text{ICM}\parallel} \simeq 3 \times 10^{-10} \text{ T}$$

et

$$\mathbf{M}_{\text{ICM}\perp} \simeq 2 \times 10^{-10} \text{ T}$$

avec la relation  $\mu_0 \mathbf{M}(\text{A/m}) = \mathbf{M}(\text{T})$ . Nous remarquons que cette valeur de magnétisation n'est pas si négligeable que cela puisque Kalugin et Wagnière [38] ont déjà mesuré une magnétisation induite (Effet Faraday Inverse) dans un cristal de TGG de  $4 \times 10^{-10}$  T.

## 2.5 Conclusion

Comme nous avons pu le voir la vision du vide quantique en tant que milieu optique non linéaire est un sujet d'étude passionnant. L'article de revue sur ces effets co-écrit avec Carlo Rizzo se trouve en Annexe B pour plus de détails. Dans la seconde partie de ce manuscrit, je vais désormais décrire mon travail de recherche expérimental autour de ce vide quantique. En effet, je suis venu au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses en septembre 2004 pour monter une expérience visant à mesurer la biréfringence magnétique du vide. Je décrirai cela dans la dernière partie. Auparavant, je discuterai deux autres sujets connexes sur lesquels j'ai travaillé : l'effet Cotton-Mouton inverse et la recherche de particules élémentaires qui interagissent avec les champs magnétiques.

# Chapitre 3

## L'effet Cotton-Mouton Inverse

L'effet Cotton-Mouton inverse est une interaction à quatre ondes. C'est donc un effet observable dans le vide. Un photon incident dans un milieu soumis à un champ magnétique transverse produit une aimantation parallèle au champ magnétique appliqué. La magnétisation induite est proportionnelle à la valeur du champ magnétique appliqué et à l'intensité de l'onde lumineuse (eq. 2.57 et 2.56). Cet effet a été prédit non seulement pour les systèmes atomiques et moléculaires mais aussi pour le vide quantique ([39], [40]). Voir cet effet aurait donc la même portée scientifique que l'observation de la biréfringence magnétique du vide. Avant de nous lancer dans une telle aventure, nous avons tenté de défricher le terrain en essayant de détecter un tel phénomène dans les milieux matériels dont l'observation était controversée.

En 2010, avec la visite du Professeur A. Baranga de l'université de Beer Sheva (Israël), nous avons donc décidé d'étudier cet effet dans un milieu matériel solide dans lequel l'effet attendu semblait observable. Notre choix s'est porté sur un cristal de terbium gallium garnet (TGG)  $\text{Tb}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$  car il s'agit d'un cristal couramment utilisé en optique, notamment pour les isolateurs de Faraday.

### 3.0.1 Description de l'expérience

Pour cette expérience, nous avons utilisé un laser Q-switch Nd-YAG ( $\lambda=1064$  nm) fournissant des pulses de 10 ns avec une énergie de l'ordre de 0,5 J/pulse. Le laser était ensuite envoyé à travers deux polariseurs pour contrôler la puissance lumineuse et nous avons placé une lame demi onde après les polariseurs pour contrôler la direction de polarisation. Le faisceau était ensuite envoyé dans un cristal de TGG à travers une lentille permettant de régler la focalisation du faisceau par rapport au cristal. Le seuil de dommage du cristal se situait aux alentours de  $10^{13}$  W/m<sup>2</sup> d'après les données du fabricant, et nous



avons pris soin de ne pas dépasser cette limite.

Toutefois, nous allons le voir, le seuil de dommage n'est pas une donnée suffisamment pertinente pour ce type d'expériences.

Une première série de mesures, qui a donné lieu à un article fut menée en 2010 [41] (l'article est en Annexe C).

Les dimensions du cristal étaient de 2 mm x 2 mm x 2 mm. Le champ magnétique, délivré par un électro-aimant, était appliqué sur le cristal parallèle à la direction  $[0,0,1]$ . Le champ a été varié entre 0 et 2.5 T.

Les changements d'aimantation dans le cristal ont été mesurés grâce à une sonde constituée par une bobine pickup double : une bobine de compensation et une bobine mesurant le signal. La figure 3.1 montre un schéma de la zone de détection de notre appareil expérimental. La bobine signal était placée en contact avec le cristal alors que l'autre bobine était éloignée du cristal. La géométrie de la bobine double a été élaborée de façon à ce que tout signal ne provenant pas du cristal soit réduit à zéro. Chaque bobine avait une dimension de 2 mm x 2 mm et la distance entre les centres des bobines était de 5 mm. Chaque bobine a été calibrée en mesurant le signal obtenu dans un champ magnétique modulé connu. Enfin, le signal de sortie était amplifié par un amplificateur rapide bas bruit puis filtré par un filtre passe haut de 100 kHz de fréquence de coupure. Deux pickup de ce type ont été utilisées : une pour la partie du haut du cristal, l'autre pour la partie basse (figure 3.1).

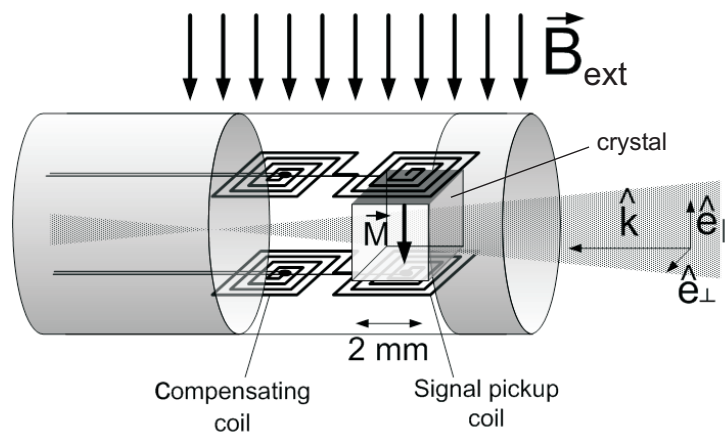


FIGURE 3.1 – Schéma du dispositif de mesure de l'ICME dans un cristal de TGG.

### 3.0.2 Premiers résultats

Le pulse laser est enregistré sur une photodiode rapide en récupérant la fuite du faisceau laser sur un miroir plan. La photodiode a été calibrée avec un joulemètre mesurant l'énergie délivrée devant le cristal. Le signal ICME  $V(t)$  est proportionnel à la dérivée par rapport au temps du flux magnétique à travers la pick up de détection et s'écrit :

$$V(t) = -gA_e \frac{dB_p(t)}{dt}, \quad (3.1)$$

avec  $g$  le gain de l'amplificateur bas bruit placé après la pick up,  $A_e = 10 \text{ mm}^2$  l'aire effective calibrée de la bobine de détection, et  $B_p$  la densité moyenne de flux magnétique à la position de la pick up produit par l'aimantation  $M$ .  $B_p$  s'écrit :

$$\frac{dB_p(t)}{dt} = bB_{\text{ext}} \frac{dI(t)}{dt}, \quad (3.2)$$

où  $I$  désigne l'intensité du laser,  $B_{\text{ext}}$  le champ magnétique statique transverse appliqué et  $b$  le facteur de proportionnalité qui caractérise l'ICME dans le cristal utilisé. Ce facteur dépend des propriétés du milieu, de la position de la pick up par rapport à la région magnétisée qui est illuminée par le laser. Finalement, l'équation (3.1) devient :

$$V(t) = -gA_e b B_{\text{ext}} \frac{dI(t)}{dt}. \quad (3.3)$$

Sur la figure 3.2 sont tracés un pulse laser typique avec le signal correspondant détecté par les deux bobines signal. Le signal ICME est proportionnel à la dérivée temporelle de l'intensité laser comme prévu théoriquement. Nous avons vérifié que le signal intégré reproduisait bien la forme du pulse laser détecté par une photodiode rapide. Cette observation, avec l'observation de la dépendance du signal avec la polarisation du laser devait permettre de s'assurer que l'effet ne correspondait pas à un effet thermo-optique.

On s'attend donc à ce que le signal ICME soit égal à la dérivée du pulse laser, et c'est effectivement ce que nous avons observé comme on le voit sur la figure 3.2.

La figure 3.3 représente la densité de flux magnétique  $B_p$  qui dépend linéairement de l'intensité laser, comme attendu (ici représentée pour une valeur de champ magnétique appliqué de 2,5T). Les données ont été prises pour deux polarisations différentes, parallèle et perpendiculaire au champ magnétique appliqué, correspondant à une mesure de flux magnétique mesuré  $B_{p\perp}$  et  $B_{p\parallel}$ . Le diamètre du faisceau laser était de 1.2 mm correspondant une intensité  $I$  comprise entre 0 et  $2 \times 10^{13} \text{ W/m}^2$ .

La figure 3.4 montre les données prises à différentes valeurs de l'intensité laser et du champ magnétique appliqué. Le flux magnétique dépend bien linéairement du produit

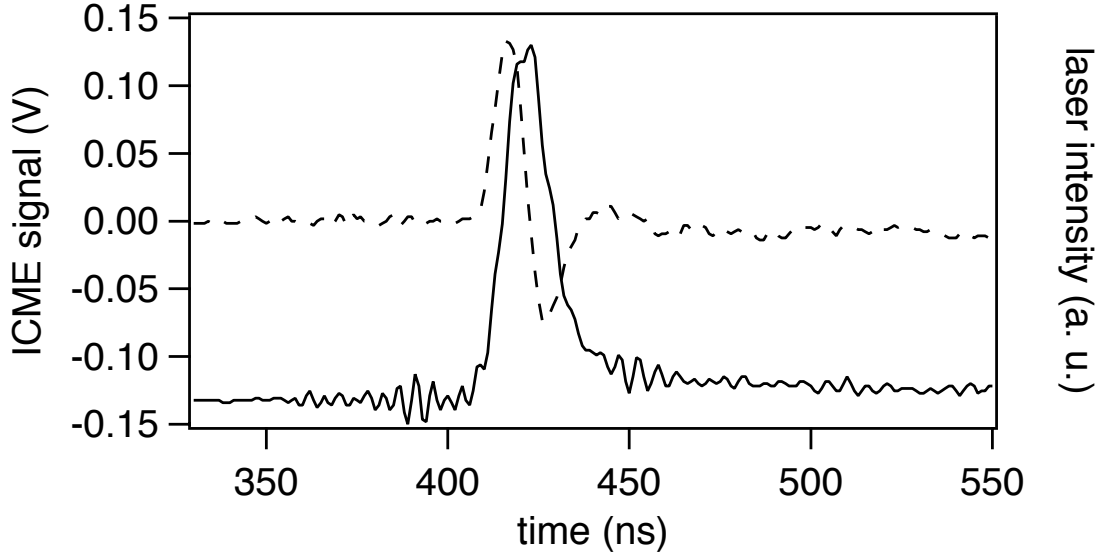


FIGURE 3.2 – Signal de magnétisation en pointillés et pulse laser en traits pleins. Le signal de magnétisation est proportionnel à la dérivée de l’impulsion laser.

de l’intensité laser par le champ magnétique. Le facteur de proportionnalité est évalué à l’aide d’un ajustement linéaire qui donne, pour les chacune des deux polarisations :  $b_{\parallel} = (3.36 \pm 0.04) \times 10^{-19} \text{ m}^2\text{W}^{-1}$ , et  $b_{\perp} = (2.07 \pm 0.05) \times 10^{-19} \text{ m}^2\text{W}^{-1}$ . Nous avons également changé la polarité de champ magnétique externe et nous avons observé le changement de signe du signal.

Pour calculer la magnétisation dans le cristal de TGG, à partir des valeurs mesurées de la densité de flux magnétique, il nous faut évaluer la proportion de flux magnétique créé dans le cristal qui est intercepté par l’aire de la bobine de détection. Pour cela, nous avons modélisé une aimantation homogène dans un cylindre de diamètre 1,2 mm et nous avons calculé la quantité de flux dans notre pick up à l’aide d’un solveur à éléments finis. Pour une magnétisation  $M$  de 1 A/m, nous avons calculé une densité magnétique de flux de l’ordre de  $4 \times 10^{-8} \text{ T}$  à la position où était placée la pick-up soit à 2,5 mm du centre du faisceau laser. La conversion entre la densité de flux magnétique  $B_p$  et l’aimantation du cristal  $M$  est de ce fait de  $2.5 \times 10^7 \text{ (A/m)T}^{-1}$ .

La magnétisation ICME du TGG peu être définie suivant :

$$M = C_{\text{ICM}} I B_{\text{ext}} \quad (3.4)$$

où  $C_{\text{ICM}}$  dépend uniquement des propriétés du milieu et donc que l’on peut appeler constante Cotton-Mouton inverse. Nous obtenons pour notre cristal de TGG :

$$C_{\text{ICM}\parallel} = 8.4 \times 10^{-12} (\text{A.m})(\text{W.T})^{-1} \text{ et } C_{\text{ICM}\perp} = 5.2 \times 10^{-12} (\text{A.m})(\text{W.T})^{-1}.$$

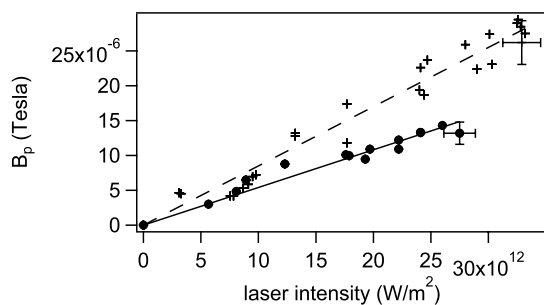


FIGURE 3.3 – Densité de flux magnétique  $B_p$  à travers la bobine pick-up en fonction de l'intensité laser  $P_d$  pour deux polarisations : parallèle (+) et perpendiculaire (●) au champ magnétique appliqué.

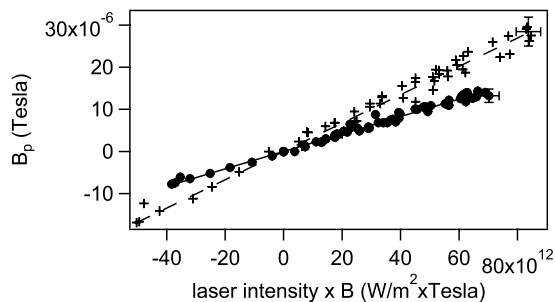


FIGURE 3.4 – Densité de flux magnétique en fonction du produit de l'intensité du faisceau laser par le champ magnétique appliqué pour deux polarisations : parallèle (+) et perpendiculaire (●) à  $B_{\text{ext}}$ .

### 3.0.3 Réalisation d'un prototype de mesure

Suite à ces mesures, nous avons déposé un brevet pour la conception d'un appareil de mesure de l'intensité lumineuse sans avoir besoin de stopper le faisceau lumineux. Nous avons alors dans l'idée de développer un appareil commercial capable de mesurer cette intensité lumineuse. Pour cela, j'ai créé une équipe de quatre personnes afin de valoriser ce brevet commercialement. Nous avons eu l'appui du CNRS, de la région Midi-Pyrénées et du PRES de Toulouse.

Nous avons dans un premier temps réalisé des mesures avec le premier système de détection, un cristal et l'électro-aimant. Nos mesures ont permis de retrouver les signaux obtenus lors des toutes premières expériences. Nous obtenions bien la dérivée de l'impulsion laser, qui est proportionnelle à l'intensité laser et au champ magnétique externe appliqué. Cependant, ce signal n'était obtenu que lorsqu'un impact était réalisé par le laser sur le cristal. Lors des premiers impacts, le cristal n'était que très peu endommagé, les impacts étant à peine visibles à l'oeil nu. Cela semblait donc ne pas devoir représenter d'inconvénient pour l'application envisagée, le faisceau n'étant au final que très peu perturbé à la traversée du cristal. Mais cet endommagement se détériorait au cours des tirs laser, rendant le cristal inutilisable. Nous avons essayé de réaliser des tirs à des énergies très faibles afin de ne pas provoquer d'impact. Mais dans cette configuration, aucun signal n'était détecté. Il semblait donc y avoir un effet de seuil. Le fait que nous ne voyions pas de signal aux très faibles énergies laser montre en fait que la sensibilité de notre système de détection devait être améliorée plus que prévu. C'est pourquoi un deuxième système de détection a été conçu afin d'augmenter l'aire effective et donc le signal détecté. Dans le même temps, un travail important a été réalisé pour diminuer le bruit de mesure. Nous avons travaillé sur l'isolation électromagnétique du système de détection. Une boîte a été conçue pour placer le cristal, les aimants permanents et les sondes de détection afin de les isoler du bruit radiofréquence ambiant (principalement dû au laser). Des tubes en cuivre ont également été ajoutés au niveau des ouvertures qui permettent le passage du faisceau laser. Enfin, une attention particulière a été portée sur l'électronique et en particulier sur le choix des amplificateurs utilisés. Du fait de l'amélioration de la sensibilité de nos sondes, nous avons observé de nombreux signaux parasites dont la forme mimait très fortement le signal attendu. En effet, lorsque nous retournions le champ magnétique le signal obtenu ne s'inversait pas. Ces deux grandeurs étant proportionnelles, cela ne pouvait donc pas être le signal attendu. Nous avons alors enlevé le cristal de TGG pour faire des mesures dans de l'air. La surprise fut grande lorsque nous avons enregistré malgré tout des signaux quasiment identiques aux précédents. Après une longue phase d'étude, nous avons conclu à un effet dû à l'impact du faisceau laser sur une partie de la pick up de détection. Cet impact semble provoquer un arrachement d'électrons et un signal électrique apparaît aux bornes de la pick-up en reflétant assez fidèlement la dérivée temporelle de l'impulsion laser. L'amplitude de cet effet varie également avec l'amplitude du faisceau laser (tout comme l'effet attendu). La figure 3.5 montre l'évolution de l'aimantation captée par la pick up en fonction du produit de la puissance lumineuse par l'intensité du champ magnétique. L'évolution linéaire est celle attendue pour l'effet Cotton Mouton Inverse mais l'effet ne s'inversant pas avec l'inversion de sens du champ magnétique, ce signal est donc un signal

parasite qui dépend de  $P \times B$  (fig.3.5).

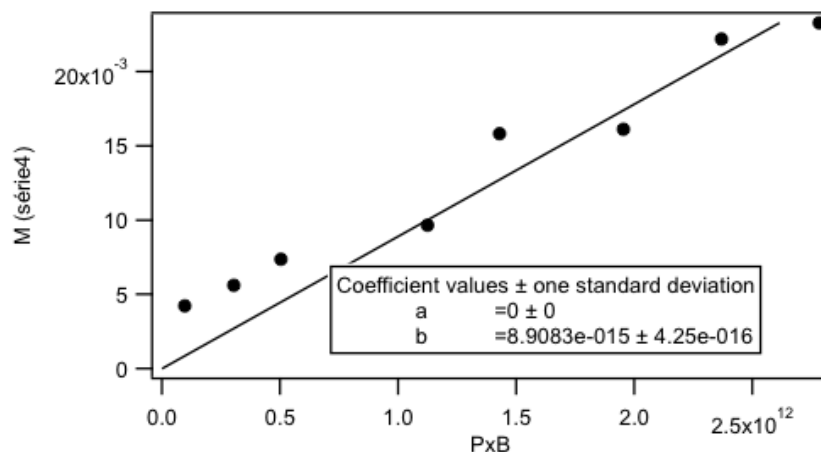


FIGURE 3.5 – Signal d’aimantation  $M$  en fonction du produit  $P \times B$  avec  $P$  la puissance du faisceau laser et  $B$  l’intensité du champ magnétique. On voit que l’aimantation suit la loi attendue par l’effet Cotton Mouton inverse bien qu’il s’agisse d’un effet parasite.

Pour s’affranchir de cet effet, nous avons modifié le design du prototype (figure 3.6) afin d’isoler au maximum les fils de la pick up susceptibles d’être en contact avec le faisceau laser. Nous avons également incorporé l’amplificateur à l’intérieur de la boîte de blindage et nous avons remplacé l’alimentation de cet amplificateur par une batterie afin de diminuer le bruit de mesure. Ensuite, nous avons peint en noir tout l’intérieur du prototype ainsi que sa face avant. Grâce à tous ces changements, nous sommes finalement parvenus à faire disparaître ces signaux parasites.

En revanche, nous ne détectons pas de signal correspondant à l’effet Cotton-Mouton Inverse car notre sensibilité n’est pas suffisante. Pour cela nous devons continuer à travailler sur l’amélioration de cette dernière. Le problème est réellement très compliqué et doit être désormais pris en main par des experts de l’électronique radiofréquence. C’est un point dur technique pour notre projet. Pour continuer de progresser, nous avons pris contact avec des experts israéliens de la conception de pick-up pour la détection de faibles champs magnétiques. La difficulté va être pour cette collaboration encore une fois la radiofréquence. L’association haute sensibilité et haute fréquence étant très peu compatible, le défi technologique reste ardu.

Ces nouveaux travaux mettent donc en discussion les mesures réalisées précédemment. A ce jour, cette expérience est en attente de cette collaboration. Le professeur Andrei

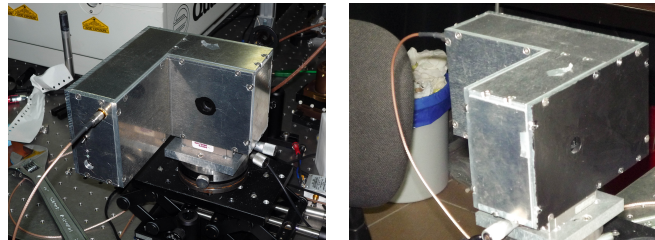


FIGURE 3.6 – Dernier prototype vu de face et de dos

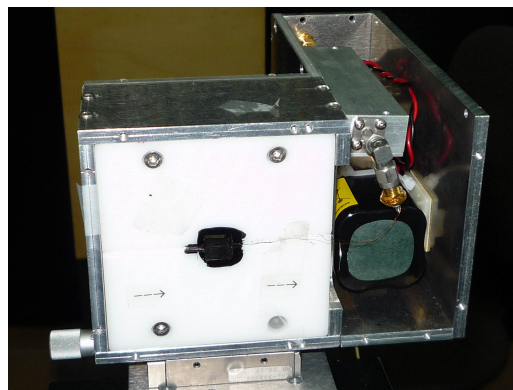


FIGURE 3.7 – Dernier prototype conçu. Le champ magnétique au centre est de 1,2 T. Il a été ouvert pour la photo. Les aimants en configuration de Halbach sont dans le support blanc, le cristal et la pick up de détection sont placées dans le trou central, l'amplificateur a été incorporé dans le blindage et l'alimentation a été remplacée par une batterie dans le même blindage. Enfin, toute les parties en contact potentiel avec la lumière ont été peintes en noir.

Baranga avec qui nous collaborons est revenu faire un séjour de trois mois dans notre équipe pour travailler de nouveau sur cet effet mais ses conclusions furent identiques aux nôtres.

Il reste toutefois intéressant de garder cet effet en tête en vue d'une recherche possible de l'effet dans le vide si les énergies laser attendues dans les années futures tiennent leurs promesses. Bien que cela paraisse difficile en terme de sensibilité de la pick-up, le vide présente l'avantage de ne pas avoir de surface de contact pour le faisceau laser donc de chercher l'observation de signaux sur un fond très peu bruité. Reste toutefois à développer des sondes suffisamment sensibles avec des experts en radiofréquence.

# Chapitre 4

## A la recherche des axions

### 4.1 Problème CP fort ou strong CP problem

Depuis les travaux de Maiani, Petronzio et Zavattini [42] nous savons que la propagation de la lumière dans un champ magnétique est un outil très important pour la recherche de nouvelles particules interagissant avec les champs électromagnétiques. C'est donc un moyen d'investigation passionnant pour explorer la physique hors modèle standard qui est celle qui relie trois des quatre interactions fondamentales : électromagnétique, faible et forte. Seule la gravitation échappe encore à cette unification.

Or, ce modèle standard ne permet pas, par exemple, d'expliquer notre présence dans l'univers. L'univers tel qu'on l'observe est essentiellement constitué de matière. Aucune trace d'anti-matière n'a été décelée à ce jour par les observations spatiales....seuls les accélérateurs de particules parviennent à en créer. Où est donc passée l'anti-matière? Le père de la bombe à hydrogène russe, Andreï Sakharov [43], énuméra en 1957 trois conditions pour que l'univers initialement à part égales matière/antimatière devienne fait de matière : la première est que le nombre baryonique (c'est-à-dire le nombre de quarks moins le nombre d'antiquarks) ne soit pas conservé, la deuxième est une violation de C et de CP pour distinguer la matière de l'anti-matière et la troisième est le déséquilibre thermique de l'univers pour faire pencher la balance vers une seule des deux matières.

Ces trois ingrédients font partie du modèle standard mais l'amplitude de la violation CP est bien trop faible pour justifier cette prédominance de la matière. Cette insuffisance peut être interprétée comme un indice qu'il existe une source de violation CP au-delà du modèle standard.

Ces violations de parité ont été observées pour l'interaction faible. La première fut observée en 1957 par Wu [44] avec la la violation de parité observée dans un processus de



décroissance  $\beta$  du  $^{60}\text{Co}$  suivant  $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$  qui valu le prix Nobel de Physique à Tsung-Dao Lee et Chen Ning Yang [45] qui proposèrent ces expériences. En 1964, J. Cronin, V. Fitch, (tous deux prix Nobel de Physique en 1980 pour cette découverte), J. Christenson et R. Turlay mirent en évidence la première violation de symétrie CP au laboratoire de Brookhaven [46] en étudiant les désintégrations des kaons neutres de longue durée de vie. Ces mésons se désintégrant de préférence en positron plutôt qu'en électron, cela implique ainsi une brisure de symétrie CP. En 1973, M. Kobayashi et T. Masakawa (KM) [47] proposent une explication au phénomène de violation de CP dans le cadre de l'interaction faible en reprenant le concept de mélange entre saveurs de quarks introduit par Cabbibo (C) en 1963. Ils montrent qu'une violation de CP est due à une matrice de mélange des quarks qui ne peut exister que si le nombre de famille de quarks est supérieur ou égal à 3! Or, à cette époque, seule deux familles sont connues. Cela pousse donc les inventeurs à postuler l'existence d'une troisième famille de quarks, prédiction qui sera confirmée expérimentalement en 1977 avec la découverte du quark beau (beauty).

La violation de CP est donc prédite dans le cadre du modèle standard et les physiciens s'accordent à dire qu'elle est due à un mélange quantique des quarks. Or, ces quarks sont sensibles à l'interaction forte. Cette dernière devrait donc également violer la symétrie CP. La violation de symétrie CP admise dans le cadre de l'interaction faible implique également l'existence pour les particules d'un moment dipolaire électrique. Dès 1950, Purcell et Ramsey [48] proposent de mesurer le moment dipolaire électrique du neutron (NEDM). Cela fait plus d'un demi-siècle que les physiciens tentent de l'observer, mais tous les efforts fournis restent vains. Dans le cadre du modèle standard, le lagrangien qui décrit l'interaction forte (c'est le cadre de la Chromodynamique quantique, QCD) présente un terme proportionnel à un angle  $\theta$  qui viole cette symétrie CP et qui donc implique lui aussi un moment dipolaire pour le neutron. Cet angle  $\theta$  est un paramètre libre de la théorie mais il doit être de l'ordre de 1. Or, le moment dipolaire du neutron est proportionnel au conjugué de  $\theta$ , soit  $\bar{\theta}$ . Grâce aux mesures du dipôle électronique du neutron, les physiciens sont donc capable de donner une limite supérieure sur la valeur de  $\theta$ . Les mesures donnent en effet  $d_n < 0,63 \times 10^{-25} \text{ e.cm}$  soit  $\bar{\theta} < 10^{-9}$ ! La question est donc de savoir pourquoi cet angle est si petit voir nul! Ceci constitue un véritable casse-tête que les physiciens ont nommé *strong CP-problem*.

Une des propositions les plus satisfaisantes fut apportée en 1977 par les physiciens Roberto Peccei et Helen Quinn [49]. Ils ajoutent une symétrie  $U(1)_{PQ}$  dans le lagrangien qui est spontanément brisée à une certaine échelle d'énergie, autorisant ainsi une restauration de la symétrie CP qui expliquerait pourquoi nous n'observons pas de moment dipolaire électrique pour le neutron. Wilczek [50] et Weinberg [51] notèrent peu de temps après

qu'une conséquence inévitable de cette brisure spontanée de symétrie devait obligatoirement être liée à l'existence d'un boson pseudoscalaire que F. Wilczek nomma *Axion* en hommage à un nom de lessive : *"I named them afetr a laundry detergent, since they clean up a problem with an axial current"* [52].

Cette particule pseudo-scalaire hypothétique serait donc stable, aurait un spin nul, serait neutre avec une masse  $m_a$  très faible et interagirait très peu avec la matière ordinaire ce qui la rend très difficile à détecter. Cette dernière propriété en fait également un candidat très crédible pour la matière noire ce qui rendrait son observation éventuelle comme un fait marquant de la physique.

Or, il se trouve que cette particule interagit avec les photons en présence d'un champ magnétique suivant le lagrangien :

$$\mathcal{L}_{axion} = \frac{1}{M} a \mathbf{E}_\gamma \cdot \mathbf{B} \quad (4.1)$$

où  $M$  est l'inverse de la constante de couplage photon-axion,  $a$  désigne le champ de la particule pseudoscalaire de type axion et  $\mathbf{E}_\gamma$  désigne le champ électrique du faisceau laser incident, et  $\mathbf{B}$  le champ magnétique extérieur appliqué.

D'après ce lagrangien, un photon interagissant avec un champ magnétique peut donc être converti en une particule bosonique de faible masse (PBFM), qui peut être un axion, et réciproquement. La probabilité de conversion s'écrit alors (en unités naturelles  $\hbar = c = 1$ ) :

$$P = \frac{4\omega^2 B^2}{M^2 m_a^4} \sin^2 \left( \frac{m_a^2 L}{4\omega} \right) \quad (4.2)$$

où  $\omega$  est l'énergie d'un photon du faisceau laser,  $m_a$  la masse de la particule PBFM, et  $L$  la longueur parcourue par le photon(et/ou la PBFM) dans le champ magnétique.

La photorégénération de photons est un des moyens de détecter ces PBFM. Cette idée fut proposé en 1987 par K. Van Bibber et ses collègues [53].

L'idée est d'envoyer un laser polarisé à travers un champ magnétique perpendiculaire à la direction de propagation. Une partie des photons est convertie en axions avec la probabilité 4.2

Les photons sont ensuite stoppés par un mur opaque tandis que les PBFM qui n'interagissent pas ou peu avec la matière traversent ce mur. Après le mur, l'application d'un second champ magnétique perpendiculaire au faisceau d'axions permet la reconversion des axions en photons, d'où le nom de "photorégénération de photons" ou "Light shining through a wall experiement" donné à ce type d'expériences.

Ce type d'expérience, soit pour son impact en physique des interactions fondamentales, soit par les techniques expérimentales qui sont celles que nous maîtrisons le mieux, a attiré

mon attention et j'ai eu l'occasion de participer à deux types d'expériences de ce genre.

La première fut réalisée en 2007 au Laboratoire pour l'Utilisation des Laser Intenses (LULI) en région parisienne. Cette campagne fut menée comme une "opération coup de poing" en réponse aux résultats surprenants publiés par l'équipe italienne de PVLAS en 2006 [55]. Dans leur article, ils rapportaient en effet une rotation du plan de polarisation de la lumière dans le vide en présence d'un champ magnétique transverse. Ils suggéraient alors que cet effet de dichroïsme pouvait être dû à l'observation d'une PBFM. Ce résultat eut un retentissement très important dans la communauté des physiciens des particules puisqu'il s'agissait éventuellement de la première observation de cette particule. Toutefois, la masse et la constante de couplage avancés par l'équipe de PVLAS semblait déjà invalidés par les observations astrophysiques antérieures.

Nous avons donc décidé de monter de toute pièce et le plus rapidement possible une expérience pour confirmer (ou pas) ces résultats. En effet, nous disposions déjà alors, suite à nos travaux pour l'expérience BMV, de champs magnétiques transverses pulsés assez importants. De plus, nous étions capable de transporter ces champs où bon nous semblait grâce au développement de générateurs transportables dans notre laboratoire. Nous avons donc décidé de réaliser cette expérience au LULI où la ligne laser appelée Nano2000 était capable de fournir un grand nombre de photons incidents.

De nombreux groupes à la renommée internationale, comme le DESY en Allemagne, le FERMILAB et le Jefferson Lab aux États-Unis, ou le CERN en Suisse, se sont également lancés dans l'aventure, ce qui a rendu le contexte particulièrement concurrentiel.

#### 4.1.1 L'expérience du LULI

Le principe de l'expérience est présenté sur la Fig.4.1. Un faisceau laser puissant traverse une bobine qui crée un champ magnétique transverse  $B$ . Un certain nombre de photons sont alors convertis en PBFM avec une probabilité

$$P(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_M(z') \times \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \quad (4.3)$$

où  $\Delta_M = \frac{B}{2M}$  et  $\Delta_a = -\frac{m_a^2}{2\omega}$ , avec  $\omega$  l'énergie du photon. A la sortie de la bobine se trouve un écran ou « mur ». Celui-ci permet de stopper tous les photons, mais laisse passer les PBFM qui interagissent très peu avec la matière. Une seconde bobine, identique à la première, placée derrière l'écran reconvertit une partie des PBFM en photons. Ceux-ci ont la même fréquence que les photons initiaux et ils peuvent alors être détectés avec un détecteur approprié. Le taux de détection de photons ainsi régénérés est donné par :

$$R = P^2 \frac{\mathcal{P}}{\omega} \eta, \quad (4.4)$$

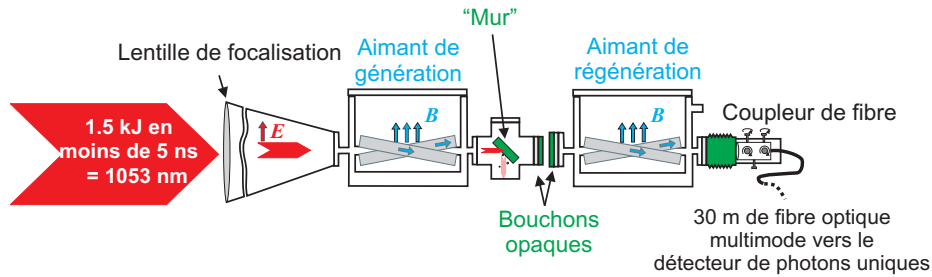
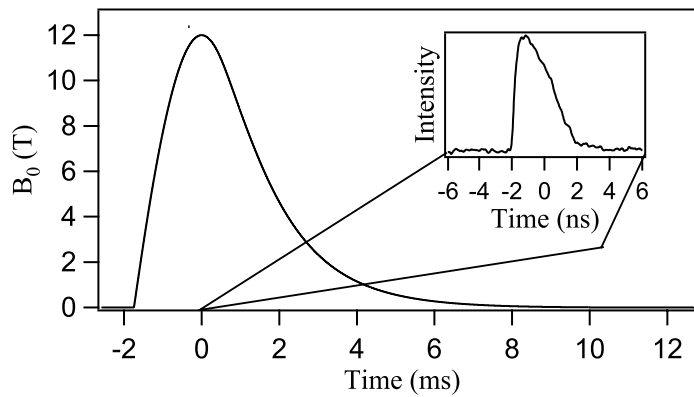


FIGURE 4.1 – Schéma de l'expérience de photorégénération.


 FIGURE 4.2 – Champ magnétique au centre de la bobine en fonction du temps. Le maximum est atteint en moins de 1,75 ms et peut être considéré comme constant pendant 150  $\mu$ s. Le tir laser de 5 ns est appliqué durant cet intervalle. Insert : profil temporel du tir laser.

avec  $\mathcal{P}$  la puissance du laser et  $\eta$  l'efficacité de détection totale.

Nous avons installé l'expérience au LULI à Palaiseau sur la chaîne laser Nano 2000. Cette chaîne permet de délivrer en moyenne 1.5 kJ dans une fenêtre de 4,8 ns comme cela est montré dans l'insert de la Fig. 4.2 avec  $\omega=1,17$  eV. Ceci correspond à  $8 \times 10^{21}$  photons incidents par tir laser. Le taux de répétition est d'un tir toutes les deux heures. Le faisceau est focalisé juste avant le mur à l'aide d'une lentille de focale 20,4 m. Pour éviter toute ionisation de l'air, un vide meilleur que  $10^{-3}$  mbar est nécessaire. Le mur est constitué d'une plaque en dural et est incliné à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de propagation du laser ce qui permet d'augmenter l'aire de l'impact laser et d'éviter toute retroréflexion.

Le champ magnétique transverse a été fourni par deux bobines issues de la technologie

en X (X-coil) que nous décrirons dans la partie sur la biréfringence magnétique du vide mais adaptées à cette expérience. Nous avons donc allongé les bobines X-coil et nous avons rétréci un peu le trou central afin de gagner en champ magnétique. Nous avons également développé deux cryostats spécifiques grâce auxquels nous pouvions faire un vide commun entre la ligne laser et la zone d'interaction avec le champ magnétique. Nous avons délivré des impulsions de champ magnétique de l'ordre de 10 T.

Enfin, pour la détection, nous avons utilisé un détecteur de photon unique. Il s'agissait d'une photodiode à avalanche, commercialisée par la firme Princeton Lightwave Instruments. La lumière était couplée au détecteur à l'aide d'une fibre multimode.

Nous avons précisément caractérisé le détecteur pour optimiser son efficacité de détection en fonction de divers paramètres ajustables, comme la température de la photodiode ou de la tension appliquée à la photodiode. Finalement, une fois ces paramètres optimisés, nous avons obtenu une efficacité de détection d'environ 50 % avec un bruit d'obscurité de  $2,5 \times 10^{-2}$  sur 500 ns.

Finalement, aucun photon n'a été détecté au cours de cette campagne de 80 tirs. Nous avons donc pu invalider complètement l'hypothèse émise par PVLAS : il n'existait pas de PBFM avec les paramètres évoqués par l'équipe italienne. Ces résultats ont été publiés dans Physical Review Letters en 2007 pour les premiers résultats [56] (Annexe D). Ces résultats nous ont permis de devancer les autres équipes s'étant lancées sur les traces de l'axion.

La courbe représentant les limites de l'inverse de la constante de couplage axion-2 photons  $M$  en fonction de la masse de l'axion  $m_a$  est représentée sur la Fig. 4.3 pour notre expérience (gris foncé) et elle est comparée aux limites données par d'autres expériences sur la Fig. 4.4.

La force de cette expérience fut de combiner de façon presque idéale le laser Nano 2000 du LULI, les bobines pulsées développées au LNCMI et un compteur de photons uniques commercial adapté à nos besoins.

### 4.1.2 L'expérience de l'ESRF

Ensuite, en 2010, nous avons réalisé une seconde expérience de ce type mais avec des photons incidents de plus grande énergie (Rayons X) afin d'explorer de nouvelles régions dans l'espace des paramètres  $m_a$  et  $M$ .

Les limites sur l'existence des PBFM sont fournies pour des masses de la particule axionique très faibles devant l'énergie du photon ( $m_a \ll \omega$ ). Jusqu'alors, les expériences

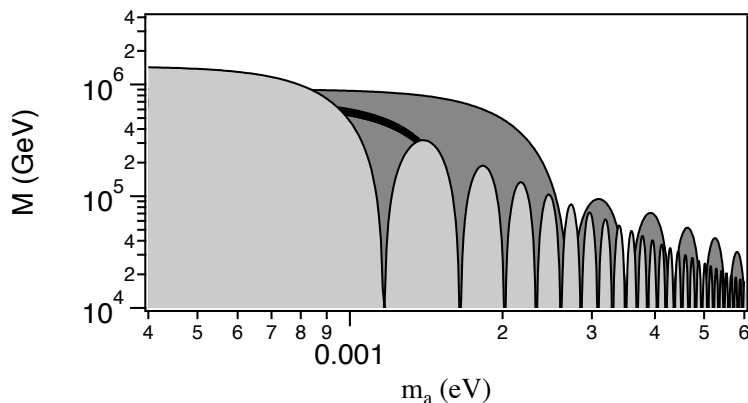


FIGURE 4.3 – Gris foncé : Limite à  $3\sigma$  de la constante de couplage  $M$  axion-2 photons, en fonction de la masse de l'axion  $m_a$ , obtenue à partir de notre absence de comptage au cours des tirs. L'aire sous la courbe est exclue. Gris clair : Limite obtenue par la collaboration BFRT en 1993 [54]. Noire : Limite donnée par PVLAS [55] et non exclue par BFRT pour l'observation de l'axion.

concernant la photorégénération étaient faites avec  $\omega$  de l'ordre de 1 eV. Or, augmenter l'énergie du photon incident permet de tester de nouvelles régions. Ce type d'expérience a été proposée avec des rayons X mous [63] avec le laser à électrons libres VUV-FEL du Desy en Allemagne qui peut fournir des énergies de photons allant de 10 à 200 eV. L'utilisation de rayons X durs à partir d'une source synchrotron a été proposée dans la référence [64]. Ce type de source peut fournir des énergies de photon de quelques dizaines de keV, donc bien plus grande que sur un laser à électrons libres.

Début 2010, nous avons obtenu une semaine d'accès à l'European Synchrotron Radiation Facility (ESRF) à Grenoble sur la ligne ID06 géré par Carsten Detlefs. Dans ce contexte, il nous a semblé intéressant de réaliser une nouvelle expérience de photorégénération avec une source de rayons X, qui est donc la première expérience de ce type avec des énergies de photons aussi élevées. L'ensemble du montage de l'expérience et la prise de données ont été effectués durant cette semaine d'accès.

Le principe de l'expérience est exactement le même que celui décrit précédemment pour l'expérience réalisée au LULI. Le schéma est présenté sur la Fig. 4.5.

Deux énergies ont été utilisées :  $\omega = 50.2$  keV et  $90.7$  keV. Ces énergies étaient sélectionnées à l'aide d'un monochromateur situé sur le trajet du faisceau de rayons X et la polarisation des rayons X était horizontale. Enfin, la direction du faisceau était stabilisée afin d'assurer une stabilité en position meilleure que 0.1 mm au niveau de l'entrée du

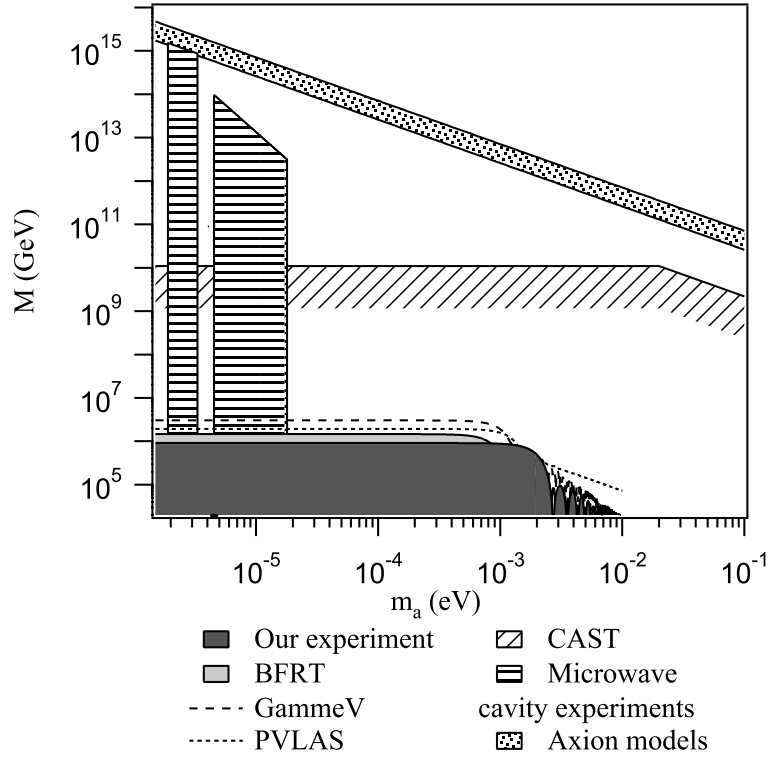


FIGURE 4.4 – Comparaison des zones d'exclusion de l'axion obtenues sur diverses expériences : GammeV en 2008 [57], PVLAS en 2008 [58], expériences avec des microcavités [59–61] et CAST en 2007 [62] – et zone de présence de l'axion attendue théoriquement.

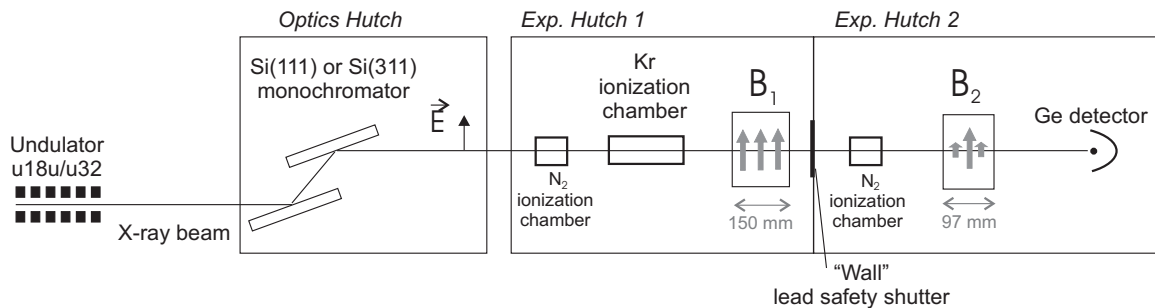


FIGURE 4.5 – Schéma de l'expérience de photorégénération à l'ESRF.

deuxième aimant. Le trajet du faisceau était placé dans le vide sous vide afin d'éviter la perte de photons incidents due à absorption par l'air. Le flux incident était mesuré précisément avec une chambre à ionisation remplie d'un bar de krypton. Durant les prises de données, nous avons obtenu environ  $1.2 \times 10^{12}$  photons par seconde à 50.2 keV et  $3.1 \times 10^{10}$  à 90.7 keV.

Le champ magnétique était délivré par deux aimants supraconducteurs avec un champ magnétique parallèle à la polarisation du faisceau. Le premier aimant fournissait 3 T sur une longueur de 150 mm alors que le deuxième aimant fournissait 3 T sur 97 mm.

Les aimants ont été placés dans les 2 chambres expérimentales EH1 et EH2 qui sont blindées avec du plomb. Le mur permettant de bloquer les rayons X entre les deux aimants correspond à l'obturateur de sécurité entre EH1 et EH2 et qui est constitué d'une épaisseur de plomb de 50 mm. La zone de régénération, qui se trouve au niveau de la deuxième bobine, et de détection se trouve blindée dans la chambre EH2. Cette configuration permettait d'avoir un niveau de bruit de fond bas, essentiellement dominé par les rayons cosmiques.

Le détecteur était constitué de 5 mm de Germanium refroidi à l'azote liquide. Les rayons X arrivant sur le détecteur créent des charges électriques proportionnelles à l'énergie du photon. Le signal de sortie était ensuite filtré afin de rejeter les événements dont l'énergie ne correspondait pas à l'énergie des photons incidents sélectionnée par le monochromateur. L'efficacité de détection fut d'environ 99.98 % à 50.2 keV et 84 % à 90.7 keV. Enfin, le taux de comptage mesuré lorsque que le faisceau de rayons X était éteint, correspondant donc au bruit de fond, était de seulement  $(7.2 \pm 0.7) \times 10^{-3}$  photon par seconde.

Les résultats bruts sont résumés dans le Tableau 4.1. Ils correspondent à environ 2 heures de prise de données pour chaque énergie de photon dans les deux configurations – avec ou sans le champ magnétique. Aucun excès de comptage au-dessus du bruit de fond n'a été observé. La probabilité de photorégénération à  $2\sigma$  correspond alors au rapport de l'erreur sur le nombre de photons régénérés  $N_p$  sur le nombre de photons incidents.

Les limites sur la constante de couplage  $g = 1/M$  axion-2 photons en fonction de la masse de l'axion  $m_a$  sont représentées sur la Fig. 4.6.

Elles sont comparées aux limites données par d'autres expériences sur la Fig 4.7. Attention : les courbes tracées pour l'expérience réalisées au LULI représente  $M$  et non  $g$  en fonction de la masse de l'axion. Les meilleures limites actuelles obtenues sur une expérience purement terrestre ont été données par la collaboration ALPS au DESY en Allemagne en 2010 [65] et sont représentées par la zone d'exclusion au-dessus de la ligne. Les meilleures limites établies par les recherches d'axions extra-terrestre sont représentées par les zones hachurées : les hachures horizontales correspondent à CAST [66] qui



X	Aimants	$\omega$ (keV)	$t_i$ (s)	$N_{\text{inc}}$ (Hz)	taux de comptage (Hz)	$N_p$ (Hz)
OFF	OFF		13913	0	$(7.2 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	
ON	OFF	50.2	7575	$1.2 \times 10^{12}$	$(5.7 \pm 0.9) \times 10^{-3}$	
ON	ON	50.2	7276	$1.2 \times 10^{12}$	$(6.2 \pm 0.9) \times 10^{-3}$	$(0.5 \pm 2.6) \times 10^{-3}$
ON	OFF	90.7	7444	$3.2 \times 10^{10}$	$(7.9 \pm 1.0) \times 10^{-3}$	
ON	ON	90.7	7247	$3.1 \times 10^{10}$	$(8.1 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	$(0.2 \pm 3.0) \times 10^{-3}$

TABLE 4.1 – Résumé de nos données prises avec ou sans les aimants, avec ou sans le faisceau de rayons X. Le temps d'intégration correspond à  $t_i$ , alors que  $N_{\text{inc}}$  correspond au nombre de photons incidents par seconde et le taux de comptage au nombre de photon détectés par seconde. Enfin,  $N_p$  correspond au calcul du nombre de photon régénérés, l'erreur étant donnée avec un indice de confiance de 95%. Aucun excès de comptage au-dessus de bruit de fond n'a été observé.

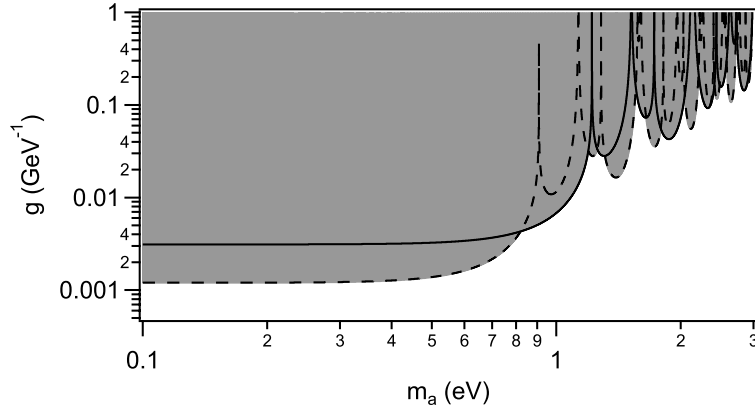


FIGURE 4.6 – Limites à  $2\sigma$  de la constante de couplage  $g$  en fonction de la masse de l'axion. La zone grisée est exclue. La ligne pointillée représente les limites obtenues avec une énergie de photon de 50.2 keV alors-que la ligne pleine correspond à 90.7 keV.

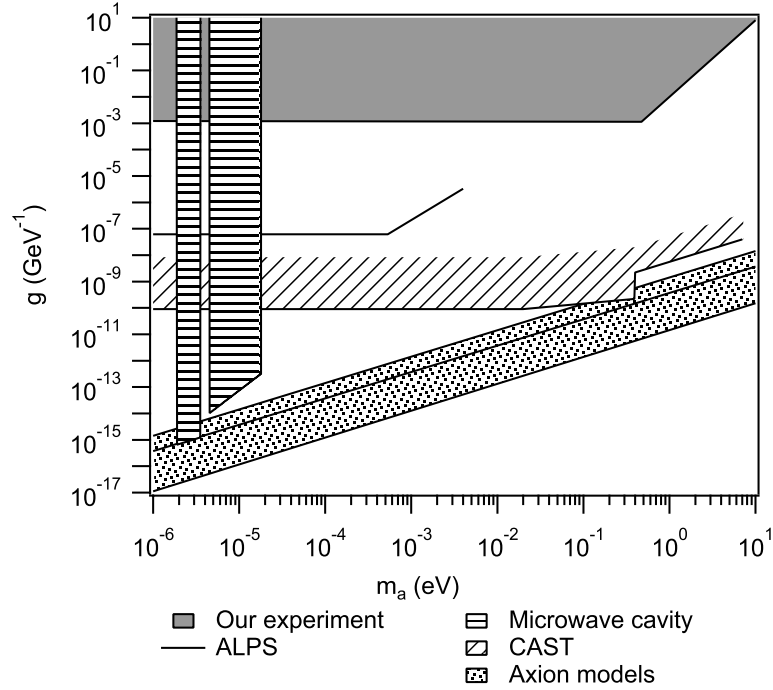


FIGURE 4.7 – Limites sur la constante de couplage  $g$  en fonction de la masse de l'axion obtenues par des recherches expérimentales. Notre zone d'exclusion est représentée par la zone grisée. Voir le texte pour plus de détails.

recherche des axions provenant du soleil alors-que les hachures horizontales correspondent aux recherches d'axions galactiques à l'aide de micro-cavités [67]. La bande à pois correspond aux prévisions théoriques. Cette figure montre que nous avons testé une nouvelle région dans l'espace des paramètres  $m_a$  et  $g$  en ce qui concerne les expériences purement terrestres, qui ne dépendent pas de modèles.

Notre expérience a permis d'étendre à de plus hautes énergies la recherche des oscillations photons - particules massives en présence d'un champ magnétique. Aucune limite avec des expériences purement terrestres, donc indépendantes de modèles, n'avait été donnée jusqu'à maintenant dans cette région. Les résultats ont été publiés dans la revue *Physical Review Letters* [68] (Annexe E).

A ce jour, la recherche des PBFM reste toujours d'actualité. Toutefois, avec les moyens dont nous disposons, les expériences de type "shining wall" semblent loin de rivaliser avec les limites astrophysiques bien que celles-ci soient "modèle dépendantes". En effet, dans ce type d'expériences, on ne contrôle pas la source primaire d'axions. De ce fait,

tant qu'il n'y aura pas de controverse expérimentale, comme à l'époque du signal de PVLAS, il nous semble qu'il n'est pas prioritaire de continuer les expériences de ce type même en augmentant fortement le champ magnétique avec les nouveaux aimants que nous avons développés pour l'expérience BMV. Toutefois, un groupe de chercheur basé à DESY semble vouloir continuer dans cette voie en mettant des moyens considérables pour la détection de cette particule. Nous sommes en contact avec eux et nous suivons les choses de prêt.

Les expériences décrites précédemment ont vu le jour grâce au travail que j'ai effectué avec l'équipe BMV autour de l'expérience de mesure de la biréfringence magnétique du vide. Dans la partie suivante, je vais décrire plus en détail cette très belle expérience initiée par C. Rizzo sur Toulouse il y a une quinzaine d'années et pour laquelle je suis venu travailler à Toulouse en 2004.

# Chapitre 5

## La biréfringence magnétique du vide

### 5.1 Bref historique

Autant que je sache, la recherche expérimentale d'une variation de la vitesse de la lumière en présence d'un champ magnétique remonte à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle et a toujours intéressé les physiciens. Cela a débuté avec les expériences de Morley, Eddy et Miller [69] en 1898. Les trois physiciens avaient utilisé un interféromètre de Michelson dans lequel ils avaient placé un champ magnétique parallèle à la propagation de la lumière de 0.165 T dans un des bras. Ils conclurent à une variation de la vitesse de la lumière inférieure à  $10^{-8}$  en valeur relative. La première expérience dévolue à la recherche de l'effet d'un champ magnétique transversal sur la propagation d'un faisceau lumineux fut réalisée par Watson en 1929 [70]. Cette fois les auteurs conclurent que la variation de l'indice de réfraction dans le vide sous l'action d'un champ magnétique transverse n'excédait pas  $4 \times 10^{-7} \text{ T}^{-1}$ . Cependant, la première citation pour une possible mesure de l'effet Cotton-Mouton du vide (que l'on nomme aussi Biréfringence Magnétique du Vide ou BMV dans la suite) est due à Thomas Erber en 1961 [71] même s'il note, à tort, qu'il s'agit d'un effet s'apparentant à une activité optique. Les compléments théoriques de Bialynicka-Birula et Bialynicki-Birula [73] puis de S. Adler [74] en 1970 et 1971 ont ensuite relancé l'attrait pour ce type d'expériences. Le résultat de leurs calculs fournissait la biréfringence magnétique attendue (en unités SI) :

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = 3AB_0^2 \sin^2(\beta), \quad (5.1)$$

avec  $A = \frac{2\alpha^2 \hbar^3 B_0^2}{15m^4 c^5 \mu_0}$  en unités SI, et avec  $\beta$  l'angle entre la direction de propagation du faisceau lumineux et la direction du champ magnétique (attention, dans l'article de S. Adler, les conventions  $n_{\parallel}$  et  $n_{\perp}$  sont inversées par rapport aux nôtres). En 1979, les physiciens

E. Iacopini et E. Zavattini [72] proposèrent une expérience originale. Ils proposèrent de mesurer directement la différence d'indice  $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$  en utilisant une cavité optique pour amplifier l'effet et de mesurer l'ellipticité acquise par la lumière durant la propagation dans le champ magnétique. Cette ellipticité était de plus modulée devant la cavité afin d'effectuer une détection hétérodyne de l'effet. Dans ce cadre, l'ellipticité à mesurer s'exprime suivant la relation :

$$\psi = \pi \frac{L}{\lambda} (n_{\parallel} - n_{\perp}) \quad (5.2)$$

où  $L$  désigne la longueur du trajet suivi par la lumière dans la cavité et au sein du champ magnétique et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière. La nouveauté est ici d'utiliser une cavité optique comme réjecteur des perturbations au premier ordre. En effet, les auteurs soulignent que cette méthode est insensible "(a) to the residual gas fluctuations in the optical cavity; (b) to the variation in the length of the cavity [...] (c) to the spread of the laser wavelength". Nous le verrons par la suite, les variations de longueurs de la cavité sont finalement gênantes car elles induisent également du bruit en ellipticité qu'il est difficile de contrôler. C'est sans doute la limite ultime de ce type d'expériences.

C'est sur ce principe que vont se baser toutes les expériences menées jusqu'à ce jour pour espérer observer cet effet.

Après des tests au CERN [75] au début des années 80, une première expérience fut montée au Brookhaven National Laboratory en 1993 [54]. L'ellipticité était amplifiée dans une cavité multipassage par un facteur 250 et un champ magnétique de 4 T sur une longueur de 8,8 m était modulé à une fréquence de 0,03 Hz. Les auteurs ont reporté une sensibilité en ellipticité de  $7,9 \times 10^{-8} \text{ rad Hz}^{-1/2}$  qui était alors insuffisante pour espérer mesurer l'effet de biréfringence magnétique du vide. En 1991, une nouvelle expérience fut lancée au Laboratori Nazionali di Legnaro en Italie par la collaboration PVLAS (Polarizzazione del Vuoto con LASer) basée encore une fois sur le même principe. Cette fois la cavité optique était un interféromètre de Fabry-Perot vertical de 3,6 m et le champ magnétique de 5 T était créé par un aimant supraconducteur posé sur une table rotative qui permettait une modulation du champ magnétique inférieure au hertz. Cette expérience impressionnante fut arrêtée en 2008 et les mesures dans le vide ont donné un niveau de bruit de l'ordre de  $1,7 \times 10^{-20} \text{T}^{-2}$  pour  $k_{CM}$  [76]. En 1996, des chercheurs taiwanais [77] ont également lancé une expérience basée sur le même principe que celle de PVLAS mais avec des aimants permanents de 3,5 m de long et une cavité optique dont les miroirs sont suspendus par deux suspensions en X montées sur deux tables à isolation séparées. A ce jour, aucune biréfringence n'a été détectée et la sensibilité en ellipticité atteinte est de  $10^{-6} \text{ rad Hz}^{-1/2}$  [78]. Enfin, l'équipe italienne de PVLAS fut reconstituée en partie à

l'université de Ferrara pour relancer une nouvelle expérience basée sur des aimants permanents ( $B = 2,5 \text{ T}$ ,  $B^2L = 10,3 \text{ T}^2\text{m}$ ) en rotation à une fréquence de 10 Hz et une cavité optique de 3,3 m de long avec une finesse de 670 000 [79]. Les résultats publiés en 2014 annoncent une sensibilité limite en  $k_{CM}$  de  $2 \times 10^{-22} \text{ T}^{-2}$ . Ils ne sont plus qu'à un facteur 50 de l'effet !

## 5.2 L'expérience toulousaine

Toutes les mesures précédentes ont en commun deux choses primordiales :

- la modulation de l'ellipticité incidente sur la cavité et donc une détection du signal hétérodyne
- des champs magnétiques permanents

En 1997, Carlo Rizzo alors dans la collaboration italienne de PVLAS propose l'idée d'utiliser des champs magnétiques pulsés en lieu et place des aimants supraconducteurs ou des aimants permanents [80]. Son idée est d'amplifier au maximum l'effet quitte à perdre en durée d'enregistrement. C'est sur cette idée de principe que l'expérience toulousaine à vu le jour. Une première version d'aimant pulsé transverse fut alors proposée [81]. Il s'agissait d'un dipôle réalisé à l'aide de plaques de cuivre se faisant face et deux ponts aux extrémités permettant la circulation du courant. Sur le papier c'était simple, cela faisait 25 T sur 1 m ! L'autre idée novatrice était de faire osciller le champ magnétique pulsé (oscillations amorties) afin d'augmenter le rapport signal sur bruit de la détection. Nous allons le voir, les aléas d'une expérience d'une telle envergure font que les choix initiaux sont modifiés mais ils peuvent resurgir plus ou moins, nous le verrons en fin de manuscrit.

L'expérience toulousaine se place donc dans la lignée de ses prédécesseuses en ce sens qu'elle vise à mesurer l'ellipticité  $\psi$  acquise par un faisceau lumineux au cours de sa propagation au sein d'un champ magnétique transversal. Cette ellipticité s'écrit suivant la relation :

$$\psi = \pi k_{CM} \frac{L_B}{\lambda} B^2 \sin 2\theta_P, \quad (5.3)$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde du laser incident, ici 1064 nm,  $L_B$  la distance parcourue dans le champ magnétique, et  $\theta_P = 45^\circ$  l'angle entre la polarisation incidente et l'axe de biréfringence fixé par la direction du champ magnétique.

Pour augmenter l'ellipticité à mesurer, nous utilisons une cavité Fabry Perot comme nous l'avons déjà évoqué pour que la lumière fasse un grand nombre d'allers et retours au sein du champ magnétique. Cela se traduit par une amplification de l'ellipticité d'un facteur égal au nombre d'allers et retours qui s'exprime en fonction de la finesse de la

cavité  $F$  soit

$$\Psi = \frac{2F}{\pi} \psi. \quad (5.4)$$

Finalement, la grandeur à mesurer dans notre expérience s'écrit :

$$\Psi = 2 \frac{F}{\lambda} k_{\text{CM}} L_B B^2 \sin 2\theta_P, \quad (5.5)$$

Cette équation nous fournit les différents paramètres à optimiser et à contrôler pour parvenir à mesurer de très faibles biréfringences que ce soit dans les gaz ou dans le vide. Nous allons décrire désormais l'expérience toulousaine en détaillant les différents paramètres expérimentaux. Cette expérience a été montée après mon arrivée dans une salle blanche dédiée afin de ne pas salir les miroirs de très haute réflectivité dont nous disposons pour la cavité Fabry Perot.

## 5.3 Dispositif expérimental

### 5.3.1 Le champ magnétique pulsé

Une des innovations principales de notre expérience provient de l'utilisation d'un champ magnétique pulsé. L'idée est de pouvoir atteindre les champs magnétiques très intenses en un temps relativement court mais pendant lequel il est possible de réaliser des mesures optiques. Pour créer un champ magnétique l'idée simple est de faire circuler du courant dans un conducteur. Le problème pour atteindre des champs élevés est que l'intensité du courant nécessaire devient vite importante et que le conducteur se met à chauffer. À partir d'une certaine température, l'isolant fond et l'apparition d'un court-circuit détruit l'aimant. Pour palier cette difficulté, plusieurs stratégies peuvent être utilisées. La première est de refroidir au maximum l'aimant en faisant circuler de l'eau. La quantité de chaleur à évacuer peut vite devenir colossale mais on peut atteindre avec ce type d'aimants permanents des intensités de champ magnétique de l'ordre de la trentaine de Tesla. Une autre stratégie est d'éviter le chauffage par effet Joule en utilisant des fils supraconducteurs dont la résistance est nulle. Cependant, ces matériaux ont un champ magnétique critique au-delà duquel ils subissent une transition de phase pour revenir dans une phase métallique non supraconductrice. Le champ maximal est donc limité aux alentours d'une quinzaine de Tesla mais de très grands aimants transverses sont réalisables comme l'a brillamment démontré le CERN avec le Large Hadron Collider (LHC) qui utilise 1232 dipôles magnétiques produisant 8,4 T sur une longueur de 14 m chacun et tous refroidis à l'hélium liquide. Cela reste de véritables prouesses technologiques et le risque d'une fuite

d'hélium comme cela s'est produit au démarrage du LHC montre la difficulté d'utilisation (et le coût car chaque dipôle coûte environ un demi million d'euros...) de tels instruments. Il est également envisageable d'utiliser des solutions hybrides supraconducteurs/aimants refroidis à l'eau mais cela devient de plus en plus complexe et onéreux à fabriquer. Une autre solution est d'utiliser des aimants permanents assemblés de manière astucieuse pour former un champ transverse peu intense mais sur une longueur pouvant être importante. C'est la solution choisie par nos collègues italiens et taiwanais.

La dernière solution est d'utiliser un champ pulsé. L'idée est de décharger en un temps très court (5 ms à 100 ms) l'énergie stockée dans des condensateurs dans un conducteur. L'inertie thermique permet alors d'atteindre des valeurs élevées de courant sans que le conducteur n'ait le temps de s'échauffer suffisamment pour créer de court circuit. Le problème est alors autre. En effet, les courants atteignent facilement la dizaine de milliers d'ampères et la densité volumique de la force de Lorentz  $f_L \propto jB$  devient destructrice puisque  $B$  dépend lui aussi de la densité volumique de courant  $j$ . Il est donc nécessaire de renforcer habilement les conducteurs et de développer un savoir faire ingénieux pour fabriquer ce type d'aimants. Le LNCMI est spécialiste des aimants pulsés puisqu'il peut fournir aux utilisateurs de aimants fournissant un champ magnétique de 90 T mais en version solénoïde soit avec un champ longitudinal. Cette géométrie possède la symétrie de révolution autour de son axe et cela permet d'une part d'effectuer des simulations numériques précises quant aux efforts subis par le fil, mais cela permet également de contrebalancer efficacement les forces de pression radiales qui s'exercent sur le fil. En général, les ingénieurs utilisent de la résine époxy Stycast ainsi que du Zylon (une fibre artificielle ultra résistante) qui est bobiné autour de l'aimant après chaque couche. Pour notre problème la situation est bien plus compliquée. En effet, il a fallu effectuer un très gros travail d'ingénierie pour développer des aimants efficaces sans pour autant pouvoir modéliser précisément les contraintes exercées sur les fils du fait de la géométrie compliquée de ce type d'aimants.

L'idée initiale de mettre en regard des plaques de cuivre a avorté du fait de la difficulté de réalisation des ponts aux extrémités des plaques pour faire passer le courant d'une plaque à l'autre. Ils n'étaient pas suffisamment solides pour accepter les fortes contraintes mécaniques. A l'époque, nous ne sommes pas parvenus à dépasser quelques teslas. L'idée fut alors de placer les deux couches de fils avec une forme de X (fig. 5.1) pour maximiser le champ au plus près du passage du faisceau lumineux. Cette configuration permet également un bobinage de fil continu comme le montre la figure fig. 5.2 évitant les torsions de fils et les ruptures intempestives.

Pour la biréfringence magnétique, le paramètre crucial est la maximisation du para-



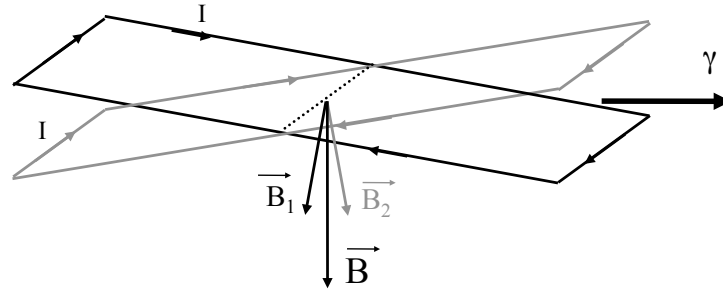


FIGURE 5.1 – Schéma de la bobine en forme de X. Chaque couche fournit un champ magnétique qui lui est perpendiculaire et la somme des deux fait le champ magnétique transverse final. La flèche  $\gamma$  indique la direction de propagation de la lumière.

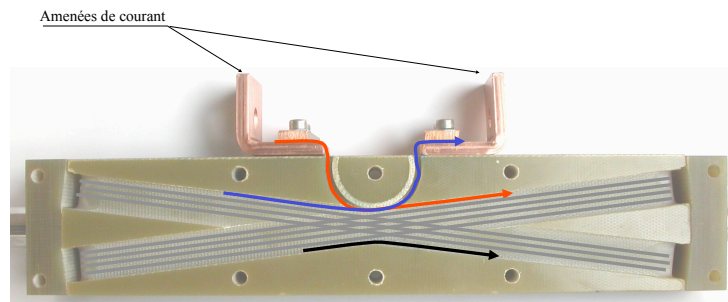


FIGURE 5.2 – Le bobinage s'effectue de manière continue. En haut de la figure les flèches représentent l'entrée et la sortie des fils vers les amenées de courant. La flèche de la partie basse montre la direction de changement de couche.

mètre  $B^2 L_B$  tel que :

$$B^2 L = B_0^2 L_{eq} = \int_{-L/2}^{L/2} B_y^2(z) dz \quad (5.6)$$

où  $B_0$  est le champ maximal.  $L_{eq}$  définit la longueur équivalente d'un aimant qui aurait un champ uniforme égal à  $B_0$  sur son axe.

Si on suppose que la longueur de l'aimant est grande devant sa largeur, on peut estimer le champ magnétique sur l'axe de l'aimant en calculant la contribution de quatre fils infiniment longs. Les notations sont celles de la figure fig. 5.3.

Si on considère le champ créé par une nappe de fil, celui-ci est perpendiculaire à cette nappe et il s'écrit :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cos \beta \quad (5.7)$$

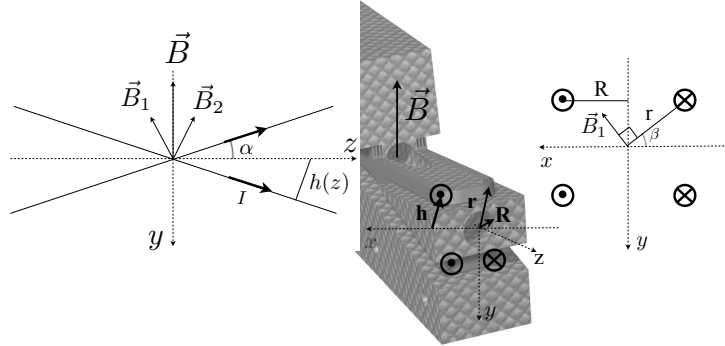


FIGURE 5.3 –

$$r = \sqrt{R^2 + h^2(z)} \quad (5.8)$$

$$\cos \beta = \frac{R}{r} \quad (5.9)$$

$$h^2(z) = z^2 \sin^2 \alpha \quad (5.10)$$

Les 4 branches du X contribuent de la même manière, et en projetant suivant l'axe ( $Oz$ ), on obtient le champ sur l'axe :

$$B_y(z) = 4 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{R}{R^2 + z^2 \sin^2 \alpha} \cos \alpha \quad (5.11)$$

Si l'angle  $\alpha$  est nul, on retrouve bien le champ créé par quatre fils infinis. On peut également noter que le champ maximal atteint sur l'axe est environ le double de celui atteint par des bobines en configuration de Helmholtz (égal à  $0.7\mu_0 I/R$ ), ce qui montre l'efficacité de cette géométrie en  $X$ .

Au final, les deux bobines utilisées depuis 2006 portent les numéros X07 et X08 et ont la géométrie indiquée sur la figure 5.4

Pour aller plus loin, une modélisation par éléments finis a été réalisée. Les résultats concernant les paramètres principaux de l'aimant sont indiqués sur la capture d'écran de la figure 5.4

On remarque notamment sur cette figure la présence d'une petite composante longitudinale du champ magnétique sur l'axe de la lumière (composante  $B_z$  dans l'encart à droite). Cela est dû à la dissymétrie de la structure en sandwich de la bobine du fait des cales de montées entre chaque couche de fils. Cette composante n'est pas gênante pour les mesures de biréfringence dans le vide car il n'existe pas d'effet Faraday mais cela n'est plus vrai dans le cas des gaz comme nous le verrons dans la partie concernée.

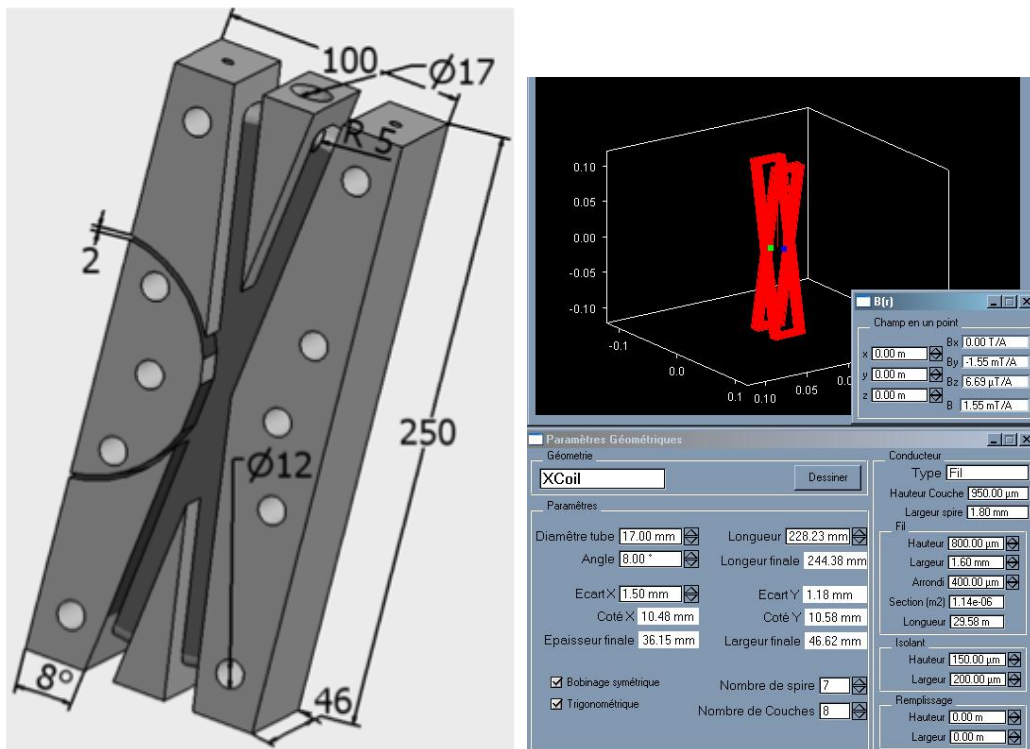


FIGURE 5.4 – A gauche : Géométrie de la bobine en X utilisée sur la première version de l'expérience BMV. Ces bobines ont effectuées sans doute un millier de tirs aux alentours de 6 T et sont toujours en activité. A droite : simulation numérique effectuée par S. Batut. On note dans l'encart en haut à droite l'existence d'une composante de champ magnétique longitudinale 230 fois inférieure à la composante transversale. Ceci est gênant pour des mesures dans les gaz car cela induit un effet Faraday.

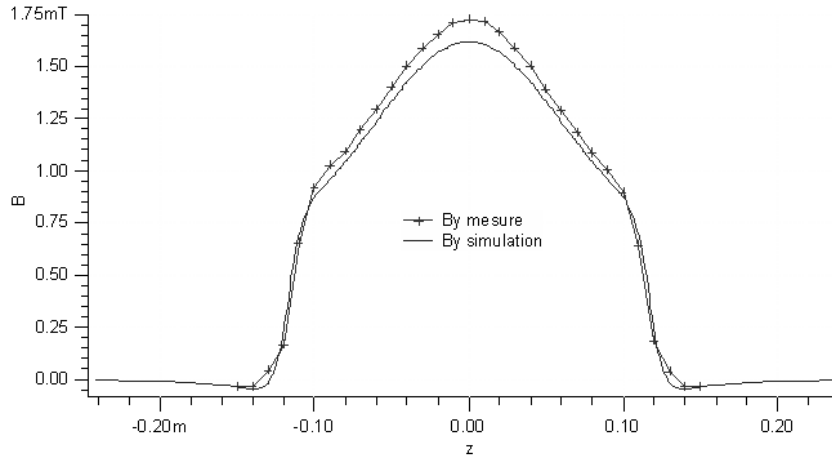


FIGURE 5.5 – Profil du champ magnétique mesuré à l’aide d’une bobine pick-up le long de l’axe de l’aimant. L’écart entre la simulation et les points expérimentaux est dû aux approximations sur la forme des fils dans le calcul par éléments finis.

Finalement ; les aimants ont été testés jusqu’à un champ maximal sans rupture de 14 T avec une longueur effective de 13 cm soit un facteur  $B^2L_B$  de 25 T<sup>2</sup>m. Le temps de montée dépend du champ maximal atteint mais il se situe aux alentours de 2 ms. Notons enfin que pour ne pas prendre le moindre risque d’explosion de l’aimant en salle blanche, nous nous sommes contentés d’utiliser les aimants à un champ maximal de 8 ou 9 T.

Sur la figure 5.5, on peut voir la comparaison entre la modélisation et les points expérimentaux de la valeur du champ magnétique sur l’axe. Les points expérimentaux sont mesurés à l’aide d’une bobine de fil appelée pick-up aux bornes de laquelle est induite une différence de potentiel qui nous permet de remonter à la valeur du champ magnétique. Les mesures de ce graphe sont réalisées à l’aide d’une détection synchrone et d’un courant de 1 A modulé à 230 Hz. Au final, nous obtenons un facteur de champ de 1,68 T/kA pour une longueur équivalente de 13,7 cm, soit la moitié de l’aimant à quelque chose près. Le désaccord entre la simulation et les points expérimentaux provient sans doute de la non prise en compte dans la simulation de la forme exacte des fils de cuivre utilisés (ils ont un bord un peu arrondi).

Les bobines sont refroidies dans des cryostats remplis d’azote liquide. Ces cryostats ont également été développés au sein de l’équipe cryogénie du LNCMI et plus spécialement par Marc Nardone. Il s’agit de deux cylindres concentriques d’acier inoxydable soudés de sorte de laisser un vide de quelques millimètres entre chaque pour ensuite pomper cet air et réaliser un vide d’isolation. Les aimants sont ensuite placés au fond et la double

paroi du cryostat est percée pour passer à l'intérieur de l'aimant un tube en inox de diamètre extérieur 17mm. Cette étape est très délicate car le pointage du perçage n'est pas aisé. Ensuite, un second tube concentrique est inséré à l'intérieur du premier pour là encore permettre un pompage et un vide d'isolation (fig.5.6). Le choix du diamètre de ce tube interne est critique car c'est à l'intérieur de celui-ci que le tube à vide de la cavité optique doit être placé sans qu'il n'y ait de contact entre les deux. La bobine est ensuite maintenue par des tiges en inox fixées sur le fond du cryostat. On notera que la conception du cryostat est prévue pour pouvoir intervenir en salle blanche en cas de problème et il est démontable relativement facilement. Par bonheur, nous n'avons jamais eu à profiter de cela ! Les deux cryostats sont posés sur un châssis indépendant de la table optique de manière à éviter que les vibrations mécaniques, induites par le passage d'un courant de plusieurs milliers d'ampères en quelques millisecondes, ne se propagent vers la cavité Fabry Perot.

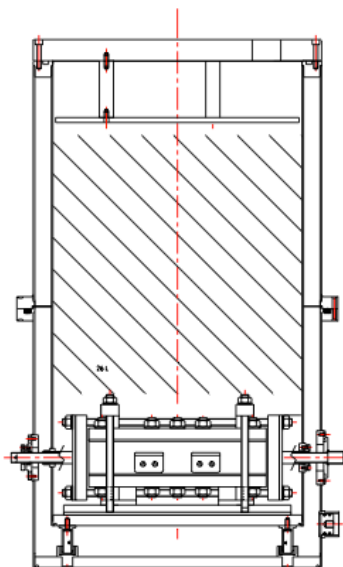


FIGURE 5.6 – Plan du cryostat dessiné par M. Nardone, ingénieur au LNCMI. On voit notamment la complexité du dispositif permettant le passage d'un double tuyau avec vide d'isolation passant au sein de la bobine, le tout étant démontable en salle blanche.

Ces bobines sont alimentées par deux générateurs situés dans deux pièces distinctes de part et d'autre de la salle blanche. Enfin, nous pouvons changer la polarité des générateurs et donc changer le sens du champ magnétique appliqué. Cela a une grande importance pour l'analyse de nos données et pour l'annulation des effets systématiques nous le verrons.

### 5.3.2 La cavité Fabry Perot

L'amplification du signal d'ellipticité est liée au nombre d'allers retours au sein de la cavité et donc du facteur  $2F/\pi$  où  $F$  désigne la finesse qui est reliée aux propriétés des miroirs suivant la relation :

$$F = \frac{\pi\sqrt{R_M}}{1 - R_M}, \quad (5.12)$$

avec  $R_M$  le coefficient de réflexion en intensité que nous supposons ici identique pour les deux miroirs.

Il y a dix ans, lorsque l'expérience a démarré à Toulouse, nous ne disposions pas de miroirs commerciaux de finesse supérieure à 100 000. Nous avons alors développé un partenariat avec le Laboratoire des Matériaux Avancés de Villeurbanne. Ce laboratoire fabrique les miroirs de l'interféromètre à ondes gravitationnelles VIRGO. C'est pour cette raison que nous avons choisi une longueur d'onde de  $\lambda = 1064$  nm, le process de fabrication des miroirs étant optimisé pour cette longueur d'onde.

La longueur de la cavité optique de la première version de notre expérience est de  $L_c = 2,27$  m de sorte à placer les deux cryostats entre les deux miroirs ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 66 MHz environ. Les premières tentatives vaines pour obtenir une cavité de haute finesse font partie des choses marquantes de mon début de carrière.... Nous sommes restés de longs mois sans voir le moindre signal, à s'appuyer sur tous les signaux possibles sans pour autant parvenir à l'obtention des pics de transmission tant attendus. La plupart des observateurs nous expliquaient d'ailleurs que nous ne pourrions jamais asservir de laser sur une telle cavité, sa largeur de raie étant tellement faible! Au final, nous y sommes parvenus et cette période nous a permis d'optimiser de nombreux paramètres sur l'expérience. Les choses ont beaucoup changé depuis, et nous parvenons même à aligner la cavité Fabry Perot de manière automatique en lançant un simple programme! Enfin, du point de vue de la finesse des miroirs, il est aujourd'hui possible de commander aux Etats-unis des miroirs dont la finesse garantie est supérieure ou égale à 300 000 (dans le cas d'un "best effort" assuré par le fabricant, on peut tomber sur un lot plus ou moins performant, certains lots ayant des finesses de l'ordre de 800 000), permettant ainsi une amplification de l'ellipticité d'un facteur  $2F/\pi \simeq 2 \times 10^5$ . Nous avons bien évidemment acheté de tels miroirs qui fonctionnent très bien puisque nous avons obtenu des finesses de l'ordre de 450 000. Toutefois, nous poursuivons notre collaboration avec le LMA à travers une ANR afin de disposer de ce savoir faire en France d'une part, et d'autre part, afin d'être capable d'étudier les biréfringences statiques résiduelles des miroirs. Notre objectif commun est d'atteindre des finesses de 1 million.<sup>1</sup>

1. Ce facteur d'amplification dû à la finesse pourrait également être gagné en changeant la longueur

Notre dispositif expérimental est représenté sur la figure 5.7.

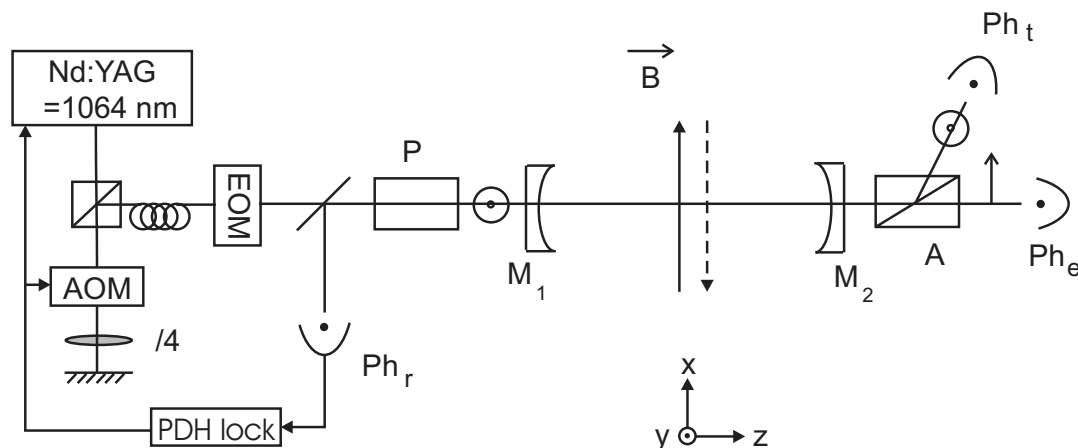


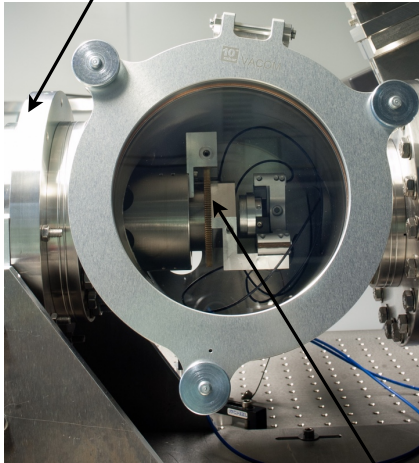
FIGURE 5.7 –

Un laser Nd :YAG @1064 nm est injecté dans un modulateur acousto-optique en double passage afin d'ajuster la fréquence et l'intensité du laser. Celui-ci est ensuite injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation qui nous sert de filtrage spatial pour adapter au mieux le mode à celui de la cavité à l'aide d'un jeu de lentilles dédié. Avant de pénétrer dans la cavité, le faisceau traverse un modulateur électro-optique résonant réglé en modulateur de phase de manière à créer deux bandes latérales à 10 MHz de part et d'autre de la fréquence centrale du faisceau. Le faisceau réfléchi par la cavité est récupéré sur la photodiode  $Ph_r$ . Ce signal est utilisé pour l'asservissement du laser sur la cavité par la méthode de Pound-Drever-Hall [83]. La rétroaction se fait par le modulateur acousto-optique, la cale piézoélectrique et l'élément Peltier du laser.

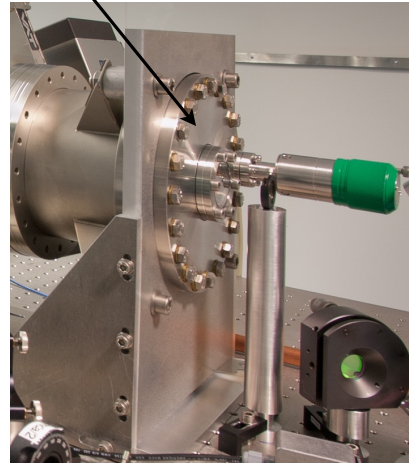
Le faisceau est ensuite injecté dans l'enceinte à vide. Dans celle-ci sont placés un polariseur et un analyseur de Glan avec leurs rotations. Celles-ci sont faites à l'aide d'une roue dentée entraînée par une vis sans fin reliée à une rotation manuelle à l'extérieur de l'enceinte. Entre ces deux polariseurs, les deux miroirs sont placés dans un barillet fixé sur une monture motorisée elle-même placée sur une rotation du même type que les polariseurs (figure 5.8).

En sortie de la cavité, l'analyseur sépare les deux polarisations parallèles (indice  $t$  pour d'onde (voir formule 5.5). Dès 1961 T. Erber [71] présentait qu'il serait de bon ton d'utiliser des rayons  $\gamma$  dont la longueur d'onde est inférieure à la dizaine de picomètres. C. Rizzo et ses collègues ont ensuite proposé une expérience utilisant de telles longueurs d'onde [82] mais à ce jour aucune expérience n'a encore été tentée.

Bride sur laquelle est fixé le miroir avec sa monture motorisée et sa rotation



Bride sur laquelle est fixée la rotation du polariseur



roue dentée servant à effectuer la rotation

FIGURE 5.8 – A gauche, la photo montre le support de miroir. A droite, la photo montre la bride de rotation. Dans les deux situations, les éléments sont rigidement liés à la structure externe de l'enceinte.

transmise dans la suite) et perpendiculaires (indice  $e$  pour extinction dans la suite) à la polarisation incidente qui sont détectées sur deux photodiodes appelées respectivement  $Ph_t$  et  $Ph_e$ .

Le niveau de vide atteint dans notre expérience n'a jamais été critique puisque les effets Cotton-Mouton des gaz résiduels étaient bien inférieurs à notre sensibilité. Nous avons travaillé quotidiennement avec des vides de l'ordre de  $10^{-6}$  mbar mais en étuvant, nous atteignons quelques  $10^{-7}$  mbar. A cette pression, l'effet prépondérant dans les gaz provient du diazote et du dioxygène et la biréfringence magnétique linéaire est de l'ordre de  $k_{CM,gaz\ résiduels} \simeq -1 \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$ .

Un des points critique de l'enceinte à vide se situe au niveau du tube à vide qui passe dans le cryostat. Ce tube ne doit en aucun cas toucher le tube interne du cryostat car cela provoquerait des vibrations trop fortes au niveau de la cavité et le laser ne pourrait pas rester asservi lors du pulse magnétique. Or, son diamètre interne doit également être suffisamment grand pour ne pas provoquer de pertes lors de la propagation du faisceau dans la cavité. En effet pour avoir des pertes inférieures à  $10^{-6}$  en valeur relative, il faut vérifier que les ailes de la distribution gaussienne d'intensité du faisceau ne touchent pas le tube...Il est également très important que le faisceau soit centré sur ces tubes. Pour un



diamètre intérieur de 8 mm, un waist de 1 mm, le décentrement maximal est de 1 mm pour que la baisse de finesse soit inférieure au pourcent. On trouvera une étude détaillée dans la thèse de P. Berceau [86]. Sur notre expérience, le réglage cryostat-tube-faisceau était très compliqué à réaliser et nous y avons laissé une grande énergie ! Un des points rédhibitoire fut notamment l'utilisation de pieds à air comprimés qui ne revenaient pas dans leur position initiale après une perturbation et qui décalaient la position du cryostat (immobile sur son châssis) par rapport à la table optique et donc du petit tuyau... Depuis quelques temps nous utilisons des pieds asservis en position et ce problème est un lointain souvenir... Enfin, la prochaine génération de l'expérience va apporter un confort bienvenu pour le réglage précis du petit tuyau par rapport au cryostat grâce à des translations mécaniques spécialement prévues pour cela.

## 5.4 Les mesures de biréfringences

Une fois les nombreux éléments du dispositif en place, il nous faut ensuite parvenir à faire des mesures de biréfringences. Nous allons décrire dans cette partie la méthodologie utilisée pour extraire de nos signaux expérimentaux des mesures de biréfringences. Ce travail est décrit en détail dans la thèse d'Agathe Cadène [87] soutenue en 2015 et c'est le résultat de plusieurs années de travail. Le point de départ de cette réflexion fut l'existence d'effets systématiques sur nos mesures. Ceux-ci furent mis en évidence lors des premières mesures effectuées dans le vide lors de la thèse de Paul Berceau [86] soutenue en 2012. En effet, bien que nous n'ayions alors pas fait d'étude approfondie du vide lors de cette thèse, nous avons remarqué la présence d'un effet systématique lors de l'analyse de nos données prises dans le vide [88]. Nos mesures n'étaient alors pas compatibles avec zéro et nous avons une sensibilité de l'ordre de  $10^{-19} \text{ T}^{-2}$  sur la constante  $k_{CM}$ . Nous avons alors fait un lourd travail d'étude des différents effets systématiques qui nous a mené à l'analyse un peu ardue des signaux que je vais exposer dans les paragraphes suivants. L'idée générale fut de raisonner à l'aide des différentes symétries présentes dans les signaux mesurés en fonction de paramètres que nous pouvions modifier. En raisonnant ainsi, nous avons mis au point une méthode regroupant toutes les symétries vis à vis de nos paramètres ajustables et nous avons extrait la symétrie du signal recherché en annulant les autres. Le gain occasionné par cette méthode est remarquable comme nous allons le voir.

### 5.4.1 Principe de l'analyse des données

Les biréfringences mesurées sur notre expérience peuvent être de deux sortes. Soit linéaire, on parle alors d'effet Cotton-Mouton, il s'agit d'une ellipticité induite par un champ magnétique transversal sur une polarisation linéaire. Soit circulaire, on parle alors d'effet Faraday. Dans ce cas, le champ magnétique doit être parallèle à l'axe de propagation de la lumière et l'effet du champ magnétique est une rotation d'un angle  $\Theta_F$  de la polarisation rectiligne incidente. Admettons que les deux effets soient présents sur notre expérience (ce qui est possible en principe pour des mesures dans des gaz mais pas dans le vide...), et voyons la méthode d'analyse que nous avons développée.

Tout d'abord décrivons ce que nous mesurons concrètement. L'ellipticité du faisceau en sortie du dispositif est donnée par le rapport des intensités suivant le petit axe sur le grand axe de l'ellipse. Par abus de langage, nous parlons d'intensité lumineuse. Il s'agit en fait d'un flux énergétique qui est la puissance rayonnée par la source de lumière et qui s'exprime en Watt (W). Notons  $\Phi$  ce flux que nous nommerons intensité par la suite quand il n'existe pas de risque de confusion avec une autre quantité. Nous plaçons l'analyseur de sortie suivant l'intensité minimale ( $\Phi_e$ ) (donc suivant le petit axe), et nous récupérons l'intensité maximale suivant le grand axe de l'ellipse ( $\Phi_t$ ) grâce à une sortie dédiée sur nos polariseurs.

L'ellipticité est donc donnée par le rapport :

$$\Psi^{mes}(t) = \frac{\Phi_e(t)}{\Phi_t(t)} \quad (5.13)$$

Ces  $N_e = \Phi_e/(h\nu)$  photons par unité de temps créent au sein du photodétecteur des photoélectrons avec un rendement quantique de conversion égal à  $\eta$  et créent donc un courant électrique  $i_e = \eta \times q \times \frac{\Phi_e}{h\nu}$  qui est amplifié par un amplificateur transimpédance de gain  $g_e$  qui nous fournit donc une tension  $V_e = g_e \times \eta \times q \times \frac{\Phi_e}{h\nu}$ .

L'ellipticité que l'on mesure se déduit donc des mesures de tensions de la photodiode suivant la relation :

$$\Psi^{mes}(t) = \frac{\Phi_e(t)}{\Phi_t(t)} = \frac{V_e(t)}{V_t(t)} \frac{\eta_t g_t}{\eta_e g_e} \quad (5.14)$$

Ensuite, pour l'analyse des signaux, il est nécessaire de prendre en compte le temps de vie des photons  $\tau = \frac{L_c F}{\pi c} \simeq 1$  ms dans la cavité. En effet, la cavité Fabry-Perot se comporte comme un filtre passe-bas du premier ordre pour le faisceau ordinaire et du second ordre pour le faisceau extraordinaire avec une fréquence de coupure  $\nu_c$  telle que :

$$\nu_c = \frac{1}{4\pi\tau} = \frac{c}{4L_c F} \simeq 74 \text{ Hz.} \quad (5.15)$$

Nous avons beaucoup travaillé sur ce point non trivial [85]. L'idée générale est que le signal transmis suivant la polarisation parallèle à la polarisation incidente est filtré par la cavité (filtrage passe-bas). En s'accumulant dans la cavité, une partie de ces photons est déversée dans la polarisation perpendiculaire du fait de la biréfringence des miroirs, ce qui a pour effet de filtrer une seconde fois le signal issu de ces photons comme le montre la figure 5.9 sur laquelle le signal  $I_e$  est ajusté avec une fonction de type :

$$I_e(t) = I_e(t_0) \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau}\right) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}, \quad (5.16)$$

qui est la réponse indicielle à un filtre passe-bas d'ordre 2.

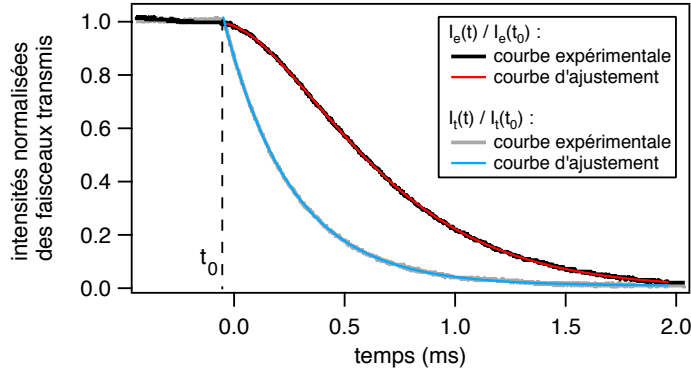


FIGURE 5.9 – Décroissance de l'intensité des faisceau transmis par la cavité suivant la polarisation parallèle à la polarisation d'entrée (courbe bleue) et perpendiculaire à celle-ci (courbe rouge). Ces courbes sont ajustées par une décroissance de type exponentielle pour la première tandis que la seconde est ajustée par une fonction à la décroissance plus lente (voir texte)

Il est donc nécessaire pour analyser les résultats d'appliquer mathématiquement un filtre passe-bas sur le signal  $\Phi_t$  pour le remettre en phase avec  $\Phi_e$ . On note les quantités filtrées de cette manière avec l'indice  $f$ . L'ellipticité mesurée doit donc s'exprimer suivant la relation

$$\Psi^{mes}(t) = \frac{\Phi_e(t)}{\Phi_{t,f}(t)} = \frac{V_e(t)}{V_{t,f}(t)} \frac{\eta_t g_t}{\eta_e g_e} \equiv \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)}, \quad (5.17)$$

A l'aide de cette grandeur mesurée expérimentalement, nous extrayons ensuite l'ellipticité  $\Psi(t)$  due à l'effet Cotton Mouton qui est celle qui nous intéresse en premier lieu.

On peut montrer que l'ellipticité mesurée peut être écrite suivant la relation suivante [87] :

$$\Psi^{mes}(t) = \sigma^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2, \quad (5.18)$$

$$= \underbrace{\sigma^2 + \epsilon^2 + \Gamma^2}_{\text{terme statique}} + \underbrace{2\epsilon\Theta_F + \Theta_F^2}_{\text{effet Faraday}} + \underbrace{2\Gamma\Psi + \Psi^2}_{\text{effet Cotton-Mouton}}, \quad (5.19)$$

avec

- $\sigma^2$  le coefficient d’extinction des polariseurs c’est à dire le rapport  $\frac{\Phi_e}{\Phi_t}$  si on retire les miroirs de la cavité.
- $\Gamma$  la biréfringence statique due aux miroirs de la cavité que l’on peut assimiler à des lames biréfringentes [84],
- $\epsilon$  l’angle de rotation de l’ellipse dû à la biréfringence  $\Gamma$ . Cet angle est celui dont tourne le grand axe de la polarisation elliptique lorsqu’une onde polarisée linéairement traverse une lame biréfringente quelconque de biréfringence  $\Gamma$ . Cet angle est proportionnel à  $\Gamma$ .
- $\Theta_F(t)$  l’angle de rotation de la polarisation dû à un champ magnétique longitudinal,
- $\Psi(t)$  l’ellipticité due à la biréfringence que l’on cherche à mesurer. Celle-ci est proportionnelle au carré du champ magnétique comme nous l’avons dit plus tôt. Mais, de nouveau, il faut tenir compte du filtrage de la cavité pour notre analyse [85] car il faut recalculer le carré du champ magnétique sur l’intensité transmise. On ajuste donc l’ellipticité par une fonction en  $\alpha B_f^2$  où l’on applique un filtre passe bas de fréquence de coupure  $\nu_c$  sur le carré du champ magnétique. Le coefficient de proportionnalité  $\alpha$  nous fournit donc la valeur de la biréfringence  $k_{CM}$ .

Les deux dernières grandeurs dépendent du temps dans notre cas puisque  $B$  est pulsé. Dans l’expression (5.19), les différents termes dépendent ou non de  $\Gamma$  et du champ magnétique  $B$ . On peut regrouper ces différents termes suivants leurs parités vis à vis de ces deux grandeurs. Si le signe du terme est inchangé (respectivement changé) par un changement de signe de  $\Gamma$  ou de  $B$ , ce terme sera pair (respectivement impair) et nous noterons par la suite sa dépendance  $+$  (respectivement  $-$ ). Le tableau (5.1) résume les différentes symétries des différents termes.

On voit donc qu’il existe 3 types de signaux avec trois symétries différentes suivant  $\Gamma$  et  $B$  notées  $s_{\Gamma B}$  :  $s_{++}$ ,  $s_{--}$ ,  $s_{-+}$  mais il n’existe pas, à priori de signaux avec la symétrie  $s_{+-}$ . Nous allons l’ajouter artificiellement, comme s’il s’agissait d’un effet systématique non prévu. Notons  $f(B, t)$  cet effet qui est de symétrie paire vis à vis de  $\Gamma$  et impaire vis à vis de  $B$ .

Dans ce cadre l’équation 5.19 devient :

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + \epsilon^2 + \Gamma^2 + 2\epsilon\Theta_F(t) + \Theta_F^2(t) + 2\Gamma\Psi(t) + \Psi^2(t) + f(B, t). \quad (5.20)$$

terme	signe de $\Gamma$	direction de $\vec{B}$
$2\epsilon\Theta_F$	-	-
$\Theta_F^2$	+	+
$2\Gamma\Psi$	-	+
$\Psi^2$	+	+

TABLE 5.1 – Propriétés de symétrie des différents termes de l'équation 5.19, vis-à-vis du signe de  $\Gamma$  et du sens de  $\vec{B}$ . Le signe + représente un terme pair, le signe - un terme impair.

Il nous faut désormais extraire l'ellipticité de cette expression. Pour cela nous calculons une quantité  $Y(t)$  telle que :

$$\begin{aligned}
 Y(t) &= \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - A_{DC} \\
 Y(t) &= \underbrace{\frac{\Gamma\Psi(t)}{|\Gamma|}}_{s_{\Gamma B}} + \underbrace{\frac{\Theta_F^2(t) + \Psi^2(t)}{2|\Gamma|}}_{++} + \underbrace{\frac{\epsilon\Theta_F(t)}{|\Gamma|}}_{--} + \underbrace{\frac{f(B,t)}{2|\Gamma|}}_{+-}
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

avec  $A_{DC} = \sigma^2 + \epsilon^2 + \Gamma^2$  la partie statique de notre signal mesuré que nous obtenons en effectuant la moyenne du rapport des intensités avant l'application du champ magnétique :

$$A_{DC} = \left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle_{t < t_0}, \tag{5.22}$$

où  $t_0$  désigne le début du pulse magnétique. Nous calculons également la valeur absolue de la biréfringence statique de la cavité suivant l'expression :

$$|\Gamma| = \sqrt{A_{DC} - (\sigma^2 + \epsilon^2)} \simeq \sqrt{A_{DC} - \sigma^2}. \tag{5.23}$$

L'angle  $\epsilon$  peut être négligé car il est de quelques  $10^{-6}$  radians donc  $\epsilon^2$  est négligeable devant  $\sigma^2$  qui est de l'ordre de  $10^{-8}$ .

Pour obtenir  $\Psi(t)$  de l'expression 5.21, nous effectuons 4 séries de tirs en faisant varier le signe des paramètres  $\Gamma$  et  $B$ . Nous notons chaque  $Y$  avec un indice  $>$  ou  $<$  suivant que le signe de chacun est positif ou négatif. Nous obtenons alors 4 grandeurs expérimentales notées  $Y_{>>}$ ,  $Y_{><}$ ,  $Y_{<>}$ , et  $Y_{<<}$ , où le premier indice est relié au signe de  $\Gamma$  et le second à celui de  $B$ . Nous disposons alors d'un jeu de quatre équations à 4 inconnues :

$$Y_{>>} = +\Psi + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle (\Theta_F^2 + \Psi^2) + \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle |\epsilon| \Theta_F + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle f(B),$$

$$\begin{aligned}
Y_{>>} &= +\Psi + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle (\Theta_F^2 + \Psi^2) - \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle |\epsilon| \Theta_F - \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \right\rangle f(B), \\
Y_{<<} &= -\Psi + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<<}} \right\rangle (\Theta_F^2 + \Psi^2) + \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<<}} \right\rangle |\epsilon| \Theta_F - \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<<}} \right\rangle f(B), \\
Y_{<>} &= -\Psi + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<>}} \right\rangle (\Theta_F^2 + \Psi^2) - \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<>}} \right\rangle |\epsilon| \Theta_F + \frac{1}{2} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{<>}} \right\rangle f(B). \quad (5.24)
\end{aligned}$$

Dans ces équations,  $\langle 1/\Gamma_j \rangle$ , avec  $j = >>, ><, <<, <>$ , est la valeur moyenne des  $1/|\Gamma|$  des tirs de la catégorie  $j$ . Les signaux  $Y_j$  dépendent du temps via  $\Theta_F$ ,  $\Psi$  et  $f(B)$  qui font intervenir le champ magnétique pulsé.

Enfin, l'ellipticité peut être calculée à l'aide d'une combinaison linéaire de ces 4 équations :

$$\Psi = A \times Y_{>>} + B \times Y_{><} + C \times Y_{<<} + D \times Y_{<>}. \quad (5.25)$$

avec

$$A = \frac{bcd}{cd(a+b) + ab(c+d)}, \quad (5.26)$$

$$B = \frac{acd}{cd(a+b) + ab(c+d)}, \quad (5.27)$$

$$C = -\frac{abd}{cd(a+b) + ab(c+d)}, \quad (5.28)$$

$$D = -\frac{abc}{cd(a+b) + ab(c+d)}, \quad (5.29)$$

et  $a = \langle \frac{1}{\Gamma_{>>}} \rangle$ ,  $b = \langle \frac{1}{\Gamma_{><}} \rangle$ ,  $c = \langle \frac{1}{\Gamma_{<<}} \rangle$  et  $d = \langle \frac{1}{\Gamma_{<>}} \rangle$ .

Enfin, nous déduisons de l'ellipticité obtenue par cette combinaison linéaire, la constante Cotton-Mouton  $k_{CM}$  en ajustant cette ellipticité par une fonction en  $\alpha B_j^2$

$$k_{CM} = \frac{\alpha \lambda}{2FL_B} \frac{1}{\sin(2\theta)} = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{ISL}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin(2\theta)}, \quad (5.30)$$

où  $\Delta^{ISL} = (65.996 \pm 0.017)$  MHz est l'intervalle spectral libre de la cavité.

## 5.4.2 Résultats

Nous avons testé cette méthode pour des mesures dans les gaz et notamment dans l'hélium gazeux. L'effet Cotton Mouton de ce gaz est en effet le plus petit existant dans la nature après celui du vide. De plus, l'hélium est l'atome de base de la chimie quantique et le calcul de l'effet Cotton Mouton associé est donc censé être parfaitement connu. Sa valeur est aux yeux des chimistes une valeur quasiment "exacte" et cela nous donne

un élément fort de comparaison pour tester notre expérience. Cependant, les mesures dans les gaz sont toujours très compliquées. L'effet dépend de la température qu'il est difficile de connaître de manière absolue, et il dépend de la pression de gaz qui elle aussi est difficilement mesurable de manière absolue. Enfin, l'effet Faraday est présent. Pour l'hélium, sa contribution est relativement importante comparée à celle de l'effet Cotton Mouton et il faut parvenir à distinguer les deux effets. Notre méthode d'analyse peut donc être testée de manière pointue avec cette mesure.

La figure 5.10 montre le fit par une fonction en  $B_f^2$  du rapport brut  $\frac{I_e}{I_t}$  pour de l'hélium gazeux avec une pression de 240 mbar. Nous voyons le désaccord entre l'ajustement et la courbe. Cela provient justement des différents effets parasites qui font que la fonction tracée n'est pas exactement celle de l'ellipticité recherchée mais elle contient des termes annexes.

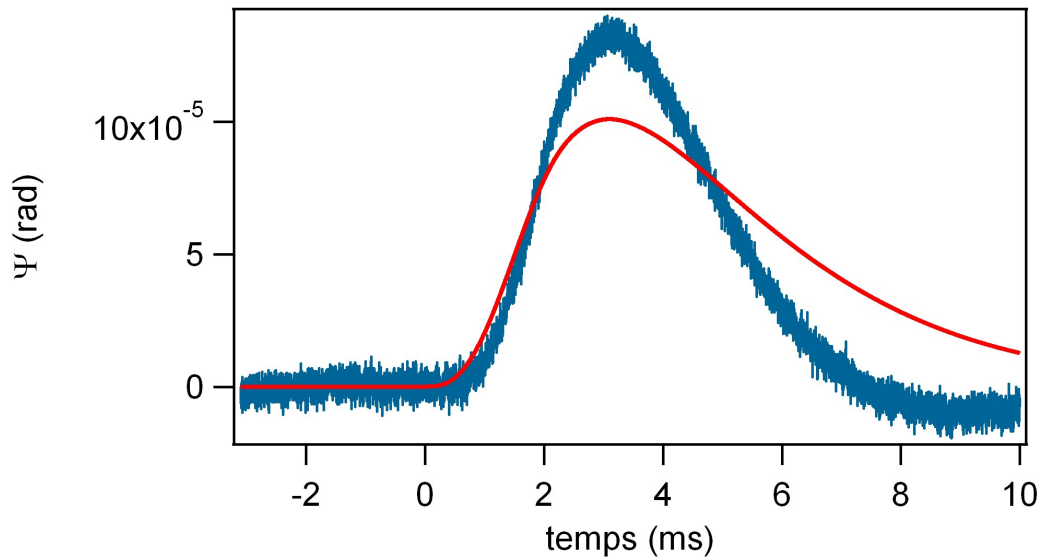


FIGURE 5.10 – Ellipticité apparente calculée avec le rapport brut  $\frac{I_e}{I_t}$  et ajustée par une courbe en  $\alpha B_f^2$ . L'ajustement ne fonctionne pas car nous ne calculons pas la vraie ellipticité.

Grâce à notre analyse, nous sommes désormais capables de tracer ce que nous pensons être l'ellipticité débarassée des différents effets systématiques. Nous traçons donc  $\Psi(t)$  suivant l'équation 5.25. La courbe obtenue est donnée sur la figure 5.11. Les données sont de nouveau ajustées par une fonction en  $\alpha B_f^2$  et nous voyons que l'accord est désormais très bon.

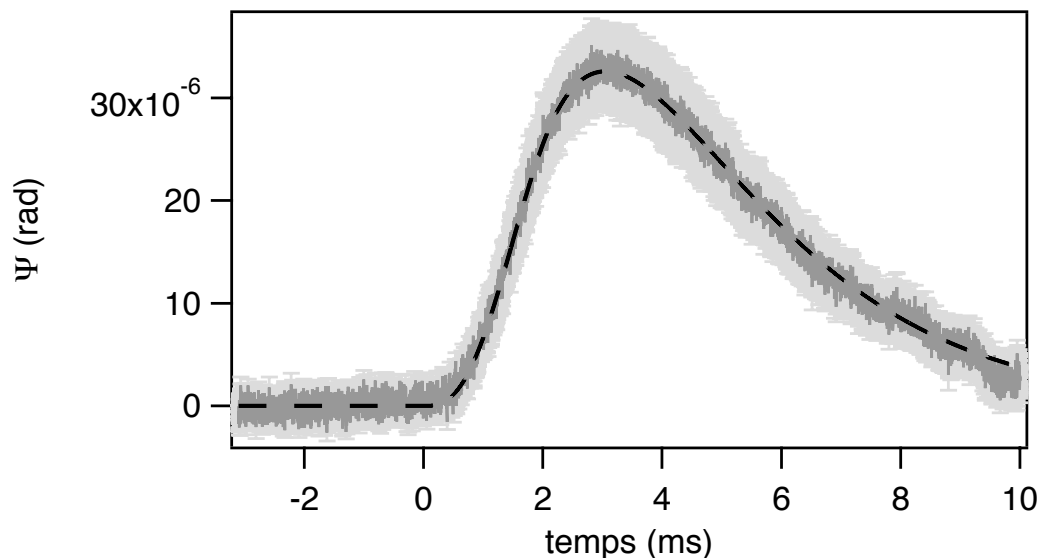


FIGURE 5.11 – Ajustement de l'ellipticité calculée dans l'hélium par une fonction en  $B_f^2$ .

Nous avons également fait une étude en fonction de la pression d'hélium. Nous avons donc répété cette procédure pour chaque pression puis un ajustement linéaire nous a permis de donner une valeur de l'effet Cotton Mouton de l'hélium en accord avec les prédictions théoriques [89] et [87]. Sans cette procédure d'analyse, nous aurions été incapables de donner une valeur correcte de l'effet Cotton Mouton. Plusieurs effets entrent en jeu mais celui qui est prépondérant est celui dû à l'effet Faraday. Pour l'annuler complètement, il faudrait contrebalancer le champ magnétique longitudinal présent par construction au sein de notre aimant comme nous l'avons mentionné dans la partie consacrée au champ magnétique..

Nous avons ensuite appliqué cette procédure pour une série de tirs dans le vide. Nous avons réalisé de nombreux tirs. Or, une longue étude nous a montré que seuls certains tirs étaient exploitables. En effet des perturbations mécaniques intempestives sur la cavité provoquent de faibles déplacements des miroirs qui sont rigidement liés à l'enceinte extérieure. Cela crée du bruit d'ellipticité statique (bruit sur  $\Gamma$ ) qui rend toute mesure caduque ([90]). Nous avons donc sélectionné les tirs dont le bruit suivait une allure gaussienne avant le début du pulse magnétique puis nous avons appliqué notre procédure d'analyse uniquement sur ces tirs. Cela fut très long puisque nous avons rejeté la moitié des tirs pour en garder une centaine, et rappelons que pour chaque point de mesure il faut quatre pulses magnétiques.



Au final, l'ellipticité obtenue dans le vide est représentée sur la figure 5.12.

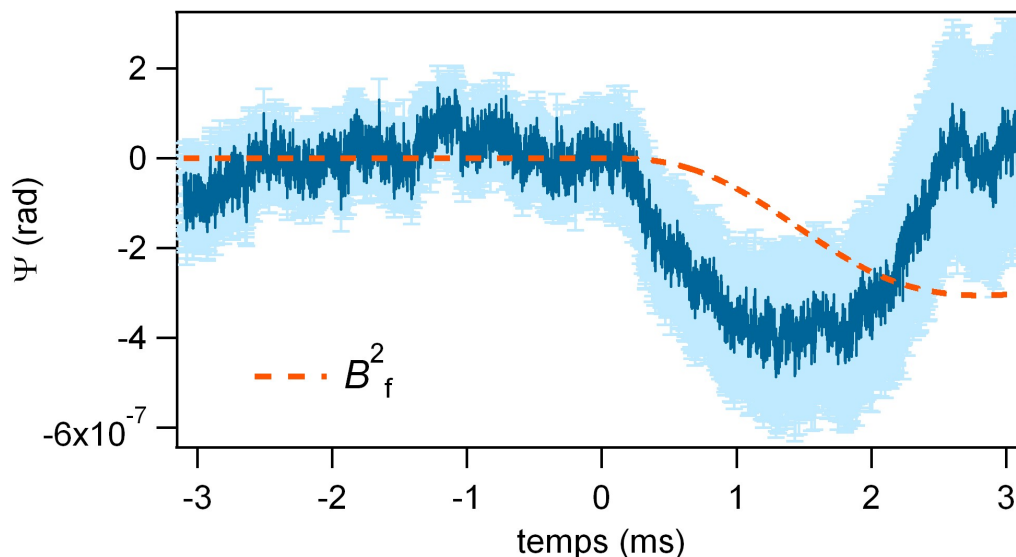


FIGURE 5.12 – Signal d'ellipticité obtenu dans le vide. En pointillés une tentative d'ajustement par une fonction en  $B_f^2$  qui montre bien qu'il ne s'agit nullement d'un effet Cotton-Mouton du vide.

Nous avons superposé à cette courbe un ajustement en  $\alpha B_f^2$ . Il est évident qu'il reste un effet parasite, ayant la même symétrie que notre effet (symétrie  $s_{-+}$ ). Il s'agit donc d'un effet qui dépend de  $\Gamma$ , donc qui dépend de la cavité Fabry Perot. Notre idée est que cela est dû à notre enceinte à vide qui maintient les montures de miroirs sous vide. En effet, les miroirs sont maintenus sur un barillet qui rigidement lié à l'enceinte comme nous l'avons mentionné plus tôt. Toute vibration de la cavité entraîne alors un mouvement des miroirs et donc du bruit en ellipticité car le point d'impact du faisceau laser sur le miroir fluctue. Nous avons eu confirmation de cela en étudiant les densités spectrales de puissances en sortie de cavité. Nous avons observé l'existence de pics à différentes fréquences, signe que notre appareil de mesure (la cavité) était sensible de manière plus ou moins résonante à des fréquences bien précises. Ces fréquences sont sans doute les fréquences des modes d'excitations mécaniques de notre enceinte à vide. De ce fait, nous avons ajusté notre courbe expérimentale par une fonction sinusoïdale aux différentes fréquences présentes dans nos courbes de bruit. La fréquence pour laquelle l'effet s'ajustait le mieux fut 177 Hz et cette courbe d'ajustement est représentée sur la figure 5.13.

Ensuite, nous traçons les résidus de cet ajustement et il ne devrait rester que l'effet

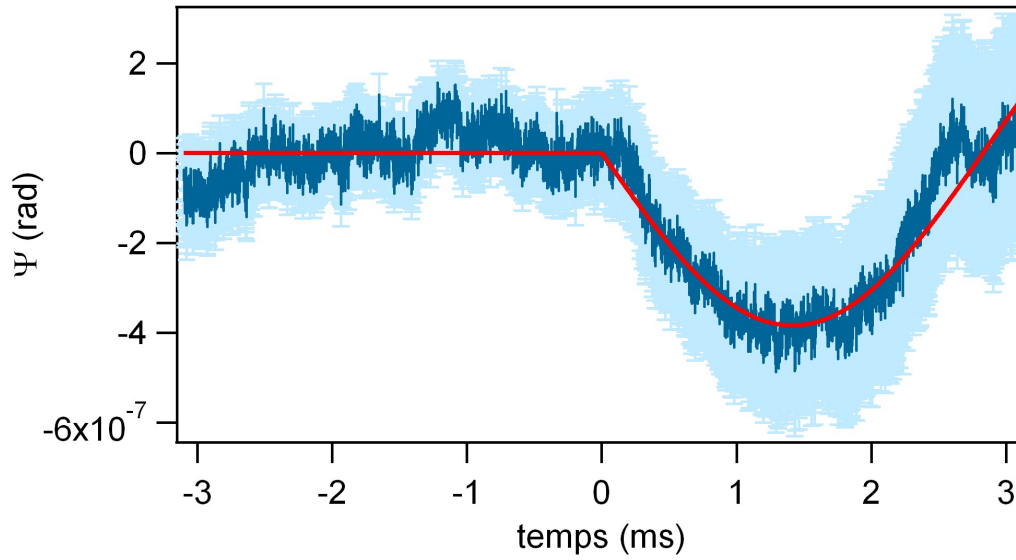


FIGURE 5.13 – Ajustement de l'ellipticité  $\Psi(t)$  par une fonction sinusoïdale de fréquence 177 Hz

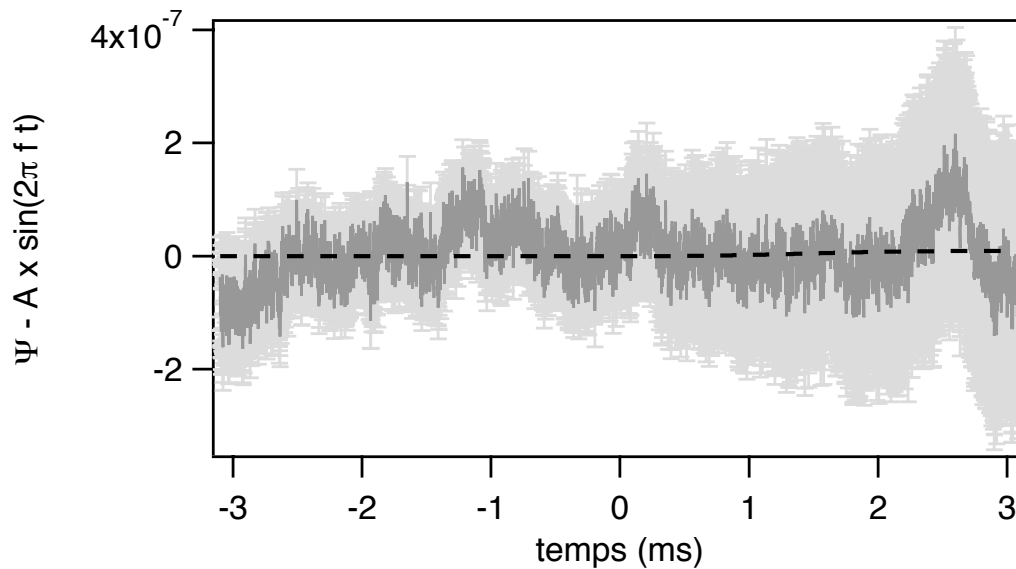


FIGURE 5.14 – Résidus de l'ajustement de l'ellipticité  $\Psi(t)$  par une fonction sinus de fréquence  $f = 177$  Hz. L'incertitude-type est représentée en gris clair. L'ajustement de ces résidus par  $\alpha B_f^2$  est superposé en pointillés.

Cotton-Mouton du vide.

En ajustant cette fois par une courbe en  $\alpha B_f^2$  (figure 5.14), nous pouvons enfin déduire une valeur pour l'effet Cotton-Mouton dans le vide.

Nous obtenons avec cet ajustement une valeur de

$$|k_{CM}| = (3.8 \pm 2.0) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}. \quad (5.31)$$

Ces mesures ont été publiées en 2014 mais le résultat donné dans l'article de l'époque diffère quelque peu de celui présenté ici et développé lors de la rédaction de thèse d'A. Cadène. La différence vient dans le calcul exact ici des grandeurs  $A, B, C, D$  (5.26) alors qu'il n'était qu'approché dans l'article.

### 5.4.3 Conclusion et perspectives

Ces tirs dans l'hélium et dans le vide nous ont permis de faire un bilan exhaustif des capacités de notre expérience. Nous voyons que notre procédure d'analyse est très efficace pour s'affranchir des effets parasites qui nous empêchait de donner des valeurs dans le vide lors de la thèse de Paul Berceau. Désormais, notre sensibilité nous permet de voir de nouveaux effets systématiques. Nous sommes désormais sans doute gênés par des vibrations de la structure de l'enceinte à vide et si nous soustrayons cet effet, nous atteignons une sensibilité en ellipticité de l'ordre de  $7 \times 10^{-8}$  par tir pour une ellipticité attendue dans le vide pour nos paramètres de l'ordre de  $10^{-11}$ .

Ce résultat est celui de la fin de thèse d'Agathe Cadène. C'est également le point final de la première version de l'expérience BMV que nous avons monté depuis 2005 au LNCMI. C'est donc l'aboutissement de dix années de travail. Nos articles sur nos mesures dans l'hélium et dans le vide sont en Annexe F et Annexe G.

A ce jour, la situation internationale est résumée sur les figures 5.15 et 5.16. Peu de temps après notre publication, l'équipe italienne de PVLAS a publié des mesures dans le vide dont la sensibilité est de  $2 \times 10^{-22} \text{ T}^{-2}$  [79] soit à un facteur 50 de l'effet BMV dans le vide. Ce résultat a été obtenu avec environ 200 heures d'enregistrements. L'équipe italienne indique dans ce papier qu'elle doit désormais améliorer la sensibilité de l'expérience pour espérer voir l'effet du vide tout en mentionnant qu'elle ne connaît pas l'origine du bruit dans leur mesure.

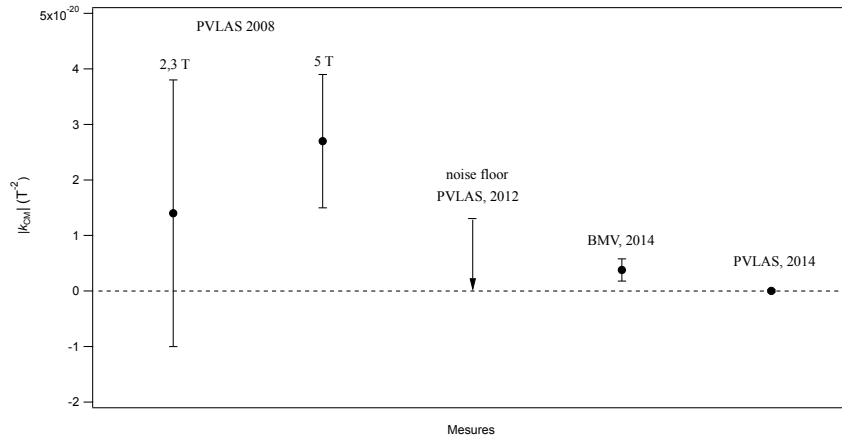


FIGURE 5.15 – Comparaison des différentes mesures dans le vide à ce jour. PVLAS 2008 [76], PVLAS 2012 [91], BMV, (ce travail et [90]) et PVLAS 2014 [79]

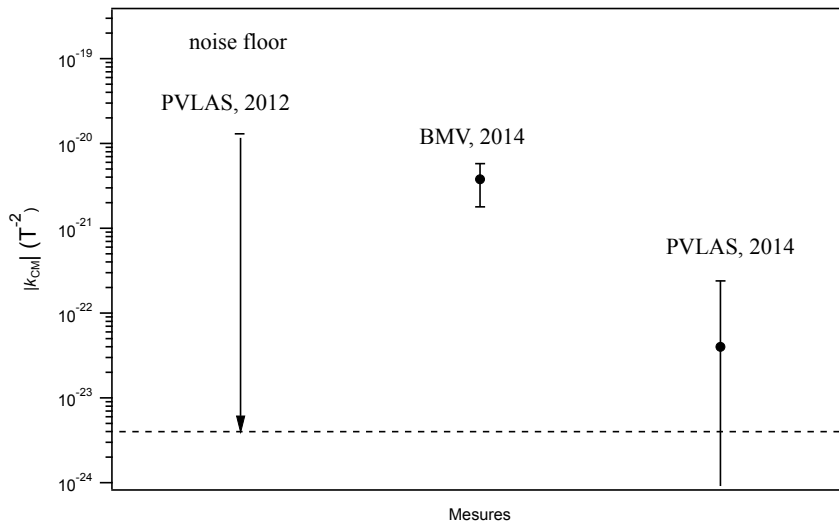


FIGURE 5.16 – Comparaison des meilleures mesures dans le vide à ce jour en échelle logarithmique.

Quelques dates liées à cette expérience depuis mon arrivée au laboratoire :

**2005** Réalisation de la salle blanche au LNCMI

**2006** Montage de l'expérience (figure 5.18). Tests des bobines en X numéros 7 et 8 qui serviront pour BMV

**2007** Essais de nombreux jeux de miroirs.

**janvier 2008** Premiers pics de la cavité Fabry Perot

**9 juillet 2008** Premier signal de biréfringence ! (figure 5.17)

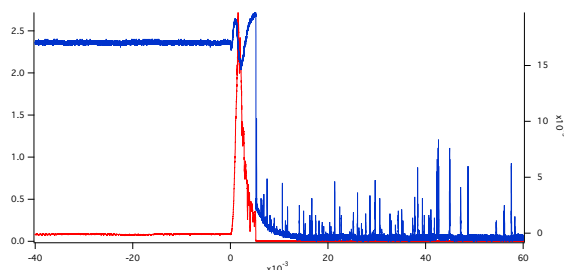


FIGURE 5.17 – Premier signal de biréfringence obtenu sur l'expérience BMV. En rouge le signal en extinction où l'on a vu de la lumière lorsqu'on appliquait le champ magnétique...Les expérimentateurs s'excitent parfois pour peu de choses. En bleu le signal de photodiode du faisceau transmis.

Premières séries de tirs dans l'azote en juillet 2008.

**2009** Test de la XXL-coil jusqu'à 32 T

**2010** Etude dynamique de la cavité. Compréhension des différents filtrages en jeu dans nos signaux

**2011** Mesures de l'effet Cotton Mouton de l'azote

**2012** Soutenance de la thèse de Paul Berceau

**2013** Mesures de biréfringences dans l'hélium.

**2014** Mesures des effets Faraday et Cotton Mouton du Xénon. Compréhension des effets systématiques et mise en place de notre méthode d'analyse.

**2015** Soutenance de thèse d'Agathe Cadène



FIGURE 5.18 – Quelques photos de l'aménagement de la salle blanche



# Chapitre 6

## Conclusion et perspectives

J'ai décrit dans ce manuscrit une partie de mon travail effectué au sein du Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses depuis mon arrivée en septembre 2004. Au cours de ces années, j'ai encadré de nombreux étudiants stagiaires de M1, M2, écoles d'ingénieurs, deux ingénieurs de recherche ainsi que trois étudiants en thèse (B. Pinto Da Souza, P. Berceau et A. Rivère) en co-direction avec C. Rizzo.

Mon projet de recherche pour les prochaines années sera encore tourné vers l'observation de ces effets non linéaires dans le vide ainsi que sur l'étude de corrections d'électrodynamique quantique des états liés.

Pour ce qui est du vide quantique tout d'abord, nous avons vu que la biréfringence magnétique du vide s'écrivait (éq. 2.47) :

$$\Delta n_{CM} = n_{\parallel} - n_{\perp} = (c_{0,2} - 4c_{2,0}) \frac{B_0^2}{\mu_0}$$

Elle mesure une différence de coefficients et teste la validité du rapport 7 entre ces deux coefficients. En revanche, elle ne nous permettra pas de mesurer de manière absolue chacun de ces coefficients.

Un des moyens de le faire serait d'observer l'effet Cotton Mouton inverse dans le vide car l'aimantation induite est proportionnelle au coefficient  $c_{2,0}$  (éq. 2.56 et 2.57) :

$$\mathbf{M}_{\text{ICM}\parallel} = 14c_{2,0}\epsilon_0 E_{\omega}^2 \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = 14c_{2,0} \frac{I_{\omega}}{c} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{M}_{\text{ICM}\perp} = 8c_{2,0} \frac{B_{\omega}^2}{\mu_0} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = 8c_{2,0} \frac{I_{\omega}}{c} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \quad (6.2)$$

Une mesure de l'aimantation induite par un faisceau laser intense et un champ magnétique intense permettrait donc également de tester la non linéarité du vide et la validité



du lagrangien de Heisenberg-Euler mais elle permettrait aussi de déterminer le coefficient  $c_{2,0}$  et donc de tester plus loin la théorie. Or, il se trouve que des laser de plus en plus intense voient le jour un peu partout dans le monde mais également en France. Je suis cela de près. Notre laboratoire est impliqué dans une expérience liant des champs intenses transverses aux laser intenses [92] afin de confiner des plasmas. En utilisant le savoir faire existant, il est envisageable de placer une sonde pick up sous vide au sein de l'aimant de 40 T dans lequel on peut focaliser le laser intense comme nous l'avons fait lors de nos expériences au LULI pour la recherche d'axions. Je souhaite engager une collaboration avec des chercheurs israéliens par l'intermédiaire d'A. Baranga, en visite dans notre groupe prochainement, afin d'améliorer la sensibilité de nos picks up de détection. Si les énergies annoncées des laser en construction sont atteintes, l'observation de l'effet Cotton-Mouton inverse pourrait devenir réalisable.

Ensuite et surtout, mon travail principal depuis dix ans porte sur l'expérience de mesures de la biréfringence magnétique du vide. Ce projet un peu fou est toujours en cours et je compte bien le porter jusqu'au bout. Cela semble désormais réaliste, d'autant que nous avons été soutenus par une ANR en 2014 pour quatre années.

Pour cela, de nombreux changements sont en cours et sont ou vont être effectués dans les prochains mois et les prochaines années. Les dernières mesures dans le vide faites au cours de la thèse d'Agathe Cadène ont mis en évidence des points sensibles de notre dispositif expérimental qu'il faut modifier pour espérer observer cette biréfringence.

Le premier d'entre eux est le champ magnétique. En effet, nous pensons qu'il n'est pas raisonnable d'espérer gagner plusieurs ordres de grandeur sur la sensibilité optique. De ce fait, pour observer la BMV, il est crucial d'augmenter le champ magnétique. Les premiers aimants opérationnels dont nous avons disposé sont les X-coils qui ont été utilisés lors des dernières mesures. Dans la lignée du travail effectué au laboratoire, nous avons continué à travailler sur ce design pour augmenter le produit  $B^2 L_B$ . Ce travail réalisé par Julien Mauchain, Julien Billette et Jérôme Béard a donné naissance à un aimant de grandes dimensions qui a fourni 30 T sur une longueur de 30 cm. Autour de cet aimant imposant (figure 6.1), il a fallu également réaliser un cryostat non moins imposant de 1 m de diamètre et de 80 cm de hauteur, dessiné par Marc Nardone et réalisé avec l'aide de Philippe Delescluse. Le poids de l'ensemble est aux alentours de 500 kg (sans l'azote liquide) et il a fallu renforcer le sol de l'étage où se situe la salle blanche pour pouvoir effectuer les tirs en toute sécurité. La conclusion est que ces aimants nous donnent de forts champs magnétiques mais qu'ils sont compliqués à réaliser puis à utiliser. Bien évidemment, ces aimants étant prêts nous allons les utiliser au plus vite. Dans un futur très proche, nous allons donc mettre en place un de ces aimants au centre d'une cavité

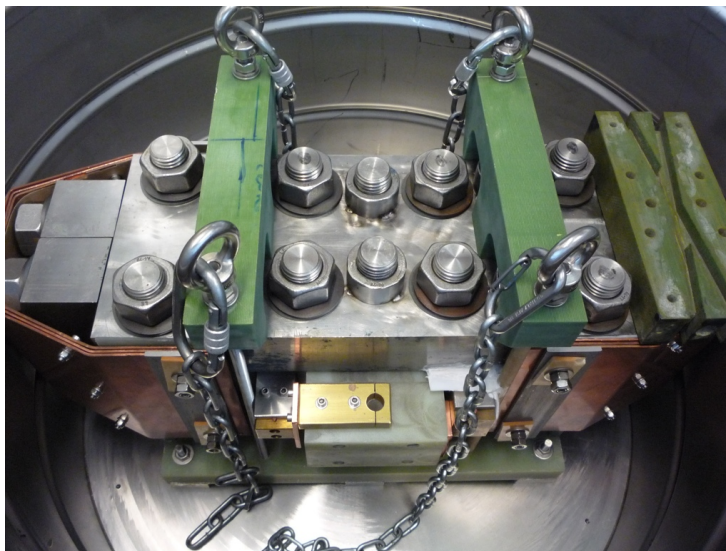


FIGURE 6.1 – Photographie la bobine XXL-Coil avec des écrans de cuivre pour écranter le champ magnétique parasite extérieur. Sur la droite est posée le corps d'une bobine X-coil ancienne génération pour illustrer la différence d'échelle.

de 1,8 m afin de réaliser les premiers essais de champs magnétiques avec ces nouveaux aimants. Le facteur  $B^2L_B$  devrait se situer aux alentours de 150 T<sup>2</sup>m pour un aimant, soit une augmentation d'un facteur 24 de l'effet à mesurer.

Or, nous pensons qu'il est possible d'améliorer de nouveau le champ magnétique maximal. En effet, nous travaillons avec Jérôme Béard à l'élaboration d'une bobine en feuilles de cuivre appelée *Foil Coil*. Cette géométrie est prévue pour fonctionner à température ambiante et cela nous fournirait un champ magnétique constant sur une grande longueur. Le design est en cours d'optimisation et les premiers essais sont attendus dans le courant de l'année 2016. la figure 6.2 présente un schéma de cette géométrie.

Si cela fonctionne, cela serait une véritable innovation technologique car nous n'aurions plus besoin de cryostat ! De plus, la longueur effective de champ magnétique disponible est bien plus grande. Pour fixer les esprits, pour l'encombrement actuel d'un XXL-Coil et son cryostat (soit 940 mm de diamètre extérieur pour une longueur effective de champ magnétique  $L_B=0,32$  m), nous aurions une longueur effective de 800 mm, soit un gain de 2,4 en terme de  $B^2L_B$  pour le même champ magnétique. Au final, avec un champ magnétique de "seulement" 21 T, nous aurions plus de  $B^2L_B$  qu'un XXL-Coil tirant à 32 T. Ce projet va donc se poursuivre et il fait partie des retombées importantes attendues pour le projet BMV.

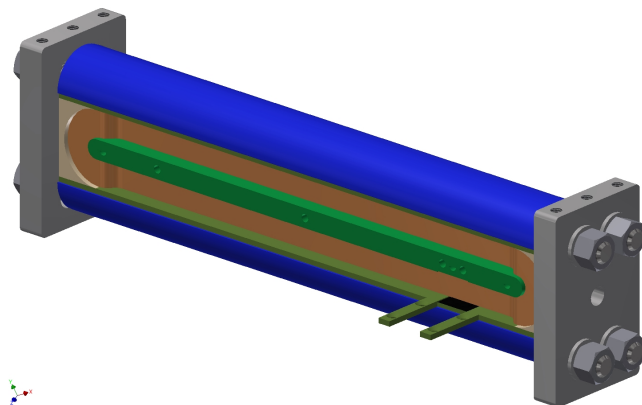


FIGURE 6.2 – Schéma des bobines en feuilles (Foil Coil) qui devraient à terme remplacer les aimants en X. Ce type d’aimant fournirait un champ homogène sur toute la longueur et ne nécessiterait pas de cryostat pour un champ magnétique de 20 T

Le deuxième point important est la stabilité du dispositif optique. Nous sommes capables de tester cette stabilité en réalisant des densités spectrales de puissance sur le faisceau transmis par la cavité Fabry Perot. Ce faisant, nous remarquons des pics de bruit à des fréquences bien précises. Ces dernières peuvent être des modes propres de notre enceinte qui sont excités par des ondes acoustiques externes. Ces ondes acoustiques sont créées au sein de la salle blanche qui est un très bon résonateur puisque ces murs sont faits en tôle d’acier de quelques millimètres. Comme nous pouvons le remarquer sur le schéma du support des miroirs (figure 6.3), toute perturbation mécanique extérieure à la cavité vient modifier la position des miroirs avec un effet de balancier qui amplifie même ce mouvement. Ce bruit implique donc un bruit en fréquence qui est compensé en partie par notre asservissement laser, mais ce bruit implique également un bruit en ellipticité statique des miroirs provoquant ainsi un bruit sur  $\Gamma$  qui limite de fait la sensibilité de l’expérience.

Pour améliorer ce point crucial, nous avons donc repensé entièrement le système à vide. Désormais, les miroirs reposent sur de solides tables fixées rigidement dans des enceintes à vide (6.4) De cette manière, nous espérons avoir une stabilité mécanique bien meilleure.

La sensibilité devrait également être améliorée grâce à un nouvel asservissement repensé par Gilles Bailly qui nous permet de compenser plus efficacement les variations de longueur de la cavité et d’obtenir des densités spectrales de puissance de bruit sur le signal d’erreur de l’asservissement bien plus faibles qu’auparavant comme le montre la figure 6.5.

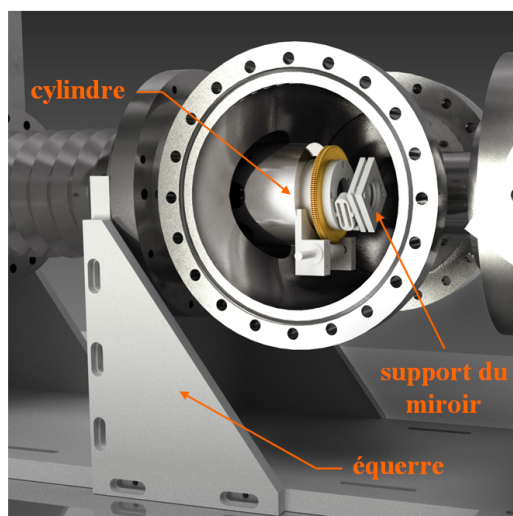


FIGURE 6.3 – Ancien schéma du dispositif de maintien des rotations des miroirs et des montures cinétiques permettant leur alignement.

Le troisième point est le travail à fournir sur les effets systématiques. Nous avons vu que nous avons un effet systématique lors de nos tirs dans le vide. Celui-ci provenait majoritairement de l'excitation d'un des modes propres de notre cavité puisque nous ajustons ce signal par un sinus à la fréquence de 177 Hz qui était présente sur les DSP des signaux du faisceau transmis. Nous pouvons raisonnablement penser que notre nouvelle enceinte ne sera plus sujette à cet effet de part de sa nouvelle conception. En revanche, d'autres effets systématiques deviendront certainement accessibles et leur évaluation et(ou) leur annihilation cela sera très certainement un point très important de mon travail futur. Un des points importants sera sans nul doute le contrôle des champs magnétiques de fuite de notre aimant. Nous avons placé dans les cryostats des panneaux de cuivre aux deux extrémités de la bobine XXL comme nous pouvons le voir sur la photo de la figure 6.1. Ces écrans permettent de diminuer le champ magnétique longitudinal très fortement. En revanche, lorsque nous avons voulu placer des écrans pour écranter le champ magnétique transversal, nous avons fait marche arrière car les efforts produits sur le cryostat étaient tels qu'ils parvenaient à soulever l'ensemble cryostat-bobine. De ce fait, le champ magnétique transversal n'est pas écranter et la boucle de champ formée par ce dipôle magnétique passe par les miroirs de la cavité et crée ainsi un effet Cotton Mouton au sein des miroirs. A ce jour nous sommes insensibles à cet effet mais nous risquons de l'être. J'envisage plusieurs solutions. La première est d'écranter le champ à l'aide de plaques de cuivre refroidies non loin des miroirs. Une première estimation indique qu'il faudrait tout de même

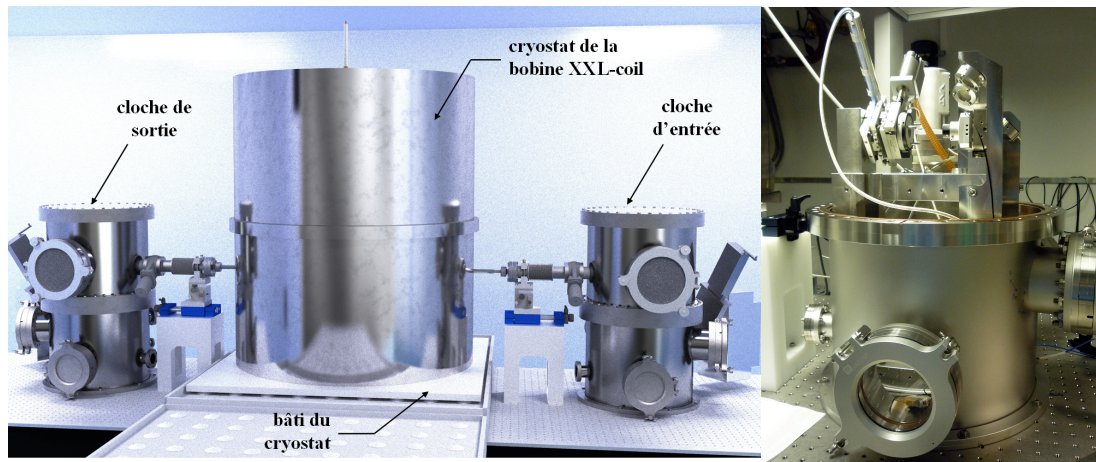


FIGURE 6.4 – Schéma du dispositif de maintien des rotations des miroirs et des montures tip-tilt permettant leur alignement.

quatre à cinq centimètres de cuivre pour atténuer suffisamment le champ sur les miroirs. Une autre solution (compatible avec la première) est de compenser ce champ magnétique. Nous pouvons imaginer des bobines qui compenseraient activement ou passivement le champ magnétique résiduel sur les miroirs. Dernier point pour les effets systématiques, et non des moindres, l'analyse des données. Nous avons vu sur la formule 5.5 que l'effet recherché était en  $\sin(2\theta)$  où  $\theta$  désigne l'angle entre la polarisation incidente et la direction du champ magnétique appliqué. Sur notre nouvelle expérience, nous pourrions modifier précisément et rapidement cet angle pour effectuer des séries de tirs avec un angle  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$ . Pour chaque angle nous ferons les 4 séries de tirs comme précédemment pour calculer au mieux l'ellipticité. En revanche, s'il reste des effets en  $\theta = 0^\circ$ , ceux-ci auront la symétrie de notre signal Cotton-Mouton attendu mais nous saurons qu'il s'agit d'effets systématiques. Ces derniers pourront donc ensuite être soustraits de nos signaux à  $\theta = 45^\circ$ . Cette nouvelle procédure devrait nous permettre de nous affranchir des derniers effets systématiques éventuellement présents.

Enfin, nous avons vu que la procédure d'analyse nécessitait de régler la biréfringence statique  $\Gamma$ . Lorsque nous effectuons ce réglage, nous désalignons la cavité Fabry Perot légèrement et il est nécessaire de la réaligner à chaque fois. Là encore nous avons changé notre système d'alignement/rotation des miroirs pour minimiser ce décalage. Toutefois, en vue d'améliorer l'efficacité de nos mesures, nous avons mis au point un programme permettant d'aligner automatiquement les miroirs de la cavité Fabry-Perot. Cela fonctionne parfaitement et nous allons prochainement pouvoir commander la valeur de  $\Gamma$  désirée tout

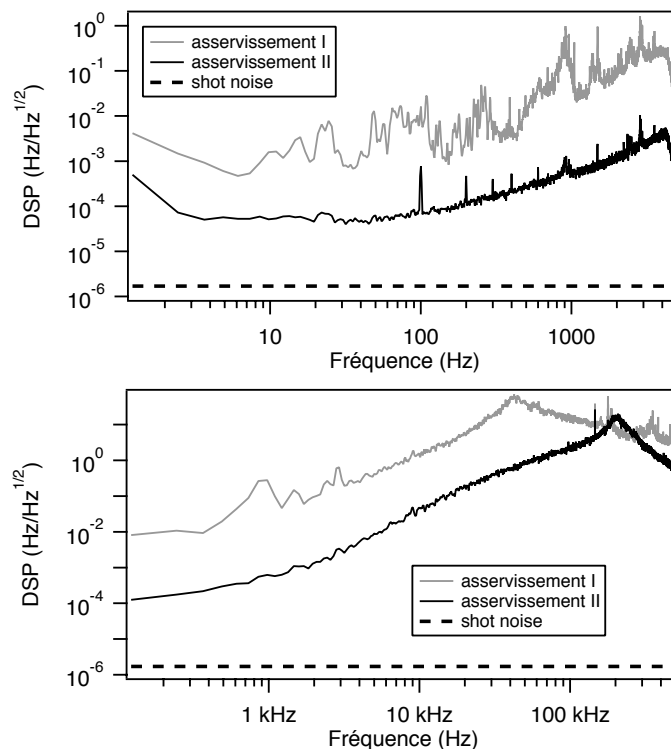


FIGURE 6.5 – Densités spectrales de puissance du signal d’erreur permettant l’asservissement du laser sur la cavité Fabry Perot. La courbe en traits clairs a été obtenue avec le système d’asservissement utilisé pour nos différentes mesures, celle en traits noirs a été obtenue avec notre nouvel asservissement. On observe un gain non négligeable grâce à ce dernier tant au niveau de la bande passante qu’au niveau de la sensibilité.

en maintenant la cavité alignée. Notons également que notre nouveau système d’asservissement nous permet de rester asservi plus longtemps lors des pulses magnétiques et à de plus forts champs magnétiques. Surtout, ce système permet de réasservir automatiquement le laser après un décrochage. De ce fait, une automatisation complète est possible en programmant les valeurs de  $+\Gamma$  et  $-\Gamma$ , en programmant les générateurs pour faire  $+B$  puis  $-B$  et ce de nombreuses fois tout en s’assurant d’avoir la cavité toujours alignée. Ceci n’était absolument pas réalisable sur l’expérience précédente. Il fallait en effet entrer dans la salle après chaque tir pour remettre l’asservissement, pour régler la biréfringence statique et pour éventuellement régler l’alignement des miroirs. Le gain en temps va donc être très important sur la version 2.

Si nous essayons de faire des projections, exercice oh combien périlleux et sans doute

futile à ce stade, nous pouvons tenter malgré tout d'évaluer nos possibilités de voir ou non cet effet. Si nous partons d'un champ magnétique déjà existant, soit 20 T sur 0,32 m c'est-à-dire  $B^2 L_B$  de l'ordre de 140 T<sup>2</sup>m (soit un gain d'un facteur 24), si nous améliorons notre sensibilité d'un facteur 4, si nous doublons notre finesse (nous sommes en collaboration avec le Laboratoire des Matériaux Avancés pour tenter d'obtenir une finesse de 1 million mais nous avons d'ores et déjà des miroirs de finesse attendue égale à 800 000), nous pouvons espérer un gain global d'un facteur 200 sur le rapport signal sur bruit. Comme nous sommes à un facteur 1000 de l'effet, cela ferait  $5^2 = 25$  fois plus de tirs à effectuer que lors de notre dernière session de tirs soit environ 2 500 tirs. Or les bobines XXL nous permettent d'effectuer un pulse magnétique toutes les 5 minutes, ce qui fait environ 8 heures de travail...Bref, ces chiffres ne valent que pour montrer que l'observation de la Biréfringence Magnétique du Vide est de plus en plus proche bien que beaucoup de travail reste à faire.

Pour finir ces perspectives par une vue à plus long terme, je souhaite poursuivre une expérience déjà en cours au laboratoire et à laquelle je suis associé. Il s'agit du projet RUHMA (RUbidium atoms in High MAgnetic fields), en collaboration avec l'université de Pise.

Le but de ce projet est de réaliser de la spectroscopie de haute précision dans des atomes de rubidium placés dans des champs magnétiques très intenses. En couplant des techniques de spectroscopie laser et de champs intenses, nous souhaitons mesurer la réponse d'atomes neutres placés dans des champs de plusieurs dizaines de teslas. Cela couvre le domaine de la recherche fondamentale en physique atomique et en électrodynamique quantique mais aussi celui de la métrologie appliquée avec pourquoi pas des retombées appliquées.

Un des buts premiers de cette expérience est l'étude des facteurs de Landé via la mesure des fréquences des raies d'absorption du rubidium. En effet, dans un champ magnétique, les raies d'absorption d'un atome sont déplacées d'une quantité proportionnelle au facteur de Landé de la transition en jeu et cela atteint par exemple 150 GHz pour un champ de 10 Tesla. La mesure d'une si grande fréquence permet d'obtenir une précision sur la détermination des facteurs de Landé très importante.

Les facteurs de Landé intéressent les physiciens depuis de nombreuses années. Pour un électron libre, alors que la théorie relativiste de Dirac prévoit une valeur de  $g_e = 2$ , l'électrodynamique quantique corrige cette valeur pour atteindre un accord entre la théorie et l'expérience inégalé dans aucun autre domaine de la physique. Mon expérience de thèse sur la mesure de la constante de structure fine participe à cet accord. Pour les atomes alcalins, le facteur de Landé dévie en revanche de celui de l'électron libre. Ces corrections

sont dues à deux contributions. La première est l'interaction entre l'électron de valence et les électrons de coeur. Ces corrections augmentent rapidement avec la charge du noyau ( $\simeq Z^4\alpha^4$ ) et dominent dans les atomes lourds. Ces corrections sont aux alentours de  $10^{-4}$  en valeur relative. Les secondes sont dues aux effets relativistes (grands pour les atomes lourds) ainsi qu'aux corrections d'électrodynamique quantique (QED) qui sont de l'ordre de  $10^{-6}$  en valeur relative. Ces corrections ont été calculées précisément alors que les valeurs expérimentales ne parviennent pas à suivre. La mesure des raies d'absorption des états excités du rubidium permettrait une amélioration de deux ordres de grandeur des mesures existantes, permettant ainsi une comparaison très intéressante entre les derniers calculs et l'expérience.

Notons enfin que la détermination des fréquences des raies d'absorption est aussi un outil très performant pour mesurer de manière absolue des champs magnétiques intenses. A ce jour, peu de solutions existent et l'utilisation d'atomes est une véritable nouveauté. Un dispositif fibré avec une mini-cellule de rubidium de  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  de section existe, et nous envisageons de poursuivre dans cette voie de la miniaturisation afin de pouvoir développer un outil facile d'utilisation pour des mesures absolues de champs magnétiques.

Le projet RUHMA est donc un projet à long terme que je compte mener de front avec l'expérience BMV dans les années à venir. Ce projet lie les différentes expériences que j'ai acquises, suite à mes travaux sur la mesure de la constante de structure fine et la spectroscopie du rubidium lors de ma thèse, l'utilisation de champ magnétiques intenses et l'étude du vide quantique depuis ma venue à Toulouse.





# Annexes

## **A - Bloch oscillations of ultracold atoms : a tool for a metrological determination of $h/M_{Rb}$**

R. Battesti, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, B. Grémaud, F. Nez, L. Julien, F. Biraben,  
*Phys. Rev. Lett.* **94**, **92**, 253001 (2004)

## **B - Magnetic and electric properties**

R. Battesti and C. Rizzo  
*Rep. Prog. Phys.* **76**, **92**, 016401 (2013)

## **C - Observation of the inverse Cotton-Mouton effect**

A. Ben-Amar Baranga, R. Battesti, M. Fouché, C. Rizzo and G. L. J. A. Rikken  
*Eur. Phys. Lett.* **94**, 44005 (2011)

## **D - "No light shining through a wall" : Results from a photoregeneration experiment**

C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and C. Rizzo  
*Phys. Rev. Lett.* **99**, 190403 (2007).

## **E - Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays**

R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G.L.J.A. Rikken and C. Rizzo  
*Phys. Rev. Lett.* **105**, 250405 (2010)

## **F - Faraday and Cotton- Mouton effects in helium at $\lambda = 1064$ nm**

A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo  
*Phys. Rev. A* **88**, 043815 (2013)

## **G - Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment**

A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo,  
*Eur. Phys. J. D* **68**, (2014).

# Annexe A

## Bloch oscillations of ultracold atoms : a tool for a metrological determination of $h/M_{Rb}$

R. Battesti, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob ; B. Grémaud, F. Nez, L. Julein, F.  
Biraben

*Phys. Rev. Lett.* **92**, 253001 (2003).



**Bloch Oscillations of Ultracold Atoms: A Tool for a Metrological Determination of  $h/m_{\text{Rb}}$** Rémy Battesti,<sup>1</sup> Pierre Cladé,<sup>1</sup> Saïda Guellati-Khélifa,<sup>2</sup> Catherine Schwob,<sup>1</sup> Benoît Grémaud,<sup>1</sup> François Nez,<sup>1</sup>  
Lucile Julien,<sup>1</sup> and François Biraben<sup>1</sup><sup>1</sup>*Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, CNRS-UMR 8552, UPMC, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France*<sup>2</sup>*BNM-INM, Conservatoire National des Arts et Métiers, 292 rue Saint Martin, 75141 Paris Cedex 03, France*

(Received 17 November 2003; published 22 June 2004)

We use Bloch oscillations in a horizontal moving standing wave to transfer a large number of photon recoils to atoms with a high efficiency (99.5% per cycle). By measuring the photon recoil of  $^{87}\text{Rb}$ , using velocity-selective Raman transitions to select a subrecoil velocity class and to measure the final accelerated velocity class, we have determined  $h/m_{\text{Rb}}$  with a relative precision of 0.4 ppm. To exploit the high momentum transfer efficiency of our method, we are developing a vertical standing wave setup. This will allow us to measure  $h/m_{\text{Rb}}$  better than  $10^{-8}$  and hence the fine structure constant  $\alpha$  with an uncertainty close to the most accurate value coming from the  $(g - 2)$  determination.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.253001

PACS numbers: 32.80.Pj, 06.20.Jr, 32.80.Qk, 42.50.Vk

In the past 20 years, atom manipulation using laser light has led to the emergence of many powerful techniques [1]. In particular, it is now possible to observe and measure elementary processes between light and atoms, such as a coherent momentum transfer (absorption and emission of a single photon). Furthermore, by increasing the interrogation time, laser cooling leads to an improvement of more than 2 orders of magnitude in both stability and accuracy in many fields of high precision measurements [2,3]. These advances allow us to measure precisely the recoil velocity  $v_r$  of the atom absorbing or emitting a photon ( $v_r = \hbar k/m$ , where  $k$  is the wave vector of the photon absorbed by the atom of mass  $m$ ). Such a measurement yields a determination of  $h/m$  which can be used to infer a value for the fine structure constant  $\alpha$  via [4]

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty M h}{c M_e m}. \quad (1)$$

$M$  and  $m$  are, respectively, the mass of test particle in atomic and SI units. In this expression several terms are known with a very small uncertainty:  $8 \times 10^{-12}$  for the Rydberg constant  $R_\infty$  [5,6] and  $7 \times 10^{-10}$  for the electron mass  $M_e$  [7,8]. A recent measurement using Penning trap single ion spectrometry allows a determination of  $M_{\text{Rb}}$  with an uncertainty less than  $2 \times 10^{-10}$  [9]. In short, the determination of  $\alpha$  using this formula is now limited by the uncertainty in the ratio  $h/m$  [4].

The fine structure constant can be deduced from experiments related to different branches of physics (QED, solid state physics, ...) [10–15]. Many of these measurements lead to determinations of  $\alpha$  with a relative uncertainty on the order of  $10^{-8}$  but their total dispersion exceeds  $10^{-7}$  [16]. In order to test the validity of these different measurements, a new accurate determination of  $\alpha$  is highly desirable.

The recoil of an atom when it absorbs a photon was first observed in the recoil-induced spectral doubling of the  $\text{CH}_4$  saturated absorption peaks [17]. Since then, almost all recent measurements of the recoil velocity have been based on atomic interferometry [18] using stimulated Raman transitions between two hyperfine ground state levels [19,21]. The precision of these experiments is increased by giving additional photon recoils to the different interferometer paths. In this process, the efficiency of the recoil transfer is a crucial parameter. Recently, the Chu group at Stanford, using a coherent adiabatic transfer technique [20] and high intensity Raman pulses, has achieved an efficiency of 94%, allowing a total momentum transfer of 120 recoils, and hence an absolute accuracy of 7.4 parts per  $1 \times 10^9$  in  $\alpha$  [21]. Pritchard and colleagues had developed another tool for a determination of  $h/m_{\text{Na}}$ , using a Bose-Einstein condensate as a bright subrecoil atom source in the “contrast interferometry” technique [22]. This experiment seems, presently, to be limited by the low momentum transfers.

In this Letter we investigate the phenomena of Bloch oscillations of atoms driven by a constant inertial force in a periodic optical potential [23]. This method is based on stimulated Raman transitions, induced by counterpropagating laser beams, involving only one hyperfine level in order to modify the atomic momentum, thus leaving the internal state unchanged. The atoms are coherently accelerated using a frequency-chirped standing wave. In order to compensate the Doppler effect, the frequency difference between the two beams is increased linearly. Consequently, the atoms are resonant with the beams periodically. This leads to a succession of rapid adiabatic passages between momentum states differing by  $2\hbar k$  ( $2v_r$  in terms of velocity). As explained above, the final accuracy is determined by the number of additional recoils, which strongly depends on the efficiency population transfer between momentum states. In our experiment, we achieve an efficiency of 99.5% per Bloch oscillation;

which may provide a great opportunity for high precision measurement of the recoil shift.

The details of the experiment have been described previously [24]. The setup for the laser cooling uses a magneto-optical trap (MOT) in a rubidium vapor cell. After a few seconds, the MOT is loaded and then the magnetic field is switched off, leaving the atoms to equilibrate in an optical molasses, at a temperature of about  $3 \mu\text{K}$ . The sequence then involves three steps (see Fig. 1): first, we select a narrow subrecoil velocity class with a well-defined mean initial velocity using a Raman velocity-selective  $\pi$  pulse [25]. Next, we transfer  $2N$  photon recoils by a coherent acceleration of atoms (Bloch oscillations). Finally, we measure the final velocity class, using another Raman velocity-selective  $\pi$  pulse.

For the initial selection and the final measurement, the two Raman beams are generated by two master oscillatory power amplifiers (MOPAs) injected by two grating-stabilized extended-cavity laser diodes (ECLs). One of the two diodes is frequency stabilized on a highly stable Zerodur Fabry-Perot cavity (ZFPC). This cavity was calibrated using different optical references, allowing a determination of the laser frequency with an accuracy better than 10 MHz ( $3 \times 10^{-8}$ ). A heterodyne signal and a frequency chain around the rubidium hyperfine splitting (6.8 GHz) are used to phase lock the second ECL to the first one. All auxiliary sources in the frequency chain are referenced to the same stable 10 MHz quartz oscillator. To

reduce spontaneous emission and light shift, the ECLs are detuned by about 340 GHz from the D2 line. The MOPA beams are sent through two 80 MHz acousto-optic modulators for timing and intensity control. Their radio frequencies are also referenced to the 10 MHz quartz oscillator. The two beams are coupled in an optical fiber; they have linear orthogonal polarizations, and their intensities are actively stabilized.

In order to perform the selection phase, we use a square Raman pulse with a frequency initially fixed at  $\delta_{\text{select}}$ . For a detuning of 340 GHz and an intensity of  $120 \text{ mW/cm}^2$ , the  $\pi$  condition is achieved using a  $T = 1.7 \text{ ms}$  pulse. Such a pulse transfers atoms from state  $5^2S_{1/2}, |F=2, m_F=0\rangle$  to  $5^2S_{1/2}, |F=1, m_F=0\rangle$ , with a velocity dispersion of about  $v_r/30$  centered around  $(\lambda\delta_{\text{select}}/2) - v_r$  where  $\lambda$  is the laser wavelength. In this horizontal geometry, the width of the transferred velocity class, which is proportional to  $1/T$ , is limited only by the fall of the atoms through the lasers beams. The value of  $T$  represents a good compromise between resolution (the width of the selected velocity distribution) and the signal-to-noise ratio (proportional to the number of selected atoms).

After the Raman selection process, a beam resonant with  $5^2S_{1/2}, F=2$  to  $5^2P_{3/2}, F=3$  cycling transition pushes away atoms remaining in the state  $F=2$ . The selected atoms are then exposed to two counterpropagating beams generated by a Ti:sapphire laser whose frequency is also stabilized to the ZFPC. This laser beam is split in two, each beam passing through an acousto-optic modulator to control its frequency. In order to perform a coherent acceleration, we vary the frequency difference between the two Bloch beams linearly with time:  $\Delta\nu(t) = 2at/\lambda$  where  $a$  is the effective acceleration. The two beams are superimposed onto the horizontal optical axis of the selection Raman beams using the same optical fibers. The two Bloch beams have the same linear polarization, equal intensity (160 mW for each beam), and are red detuned by 100 GHz from the  $5^2S_{1/2}$  to  $5^2P_{3/2}$  resonance line. The duration of the acceleration process is typically 4.4 ms. The optical potential is adiabatically turned on in about  $300 \mu\text{s}$ .

In the case where the constant inertial force seen by the atoms is weak enough, all the selected atoms are accelerated. In a Bloch oscillation scheme, this is equivalent to avoiding interband transitions. This condition may be expressed in the weak binding limit [26] by

$$\pi \frac{d\Delta\nu(t)}{dt} \ll \left(\frac{U_0}{2\hbar}\right)^2, \quad (2)$$

where  $U_0$  is the depth of the potential induced by the light shift due to the standing wave. In this limit, the interband transition rate per Bloch period is given by a Landau-Zener formula  $R = e^{(-a_c/a)}$  where  $a_c$  is the critical acceleration, proportional to  $(U_0/E_r)^2$  ( $E_r$  is the recoil energy) [23]. In our experiment  $U_0$  is about  $11E_r$ , and atoms

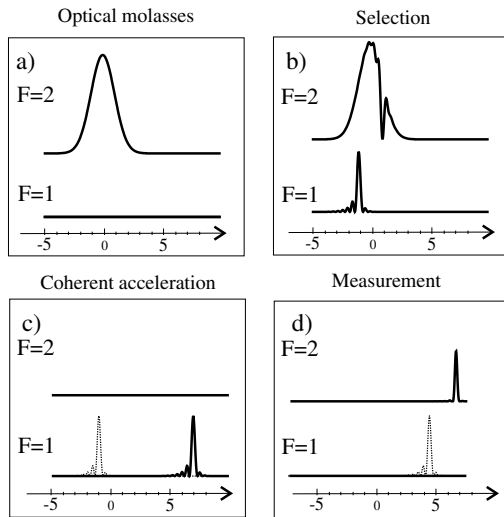


FIG. 1. Evolution of the velocity distribution (in  $v_r$  unit) during the experiment: (a) Initial velocity distribution; the atoms are in  $5^2S_{1/2}, |F=2, m_F=0\rangle$  state. (b) Subrecoil selection; the atoms are transferred from  $5^2S_{1/2}, |F=2, m_F=0\rangle$  to  $5^2S_{1/2}, |F=1, m_F=0\rangle$ . (c) Coherent acceleration for  $N=4$  Bloch oscillations; the atoms are in  $5^2S_{1/2}, |F=1, m_F=0\rangle$ . (d) Measurement of the final velocity class; the atoms are transferred from  $5^2S_{1/2}, |F=1, m_F=0\rangle$  to  $5^2S_{1/2}, |F=2, m_F=0\rangle$ .

acceleration is  $133 \text{ ms}^{-2}$ , leading to a theoretical efficiency of 99.9% per oscillation.

After the acceleration process we perform the final velocity measurement using another Raman  $\pi$  pulse, whose frequency is  $\delta_{\text{measure}}$ . Population transfer from the hyperfine state  $F = 1$  to the hyperfine state  $F = 2$  due to the second Raman pulse is maximal when  $2\pi(\delta_{\text{select}} - \delta_{\text{measure}}) = 2N(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{k}_{\text{Bloch}} \hbar/m_{\text{Rb}}$ , where  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ , and  $\mathbf{k}_{\text{Bloch}}$  are, respectively, the wave vectors of the Raman and Bloch beams. The populations ( $F = 1$  and  $F = 2$ ) are measured separately by using the one-dimensional time of flight technique developed for atomic clocks and depicted in [27]. The detection zone is 15 cm below the center of the trap (Fig. 2). To avoid the horizontal motion of the atoms, and in order for the atoms to reach the detection zone, a symmetric acceleration-deceleration scheme is used: instead of selecting atoms at rest, we first accelerate them to  $2Nv_r$ , using  $N$  Bloch oscillations. We then make the three step sequence: selection, coherent deceleration ( $N$  Bloch oscillations), and measurement, according to Fig. 1.

Figure 2(b) shows a typical time of flight signal for  $F = 2$  (left peak) and  $F = 1$  (right peak) when the second Raman frequency is centered at the top of the final velocity distribution. In this figure, we present the signal for  $N = 0$  and for  $N = 40$  Bloch oscillations. Comparing

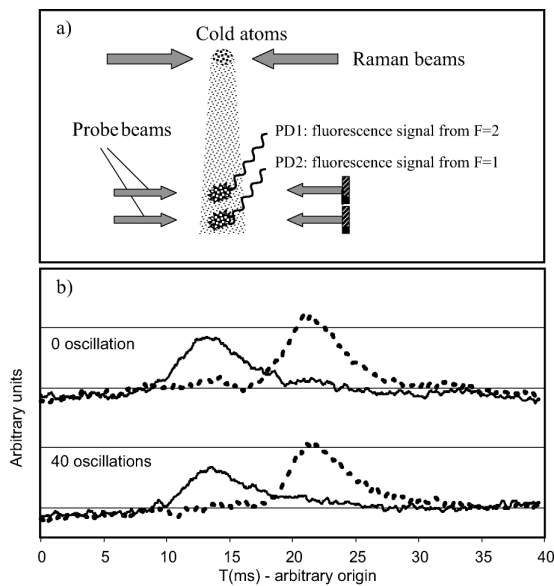


FIG. 2. (a) Experimental scheme. (b) Time of flight signal for  $N = 0$  and  $N = 40$  Bloch oscillations. The dashed line corresponds to the signal for the  $F = 1$  atoms and the solid line for the  $F = 2$  atoms, which are transferred from the hyperfine state  $F = 1$  by the second Raman pulse. After 40 Bloch oscillations the time of flight signal remains almost unchanged, emphasizing thus the high efficiency transfer of our experiment. The analysis of these signals gives the number of atoms in each hyperfine state.

the number of atoms between the two situations, we demonstrate that the losses during the Bloch acceleration for  $N = 40$  are less than 20%, corresponding to a transfer efficiency of about 99.5% per oscillation. These losses are not due to the spontaneous emission, which is evaluated to 0.1% per oscillation, but probably to the residual horizontal displacement of the atoms (about 5 mm) after the acceleration-deceleration process.

To reduce systematic errors, we perform an alternate and symmetric recoil transfer in both horizontal opposite directions. We determine the recoil frequency by a differential measurement of the center of the two final velocity distributions. Figure 3 shows a typical scan of final velocity distribution for  $N = 50$  Bloch oscillations for both directions. Each of the 400 data points corresponds to a single cycle (cooling, selection, acceleration of  $2Nv_r$ , and measure). From a data analysis of 200 points (10 min) we can split the final velocity distribution with an uncertainty of  $v_r/5000$ . Hence, the relative uncertainty of the measurement of  $v_r$  is  $1.5 \times 10^{-6}$ .

Figure 4 shows, chronologically, 43 determinations of  $\hbar/m_{\text{Rb}}$  using such measurements, compared to the expected value of  $\hbar/m_{\text{Rb}}$ , using the CODATA 98 value of  $\alpha$ . The mean value lies  $6.1 \times 10^{-7}$  above the expected value with a relative uncertainty of  $4.2 \times 10^{-7}$ .

We have estimated errors from wave front curvature (1.3 ppb), differential light shift (80 ppb), Zeeman effect (57 ppb), and laser frequencies (52 ppb). They are an order

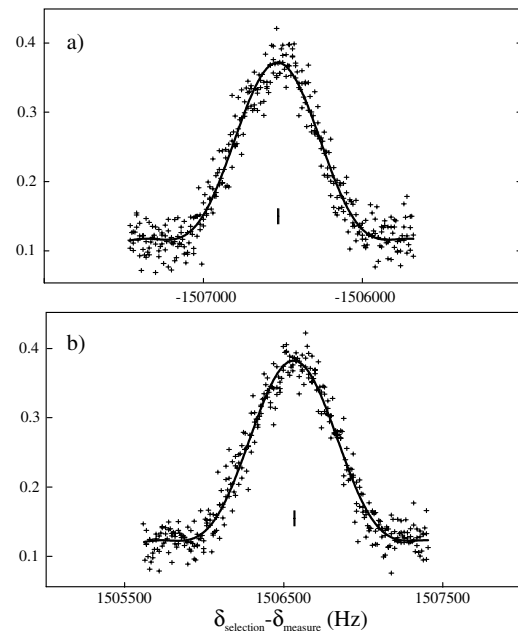


FIG. 3. Final velocity distribution for 50 Bloch oscillations, in both directions: (a) around  $2Nv_r$  and (b) around  $-2Nv_r$ . The center of the final velocity distribution can be located with an uncertainty of 3 Hz. The photon recoil frequency deduced from these two measurements is  $15066.690(23)$  Hz.



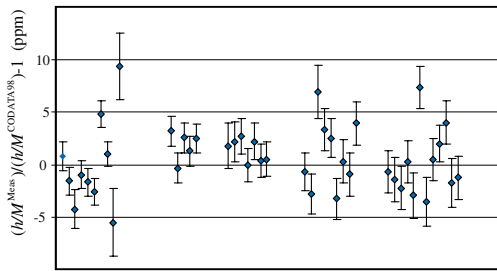


FIG. 4 (color online). Chronological display of the data taken for  $N = 50$  Bloch oscillations in both directions. The mean deviation from the expected value is  $6.1(4.2) \times 10^{-7}$ , with  $\chi^2 = 99$ .

of magnitude lower compared to this disagreement. We believe that this disagreement and the dispersion of the results ( $\chi^2 = 99$  for 43 measurements) can be explained by the systematic variations of the initial velocity distribution of the cold cloud and the phase fluctuation of the Raman beams. These effects have not yet been quantified.

In conclusion, we have demonstrated that coherent acceleration using Bloch oscillations is a powerful method to transfer a large number of additional photon recoils to atoms. In the horizontal scheme, the number of momentum recoil transfers is limited by the fall of atoms. In order to take advantage of the high transfer efficiency of the Bloch oscillation technique, we plan to build a setup with vertical Bloch and Raman beams. In this case, the number of additional recoils will be limited by the transverse motion, and we can increase the  $\pi$  pulse duration in order to select a narrower velocity class. Moreover, due to the gravitational acceleration  $g$ , the vertical motion is more complicated and this geometry provides scope for two different experiments: either the atoms are accelerated by a moving standing wave as in the horizontal scheme, or they are placed in a pure standing wave. In this case, the atoms oscillate around the same position at the frequency  $mg/2\hbar k$  [24]. Furthermore, there is no significant displacement of the atom between the velocity selection and measurement, and, thus, several systematic effects are reduced. On the other hand, a precise determination of the local gravity field is required to fully exploit this technique. Finally, we expect to increase the number of transferred recoils up to  $N = 500$ , to obtain a determination of  $v_r$  with an uncertainty better than  $10^{-8}$ , leading to a determination of  $\alpha$  with an uncertainty of about 5 ppb, close to the more accurate value deduced from  $(g - 2)$  [11,12,16]

We thank A. Clairon, C. Salomon, and J. Dalibard for valuable discussions. This experiment is supported in part by the Bureau National de Métrologie (Contract No. 993009) and by the Région Ile de France (Contract No. SESAME E1220).

- [1] S. Chu, C. Cohen-Tannoudji, and W.D. Phillips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685–741 (1998).
- [2] G. Santarelli *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
- [3] C.W. Oates, K.R. Vogel, and J.L. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2866 (1996).
- [4] B.N. Taylor, *Metrologia* **31**, 181 (1994).
- [5] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acaf, and A. Clairon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4960 (1999).
- [6] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, and T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2646 (1997).
- [7] D.L. Farnham, R.S. Van Dyck, and P.B. Schwinberg, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3598 (1995).
- [8] T. Beier *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 011603 (2002).
- [9] M.P. Bradley, J.V. Porto, S. Rainville, J.K. Thompson, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4510 (1999).
- [10] W. Liu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 711 (1999).
- [11] T. Kinoshita, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46**, 108 (1997).
- [12] R.S. Van Dyck, P.B. Schwinberg, and H.G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 26 (1987).
- [13] E. Krüger, W. Nistler, and W. Weirauch, *Metrologia* **36**, 147 (1999).
- [14] J.Q. Shields, R.F. Dziuba, and H.P. Layer, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **38**, 249 (1989).
- [15] A.M. Jeffery, R.E. Elmquist, L.H. Lee, J.Q. Shields, and R.F. Dziuba, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46**, 264 (1997).
- [16] P. Mohr and B. Taylor, CODATA recommended values of the fundamental constants: 1998, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 351 (2000).
- [17] J.L. Hall, C.J. Bordé, and K. Uehara, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1339 (1976).
- [18] C.J. Bordé, *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).
- [19] B. Young, M. Kasevich, and S. Chu, *Atom Interferometry*, edited by P.R. Berman (Academic, New York, 1997), p. 363.
- [20] M. Weitz, B.C. Young, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2563 (1994).
- [21] A. Wicht, J.M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu, in *Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, edited by P. Gill (World Scientific, Singapore, 2001), pp. 193–212.
- [22] S. Gupta, K. Dieckmann, Z. Hadzibabic, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 140401 (2002).
- [23] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [24] R. Battesti, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, B. Grémaud, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, *J. Opt. B* **5**, S178-S182 (2003).
- [25] M. Kasevich, D.S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2297 (1991).
- [26] E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. A* **55**, 2989 (1997).
- [27] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S.N. Lea, and M. Bahoura, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44**, 128 (1995).

# Annexe B

## Magnetic and electric properties

R. Battesti and C. Rizzo

*Rep. Prog. Phys.* **76**, **92**, 016401 (2013)



# Magnetic and electric properties of a quantum vacuum

R Battesti and C Rizzo

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS, UPS, UJF, INSA),  
143 avenue de Rangueil, 31400 Toulouse, France

E-mail: [remy.battesti@lncmi.cnrs.fr](mailto:remy.battesti@lncmi.cnrs.fr)

Received 10 May 2012, in final form 5 October 2012

Published 14 December 2012

Online at [stacks.iop.org/RoPP/76/016401](http://stacks.iop.org/RoPP/76/016401)

## Abstract

In this report we show that a vacuum is a nonlinear optical medium and discuss what the optical phenomena are that should exist in the framework of the standard model of particle physics. We pay special attention to the low energy limit. The predicted effects for photons of energy smaller than the electron rest mass are of such a level that none have yet been observed experimentally. Progress in field sources and related techniques seem to indicate that in a few years vacuum nonlinear optics will be accessible to human investigation.

The article was invited by George T Gillies.

## Contents

<b>1. Introduction</b>	1	<i>4.1. Three-wave mixing</i>	7
<b>2. Theory</b>	2	<i>4.2. Four-wave mixing</i>	8
2.1. <i>General formalism</i>	2	<i>4.3. Vacuum dichroism</i>	18
2.2. <i>QED effective Lagrangian</i>	3	<i>4.4. Delbrück scattering</i>	19
2.3. <i>Other contributions to the effective Lagrangian <math>L</math></i>	5	<b>5. Phenomenology in astrophysics</b>	19
<b>3. Instruments</b>	6	<b>6. Non-trivial vacua</b>	20
3.1. <i>Light sources</i>	6	<b>7. CP-violating vacuum</b>	20
3.2. <i>Electrostatic fields</i>	6	<b>8. Conclusion</b>	20
<b>4. Phenomenology and related experiments</b>	7	<b>Acknowledgments</b>	21
		<b>References</b>	21

## 1. Introduction

Since ancient times the existence of the vacuum has been one of the most fundamental problems in science. In Aristotle's *Physics* one reads that 'the investigation of questions on the vacuum must be held to belong to the physicist—namely whether or not it exists, how it exists and what it is' [1]. In his work, Aristotle defines what place, time and vacuum are, which 'must, if they exist, be places deprived of body' [1].

Although discussing the circular arguments on the concept of the vacuum in the history of physics is beyond the scope of this report, we must at least define what we mean by 'vacuum' in the following. We are interested in the electromagnetic properties of a vacuum, so our definition is deeply related to electromagnetism: a vacuum is a region of space in which a

monochromatic electromagnetic plane wave propagates at a velocity that is equal to  $c$ . Following special relativity, this velocity is independent both of the source's motion and of the observer's inertial frame of reference. Such a vacuum must not be empty. For example, in 19th century classical electrodynamics, a vacuum was thought to be filled with ether. Our definition is essentially a phenomenological one. In principle it provides a way to test if a region is a vacuum or not.

In classical electrodynamics, vacuum electromagnetic properties are simply represented by two fundamental constants: the vacuum permittivity  $\epsilon_0$  and the vacuum permeability  $\mu_0$ . These constants are linked to the velocity of light in vacuum  $c$  thanks to the fundamental relation  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ . They describe respectively the proportionality factor between  $D$  and  $E$  and between  $B$  and  $H$  in a vacuum:  $D = \epsilon_0 E$  and

$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ , where  $\mathbf{D}$  is the electric displacement vector,  $\mathbf{E}$  is the electric field vector,  $\mathbf{B}$  is the magnetic induction vector and  $\mathbf{H}$  is the magnetic-field vector.  $\mathbf{B}$  is also called the magnetic-field vector as well as  $\mathbf{H}$  when there is no risk of confusion [2]. We conform to this common terminology in the following.

Any variation of the velocity of light with respect to  $c$  is ascribed to the fact that light propagates in a medium, i.e. not in a vacuum. To describe such a phenomenon one must introduce the constants  $\epsilon$  and  $\mu$  which characterize the medium itself:  $\mathbf{D} = [\epsilon]\mathbf{E}$  and  $\mathbf{B} = [\mu]\mathbf{H}$ . The velocity of light in a medium is less than the velocity of light in vacuum by a factor  $n$ , and the index of refraction equal to  $n = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ . A vacuum is therefore the medium with which, in classical electrodynamics, one associates an index of refraction  $n$  exactly equal to 1, and therefore in a vacuum  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1$  and  $\frac{\mu}{\mu_0} = 1$ .

Since the middle of 19th century, when Faraday discovered that an external magnetic field could change the polarization of light propagating in matter because of a magnetically induced circular birefringence [3], it has been known that the presence of electrostatic fields induces a response from the medium which depends on the field strength. This means that  $\epsilon$  and  $\mu$  are not constants but functions of the external fields. In 1961 the second harmonic generation experiment of Franken *et al* [4] opened up the field of nonlinear optics. In general, it deals with nonlinear interactions of light with matter including light and/or external electromagnetic-field induced changes of the optical properties of a medium [5]. All media are basically nonlinear and thus  $\epsilon$  and  $\mu$  can be written as  $\epsilon(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  and  $\mu(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ , where  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{B}$  are the total electromagnetic fields, both externally and associated with the electromagnetic waves propagating in the medium. Therefore in general  $n$  depends also on  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{B}$ ;  $n(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ .

In this report we show that a vacuum can be considered as a nonlinear optical medium and we discuss what the optical phenomena are that should exist in the framework of the standard model of particle physics. Our work is mainly devoted to the phenomenological manifestations of these quantum vacuum nonlinearities. We classify all the expected phenomena following nonlinear optics textbooks. We pay special attention to the low energy limit since this limit is sufficient to understand most of the attempted and proposed experiments. While the corresponding theory is almost a century old, the predicted effects for photons with energies smaller than the electron rest mass are of such a level that none have yet been observed experimentally. Progress in field sources and related techniques seem to indicate that in a few years vacuum nonlinear optics will be accessible to human investigation.

## 2. Theory

### 2.1. General formalism

In a medium the excitation due to light and external fields produces a polarization  $\mathbf{P}$  and a magnetization  $\mathbf{M}$ . Both of them depend on the electromagnetic fields, and hence the response of the medium to the excitation is nonlinear. To describe this nonlinear interaction, one uses the constitutive

equations of the medium giving the relationship between  $\mathbf{P}$  and  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  and between  $\mathbf{M}$  and  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ , and Maxwell's equations [5]. When no charge density or current density are present, Maxwell's equations can be written in SI units [2] as:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0,\end{aligned}\quad (1)$$

with

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}.\end{aligned}\quad (2)$$

Thanks to Maxwell's equations one can fully determine the wave propagation.

The constitutive equations can be obtained by the following relations [6]:

$$\mathbf{D} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{E}}, \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = -\frac{\partial L}{\partial \mathbf{B}}, \quad (4)$$

where  $L$  is the effective Lagrangian representing the interaction of electromagnetic fields in vacuum.

The mathematical expression of the effective Lagrangian  $L$  is essentially determined by the fact that it has to be relativistic invariant and therefore it can only be a function of the Lorentz invariants  $F$  and  $G$  [6]:

$$F = \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right), \quad (5)$$

$$G = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (6)$$

The general expression can be therefore written as:

$$L = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} F^i G^j. \quad (7)$$

The lowest-order terms must give the classical Maxwell Lagrangian  $L_0 = \frac{1}{2}F$ , thus  $c_{0,0} = 0$ ,  $c_{1,0} = \frac{1}{2}$  and  $c_{0,1} = 0$ .

Using the relations (3) and (4) one obtains:

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( i F^{(i-1)} G^j \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} + j G^{(j-1)} F^i \frac{\partial G}{\partial \mathbf{E}} \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( 2\epsilon_0 i F^{(i-1)} G^j \mathbf{E} + j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} G^{(j-1)} F^i \mathbf{B} \right),\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} -c_{i,j} \left( i F^{(i-1)} G^j \frac{\partial F}{\partial \mathbf{B}} + j G^{(j-1)} F^i \frac{\partial G}{\partial \mathbf{B}} \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} \left( 2i F^{(i-1)} G^j \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} G^{(j-1)} F^i \mathbf{E} \right),\end{aligned}\quad (9)$$

which at the lowest orders gives

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = & 2\epsilon_0 c_{1,0} \mathbf{E} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,1} \mathbf{B} + 2\epsilon_0 c_{1,1} \mathbf{G} \mathbf{E} \\ & + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{1,1} F \mathbf{B} + 4\epsilon_0 c_{2,0} F \mathbf{E} + 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,2} \mathbf{G} \mathbf{B}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = & 2c_{1,0} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,1} \mathbf{E} + 2c_{1,1} G \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{1,1} F \mathbf{E} \\ & + 4c_{2,0} F \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} c_{0,2} \mathbf{G} \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (11)$$

The classical equations  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$  and  $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$  are recovered at the lowest order in the fields by imposing  $c_{1,0} = \frac{1}{2}$  and  $c_{0,1} = 0$ .

In the case of a plane wave propagating in a vacuum, both  $F$  and  $G$  are equal to zero and therefore  $L = 0$  as well. This means that, because of Lorentz invariance, the propagation of a plane wave in vacuum cannot be affected by any nonlinear interactions. It can be shown that  $L$  is also equal to 0 in the case of two copropagating ( $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$ ) plane waves of different polarization ( $\mathbf{E}_1 \neq \mathbf{E}_2$ ). The simplest cases in which  $L \neq 0$ , giving rise to nonlinear effects in a vacuum, are those of a plane wave propagating in the presence of external static electric or magnetic fields ( $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ ), and that of two plane waves of the same polarization ( $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2$ ) but of different wavevectors ( $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$ ). This is true in particular for counter-propagating plane waves ( $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ ).

It is worth stressing that, as far as Lorentz invariance holds, our phenomenological definition of a vacuum also holds even in the presence of nonlinear interactions. A plane wave velocity different to  $c$  can be ascribed to the presence of matter, as in classical electrodynamics, and/or to the presence of electromagnetic fields.

Since  $L$  can only be the sum of terms containing powers of  $F$  and  $G$ , Lagrangian terms containing a product of an odd number of electromagnetic fields are not allowed in a vacuum (see equation (7)). This means that not all the nonlinear effects existing in a standard medium exist in a vacuum. The form of Lagrangian  $L$  also indicates that the  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{E}$  fields of waves play an equivalent role as far as nonlinear effects in a vacuum are concerned. In standard media the  $\mathbf{B}$  field is usually neglected and all the effects are ascribed to an  $\epsilon$  function only of  $E$ , while  $\mu$  is assumed equal to  $\mu_0$  [5]. In this sense a vacuum can be considered to be a magnetic medium.

Finally, the energy density  $U$  can be written as [6]:

$$\begin{aligned} U = & \mathbf{E} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{E}} - L \\ = & \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j} (2\epsilon_0 i F^{(i-1)} G^j E^2 + (j-1) F^i G^j). \end{aligned} \quad (12)$$

Taking into account that  $c_{0,0} = 0$ ,  $c_{1,0} = \frac{1}{2}$  and  $c_{0,1} = 0$ , the term ( $i = 1, j = 0$ ) gives the classical energy density  $U_0$ .

$$U_0 = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B_0^2}{\mu_0} \right). \quad (13)$$

This expansion of the electromagnetic energy density in a vacuum can be compared with the one given by Buckingham

and Pople [7] in the case of a molecule in the presence of external electromagnetic fields. One can find a direct correspondence between the vacuum terms and the molecular ones, showing once more that a vacuum behaves as a standard medium. In the case of molecular energy density each term represents a specific microscopical property of a single molecule, like polarizability, while for a vacuum we are dealing with macroscopical properties. To pass from microscopical to macroscopical properties in the case of molecules one has to take into account the molecular density, a concept that has no equivalence for a vacuum.

In the different theoretical frameworks one can find predictions for the  $c_{i,j}$  coefficients introduced in equation (7). Quantum electrodynamics (QED) provides the most complete theoretical treatment.

## 2.2. QED effective Lagrangian

In 1933 the calculations of gamma-ray absorption due to the formation of electron–positron pairs by Oppenheimer and Plesset [8] gave a striking confirmation of Dirac’s theory of positrons as holes in a sea of negative energy states, setting up a new picture of the vacuum in which all negative energy states are occupied and all positive energy states are unoccupied. Dirac gave a clear overview of his model in his 1934 contribution to the Solvay workshop [9]. It was immediately clear that an important prediction of Dirac’s theory, which could in principle be experimentally tested, was the existence of photon–photon scattering [10, 11].

A first theoretical formulation of optical nonlinearities in a vacuum at the lowest orders in electromagnetic fields was published in 1935 by Euler and Kochel [12]. The details of their calculation can be found in [13]. In the 1936 paper by Heisenberg and Euler [14] a complete theoretical study of the phenomena related to the fact that electromagnetic radiation can be transformed into matter and vice versa can be found. The authors’ starting point was that it was no more possible to separate processes in the vacuum from those involving matter since electromagnetic fields can create matter if they are strong enough. Moreover, even if they are not strong enough to create matter, they polarize the vacuum because of the virtual possibility of creating matter, essentially with electron–positron pairs, and therefore they change the constitutive equations [14].

The resulting effective Lagrangian of the field reads [14]:

$$\begin{aligned} L_{\text{HE}} = & \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + \alpha \int_0^\infty e^{-\eta} \frac{d\eta}{\eta^3} \\ & \times \left\{ i\eta^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \frac{\cos\left(\frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_0} E_{\text{cr}}} \sqrt{C}\right) + \text{conj.}}{\cos\left(\frac{\eta}{\sqrt{\epsilon_0} E_{\text{cr}}} \sqrt{C}\right) - \text{conj.}} \right. \\ & \left. + \epsilon_0 E_{\text{cr}}^2 + \frac{\eta^2}{3} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

with  $C = \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + 2i \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$ ,

where  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$  is the fine structure constant,  $e$  the elementary charge,  $\hbar$  the Planck constant  $h$  divided by  $2\pi$ ,

**Table 1.** Symmetry properties of the electromagnetic fields.

	C	P	T	CPT
$E$	−	−	+	+
$B$	−	+	−	+
$F$	+	+	+	+
$G$	+	−	−	+

and  $\eta$  is the integration variable.  $E_{\text{cr}} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar}$  is a quantity obtained by combining the fundamental constant  $m_e$ , the electron mass, with  $c$ ,  $e$  and  $\hbar$ .  $E_{\text{cr}}$  has the dimensions of an electric field, and is called the critical electric field. Its value is  $E_{\text{cr}} = 1.3 \times 10^{18} \text{ V m}^{-1}$ . It corresponds to the field one needs to get an energy  $eE_{\text{cr}}L$  equal to an electron rest mass  $m_e c^2$  over a length  $L$  equal to the reduced electron Compton wavelength  $\lambda = \frac{\lambda_c}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_e c}$ .

A critical magnetic field can also be defined in the same manner,  $B_{\text{cr}} = \frac{E_{\text{cr}}}{c} = \frac{m_e^2 c^2}{e\hbar}$ .  $B_{\text{cr}} = 4.4 \times 10^9 \text{ T}$ . The cyclotron pulsation for an electron in a  $B_{\text{cr}}$  field,  $\omega_c = \frac{eB_{\text{cr}}}{m}$ , is such that the associated energy  $\hbar\omega_c$  is equal to its rest mass  $m_e c^2$ .

$L_{\text{HE}}$  is valid in the approximation that the fields vary very slowly over a length equal to the reduced electron Compton wavelength during a time  $t_e = \frac{\hbar}{c}$ , which corresponds to:

$$\frac{\hbar}{m_e c} |\nabla E(B)| \ll E(B), \quad (15)$$

$$\frac{\hbar}{m_e c^2} \left| \frac{\partial E(B)}{\partial t} \right| \ll E(B). \quad (16)$$

A study of the vacuum electrodynamics based on the quantum theory of the electron can also be found in the 1936 paper by Weisskopf [15], in which a simplified method to obtain  $L_{\text{HE}}$  is shown.

In general the QED Lagrangian  $L_{\text{HE}}$  can be expanded as indicated in equation (7). Thanks to the symmetry properties of the  $E$  and  $B$  fields (see table 1),  $F$  and  $G$  are also CPT invariant, but while  $F$  is C, P and T invariant,  $G$  violates P and T.

As the QED quantum vacuum is assumed to be C, P and T invariant, one has to take into account that all the coefficients  $c_{i,j}$  with an index  $j$  corresponding to an odd number are null, and in particular  $c_{0,1} = 0$  and  $c_{1,1} = 0$ .

At the lowest orders in the fields, i.e.  $E \ll E_{\text{cr}}$  and  $B \ll B_{\text{cr}}$ ,  $L_{\text{HE}}$  can be written as  $L_{\text{HE}} = L_0 + L_{\text{EK}}$  where  $L_{\text{EK}}$  was first calculated by Euler and Kockel in 1935 [12].  $L_{\text{EK}}$  can be written as  $L_{\text{EK}} = c_{2,0} F^2 + c_{0,2} G^2$

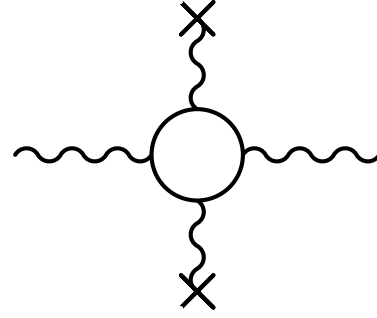
The value of  $c_{2,0}$  and  $c_{0,2}$  can be written following the Euler–Kockel result [12] as:

$$c_{2,0} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} = \frac{\alpha}{90\pi} \frac{1}{\epsilon_0 E_{\text{cr}}^2} \\ = \frac{\alpha}{90\pi} \frac{\mu_0}{B_{\text{cr}}^2} \simeq 1.67 \times 10^{-30} \left[ \frac{m^3}{J} \right], \quad (17)$$

$$c_{0,2} = 7c_{2,0}, \quad (18)$$

and therefore

$$L_{\text{EK}} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \epsilon_0^2 [(E^2 - c^2 B^2)^2 + 7c^2 (E \cdot B)^2]. \quad (19)$$

**Figure 1.** Feynman diagram for the lowest order in the nonlinear effect in a vacuum. Solid circular lines represent the electron–positron loops, wavy lines the photons and wavy lines with crossed ends the external fields.

Next term coefficients can be found in [14–16].

$$c_{3,0} = \frac{32\pi\alpha^3 \hbar^6}{315m_e^8 c^{10}} = \frac{2\alpha}{315\pi} \frac{1}{\epsilon_0^2 E_{\text{cr}}^4} \\ = \frac{2\alpha}{315\pi} \frac{\mu_0^2}{B_{\text{cr}}^4} \simeq 6.2 \times 10^{-56} \left[ \frac{m^6}{J^2} \right], \quad (20)$$

$$c_{1,2} = \frac{13}{2} c_{3,0}, \quad (21)$$

$$c_{4,0} = \frac{3568\pi^2 \alpha^4 \hbar^9}{945m_e^{12} c^{15}} = \frac{223\alpha}{3780\pi} \frac{1}{\epsilon_0^3 E_{\text{cr}}^6} \\ = \frac{223\alpha}{3780\pi} \frac{\mu_0^3}{B_{\text{cr}}^6} \simeq 4.4 \times 10^{-80} \left[ \frac{m^9}{J^3} \right], \quad (22)$$

$$c_{2,2} = \frac{402}{223} c_{4,0}, \quad (23)$$

$$c_{0,4} = \frac{304}{223} c_{4,0}. \quad (24)$$

Following the developments in QED in the 1940s by Tomonaga *et al* [17], a quantum field theory has been fully established and Dirac’s model of a vacuum has become a somewhat obsolete and unnecessary concept. In the field-theory perspective, the vacuum becomes the ground state of the quantum field. This theoretical definition of a vacuum is in agreement with our own, which refers to macroscopical phenomenological electromagnetic properties such as  $\epsilon$  and  $\mu$  [18].

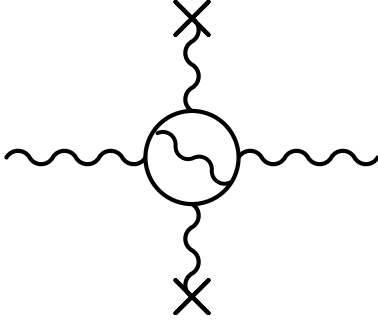
A modern confirmation of the Euler and Kockel result was given by Karplus and Neuman in 1950 [19], and the Heisenberg–Euler Lagrangian was validated by Schwinger in 1951 [20]. The lowest order in the nonlinear effect given by the Euler–Kockel Lagrangian can be represented by the Feynman diagram of figure 1 [19].

An analytic form for the Heisenberg–Euler Lagrangian can be found in [21], but for most of the practical cases, effects can be calculated using the first terms given by  $L_{\text{EK}}$ . In fact, equation (14) can be expanded in terms of reduced Lorentz invariants  $F'$  and  $G'$

$$F' = \left( \frac{E^2}{E_{\text{cr}}^2} - \frac{B^2}{B_{\text{cr}}^2} \right), \quad (25)$$

$$G' = \left( \frac{E}{E_{\text{cr}}} \cdot \frac{B}{B_{\text{cr}}} \right), \quad (26)$$





**Figure 2.** Feynman diagram corresponding to the lowest-order radiative corrections.

which means that higher and higher order terms corresponding to higher and higher powers of  $F'$  and  $G'$  give smaller and smaller contributions when  $\frac{E}{E_{cr}}$  and  $\frac{B}{B_{cr}}$  are much smaller than 1.

After 75 years the impact of the Heisenberg–Euler Lagrangian in fundamental physics is still very important as discussed in [22]. Our review is essentially based on its predictions.

The Heisenberg–Euler Lagrangian does not take into account all of the microscopic phenomena related to the photon–photon interaction in a vacuum. Corrections to the value of the coefficients  $c_{i,j}$  obtained using  $L_{HE}$  can be calculated taking into account the change induced by the external fields in the radiative interactions of the vacuum electrons. In particular Ritus [23] published in 1975 the corrections to  $c_{2,0}$  and  $c_{0,2}$ . The lowest-order radiative corrections can be represented by the Feynman diagram of figure 2, and the corresponding effective Lagrangian can be written following [23] as

$$L_R = \frac{\alpha^3 \hbar^3}{81\pi m_e^4 c^5} \left( 16F^2 + \frac{263}{2}G^2 \right), \quad (27)$$

which gives a 1.0% correction to  $c_{2,0}$ :

$$c_{2,0}^R = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{40\alpha}{9\pi} \right) \quad (28)$$

and a 1.2% correction to  $c_{0,2}$ :

$$c_{0,2}^R = \frac{14\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{1315\alpha}{252\pi} \right). \quad (29)$$

The Ritus corrections to  $c_{2,0}$  and  $c_{0,2}$  are about  $\alpha$  times smaller than the Euler–Kochel values for these two coefficients. Nevertheless, these corrections are more important than the next terms in the expansion of  $L_{HE}$  corresponding to the coefficients  $c_{1,2}$ ,  $c_{3,0}$  when  $E \ll E_{cr}$  and  $B \ll B_{cr}$ .

Following equation (12), the energy density  $U$  when  $E \ll E_{cr}$  and  $B \ll B_{cr}$  can be written as [15]:

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) + c_{2,0} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \left( 3\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \\ & + c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2 + c_{3,0} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right)^2 \left( 5\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \\ & + c_{1,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2 \left( 3\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Using the relations (10), (11) and (2) one obtains the polarization and the magnetization of the vacuum at the lowest orders in the fields:

$$P = 4c_{2,0}\epsilon_0 \mathbf{E}F + 2c_{0,2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{B}G, \quad (31)$$

$$M = -4c_{2,0}\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}F + 2c_{0,2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E}G. \quad (32)$$

In principle, since electromagnetic fields have self-interactions, one should be able to calculate the corrections to the Maxwell classical solutions for any distribution of charges and currents [24].

The corrections to the Coulomb potential of a charge induced by vacuum polarization were calculated in 1935 by Uehling [25], together with the corresponding displacement of atomic energy levels. This is a fundamental result for the QED of bound states.

The case of a magnetic dipole has been treated in [26], where the field equations of a static magnetic field have been considered and the field of the dipole has been calculated taking into account one-loop QED corrections.

The value of the lowest-order coefficients  $c_{2,0}$  and  $c_{0,2}$  depends on the fourth power of the inverse of the electron mass  $m_e$ . Following [20] one can generalize the Heisenberg–Euler result to any spin  $\frac{1}{2}$  charged field such as the one corresponding to negative and positive muons. For the sake of comparison, one can consider that the value of  $B_{cr}$  sets the relative scale of different contributions coming from different fermions. The critical magnetic field for muon leptons is about  $1.9 \times 10^{14}$  T and for tau leptons  $5.3 \times 10^{16}$  T. The contributions coming from muon or tau fields are usually neglected.

### 2.3. Other contributions to the effective Lagrangian $L$

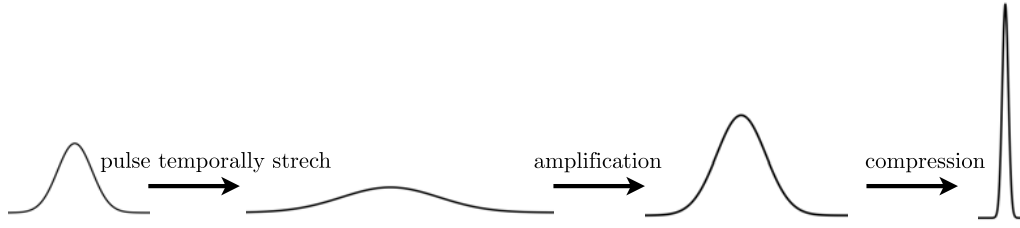
The effective Lagrangian  $L$  is valid in the approximation of constant or slowly varying electromagnetic fields. As the available laser pulse intensity increases and pulse time width decreases, one needs in principle to take into account the dispersive corrections of  $L$ . This means that one has to take into consideration a correction to  $L$  depending on the derivatives of electromagnetic fields. How to treat dispersion and absorption in the Lagrangian formalism is a debated question and has generated a large amount of literature to correctly describe quantum electromagnetism in dielectric media. From this literature it is worth mentioning the two recent works of Huttner and Barnett [27], and Philbin [28].

As far as a quantum vacuum is concerned, the authors of [29] give the effective Lagrangian corresponding to dispersion corrections, and they derive in the low energy limit ( $\hbar\omega \ll m_e c^2$ ) the vacuum dispersion relation:

$$\omega \simeq ck \left( 1 - \frac{1}{2}\zeta Q^2 - \sigma\zeta^2 Q^4 k^2 \right), \quad (33)$$

where  $\zeta$  depends on light polarization and it is equal to  $4c_{2,0}$  or  $2c_{0,2}$ , and  $\sigma = \frac{2\alpha\hbar^2}{15m_e^2 c^2}$  is a parameter corresponding to the dispersive properties of the polarized vacuum. Its numerical value is about  $1.4 \times 10^{-28}$  m<sup>2</sup> and  $Q$  is a parameter depending





**Figure 3.** The CPA technique. A short laser pulse is temporally stretched. After this operation the fluency ( $\text{J m}^{-2}$ ) is the same as before but the intensity is reduced. Then the pulse can be amplified without risk to the optical materials. When the desired energy is achieved, the pulse is recompressed to reach high intensities.

on the electromagnetic fields. For electromagnetic fields perpendicular to the light wavevector  $k$ ,  $Q$  can be written as:

$$Q^2 = \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} - 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}(\mathbf{E} \times \mathbf{B}). \quad (34)$$

The first two terms of equation (33) correspond to a linear dispersion relation representing a vacuum velocity of light that depends slightly on the light polarization. This is an important point that will be treated in detail in the following paragraphs. The third term is the nonlinear term coming from the dispersive correction to  $L$ . Its order of magnitude can be estimated as  $8 \times 10^{-86} Q^4 k^2$ , and it appears challenging to detect in a laboratory [29].

In the framework of the standard model, contributions other than QED ones appear essentially at the QCD scale and at the electroweak scale. The QCD scale can be associated with a mass  $\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 200 \text{ MeV}$  close to the mass of the pion  $\pi^\pm$  meson. The corresponding critical magnetic field  $B_{\text{cr}}^{\text{QCD}}$  is of the order of  $10^{15} \text{ T}$  [30]. The electroweak scale can be associated with the mass of the  $W^\pm$  boson which is about  $80 \text{ GeV}$ . The corresponding critical magnetic field  $B_{\text{cr}}^{\text{EW}}$  is of the order of  $10^{20} \text{ T}$  [30]. It is obvious that these contributions can be neglected most of the time and there is not much literature on them.

### 3. Instruments

The experimental tests of the Heisenberg–Euler Lagrangian need high magnetic or electric fields. In this section, we give a short overview of the existing solutions for producing such intense fields.

#### 3.1. Light sources

Since 1960 and the invention of the laser by Maiman [31], the available intensity has jumped to higher and higher levels. Today, a number of exawatt ( $10^{18} \text{ W}$ )-class facilities are already in the planning stage (the extreme light infrastructure (ELI) program in Europe [32] and Exawatt Laser in Japan [33], for example). High power lasers are expected in the future expected to approach the Schwinger limit corresponding to an intensity  $I_s \approx 10^{33} \text{ W m}^{-2}$ . At such a level the electric field  $E_\omega$  associated with the wave is of the order of the critical one,  $E_\omega = \sqrt{\frac{I_s}{2\epsilon_0 c}} \approx E_{\text{cr}}$ , which allows the creation of real  $e^-e^+$  pairs from the vacuum [20].

All facilities around the world are nowadays based on chirped pulse amplification (CPA) proposed by G Mourou in 1985 [34]. Since then the available laser power has increased rapidly. Basically, high powers are limited by the damage threshold of materials, which typically lies around  $10^4 \text{ GW m}^{-2}$ . The problem thus is to amplify a short pulse without reaching this damage intensity. The principle of CPA is the following (see figure 3): a short laser impulsion is temporally stretched before being amplified up to  $10^4 \text{ GW m}^{-2}$ . Then the pulse is temporally recompressed before being focused on a target. In this way, one can amplify the intensity (expressed in  $\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ) of the pulse without decreasing its fluency (expressed in  $\text{J m}^{-2}$ ).

The ELI project represents one of the largest laser projects in the world. Its goal is to produce a few kJ of energy in 10 fs, which means more than  $10^{14} \text{ W}$  of power with a target intensity of  $10^{30} \text{ W m}^{-2}$  [32]. As far as we know, the highest intensity ever reached nowadays is  $2 \times 10^{26} \text{ W m}^{-2}$  [35] at the HERCULES petawatt facility [36] in the USA.

Two ambitious projects are also in progress, the National Ignition Facility, USA [37] and the laser Megajoule, France [38], in order to create fusion ignition in a laboratory. Both of them will be able to fire an energy of about  $1.8 \text{ MJ}$  thanks to the amplification of more than 200 laser beams.

For smaller intensities, commercial sources are also available. For example, one can buy table-top sources which deliver more than  $100 \text{ TW}$  ( $2.5 \text{ J}$  in  $25 \text{ fs}$ ). A laser beam of this kind focused on a  $10^{-6} \text{ m}^2$  spot gives an intensity of  $10^{20} \text{ W m}^{-2}$ , which corresponds to an energy density  $\epsilon_0 E_\omega^2 + B_\omega^2/\mu_0$  such that the electric field  $E_\omega$  is about  $1.36 \times 10^{11} \text{ V m}^{-1}$  and the magnetic field  $B_\omega$  is about  $4.5 \times 10^2 \text{ T}$ . These values are of the order of the highest static fields ever obtained in laboratories, and therefore intense lasers can also be used as sources of electromagnetic fields to induce nonlinear optics effects. We label these kinds of effects with the *optical field-induced* prefix in their name.

#### 3.2. Electrostatic fields

In principle, the external fields needed for experiments can be either magnetic or electric. In a vacuum the same level of effect is obtained in the presence of a  $B$  field or an electric field  $E$  equal to  $cB$ . This means that to equalize an effect created by a magnetic field of  $1 \text{ T}$ , one has to use an electric field of  $300 \text{ MV m}^{-1}$ . It appears that, from a technological point of view, magnetic fields of several tesla are easier to produce than electric fields of about  $1 \text{ GV m}^{-1}$ . Experimentalists have

therefore mostly concentrated their efforts to magnetically induced effects in a vacuum.

To produce a magnetic field, the standard method is to let a current circulate in a coil. The magnetic field obtained is proportional to the current density. This current density also creates a force density which is proportional to the product of the current density and the magnetic field, and hence to the square of the magnetic field. Moreover, the current creates losses in the conductors by Joule effect and it heats the system. These two effects have to be taken into account to reach high magnetic fields.

Several solutions exist. One is to avoid heating thanks to superconducting wires. This is the solution chosen at CERN, for example, for the Large Hadron Collider magnets [39]. The maximum field achievable depends on the critical fields of the materials above which the superconductivity property disappears. Magnets around 20 T are commercially available.

Another solution is to remove the dissipate electrical energy. This can be done with water. In this way, one can achieve a magnetic field of up to 35 T, but one needs a big electrical installation of several tens of megawatts. Only a few installations around the world have installed this electrical power: NHMFL-DC (Tallahassee, USA) [40], LNCMI-G (Grenoble, France) [41], HFML (Niemegen, Netherlands) [42], HMFL (Hefei, China) [43] and TML, (Tsukuba, Japan) [44]. A third way is to produce a magnetic field with a combination of the two previous methods: superconducting and copper wires cooled with water. The record for this type of coil is 45 T for 1 h.

Another way to avoid the problem of heating is to use pulsed fields. The idea is to discharge a lot of energy for a small duration in a coil. In this way, one can reach 80 T in 10–100 ms depending on the bank of capacitors which delivers the energy. Up to date, the world record has been reached at the NHMFL-PF in Los Alamos in the United States, with 100 T. The main worldwide pulsed-field installations are NHMFL-PF (Los Alamos, USA) [45], LNCMI-T (Toulouse, France) [46], HLD (Dresden, Germany) [47], HFML (Niemegen, Netherlands) [42], WHMFC (Wuhan, China) [48] and TML (Tsukuba, Japan) [44]. The limitation of these pulsed coils is a combination of heating and magnetic pressure which can reach intensities of  $10^9$  Pa.

To go further and to reach 300 T in a few microseconds, a possibility is to use a single-turn coil. This is called a megaGauss installation and only two are operational around the world (in Toulouse and Tokyo; see e.g. [49]). In this experiment, a single-turn coil is placed at the end of a generator which delivers more than 60 000 A in one microsecond. After a few microseconds the coil is destroyed but this duration is enough to perform optical measurements.

More recently, the LNCMI-Toulouse has developed special coils and generators for bringing high magnetic fields to special external installations such as particle accelerator facilities or intense laser facilities. The generators are transportable so high magnetic fields can be moved almost everywhere (see e.g. [50]).

The highest fields that we have discussed previously are longitudinal magnetic fields. This means that the magnetic

field is parallel to the optical axis, as in the case of simple solenoids [2]. This is called Faraday configuration, in reference to the Faraday effect which needs a longitudinal magnetic field with respect to the light propagation.

For some experiments, one needs a magnetic field transverse to the optical axis, as in the case of Helmholtz coils [51]. This configuration is less conventional. The major difficulty lies with the possibility of putting efficient reinforcements against magnetic pressure because of the non-cylindrical symmetry of this kind of coil. Superconducting dipole magnets at CERN are able to give 10 T over 10 m. At LNCMI-Toulouse, the laboratory has developed a special coil [46] dedicated to the observation of vacuum magnetic birefringence which has already produced more than 30 T over a length of 50 cm. This equipment can be used almost everywhere thanks to the transportable generators. Transverse coils designed to deliver up to 40 T have also been developed at LNCMI-T for plasma experiments where a strong pulsed field is coupled to an intense pulsed laser at LULI (France) [52].

#### 4. Phenomenology and related experiments

A very large number of phenomena are expected in a nonlinear optical medium. The nonlinear response can give rise to exchanges of energy between electromagnetic fields of different frequencies. Few of them are allowed in a quantum vacuum because of C, P, T and Lorentz invariances. The absence of linear terms in  $E$  or  $B$  in the energy density given in equation (30) means that the vacuum cannot have a permanent electric or magnetic dipole moment, which seems obvious. The quadratic terms in  $E$  or  $B$  in equation (30) correspond to the Maxwell energy density. Any ulterior term of this kind can be canceled out by a renormalization of the velocity of light.

As already stated in the introduction, we focus our attention on low energy effects that affect the propagation of light in a vacuum. We also restrict ourselves mainly to effects induced by fields that are small compared with the critical ones. Generally speaking, we treat phenomena mostly in the approximation

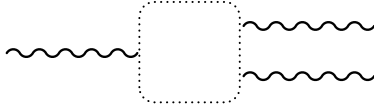
$$\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{B}{B_{cr}} = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{E}{E_{cr}} \ll 1. \quad (35)$$

In this approximation, we restrict ourselves to the first terms of the development of the Heisenberg–Euler Lagrangian. This Lagrangian has not yet been tested experimentally and therefore any experiment whose goal is the measurement of one of the following effects tests a pure QED fundamental prediction.

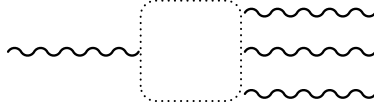
##### 4.1. Three-wave mixing

Three-wave mixing indicates any term in equation (30) proportional to a product of three electromagnetic fields such as  $E^3$ ,  $E^2 B$ ,  $E B^2$  and  $B^3$ . No term containing three electromagnetic fields exists in equation (30), and therefore none of these effects is allowed in a vacuum.

In a nonlinear medium, these terms are linked to the second order nonlinear susceptibility, and they include



**Figure 4.** Three-wave mixing describes an interaction between three electromagnetic waves. These effects are not allowed in a vacuum.



**Figure 5.** Four-wave mixing. It represents the combination of four electromagnetic waves. These effects are allowed in vacuum.

optical rectification, the Faraday effect, the Pockels effect, and the second harmonic generation or the parametric amplification [5].

A general three-wave mixing can be viewed as the generation of an optical wave by the combination of two other waves and vice versa (see figure 4). Let the frequencies and wavevectors of these two optical waves be  $(\omega_1, \mathbf{k}_1)$ ,  $(\omega_2, \mathbf{k}_2)$ , then the frequency and the wavevector of the third optical wave can be written as:

$$\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2 \quad \mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 \quad (36)$$

The optical rectification is the generation of a dc polarization or a dc magnetization in a nonlinear medium at the passage of an intense optical beam [53] ( $\omega_1 = \omega_2$ ,  $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2 = 0$ ). It is a special case of difference frequency generation [5] since it can be interpreted as initial photons forming new photons of zero energy and frequency.

The second harmonic generation, also called frequency doubling, is a process in which photons interact with a nonlinear material to form new photons of twice the energy, and therefore twice the frequency, of the initial photons [4] ( $\omega_3 = 2\omega_1$ ). It is a special case of sum frequency generation [5].

Optical Parametric amplification involves the transfer of power from a ‘pump’ wave at  $\omega_3$  to two waves at lower frequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$ , with  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  [54]. In particular, a photon interacting with a nonlinear material may give rise to two photons each of half the energy of the incoming one [55].

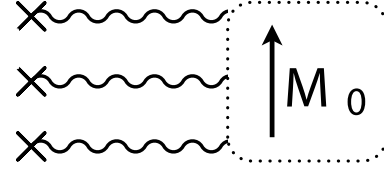
The Faraday effect is the rotation of the plane of polarization of a linearly polarized light beam which is linearly proportional to the component of the magnetic field in the direction of propagation [3]. The Faraday effect can be associated with a circular birefringence, i.e. with a difference in the index of refraction for light rightward or leftward circularly polarized with respect to the direction of the magnetic field [5].

The Pockels effect, also known as the electro-optic effect, is the linear birefringence in an optical medium induced by an electric field [56]. Linear birefringence means that the index of refraction depends on the linear polarization of light [5].

As said before, none of these effects exist in a vacuum.

#### 4.2. Four-wave mixing

Four-wave mixing is a general name representing any effect due to the combination of four electromagnetic fields which can



**Figure 6.** Four-wave mixing: three interactions of an electrostatic field give rise to a static magnetization.

be collinear or not. Some of them can be of zero frequency i.e. electrostatic fields. It corresponds to the terms proportional to  $E^4$ ,  $E^2 B^2$  and  $B^4$  in equation (30). As shown in figure 5, this can be viewed as a combination of two waves to give two other waves, or a combination of three of them to give one, and vice versa. Four-wave mixing is allowed in a quantum vacuum.

##### 4.2.1. Vacuum nonlinear static polarization or magnetization.

Let us first present the case in which only static fields are involved (see figure 6). Equations (31) and (32) become:

$$\mathbf{P}_0 = 4c_{2,0}\epsilon_0 \mathbf{E}_0 \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \mathbf{B}_0 (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \quad (37)$$

$$\mathbf{M}_0 = -4c_{2,0} \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} \right) + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \mathbf{E}_0 (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \quad (38)$$

where  $E_0$  and  $B_0$  are the static electric and magnetic fields, respectively. These formulas clearly indicate that a vacuum is polarized and magnetized by the presence of static fields. It is important to stress that  $P_0$  not only depends on  $E_0$  but also on  $B_0$ , and  $M_0$  not only depends on  $B_0$  but also on  $E_0$ . Moreover  $P_0$  and  $M_0$  depend as well on the angle between  $E_0$  and  $B_0$ .

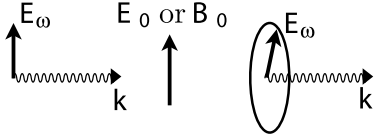
For the sake of argument, let us estimate the value of magnetization expected when only  $B_0$  is present. Equation (38) gives  $\mu_0 M_0 \approx 5.3 \times 10^{-24} \times B_0(\text{T})^3$ , a value that appears out of reach since currently the best magnetometers are not able to measure less than  $10^{-15}$  T in one second (see e.g. [57]).

In [30, 58], the expected magnetization in the presence of an external magnetic field is given in the framework of QCD. This value of magnetization for a magnetic field  $B_0 \ll B_{\text{cr}}^{\text{QCD}}$  scales as the fourth power of the ratio between the electron mass and the pion mass, which is about 280. A magnetization  $\mu_0 M_0 \approx 10^{-33} \times B_0(\text{T})^3$  is predicted [30].

**4.2.2. Kerr effect, Cotton–Mouton effect, Jones birefringence, magneto-electric birefringence.** In this section we deal with linear birefringences in a vacuum. These birefringences can be induced by an electric field, a magnetic field or a combination of both. All these birefringences are manifestations of four-wave mixing when two of the waves are static fields.

Following equation (31), we can write:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & 4c_{2,0}\epsilon_0(\mathbf{E}_\omega + \mathbf{E}_0) \\ & \times \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} + 2\epsilon_0 \mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{E}_0 - \frac{2\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0}{\mu_0} \right) \\ & + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{B}_\omega + \mathbf{B}_0)(\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_\omega + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \end{aligned} \quad (39)$$



**Figure 7.** The Kerr effect or CME. A linear birefringence is induced by a static field (electric or magnetic) perpendicular to the direction of light propagation. A linear polarization is converted into an elliptical polarization thanks to the presence of a static field.

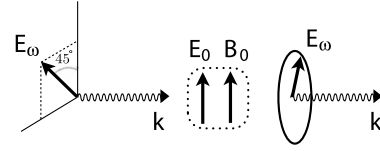
$$M = -4c_{2,0} \frac{(B_\omega + B_0)}{\mu_0} \times \left( \epsilon_0 E_0^2 - \frac{B_0^2}{\mu_0} + 2\epsilon_0 \mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{E}_0 - \frac{2\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0}{\mu_0} \right) + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E}_\omega + \mathbf{E}_0)(\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_\omega + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{B}_0), \quad (40)$$

where we have written the total electromagnetic fields  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{B}$  as the sum of the fields associated with the propagating waves  $\mathbf{E}_\omega$  and  $\mathbf{B}_\omega$  and the static ones, assuming that  $E_\omega \ll E_0$  and  $B_\omega \ll B_0$ . We assume that the static fields are also homogeneous. A recent study of photon propagation in a vacuum in non-homogeneous fields is reported in [59].

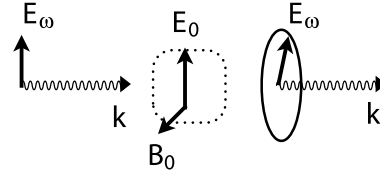
Since 1875 it has been known that a static transverse electric field can induce a linear birefringence in a medium. This effect is called the Kerr effect, from the name of the physicist who discovered it [60]. The index of refraction depends on the light linear polarization with respect to the direction of the applied electric field. The difference  $\Delta n_K$  between the index of refraction for light polarized parallel to the electric field  $n_{\parallel}$  and the index of refraction for light polarized perpendicular to the electric field  $n_{\perp}$  is proportional to  $E_0^2$ ,  $\Delta n_K = k_K E_0^2$ .

At the turn of the last century it was experimentally shown that, when linearly polarized light propagates in the presence of a magnetic field  $B_0$  normal to the direction of light, media show also a birefringence similar to the Kerr one and one can write that  $\Delta n_{CM} = k_{CM} B_0^2$ . This magnetic field-induced linear birefringence is usually called the Cotton–Mouton effect (CME) since it was first investigated in detail by Cotton and Mouton [61] since 1905 (see figure 7).

More recently the existence of a linear birefringence induced by the combined effect of a transverse electric field  $E_0$  and a transverse magnetic field  $B_0$  has been proven, both when  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}_0$  (Jones linear birefringence) [62] (figure 8) and when  $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{B}_0$  (Magneto-electric linear birefringence) [63] (figure 9). For this last kind of birefringence the birefringence axis is given by the electric and magnetic static fields. Jones birefringence has the particularity that the birefringence axis is at  $\pm 45^\circ$  with respect to the static fields instead of parallel and perpendicular as for the Kerr and CMEs. For Jones birefringence the difference  $\Delta n_J$  between the index of refraction for light polarized at  $+45^\circ$  to the electric field  $n_+$  and the index of refraction for light polarized at  $-45^\circ$  to the electric field  $n_-$  is proportional to  $E_0 B_0$ ,  $\Delta n_J = k_J E_0 B_0$ . For magneto-electric birefringence one can write that  $\Delta n_{ME} = n_B - n_E = k_{ME} E_0 B_0$ . Symmetry considerations indicate



**Figure 8.** Jones linear birefringence. A linear birefringence is induced by both electric and magnetic fields perpendicular to the direction of light propagation. The birefringence axis is at  $\pm 45^\circ$  with respect to the static fields.



**Figure 9.** Magneto-electric linear birefringence. A linear birefringence is induced by crossed electric and magnetic fields, both perpendicular to the direction of light propagation. If one of the static fields is parallel to the direction of light propagation, the magneto-electric birefringence vanishes. One only obtains a birefringence due to the field being perpendicular to the direction of light propagation.

that  $k_J = k_{ME}$  [64]. For both bilinear birefringences, another particularity is that  $n$  changes sign when the wavevector of light  $\mathbf{k}$  becomes  $-\mathbf{k}$ . A medium immersed in a magnetic and electric field therefore also shows an axial birefringence since  $\Delta n_a = n_{+k} - n_{-k} = k_a E_0 B_0$  as proved experimentally for the first time in [65].

All these phenomena are expected in a vacuum. Therefore, in the presence of electrostatic fields a quantum vacuum behaves as a uniaxial birefringent crystal. However, as is shown in [66], in the presence of both electric and magnetic fields perpendicular to each other with one of these fields parallel to the direction of light propagation, no bilinear birefringence appears, but only a birefringence due to the Kerr or the CME.

Papers denoting the value of the magnetic Cotton–Mouton birefringence and of the electric Kerr birefringence are [16, 67]. More recently, in 2000, effects due to the presence of an electric field  $E_0$  and a magnetic field  $B_0$  were studied in [68, 69], where the connection with the magneto-electric and Jones birefringence was presented.

Following [70], we now study the CME, which is the vacuum nonlinear optics effect that has most attracted the interest of experimentalists. This effect is due to the presence of a static transverse magnetic field  $B_0$ . Neglecting static terms, the equations (39) and (40) become:

$$P^{CM} = -4c_{2,0} \epsilon_0 \frac{B_0^2}{\mu_0} \mathbf{E}_\omega + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0 (\mathbf{E}_\omega \cdot \mathbf{B}_0), \quad (41)$$

$$M^{CM} = 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0^2} \mathbf{B}_\omega + 8c_{2,0} \frac{B_0}{\mu_0^2} (\mathbf{B}_\omega \cdot \mathbf{B}_0) \quad (42)$$

and one can deduce that

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_0 - 4c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2 + 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2, \quad (43)$$



$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_0 - 4c_{2,0} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2, \quad (44)$$

$$\Delta\epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} = 2c_{0,2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} B_0^2 \quad (45)$$

and in the same way one also has

$$\mu_{\parallel} = \mu_0 \left( 1 + 4c_{2,0} \frac{1}{\mu_0^2} B_0^2 \right), \quad (46)$$

$$\mu_{\perp} = \mu_0 \left( 1 + 12c_{2,0} \frac{1}{\mu_0^2} B_0^2 \right), \quad (47)$$

$$\Delta\mu = \mu_{\parallel} - \mu_{\perp} = -8c_{2,0} B_0^2, \quad (48)$$

where the symbol  $\parallel$  accompanies any quantity related to a light polarization parallel to the static field, and the symbol  $\perp$  any quantity related to a light polarization perpendicular to the static field.

Then one can calculate the refractive index of the medium:

$$n_{\parallel} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\parallel}\mu_{\parallel}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 1 + c_{0,2} \frac{B_0^2}{\mu_0}, \quad (49)$$

and

$$n_{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\perp}\mu_{\perp}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 1 + 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0}, \quad (50)$$

Finally the anisotropy  $\Delta n$  is equal to

$$\Delta n_{\text{CM}} = n_{\parallel} - n_{\perp} = \frac{\sqrt{\epsilon_{\parallel}\mu_{\parallel}} - \sqrt{\epsilon_{\perp}\mu_{\perp}}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = (c_{0,2} - 4c_{2,0}) \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (51)$$

Note that  $n_{\parallel}$  depends only on  $c_{0,2}$  and  $n_{\perp}$  on  $c_{2,0}$  like  $\Delta\epsilon$  and  $\Delta\mu$ , respectively. Note also that, since the velocity of light has to be smaller than  $c$ ,  $c_{0,2}$  and  $c_{2,0}$  have to be positive.

The result given in the previous equation holds as far as Lorentz invariance holds. QED prediction via the Heisenberg–Euler Lagrangian is that  $c_{0,2} = 7c_{2,0}$  and therefore one can finally write that

$$\Delta n_{\text{CM}} = 3c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0}. \quad (52)$$

Also taking into account Ritus corrections for  $c_{0,2}$  and  $c_{2,0}$ , one obtains a more precise result:

$$\begin{aligned} \Delta n_{\text{CM}} &= \left( \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} + \frac{5}{6} \frac{\alpha^3 \hbar^3}{\pi m_e^4 c^5} \right) \frac{B_0^2}{\mu_0} \\ &= \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \frac{B_0^2}{\mu_0}. \end{aligned} \quad (53)$$

The Ritus term for  $\Delta n_{\text{CM}}$  corresponds to a 1.45% correction to the leading term.

Finally, using CODATA values [71] for fundamental constants one obtains  $k_{\text{CM}} = (4.0317 \pm 0.0009) \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$  where the uncertainty is calculated assuming arbitrarily that the  $\alpha^2$  order radiative correction, which has never been calculated, amounts to about a 1.5% correction like the  $\alpha$  order one.

In [72] and more recently in [73], the indexes of refraction  $n_{\parallel}$  and  $n_{\perp}$  are given when the static magnetic field  $B_0$  is comparable and even greater than  $B_{\text{cr}}$ . It is worth stressing

that linear birefringence effects can be considered achromatic as long as  $\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{B}{B_{\text{cr}}} = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \frac{E}{E_{\text{cr}}} \ll 1$ .

In [74] one can also find corrections to the value of  $\Delta n_{\text{CM}}$  calculated in the framework of QCD. As already discussed these corrections are negligible because of the QCD energy scale.

The values of the Cotton–Mouton, Kerr and magneto-electric birefringences are all related by the vacuum Lorentz invariance as demonstrated in [66]. The Kerr effect must have the same value for  $\Delta n_{\text{K}}$  as the CME but with the opposite sign for  $E_0 = cB_0$ .

$$\Delta n_{\text{K}} = -\frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \epsilon_0 E_0^2, \quad (54)$$

i.e.  $k_{\text{K}} \approx -4.4 \times 10^{-41} \text{ m}^2 \text{ V}^{-2}$ . The value of the magneto-electric birefringence must be twice the value of Cotton–Mouton birefringence when  $E_0 = cB_0$ . The sign is negative if  $\mathbf{k} \parallel (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0)$ .

$$\Delta n_{\text{ME}} = -\frac{4\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\mathbf{k}}{k} \cdot (\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0), \quad (55)$$

i.e.  $k_{\text{ME}} \approx \pm 2.6 \times 10^{-32} \text{ m V}^{-1} \text{ T}^{-1}$ . Finally Jones birefringence must have the same magnitude and sign as the magneto-electric one and therefore  $k_{\text{J}} \approx \pm 2.6 \times 10^{-32} \text{ m V}^{-1} \text{ T}^{-1}$  as well.

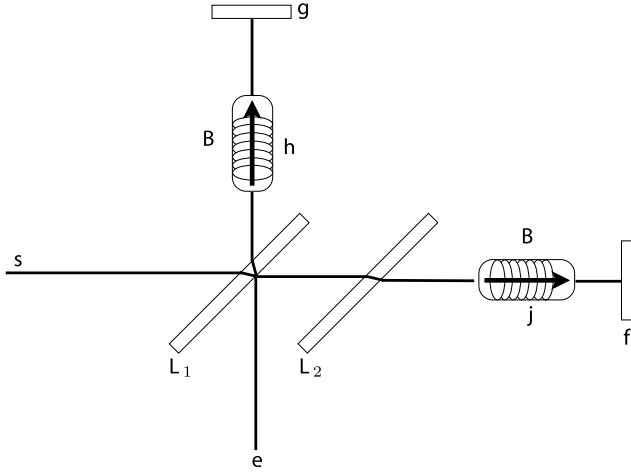
In both magneto-electric and Jones configurations, light going back and light going forward in a vacuum do not travel at the same velocity since  $n$  is different. This gives an axial birefringence  $\Delta n_{\text{a}}$ . One can show [75] that the axial birefringence is

$$\Delta n_{\text{a}} = n(\mathbf{k}) - n(-\mathbf{k}) = -\frac{8\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_0 B_0), \quad (56)$$

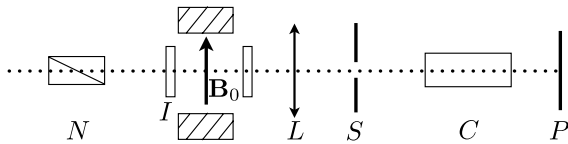
i.e.  $k_{\text{a}} = 5.2 \times 10^{-32} \text{ m V}^{-1} \text{ T}^{-1}$ .

Experiments looking for a variation in the velocity of light in the presence of a magnetic field can be traced back to the end of the 19th century when Morley, Eddy and Miller somewhat inaugurated this experimental field using a Michelson–Morley interferometer [76] in 1898 [77].

The basic idea (see figure 10) was to split in two a beam of light coming from the flame of a Bunsen burner colored by the introduction of a sodium compound and polarized by a Nicol prism [76], and to observe the interference bands due to the different optical paths in the two interferometer arms. If light velocity was affected by the presence of a 0.165 T magnetic field in one of the two arms, a displacement of the interference bands would have been observed. The displacement of the fringes was simply monitored by eye. As a matter of fact, light did not propagate in the vacuum but in liquid carbon bisulfide and air, and the magnetic field was directed parallel to the light propagation vector. Authors looked for a retardation effect which should exist together with the Faraday rotation induced by the material medium. Such an effect is difficult to explain in modern terms. Nevertheless, they reached a sensitivity of one part in a hundred million in the measurement of a possible change of the velocity of light depending on the magnetic field.



**Figure 10.** Michelson and Morley experiment. A train of waves of light emitted from the source  $s$  is divided in two beams which are back reflected on mirrors  $g$  and  $f$ . Both waves are recombined on  $L_1$  and interference bands can be seen by the eyes at  $e$  if the distances of  $f$  and  $g$  from  $L_1$  are properly adjusted. Then two tubes filled with carbon bisulfide  $h$  and  $j$  are put in the paths of the divided ray. Each tube is surrounded with a copper coil in order to create a longitudinal magnetic field.



**Figure 11.** Watson's experiment. Light coming from a neon discharge tube ( $N$ ) passes through a Nicol prism  $N$  and a transverse magnetic field produced by an electromagnet. A Fabry-Perot interferometer  $I$  is placed on the beam path and a lens  $L$  images the fringe pattern onto a photographic camera  $P$  through slits  $S$  and collimator  $C$ .

The first experiment clearly devoted to detecting a change in the propagation of light in a vacuum induced by a transverse magnetic field was performed by Watson in 1929 [78]. The motivation was to look for a magnetic moment of the photon. The experimental method was based on the hypothesis that if a photon had a magnetic moment  $\mu$ , its energy in the presence of a magnetic field  $H$  would change by a quantity  $\Delta E = \pm\mu H$  because of the coupling of the field and the magnetic moment parallel or antiparallel to the field itself. As a consequence, the photon wavelength would change by a quantity  $\Delta\lambda = \pm\mu H\lambda^2/hc$ . The experimental arrangement (see figure 11) consisted of a neon discharge tube as light source, a Nicol prism [76] as a polarizer, and a Fabry-Perot interferometer [76] to detect the change in  $\lambda$ . This change would appear as a change in the interference pattern. The magnetic-field intensity was 1 T over 0.02 m, and it was directed perpendicular to the light direction of propagation. An interference pattern with and without the magnetic field was captured by a photographic camera. The region inside the 0.01 m long Fabry-Perot interferometer was evacuated. The author stated that the alteration in the refractive index of the vacuum produced by a magnetic field perpendicular to the direction of light propagation did not exceed  $4 \times 10^{-7} \text{ T}^{-1}$ .

Nowadays, we know that because of the CME of a vacuum, the expected variation in light velocity is quadratic in the magnetic field and is of the order of  $10^{-24}$ .

Motivated again by the search for a photon magnetic moment and by Watson's paper [78], Farr and Banwell in 1932 [79] and 1940 [80] reported measurements of the velocity of the propagation of light in a vacuum in a transverse magnetic field. Their experiment was first based on a Jamin interferometer [76] and in the 1940 version on a Michelson interferometer [76].

Light from an incandescent lamp was polarized by a Nicol prism [76], separated into two rays, and then one of the rays was passed through a magnetic field of 1.8 T over 1.125 m. Observation of a possible fringe displacement induced by the magnetic field was first observed by eye. In the 1940 version of their apparatus the detector was a photoelectric cell, the signal of which was amplified and read by a galvanometer to record it on a moving photographic strip which increased the sensitivity of the apparatus. The final result was that in a 2 T field the relative variation of light velocity was less than  $2 \times 10^{-9}$  [80].

No clear theoretical predictions motivated such experiments. The first citation of the existence in a vacuum of the CME can only be found in a paper by Erber in 1961 [81], which also provides an estimate of the value of the Cotton-Mouton  $\Delta n_{\text{CM}}$ , and where a discussion of different experimental approaches can also be found. This renewed interest was motivated by the laser invention [31] and the progress in magnets providing fields of several tesla. This has raised the hope that effects due to vacuum polarization in the presence of a strong magnetic field could be soon observable.

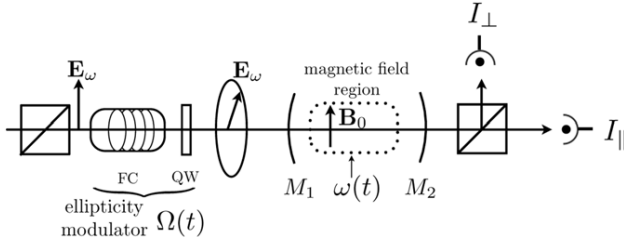
The idea of using a Michelson-Morley interferometer to measure the variation in the velocity of light induced by a magnetic field has been proposed again several times [82–85], following the technical progresses in Michelson interferometry driven by the search for gravitational waves on earth [86, 87] using such an apparatus.

The theoretical results published in the 1970s [16, 67] raised a new interest in the field, and in 1979 Iacopini and Zavattini proposed to measure the vacuum linear magnetic birefringence via the ellipticity induced on a linearly polarized laser beam by the presence of a transverse magnetic field [88]. In fact, a linearly polarized light beam propagating in a birefringent medium becomes elliptically polarized. In general, the acquired ellipticity  $\Psi$  is related to a birefringence  $\Delta n$  by the formula:

$$\Psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n \sin 2\theta, \quad (57)$$

where  $L$  is the optical path in the birefringent medium,  $\lambda$  is the light wavelength and  $\theta$  the angle between the light polarization and the birefringence axis [76]. If  $L$  is considerably greater than  $\lambda$ , the measurement of  $\Psi$  can become an interesting indirect method of measuring  $\Delta n$ . The measurement of ellipticity has been the main method of studying the CME since its discovery in 1902 [89]. Since  $\Psi$  is proportional to  $\Delta n$ , in the case of the vacuum CME  $\Psi \propto \left(\frac{B_0}{B_{\text{cr}}}\right)^2$ .

It is worth mentioning that the propagation in a birefringent medium not only induces an ellipticity, but also



**Figure 12.** Zavattini's proposal for ellipticity measurement. A linearly polarized beam is injected into a Fabry–Perot cavity formed by the two mirrors  $M_1$  and  $M_2$ , in which a magnetic field  $\vec{B}_0$  is applied. The induced birefringence (CME) transforms the linear polarization in an elliptical polarization. The induced ellipticity is enhanced by an optical cavity because the effect can be summed when light goes back and forth in the magnetic field. The apparatus is put between a crossed polarizer and analyzer in order to measure the ellipticity given by the ratio  $I_{\perp}/I_{\parallel}$ . Moreover one can modulate the field and use an ellipticity modulator for measuring the effect with an heterodyne detection.

rotates the light polarization direction [76]. If  $\Psi \ll 1$  the rotation angle  $\theta_r$  can be written as  $\theta_r \leq \frac{\Psi^2}{2}$ , therefore one can assume that  $\theta_r \propto (\Delta n)^2$ , and in particular for the vacuum CME  $\theta_r \propto \left(\frac{B_0}{B_{cr}}\right)^4$ . This means that this rotation can be safely neglected.

Zavattini's proposal has been a big step forward since all the experiments performed in recent years or currently under way are based on it. Let us discuss it in detail.

In order to have a larger optical path in the field, the effect to be measured is increased using an optical cavity. Moreover, the ellipticity and the magnetic field were modulated in order to be able to use a heterodyne detection technique to increase the signal-to-noise ratio. As sketched in figure 12, a linearly polarized beam passes through an ellipticity modulator composed by a Faraday cell and a quarter wave plate properly aligned. The magnetic field of the Faraday cell gives a modulated ellipticity  $\eta(t) = \eta_0 \cos(\Omega t)$ , which induces an ellipticity modulation. Then the beam is injected into a transverse magnetic field surrounded by an optical cavity defined by mirrors  $M_1$  and  $M_2$ . The magnetic field is also modulated so that the ellipticity induced by the field can be written as  $\psi(t) = \psi_0 \cos(\omega t + \phi)$ . At the output of the optical cavity, the light beam is analyzed with a polarizer ( $A$ ) crossed with respect to the first one ( $P$ ). The light is sent to two photodiodes which deliver signals proportional to  $I_{\parallel}$  and  $I_{\perp}$ . The transmitted light after the optical cavity is:

$$I_{\perp} = I_0[\sigma^2 + (\Theta + \psi(t) + \eta(t))^2], \quad (58)$$

where  $I_0$  is the beam intensity before the analyzer,  $\sigma^2$  is the extinction factor of the polarizers, and  $\Theta$  represents any static uncompensated ellipticity.

Developing equation (58), one sees that the transmitted light is composed of different frequency components (see table 2).

Basically, one has to give up the idea of directly measuring the variation of light velocity as using a Michelson interferometer, and restrict oneself to the measurement of  $\Delta n_{CM}$ . The advantage is the expected noise reduction with

**Table 2.** Fourier components of the transmitted light of interest for the heterodyne detection technique.

Frequency	Intensity/ $I_0$
Dc	$\sigma^2 + \Theta^2 + \eta_0^{2/2} + \Psi_0^{2/2}$
$2\Omega_0$	$\eta_0^2$
$\Omega_0 \pm \omega$	$\eta_0 \psi_0$ signal to be measured
$\Omega_0$	$2I_0 \Theta \eta_0$

respect to the Michelson interferometer apparatus where interfering light follows two different paths.

After tests at CERN [90] in Switzerland [91], an apparatus has been set up at the Brookhaven National Laboratory [92], USA [93]. It is based on a multipass cavity for enhancing the signal by a factor of 250, and a magnetic field of up to 4 T over 8.8 m modulated at about 30 mHz. In [93], authors report a sensitivity in ellipticity of  $7.9 \times 10^{-8} \text{ rad Hz}^{-1/2}$ . This sensitivity being insufficient to detect the QED effect, authors concentrated their efforts on the search for the existence of particles beyond the standard model coupling with electromagnetic fields.

In fact, in 1986, Maiani *et al* [94] showed that hypothetical low mass, neutral, spinless bosons, scalar or pseudoscalar, that couple with two photons, could induce an ellipticity signal in the Zavattini apparatus similar to the one predicted by QED. Moreover, an apparent rotation of the polarization vector of the light could be observed because of the conversion of photons into real bosons, resulting in a vacuum magnetic dichroism which is absent in the framework of standard QED. The measurements of ellipticity and dichroism, including their signs, can in principle completely characterize the hypothetical boson, its mass  $m_a$ , the inverse coupling constant  $M_a$ , and the pseudoscalar or scalar nature of the particle. The Maiani, Petronzio and Zavattini paper was essentially motivated by the search for axions. These are pseudoscalar, neutral, spinless bosons introduced to solve what is called the *strong CP problem*, i.e. the fact that there is no experimentally known violation of CP-symmetry in quantum chromodynamics even if there is no known reason for it to be conserved in QCD specifically. A discussion about non-standard-model physics in external fields can be found in [95].

No signal was observed and the final result of the Brookhaven National Laboratory experiment was that  $k_{CM} \leq 2.2 \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$ .

In 1991, a new attempt to measure the vacuum magnetic birefringence was begun at the LNL [96] in Legnaro, Italy, by the PVLAS collaboration [70]. This experiment is again based on [88]. A vertical Fabry–Perot cavity is used to increase the effect to be measured, while a superconductive 5 T magnet rotates around its own axis to modulate it. To the first order, this case can be calculated in the approximation by regarding the magnetic field as fixed at its instantaneous angular orientation, using the standard vacuum birefringence formulae for a static magnetic field [97]. Results on vacuum magnetic birefringence published in 2008 [98] indicate that the apparatus had a noise level of about  $1.7 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  for  $k_{CM}$ .

In the meantime a new proposal has been put forward based at National Tsing Hua University [99], Hsinchu, Taiwan,

Republic of China: the Q&A project. This project started around 1996 [100]. The experimental set up is similar to the PVLAS one but the magnetic field is produced by permanent magnets and the 3.5 m long cavity is formed by two high reflectivity mirrors suspended by two X-pendulum suspensions mounted on two isolated tables. No birefringence effect has yet been detected and the achieved sensitivity in ellipticity is  $10^{-6} \text{ rad Hz}^{-1/2}$  [101].

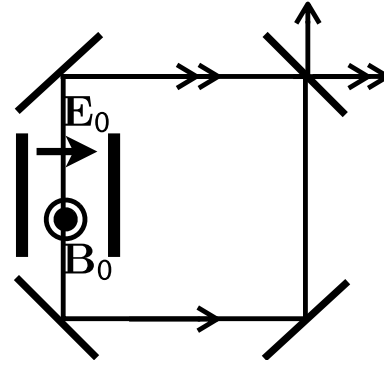
Another proposal based on the use of pulsed magnets as suggested in [102] has been presented in [103]: the BMV project. This experiment is also based on the Zavattini proposal and is mounted at the LNCMI-T [46], Toulouse, France. The Fabry–Perot cavity is 2.2 m long and the cavity finesse is greater than 400 000. The novelty of this experiment is the use of pulsed magnets in order to reach higher fields. A specially designed magnet delivers more than 10 T in the first version, and 30 T has already been reached for the next generation experiment. In [104], the authors show that a single magnetic pulse is sufficient to detect birefringence signals as low as  $k_{\text{CM}} \approx 5 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ .

The use of long superconducting magnets developed for accelerator machines has also been proposed by a collaboration [105] based at Fermilab [106], USA, and more recently by a group based at CERN [90]: OSQAR [107].

Finally, a new version of the PVLAS experiment was very recently set up at the INFN [108] in Ferrara, Italy. As the Q&A experiment, it is based on the use of rotating permanent magnets. The value of the field is 2.3 T. A Fabry–Perot cavity with a finesse of about 250 000 was used to increase the optical path. This apparatus has given a limit on vacuum magnetic linear birefringence of  $k_{\text{CM}} \leq 4.4 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  [109].

The ellipticity formula given before (equation (57)) shows that decreasing the light wavelength increases the ellipticity effect being measured. Erber discussed this experimental possibility in his 1961 paper [81], and more recently in [110] a proposal to use gamma rays to measure the vacuum magnetic birefringence can be found. Gamma rays are produced by inverse Compton scattering on an electron beam of a storage ring by a polarized laser beam. In principle the photons obtained are also polarized. After passing through a magnetic field, gamma polarization is analyzed by using the fact that shower production depends on gamma polarization in crystals.

The basic idea hidden in Watson's apparatus of 1929 was to transform a light-velocity variation into a frequency variation. Frequency measurements are among the most precise measurements that can be performed nowadays (see e.g. [111]). The resonance frequency of optical cavities depends on the optical length of the cavity itself. Any variation in the index of refraction, for example induced by a magnetic field, will induce a variation in the resonance frequency. This gives the signal to be measured by comparing it with a frequency reference signal. For the vacuum CME this idea was first envisaged by Erber [81]. More recently, the use of a ring He–Ne laser, i.e. a laser based on a ring optical cavity, has been suggested in [112], a linear Fabry–Perot cavity in [89], and a feasibility study of a vacuum magnetic birefringence by frequency shift measurement in [113]. All these methods give beat frequencies to be measured of the order of 10 nHz



**Figure 13.** Magneto-electric measurement. A ring Fabry–Perot cavity is injected by two resonant beams. The induced magneto-electric birefringence depends on the direction of light propagation with respect to the orientation of the electric and magnetic fields. Beams at the output of the interferometer are frequency shifted from each other because of magneto-electric birefringence.

corresponding to a relative frequency shift of about  $10^{-22}$ , which looks very challenging since nowadays the best relative frequency measurements are at the level of about  $10^{-17}$  (see e.g. [111]).

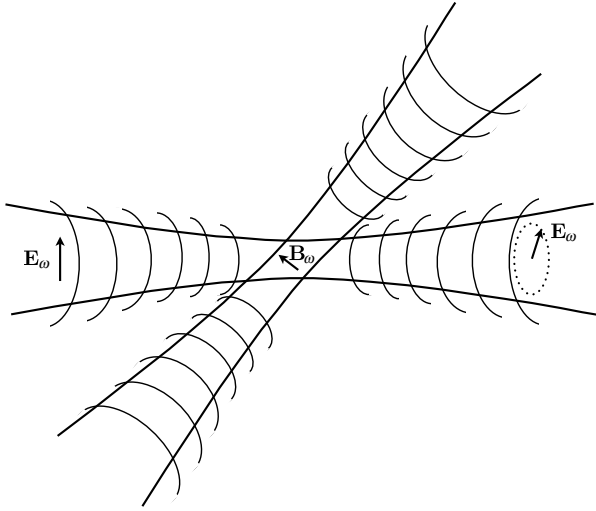
As far as the Kerr effect is concerned, let us recall that experiments in the presence of a static electric field appear more difficult from the technological point of view, since one needs a  $300 \text{ MV m}^{-1}$  electric field to equalize the effect of a 1 T magnetic field. This is certainly the reason why the experimental observation of the Kerr effect in a vacuum has not yet been attempted.

Recently magneto-electric birefringence effects have also attracted the attention of experimentalists. The particularity of this type of effect is that they do not accumulate in a linear cavity as do the Cotton–Mouton and Kerr effects, since the index of refraction depends on the direction of propagation with respect to the plane containing  $E$  and  $B$  vectors. One therefore needs a ring laser [68] or a ring cavity [69] (see figure 13). Very recently an experimental method to measure magneto-electric axial birefringence in dilute matter has been proposed [114], and a measurement performed in gas-phase molecular nitrogen has shown a noise level corresponding to a  $k_a \simeq 10^{-23} \text{ m V}^{-1} \text{ T}^{-1}$  [115]. A ring cavity is used [112], the injected laser beam is split in two, and one looks to the difference in the resonance frequency between the laser beam turning clockwise and anticlockwise in the cavity.

**4.2.3. Optical field-induced birefringence.** In this kind of experiment the external field is produced by an electromagnetic wave. One of the experimental challenges of this kind of measurement is to produce electromagnetic fields as high as possible and to have a long interaction region. Proposals have been published suggesting the use of energetic laser pulses for this purpose (see figure 14). As we have already discussed, in the focal spot of a powerful laser beam, electromagnetic fields may reach values exceeding those of static fields that can be found in laboratories.

A proposal to measure birefringence induced by a counter-propagating intense laser beam is reported in [116]. In [117],



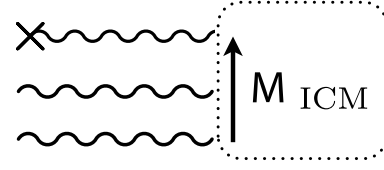


**Figure 14.** Optical field-induced birefringence. The external electric or magnetic field is produced by an electromagnetic wave. In this kind of experiment, a linearly polarized beam becomes elliptically polarized passing through another electromagnetic wave.

birefringence measurements using two pulsed laser beams, one as a probe and the second, more intense, beam as a field source is proposed and in [118], in a similar configuration, phase-contrast Fourier imaging [119] is proposed as a detection technique. In [120, 121], a laser is again proposed as the field source while an x-ray beam is used as a probe to measure the birefringence, taking advantage of the shorter wavelength. For example, the authors of [121] show that a wave of 0.4 nm wavelength propagating over a distance of 1.5  $\mu\text{m}$  where a standing wave provides a laser intensity of  $10^{27} \text{ W m}^{-2}$  acquires an ellipticity of about  $4 \times 10^{-8}$  rad. It is important to note that because of diffraction effects, the polarization direction is also rotated by an angle of the same order as the ellipticity. Further studies can also be found in [122] and [123]. Recently, very high purity polarization states of x-rays have been reported [124], which opens up the possibility of detecting vacuum magnetic birefringence with this kind of experimental setup.

**4.2.4. Optical rectification induced by electrostatic fields i.e. inverse magneto-electric effects.** In a standard medium, optical rectification can be induced by a light beam in the presence of an external magnetic and/or electric field. These effects are also known as inverse effects with respect to the field-induced birefringences.

As an example, the inverse Cotton–Mouton effect (ICME) corresponds to a static magnetization induced in a medium by a non-resonant linearly polarized light beam propagating in the presence of a transverse magnetic field (see figure 15). This magnetization is proportional to the value of the magnetic field, and to the intensity of the propagating electromagnetic wave (see [5] and references therein). As stated in [5], microscopically, the light-induced dc magnetization arises in a standard medium because the optical field shifts the different magnetic states of the ground manifold differently, and mixes



**Figure 15.** Inverse magneto-electric effects. Optical rectification is induced by the presence of an external magnetic or electric field. Here the interaction between two photons of the electromagnetic wave and a photon of the static magnetic field gives rise to a magnetization  $M$ . This effect is known as the ICME if the static magnetic field is perpendicular to the direction of light propagation.

into these ground states different amounts of excited states. It appears that the inverse effects have not attracted much attention from experimentalists. The observation of the ICME has only been reported very recently in a terbium gallium garnet crystal [125]. The ICME has also been calculated for the quantum vacuum in [126].

The starting point of the calculation is equation (32). Two cases are possible ( $E_\omega \parallel B_0$ ,  $B_\omega \perp B_0$ ) or ( $E_\omega \perp B_0$ ,  $B_\omega \parallel B_0$ ).

In the first case one obtains:

$$M_{\text{ICM}\parallel} = 14c_{2,0}\epsilon_0 E_\omega^2 \frac{B_0}{\mu_0} = 14c_{2,0} \frac{I_\omega B_0}{c \mu_0}. \quad (59)$$

In the second case one gets:

$$M_{\text{ICM}\perp} = 8c_{2,0} \frac{B_\omega^2 B_0}{\mu_0 \mu_0} = 8c_{2,0} \frac{I_\omega B_0}{c \mu_0}. \quad (60)$$

where  $I_\omega$  is the intensity associated with the electromagnetic wave, and where we have used the relation  $c_{0,2} = 7c_{2,0}$ . In both cases  $M_{\text{ICM}}$  is parallel to  $B_0$ .

If a laser pulse is focused to get  $I_\omega \approx 10^{26} \text{ W m}^{-2}$  in a vacuum where a transverse magnetic field of more than 10 T is present, the magnetization to be measured because of the ICME of the quantum vacuum is

$$M_{\text{ICM}\parallel} \approx 8 \times 10^{-11} \text{ T} \quad (61)$$

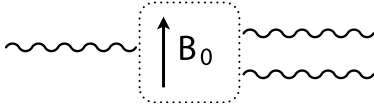
and

$$M_{\text{ICM}\perp} \approx 4.5 \times 10^{-11} \text{ T}, \quad (62)$$

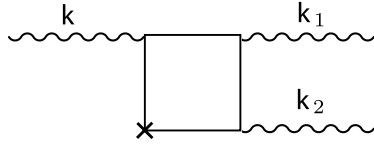
where we have used the relation  $\mu_0 M (\text{A m}^{-1}) = M (\text{T})$ . The authors of [126] suggest that these values could be reached with new laser facilities, but the very small value of the induced magnetization remains an experimental challenge (optical-field-induced magnetization as small as  $10^{-10} \text{ T}$  is reported in [127]).

Symmetry considerations already applied to direct effects indicate that an inverse Kerr effect and inverse magneto-electric birefringence effects exist in a vacuum as well.

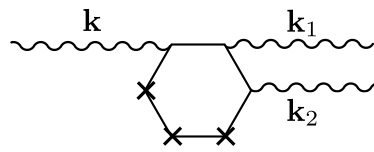
**4.2.5. Optical-field-induced inverse magneto-electric effects.** As in the case of magneto-electric birefringences, inverse effects might also be induced by fields associated with electromagnetic waves. As far as we know, this subject has never been treated in literature.



**Figure 16.** Parametric amplification induced by an electromagnetic field: splitting of a photon into two photons in the presence of a magnetic field.



**Figure 17.** Box diagram for photon splitting with pump, signal and idler waves all collinear. The  $\times$  denotes an interaction with the external field. The contribution of this diagram vanishes in a vacuum.

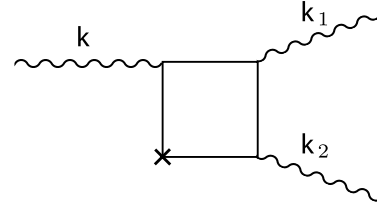


**Figure 18.** Hexagon diagram for photon splitting. Each  $\times$  denotes an interaction with the external field.

4.2.6. *Parametric amplification induced by an electrostatic field: photon splitting.* Since the seventies [16, 128] physicists have studied a phenomenon called photon splitting, which is the splitting of a photon propagating in a vacuum into two photons in the presence of a transverse magnetic field (figure 16). In terms of nonlinear optics textbooks this phenomenon is a parametric amplification induced by an electromagnetic field, but as far as we know it has not been observed in standard media. The incoming photon beam can be considered as the pump electromagnetic wave, and the outgoing photon beams as the signal electromagnetic wave and the idler electromagnetic wave [5]. The reference paper for this vacuum effect is [67]. The results of this work have been confirmed more recently in [129].

The calculations reported in [67] are far from straightforward and cannot be easily summarized here. In the following we summarize the main results and give some numerical estimates of such an effect.

First of all, let us consider the case of a constant and spatially uniform external magnetic field, with pump, signal and idler waves all collinear. The contribution of the box Feynman diagram corresponding to the interaction of three photons with an external field vanishes once in a vacuum (figure 17), so the leading diagram which contributes to photon splitting is the hexagonal one corresponding to three photons interacting with the external field three times (figure 18). The pump field attenuation during propagation will be proportional to  $B_0^3$ , while energy attenuation will be proportional to  $B_0^6$ . The splitting phenomenon also depends on photon polarization with respect to the external field component perpendicular to the wavevector. Kinematic selection rules and CP selection rules allow only photons polarized parallel to the transverse external field to split, and they can only split into two photons



**Figure 19.** Box diagram for photon splitting with pump, signal and idler waves non-collinear. The  $\times$  denotes an interaction with the external field. The contribution of this diagram no longer vanishes in a vacuum.

polarized perpendicular to the transverse external field. In principle, photon splitting would polarize an incoming beam in the direction perpendicular to the transverse external magnetic field. This can be summarized in the following formula:

$$\kappa_{(\parallel) \rightarrow (\perp)+(\perp)} \approx \left( \frac{13\alpha^3}{9450\pi^2} \right) \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^5 \left( \frac{B_0 \sin \theta}{B_{\text{cr}}} \right)^6 \left( \frac{m_e c}{\hbar} \right), \quad (63)$$

where  $\kappa$  is the attenuation coefficient in  $\text{m}^{-1}$  and  $\theta$  the angle between the external magnetic field and the propagation wavevector.

This formula can be written as

$$\kappa_{(\parallel) \rightarrow (\perp)+(\perp)} \approx \left( \frac{273\alpha}{8} \right) \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^5 \left( \frac{B_{\text{cr}}^2}{\mu_0} \right) \times \left( \frac{B_0 \sin \theta}{\sqrt{\mu_0}} \right)^6 \left( \frac{m_e c}{\hbar} \right) c_{3,0}^2, \quad (64)$$

and can be further reduced to

$$\kappa_{(\parallel) \rightarrow (\perp)+(\perp)} \approx 12.0 \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^5 \left( \frac{B_0 \sin \theta}{B_{\text{cr}}} \right)^6. \quad (65)$$

For photons of  $\hbar\omega = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  (1 eV) under a 10 T transverse field,  $\kappa$  is as small as  $4.8 \times 10^{-80} \text{ m}^{-1}$ .

Taking into account higher order diagrams does not much change this result since their contributions are even smaller than that from the hexagonal diagram, as has been proved in [67]. Taking radiative corrections into account should give a correction of the order of  $\alpha$ , a calculation which has not yet been performed.

If the outgoing photons are no longer collinear to the incoming photon, the box diagram no longer vanishes (figure 19). This is the case when the magnetic field is no longer spatially uniform. This means that the magnetic field can transfer momentum  $p$  that one can write as  $\frac{\hbar}{B_{\text{cr}}} \frac{\partial B}{\partial l}$ , where  $l$  is along the direction parallel to the incoming wavevector. Following [67], the ratio of the attenuation coefficient  $\kappa_{\text{box}}$  due to the box diagram to the attenuation coefficient  $\kappa_{\text{hexagon}}$  due to the hexagonal diagram can be written as

$$\frac{\kappa_{\text{box}}}{\kappa_{\text{hexagon}}} \sim \left( \frac{B_{\text{cr}}}{B_0 \sin \theta} \right)^4 \left( -2 \frac{cp}{\hbar\omega} \right)^2. \quad (66)$$

If one has a 10 T transverse component and a  $1000 \text{ T m}^{-1}$  magnetic-field gradient, the  $\kappa_{\text{box}}$  contribution can be  $10^{10}$  times greater than the  $\kappa_{\text{hexagon}}$  contribution, but the resulting

attenuation coefficient would be of the order  $10^{-70} \text{ m}^{-1}$ , which is unmeasurable in a terrestrial laboratory. When  $B_0$  approaches  $B_{\text{cr}}$ ,  $\kappa_{\text{hexagon}}$  becomes more important than  $\kappa_{\text{box}}$ .

A way of increasing photon-splitting probability is to use very high fields such as those existing in atoms. The probability increases even more if the photon energy also exceeds  $m_e c^2$ . As reported in [130], a review of photon splitting in atomic fields, the Heisenberg–Euler Lagrangian can only be used to derive the photon-splitting cross section when  $\hbar\omega \ll m_e c^2$ . In this limit, the total cross section in the coulomb field is determined by the box diagram contribution since the field gradient is important, and can be written in barns ( $10^{-28} \text{ m}^2$ ) as

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{PSAF}} &= 7.4 \times 10^{-28} \left( \frac{Z^2 \alpha^5}{m_e^2 c^4} \right) \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^6 \\ &= 3.7 \times 10^{-25} Z^2 \alpha \left( \frac{\omega}{c} \right)^6 c_{2,0}^2 \end{aligned} \quad (67)$$

or

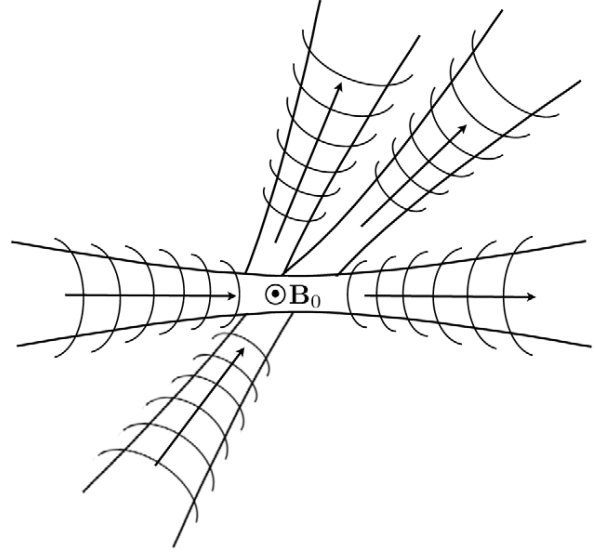
$$\sigma_{\text{PSAF}} = 2.3 \times 10^{-12} Z^2 \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^6, \quad (68)$$

where  $Z$  is the atomic number. Such a cross section for an optical photon of energy of about  $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ , assuming  $Z = 100$ , is about  $10^{-24} \text{ m}^2$ , which does not seem measurable even using very intense laser beams.

Using high energy photons changes the experimental perspective. The already cited review [130] gives a clear overview of the field. In particular, one can find details of the reported first observation of photon splitting in an atomic field for photons of energy between 120 and 450 MeV [131]. With photons of this energy one gains about 18 orders of magnitude in the cross section with respect to that of optical photons. The authors of [131] observed about 400 photon-splitting events for  $1.6 \times 10^9$  incident photons on a  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$  (BGO) target. This result is at 1.6 standard deviations from the prediction of a Monte Carlo simulation based on the most precise QED cross section calculated, taking into account the contributions of terms of all orders in the parameter  $Z\alpha$ . If one uses cross sections calculated only at the lowest orders, the difference between simulation and experiment becomes 3.5 standard deviations. The experiment was conducted at the VEPP-4M collider at the Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, Russia [132]. As far as we know, this is still the only observation of such a phenomenon.

**4.2.7. Optical field-induced photon splitting.** As for the case of birefringences, one may study the case of photon splitting being induced by an electromagnetic field, which is generated by an intense electromagnetic wave (see figure 20). Theoretical studies of such a phenomenon have been reported in [133] and more recently in [134].

The photon-splitting probability depends essentially on two Lorentz-invariant parameters [134],  $\eta = \frac{\hbar^2 \omega \omega_L}{m_e^2 c^4}$  and  $\chi = \frac{\hbar\omega E_\omega}{m_e c^2 E_{\text{cr}}}$ , where  $\hbar\omega$  is the energy of the incoming photon,  $\hbar\omega_L$  the energy of a photon of the electromagnetic wave generating the field, and  $E_\omega$  is the electric field associated with this electromagnetic wave. The case corresponding to  $\eta \ll 1$  and



**Figure 20.** Optical field-induced photon splitting: photon splitting is induced by an electromagnetic field generated by an intense electromagnetic wave.

$\chi \ll 1$  can be solved using the Heisenberg–Euler Lagrangian. The conversion rate obtained is  $W_{\text{PSLA}} \propto \alpha^3 \chi^6$  as shown in [133, 134].

Rates in more general cases are given in [134]. Following the conclusions of the authors, it appears that even with fields  $E_\omega$  approaching  $E_{\text{cr}}$ , as in those that will be provided by very powerful lasers in the future, the conversion rate is such that an observation of optical field-induced photon splitting remains very difficult. For example, let us assume that the field is provided by a laser of intensity  $10^{29} \text{ W m}^{-2}$  corresponding to  $E_\omega \sim 5 \times 10^{-3} E_{\text{cr}}$ , and that the photon energy is  $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ , the pulse duration is 10 fs and the pulse repetition rate is 1 Hz. Let us imagine also that we have incoming photons of energy between 120 and 450 MeV, as in [131], for a total flux of  $10^8$  photons per second. Following [134], this experimental configuration would give an event rate smaller than  $6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  a rate that looks  $10^6$  times smaller than the one corresponding to the observation of photon splitting in the atomic field [131].

**4.2.8. Second harmonic generation induced by an electromagnetic field: photon fusion.** Second harmonic generation and parametric amplification are the inverse effects of each other. If one exists in a vacuum the other exists as well. The same selection rules apply to both of them. This means that the contribution of the box diagram to the probability of conversion of two collinear incoming photons into one outgoing photon of twice the energy of one incoming photon in the presence of a transverse magnetic field is zero [135, 136]. At the lowest orders the transition probability is therefore proportional to  $\left( \frac{B_0}{B_{\text{cr}}} \right)^6$  and as for the photon splitting, photon fusion of collinear photons in a uniform magnetic field looks unmeasurable in any terrestrial laboratory. As far as we know, second harmonic generation induced by a magnetic field has never been observed even in standard media, while

second harmonic generation induced by an electric field has been observed since the 1970s [137].

The box diagram does not vanish if the incoming photons are not collinear and/or the magnetic field is not uniform. These cases are treated in [138] and more recently in [139]. In particular, the authors of these two papers treated the example of a pulsed plane wave or a Gaussian laser beam propagating in uniform or non-uniform dc fields. Following [139], an order of magnitude of the expected photon rate for a Gaussian beam in a uniform magnetic field can be obtained by the following formula:

$$N_{\text{SHG}} = 1.2 \times 10^{-36} \rho I \lambda B_0^2, \quad (69)$$

where the numerical factor is proportional to  $c_{2,0}^2$ ,  $\rho$  is the total time-averaged power of fundamental harmonics,  $\lambda$  is the wavelength of the fundamental harmonic, and  $I$  is the laser maximal intensity at focal point. Taking the values to be  $\rho = 10^5$  W,  $I = 10^{26}$  W m<sup>-2</sup> and  $\lambda = 0.8 \times 10^{-6}$  m, as did the authors of [139], and letting  $B_0 = 50$  T, one obtains  $N_{\text{SHG}} \sim 2.5 \times 10^{-8}$  s<sup>-1</sup>, which seems very difficult to observe. For sake of argument let us recall that best single photon detectors in the near infrared region have dark count rates of the order of  $10^{-3}$  s<sup>-1</sup> (see e.g. [140]).

**4.2.9. Optical field-induced photon fusion.** Photon fusion should also be induced using an electromagnetic wave as the field source, but as far as we know, no papers about this exist in literature. As for the case of photon splitting, one may guess that the optical field-induced effect should not be easier to observe than the one induced via electrostatic fields.

**4.2.10. Intensity dependent refractive index.** As already discussed, the index of refraction for light propagating in the presence of an electromagnetic field depends on the field amplitude. This means that if the field is not uniform but depends on spatial coordinates, light will propagate in the presence of a gradient of the index of refraction. It is also known that a light ray generally bends toward regions with a higher index of refraction. In this case the ray behavior can be described solving what is called the eikonal equation [76]. For example, light passing in a vacuum near a magnetic pole will bend toward the pole giving the impression it is attracted by the magnetic pole itself. A rough estimation of the deviation angle  $\theta_d$  is  $n(B_0)/n(0)$ , which for a vacuum reduces to  $\theta_d \sim 7c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \approx 9.3 \times 10^{-24} B_0^2$  for light polarized parallel to  $B_0$ .

The magnetic deviation calculated using the eikonal equation in the case of a magnetic dipole has been given in [141, 142]. It depends on the magnetic-moment orientation with respect to the direction of light propagation, and it scales with the minimal distance of the light ray to the magnetic moment  $\rho_m$  as  $1/\rho_m^6$ . Our rough estimation holds also for this more-complicated case.

An experiment was actually performed around 1961 to look for such a deviation, and is reported in [143]. The maximum field was about 1 T and results indicated that the magnetic deviation was less than  $5 \times 10^{-13}$  rad, which

is obviously in agreement with our estimation of about  $9 \times 10^{-24}$  rad.

It is clear that if one imagines a powerful laser beam, such that during propagation energy density corresponds to fields approaching the critical ones, self-focusing should be observed because external rays will bend toward the inner region of the beam where the index of refraction is higher. A discussion of this effect and others related to it can be found in [144]. From the experimental point of view the problem is that to obtain fields of the order of the critical ones one needs lasers with a power of the order of  $10^{33}$  W m<sup>-2</sup>, and this may well be possible only far into the future, since current projects have a target intensity of  $10^{30}$  W m<sup>-2</sup> [32].

The QED vacuum effects at the interfaces between regions of different  $n$ , like the creation of evanescent waves, have also been studied in [145].

Let us now follow the proposal in [121] of an x-ray probe beam traversing a standing electromagnetic wave. At any point of the standing wave one can define an electromagnetic field, and therefore an index of refraction, that depends on spatial coordinates. In principle the standing wave acts on the probe beam as a diffraction grating, and a diffraction by a standing wave should be observed. The calculation of the nonlinear phase shift acquired by crossing electromagnetic waves in a vacuum is also reported [146]. A more recent proposal to observe light by light diffraction in a vacuum can be found in [147]. A natural extension of this kind of apparatus is to have more than a standing wave to observe double-slit light by light interference, as proposed in [123, 148], or strong periodic fields structured [149] to induce Bragg scattering [150]. The authors of [148] argue that for experimental parameters attainable at upcoming XFEL and at ELI facilities (80 GW of x-rays in a 100 fs pulse of 0.4 nm wavelength focused in a spot of 100  $\mu$ m radius, and ELI expected power focused in a diffraction limited spot), approximately 2 photons per laser shot can be diffracted to give a measurable signal.

**4.2.11. Photon–photon scattering.** Since the original paper of Euler and Kochel [12], it was clear that in the framework of QED photon–photon scattering was allowed in a vacuum. The first determination of the photon–photon scattering amplitude can be found in [12]. This result was later confirmed using Feynman diagrams [151]. Very recently, a tutorial paper showing how to compute low energy photon–photon scattering has also been published [152].

In the low energy approximation  $\hbar\omega \ll m_e c^2$  and for unpolarized light, the total cross section can be written as

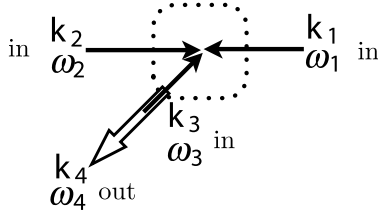
$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{973}{10125\pi} \alpha^2 r_e^2 \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \right)^6 = \frac{973}{20\pi} \left( \frac{(\hbar\omega)^6}{\hbar^4 c^4} \right) c_{2,0}^2 \quad (70)$$

where the electron classical radius is  $r_e = \alpha\lambda$ , and  $\hbar\omega$  is the energy of a photon in the reference frame of the center-of-mass<sup>1</sup>.

This means that  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} \approx 7.3 \times 10^{-70}$  m<sup>2</sup> when  $\hbar\omega = 1.6 \times 10^{-19}$  J.

<sup>1</sup> The photon center-of-mass frame (also called photon center of momentum frame) is the inertial frame where the photon total energy is the smallest one





**Figure 21.** Photon–photon scattering in four wave mixing configuration. The collision of three beams satisfying the resonance condition in a vacuum  $k_1 + k_2 = k_3 + k_4$  and  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$  generate a fourth beam in the direction given by the matching conditions. The generated beam is stimulated by the third beam. This configuration avoids the detection of scattered incoming photons from the other beams.

The cross section increases very rapidly with photon energy, reaching a maximum of  $1.6 \times 10^{-34} \text{ m}^2$  when  $\hbar\omega = 1.5m_e c^2$ , and then decreases as  $(1/\hbar\omega)^2$  [153, 154].

As far as we know the first attempt to observe photon–photon scattering dates from 1928 [155] (see also [156]), followed in 1930 by the experiment reported in [157]. No scattered light was detected corresponding to an upper limit  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} \leq 3 \times 10^{-24} \text{ m}^2$ . Notwithstanding proposals to use gamma rays [158] or x-rays [159] to take advantage of the higher cross section at these energies, no other experiment was tried until 1996, when a new attempt to observe photon–photon scattering was reported in [160]. This experiment was based on two laser beams provided by LULI, France [52], colliding head-on in vacuum with a center-of-mass energy of 1.7 eV. The corresponding QED cross section was  $1.6 \times 10^{-68} \text{ m}^2$ . No scattered photon was observed and the authors gave an upper limit of the cross section  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} \leq 9.9 \times 10^{-44} \text{ m}^2$ .

In [161] photon scattering is studied in the case of three incoming beams arranged so that the energy and momentum conservation conditions  $\hbar(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = \hbar\omega_4$ ,  $k_1 + k_2 - k_3 = k_4$  can be satisfied by a fourth, scattered beam. This configuration stimulates the photon emission in the fourth beam and so the matching conditions fix the direction of the generated wave (see figure 21).

This three-beam geometry is also discussed in [162]. Following these proposals, a new experiment was mounted at LULI, France [52], and the results reported in [163] in 2000.

The following geometry was chosen:  $k_1 = k\hat{x}$ ,  $k_2 = k\hat{y}$ ,  $k_3 = \frac{k}{2}\hat{z}$  and  $k_4 = k\hat{x} + k\hat{y} - \frac{k}{2}\hat{z}$ . The authors chose a wavelength of 800 nm for beams 1 and 2, and 1300 nm for the third one. The generated signal was expected in the visible range at 577 nm. Thanks to this geometry, both the wavelength and the direction of the generated wave were different from the others, allowing us to easily separate photons from QED scattering from photons belonging to the incoming lasers. The energy of the two main beams at 800 nm was 0.4 J with a duration of 40 fs (full width of half maximum), while the third one was generated in an optical amplifier to shift its wavelength up to 1300 nm. The three beams were injected in a vacuum chamber with a diameter of 3 cm. The authors calibrated their apparatus by measuring the third-order susceptibility of nitrogen gas. In a vacuum no evidence for photon–photon scattering was observed, and the authors gave an upper limit

of the cross section  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} \leq 1.5 \times 10^{-52} \text{ m}^2$  at 18 orders of magnitude from QED prediction.

In principle a vacuum can be treated as a standard medium and, as shown in [164], a third-order nonlinear effective susceptibility  $\chi_v^{(3)}$  can be defined as:

$$\chi_v^{(3)} = \frac{K}{45\pi\alpha} \left( \frac{r_e e}{m_e c^2} \right)^2 = 2\epsilon_0 K c_{2,0}. \quad (71)$$

$K$  is a factor that depends on the directions of the incident beams and of their polarization ( $K < 14$ ) [164]. For  $K = 1$ , one gets  $\chi_v^{(3)} \approx 3.0 \times 10^{-41} \text{ m}^2 \text{ V}^{-2}$ .

In recent years several new proposals have been published but no new experiments have been performed. Whilst in [165] the possibility of measuring photon–photon scattering using electromagnetic modes in a waveguide is discussed, the other proposals [166–171] are mostly motivated by recent evolutions in the field of very powerful laser sources, which constitute a very important tool for fundamental physics [172, 173]. In particular the perspectives of photon–photon interaction experiments using high intensity lasers are discussed in [174].

The connection between the vacuum index of refraction  $n$  in the presence of an external electromagnetic field and the photon–photon scattering amplitude in the forward direction  $f_0$  can be established thanks to the optical theorem [175]

$$n = 1 + \frac{2\pi}{k^2} N f_0, \quad (72)$$

where  $N$  is the average density of centers of scattering that is proportional to the energy density of the external field and inversely proportional to the photon energy in the center-of-mass reference frame.

Photon–photon cross sections at low energy limits depend on the lowest-order coefficients of the development of the Heisenberg–Euler Lagrangian like  $c_{2,0}$ . This is true for any vacuum effect calculated in the same approximation, and therefore any experiment testing one of these effects and hence measuring such coefficients also indirectly tests the existence of all the other effects. For example the authors of [176] argue that attempts to measure vacuum magnetic birefringence give better indirect limits on  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma}$  than the one obtained by experiment, reported in [163].

#### 4.3. Vacuum dichroism

In 1964 [177] it was pointed out that the Heisenberg–Euler Lagrangian has imaginary contributions due to the poles in equation (14). This means that together with a real part of the index of refraction which gives rise to vacuum electromagnetic birefringences there exists an imaginary part which corresponds to vacuum dichroism i.e. the absorption of photons in a vacuum depending on photon polarization. This absorptive index of refraction arises for the case of a pure external electric field. For the case of a pure magnetic field there is no absorptive contribution to the index of refraction. If a static external electric field  $E_0$  is present, one can write [177]

$$n_{\perp} \simeq 1 \quad (73)$$

and

$$n_{\parallel} \simeq 1 + \frac{1}{4} i\alpha \frac{1}{e \frac{\pi E_{\text{ext}}}{E_0} - 1}, \quad (74)$$

where it is clear that only light polarized parallel to the external field can be absorbed. Finally a linear absorption coefficient  $\kappa_{\parallel}$  can be defined as:

$$\kappa_{\parallel} = \pi \frac{\alpha}{\lambda} \frac{1}{e^{\frac{\pi E_{\text{cr}}}{E_0}} - 1}. \quad (75)$$

In principle, the behavior of the vacuum in a strong electric field is such that an unpolarized light beam becomes partially polarized because the component of the electric vibration parallel to the electric field is absorbed, whereas the other component is not. The electric field required to observe such a vacuum dichroism is of the order of  $E_{\text{cr}}$ .

With the advent of very powerful laser sources, fields approaching the critical ones can be achieved, and vacuum dichroism will eventually be observed by the associated pair production by a laser field [178] (see also [179] and references therein).

#### 4.4. Delbrück scattering

Electric fields as high as the critical one can be found at the surface of atomic nuclei. To probe such a field, light has to have a wavelength of the order of the nucleus radius, which means high energy photons.

When high energy photons pass by a nucleus, they can not only be absorbed but they can also be deflected by the Coulomb field. This phenomenon is known as Delbrück scattering since Delbrück first proposed it [180] to explain the results of an experiment in which 2.615 MeV photons were scattered by lead and iron [181]. From a phenomenological point of view, in the low energy limit this effect can be viewed as a consequence of the refractive index induced by the Coulomb field. As shown in [182], in the high energy limit Delbrück scattering can be related to pair production via the optical theorem. As discussed in reviews [183, 184], comparisons between scattering experimental data and theoretical predictions of Delbrück scattering are complex because the measured total scattering cross section depends also on the contribution of the Rayleigh scattering and nuclear Compton scattering. The first clear observation of Delbrück scattering was reported by Schumacher *et al* [185] using 2.754 MeV photons on lead nuclei. The energy range around 2.7 MeV is somewhat ideal to observe Delbrück scattering, since at lower energies Rayleigh scattering dominates, while at higher energies Compton scattering dominates. Experimental data cannot be explained without taking into account the Delbrück scattering, while to exactly reproduce their results further corrections to the theoretical predictions, called Coulomb corrections, have to be considered. The most recent measurements of high energy Delbrück scattering [186] were performed at the Budger Institute of Nuclear Physics [132], Novosibirsk, Russia.

## 5. Phenomenology in astrophysics

As we have discussed in the previous paragraphs, vacuum nonlinearities need an intense electromagnetic radiation source and strong electromagnetic fields to be detected. This demand is a real challenge in terrestrial laboratories, but there are

places in the cosmos where both radiation and fields exist. The celestial bodies that have most attracted the attention of scientists to observe vacuum effects are strongly magnetized stars, neutron stars [187] and white dwarfs [188]. Both kinds of celestial objects are the remnants of the implosion of massive stars: stars exceeding the solar mass in the case of neutron stars, and stars of about the solar mass for white dwarfs. Neutron stars have magnetic fields on their surface typically of about  $10^7$ – $10^8$  T, but special neutron stars, called magnetars, are supposed to have surface magnetic fields exceeding  $B_{\text{cr}}$ . A white dwarf field typically ranges from 50 to  $10^4$  T. The explanation of such high fields is that during implosion the magnetic-field flux is conserved. A star such as the sun has a field of about  $5 \times 10^{-3}$  T and a radius of about  $7 \times 10^5$  km, and after implosion a neutron star has a radius of about 10 km and a white dwarf of about  $10^4$  km. The surface magnetic-field is therefore much higher. Stars are obviously sources of a large spectrum of radiation and the implications of QED in the observed emission of such celestial objects is a very wide and important field that has been already treated in specific reviews such as [187], and more recently [189].

Magnetic ray bending in neutron stars has been studied in [141, 142, 190]. This phenomenon is related to the fact that the refractive index depends on the field intensity. As in the 1961 terrestrial experiment already cited [143], the idea consists of observing the deflection of a light ray passing through a region where a non-uniform magnetic field is present. In [142], a specific neutron-star binary system is considered. Both stars are pulsars which means that they emit a radiation beam along their magnetic dipole direction. Periodically, the beam of one of the two stars is eclipsed by the other one, thus periodically the radiation beam of one of the two stars traverses a region where a field of several tesla exists over a distance of several hundreds of kilometers, and it should be bent in such a way that the signal observed on Earth will have a clear signature of this QED magnetically induced lensing. This kind of lensing effect is similar to the more-studied gravitational one where light is bent by the gravitational field [191].

Magnetically induced spontaneous vacuum energy emission via the production of real electron–positron pairs, which is also known as vacuum breakdown, and its implication for neutron-star emission, is the subject of [192]. The basic idea is that it is possible to release vacuum energy from the vacuum by introducing an external magnetic field, due to the difference in vacuum energy with and without the field. In the case of black holes [193], which are the remnants of the explosion of very massive stars, vacuum breakdown in an external field has also been studied [194].

QED vacuum magnetization around neutron-stars and its effect on neutron star braking is studied in [195, 196]. This phenomenon, which the authors call quantum vacuum friction, consists in the interaction between the star magnetic dipole and the magnetic dipole induced in the vacuum because of the vacuum magnetization predicted in the framework of QED. The star rotates around its own axis, thus the vacuum dipole also changes in time. The two are not collinear because the vacuum dipole, which is the sum of the magnetization at all the points around the neutron star, is due to a retarded field since

the velocity of light is not infinite. The interaction between the two dipoles gives rise to a couple that tend to brake the star. This has important consequences on the spindown evolution of neutron stars in particular in the case of magnetars.

The possibility of detecting QED effects on the polarization of radiation emitted by neutron stars and white dwarfs is discussed in [197–204]. The combined effects of a QED vacuum and plasma in the neighborhood of a neutron star are studied in [205–207]. Photon–plasma interactions are also the subject of a review [174]. In general radiation emitted from the star propagates in a plasma but also in the presence of high magnetic fields. Light polarization changes during propagation so that star atmosphere emits polarized light even if the star surface radiation is not polarized. The emission also appears to vary across the surface. The polarization across the surface should also show special patterns because the rotating magnetic field twists the polarization. All these subtle effects give a clear indication of radiation observable on Earth.

Nonlinear propagation of electromagnetic waves in the magnetosphere of a magnetar, taking into account both the QED vacuum and the magnetized plasma, has been also studied non-perturbatively in [208]. The nonlinear behavior of these electromagnetic waves should play an important role in the energy transmission in pulsars and magnetars.

Since the very beginning, magnetized stars have been considered as the best choice to observe photon splitting [16, 128]. In a star magnetosphere only the splitting of a photon polarized parallel to the field into two photons polarized perpendicular to the field is allowed because the index of refraction of the parallel propagation mode is greater than the perpendicular propagation mode. This is the only process that conserves momentum. Again, magnetized stars such as neutron stars should appear as emitting polarized light. Moreover, photon splitting is more efficient for high energy photons, thus photon splitting has often been invoked to explain hard cutoffs in gamma-ray spectra from pulsars [209], but the data is difficult to interpret because one does not know where gamma rays are actually produced.

This wide field of research has triggered the construction of a special satellite, GEMS [210], the goal of which is to measure the polarization of x-ray sources. Its launch is scheduled after November 2014, and neutron stars are amongst its prime targets.

## 6. Non-trivial vacua

Examples of what is known as non-trivial vacua can be found in literature. This essentially means that light propagates in a vacuum in which a distribution of real or virtual photons exists. In this case one can calculate an average value for  $E^2$  and  $B^2$ , and use this value to calculate the corresponding effects due in particular to four-wave mixing in the vacuum. For example, the velocity of light propagating perpendicular to two parallel infinite conducting plates and in the region between them was first calculated by Scharnhorst [211]. The variation of the velocity of light is due to virtual photon energy density which is also responsible for the well known Casimir effect [212]. The conceptual problem is that in the case treated by Scharnhorst,

the velocity of light should exceed  $c$ . This has attracted a lot of interest (see e.g. [213]), but as far as we understand, this effect is also expected to be undetectable with up-to-date apparatus. The effect of real photon radiation associated with temperature in comparison to that associated with virtual photons is also discussed in [214].

In the case of very intense photon beams, the photon density is so high that in literature the term of radiation gas is used to indicate such an environment. QED photon–photon interactions change the refractive index of radiation gas and new optical phenomena should appear: self-focusing, the formation of so-called photon bullets [215, 216], wave collapse [217, 218] and a phenomenon called photon acceleration in a vacuum [219].

## 7. CP-violating vacuum

In the framework of the standard model, CP violation has been observed (see e.g. [220]). In principle, CP violation in photon–photon interactions would modify the quantum vacuum behavior also in the case of light propagation. In particular, terms corresponding to coefficients  $c_{0,1}$  and  $c_{2,1}$  could exist in the Lagrangian  $L$ . The phenomenology of the existence of a term proportional to  $F^2 G$  has been studied in [221, 222].

One of the main results is that a new type of Jones birefringence depending on  $B_0^2$  should exist. Nevertheless the predicted effect in the framework of the standard model is very small compared to the QED birefringence effects, because the energy scale of such a new Lagrangian term is the QCD one [222].

## 8. Conclusion

From the phenomenological point of view, a quantum vacuum can be treated as a standard nonlinear optical medium. In the low photon energy limit, and for fields smaller than critical ones, the lowest-order terms of the Heisenberg–Euler Lagrangian are sufficient to give precise predictions of the effects to be measured, such as in the case of vacuum Cotton–Mouton magnetic birefringence. In principle, higher  $\alpha$  contributions could be calculated giving more and more precise predictions, to compare with experimental results as in the case of other important QED tests, such as the anomalous magnetic moment of the electron (see e.g. [223]). Our review is mainly devoted to this low energy, small field limit. It is worth stressing that vacuum Cotton–Mouton magnetic birefringence is the only field in which experiments are ongoing. Experimentalists are three orders of magnitude from the QED predictions [109] and there is hope that in a few years one of the most fundamental predictions of Heisenberg–Euler Lagrangian will be tested experimentally.

At higher photon energies and/or at higher fields, theoretical calculations become more difficult since they are no longer perturbative in  $\alpha$ . A large theoretical literature exists covering a very wide spectrum of phenomena. Some of these works have been triggered by the new intense laser facilities under development. In actual fact, intense lasers

should give access to new and impressive QED effects (see e.g. reviews [224, 225]) that have been covered in this review but which certainly deserve more space. The last experiments on photon–photon scattering were 18 orders of magnitude from the QED prediction, but a large number of proposals are just waiting for the new facilities to be operational, and eventually a completely new field will be opened up.

For photons in the MeV region, both Delbrück scattering [185] and, recently, photon splitting in an atomic field [131] have been observed, confirming once more that QED is a very powerful tool for describing nature.

Last but not least, astrophysical tests of quantum vacuum properties seem very promising and, hopefully, thanks to more and more precise observational data, the Cosmos itself will become a laboratory to test QED photon–photon interactions.

## Acknowledgments

We thank Mathilde Fouché and Geert Rikken for their strong support and very useful discussions. We also thank Mathilde Fouché for carefully reading the manuscript.

## References

- [1] Aristotle *Physics* part VI–IX, book IV
- [2] Jackson J D 1998 *Classical Electrodynamics J.* 3rd edn (New York: Wiley)
- [3] Faraday M 1846 *Phil. Mag.* **28** 294  
Faraday M 1846 *Phil. Trans. R. Soc.* **136** 1
- [4] Franken P A, Hill A E, Peters C W and Weinreich G 1961 *Phys. Rev. Lett.* **7** 118
- [5] Shen Y R 2007 *The Principles of Nonlinear Optics* 6th edn (Oxford: Oxford University Press)
- [6] Berestetskii V B, Lifshitz E M and Pitaevskii L P 1982 *Quantum Electrodynamics* 2nd edn (Oxford: Pergamon)
- [7] Buckingham A D and Pople J A 1956 *Proc. Phys. Soc. B* **69** 1133
- [8] Oppenheimer J R and Plesset M S 1933 *Phys. Rev.* **44** 53
- [9] Dirac P A M 1934 *Rapport du 7<sup>e</sup> Conseil Solvay de Physique, Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques* p 203
- [10] Halpern O 1933 *Phys. Rev.* **44** 855
- [11] Breit G and Wheeler J A 1934 *Phys. Rev.* **46** 1087
- [12] Euler H and Kochel B 1935 *Naturwissenschaften* **23** 246
- [13] Euler H 1936 *Ann. Phys., Lpz.* **5** 398
- [14] Heisenberg W and Euler H 1936 *Z. Phys.* **98** 714
- [15] Weisskopf V 1936 *Mat.-Fis. Med. Dan. Vidensk. Selsk.* **14** 6
- [16] Bialynicka-Birula Z and Bialynicki-Birula I 1970 *Phys. Rev. D* **2** 2341
- [17] Schweber S 1994 *QED and the Men Who Made It* (Princeton, NJ: Princeton University Press)
- [18] Jauch J M and Watson K M 1948 *Phys. Rev.* **74** 950
- [19] Karplus R and Neuman M 1950 *Phys. Rev.* **80** 380
- [20] Schwinger J 1951 *Phys. Rev.* **82** 664
- [21] Heyl J S and Hernquist L 1997 *Phys. Rev. D* **55** 2449
- [22] Dunne G V 2012 *Int. J. Mod. Phys.* **27** 1260004
- [23] Ritus V I 1975 *Sov. Phys.—JETP* **42** 774
- [24] Serber R 1935 *Phys. Rev.* **48** 49
- [25] Uehling E A 1935 *Phys. Rev.* **48** 55
- [26] Heyl J S and Hernquist L 1997 *J. Phys. A: Math. Gen.* **30** 6475
- [27] Huttner B and Barnett S M 1992 *Phys. Rev. A* **46** 4306
- [28] Philbin T G 2010 *New J. Phys.* **12** 123008
- [29] Shukla P K, Marklund M, Tskhakaya D D and Eliasson B 2004 *Phys. Plasmas* **11** 3767
- [30] Kabat D, Lee K and Weinberg E 2002 *Phys. Rev. D* **66** 014004
- [31] Maiman T H 1960 *Nature* **187** 493
- [32] <http://www.extreme-light-infrastructure.eu/>
- [33] <http://www.ile.osaka-u.ac.jp/>
- [34] Strickland D and Mourou G 1985 *Opt. Commun.* **56** 219
- [35] Yanovsky V *et al* 2008 *Opt. Express* **16** 2109
- [36] <http://www.engin.umich.edu/research/cuos/ResearchGroups/HFS/ExperimentalFacilities/HERCULESPetawattLaser.html>
- [37] <https://lasers.llnl.gov/>
- [38] <http://www-lmj.cea.fr/>
- [39] <http://public.web.cern.ch/public/en/lhc/howlhc-en.html>
- [40] <http://www.magnet.fsu.edu/>
- [41] <http://ghmfl.grenoble.cnrs.fr/>
- [42] <http://www.ru.nl/hfml/>
- [43] <http://english.hfcas.ac.cn/HMFL.htm>
- [44] <http://www.nims.go.jp/TML/english/>
- [45] <http://www.magnet.fsu.edu/about/losalamos.html>
- [46] <http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/>
- [47] <http://www.hzdr.de/db/Cms?pNid=580>
- [48] <http://eng.whmfc.cn/category/10/2012-01-13/125449343.html>
- [49] [http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?page=rubrique&id\\_rubrique=36&lang=en](http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?page=rubrique&id_rubrique=36&lang=en)
- [50] Frings P, Vanacken J, Detlefs C, Duc F, Lorenzo J E, Nardone M, Billette J, Zitouni A, Bras W and Rikken G L J A 2006 *Rev. Sci. Instrum.* **77** 063903
- [51] Crosser M S, Scott S, Clark A and Wilt P M 2010 *Rev. Sci. Instrum.* **81** 084701
- [52] <http://www.luli.polytechnique.fr/>
- [53] Bass M, Franken P A, Ward J F and Weinreich Z 1962 *Phys. Rev. Lett.* **9** 446
- [54] Yariv A and Yeh P 1984 *Photonics* 1st edn (New York: Wiley)
- [55] Giordmaine J A and Miller R C 1965 *Phys. Rev. Lett.* **14** 973
- [56] Pockels F 1893 *Abh. Ges. Wiss. Gottingen* **39** 1  
Pockels F 1906 *Lehrbuch der Kristalloptik* (Leipzig: Teubner)
- [57] Drung D, Assmann C, Beyer J, Kirste A, Peters M, Ruede F and Schurig Th 2007 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **17** 699
- [58] Cohen T D and Werbos E S 2009 *Phys. Rev. C* **80** 015203
- [59] Karbstein F, Roessler L, Döbrich B and Gies H 2012 *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* **14** 403
- [60] Kerr J 1901 *Br. Assoc. Rep.* 568
- [61] Cotton A and Mouton H 1905 *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* **141** 317  
Cotton A and Mouton H 1905 *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* **141** 349  
Cotton A and Mouton H 1906 *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* **142** 203  
Cotton A and Mouton H 1907 *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* **145** 229  
Cotton A and Mouton H 1907 *Ann. Chem. Phys.* **11** 145  
Cotton A and Mouton H 1907 *Ann. Chem. Phys.* **11** 289
- [62] Roth T and Rikken G L J A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4478
- [63] Roth T and Rikken G L J A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 063001
- [64] Ross H J, Sherbone B S and Stedman G E 1989 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **22** 459
- [65] Rikken G L J A, Strohm C and Wyder P 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 133005
- [66] Rizzo C and Rikken G L J A 2005 *Phys. Scr.* **71** C5
- [67] Adler S 1971 *Ann. Phys.* **67** 599
- [68] Denisov V I 2000 *Phys. Rev. D* **61** 036004
- [69] Rikken G L J A and Rizzo C 2000 *Phys. Rev. A* **63** 012107
- [70] Bakalov D *et al* 1998 *Quantum Semiclass. Opt.* **10** 239
- [71] Mohr P J and Taylor B N 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 1
- [72] Tsai W and Erber T 1975 *Phys. Rev. D* **12** 1132



- [73] Heyl J S and Hernquist L 1997 *J. Phys. A: Math. Gen.* **30** 6485
- [74] Castelo Ferreira P and Dias de Deus J 2008 *Eur. Phys. J. C* **54** 539
- [75] Rikken G L J A and Rizzo C 2003 *Phys. Rev. A* **67** 015801
- [76] Born M and Wolf E 1980 *Principles of Optics* 6th edn (Oxford: Pergamon)
- [77] Morley E W, Eddy H T and Miller D C 1898 *Bull. Western Reserve Univ.* **1** 50
- [78] Watson W H 1929 *Proc. R. Soc. Lond. A* **125** 345
- [79] Farr C C and Banwell C J 1932 *Proc. R. Soc. Lond. A* **137** 275
- [80] Banwell C J and Farr C C 1940 *Proc. R. Soc. Lond. A* **175** 1
- [81] Erber T 1961 *Nature* **190** 25
- [82] Grassi Strini A M, Strini G and Tagliaferri G 1979 *Phys. Rev. D* **19** 2330
- [83] Ni W-T, Tsubono K, Mio N, Narihara K, Chen S-C, King S-K and Pan S-S 1991 *Mod. Phys. Lett. A* **6** 3671
- [84] Zavattini G and Calloni E 2009 *Eur. Phys. J. C* **62** 459
- [85] Döbrich B and Gies H 2009 *Europhys. Lett.* **87** 21002
- [86] See <http://www.ligo.caltech.edu/>
- [87] See <https://www.cascina.virgo.infn.it/>
- [88] Iacopini E and Zavattini E 1979 *Phys. Lett. B* **85** 151
- [89] Rizzo C, Rizzo A and Bishop D M 1997 *Int. Rev. Phys. Chem.* **16** 81
- [90] <http://public.web.cern.ch/public/>
- [91] Iacopini E, Smith B, Stefanini G and Zavattini E 1981 *Nuovo Cimento B* **61** 21
- [92] <http://www.bnl.gov/world/>
- [93] Cameron R *et al* 1993 *Phys. Rev. D* **47** 3707
- [94] Maiani L, Petronzio R and Zavattini E 1986 *Phys. Lett. B* **175** 359
- [95] Gies H 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 164039
- [96] <http://www.lnl.infn.it/>
- [97] Adler S L 2007 *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** F143
- [98] Zavattini E *et al* 2008 *Phys. Rev. D* **77** 032006
- [99] <http://www.nthu.edu.tw/english/index.php>
- [100] Ni W-T 1996 *Chin. J. Phys.* **34** 962
- [101] Mei H-H, Ni W-T, Chen S-J and Pan S-S 2010 *Mod. Phys. Lett. A* **25** 983
- [102] Rizzo C 1998 *Europhys. Lett.* **41** 483
- [103] Battesti R *et al* 2008 *Eur. Phys. J. D* **46** 323
- [104] Berceau P, Fouché M, Battesti R and Rizzo C 2012 *Phys. Rev. A* **85** 013837
- [105] Lee S A, Fairbank W M Jr, Toki W H, Hall J L, Jaffery T S, Colestock P, Cupps V, Kautzky H, Kuchnir M and Nezzrick F 1995 Fermilab Proposal, unpublished
- [106] <http://www.fnal.gov/>
- [107] Pugnat P, Kral M, Siemko A, Duvillaret L, Finger M, Finger K A, Meissner K A, Romanini D, Sulc M and Zicha J 2006 *Czech J. Phys.* **56** C193
- [108] <http://www.fe.infn.it/>
- [109] Zavattini G, Gastaldi U, Pengo R, Ruoso G, Della Valle F and Milotti E 2012 *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1260017
- [110] Cantatore G, Della Valle F, Milotti E, Dabrowski L and Rizzo C 1991 *Phys. Lett. B* **265** 418
- [111] Chen Q-F, Nevsky A and Schiller S 2012 *Appl. Phys. B* **107** 679
- [112] Stedman G E 1997 *Rep. Prog. Phys.* **60** 615
- [113] Hall J L, Ye J and Ma L S 2000 *Phys. Rev. A* **62** 013815
- [114] Bailly G, Thon R and Robilliard C 2010 *Rev. Sci. Instrum.* **81** 033105
- [115] Pelle B, Bitard H, Bailly G and Robilliard C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 193003
- [116] Aleksandrov E B, Ansel'm A A and Moskalev A N 1985 *Sov. Physics—JETP* **62** 680
- [117] Luiten A N and Peterson J C 2004 *Phys. Rev. A* **70** 033801
- [118] Homma K, Habs D and Tajima T 2011 *Appl. Phys. B* **104** 769
- [119] Bass M (ed) 1995 *Handbook of Optics* (New York: McGraw-Hill)
- [120] Heinzl T, Liesfeld B, Amthor K-U, Schwoerer H, Sauerbrey R and Wipf A 2006 *Opt. Commun.* **267** 318
- [121] Di Piazza A, Hatsagortsyan K Z and Keitel C H 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 083603
- [122] Marklund M 2010 *Nature Photon.* **4** 72
- [123] King B, Di Piazza A and Keitel C H 2010 *Nature Photon.* **4** 92
- [124] Marx B *et al* 2011 *Optics Commun.* **284** 915
- [125] Ben-Amar Baranga A, Battesti R, Fouché M, Rizzo C and Rikken G L J A 2011 *Europhys. Lett.* **94** 44005
- [126] Rizzo C, Dupays A, Battesti R, Fouché M and Rikken G L J A 2010 *Europhys. Lett.* **90** 64003
- [127] Kalugin N G and Wagniere G 2001 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **3** S189
- [128] Adler S L, Bachall J N, Callan G C and Rosenbluth M N 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25** 1061
- [129] Adler S L and Schubert C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 1695
- [130] Lee R N, Maslennikov A L, Milstein A I, Strakhovenko V M and Tikhonov Yu A 2003 *Phys. Rep.* **373** 213
- [131] Akhmadaliev Sh Zh *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 061802
- [132] <http://www.inp.nsk.su/index.en.shtml/>
- [133] Affleck I and Kruglyak L 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 1065
- [134] Di Piazza A, Milstein A I and Keitel C H 2007 *Phys. Rev. A* **76** 032103
- [135] Raizen M G and Rosenstein B 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2744
- [136] Ford G W and Steel D G 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2745
- [137] Bethea C G 1975 *Appl. Opt.* **14** 2435
- [138] Ding Y J and Kaplan A E 1992 *Int. J. Nonlinear Opt. Phys.* **1** 51
- [139] Kaplan A E and Ding Y J 2000 *Phys. Rev. A* **62** 043805
- [140] Miller A J, Woo Nam S, Martinis J M and Sergienko A V 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 791
- [141] Denisov V I, Denisova I P and Svertilov S I 2001 *Dokl. Phys.* **46** 705
- [142] Dupays A, Robilliard C, Rizzo C and Bignami G F 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 161101
- [143] Jones R V 1960 *Nature* **186** 706
- [144] Jones R V 1961 *Proc. R. Soc. Lond. A* **260** 47
- [145] Soljacic M and Segev M 2000 *Phys. Rev. A* **62** 043817
- [146] Li W, Chen J, Nouet G, Chen L-Y and Jiang X 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 051112
- [147] Ferrando A, Michinel H, Seco M and Tommasini D 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 150404
- [148] Tommasini D and Michinel H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 011803
- [149] King B, Di Piazza A and Keitel C H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032114
- [150] Kryuchkyan G Y and Hatsagortsyan K Z 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 053604
- [151] Landau L D and Lifshitz E M 1984 *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon)
- [152] Karplus R and Neuman M 1951 *Phys. Rev.* **83** 776
- [153] Liang Y and Czarnecki A 2012 *Can. J. Phys.* **90** 11
- [154] De Tollis B 1964 *Nuovo Cimento* **32** 757
- [155] De Tollis B 1965 *Nuovo Cimento* **35** 1182
- [156] Dicus D A, Kao C and Repko W W 1998 *Phys. Rev. D* **57** 2443
- [157] Vavilov S 1928 *J. Russ. Phys. Chem.* **60** 555
- [158] Vavilov S 1930 *Phys. Rev.* **36** 1590
- [159] Hughes A L and Jauncey G E M 1930 *Phys. Rev.* **36** 773
- [160] Harutyunian V M, Harutyunian F R, Ispirian K A and Tumanian V A 1963 *Phys. Lett.* **6** 175
- [161] Harutyunian V M, Harutyunian F R, Ispirian K A and Tumanian V A 1964 *Sov. Phys.—JETP* **18** 873
- [162] Rosen G and Whitmore F C 1965 *Phys. Rev.* **137** B1357
- [163] Moulin F, Bernard D and Amiranoff F 1996 *Z. Phys. C* **72** 607
- [164] Dewar R L 1974 *Phys. Rev. A* **10** 2107
- [165] Grynberg G and Courtois J-Y 1990 *C. R. Acad. Sci.* **311** 1149

- [163] Bernard D, Moulin F, Amiranoff F, Braun A, Chambaret J P, Darpentigny G, Grillon G, Ranc S and Perrone F 2000 *Eur. Phys. J. D* **10** 141
- [164] Moulin F and Bernard D 1999 *Opt. Commun.* **164** 137
- [165] Brodin G, Marklund M and Stenflo L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 171801
- [166] Lundin J, Marklund M, Lundström E, Brodin G, Collier J, Bingham R, Mendoça J T and Norreys P 2006 *Phys. Rev. A* **74** 043821
- [167] Lundström E, Brodin G, Lundin J, Marklund M, Bingham R, Collier J, Mendoça J T and Norreys P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 083602
- [168] Fedotov A M and Narozhny N B 2007 *Phys. Lett. A* **362** 1
- [169] Tommasini D, Ferrando A, Michinel H and Seco M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 042101
- [170] Tommasini D, Ferrando A, Michinel H and Seco M 2009 *J. High Energy Phys.* **JHEP11(2009)043**
- [171] Tommasini D and Michinel H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 011803
- [172] Marklund M and Lundin J 2009 *Eur. Phys. J. D* **55** 319
- [173] Heinzl T and Ilderton A 2009 *Eur. Phys. J. D* **55** 359
- [174] Marklund M and Shukla P K 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 591
- [175] Haïssinski J, Dagoret S, Urban M and Zomer F 2006 *Phys. Scr.* **74** 678
- [176] Bregant M *et al* 2008 *Phys. Rev. D* **78** 032006
- [177] Klein J J and Nigam B P 1964 *Phys. Rev.* **136** B1540
- [178] Dunne G V, Gies H and Schutzhold R 2009 *Phys. Rev. D* **80** 111301
- [179] Labun L and Rafelski J 2011 *Phys. Rev. D* **84** 033003
- [180] Delbrück M 1933 *Z. Phys.* **84** 144
- [181] Meitner L and Köster H 1933 *Z. Phys.* **84** 137
- [182] Rohrlich F and Gluckstern R L 1952 *Phys. Rev.* **86** 1
- [183] Milstein A I and Schumacher M 1994 *Phys. Rep.* **243** 183
- [184] Schumacher M 1999 *Rad. Phys. Chem.* **56** 101
- [185] Schumacher M, Borchert I, Smend F and Rullhusen P 1975 *Phys. Lett. B* **59** 134
- [186] Akhmedaliev S Z *et al* 1998 *Phys. Rev. C* **58** 2844
- [187] Harding A K and Lai D 2006 *Rep. Prog. Phys.* **69** 2631
- [188] Koester D 2002 *The Astron. Astrophys. Rev.* **11** 33
- [189] Heyl J S 2012 *Proc. QED and Quantum Vacuum, Low Energy Frontier (Cargèse, France, April 2012)* 04002
- [190] Cuesta H J M, Salim J M and Pacheco J A D 2006 *Int. J. Mod. Phys. A* **21** 43
- [191] Bartelmann M and Schneider P 2001 *Phys. Rep.* **340** 291
- [192] Xue S-S 2003 *Phys. Rev. D* **68** 013004
- [193] Davies P C W 1978 *Rep. Prog. Phys.* **41** 1313
- [194] Treves A and Turolla R 1999 *Astrophys. J.* **517** 396
- [195] Dupays A, Rizzo C, Bakalov D and Bignami G F 2008 *Europhys. Lett.* **82** 69002
- [196] Dupays A, Rizzo C and Bignami G F 2012 *Europhys. Lett.* **98** 49001
- [197] Heyl J S and Shaviv N J 2002 *Phys. Rev. D* **66** 023002
- [198] Lai D and Ho W C G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 071101
- [199] Potekhin A Y, Lai D, Chabrier G and Ho W C G 2004 *Astrophys. J.* **612** 1034
- [200] van Kerkwijk M H, Kaplan D L, Durant M, Kulkarni S R and Paerels F 2004 *Astrophys. J.* **608** 432
- [201] Shannon R M and Heyl J S 2006 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **368** 1377
- [202] Gnedin Yu N, Borisov N V, Iarionov V M, Natsvlishvili T M, Piotrovich M Yu and Arkharov A A 2006 *Astron. Rep.* **50** 553
- [203] van Adelsberg M and Lai D 2008 *AIP Conf. Proc.* **968** 137
- [204] Wang C and Lai D 2009 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **398** 515
- [205] Heyl J H and Hernquist L 1999 *Phys. Rev. D* **59** 45005
- [206] Di Piazza A, Hatsagortsyan K Z and Keitel C H 2007 *Phys. Plasmas* **14** 032101
- [207] Brodin G, Marklund M, Eliasson B and Shukla P K 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 125001
- [208] Mazur D and Heyl J S 2011 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **412** 1381
- [209] Baring M G and Harding A K 2001 *Astrophys. J.* **547** 929
- [210] <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/gems/>
- [211] Scharnhorst K 1990 *Phys. Lett. B* **236** 354
- [212] Casimir H B G 1948 *Proc. Kon. Nederland. Akad. Wetensch. B* **51** 793
- [213] Milonni P W and Svozil K 1990 *Phys. Lett. B* **248** 437
- [214] Dittrich W and Gies H 1998 *Phys. Rev. D* **58** 025004
- [215] Brodin G, Stenflo L, Anderson D, Lisak M, Marklund M and Johannisson P 2003 *Phys. Lett. A* **306** 206
- [216] Marklund M, Eliasson B and Shukla P K 2004 *JETP Lett.* **79** 262
- [217] Shukla P K and Eliasson B 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 073601
- [218] Marklund M, Shukla P K and Eliasson B 2005 *Europhys. Lett.* **70** 327
- [219] Mendonca J T, Marklund M, Shukla P K and Brodin G 2006 *Phys. Lett. A* **359** 700
- [220] Aubert B *et al* (The BABAR Collaboration) 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 021801
- [221] Pinto Da Souza B, Battesti R, Robilliard C and Rizzo C 2006 *Eur. Phys. J. D* **40** 445
- [222] Millo R and Faccioli P 2009 *Phys. Rev. D* **79** 65020
- [223] Gabrielse G, Hanneke D, Kinoshita T, Nio M and Odom B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 030802
- Gabrielse G, Hanneke D, Kinoshita T, Nio M and Odom B 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 039902
- [224] Heinzl T 2012 *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1260010
- [225] Di Piazza A, Müller C, Hatsagortsyan K Z and Keitel C H 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1177



# Annexe C

## Observation of the inverse Cotton-Mouton effect

A. Ben-Amar Baranga, R. Battesti, M. Fouché, C. Rizzo and G. L. J. A. Rikken  
*Eur. Phys. Lett.* **94**, 44005 (2011)



## Observation of the inverse Cotton-Mouton effect

A. BEN-AMAR BARANGA<sup>1(a)</sup>, R. BATESTI<sup>1</sup>, M. FOUCHÉ<sup>1,2,3</sup>, C. RIZZO<sup>1,2,3(b)</sup> and G. L. J. A. RIKKEN<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSA-UJF-UPS)  
F-31400 Toulouse Cedex, France, EU*

<sup>2</sup> *Université de Toulouse, UPS, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, IRSAMC  
F-31062 Toulouse, France, EU*

<sup>3</sup> *CNRS, UMR 5589 - F-31062 Toulouse, France, EU*

received 8 November 2011; accepted in final form 14 April 2011  
published online 18 May 2011

PACS 42.65.-k – Nonlinear optics

PACS 32.10.Dk – Electric and magnetic moments, polarizabilities

**Abstract** – We report the observation of the inverse Cotton-Mouton effect (ICME) *i.e.* a magnetization induced in a medium by non-resonant linearly polarized light propagating in the presence of a transverse magnetic field. We present a detailed study of the ICME in a TGG crystal showing the dependence of the measured effect on the light intensity, the optical polarization, and on the external magnetic field. We derive a relation between the Cotton-Mouton and inverse Cotton-Mouton effects that is roughly in agreement with existing experimental data. Our results open the way to applications of the ICME in optical devices.

Copyright © EPLA, 2011

The inverse Cotton-Mouton effect (ICME) is a magnetization induced in any medium by a non-resonant linearly polarized light beam propagating in the presence of a transverse magnetic field. This magnetization is proportional to the value of the magnetic field, and to the intensity of the propagating electromagnetic waves (see ref. [1] and references therein). The ICME was predicted for atomic and molecular systems [2] and for the quantum vacuum [3]. As stated in ref. [1], microscopically, the light-induced dc magnetization arises because the optical field shifts the different magnetic states of the ground manifold differently, and mixes into these ground states different amount of excited states.

As shown in ref. [3] the ICME is related to the term in the expansion of the electromagnetic energy of the medium  $U$  which is quadratic in the electric and in the magnetic field, which can be written as

$$U = -\frac{1}{4} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \chi_{\alpha\beta\gamma\delta} f_\alpha f_\beta E_\alpha E_\beta B_\gamma B_\delta, \quad (1)$$

where  $\epsilon_0$  is the vacuum permittivity,  $\mu_0$  the vacuum permeability,  $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$  is the second-order magnetic and electric susceptibility,  $f_\alpha$ ,  $f_\beta$  the local electric field factors,  $E$  the electric field and  $B$  the magnetic field. Einstein summation is assumed and  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = x, y, z$ . Assuming

Kleinman symmetry [1], the medium magnetization can be finally calculated using the relation  $M = -\frac{\partial U}{\partial B}$ .

A complete experimental proof of the existence of this effect has not been reported yet. In 1987, Zon *et al.* reported the measurement of a change in the magnetization of a ferromagnetic film induced by a laser beam in the presence of a static magnetic field parallel to the direction of light propagation [4]. This laser-magnetic-field geometry is called Faraday configuration and it is usually associated to the inverse Faraday effect, not to the ICME as the authors of ref. [4] did. The measured magnetization depended on the magnetic-field value but not linearly as expected for an ICME. The reported effect did not depend on the laser polarization which is also unexpected. As far as we know, no other measurement of ICME has been yet reported. For the case of resonant optical pumping with linearly polarized light in the presence of a magnetic field, measurements of induced magnetization can be traced back to the sixties [5]. Recently even in the absence of an external magnetic field, a polarization-dependent resonant excitation of coherent spin precession by linearly polarized laser pulses has been reported in the antiferromagnet FeBO<sub>3</sub> and associated with an optical effect induced by the linearly polarized ultrashort laser pulse acting on spins as an effective field [6].

The ICME is certainly of interest for applications in optical devices, since it can provide a non-demolition method to transform an optical signal into an electric one. Obviously, for applications the effect has to be

<sup>(a)</sup>Permanent address: NRCN - P.O. Box 9001, Beer-Sheva 84190, Israel.

<sup>(b)</sup>E-mail: carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

observed in a medium commonly used in photonics, using a relatively low level magnetic field. We present here a detailed study of the ICME in a terbium gallium garnet (TGG)  $\text{Tb}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$  crystal. We chose TGG because it is a very common optical crystal, used in particular in Faraday isolators. As expected, our results depend on the laser intensity and polarization, and on the external magnetic field. We also derive a relation between the Cotton-Mouton (CME) and inverse Cotton-Mouton effects. We compare our prediction with the existing experimental data for the CME of TGG.

The laser source was a Q-switched Nd:YAG laser ( $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ) providing 10 ns light pulses of about 0.5 J/pulse. The laser beam passed through two polarizers. The second one fixed the laser beam polarization, while the first one was used to change the laser power delivered to the TGG crystal. A  $\lambda/2$  wave plate was placed behind the polarizers to rotate the laser polarization when needed. Folding mirrors and a lens allowed to deliver and focus the laser beam a few centimeters behind the TGG crystal. Our crystal specifications indicate that damage threshold is  $\geq 10^{13} \text{ W/m}^2$ . As a significant part of our measurements has been done around this value of laser intensity, we performed single-shot experiments only, to avoid damage to the crystal. The index of refraction  $n$  of TGG at  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  is  $n \approx 2$ , and the crystal absorption at this wavelength is negligible. Crystal dimensions were  $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ . It was subject to a magnetic field parallel to the  $[0,1,0]$  direction provided by an electromagnet. The field values were in the range 0–2.5 T. The  $\mathbf{k}$  vector of light was parallel to the  $[0,0,1]$  direction, while the polarization of laser light was parallel to the external magnetic field *i.e.* parallel to the  $[0,1,0]$  direction or perpendicular to the external magnetic field *i.e.* parallel to the  $[1,0,0]$  direction. In the following a subscript  $\parallel$  indicates a quantity measured with the light polarization parallel to the external field, and a subscript  $\perp$  indicates a quantity measured with the light polarization perpendicular to the external field.

In fig. 1 we show a sketch of the detection zone of the experimental apparatus.

Changes in the crystal magnetization have been measured using a probe constituted by a double pickup coil, a compensating coil and a signal coil. The signal coil is put in contact with the crystal while the other one is away from the crystal. The double coil is designed in such a way that any signal not coming from the crystal is compensated. Each coil is  $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$  and the distance between the centers of the two coils is 5 mm. In principle, to avoid signal losses due to returning field lines, the probe should be almost equal in size to the illuminated region and placed as close to it as possible. Each coil has been calibrated by measuring the signal obtained in a known modulated magnetic field. The output signal of the coil is amplified by a low-noise fast amplifier and filtered by a 100 kHz high pass filter. We used two of this type of probes, one for the upper side of the crystal and

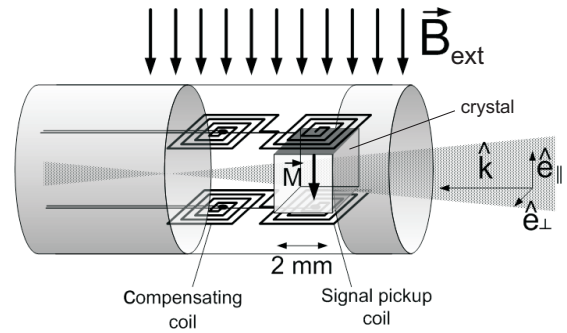


Fig. 1: Detection apparatus: a laser beam crosses the crystal transversal to an applied magnetic field  $B_{\text{ext}}$ . Two sets of pickup-compensating coils monitor the induced crystal magnetization  $M$ .

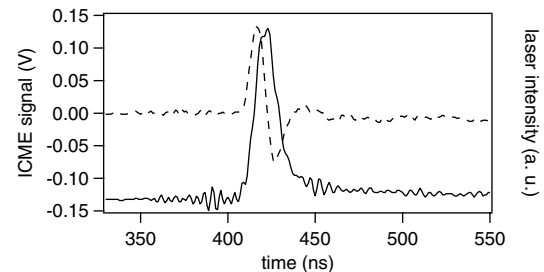


Fig. 2: Magnetization signal (dashed line) and laser pulse (line) as a function of time. The induced signal follows closely the time derivative of the laser intensity.

the other one for the lower side of the crystal. The two probes could be rotated to be sensitive to an induced magnetization parallel or perpendicular to the external magnetic field.

Figure 2 shows a typical laser pulse together with the corresponding signal detected by one of the two signal coils corresponding to an induced magnetization parallel to the external magnetic field. Both signals were recorded on a fast digital oscilloscope with 1 GS/s. Measurements have been performed for laser polarization parallel and perpendicular to the external magnetic field. At the same value of the external magnetic field, the signal intensity depends on light polarization which means that the elements  $\chi_{yyyy}$  and  $\chi_{xxyy}$  of the  $\chi$  tensor defined in eq. (1) have two different values. No induced magnetization was observed in the direction perpendicular to the magnetic field. The tensor elements  $\chi_{yyyx}$  and  $\chi_{xxyx}$  are thus at least negligible compared to  $\chi_{yyyy}$  and  $\chi_{xxyy}$ . For a cubic system like our TGG crystal  $\chi_{yyyx}$  and  $\chi_{xxyx}$  are expected to be zero for symmetry reasons [1].

The laser pulse is monitored by extracting a small fraction of the beam injected in the crystal with a beam splitter and detecting it with a fast photodiode. The photodiode has been calibrated with respect to an energy meter measuring the pulse energy incident on the crystal. The ICME signal  $V(t)$  is proportional to the time



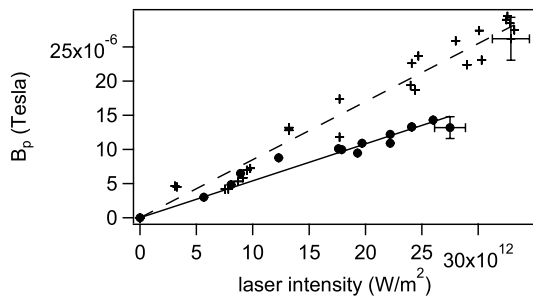


Fig. 3: Magnetic flux density  $B_p$  in the pickup coils *vs.* laser intensity  $P_d$  for two light polarizations: parallel (+) and perpendicular (•) to the applied magnetic field. Data are fitted by a linear equation. Error bars represent the typical statistical error.

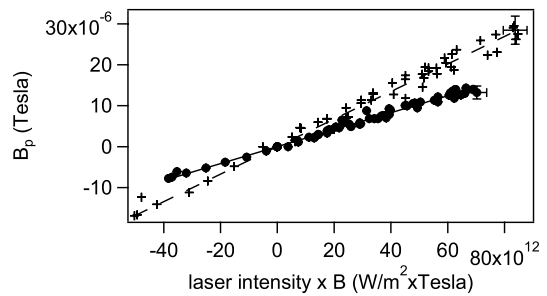


Fig. 4: Magnetic flux density *vs.* the product of laser intensity by the applied magnetic field for two light polarizations: parallel (+) and perpendicular (•) to  $B_{\text{ext}}$ . Data are fitted by linear equation. Error bars represent the typical statistical error.

derivative of the magnetic flux through the pickup coil and can be written as

$$V(t) = -gA_e \frac{dB_p(t)}{dt}, \quad (2)$$

where  $g$  is the gain of the low-noise pickup coil amplifier,  $A_e = 10 \text{ mm}^2$  is the calibrated effective area of the signal coil and  $B_p$  the average magnetic flux density at the pickup coil position produced by the crystal magnetization  $M$ .  $B_p$  can be written as

$$\frac{dB_p(t)}{dt} = bB_{\text{ext}} \frac{dI(t)}{dt}, \quad (3)$$

where  $I$  is the laser intensity,  $B_{\text{ext}}$  is the external static transverse magnetic field, and  $b$  is a proportionality factor characterizing the ICME. This factor depends on the medium properties and on the pickup coil position with respect to the region of the medium which is illuminated by the laser beam and thus magnetized. Finally, eq. (2) becomes

$$V(t) = -gA_e b B_{\text{ext}} \frac{dI(t)}{dt}. \quad (4)$$

Therefore, the ICME signal should be proportional to the time derivative of the laser pulse intensity as clearly observed in fig. 2. We checked that the integrated signal reproduced well the shape of the laser pulse detected by the fast photodiode.

In fig. 3 we show the ICME magnetic flux density at a fixed value of the magnetic field (2.5 T) varying the laser pulse energy from 0 to 0.25 J. Data have been taken in two different configurations of the laser polarization: parallel to the external magnetic field corresponding to the measured magnetic flux density  $B_{p\parallel}$  or perpendicular to the external field corresponding to  $B_{p\perp}$ . The diameter of the laser spot in the crystal was around 1.2 mm, corresponding to a laser intensity  $I$  ranging between 0 and  $2.2 \times 10^{13} \text{ W/m}^2$ . Figure 3 shows that the magnetic flux density depends linearly on the laser intensity as expected. A 12% statistical error was estimated for the vertical

axis and 5% for the horizontal axis due to pulse-to-pulse variations in laser energy and uncertainty in laser energy measurement as well as electromagnetic noise induced by Q-switching. For high laser intensity data dispersion can also be ascribed to the proximity to the damage threshold of the crystal.

In fig. 4 the complete set of ICME data taken at different values of laser intensity and external magnetic field is plotted. The measured magnetic flux density amplitude is shown as a function of the product of the laser intensity and the external-static-magnetic-field amplitude.

Figure 3 and fig. 4 show that the measured effect depends on light polarization and on the sign of the  $B$  field as expected for a real ICME. Together with the correct temporal behaviour of the ICME flux density, this guarantees that we are not hindered by thermo-optic effects like an optical heating driven change in the magnetic susceptibility which could induce a variation of crystal magnetization.

We also show in fig. 3 and in fig. 4 the best linear fit superimposed to the data. The measured magnetic flux density  $B_{p\parallel}$  and  $B_{p\perp}$  depend linearly on the product of the laser intensity and the external-magnetic-field value  $B_{\text{ext}}$  as expected, with a proportionality factor of  $b_{\parallel} = (3.36 \pm 0.04) \times 10^{-19} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$ , and  $b_{\perp} = (2.07 \pm 0.05) \times 10^{-19} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$ . We have changed the external-magnetic-field polarity and we have observed that the ICME signal also changed sign. The positive sign of the  $b$  constant which means that  $B_p$  is always parallel to  $B_{\text{ext}}$  has thus been verified explicitly.

To calculate the magnetization of the TGG from the measured value of the magnetic flux density, one has to evaluate the fraction of magnetic flux from the optically magnetized region of the crystal passing through the pickup coil. Assuming a homogeneous transverse magnetization in a cylindrical region with a diameter of 1.2 mm, we have calculated the magnetic flux perpendicular to the pickup coil for our experimental setup, using a finite element magnetic modeler [7]. In fig. 5 we show a



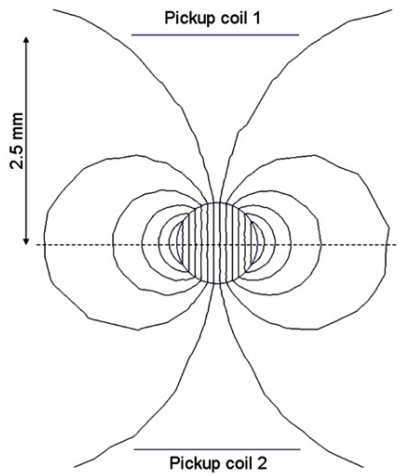


Fig. 5: Simulation of the magnetic-field lines produced by a 1.2 mm diameter cylindrical magnetization.

simulation of the magnetic-field lines produced by an 1.2 mm diameter cylindrical magnetization.

For a magnetization  $M$  of 1 A/m, we calculated a magnetic flux density  $B_p$  of about  $4 \times 10^{-8}$  T at the position where our signal coil was placed *i.e.* at about 2.5 mm from the center of the laser spot. The conversion factor between the measured magnetic flux density  $B_p$  and the crystal magnetization  $M$  is therefore about  $2.5 \times 10^7$  (A/m)T $^{-1}$ .

The ICME magnetization of the TGG can be defined as

$$M = C_{\text{ICM}} I B_{\text{ext}}, \quad (5)$$

where  $C_{\text{ICM}}$  depends only on the medium properties and therefore one may call it the inverse Cotton-Mouton constant. Our data indicates therefore that for our TGG crystal  $C_{\text{ICM}\parallel} = 8.4 \times 10^{-12}$  (A · m)(W · T) $^{-1}$  and  $C_{\text{ICM}\perp} = 5.2 \times 10^{-12}$  (A · m)(W · T) $^{-1}$ .

As far as we know, no theoretical prediction of the value of the ICME in a TGG crystal exists. From eq. (1), since  $f_\alpha = f_\beta = f$  in this case,  $\Delta M \equiv M_\parallel - M_\perp$  can be expressed as

$$\Delta M = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\chi_\parallel - \chi_\perp) f^2 E^2 B_{\text{ext}} \equiv \Delta C_{\text{ICM}} I B_{\text{ext}}, \quad (6)$$

where  $\chi_\parallel = \chi_{yyyy}$  and  $\chi_\perp = \chi_{xxyy}$  and  $\Delta C_{\text{ICM}} \equiv C_{\text{ICM}\parallel} - C_{\text{ICM}\perp}$ .

On the other hand, the Cotton-Mouton effect is related to the variation of the index of refraction induced by the transverse magnetic field  $\Delta n_{\text{CM}} \equiv n_\parallel - n_\perp$  [8]. Following the quantum theory developed for media with  $n \neq 1$  [9], one can write

$$\Delta n_{\text{CM}} = \frac{1}{4\mu_0 n} (\chi_\parallel - \chi_\perp) f^2 B_{\text{ext}}^2 \equiv k_{\text{CM}} B_{\text{ext}}^2, \quad (7)$$

where  $n$  is the index of refraction without magnetic field.

Equations (6) and (7) show that a simple relation exists between  $k_{\text{CM}}$  and  $\Delta C_{\text{ICM}}$ :

$$\frac{k_{\text{CM}}}{\Delta C_{\text{ICM}}} = \frac{c}{2n}, \quad (8)$$

where  $c$  is the velocity of light. We can therefore estimate the value of the Cotton-Mouton effect for our TGG crystal from our ICME measurement:  $k_{\text{CM}} \approx 10^{-4}$  T $^{-2}$ . As far as we know the only experimental value for the CME of a TGG crystal is reported in ref. [10]. The values reported in fig. 1 of ref. [10] are of the order of  $10^{-4}$ , for a 4 T magnetic field, at low temperature ( $\leq 50$  K), for a different laser wavelength ( $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ ) and different configuration of the  $\mathbf{k}$  vector of light with respect to crystal orientation. The comparison between our prediction based on eq. (8) and the values reported in [10] is not straightforward since the experimental parameters are very different, nevertheless it looks that reported values of the CME are roughly in agreement with our predicted value. New measurements of the CME of TGG are necessary to accurately test the validity of our eq. (8).

Our observation of the ICME in a crystal of TGG opens a new field of investigations of electromagnetic properties of matter since the CME gives only information on the difference between matter response in particular elements of the  $\chi$  tensor defined by eq. (1) while the inverse Cotton-Mouton effect provides an absolute value for this response, in our case the tensor elements  $\chi_{yyyy}$ ,  $\chi_{xxyy}$ ,  $\chi_{yyyy}$  and  $\chi_{xxyy}$ .

Our result is also encouraging to push forward ICME studies in dilute matter as discussed in ref. [3]. We also show that ICME provides a non-demolition method to transform an optical signal to an electric one, which is of interest for application in optical devices [11]. Further studies are certainly necessary to optimize the present TGG crystal configuration or to look for other materials in view of applications.

\*\*\*

We thank A. MAMALIGA and the technical staff of the LNCMI, in particular G. BALLON. This work is supported by EuroMAGNET and Fondation pour la recherche IXCORE.

#### REFERENCES

- [1] SHEN Y. R., *The Principles of Nonlinear Optics* (John Wiley & Sons, New York) 2003, pp. 27–28, 61–66.
- [2] MARMO S. I. and OVSIANNIKOV V. D., *Phys. Lett. A*, **202** (1995) 201.
- [3] RIZZO C., DUPAYS A., BATTISTI R., FOUCHE M. and RIKKEN G. L. J. A., *EPL*, **90** (2010) 64003.
- [4] ZON B. A., KUPERSHMDT V. YA., PAKHOMOV G. V. and URAZBAEV T. T., *JETP Lett.*, **45** (1987) 272.

- [5] VAN DER ZIEL J. P. and BLOEMBERGEN N., *Phys. Rev. A*, **4** (1965) 1287.
- [6] KALASHNIKOVA A. M., KIMEL A. V., PISAREV R. V., GRIDNEV V. N., KIRILYUK A. and RASING TH., *Phys. Rev. Lett.*, **99** (2007) 167205.
- [7] For more information see [www.femm.info](http://www.femm.info).
- [8] RIZZO C., RIZZO A. and BISHOP D. M., *Int. Rev. Chem. Phys.*, **16** (1997) 81.
- [9] CAPPELLI C., RIZZO A., MENNUCCI B., TOMASI J., CAMMI R., RIKKEN G. L. J. A., MATHEVET R. and RIZZO C., *J. Chem. Phys.*, **118** (2003) 10712.
- [10] KOLMAKOVA N. P., LEVITIN R. Z., POPOV A. I., VEDERNIKOV N. F., ZVEZDIN A. K. and NEKVASIL V., *Phys. Rev. B*, **41** (1990) 6170.
- [11] BEN-AMAR BARANGA A., BATTISTI R., FOUCHÉ M., RIZZO C. and RIKKEN G. L. J. A., patent pending.



# Annexe D

## "No light shining through a wall" : Results from a photoregeneration experiment

C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and  
C. Rizzo

*Phys. Rev. Lett.* **99**, 190403 (2007).



## No “Light Shining through a Wall”: Results from a Photoregeneration Experiment

C. Robilliard,<sup>1</sup> R. Battesti,<sup>2</sup> M. Fouché,<sup>1</sup> J. Mauchain,<sup>2</sup> A.-M. Sautivet,<sup>3</sup> F. Amiranoff,<sup>3</sup> and C. Rizzo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, UMR 5589 CNRS-Université Paul Sabatier Toulouse 3, IRSAMC, 31062 Toulouse cedex 9, France

<sup>2</sup>Laboratoire National des Champs Magnétiques Pulsés, UMR5147 CNRS-INSA-UPS, 143 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse cedex, France

<sup>3</sup>Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses, École Polytechnique, CNRS, CEA, UPMC, 91128 Palaiseau, France  
(Received 8 June 2007; revised manuscript received 26 July 2007; published 5 November 2007)

Recently, axionlike particle search has received renewed interest. In particular, several groups have started “light shining through a wall” experiments based on magnetic field and laser both continuous, which is very demanding in terms of detector background. We present here the  $2\sigma$  limits obtained so far with our novel setup consisting of a pulsed magnetic field and a pulsed laser. In particular, we have found that the axionlike particle two photons inverse coupling constant  $M$  is  $>8 \times 10^5$  GeV provided that the particle mass  $m_a \sim 1$  meV. Our results definitively invalidate the axion interpretation of the original PVLAS optical measurements with a confidence level greater than 99.9%.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.99.190403](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.190403)

PACS numbers: 12.20.Fv

The axion was first proposed 30 years ago to solve the strong CP problem [1], but other models also support the existence of such light, neutral, spin-zero bosons [2,3] called axionlike particles. Although no axion has been definitely detected yet, several experiments and astronomical observations have limited the range of possible axionlike particle mass  $m_a$  and inverse axionlike particle two photons inverse coupling  $M$  [4].

Last year, an Italian collaboration (PVLAS) announced an unexpected observation of a magnetic dichroism in vacuum which they suggested might be due to photoregeneration of axionlike particles [5]. However, their mass and two photon inverse coupling constant inferred from these PVLAS measurements were seriously inconsistent with the CAST limits [6], albeit the latter are model dependent. There was an urgent need for a direct independent experimental test of the observed dichroism [7].

All of that has raised a renewed interest in axionlike particle search, in particular, for model independent purely laboratory-based experiments [8]. The most popular setup, commonly called “light shining through a wall”, is a photoregeneration experiment based on the Primakoff effect coupling an axionlike particle with two photons (a real one from the laser field and a virtual one from an external magnetic field) [9]. The experiment consists of converting photons into axionlike particles of identical energy in a transverse magnetic field, then blocking the photon beam with a wall. The axionlike particles hardly interact with the wall and are converted back to photons in a second magnet. Finally, the regenerated photons are counted with an appropriate detector. Such an experiment was conducted in the 1990s by the BFRT Collaboration without detecting any regenerated photon signal, which led to limits on the axion parameters [10]. Mainly motivated by the PVLAS astonishing results, several “light shining through a wall” experiments have been proposed and are currently under

construction [11]: at DESY the Axion-Like Particle Search project (ALPS), at CERN, the Optical Search for QED Vacuum Magnetic Birefringence, Axions and Photon Regeneration project (OSQAR), at Jefferson Laboratory, the LIght PseudoScalar Search project (LIPSS), and at Fermilab, the GammeV Particle Search Experiment project. Eventually, the PVLAS Collaboration disclaimed their previous observations [12].

Experimentally, the main difficulty lies in detection. The expected regeneration rate is indeed very weak—less than  $10^{-20}$ —so that optical shielding has to be perfect and the detector background very low.

In this Letter, we detail our project, and we present the limits on the axionlike particle mass and two photons inverse coupling constant we have obtained so far. We have found an original and efficient way to solve the detection problem as both the laser and the magnetic field are pulsed, as well as our detector. Contrary to other similar experiments requiring long integration times, we are not limited by the background of the detector as the photons are concentrated in very intense and short laser pulses. We are the first to present here the results of a pulsed “light shining through a wall” experiment, specially designed to test the PVLAS claims. In particular, we have found that the axionlike particle two photons inverse coupling constant  $M$  is  $>8 \times 10^5$  GeV provided that the particle mass  $m_a \sim 1$  meV. Our results definitively invalidate the axion interpretation of the original PVLAS optical measurements with a confidence level greater than 99.9%.

Our experimental setup shown in Fig. 1 is based on three synchronized pulsed elements: a very energetic laser, two pulsed magnets which are placed on each side of the wall, and a time-gated single photon detector. We have chosen this pulsed approach as it allows us to measure very small conversion rates free from the inevitable background counts of photon detectors.

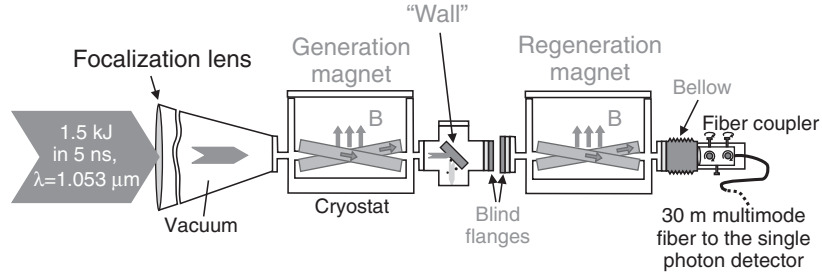


FIG. 1. Scheme of our experimental setup.

The conversion and reconversion transition rate (in natural units  $\hbar = c = 1$ , with  $1 \text{ T} \equiv 195 \text{ eV}^2$  and  $1 \text{ m} \equiv 5 \times 10^6 \text{ eV}^{-1}$ ) after propagating over a distance  $z$  in the inhomogeneous magnetic field  $B$  writes [13]:

$$P(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_M(z') \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \quad (1)$$

where  $\Delta_M = \frac{B}{2M}$  and  $\Delta_a = -\frac{m_a^2}{2\omega}$  with the photon energy  $\omega$ . Note that this equation is valid both for pseudoscalar and scalar particles, but pseudoscalar (respectively scalar) particles couple to photons with a polarization parallel (respectively orthogonal) to the magnetic field. We have two identical magnets; the detection rate of regenerated photons is given by

$$R = P^2 \frac{\mathcal{P}}{\omega} \eta, \quad (2)$$

with  $\mathcal{P}$  the laser power and  $\eta$  the global detection efficiency.

Studying Eqs. (1) and (2), we can easily see that the number of incident photons, the integral of the transverse magnetic field over the magnet length  $L$ :

$$\int_{-L/2}^{+L/2} B dz = B_0 L_{\text{eq}}, \quad (3)$$

and the detection efficiency have to be maximized. We define  $B_0$  as the maximum field and  $L_{\text{eq}}$  as the equivalent length of a magnet producing a uniform magnetic field  $B_0$ . On the other hand,  $P(z)$  oscillates for too long magnets. The length leading to the highest conversion rate for a homogeneous magnetic field is  $L_{\text{opt}} = 2\pi\omega/m_a^2$ . For optical frequencies and an axionlike particle mass on the order of 1 meV, this length is on the order of 1 m.

In order to have the maximum number of incident photons for the laser source at a wavelength that can be efficiently detected, we have chosen to set up the experiment at LULI, Palaiseau, France, on the Nano 2000 chain. It can deliver up to 1.5 kJ over 4.8 ns (FWHM)—as shown in the inset of Fig. 2—with  $\omega = 1.17 \text{ eV}$ . This corresponds to  $N_{\text{inc}} = 8 \times 10^{21}$  photons per pulse. The repetition rate is 1 pulse every 2 hours. The vertically linearly polarized incident beam has a 186 mm diameter and is almost perfectly collimated. A deformable mirror included

in the middle of the amplification chain corrects the spatial phase of the beam to obtain at focus a spot better than two diffraction limits. It is then focused just behind the wall using a lens which focal length is 20.4 m. The beam is apodized to prevent the incoming light from generating a disturbing plasma on the sides of the vacuum tubes. Before the wall where the laser beam propagates, a vacuum better than  $10^{-3}$  mbar is necessary in order to avoid air ionization. Two turbo pumps along the vacuum line give  $10^{-3}$  mbar near the lens and better than  $10^{-4}$  mbar close to the wall. The wall is made of a 15 mm width aluminum plate to stop every incident photon while axionlike particles continue. It is tilted by  $45^\circ$  compared to the axis of the laser propagation in order to increase the area of the laser impact and to avoid backreflected photons. In the second magnetic field region, a vacuum better than  $10^{-3}$  mbar is also maintained.

For the magnets, we use a pulsed technology. The pulsed magnetic field is produced by a transportable generator developed at LNCMP, Toulouse, France, which consists of a capacitor bank releasing its energy in the coils in a few milliseconds [14]. A typical time dependence of the mag-

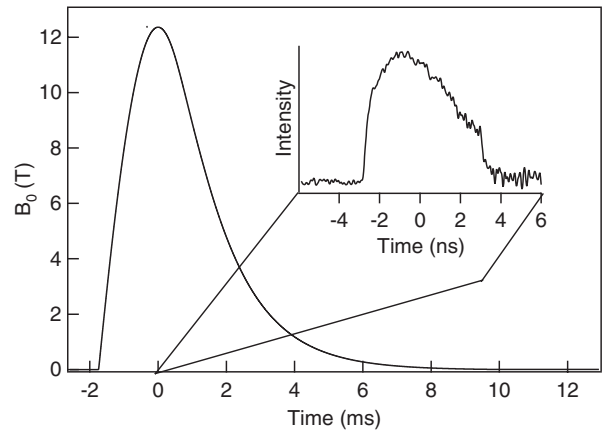


FIG. 2. Magnetic field  $B_0$  at the center of the magnet as a function of time. The maximum is reached within 1.75 ms and can be considered as constant ( $\pm 0.3\%$ ) during  $\tau_B = 150 \mu\text{s}$ . The 5 ns laser pulse is applied during this interval. Inset: temporal profile of the laser pulse.

netic field in our coils is shown in Fig. 2. Besides, a special coil geometry has been developed in order to reach the highest and longest transverse magnetic field [15]. A 12 mm diameter aperture has been made inside the magnets for the laser beam. As for usual pulsed magnets, the coils are immersed in a liquid nitrogen cryostat to limit the consequences of heating. When the magnetic field is maximum, the repetition rate is set to 5 pulses per hour. A delay between two pulses is necessary to get back to the temperature of equilibrium which is monitored via the coil resistance. During data acquisition, our coils provide  $B_0 \geq 12.3$  T over an equivalent length  $L_{\text{eq}} = 365$  mm. The magnetic field  $B_0$  remains constant ( $\pm 0.3\%$ ) during  $\tau_B = 150$   $\mu\text{s}$ , a very long time compared to the 5 ns laser pulse. During operation the magnetic pulse is triggered by a signal from the laser chain which has a stability ensuring that the laser pulse happens within these 150  $\mu\text{s}$ . In order to detect pseudoscalar particles, the transverse magnetic field is parallel to the laser polarization.

The last principal element is the single photon detector that has to meet several criteria. In order to have a sensitivity as good as possible, the regenerated photon detection has to be at the single photon level. The integration time is limited by the 5 ns laser pulse. This imposes a detector with a dark count far lower than 1 over this integration time so that a nonzero regenerated photon counting would be significant.

Our detector is a commercially available single photon receiver from Princeton Lightwave which has a high detection efficiency at 1.05  $\mu\text{m}$ . It integrates a  $80 \times 80$   $\mu\text{m}^2$  InGaAs Avalanche Photodiode (APD) thermoelectrically cooled, with all the necessary bias, control, and counting electronics. Light is coupled to the photodiode through a FC/PC connector and a multimode fiber. When the detector is triggered, the APD bias voltage is raised above its reverse breakdown voltage  $V_{\text{br}}$  to operate in ‘‘Geiger mode’’. For our experiment, the bias pulse width is 5 ns to correspond with the laser pulse.

The APD bias voltage is then adjusted to obtain the best compromise between the detection efficiency and the dark count rate per pulse. The detection efficiency  $\eta$  is measured by illuminating the detector with a calibrated laser intensity,  $\eta = 0.50(0.02)$ . The dark count rate is about  $5 \times 10^{-4}$  counts per pulse.

After the second magnet, regenerated photons are injected into the detector through a coupling lens plus a graded index multimode fiber with a 62.5  $\mu\text{m}$  core diameter, a 0.27 numerical aperture, and an attenuation lower than 1 dB/km. These parameters ensure that we can easily inject light into the fiber with a high coupling ratio, even when one takes into account the pulse by pulse instability of the propagation axis that can be up to 9  $\mu\text{rad}$ . During data acquisition, a typical coupling efficiency through the fiber was found to be about  $\eta_c = 0.85$ . This efficiency is measured by removing the wall and the blind flanges (see

Fig. 1) and by using the laser beam from the pilot oscillator without chopping nor amplifying it. This procedure ensures that the pulsed kJ beam is perfectly superimposed to the alignment beam.

The only remaining source of misalignment lies in thermal effects during the high energy laser pulse, which could slightly deviate the laser beam, hence generating supplementary losses in fiber coupling. This misalignment is reproducible. This means that it can be corrected by properly changing the initial laser pointing. By monitoring the optical path followed by the high energy beam for each pulse, we were able to take such misalignment losses into account, and we have observed a maximum value of 20% of coupling reduction.

The detector gate is triggered with the same fast signal as the laser, using delay lines. We have measured the coincidence rate between the arrival of photons on the detector and the opening of the 5 ns detector gate as a function of an adjustable delay. We have chosen our working point in order to maximize the coincidence rate (see Fig. 3). To perform such a measurement we used the laser pilot beam which was maximally attenuated and chopped with a pulsed duration of 5 ns, exactly as the kJ beam.

The fiber to inject the detector is 30 m long so that it can be placed far from the magnets to avoid potential electronic noise during magnetic shots. In addition, the detector is placed in a shielding bay to prevent electromagnetic noise during laser pulses.

So far, during data acquisition, a total amount of about 17.4 kJ has reached the wall in 14 different pulses. This corresponds to about  $9.3 \times 10^{22}$  photons. To evaluate the actual number of incident photons that could yield a regenerated photon observable by the detector, we took into account for each pulse the fiber coupling  $\eta_c$ , the misalignment due to thermal effects during the pulse. We have also evaluated the percentage of the whole laser energy (see inset of Fig. 2) actually contained in the 5 ns detection gate, which is 93%. All of these experimental parameters are

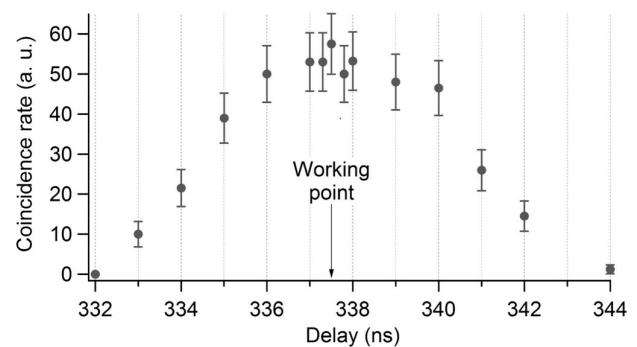


FIG. 3. Coincidence rate between the arrival of photons on the detector and its 5 ns detection gate as a function of an arbitrary delay time. The arrow indicates our working point, chosen in order to maximize the coincidence rate.



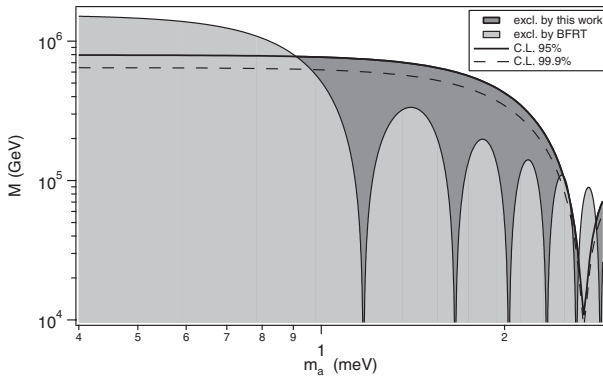


FIG. 4. 95% confidence level limits on the axionlike particle two photons inverse coupling constant  $M$  as a function of the axionlike particle mass  $m_a$  obtained thanks to our null result (dotted line). The area below our curve is excluded. Our limits are compared to the 95% confidence level exclusion region obtained by the BFRT photon regeneration experiment [10].

known with a few percent errors. The effective number of photons is about  $6.7 \times 10^{22}$ , which corresponds to about 12.5 kJ. No regenerated photon has been detected. In this case, the measurement error is given by the number of photons that could have been missed due to the non perfect detection. The probability  $P_n$  that  $n$  incident photons have been missed by the detector is  $P_n = (1 - \eta)^n$ . Dark count is negligible. A standard deviation  $\sigma$  means that a result outside the window  $\pm 2\sigma$  corresponds to  $P_n < 0.05$ , which yields about 4 missed photons for our value of  $\eta$ .

The limits at 95% and 99.9% confidence level that we have reached so far are plotted on Fig. 4. These have been calculated by numerically solving Eq. (1). The area below our curve is excluded by our null result. In particular, the axionlike particle two photons inverse coupling constant  $M$  is  $> 8 \times 10^5$  GeV provided that the particle mass  $m_a \sim 1$  meV. This improves the exclusion region obtained on BFRT photon regeneration experiment [10]. In this mass region their results were limited by the axionlike particle photon oscillation due to the length of their magnets. Using shorter magnets, we are able to enlarge the mass range exclusion area.

In Ref. [5], the PVLAS Collaboration suggested that their claimed observation of a vacuum magnetic dichroism could be explained by the existence of an axionlike particle

with a two photons inverse coupling constant  $1 \times 10^5 \leq M \leq 6 \times 10^5$  GeV and a mass around 1 meV. This is excluded by us with a confidence level greater than 99.9%.

We plan to improve our apparatus so that with about 100 laser pulses, we will be able to give more stringent limits on  $M$  than the one given by the BFRT experiment for all the values of  $m_a$ .

We thank the technical staff from LCAR, LNCMP, and LULI, especially S. Batut, E. Baynard, J.-M. Boudenne, J.-L. Bruneau, D. Castex, J.-F. Devaud, S. Faure, P. Frings, M. Gianesin, P. Guéhenec, B. Hirardin, J.-P. Laurent, L. Martin, M. Nardone, J.-L. Paillard, L. Polizzi, W. Volondat, and A. Zitouni. We also thank B. Girard, G. Rikken, and J. Vigué for strongly supporting this project. This work has been possible thanks to the ANR-Programme non thématique (Contract No. ANR-BLAN06-3-139634).

- [1] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977); Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
- [2] P. Svrcek and E. Witten, J. High Energy Phys. 06 (2006) 051.
- [3] J. Preskill, M. B. Wise, and F. Wilczek, Phys. Lett. **120B**, 127 (1983); L. F. Abbott and P. Sikivie, *ibid.* **120B**, 133 (1983); M. Dine and W. Fischler, *ibid.* **120B**, 137 (1983); M. S. Turner, Phys. Rev. D **33**, 889 (1986).
- [4] G. G. Raffelt, J. Phys. A **40**, 6607 (2007).
- [5] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 110406 (2006).
- [6] S. Andriamonje *et al.* (CAST Collaboration), J. Cosmol. Astropart. Phys. 04 (2007) 010.
- [7] S. Lamoreaux, Nature (London) **441**, 31 (2006).
- [8] J. Jaeckel *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 013004 (2007), and references therein.
- [9] K. Van Bibber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987).
- [10] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
- [11] See, e.g., [http://axion-wimp.desy.de/index\\_eng.html](http://axion-wimp.desy.de/index_eng.html).
- [12] E. Zavattini *et al.*, arXiv:0706.3419.
- [13] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983); Phys. Rev. D **32**, 2988 (1985).
- [14] P. Frings *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063903 (2006).
- [15] S. Batut *et al.*, IEEE Trans. Appl. Supercond. (to be published); the coils used in this work have been originally developed by O. Portugall and S. Batut in the framework of the BMV experiment at the LNCMP [R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D (to be published)].

# Annexe E

## Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays

R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G.L.J.A.  
Rikken and C. Rizzo  
*Phys. Rev. Lett.* **105**, 250405 (2010)



## Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays

R. Battesti,<sup>1,\*</sup> M. Fouché,<sup>1</sup> C. Detlefs,<sup>2</sup> T. Roth,<sup>2</sup> P. Berceau,<sup>1</sup> F. Duc,<sup>1</sup> P. Frings,<sup>1</sup> G. L. J. A. Rikken,<sup>1</sup> and C. Rizzo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSA-UJF-UPS), F-31400 Toulouse Cedex, France, EU

<sup>2</sup>European Synchrotron Radiation Facility, F-38043 Grenoble, France, EU

(Received 16 August 2010; published 16 December 2010)

In this Letter we describe our novel photon regeneration experiment for the axionlike particle search using an x-ray beam with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, two superconducting magnets of 3 T, and a Ge detector with a high quantum efficiency. A counting rate of regenerated photons compatible with zero has been measured. The corresponding limits on the pseudoscalar axionlike particle–two-photon coupling constant is obtained as a function of the particle mass. Our setup widens the energy window of purely terrestrial experiments devoted to the axionlike particle search by coupling to two photons. It also opens a new domain of experimental investigation of photon propagation in magnetic fields.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.250405

PACS numbers: 12.20.Fv, 14.80.-j

Photon propagation in magnetic fields is a long-standing domain of research for QED tests [1] and for particle searches beyond the standard model [2]. All the experiments performed up to now have used a photon energy of the order of 1 eV (see [3] and references therein). Higher photon energies have been proposed to increase the signal, in particular,  $\gamma$  rays [4] for QED tests, or to increase the parameter space for particle searches, in particular, x rays [5,6].

As far as particle searches are concerned, photon regeneration experiments [7–9], also called “light shining through the wall” experiments, are an important tool in the search for massive particles that couple to photons in the presence of magnetic fields. Such particles are predicted by many extensions of the standard model. A very well-known example is the standard axion, a pseudoscalar chargeless boson proposed to solve the strong  $CP$  problem [10–12], i.e., the difference between the value of the neutron electric dipole moment predicted by QCD and its experimental value [13].

The principle of a photon regeneration experiment is to send a polarized photon beam through a region where a transverse magnetic field is present, and then to stop the photons by a wall. Since they hardly interact with matter, axionlike particles (ALPs) generated in the magnetic region upstream of the wall can pass through it. Behind the wall, a second magnetic field region allows us to convert back ALPs into photons. Several photon regeneration experiments have been performed [14–20]: none of them has ever detected regenerated photons. They have therefore set limits on the ALP–two-photon coupling constant  $g$  and the particle mass  $m_a$ . The best limits can be found in Ref. [20].

Limits are usually given for masses  $m_a \ll \omega$  [21], where  $\omega$  is the photon energy, but a detailed theoretical analysis of ALP-photon and photon-ALP conversion amplitudes valid for  $m_a \leq \omega$  can be found in Ref. [22]. Again, for all the photon regeneration experiments performed up to now,  $\omega$  is of the order of 1 eV. Experiments searching for

ALPs of astrophysical origin, such as ADMX [23] and CAST [24], provide better limits than the purely terrestrial ones. ADMX looks for galactic cold dark matter  $\mu\text{eV}$  ALP conversion into microwave photons in a resonant cavity immersed in a static magnetic field, while CAST looks for axions or ALPs generated in the core of the sun. These ALPs travel to Earth and are converted back into photons of a few keV in a static laboratory magnetic field. Because of the higher photon energy, the CAST limits extend up to masses on the order of a few electron volts [24]. These limits, however, depend on the model used to calculate the flux of ALPs to be detected. The critical sensitivity to these models is exposed by the recent proposal of an ALP with a 17 meV mass which could explain the observed spectral shape of the x-ray solar emission [25]. In this case ALPs coming from the sun’s interior would be reconverted into photons near the sun’s surface, thus escaping the detection by CAST.

Increasing the photon energy in photon regeneration experiments allows us to test new regions of the  $m_a$  and  $g$  parameter space. The use of soft x rays has been proposed in Ref. [5], namely, at the VUV-FEL free electron laser at DESY, providing photons of energy between 10 and 200 eV. The use of hard x rays from a synchrotron light source has been proposed in Ref. [6]. Synchrotron light sources provide photons with energy of several tens of keV, much higher than the photon energy available nowadays at free electron lasers.

In this Letter we describe our photon regeneration experiment using x-ray beams with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, carried out at the European Synchrotron Radiation Facility (ESRF), France, on beam line ID06 [26]. Our setup consists of two superconducting magnets that provide magnetic fields of 3 T over a length of 150 and 97 mm, respectively, and a Ge detector with a high quantum efficiency for the stated photon energies. This configuration widens the energy domain probed by purely terrestrial ALP searches. A counting rate of regenerated

photons compatible with zero has been measured. We present the corresponding limits on the ALP–two-photon coupling constant as a function of the particle mass. Thanks to the high photon energy, our limits extend to a parameter region where no model-independent limits have been set so far. In particular, our experimental results provide limits on the existence of 17 meV ALPs.

Our experimental setup is shown in Fig. 1. We use two different photon energies,  $\omega = 50.2$  keV and 90.7 keV, corresponding to slightly different settings of the x-ray beam line. For 50.2 keV (resp. 90.7 keV), a Si(111) [resp. Si(311)] double crystal monochromator is adjusted to select x rays emitted by the 5th (resp. 9th) harmonic of the cryogenic permanent magnet multipole undulator source U18, closed to a gap of 6.0 mm [27,28]. The energy bandwidth is 7.3 eV (resp. 6.8 eV). For both energies, the size of the beam is  $2 \times 2$  mm<sup>2</sup> and the synchrotron x rays are horizontally polarized. The beam direction is stabilized by a feedback loop adjusting the pitch of the second monochromator crystal to ensure a position stability better than 0.1 mm at the entrance of the second magnet.

Most of the beam path is under vacuum in order to avoid air absorption. The incident flux is measured thanks to ionization chambers filled with 1 bar of nitrogen or krypton. Different ionization chambers placed along the beam path let us check for any photon loss due to beam misalignment, for example. During data acquisition, the 30 cm-long krypton filled ionization chamber, located just before the first magnet, is used to precisely monitor the incident flux. The beam line has delivered about  $1.2 \times 10^{12}$  photons per second at 50.2 keV and  $3.1 \times 10^{10}$  photons per second at 90.7 keV.

The magnetic fields are provided by two superconducting magnets with the field direction parallel to the x-ray polarization; the experiment being thus sensitive to pseudoscalar particles [29]. Their diameter aperture is about 2 cm and the pressure inside the magnets is less than  $10^{-4}$  mbar. Both magnets have been manufactured by Oxford Instruments. The first one has provided a maximum

magnetic field  $B_1 = 3$  T which can be regarded as uniform along the beam path over a length of  $L_1 = 150$  mm. The second magnet was lent to us by the DUBBLE beam line (BM26) [30] at the ESRF. It has also delivered  $B_2 = 3$  T. The shape of its magnetic field along the beam direction can be approximated by a triangular shape with a half base length of  $L_2 = 97$  mm, the maximum of 3 T being at the center of the magnet.

The magnets are located separately in the two lead-shielded experimental hutches, EH1 and EH2, respectively, of the beam line. The safety shutter between EH1 and EH2 serves as the wall to block the x-ray beam. It consists of a 50 mm-thick lead plate. Similarly, the x-ray regeneration and detection section is shielded by the radiation hutch EH2. The complete enclosure of the primary x-ray beam in EH1 and the additional shielding of EH2 lead to a comfortably low level of x-ray background radiation dominated by cosmic events.

The detection system is based on a 5 mm thick Ge detector (Canberra GL0055) cooled with liquid nitrogen. The sensitive area is 6 mm in diameter. X-ray photons arriving on the detector create electric charges proportional to the photon energy, which are amplified (Canberra 2024) and filtered by a single channel analyzer (Ortec 850) to reject events that do not correspond to the photon energy selected by the monochromator. This detection system combines an acceptable quantum efficiency of  $\approx 99.98\%$  at 50.2 keV and  $\approx 84\%$  at 90.7 keV, with a reasonably low dark count rate. This background count rate was measured at  $(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$  photons per second while the x-ray beam was turned off, as shown on the first line of Table I. The error corresponds to 95% confidence level.

The following experimental protocol is used before each data acquisition. First, the monochromator is adjusted to select the desired energy while keeping an incident flux as high as possible. Then, the detector is moved about 20 cm sideways from the direct beam position. The safety shutter is opened, allowing the x-ray beam to propagate through both experimental hutches. In this position, the dominant radiation received at the detector are photons elastically scattered by air [31]. This is used to adjust the upper and lower thresholds of the single channel analyzer such that only photons of the selected energy are counted. The upper (lower) threshold is 10% above (20% below) the voltage generated by the elastically scattered photons. Next, the detector is protected by Cu absorbers and it is moved back into the direct beam position to check its geometrical alignment. Finally, before data collection the safety shutter is closed and the Cu absorbers are removed. The procedure is repeated after data collection.

Results are summarized in Table I. The integration time  $t_i$  is about 2 hours for each photon energy in two different configurations, with or without the magnetic fields. The count rate  $N_c$  is the number of photons detected per second. The error on  $N_c$  corresponds to 95% confidence level and is

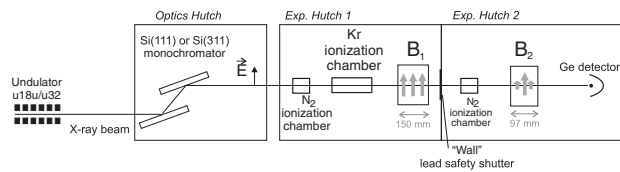


FIG. 1. Experimental Setup. The double crystal monochromator is adjusted to select the desired photon energy. The first experimental hutch corresponds to the ALP generation area with the transverse magnetic field  $B_1$ . The second experimental hutch contains the second magnetic field  $B_2$  which allows us to reconvert ALPs to photons. These photons are detected by a liquid nitrogen cooled Ge detector with a high quantum efficiency. Ionization chambers placed along the beam path measure the incident flux or serve for alignment purposes. The synchrotron x rays are polarized parallel to the magnetic fields.

TABLE I. Summary of our data acquisition taken with magnets on or off, x-ray beam on or off. The integration time is denoted as  $t_i$ , while  $N_{\text{inc}}$  is the number of incident photons per second,  $N_c$  is the number of detected photons per second, and  $N_p$  is number of regenerated photons per second. Errors correspond to 95% confidence level. No excess count rate above background has been detected.

X-Ray Beam	Magnets	$\omega$ (keV)	$t_i$ (s)	$N_{\text{inc}}$ (Hz)	$N_c$ (Hz)	$N_p$ (Hz)
OFF	OFF		13913	0	$(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	
ON	OFF	50.2	7575	$1.2 \times 10^{12}$	$(5.7 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	
ON	ON	50.2	7276	$1.2 \times 10^{12}$	$(6.2 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	$(0.5 \pm 2.6) \times 10^{-3}$
ON	OFF	90.7	7444	$3.2 \times 10^{10}$	$(7.9 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	
ON	ON	90.7	7247	$3.1 \times 10^{10}$	$(8.1 \pm 2.2) \times 10^{-3}$	$(0.2 \pm 3.0) \times 10^{-3}$

given by  $2\sqrt{N_c/t_i}$  since the distribution of the detected photons is a Poisson distribution. The number of regenerated photons per second  $N_p$  is the difference between count rates measured with and without the magnetic fields. We see that no excess count above the background level has been detected. Finally the upper photoregeneration probability at 95% confidence level corresponds to the error on  $N_p$  over the incident photon rate  $N_{\text{inc}}$ . It is  $P = 2.2 \times 10^{-15}$  at 50.2 keV and  $P = 9.7 \times 10^{-14}$  at 90.7 keV.

The photon-to-ALP conversion and reconversion transition probability after propagating in vacuum over a distance  $z$  in an inhomogeneous magnetic field  $B$  may be written as [32]

$$p(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_g(z') \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \quad (1)$$

where  $\Delta_g(z) = gB(z)/2$  and  $\Delta_a = -m_a^2/2\omega$ . Finally, the photoregeneration probability is

$$P = \eta p_1 p_2, \quad (2)$$

with  $\eta$  the detection efficiency,  $p_1$  the conversion probability in the first magnet, and  $p_2$  the reconversion probability in the second magnet. These equations are correct for  $m_a \ll \omega$ .

Our experimental sensitivity limit for the ALP-two-photon coupling constant versus mass is calculated by numerically solving Eqs. (1) and (2), using the upper photon regeneration probability experimentally measured. To this end, the real profiles of the magnetic fields along the beam direction provided by the manufacturers are used. Our limits at 95% confidence level are plotted in Fig. 2. In particular,  $g < 1.3 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$  for masses lower than 0.4 eV, and  $g < 6.8 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$  for masses lower than 1 eV. Our limits could be extended up to 90 keV [22], but because of the phase mismatching they decrease very rapidly when  $m_a \gg \sqrt{\omega/L_{1,2}}$ , thus becoming less interesting. Moreover, for such masses the probability oscillates so rapidly that its actual value depends critically on the exact value of the experimental parameters  $L_{1,2}$  and  $\omega$ . In this case the level of confidence of corresponding limits is mostly limited by the confidence level on these experimental values. We believe that a detailed discussion of this issue is out of the scope of our Letter.

We compare our limits to other limits obtained with laboratory experiments in Fig. 3. Our exclusion region is presented as the grey area. The best limits obtained on a purely laboratory experiment by the ALPS collaboration [20] with a 95% confidence level is the region above the solid line. The best limits set by the search of extraterrestrial ALPs are the two hashed areas, namely, the 95% confidence level exclusion region of CAST (diagonally hashed) [24], and the 90% confidence level exclusion region on microwave cavity experiments (horizontally hashed) [23,33–35]. Model predictions [36] are also shown as a dotted stripe (line in between:  $E/N = 0$  [37,38]). This figure shows that we have tested a new region of the  $m_a$  and  $g$  parameter space for purely terrestrial—model-independent—experiments.

Our experiment could certainly be upgraded. A longer acquisition time would improve the limits, but an improvement of a factor of 2 requires a 16 times longer acquisition. This also applies for the photon flux and for detector noise rate. The latter could likely be improved by using the x-ray detector in anticoincidence with cosmic ray detectors put around it or in coincidence with the electron bunches circulating in the synchrotron ring. Using higher magnetic fields increases limits linearly, which is obviously more interesting. A static 15 T field can be reasonably envisaged. Longer magnets could provide higher limits but only at low masses since longer magnets reduce the coherence length of the photon-ALP oscillations and limits at higher masses.

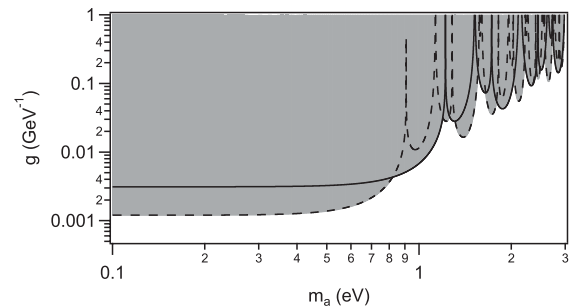


FIG. 2. Confidence level limits of 95% on the ALP-two photon coupling constant  $g$  as a function of the particle mass  $m_a$ . The grey area is excluded. The dashed line represents limits obtained with a photon energy of 50.2 keV while the solid line corresponds to 90.7 keV.



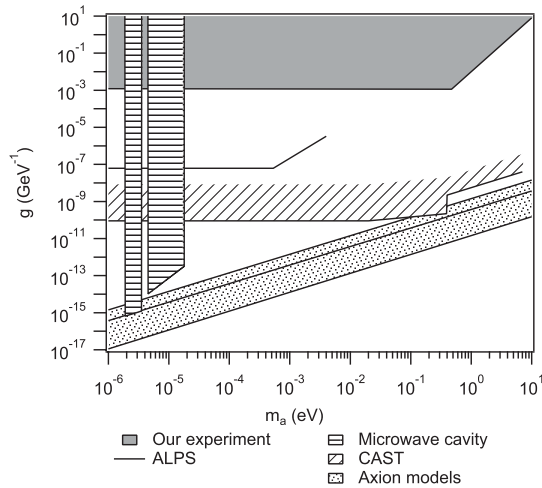


FIG. 3. Limits on the ALP–two-photon coupling constant  $g$  as a function of the particle mass  $m_a$  obtained by experimental searches. Our exclusion region is presented as the grey area. See text for more details.

The best solution would be to increase the magnetic field  $B$  and reduce the magnet length  $L$  keeping the product  $B \times L$  as high as possible.

Our experiment extends the search of photon oscillations into massive particles in the presence of magnetic fields to higher energies. The observed low background count rate clearly demonstrates the sensitivity of “shining through the wall” experiments with a synchrotron light source. Moreover we studied for the first time the propagation of x-ray photons in magnetic fields opening a new domain of experimental investigations.

This work has been performed in the framework of the BMV project. We acknowledge the ESRF for providing beam time on ID06 and financial support. The detection system has been kindly provided by the ESRF Detector Pool. We thank J.-P. Nicolin for his technical support. We thank W. Bras for kindly lending us one of the two superconducting magnets, P. van der Linden for its technical support and C. Cohen and M. Kocsis for their help with the Ge detector. Finally we thank A. Dupays and J. Jaeckel for fruitful discussions. We gratefully acknowledge the support of the Fondation pour la recherche IXCORE.

\*remy.battesti@lncmi.cnrs.fr

[1] E. Iacopini and E. Zavattini, *Phys. Lett. B* **85**, 151 (1979).

- [2] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini, *Phys. Lett. B* **175**, 359 (1986).
- [3] R. Battesti *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008).
- [4] G. Cantatore *et al.*, *Phys. Lett. B* **265**, 418 (1991).
- [5] R. Rabadan, A. Ringwald, and K. Sigurdson, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110407 (2006).
- [6] A. G. Dias and G. Lugones, *Phys. Lett. B* **673**, 101 (2009).
- [7] P. Sikivie, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1415 (1983).
- [8] P. Sikivie, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 695 (1984).
- [9] K. Van Bibber *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 759 (1987).
- [10] R. D. Peccei and H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [11] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223 (1978).
- [12] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 279 (1978).
- [13] C. A. Baker *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 131801 (2006).
- [14] G. Ruoso *et al.*, *Z. Phys. C* **56**, 505 (1992).
- [15] R. Cameron *et al.*, *Phys. Rev. D* **47**, 3707 (1993).
- [16] M. Fouché *et al.*, *Phys. Rev. D* **78**, 032013 (2008).
- [17] A. S. Chou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 080402 (2008).
- [18] A. Afanasev *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 120401 (2008).
- [19] P. Pognat *et al.*, *Phys. Rev. D* **78**, 092003 (2008).
- [20] K. Ehret *et al.*, *Phys. Lett. B* **689**, 149 (2010).
- [21] Natural Lorentz-Heaviside units with  $\hbar = c = 1$  are employed throughout.
- [22] S. A. Adler, J. Gamboa, F. Mendez, and J. Lopez-Sarrion, *Ann. Phys. (Leipzig)* **323**, 2851 (2008).
- [23] S. J. Asztalos *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 041301 (2010).
- [24] E. Arik *et al.*, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02** (2009) 008.
- [25] K. Zioutas *et al.* (2009), in Proceedings of the 5th Patras Axion Workshop, Durham, arXiv:1003.2181.
- [26] A white x-ray beam could also be used. But our experiment was performed on an existing station that can operate with monochromatic beam only.
- [27] C. Kitegi, Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier, 2008.
- [28] J. Chavanne, G. Lebec, C. Penel, F. Revol, and C. Kitegi, *AIP Conf. Proc.* **1234**, 25 (2010).
- [29] To be sensitive to scalar particles, the direction of the first magnetic field has to be turned in order to be perpendicular to the x-ray polarization.
- [30] W. Bras *et al.*, *J. Appl. Crystallogr.* **36**, 791 (2003).
- [31] Compton scattering, which would change the energies of the scattered photons arriving on the detector, can be neglected at the energy and the angles used in this experiment.
- [32] G. Raffelt and L. Stodolsky, *Phys. Rev. D* **37**, 1237 (1988).
- [33] S. DePanfilis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 839 (1987).
- [34] W. U. Wuensch *et al.*, *Phys. Rev. D* **40**, 3153 (1989).
- [35] C. Hagmann *et al.*, *Phys. Rev. D* **42**, 1297 (1990).
- [36] R. D. Peccei, *Lect. Notes Phys.* **741**, 3 (2008).
- [37] J. E. Kim, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 103 (1979).
- [38] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. Zakharov, *Nucl. Phys.* **B166**, 493 (1980).

# Annexe F

## Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at $\lambda = 1064 \text{ nm}$

A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo,  
*Phys. Rev. A* **88**, 043815 (2013).





## Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at $\lambda = 1064$ nm

A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo\*

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses, UPR 3228, CNRS-UPS-UJF-INSA, 31400 Toulouse, France

(Received 24 July 2013; published 10 October 2013)

We present measurements of the Faraday and the Cotton-Mouton effects of helium gas at  $\lambda = 1064$  nm. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to longitudinal and transverse magnetic fields. This cavity increases the signal to be measured by more than a factor of 270 000 compared to the one acquired after a single passage of light in the magnetic field region. We have reached a precision of a few percent for both the Faraday and the Cotton-Mouton effect. Our measurements give the experimental value of the Faraday effect at  $\lambda = 1064$  nm. This value is compatible with the theoretical prediction. Concerning the Cotton-Mouton effect, our measurement agrees at better than  $1\sigma$  with theoretical predictions.

DOI: [10.1103/PhysRevA.88.043815](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.043815)

PACS number(s): 42.25.Lc, 78.20.Ls, 12.20.—m

### I. INTRODUCTION

In 1845 Faraday discovered that a magnetic field affects the propagation of light in a medium [1]. In particular, he observed that a magnetic field parallel to the light wave vector  $\mathbf{k}$  induces a polarization rotation of linearly polarized light. This effect is known now as the Faraday effect. With such experiments, Faraday was looking for proof that light and magnetic fields have a common origin. These revolutionary findings represented one of the most important steps towards Maxwell's theory of electromagnetism.

At the very beginning of the 20th century, Kerr [2] and Majorana [3] discovered that linearly polarized light, propagating in a medium in the presence of a magnetic field, also acquires an ellipticity when the field is perpendicular to  $\mathbf{k}$ . In the following years, this phenomenon was studied in detail by Cotton and Mouton [4] and it is known now as the Cotton-Mouton effect.

The Faraday and Cotton-Mouton effects are both due to the fact that the magnetic field creates an anisotropy in the medium which then becomes birefringent. The term "birefringent" indicates that different states of polarization do not have the same propagation velocity. The Faraday effect corresponds to a magnetic circular birefringence, i.e., the index of refraction  $n_-$  for left circularly polarized light is different from the index of refraction  $n_+$  for right circularly polarized light. The difference  $\Delta n_F = n_- - n_+$  is proportional to the longitudinal magnetic field  $B_{\parallel}$ :

$$\Delta n_F = k_F B_{\parallel}, \quad (1)$$

where  $k_F$  is the circular magnetic birefringence per tesla. On the other hand, the Cotton-Mouton effect corresponds to a magnetic linear birefringence, i.e., the index of refraction  $n_{\parallel}$  for light polarized parallel to the magnetic field is different from the index of refraction  $n_{\perp}$  for light polarized perpendicular to the magnetic field. The difference  $\Delta n_{CM} = n_{\parallel} - n_{\perp}$  is proportional to the square of the transverse magnetic field  $B_{\perp}^2$ :

$$\Delta n_{CM} = k_{CM} B_{\perp}^2, \quad (2)$$

where  $k_{CM}$  is the linear magnetic birefringence per tesla squared.

Such magnetic birefringences are usually very small ( $\Delta n_F, \Delta n_{CM} \ll 1$ ) for magnetic fields available in laboratories, especially in the case of dilute matter. Magnetic birefringence measurements are therefore an experimental challenge. The value of the birefringence depends on microscopic matter response properties like (hyper)susceptibilities. In the case of dilute matter, these responses can be calculated *ab initio* using the computational methods developed in the framework of quantum chemistry [5]. Experimental measurements are then a fundamental test of our knowledge of the interaction of electromagnetic fields and matter.

Among all known gases, helium presents the smallest Faraday and Cotton-Mouton effects. *Ab initio* calculations of the helium Faraday effect at  $\lambda = 1064$  nm, with  $\lambda$  the light wavelength, have been published only recently [6]. From the experimental point of view, Faraday effect measurements in helium date back to the 1950s [7], but not at  $\lambda = 1064$  nm. The Cotton-Mouton effect in helium was first measured at  $\lambda = 514.5$  nm in 1991 [8]. At the same time, the first numerical calculation at a different wavelength in the coupled Hartree-Fock approximation was published [9]. Actually, these two first values were not in agreement. While some other theoretical calculations exist in the literature [10], to our knowledge only three more experimental values have been published since 1991 [8,11,12], with only one at  $\lambda = 1064$  nm [12].

*Ab initio* calculations of both the Faraday and Cotton-Mouton effects of helium are benchmark tests for computational methods. In practice they can be considered as error-free, especially when compared with the error bars associated with the experimental values. Experimental measurement precision has therefore to be as good as possible to be able to test the different computational methods.

Experimentally, one generally measures the Faraday effect by measuring the polarization rotation angle  $\theta_F$ , related to the circular birefringence by the formula

$$\theta_F = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_F, \quad (3)$$

where  $L_B$  is the length of the magnetic field region. The Cotton-Mouton effect is measured through the induced ellipticity related to the linear birefringence by the formula

$$\psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_{CM} \sin 2\theta_P, \quad (4)$$

\*carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

where  $\theta_p$  is the angle between the light polarization and the magnetic field. Experiments are difficult because one needs a high magnetic field coupled to optics designed to detect very small variations of light velocity. One also needs an  $L_B$  as large as possible. To this end, optical cavities are used to trap light in the magnetic field region and therefore increase the ellipticity to be measured (see, e.g., Ref. [8]).

In this paper, we present measurements of the Faraday and Cotton-Mouton effects of helium gas at  $\lambda = 1064$  nm. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to longitudinal and transverse magnetic fields. This cavity increases the signal to be measured by more than a factor of 270 000 compared to the one acquired after a single passage of light in the magnetic field region. This allows us to reach a measurement precision of a few percent for both the Faraday and Cotton-Mouton effects. Our results are finally compared to the theoretical predictions and they agree to within better than  $1\sigma$ .

## II. EXPERIMENTAL SETUP AND SIGNAL ANALYSIS

### A. Apparatus

Our apparatus is described in detail in Refs. [13,14]. Briefly, as shown in Fig. 1, 30 mW of linearly polarized light provided by a Nd:YAG laser ( $\lambda = 1064$  nm) is injected into a high-finesse Fabry-Pérot cavity consisting of the mirrors  $M_1$  and  $M_2$ . The laser frequency is locked onto the cavity using the Pound-Drever-Hall method [15]. To this end, the laser passes through an electro-optic modulator creating sidebands at 10 MHz. The beam reflected by the cavity is detected by the photodiode  $Ph_r$ . This signal is used to adjust the laser frequency with a bandwidth of 80 kHz via an acousto-optic modulator and with a bandwidth of a few kilohertz via the piezoelectric element of the laser. A slow control with a bandwidth of a few millihertz is also applied by the Peltier element of the laser.

Before entering the optical cavity, the light is linearly polarized by the polarizer P. The light transmitted by the cavity is then analyzed with the analyzer A crossed at maximum extinction. Both polarizations are extracted: parallel and perpendicular to P. The extraordinary beam (power  $I_e$ ), corresponding to the light polarization perpendicular to P, is collected by the low-noise photodiode  $Ph_e$ , while the ordinary beam (power  $I_t$ ), corresponding to the light polarization parallel to P, is detected by  $Ph_t$ . All the optical components from the polarizer P to the analyzer A are placed in a

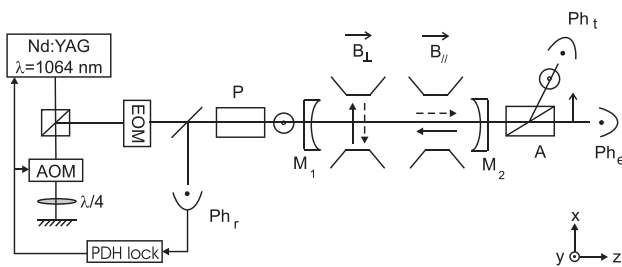


FIG. 1. Experimental setup. EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; PDH, Pound-Drever-Hall; Ph, photodiode; P, polarizer; A, analyzer. See text for more details.

high-vacuum chamber which can be filled with high-purity gases. During this work, magneto-optical measurements have been done using a bottle of helium gas with a global purity higher than 99.9999%. This bottle is connected to the chamber through a leak valve allowing injection of less than  $10^{-3}$  atm of gas.

Magnets providing a field perpendicular to the light wave vector  $\mathbf{k}$  and a field parallel to  $\mathbf{k}$  surround the vacuum pipe. The transverse magnetic field ( $\mathbf{B}_\perp \perp \mathbf{k}$ ) used for Cotton-Mouton effect measurements is created by pulsed coils as described in Refs. [14,16] and briefly detailed in Sec. IV A. For the Faraday effect measurements, a modulated longitudinal magnetic field ( $\mathbf{B}_\parallel \parallel \mathbf{k}$ ) is applied via a solenoid. More details are given in Sec. III A.

### B. Fabry-Pérot cavity

A key element of the experiment is the Fabry-Pérot cavity. Its aim is to accumulate the effect of the magnetic field by trapping the light between two ultrahigh-reflectivity mirrors  $M_1$  and  $M_2$ . The length of the cavity is  $L_c = (2.2713 \pm 0.0006)$  m. This corresponds to a cavity free spectral range of  $\Delta^{\text{FSR}} = c/2nL_c = (65.996 \pm 0.017)$  MHz, with  $c$  the speed of light in vacuum and  $n$  the index of refraction of the medium in which the cavity is immersed. This index of refraction will be considered equal to 1. All these parameters and their uncertainties were measured previously. Details concerning the measurement are given in Ref. [13]. Using the Jones matrix formalism, we can calculate the total acquired ellipticity due to the Cotton-Mouton effect,  $\Psi(t)$ . It is linked to the ellipticity without any cavity,  $\psi(t)$ , by

$$\Psi(t) = \frac{2F}{\pi} \psi(t). \quad (5)$$

Likewise, the total rotation angle  $\Theta_F(t)$  due to the Faraday effect is

$$\Theta_F(t) = \frac{2F}{\pi} \theta_F(t), \quad (6)$$

where  $F$  is the finesse of the cavity and  $\theta_F(t)$  the rotation angle without any cavity.

#### 1. Cavity birefringence

The cavity induces a total static ellipticity  $\Gamma$ . This is due to the mirrors' intrinsic phase retardation [17]. Each mirror can be regarded as a wave plate and a combination of both wave plates gives a single wave plate. The total phase retardation  $\delta_{\text{eq}}$  and the axis orientation of the wave plate equivalent to the cavity depend on the phase retardation of each mirror and on their relative orientation [18,19]. Thus the value of  $\Gamma$  can be adjusted by rotating the mirrors  $M_1$  and  $M_2$  around the  $z$  axis corresponding to the axis of light propagation.

We first set  $\Gamma = 0$ . To this end, we align the axis of the equivalent wave plate on the incident polarization. This is done by rotating the mirrors while the laser frequency is locked onto the cavity. As the polarizers are crossed at maximum extinction, we can measure the extinction ratio  $\sigma^2$  of the

polarizers by measuring the following ratio:

$$\sigma^2 = \frac{I_e}{I_t} \Big|_{\Gamma=0}. \quad (7)$$

The value of  $\sigma^2$  is regularly measured, in particular before each shot for the Cotton-Mouton effect measurements. This extinction ratio can typically vary from  $4 \times 10^{-7}$  to  $8 \times 10^{-7}$ .

As shown in Ref. [14], because of the ellipticity noise, the optical sensitivity improves when  $\Gamma$  decreases. Starting from  $\Gamma = 0$  and rotating  $M_1$  in the clockwise or counterclockwise direction, we choose the sign of  $\Gamma$  as well as its value, with typically  $\Gamma^2 \sim \sigma^2$ . The sign of  $\Gamma$  is known by filling the vacuum chamber with nitrogen gas and by measuring its Cotton-Mouton effect, whose sign and value are perfectly known. This measurement has already been done with this apparatus and the results are reported in Ref. [13]. We performed several measurements with different signs and values of  $\Gamma$ , showing that this parameter is perfectly controlled. The value and the sign of  $\Gamma$  are set before each magnetic shot.

The static birefringence of the cavity changes the incident linear polarization into an elliptical polarization of ellipticity  $\Gamma$ . But it also induces a rotation angle  $\epsilon$  of the major axis of the ellipse compared with the polarizer axis. The value of this angle can be calculated by considering the Fabry-Pérot cavity as an equivalent wave plate of phase retardation  $\delta_{\text{eq}}$ . The angle between the incident linear polarization and the fast axis of the equivalent wave plate corresponds to  $\varphi$ , as represented in Fig. 2. The ellipticity induced by the wave plate is given by

$$\Gamma = \frac{\sin(2\varphi) \sin(\delta_{\text{eq}})}{2}. \quad (8)$$

As we set  $\Gamma \ll 1$ , the fast axis is almost aligned with  $P$  and thus we have  $\varphi \ll 1$ . Assuming that  $\delta_{\text{eq}} \ll 1$ , we get

$$\varphi = \frac{\Gamma}{\delta_{\text{eq}}}. \quad (9)$$

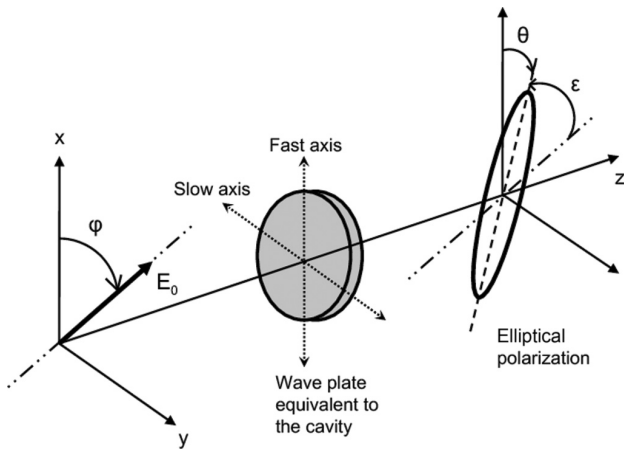


FIG. 2. Rotation of the major axis of the elliptical polarization due to the static birefringence of the Fabry-Pérot cavity.

We also have

$$\tan(2\theta) = \tan(2\varphi) \cos(\delta_{\text{eq}}), \quad (10)$$

$$\theta = \varphi \left( 1 - \frac{\delta_{\text{eq}}^2}{2} \right), \quad (11)$$

where  $\theta$  is the angle between the major axis of the ellipse and the fast axis of the wave plate. Combining Eqs. (9) and (11), we obtain the angle  $\epsilon$  between the major axis of the elliptical polarization and the incident linear polarization:

$$\epsilon = \theta - \varphi = -\frac{\Gamma \delta_{\text{eq}}}{2}. \quad (12)$$

The value of the phase retardation of our cavity is about  $|\delta_{\text{eq}}| \sim 0.1$  rad. This has been inferred by measuring the value of  $\Gamma$  as a function of the mirrors' orientation, as explained in detail in Ref. [17]. With a typical value of  $|\Gamma|$  varying from  $8 \times 10^{-4}$  to  $3 \times 10^{-3}$ , we obtain  $40 < |\epsilon| < 150 \mu\text{rad}$ .

## 2. Cavity finesse and cavity filtering

The finesse of the cavity is inferred from the measurement of the photon lifetime  $\tau$  inside the cavity. At  $t = t_0$  the intensity of the laser, previously locked onto the cavity resonance, is switched off. The exponential decay of the intensity of the ordinary beam for  $t > t_0$  is fitted with

$$I_t(t) = I_t(t_0) e^{-(t-t_0)/\tau} \quad (13)$$

to obtain  $\tau$ . The cavity finesse is related to the photon lifetime through

$$F = \frac{\pi c \tau}{L_c}. \quad (14)$$

The value of the photon lifetime is regularly checked during data taking. In this experiment, it ranges from 1.06 to 1.12 ms, corresponding to a finesse of 438 000 to 465 000. During a run of data taking, the relative variation of the photon lifetime does not exceed 2% at the  $1\sigma$  confidence level.

Due to the photon lifetime, the cavity acts as a first-order low-pass filter, as explained in detail in Ref. [20]. Its complex response function  $H(\nu)$  is given by

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + i \frac{\nu}{\nu_c}}, \quad (15)$$

with  $\nu$  the frequency and  $\nu_c = 1/4\pi\tau \simeq 70$  Hz the cavity cutoff frequency. This filtering has to be taken into account in particular for the time-dependent magnetic field applied inside the Fabry-Pérot cavity.

The cavity also acts as a first-order low-pass filter for the ordinary beam  $I_t(t)$  compared to the beam incident on the cavity. But, due to the cavity birefringence, the cavity acts as a second-order low-pass filter for the extraordinary beam  $I_e(t)$ . This effect is explained in detail in Ref. [20]. The second-order low-pass filter represents the combined action of two successive identical first-order low-pass filters. Their complex response function is given by Eq. (15). While the first one characterizes the usual cavity behavior, we can interpret the second filter in terms of pumping or filling: due to the mirror birefringence, some photons of the ordinary beam are gradually converted into the extraordinary beam at each reflection. Thus, if we want to directly compare  $I_t(t)$  and  $I_e(t)$ ,

we have to apply the first-order low-pass filter to  $I_t(t)$ . The filtered signal  $I_{t,f}(t)$  is then used for the analysis.

### C. Signals

The ellipticity  $\Psi(t)$  and the rotation of the polarization  $\Theta_F(t)$  induced by the transverse and the longitudinal magnetic fields can be related to the ratio of the extraordinary and ordinary powers as follows:

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2. \quad (16)$$

This formula, which can be obtained using the Jones formalism, clearly shows that our experiment is sensitive to both ellipticities and rotations.

### III. FARADAY EFFECT OF HELIUM GAS

As stated above, the Faraday effect corresponds to a magnetic circular birefringence  $\Delta n_F$  induced by a longitudinal magnetic field  $B_{\parallel}$ . From Eqs. (1), (3), and (6), we deduce that the polarization rotation to be measured depends on  $k_F$  as follows:

$$\Theta_F(t) = 2F \frac{L_B}{\lambda} k_F B_{\parallel}(t). \quad (17)$$

For historical reasons, the Faraday effect is usually given in terms of the Verdet constant  $V$  [21], which is related to the Faraday constant by

$$V = \frac{\pi k_F}{\lambda}. \quad (18)$$

Equation (17) becomes

$$\Theta_F(t) = \frac{2F}{\pi} V B_{\parallel}(t) L_B. \quad (19)$$

#### A. Magnetic field

To measure the Faraday effect, we need a longitudinal magnetic field. It is delivered by a 300-mm-long solenoid. Its diameter is 50 mm and it corresponds to 340 loops of copper wire. The magnetic field profile along the longitudinal  $z$  axis has been measured with a gaussmeter. Figure 3 shows the normalized profile. We define  $B_{\parallel,0}$  as the maximum magnetic field, thus at the center of the coil, and  $L_B$  as the equivalent

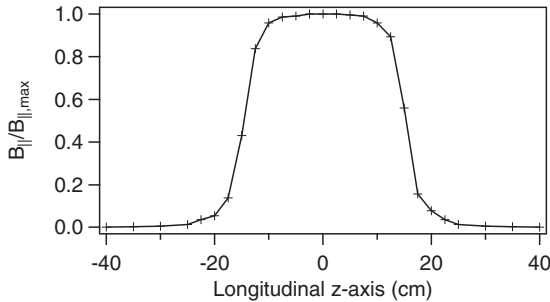


FIG. 3. Normalized profile of the longitudinal magnetic field inside the solenoid along the longitudinal  $z$  axis. The crosses correspond to the measurements.

magnetic length such that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_{\parallel}(z) dz \equiv B_{\parallel,0} L_B. \quad (20)$$

This equivalent magnetic length has been calculated by numerically integrating the measured field. Taking into account the experimental uncertainties, we obtain  $L_B = (0.308 \pm 0.006)$  m at  $1\sigma$ . We can reach a maximum magnetic field of about 4.3 mT corresponding to an injected current of 3 A.

To measure the magnetic field during operation, we measure the current injected into the coil. The form factor  $B_{\parallel}/I$  has been determined experimentally using the gaussmeter and an ammeter. This form factor remains constant for frequency modulation ranging from dc to 50 Hz. Finally we have estimated the relative uncertainty  $u(B_{\parallel})/B_{\parallel} = 1.4\%$  at  $1\sigma$ , taking into account the uncertainties coming from the gaussmeter and the ammeter and from a possible small misalignment of the laser beam inside the solenoid.

Faraday effect measurements were performed at room temperature  $T = 293$  K in an air-conditioned room. When a current is injected into the solenoid, the temperature increases inside the coil. Nevertheless, for a maximum current of 3 A, the increase is lower than 2 K. This will be taken into account in the final uncertainty.

#### B. Analysis of Faraday signal

The magnetic field at the center of the coil is modulated at the frequency  $\nu$ :  $B_{\parallel} = B_{\parallel,0} \sin(2\pi \nu t + \phi)$ . The rotation of the polarization due to the Faraday effect is thus given by

$$\Theta_F = \Theta_0 \sin(2\pi \nu t + \phi), \quad (21)$$

$$\text{with} \quad \Theta_0 = \frac{2F}{\pi} V B_{\parallel,0} L_B. \quad (22)$$

Expanding Eq. (16), we obtain

$$\begin{aligned} \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} &= \sigma^2 + \epsilon^2 + 2\epsilon\Theta_F(t) + \Theta_F^2(t) \\ &\quad + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t) + \Psi^2(t). \end{aligned} \quad (23)$$

We define the ratio between the Faraday and the Cotton-Mouton signals as

$$R_{F/CM} = \frac{2\epsilon\Theta_F + \Theta_F^2}{2\Gamma\Psi + \Psi^2}. \quad (24)$$

For the Faraday measurements, our typical static ellipticity is  $\Gamma = 3 \times 10^{-3}$  rad, and Eq. (12) gives  $|\epsilon| = 150 \mu\text{rad}$ . We evaluate the value of  $R_{F/CM}$  using the theoretical values of the Verdet and Cotton-Mouton constants of helium which are given later in this article. For this experiment, our typical helium pressure is  $30 \times 10^{-3}$  atm and the cavity finesse is of the order of 465 000, corresponding to a cavity cutoff frequency of about 70 Hz. The solenoid mainly induces a longitudinal magnetic field, but, for the sake of argument, let us perform the calculation with the same value 4.3 mT for the longitudinal and the transverse magnetic fields. One gets  $R_{F/CM} \sim 10^6$ . The Cotton-Mouton effect is thus negligible. Equation (23) thus becomes

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2. \quad (25)$$

This equation results in three main frequency components:

$$I_{\text{dc}} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + \frac{\Theta_0^2}{2}, \quad (26)$$

$$I_\nu = \frac{2\epsilon\Theta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2}} \sin \left[ 2\pi\nu t + \phi - \arctan \left( \frac{\nu}{\nu_c} \right) \right], \quad (27)$$

$$I_{2\nu} = -\frac{\Theta_0^2}{2\sqrt{1 + \left(\frac{2\nu}{\nu_c}\right)^2}} \cos \left[ 4\pi\nu t + 2\phi - \arctan \left( \frac{2\nu}{\nu_c} \right) \right]. \quad (28)$$

As mentioned before, the cavity acts as a first-order low-pass filter, with a cavity cutoff frequency  $\nu_c$ . This filtering has been taken into account in Eqs. (27) and (28).

The amplitude of the  $\nu$  component,  $I_\nu$  depends on  $\Theta_0$  but also on  $\epsilon$ , whose value is not precisely known. On the other hand,  $I_{2\nu}$  depends only on  $\Theta_0$ . Consequently it is the only component used to measure the Verdet constant. The amplitude of the  $2\nu$  frequency component, proportional to  $(B_{\parallel,0}L_B)^2$ , is measured as a function of the magnetic field amplitude. We fit our data with  $K_V B_{\parallel,0}^2$ . The Verdet constant  $V$  finally depends on the measured experimental parameters as follows, using Eq. (22) and the amplitude of the  $2\nu$  component given in Eq. (28):

$$V(T, P) = \sqrt{\frac{K_V}{2} \frac{[1 + (8\pi\tau\nu)^2]^{1/4}}{2\tau\Delta^{\text{FSR}}L_B}}. \quad (29)$$

### C. Results

#### 1. Our result

We report in Fig. 4 the Fourier transform of the  $I_e/I_t - I_{\text{dc}}$  signal with about  $60 \times 10^{-3}$  atm of helium and with  $B_{\parallel,0}L_B = 1.3 \times 10^{-3}$  T m. The magnetic frequency modulation is fixed to  $\nu = 18$  Hz in order to have the  $2\nu$  frequency lower than the cavity cutoff frequency. We can observe both components at frequencies  $\nu$  and  $2\nu$ . During the Faraday data taking, the photon lifetime was  $\tau = (1.12 \pm 0.02)$  ms corresponding to a cavity finesse of  $(465\,000 \pm 8000)$ .

We plot in Fig. 5 the amplitude of the  $2\nu$  component as a function of  $B_{\parallel,0}$ . We fit our data by a quadratic law  $K_V B_{\parallel,0}^2$ . We also study the  $\nu$  frequency component as a function of the magnetic field amplitude. According to the relation (27), we obtain a linear dependence. By fitting these data by a linear

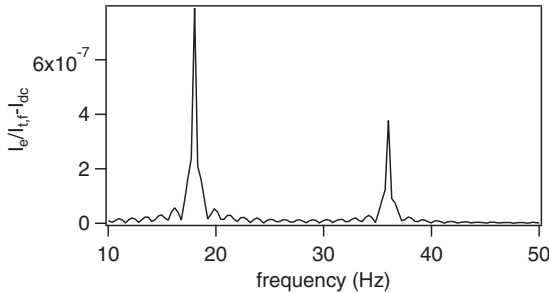


FIG. 4. Fourier transform of  $I_e/I_t - I_{\text{dc}}$  with about  $60 \times 10^{-3}$  atm of helium and with  $B_{\parallel,0}L_B = 1.3 \times 10^{-3}$  T m. The magnetic frequency modulation is  $\nu = 18$  Hz.

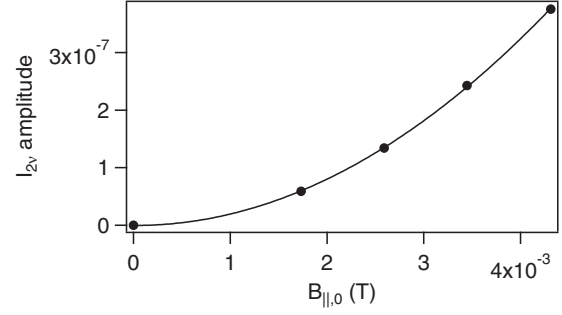


FIG. 5. Amplitude of the  $2\nu$  frequency component as a function of  $B_{\parallel,0}$  with about  $60 \times 10^{-3}$  atm of helium. The solid line corresponds to a quadratic fit of the experimental data.

equation and using the value of the Verdet constant measured with the  $2\nu$  frequency component, we infer the value of the  $\epsilon$  parameter. We obtain  $\epsilon \simeq 10^{-4}$  rad, in agreement with the value calculated with Eq. (12).

We performed Faraday constant measurements at different pressures from  $10^{-2}$  to  $6 \times 10^{-2}$  atm. They are summarized in Fig. 6. We measure the gas pressure in the chamber with pressure gauges which have a relative uncertainty given by the manufacturer of 0.2%. In this range of pressure, helium can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of the Verdet constant is thus linear. As shown in Fig. 6, our data are correctly fitted by a linear equation. Its  $V$ -axis intercept is consistent with zero within the uncertainties. Its slope gives the normalized Verdet constant at  $\lambda = 1064$  nm and at  $T = (294 \pm 1)$  K:

$$V = (3.87 \pm 0.12) \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}. \quad (30)$$

With a scale law on the gas density and considering an ideal gas, this corresponds to a normalized Verdet constant at  $T = 273.15$  K of

$$V = (4.17 \pm 0.13) \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}. \quad (31)$$

The uncertainty is given at  $1\sigma$ . It is calculated from the relative  $A$ - and  $B$ -type uncertainties summarized in Table I and detailed in Ref. [13]. Using Eq. (18), we can also give the normalized Faraday constant. At  $T = 273.15$  K, one gets

$$k_F = (1.41 \pm 0.04) \times 10^{-11} \text{ atm}^{-1} \text{ T}^{-1}. \quad (32)$$

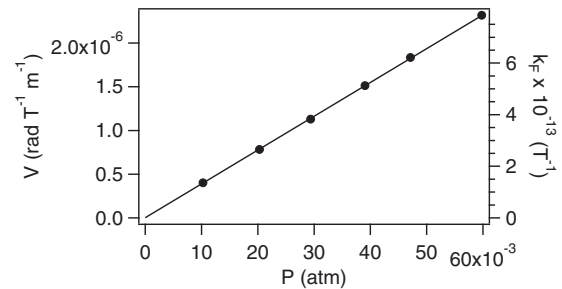


FIG. 6. Verdet constant of helium as a function of pressure. The solid line corresponds to a linear fit of the experimental data.



TABLE I. Parameters and their respective relative  $A$ - and  $B$ -type uncertainties at  $1\sigma$  that have to be measured to infer the value of the normalized Verdet constant  $V$ .

Parameter	Relative $A$ -type uncertainty	Relative $B$ -type uncertainty
$\tau$	$2 \times 10^{-2}$	
$K_V$	$8 \times 10^{-3}$	
$B_{\parallel,0}$		$1.4 \times 10^{-2}$
$L_B$		$2.0 \times 10^{-2}$
$\Delta_{\text{FSR}}$		$3 \times 10^{-4}$
$P$		$2 \times 10^{-3}$

## 2. Comparison

Our value of the normalized Verdet constant can be compared to other published values. Reference [7] presents the most extensive experimental values in helium. They have been measured at different wavelengths, from 363 to 900 nm, and they correspond to the open triangles in Fig. 7 at  $T = 273.15$  K. As stated by the authors in Refs. [7,22], “the average absolute probable error is considered to be about 1%,” but “the scale of measurement was determined by a comparison of these results with accepted values for water.” This is an important difference from our experiment since we do not need to calibrate our setup with another gas. All parameters on which the measured Verdet constant depends are accurately monitored, yielding therefore a Verdet constant of high precision.

As far as we know, no value has been reported at 1064 nm, our working wavelength. Nevertheless, it can be quadratically interpolated from the data of Ref. [7] with a fit  $A/\lambda^2$  (solid line in Fig. 7). This gives a normalized Verdet constant at  $\lambda = 1064$  nm and  $T = 273.15$  K of  $V = (4.15 \pm 0.05) \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}$ . The uncertainty is the one given by the fit. This value is compatible with ours, which is represented as the open circle in the inset of Fig. 7.

We finally compared our value with the theoretical predictions at  $T = 273.15$  K. The most recent ones were published in 2005 [6] exploiting a four-component Hartree-Fock calculation and in 2012 [23] using a relativistic particle-hole

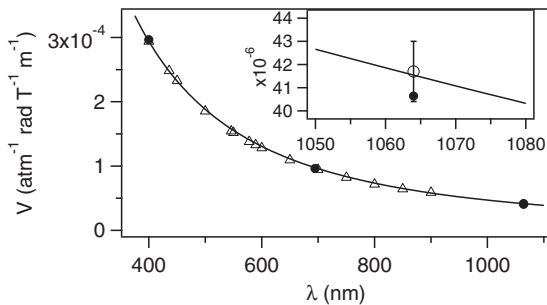


FIG. 7.  $\Delta$ : Experimental values of helium normalized Verdet constant at  $T = 273.15$  K reported in Ref. [7] for wavelengths from 363 to 900 nm. These values are fitted by the law  $A/\lambda^2$  (solid line).  $\circ$ : Our experimental value at  $T = 273.15$  K.  $\bullet$ : Theoretical predictions at  $T = 273.15$  K reported in Ref. [6]. Inset: Zoom around  $\lambda = 1064$  nm. The error bar corresponds to the  $1\sigma$  uncertainty of our measurement.

TABLE II. Experimental and theoretical values of the normalized Verdet constant at  $T = 273.15$  K,  $\lambda = 1064$  nm and with uncertainties at  $1\sigma$ .

Ref.	$V \times 10^5$ ( $\text{atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}$ )	Remarks
	Theory	
[6]	4.06	
[23]	$4.09 \pm 0.02$	Quadratically interpolated.
	Experiment	
[7]	$4.15 \pm 0.05$	Quadratically interpolated. Not absolute: scaled to water.
This work	$4.17 \pm 0.13$	

configuration-interaction method. Reference [6] gives values at different wavelengths that are plotted in Fig. 7 with the filled points. The value at  $\lambda = 1064$  nm is  $V = 4.06 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}$  and it is plotted in Fig. 7 with the filled point. Reference [23] does not give a value at 1064 nm, but it can be obtained by a quadratic interpolation of the data provided by the author. One obtains  $V = (4.09 \pm 0.02) \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} \text{ rad T}^{-1} \text{ m}^{-1}$ , with an uncertainty given by the fit. Both theoretical values are compatible with our experimental Verdet constant. All these theoretical and experimental values are summarized in Table II.

## IV. COTTON-MOUTON EFFECT OF HELIUM GAS

The Cotton-Mouton effect consists in a linear birefringence  $\Delta n_{\text{CM}}$  induced by a transverse magnetic field  $B_{\perp}$ . From Eqs. (4) and (5) we deduce that the ellipticity  $\Psi(t)$  to be measured is linked to  $k_{\text{CM}}$  by

$$\Psi(t) = 2F \frac{L_B}{\lambda} k_{\text{CM}} B_{\perp}^2(t) \sin 2\theta_P. \quad (33)$$

The angle  $\theta_P$  is adjusted to  $45^\circ$  with the experimental procedure explained in Ref. [13].

### A. Magnetic field

One can see that  $\Psi$  is proportional to  $B_{\perp}^2 L_B$ . In order to have  $\Psi$  as high as possible, we have to maximize this parameter. This is fulfilled using pulsed fields delivered by one magnet, named the “X-coil”, especially designed by the Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (LNCMI). The principle of this magnet and its properties are described in detail in Refs. [14,16]. It can provide a maximum field of more than 14 T over an equivalent length  $L_B$  of 0.137 m [13]. The high-voltage connections can be remotely switched to reverse the direction of the field. Thus we can set  $\mathbf{B}$  parallel or antiparallel to the  $x$  direction, as shown in Fig. 1.

The pulsed coil is immersed in a liquid-nitrogen cryostat to limit its heating. A pause between two pulses is necessary to let the magnet cool down to the equilibrium temperature. We do not need to use the coil at its maximum field since the sensitivity of our experiment is largely sufficient. We have chosen to apply a maximum field of 3 T in order to limit the aging of the magnet. From one shot to another, a relative

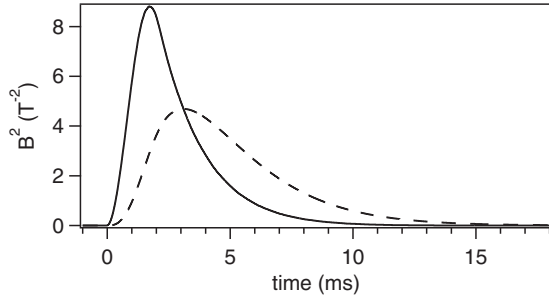


FIG. 8. Square of the magnetic field amplitude as a function of time for a maximum field of 3 T. Solid black curve,  $B_{\perp}^2$ ; dashed curve,  $B_{\perp,f}^2$ .

variation of the maximum of the field lower than 1.5% was observed due to variation of the power supply voltage.

The pulse duration is less than 10 ms, with the maximum of the field reached within 2 ms. Since the pulse duration is of the same order of magnitude as the photon lifetime inside the cavity, the filtering of the Fabry-Pérot cavity has to be taken into account for the magnetic field, as we said in Sec. II B 2. We calculate the filtered field  $B_{\perp,f}^2$  from  $B_{\perp}^2$  by using the first-order low-pass filter corresponding to the cavity. The time profiles of  $B_{\perp}^2$  and  $B_{\perp,f}^2$  are shown in Fig. 8, for a maximum field of 3 T.

### B. Analysis of Cotton-Mouton signal

As mentioned in Sec. II C, the ratio of the powers  $I_e$  and  $I_{t,f}$  is linked to the birefringence  $\Psi(t)$  to be measured as follows:

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2, \quad (34)$$

where  $\Theta_F(t)$  is the rotation angle due to the longitudinal component of the pulsed magnetic field inducing a Faraday effect in helium. This component  $B_{\parallel}(t)$  is first due to the X structure of the coil. It is around 230 times smaller than the transverse field, i.e., around 10 mT for a pulse of 3 T. Moreover a contribution to  $B_{\parallel}$  appears if the cryostat is not perfectly aligned with the optical axis. The diameter of the cryostat is 60 cm. A typical misalignment of 2 mm over this length, i.e., around 3 mrad, leads to a longitudinal component of 10 mT. Finally the estimated longitudinal magnetic field is about 20 mT. It can be present during a shot over an equivalent length  $L_B = 0.137$  m.

Using Eq. (19) and the value of the Verdet constant given in Eq. (30), we can calculate the rotation of the polarization  $\Theta_F$  due to  $B_{\parallel}$ . It is about 30 mrad per atmosphere of helium gas. We then calculate the ratio of the Faraday effect to the Cotton-Mouton effect,  $R_{F/CM}$ , given by Eq. (24). Since the static ellipticity is typically  $|\Gamma| \simeq 8 \times 10^{-4}$  rad corresponding to  $\epsilon \simeq 40 \mu\text{rad}$  as stated in Sec. II B 1, this ratio goes from 200 at  $40 \times 10^{-3}$  atm to 2600 at  $550 \times 10^{-3}$  atm. This shows that the Faraday effect component is not negligible and thus needs to be taken into account.

From Eq. (34), we obtain

$$\begin{aligned} \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} &= \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + 2\Gamma\Psi(t) + \Psi^2(t) \\ &\quad + 2\epsilon\Theta_F(t) + \Theta_F^2(t). \end{aligned} \quad (35)$$

This formula shows that the angle  $\epsilon$  carries the Faraday effect of the gas. During a Cotton-Mouton effect measurement we want to have the Faraday effect as small as possible. We therefore minimize  $\epsilon$  before the shot, once the value of  $\Gamma$  is set, by turning the analyzer A. As we can see in Fig. 2, this consists in aligning A, which was initially adjusted at  $90^\circ$  compared to the incident polarization, on the minor axis of the elliptical polarization. Nevertheless, in order to take into account the imperfections of this experimental adjustment, we still keep  $\epsilon$  in the formula, assuming that  $\epsilon^2 \ll \Gamma^2$ .

To extract the ellipticity  $\Psi(t)$ , we calculate the following  $Y(t)$  function:

$$\begin{aligned} Y(t) &= \frac{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - I_{dc}}{2|\Gamma|} \\ &= \gamma\Psi(t) + \frac{\Psi^2(t)}{2|\Gamma|} + \gamma \frac{|\epsilon|\Theta_F(t)}{2|\Gamma|} + \frac{\Theta_F^2(t)}{2|\Gamma|}, \end{aligned} \quad (36)$$

where  $\gamma$  corresponds to the sign of  $\Gamma$ .  $I_{dc}$  is the static signal:

$$I_{dc} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 = \left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle_{t < 0}, \quad (37)$$

and it is measured just before each shot, the magnetic field being applied at  $t = 0$ . We also measure the extinction ratio  $\sigma^2$  before each shot using the experimental procedure described in Sec. II B 1. The absolute value of the static ellipticity is then calculated as follows:

$$|\Gamma| = \sqrt{\left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle_{t < 0} - \sigma^2}. \quad (38)$$

Two parameters are adjustable in the experiment: the sign  $\gamma$  of the static ellipticity  $\Gamma$  and the direction of the transverse magnetic field. We acquire signals for both signs of  $\Gamma$  and both directions of  $\mathbf{B}$ : parallel to  $x$  is denoted as  $>0$  and antiparallel is denoted as  $<0$ . This gives four data series:  $(\Gamma > 0, B_{\perp} > 0)$ ,  $(\Gamma > 0, B_{\perp} < 0)$ ,  $(\Gamma < 0, B_{\perp} < 0)$ , and  $(\Gamma < 0, B_{\perp} > 0)$ . For each series, signals calculated with Eq. (36) are averaged and denoted as  $Y_{\gg}$ ,  $Y_{><}$ ,  $Y_{\ll}$ , and  $Y_{<>}$ . The first subscript corresponds to  $\Gamma > 0$  or  $\Gamma < 0$  while the second one corresponds to  $\mathbf{B}$  parallel or antiparallel to  $x$ .

The  $Y$  signals are the sum of different effects with different symmetries, denoted as  $S$ :

$$\begin{aligned} Y_{\gg} &= a_{\gg}S_{++} + b_{\gg}S_{+-} + c_{\gg}S_{--} + d_{\gg}S_{-+}, \\ Y_{><} &= a_{><}S_{++} - b_{><}S_{+-} - c_{><}S_{--} + d_{><}S_{-+}, \\ Y_{\ll} &= a_{\ll}S_{++} - b_{\ll}S_{+-} + c_{\ll}S_{--} - d_{\ll}S_{-+}, \\ Y_{<>} &= a_{<>}S_{++} + b_{<>}S_{+-} - c_{<>}S_{--} - d_{<>}S_{-+}. \end{aligned} \quad (39)$$

The first subscript in  $S$  corresponds to the symmetry with respect to the sign of  $\Gamma$  and the second one with respect to the direction of  $\mathbf{B}$ . The subscript  $+$  indicates an even parity while the subscript  $-$  indicates an odd parity. In practice  $w_{\gg} \simeq w_{><} \simeq w_{\ll} \simeq w_{<>}$  (with  $w = a, b, c, \text{ or } d$ ) depend on the experimental parameters. These values are not perfectly equal because the experimental parameters slightly vary from one shot to another, in particular the value of  $|\Gamma|$ .

Possible physical effects contributing to the different  $S$  signals are summarized in Table III. The  $S_{+-}$  signal does not appear in Eq. (36) but it has to be taken into account. It



TABLE III. Possible physical effects contributing to the  $S$  signals.

$S$ signal	Physical effect
$S_{++}(t)$	$\Theta_F^2(t), \Psi^2(t)$
$S_{+-}(t)$	<b>B</b> effects on photodiodes
$S_{--}(t)$	
$S_{-+}(t)$	$\gamma\Psi(t)$

corresponds to a signal with odd parity towards the direction of  $\mathbf{B}$  and even parity towards the sign of  $\Gamma$  that could be, for example, a spurious effect on the photodiodes  $\text{Ph}_t$  and  $\text{Ph}_e$  induced by the magnetic field.

Linear combinations of the  $Y$  signals allow the effects corresponding to the different symmetries to be highlighted:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{Y_{\gg} + Y_{><} + Y_{\ll} + Y_{<>}}{4}, \\
 &= \bar{a}S_{++} + \Delta b_1 S_{+-} + \Delta c_1 S_{--} + \Delta d_1 S_{-+}, \\
 J_2 &= \frac{Y_{\gg} - Y_{><} - Y_{\ll} + Y_{<>}}{4}, \\
 &= \bar{b}S_{+-} + \Delta a_2 S_{++} + \Delta c_2 S_{--} + \Delta d_2 S_{-+}, \\
 J_3 &= \frac{Y_{\gg} - Y_{><} + Y_{\ll} - Y_{<>}}{4}, \\
 &= \bar{c}S_{--} + \Delta a_3 S_{++} + \Delta b_3 S_{+-} + \Delta d_3 S_{-+}, \\
 J_4 &= \frac{Y_{\gg} + Y_{><} - Y_{\ll} - Y_{<>}}{4}, \\
 &= \bar{d}S_{-+} + \Delta a_4 S_{++} + \Delta b_4 S_{+-} + \Delta c_4 S_{--},
 \end{aligned} \tag{40}$$

with  $\Delta w_i \simeq 0$  ( $w = a, b, c,$  or  $d$  and  $i = 1, 2, 3,$  or  $4$ ). The signal we want to measure is  $\Psi(t)$  which corresponds to the main part of  $S_{-+}(t)$ , and is thus proportional to  $B_{\perp,f}^2$ . We can write

$$\begin{aligned}
 J_4 &= \alpha B_{\perp,f}^2 + \Delta a_4 S_{++} + \Delta b_4 S_{+-} + \Delta c_4 S_{--} \\
 &\simeq \alpha B_{\perp,f}^2.
 \end{aligned} \tag{41}$$

We fit the function  $J_4$  with  $\alpha B_{\perp,f}^2$  to obtain  $\alpha$ . The Cotton-Mouton constant  $k_{\text{CM}}$  finally depends on the measured experimental parameters as follows:

$$k_{\text{CM}}(T, P) = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{\text{FSR}}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta_p}. \tag{42}$$

The terms  $T$  and  $P$  correspond to the gas temperature and pressure.

## C. Results

### 1. Our result

We have taken data for helium pressures ranging from  $40 \times 10^{-3}$  to  $550 \times 10^{-3}$  atm. Before injecting the gas, we pumped the vacuum chamber and the initial pressure was about  $10^{-10}$  atm. Several series of four shots ( $\Gamma > 0, B_{\perp} > 0$ ;  $\Gamma > 0, B_{\perp} < 0$ ;  $\Gamma < 0, B_{\perp} < 0$ ; and  $\Gamma < 0, B_{\perp} > 0$ ) were acquired for each pressure. The vacuum chamber was pumped between two measurements at different pressures, which made them totally independent. The temperature of the gas during the magnetic pulse was measured previously [13] and was  $T = (293 \pm 1)$  K. For this set of measurement the mean

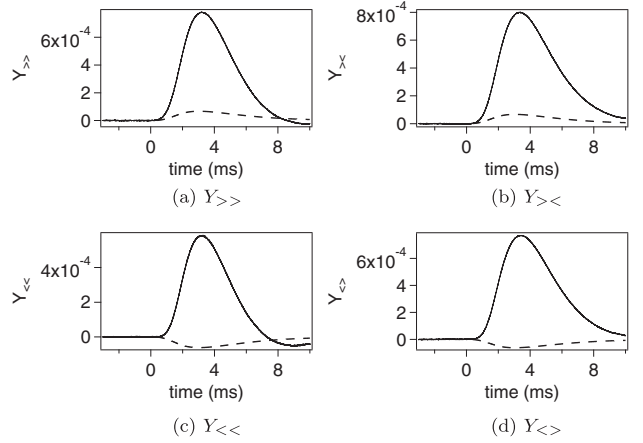


FIG. 9. Time evolution of the  $Y(t)$  signals at a pressure of  $550 \times 10^{-3}$  atm. Solid black curve, experimental data; dashed curve, expected signal from the theoretical prediction considering only the Cotton-Mouton effect.

photon lifetime inside the cavity is  $\tau = (1.06 \pm 0.02)$  ms, corresponding to a finesse of  $438\,000 \pm 8000$ .

The signals  $Y_{\gg}, Y_{><}, Y_{\ll}$ , and  $Y_{<>}$  obtained for a pressure of  $550 \times 10^{-3}$  atm are plotted in Fig. 9. We calculate the signals expected from the theoretical prediction considering only the Cotton-Mouton effect [5]. The theoretical signals (dashed line) are superimposed on the experimental data (solid line). One can see that the  $Y$  signals do not match at all with the expected signals. A more refined study is thus needed to extract the Cotton-Mouton effect. The  $Y$  signals are in fact linear combinations of different effects with different symmetries with respect to the sign of  $\Gamma$  and the direction of  $\mathbf{B}$ , as predicted in Eqs. (39).

We then calculate the corresponding  $J$  signals, plotted in Fig. 10. In order to validate the physical origin of  $J_1, J_2, J_3$ , and  $J_4$ , we have studied the evolution of the values of their maxima as a function of pressure. They are shown in Fig. 11. In this range of pressure, helium can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of the Faraday and Cotton-Mouton effects is thus linear. We see that the maxima of  $J_3$  and

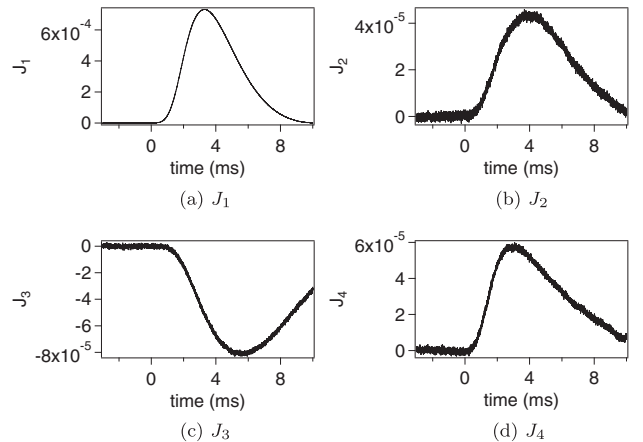


FIG. 10. Time evolution of the  $J(t)$  signals at a pressure of  $550 \times 10^{-3}$  atm.

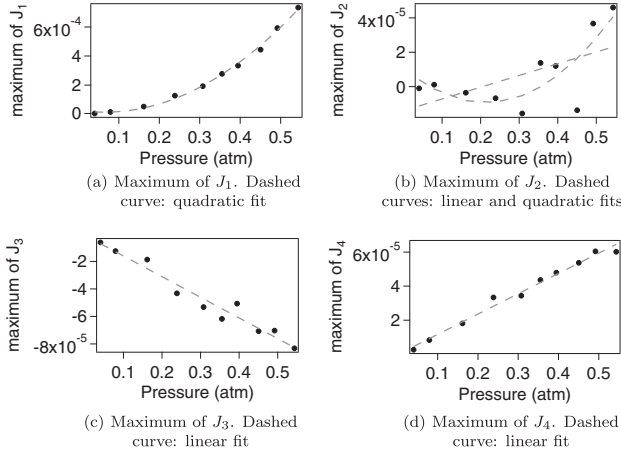


FIG. 11. Evolution of the maximum of the  $J(t)$  signals as a function of pressure.

$J_4$  are proportional to the pressure, which is consistent with the Faraday effect due to the residual longitudinal magnetic field  $B_{\parallel}$  and the Cotton-Mouton effect due to the transverse magnetic field  $B_{\perp}$ . The maximum of  $J_1$  increases with the square of the pressure. This confirms that this signal contains the terms  $\Theta_F^2$  and  $\Psi^2$ . The value of the  $J_2$  maximum does not have a clear dependence on the pressure. Moreover the shape of  $J_2(t)$  is not the same from one pressure to another. Finally, the  $J_2$  signals can be fitted by a linear combination of  $J_1$ ,  $J_3$ , and  $J_4$ . Thus, we deduce that  $J_2$  is essentially a linear combination of the other signals, and that the signal  $\bar{b}S_{+-}$  is almost zero.

Thus we can write

$$\begin{aligned} J_1 &\simeq \bar{a}S_{++}, & J_2 &\simeq \Delta a_2 S_{++} + \Delta c_2 S_{--} + \Delta d_2 S_{-+}, \\ J_3 &\simeq \bar{c}S_{--}, & J_4 &\simeq \bar{d}S_{-+}. \end{aligned} \quad (43)$$

The main contribution to  $J_4$  comes from the Cotton-Mouton effect. We thus fit  $J_4(t)$  with  $\alpha B_{\perp,f}^2(t)$ . The value of  $k_{\text{CM}}$  is then calculated using Eq. (42).

For the lowest pressures, the Cotton-Mouton signal, proportional to  $\alpha B_{\perp,f}^2$ , also decreases. In this case,  $\Delta a_4 S_{++}$  and  $\Delta c_4 S_{--}$  are not completely negligible compared to  $\alpha B_{\perp,f}^2$ . This is shown in Fig. 12 where a typical signal obtained for a helium pressure of  $162 \times 10^{-3}$  atm is plotted. We see that the

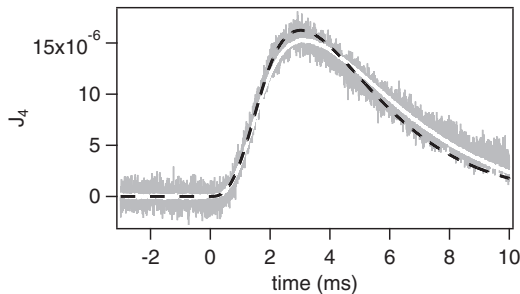


FIG. 12. Gray: Time evolution of  $J_4$  for a pressure of  $162 \times 10^{-3}$  atm. Black dashed curve: fit with  $\alpha B_{\perp,f}^2$ . White solid curve: fit with  $\alpha B_{\perp,f}^2 + \alpha_1 J_1 + \alpha_3 J_3$ , the value of  $\alpha$  being fixed at the value obtained with the previous fit  $\alpha B_{\perp,f}^2$ .

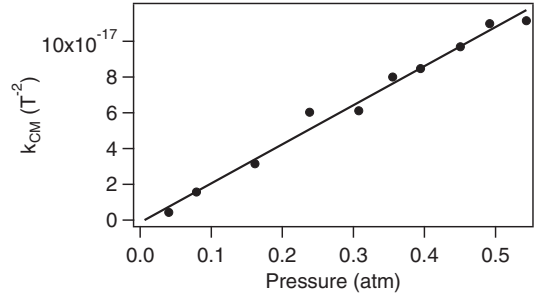


FIG. 13. Linear magnetic birefringence of helium gas as a function of pressure. The solid line corresponds to a linear fit of the experimental data.

fit of  $J_4$  with  $\alpha B_{\perp,f}^2$  does not perfectly match the experimental data. To obtain a better fit, we have to add parameters. To this end, we first fix the value of  $\alpha$  at the value obtained with the first fit  $\alpha B_{\perp,f}^2$ . Then we fit  $J_4$  with  $\alpha B_{\perp,f}^2 + \alpha_1 J_1 + \alpha_3 J_3$ .  $J_2$  is not used in this fit because, as we said before, it is mainly a linear combination of the other signals. One can see in Fig. 12 that this fit now matches the data much better. We can conclude that, in this case, we have

$$J_4 = \alpha B_{\perp,f}^2 + \Delta a_4 S_{++} + \Delta c_4 S_{--} \quad (44)$$

$$= \alpha B_{\perp,f}^2 + \frac{\Delta a_4}{\bar{a}} J_1 + \frac{\Delta c_4}{\bar{c}} J_3, \quad (45)$$

with  $\alpha_2 = \Delta a_4 / \bar{a}$  and  $\alpha_3 = \Delta c_4 / \bar{c}$ . This fit procedure repeated for each pressure shows that we always have  $\alpha_2$  and  $\alpha_3$  lower than 0.1.

The value of  $k_{\text{CM}}$  as a function of the pressure is shown in Fig. 13. A linear fit of this data gives  $k_{\text{CM}} = (2.19 \pm 0.09) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2} \text{ atm}^{-1}$  at  $T = (293 \pm 1) \text{ K}$ . Its  $k_{\text{CM}}$ -axis intercept is consistent with zero within the uncertainties.

The  $A$ -type uncertainties come from the fit and from the photon lifetime with a relative variation lower than 2%. The  $B$ -type uncertainties have been evaluated previously and detailed in Ref. [13]. They essentially come from the length of the magnetic field  $L_B$ . They are summarized in Table IV. We obtain for the value of the Cotton-Mouton constant at  $T = (293 \pm 1) \text{ K}$

$$k_{\text{CM}} = (2.19 \pm 0.12) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2} \text{ atm}^{-1}. \quad (46)$$

TABLE IV. Parameters that have to be measured to infer the value of the Cotton-Mouton constant  $k_{\text{CM}}$  and their respective relative  $B$ -type uncertainties at  $1\sigma$ .

Parameter	Typical value	Relative $B$ -type uncertainty
$\alpha$	$10^{-5} \text{ rad T}^{-2}$	$2.2 \times 10^{-2}$
$\Delta^{\text{FSR}}$	65.996 MHz	$3 \times 10^{-4}$
$L_B$	0.137 m	$2.2 \times 10^{-2}$
$\lambda$	1064.0 nm	$< 5 \times 10^{-4}$
$\sin 2\theta_p$	1.0000	$9 \times 10^{-4}$
Total		$3.1 \times 10^{-2}$

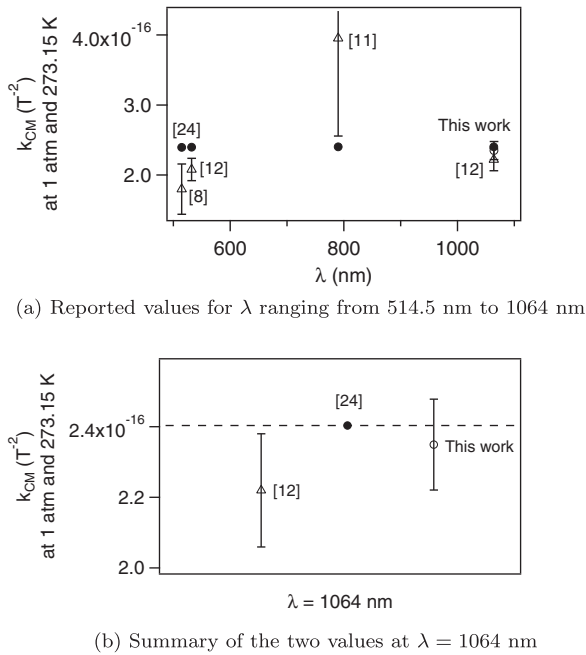


FIG. 14. Comparison of reported values of the Cotton-Mouton effect of helium gas.  $\Delta$ , experimental values of helium Cotton-Mouton constant reported in Refs. [8,11,12];  $\circ$ , our experimental value;  $\bullet$  and dashed line, theoretical predictions reported in Ref. [24].

The value of  $k_{CM}$  normalized at 273.15 K is calculated with a scale law on the gas density:

$$k_{CM} = (2.35 \pm 0.13) \times 10^{-16} \text{ T}^{-2} \text{ atm}^{-1}, \quad (47)$$

at  $\lambda = 1064$  nm, taking into account the uncertainty on the temperature.

## 2. Comparison

The value of the Cotton-Mouton effect in helium is calculated very precisely by *ab initio* quantum chemistry computational methods [5]. Theoreticians concentrate on the calculation of the hypermagnetizability anisotropy  $\Delta\eta$  while experimentalists measure the birefringence  $\Delta n_{CM} = k_{CM} B^2$ . The Cotton-Mouton constant  $k_{CM}$  is linked to  $\Delta\eta$  by [10]

$$k_{CM} (\text{atm}^{-1} \text{ T}^{-2}) = \frac{6.18381 \times 10^{-14}}{T} \Delta\eta (\text{a.u.}). \quad (48)$$

Few experiments have been realized to measure the Cotton-Mouton effect of helium. The results are summarized in Table V. The theoretical values correspond to those of Ref. [24]. The latter have been obtained using the full configuration-interaction (FCI) method and the most extended wave function basis. They are expected therefore to be very accurate.

Our result is compatible at better than  $1\sigma$  with the theoretical prediction. In Fig. 14 we summarize the results for the Cotton-Mouton measurements at 273.15 K.

## V. DISCUSSIONS AND CONCLUSION

In this paper we report a measurement of the Faraday and Cotton-Mouton effects at  $\lambda = 1064$  nm. Both measurements have precisions that are of the order of a few percent,

TABLE V. Experimental and theoretical values of the Cotton-Mouton constant for helium gas. Values are normalized for a temperature of 273.15 K and a pressure of 1 atm. Uncertainties are given at  $1\sigma$ .

Ref.	Experimental results		Theoretical prediction [24]
	$\lambda$ (nm)	$10^{16} k_{CM} (T^{-2})$	$10^{16} k_{CM} (T^{-2})$
[8]	514.5	$1.80 \pm 0.36$	2.3959
[12]	532	$2.08 \pm 0.16$	2.3966
[11]	790	$3.95 \pm 1.40$	2.4018
[12]	1064	$2.22 \pm 0.16$	2.4036
This work	1064	$2.35 \pm 0.13$	2.4036

corresponding to one of the most precise birefringence measurements. Our measurements are also in agreement with theory at better than  $1\sigma$ . It is worthwhile to stress that our Faraday measurement is absolute, while previous results [7,22] were given with respect to the Faraday effect of water.

Our Cotton-Mouton measurement agrees well with the recent theoretical prediction obtained using the FCI method and the most extended wave function basis. This solves the problem of the discrepancy between experiment and theory originating from the first 1991 measurements and calculation [10] and that still persisted (see Table V).

The measurement of such small Cotton-Mouton effects, like that of helium, is important not only to test the quantum chemistry predictions. It is also a crucial test for the apparatuses devoted to the search for vacuum magnetic birefringence. Quantum electrodynamics predicts that a vacuum, like any other centrosymmetric medium, should exhibit a Cotton-Mouton effect [25]. This fundamental prediction has not yet been experimentally proven. Several attempts have been made and a few are still under way [25]. The vacuum Cotton-Mouton effect should be about eight orders of magnitude smaller than that of helium at 1 atm. Measurement of the Cotton-Mouton effect of helium is therefore compulsory in the search to improve the sensitivity of such apparatuses.

Our experimental method based on pulsed fields coupled to a Fabry-Pérot cavity seems very appropriate to reach the sensitivity needed for vacuum measurement. The measurements reported here validate the whole procedure of data taking and signal analysis that allow isolation of the main effect from the spurious ones due to signal symmetries. They are therefore a significant step in the road towards vacuum linear magnetic birefringence.

## ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the members of the BMV Collaboration, and in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, B. Griffe, J. Mauchain, M. Nardone, J.-P. Nicolin, and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We are grateful to A. Rizzo for discussions and useful suggestions on the manuscript, and T. Achilli for contributing to the Faraday measurements as a summer student. We acknowledge the support of the Fondation pour la Recherche IXCORE and the ANR-Programme non Thématique (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

- [1] M. Faraday, *Philos. Trans. R. Soc. London* **136**, 1 (1846).
- [2] J. Kerr, *Br. Assoc. Rep.* 568 (1901).
- [3] Q. Majorana, *Rend. Accad. Lincei* **11**, 374 (1902); C. R. Hebd. Séances Acad. Sci. Paris **135**, 159 (1902).
- [4] A. Cotton and H. Mouton, C. R. Hebd. Séances Acad. Sci. **141**, 317 (1905); **142**, 203 (1906); **145**, 229 (1907); C. R. Hebd. Séances Ann. Chem. Phys. **11**, 145 (1907).
- [5] A. Rizzo and S. Coriani, *Adv. Quantum Chem.* **50**, 143 (2005).
- [6] U. Ekström, P. Norman, and A. Rizzo, *J. Chem. Phys.* **122**, 074321 (2005).
- [7] L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg, *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 538 (1956).
- [8] R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, Y. Semertzidis, H. Halama, D. Lazarus, A. Prodell, F. Nezirick, P. Micossi, C. Rizzo, G. Ruoso, and E. Zavattini, *Phys. Lett. A* **157**, 125 (1991).
- [9] M. J. Jamieson, *Chem. Phys. Lett.* **183**, 9 (1991).
- [10] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, *Int. Rev. Phys. Chem.* **16**, 81 (1997).
- [11] K. Muroo, N. Ninomiya, M. Yoshino, and Y. Takubo, *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 2249 (2003).
- [12] M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, V. Lozza, E. Milotti, E. Polacco, G. Raiteri, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini, *Chem. Phys. Lett.* **471**, 322 (2009).
- [13] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **85**, 013837 (2012).
- [14] R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Tréneç, J.-M. Mackowski, G. L. Rikken, J. Vigué, and C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008).
- [15] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, and H. J. Ward, *Appl. Phys. B: Photophys. Laser Chem.* **31**, 97 (1983).
- [16] S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **18**, 600 (2008).
- [17] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **97**, 457 (2009).
- [18] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and M. Oger, *Opt. Lett.* **20**, 671 (1995).
- [19] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, and G. Zavattini, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **65**, 351 (1997).
- [20] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **100**, 803 (2010).
- [21] E. Verdet, C. R. Hebd. Seances Acad. Sci. **39**, 548 (1854).
- [22] L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg, *J. Opt. Soc. Am.* **44**, 566 (1954).
- [23] I. M. Savukov, *Phys. Rev. A* **85**, 052512 (2012).
- [24] S. Coriani, C. Hättig, and A. Rizzo, *J. Chem. Phys.* **111**, 7828 (1999).
- [25] R. Battesti and C. Rizzo, *Rep. Prog. Phys.* **76**, 016401 (2013).



# Annexe G

## Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment

A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo,  
*Eur. Phys. J. D* **68**, (2014).



# Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields: status of the BMV experiment

Agathe Cadène, Paul Berceau, Mathilde Fouché, Rémy Battesti, and Carlo Rizzo<sup>a</sup>

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UJF-INSA), 31400 Toulouse Cedex, France

Received 18 November 2013

Published online 23 January 2014 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2014

**Abstract.** We present the current status of the BMV experiment. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to a transverse magnetic field. We detail our data acquisition and analysis procedure which takes into account the symmetry properties of the raw data with respect to the orientation of the magnetic field and the sign of the cavity birefringence. The measurement result of the vacuum magnetic linear birefringence  $k_{\text{CM}}$  presented in this paper was obtained with about 200 magnetic pulses and a maximum field of 6.5 T, giving a noise floor of about  $8 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  at  $3\sigma$  confidence level.

## 1 Introduction

It is known since the beginning of the 20th century that any medium shows a linear birefringence in the presence of a transverse external magnetic field  $\mathbf{B}$ . This effect is usually known as the Cotton-Mouton (CM) effect (see Ref. [1] and references therein). The existence of such a magnetic linear birefringence has also been predicted in vacuum around 1970 in the framework of quantum electrodynamics (QED) [2,3]. It is one of the non-linear optical effects described by the Heisenberg-Euler effective lagrangian (see Ref. [4] and references therein) and it can be seen as the result of the interaction of the external magnetic field with quantum vacuum fluctuations. In a vacuum therefore the index of refraction  $n_{\parallel}$  for light polarized parallel to  $\mathbf{B}$  is expected to be different from the index of refraction  $n_{\perp}$  for light polarized perpendicular to  $\mathbf{B}$  such that [4]:

$$\Delta n_{\text{CM}} = n_{\parallel} - n_{\perp}, \quad (1)$$

$$= k_{\text{CM}} B^2. \quad (2)$$

At the first order in the fine structure constant  $\alpha$ ,  $k_{\text{CM}}$  can be written as:

$$k_{\text{CM}} = 2\alpha^2 \hbar^3 / 15\mu_0 m_e^4 c^5, \quad (3)$$

with  $\hbar$  the Planck constant over  $2\pi$ ,  $m_e$  the electron mass,  $c$  the speed of light in vacuum, and  $\mu_0$  the magnetic constant. Using the CODATA recommended values for fundamental constants [5], one obtains:

$$k_{\text{CM}} \sim 4.0 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}. \quad (4)$$

In spite of several experimental attempts, the experimental proof of such a very fundamental QED prediction is

still lacking [4]. All recent experiments, both completed or running, measure  $\Delta n_{\text{CM}}$  via the ellipticity  $\psi$  induced on a linearly polarized light propagating in the birefringent vacuum:

$$\psi = \pi k_{\text{CM}} \frac{L_B}{\lambda} B^2 \sin 2\theta_P, \quad (5)$$

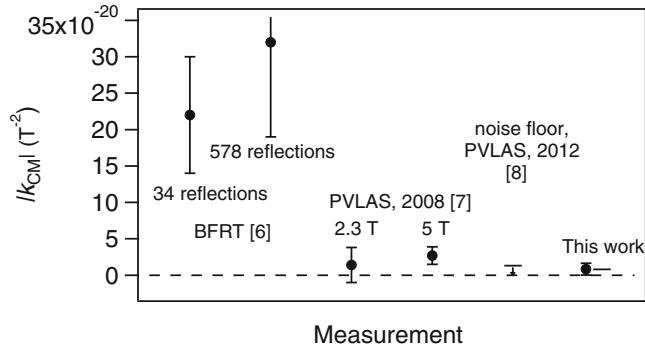
where  $\lambda$  is the light wavelength,  $L_B$  is the path length in the magnetic field, and  $\theta_P = 45^\circ$  is the angle between the light polarization and the birefringence axis. This equation clearly shows that the critical experimental parameter is the product  $B^2 L_B$ . In order to increase the ellipticity to be measured, one usually uses an optical cavity to store light in the magnetic field region as long as possible. The total acquired ellipticity  $\Psi$  is linked to the ellipticity  $\psi$  acquired in the absence of cavity and depends on the cavity finesse  $F$  as:

$$\Psi = \frac{2F}{\pi} \psi. \quad (6)$$

After the theoretical calculations in the 70s, a first measurement of the  $k_{\text{CM}}$  value was published by the BFRT collaboration [6]. It was based on a superconducting magnet providing a maximum field of 3.9 T, and a multi-pass optical cavity. Spurious signals were always present (see table V(b) in [6]). Final results gave  $k_{\text{CM}} = (2.2 \pm 0.8) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$  at  $3\sigma$  confidence level for 34 reflections inside the cavity, and  $k_{\text{CM}} = (3.2 \pm 1.3) \times 10^{-19} \text{ T}^{-2}$  for 578 reflections. In 2008 a new measurement was published by the PVLAS collaboration using a Fabry-Pérot optical cavity and a superconducting magnet providing a 2.3 T field:  $k_{\text{CM}} = (1.4 \pm 2.4) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  at  $3\sigma$  [7]. The same experiment at 5 T gave  $k_{\text{CM}} = (2.7 \pm 1.2) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  at  $3\sigma$ . More recently a new version of the PVLAS apparatus based on two 2.5 T permanent magnets and a Fabry-Pérot optical cavity reached a noise floor corresponding to  $k_{\text{CM}} = 1.3 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  at  $3\sigma$ , but “only when no

<sup>a</sup> e-mail: carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr





**Fig. 1.** Comparison of reported absolute values of the vacuum magnetic linear birefringence and their uncertainties represented at  $3\sigma$ .

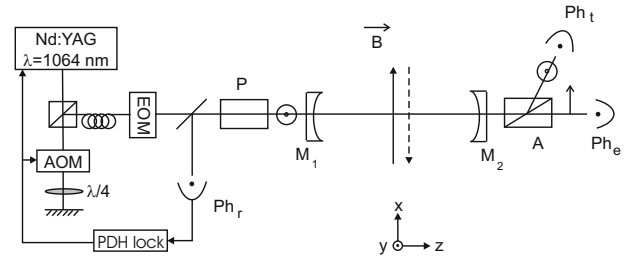
spurious signal was observed” [8]. All over our paper, we give error bars at  $3\sigma$  corresponding to a confidence level of 99.8%, that usually indicates an evidence for a non-zero signal. All these measurements are summarized in Figure 1. This clearly shows that vacuum CM measurements are true experimental challenges and that one has to focus not only on getting the best optical sensitivity and maximizing the signal to be measured, but also on minimizing all the unwanted systematic effects by decoupling the apparatus from their sources and by performing an appropriate data analysis.

In this paper we present a measurement of  $k_{CM}$  obtained using the first generation setup of the BMV (*Biréfringence Magnétique du Vide*) experiment at the National High Magnetic Field Laboratory of Toulouse, France – (LNCMI-T) [9]. The novelty of this experiment is the use of pulsed magnetic fields. This method allows to provide the highest magnetic fields in terrestrial laboratories without destroying the coil itself [4]. Our apparatus is also based on the use of an infrared Fabry-Pérot cavity among the sharpest in the world [10]. We calibrated our experiment using nitrogen gas [10], and recently published a high precision measurement of the Cotton-Mouton effect of helium gas compatible with the theoretical prediction [11]. We present our data acquisition and analysis procedure that takes into account the symmetry properties of the raw data with respect to the orientation of the magnetic field and the sign of the cavity birefringence. The measurement result of the vacuum magnetic linear birefringence  $k_{CM}$  presented in this paper was obtained with about 200 magnetic pulses and a maximum field of 6.5 T. It corresponds to the best noise floor ever reached. It is therefore a clear validation of our innovative experimental method.

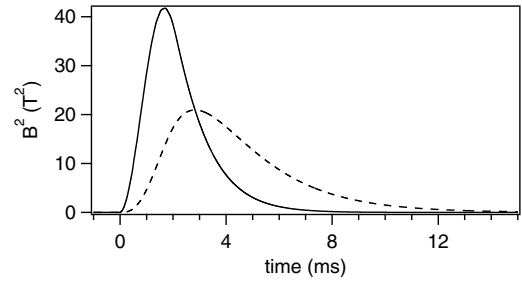
## 2 Experimental setup

### 2.1 Apparatus

Our experimental setup is described in reference [11]. As shown in Figure 2, 30 mW of a linearly polarized Nd:YAG laser beam ( $\lambda = 1064$  nm) goes through an acousto-optic modulator (AOM) used in double pass for an adjustment



**Fig. 2.** Experimental setup. EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; PDH, Pound-Drever-Hall; Ph, photodiode; P, polarizer; A, analyzer. See text for more details.



**Fig. 3.** Square of the magnetic field amplitude as a function of time for a maximum field of 6.5 T. Solid black curve,  $B^2$ ; dashed curve,  $B_r^2$ .

of the laser frequency. It is then injected into a monomode optical fiber before entering a high finesse Fabry-Pérot cavity of length  $L_c = 2.27$  m, consisting of the mirrors  $M_1$  and  $M_2$ . This corresponds to a cavity free spectral range of  $\Delta^{FSR} = c/2L_c = 65.996$  MHz. The laser passes through an electro-optic modulator (EOM) creating sidebands at 10 MHz. We analyze the beam reflected by the cavity on the photodiode  $Ph_r$ . This signal is used to lock the laser frequency to the cavity resonance frequency using the Pound-Drever-Hall method [12], via the acousto-optic modulator and the piezoelectric and Peltier elements of the laser.

To measure the ellipticity induced by the Cotton-Mouton effect one needs a transverse magnetic field as high as possible. This is fulfilled using pulsed fields delivered by one magnet, named X-coil, especially designed in our laboratory. The principle of this magnet and its properties are described in details in references [9,13]. It can provide a maximum field of more than 14 T over an equivalent length  $L_B$  of 0.137 m [10]. Data have been taken with a maximum magnetic field of 6.5 T reached within 1.70 ms while the total duration of a pulse is less than 10 ms as shown in Figure 3. Moreover, we can remotely switch the high-voltage connections to reverse  $B$  in order to set it parallel or antiparallel to the  $x$  direction. The maximum repetition rate is 6 pulses per hour.

We infer the cavity finesse from the measurement of the photon lifetime  $\tau$  [10]. Its value is regularly checked during data taking and we get  $\tau = 1.07$  ms. The corresponding finesse is:

$$F = \frac{\pi c \tau}{L_c}. \quad (7)$$

We get  $F = 445\,000$  with a relative variation that does not exceed 6% at the  $3\sigma$  confidence level. This corresponds to a cavity linewidth  $\Delta\nu = c/2FL_c$  of 148 Hz. This is one of the sharpest infrared cavity in the world [10].

Before entering the Fabry-Pérot cavity, light is polarized by the polarizer P. The beam transmitted by the cavity is then analyzed by the analyzer A crossed at maximum extinction. We extract both polarizations: parallel and perpendicular to P. The extraordinary ray, whose polarization is perpendicular to the incident polarization, is detected by the photodiode Ph<sub>e</sub> (power  $I_e$ ), while the ordinary ray, whose polarization is parallel to the incident polarization, is detected by Ph<sub>t</sub> (power  $I_t$ ).

All the optical devices from the polarizer to the analyzer are placed in an ultrahigh-vacuum chamber. During operation, the pressure inside the UHV vessel was about  $10^{-7}$  mbar. We have monitored the vacuum quality with a residual gas analyzer. Residual gases can cause a measurable CM effect. Most important contributions come from N<sub>2</sub> and O<sub>2</sub> leading to a  $k_{CM}$  of  $1.5 \times 10^{-23}$  T<sup>-2</sup>. Moreover dielectric mirrors also induce a CM effect corresponding to an ellipticity of  $8 \times 10^{-10}$  rad T<sup>-2</sup> per reflection, as reported in reference [14]. The stray transverse magnetic field at the mirror position is smaller than 150 μT, giving in our case  $k_{CM} < 1 \times 10^{-24}$  T<sup>-2</sup>. We expect these CM effects to be smaller than the measured noise floor.

## 2.2 Signals

The ellipticity  $\Psi(t)$  induced by the transverse magnetic field is related to the ratio of the extraordinary and ordinary powers as follows:

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2, \\ \simeq \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t) \text{ for } \Psi \ll \Gamma, \quad (8)$$

with  $\sigma^2$  the polarizer extinction ratio and  $\Gamma$  the total static ellipticity. This static ellipticity is due to the mirrors' intrinsic phase retardation [15]. Each mirror can be regarded as a wave plate. The combination of both wave plates gives a single wave plate with a total phase retardation and an axis orientation that depend on each mirror phase retardation and on their relative orientation [16,17]. Thus, we adjust the value of  $\Gamma$  by rotating the mirrors M<sub>1</sub> and M<sub>2</sub> around the  $z$ -axis corresponding to the axis of light propagation.

To measure the polarizer extinction ratio, we first set  $\Gamma = 0$ , with no magnetic field. We get  $I_e/I_{t,f} = \sigma^2 \sim 7 \times 10^{-7}$ . Then, to reach the best sensitivity, we need  $\Gamma^2 \sim \sigma^2$  [9]. Starting from  $\Gamma = 0$  and rotating M<sub>1</sub> in the clockwise or counterclockwise direction, we choose the value of  $\Gamma$ , as well as its sign determined by CM measurements in nitrogen and helium gas. The measurement of  $\sigma^2$  and the adjustment of the value and sign of  $\Gamma$  are done before each magnetic pulse.

Due to the photon lifetime, the cavity acts as a first order low pass filter, as explained in details in reference [18].

Its complex response function  $H(\nu)$  is given by:

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu}{\nu_c}}, \quad (9)$$

with  $\nu$  the frequency and  $\nu_c = 1/4\pi\tau \simeq 74$  Hz the cavity cutoff frequency. This filtering has to be taken into account in particular for the time dependent magnetic field applied inside the Fabry-Pérot cavity. The ellipticity  $\Psi$  induced by the external magnetic field is thus proportional to  $B_f^2$ :

$$\Psi(t) = \alpha B_f^2(t), \quad (10)$$

where the filtered field  $B_f^2$  is calculated from  $B^2$  taking into account the cavity filtering. The time profile of  $B_f^2$  is plotted in Figure 3 with the dashed curve. In particular, the cavity filtering induces an attenuation and a shift of the maximum. The cavity filtering has also to be applied to  $I_t$  as explained in details in references [11,18].

The calculated signals used for the analysis are described in details in reference [11]. In order to extract the ellipticity  $\Psi(t)$  from equation (8), we calculate the following  $Y(t)$  signal after each pulse:

$$Y(t) = \frac{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - I_{dc}}{2|\Gamma|}, \quad (11)$$

$$\simeq \gamma\Psi(t), \quad (12)$$

where  $\gamma$  corresponds to the sign of  $\Gamma$ . We calculate the static signal  $I_{dc} = \sigma^2 + \Gamma^2$  before the pulse as follows:

$$I_{dc} = \left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle_{t_R < t < 0}, \quad (13)$$

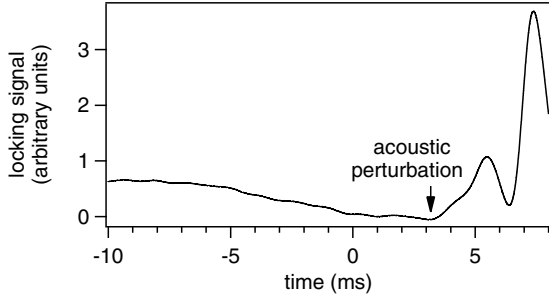
where  $t_R$  corresponds to the beginning of the analysis and  $t = 0$  to the beginning of the applied magnetic field. The absolute value of the cavity ellipticity is measured a few milliseconds before each magnetic pulse thanks to the following equation:

$$|\Gamma| = \sqrt{\left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle_{t_R < t < 0} - \sigma^2}. \quad (14)$$

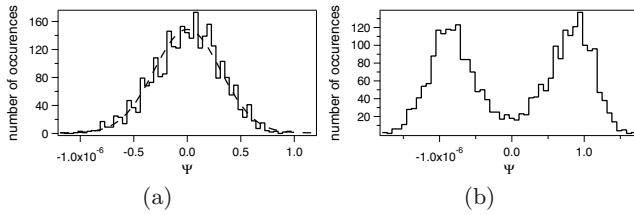
Signals  $Y(t)$  are collected for both signs of  $\Gamma$  and for both directions of  $\mathbf{B}$ : parallel to  $x$  is denoted as  $>0$  and antiparallel is denoted as  $<0$ . This gives four data series:  $(\Gamma > 0, B > 0)$ ,  $(\Gamma > 0, B < 0)$ ,  $(\Gamma < 0, B < 0)$  and  $(\Gamma < 0, B > 0)$ . For each series, signals calculated with equation (11) are averaged and denoted as  $Y_{\gg}$ ,  $Y_{><}$ ,  $Y_{\ll}$  and  $Y_{<>}$ . The first subscript corresponds to  $\Gamma > 0$  or  $< 0$  and the second one corresponds to  $\mathbf{B}$  parallel or antiparallel to  $x$ .

## 3 Data analysis and results

The raw signals, such as  $I_t(t)$ ,  $I_e(t)$ ,  $B(t)$  or the cavity locking signal, are recorded 25 ms before the beginning of the magnetic field and 25 ms after. A typical cavity locking



**Fig. 4.** Time evolution of the locking signal during a magnetic pulse. The magnetic field is applied at  $t = 0$  ms.



**Fig. 5.** Typical histogram of  $\Psi(t)$  before the magnetic pulse. (a) The histogram can be fitted by a gaussian function (dashed curve): the shot is selected. (b) Rejected shot.

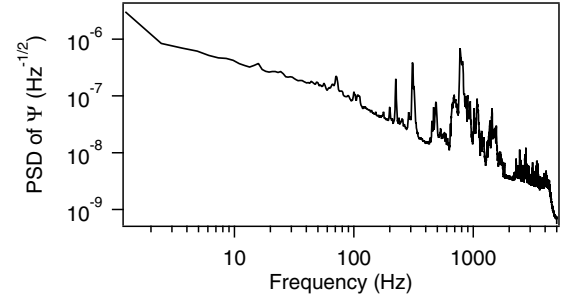
signal is plotted in Figure 4. We clearly see a perturbation which begins at about 3.2 ms. This corresponds to the acoustic perturbation triggered at  $t = 0$  by the magnetic pulse. This perturbation travels through the air to the mirror mounts. We have confirmed the arrival time on the mirror mounts with accelerometers. This perturbation induces an ellipticity noise which degrades our sensitivity. We have thus decided to stop the analysis at  $t = 3.1$  ms. Symmetrically, we start the analysis at  $t_r = -3.1$  ms. It also allows to avoid drifts and long time variations of  $\Gamma$ .

For each pulse applied in vacuum, we first calculate the  $|\Gamma|$  value following equation (14). To check that this corresponds to a meaningful value, we plot the histogram of the following signal for  $t_r < t < 0$ :

$$\Psi(t) = \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - \sigma^2} - \Gamma. \quad (15)$$

This corresponds to 3100 values acquired every  $1 \mu\text{s}$ . With white noise and because no induced ellipticity is present at  $t < 0$ , the histogram is centered on 0 and corresponds to a gaussian distribution, as shown in Figure 5a.

However, some of the histograms cannot be fitted by a gaussian function, as shown in Figure 5b. The main origin of this type of distributions is mechanical oscillations of the setup induced by the environment and leading to static ellipticity fluctuations, even if the magnetic field is not applied. These mechanical oscillations can be directly observed on the power spectral density (PSD) of the ellipticity  $\Psi$  in the absence of the magnetic field, as shown in Figure 6. In the case corresponding to Figure 5b, we cannot give a statistical and significant value of  $\Gamma$ . The



**Fig. 6.** Power spectral density of  $\Psi$  in the absence of the magnetic field. We observe the different mechanical resonances of the setup.

corresponding shots are thus rejected. Finally we selected 101 pulses. It should be noted that this selection is performed for  $t < 0$ , thus before the magnetic pulse. We do not select or reject pulses with an analysis on the signal we want to measure, thus induced by the magnetic field at  $t > 0$ .

From the 101 selected pulses, we calculate the signals  $Y_{\gg}$ ,  $Y_{><}$ ,  $Y_{\ll}$ , and  $Y_{<>}$ , denoted by  $Y_j$  with  $j = \gg, ><, \ll, <>$ . As explained in Section 2.2, they correspond to the average of the  $Y(t)$  signals calculated with equation (11) for each of the four series. The  $Y_j$  uncertainties are calculated at each time  $t_i$ ,  $\Delta Y_j(t_i) = \sigma_j(t_i)/\sqrt{N_j}$ , with  $\sigma_j(t_i)$  the standard deviation of the  $Y_j(t_i)$  distribution and  $N_j$  the number of shots for the  $j$  series.

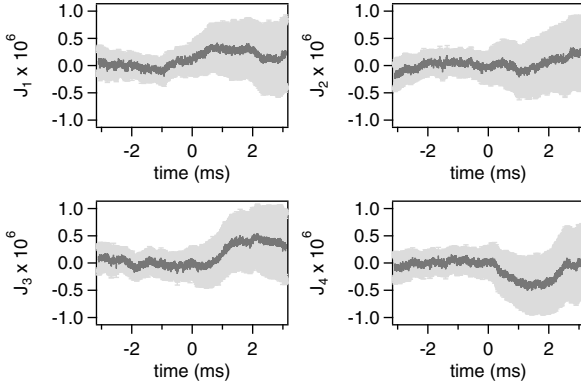
As explained in details in reference [11], one has to consider systematic effects that mimic the CM effect we want to measure. We thus analyze our data following a general expression taking into account the symmetry properties of  $Y_j$  towards experimental parameters:

$$\begin{aligned} Y_{\gg} &= a_{\gg} S_{++} + b_{\gg} S_{+-} + c_{\gg} S_{--} + d_{\gg} S_{-+}, \\ &= a_{\gg} S_{++} + b_{\gg} S_{+-} + c_{\gg} S_{--} + \Psi, \\ Y_{><} &= a_{><} S_{++} - b_{><} S_{+-} - c_{><} S_{--} + d_{><} S_{-+}, \\ &= a_{><} S_{++} - b_{><} S_{+-} - c_{><} S_{--} + \Psi, \\ Y_{\ll} &= a_{\ll} S_{++} - b_{\ll} S_{+-} + c_{\ll} S_{--} - d_{\ll} S_{-+}, \\ &= a_{\ll} S_{++} - b_{\ll} S_{+-} + c_{\ll} S_{--} - \Psi, \\ Y_{<>} &= a_{<>} S_{++} + b_{<>} S_{+-} - c_{<>} S_{--} - d_{<>} S_{-+}, \\ &= a_{<>} S_{++} + b_{<>} S_{+-} - c_{<>} S_{--} - \Psi. \end{aligned}$$

The  $S$  functions correspond to a given symmetry towards the sign of  $\Gamma$  and the direction of  $\mathbf{B}$ . The first subscript + (resp. -) indicates an even (resp. odd) parity with respect to the sign of  $\Gamma$ . The same convention is used for the second subscript corresponding to  $\mathbf{B}$ . Each  $S$  function has a different physical origin which are summarized in Table 1. CM effect signal contributes to  $S_{-+}$  since it depends on the cavity birefringence  $\Gamma$  and on the square of the magnetic field amplitude as shown in equations (5) and (12). We can thus replace  $dS_{-+}$  by  $\gamma\Psi$ .

**Table 1.** Possible physical effects contributing to the  $S$  signals. The  $\Theta_F$  signal corresponds to a polarization rotation angle due to the circular birefringence induced by a longitudinal magnetic field (Faraday effect).

$S$ signal	Physical effect
$S_{++}(t)$	$g \Theta_F^2(t), \Psi^2(t)$
$S_{+-}(t)$	$B$ effects on photodiodes
$S_{--}(t)$	$\gamma \Theta_F(t)$
$S_{-+}(t)$	$\gamma \Psi(t)$

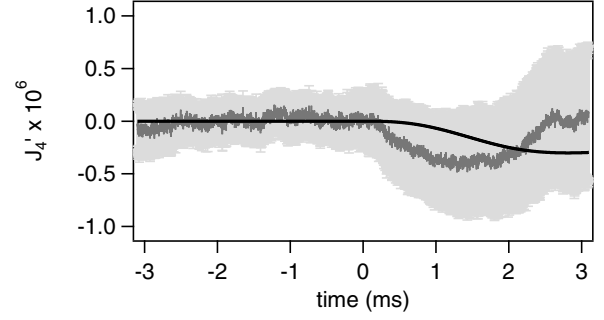


**Fig. 7.** Time evolution of  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  and  $J_4$  (dark grey curve) and their uncertainties at  $3\sigma$  confidence level (light grey).

The  $S$  functions are then extracted with a linear combination of  $Y_j$  as follows:

$$\begin{aligned}
 J_1 &\equiv \frac{Y_{\gg} + Y_{><} + Y_{\ll} + Y_{<>}}{4}, \\
 &= \bar{a} S_{+++} + \Delta b_1 S_{+-} + \Delta c_1 S_{--} + \Delta d_1 S_{-+}, \\
 J_2 &\equiv \frac{Y_{\gg} - Y_{><} - Y_{\ll} + Y_{<>}}{4}, \\
 &= \Delta a_2 S_{+++} + \bar{b} S_{+-} + \Delta c_2 S_{--} + \Delta d_2 S_{-+}, \\
 J_3 &\equiv \frac{Y_{\gg} - Y_{><} + Y_{\ll} - Y_{<>}}{4}, \\
 &= \Delta a_3 S_{+++} + \Delta b_3 S_{+-} + \bar{c} S_{--} + \Delta d_3 S_{-+}, \\
 J_4 &\equiv \frac{Y_{\gg} + Y_{><} - Y_{\ll} - Y_{<>}}{4}, \\
 &= \Delta a_4 S_{+++} + \Delta b_4 S_{+-} + \Delta c_4 S_{--} + \bar{d} S_{-+}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

$J_1(t)$ ,  $J_2(t)$ ,  $J_3(t)$  and  $J_4(t)$  are plotted in Figure 7. Their uncertainties are calculated from the  $Y_j$  uncertainties. The weighting parameters  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  depend on the experimental adjustment from pulse to pulse and from day to day. Their relative variations are small:  $\Delta a/\bar{a}$ ,  $\Delta b/\bar{b}$ ,  $\Delta c/\bar{c}$ ,  $\Delta d/\bar{d} \ll 1$ .  $\Delta a$ ,  $\Delta b$  and  $\Delta c$  are mainly due to the  $\Gamma$  variation from one shot to another and we can precisely calculate them since  $\Gamma$  is measured for each shot. We obtain  $\Delta a_4/\bar{a} = 5.97 \times 10^{-2}$ ,  $\Delta b_4/\bar{b} = -7.67 \times 10^{-2}$  and  $\Delta c_4/\bar{c} = -8.27 \times 10^{-2}$ . These values are of the same order of magnitude as the one obtained during the CM measurement of helium gaz [11].  $\Delta d$  is independent of the  $\Gamma$  variation. It mainly comes from a variation of the magnetic



**Fig. 8.** Dark grey curve: time evolution of  $J'_4$  and its  $3\sigma$  uncertainties (light grey). Black curve:  $\alpha B_f^2$  function superimposed to guide the eyes.

field from one pulse to another. As the  $B$  relative variation is small compared to the  $\Gamma$  relative variation we consider  $\Delta d \simeq 0$ . The variation of  $\Psi$  is thus neglected.

We thus write:

$$\begin{aligned}
 J_1 &\simeq \bar{a} S_{+++}, \\
 J_2 &\simeq \bar{b} S_{+-}, \\
 J_3 &\simeq \bar{c} S_{--}, \\
 J_4 &\simeq \frac{\Delta a_4}{\bar{a}} J_1 + \frac{\Delta b_4}{\bar{b}} J_2 + \frac{\Delta c_4}{\bar{c}} J_3 + \Psi. \quad (17)
 \end{aligned}$$

We then calculate:

$$\begin{aligned}
 J'_4 &\equiv J_4 - \left[ \frac{\Delta a_4}{\bar{a}} J_1 + \frac{\Delta b_4}{\bar{b}} J_2 + \frac{\Delta c_4}{\bar{c}} J_3 \right], \\
 &\simeq \Psi, \quad (18)
 \end{aligned}$$

which corresponds to the Cotton-Mouton signal. It is plotted in Figure 8 together with a  $\alpha B_f^2$  function superimposed to guide the eyes. Nevertheless, we see that the major component of  $J'_4$  is not  $\alpha B_f^2$  but a supplementary systematic effect.

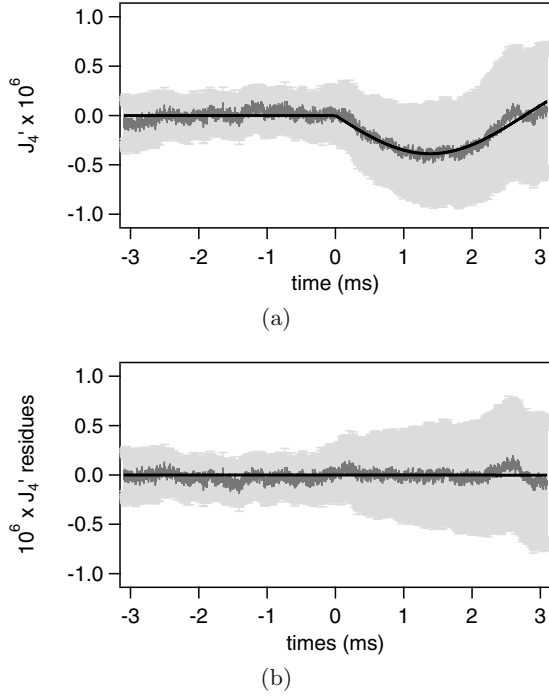
As said before, the setup is subject to several mechanical resonances which can be excited both by the environment and the magnetic field. The latter could thus trigger a mechanical oscillation of the setup at  $t = 0$ . We try to fit  $J'_4$  by a sine function starting at  $t = 0$ . The fit gives a frequency of  $(180 \pm 3)$  Hz and it is superimposed to  $J'_4$  in Figure 9a. We finally fit the residues by  $\alpha B_f^2$ . The fit is superimposed to the residues of  $J'_4$  in Figure 9b. The Cotton-Mouton constant  $k_{CM}$  is deduced from the measured experimental parameters as follows [10]:

$$k_{CM} = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{FSR}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta_p}. \quad (19)$$

We obtain:

$$k_{CM} = (-0.9 \pm 6.2) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}, \quad (20)$$

at  $3\sigma$  confidence level. As said before we give error bars at  $3\sigma$  corresponding to a confidence level of 99.8%, that usually indicates an evidence for a non-zero signal. The uncertainty takes into account the A-type and B-type uncertainties. The A-type uncertainties come from the fit



**Fig. 9.** Time evolution of  $J_4$  and its residues (dark grey). The  $3\sigma$  uncertainties are superimposed in light grey. (a) Time evolution of  $J_4$ . Black curve: Fit with a sine function at 180 Hz. (b) Time evolution of the residues of  $J_4$ . Black curve: Fit with  $\alpha B_f^2$ .

and from the photon lifetime with a relative variation lower than 6% at  $3\sigma$ . The B-type uncertainties have been evaluated previously and detailed in reference [10]. They essentially come from the length of the magnetic field  $L_B$  with a relative uncertainty of 6.6% at  $3\sigma$ . The value of equation (20) gives an estimate of our noise floor, which is half the one of the PVLAS collaboration in 2012 obtained with an integration time of 8192 s [8].

In order to assess more precisely the physical origin of the systematic effect, we zoom in the power spectral density of  $\Psi$ , depicted in Figure 6, on the frequencies around 180 Hz. We find several resonances at 177 Hz, 200 Hz and above. The signal  $J_4$  is then fitted by a sine function but with the frequency fixed to each of the resonance frequencies. The best fit, corresponding to the best  $\chi^2$ , is obtained for 177 Hz, which is compatible with the frequency given by the previous fit. Fitting the residues by  $\alpha B_f^2$  gives our final value for the CM constant:

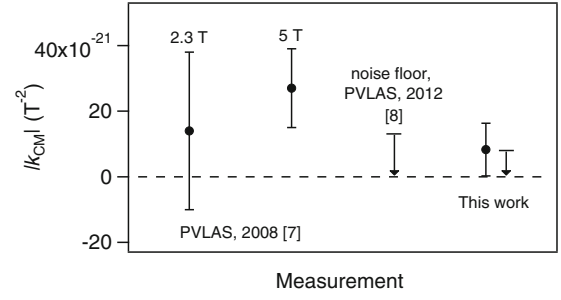
$$k_{\text{CM}} = (5.1 \pm 6.2) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}, \quad (21)$$

at  $3\sigma$  confidence level.

On the other hand, if we fit the data corresponding to Figure 8 with the sum of the sine function of 177 Hz frequency and  $\alpha B_f^2$ , we obtain:

$$k_{\text{CM}} = (8.3 \pm 8.0) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}, \quad (22)$$

at  $3\sigma$  confidence level.



**Fig. 10.** Comparison of the latest absolute reported values of the vacuum CM effect. Error bars are given at  $3\sigma$ . This work: black dot, value obtain with the fit combining the sine function at 177 Hz and the  $\alpha B_f^2$  function; arrow, noise floor of  $8.0 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ .

All this shows that our noise floor given by the uncertainties is of a few  $10^{-21} \text{ T}^{-2}$  while the central value depends on the fitting procedure. Establishing what is the most statistically appropriate fitting procedure is out of the scope of this paper. Our goal is to report on our noise floor and to highlight the main contributions to systematic effects in order to improve the overall sensitivity of the next version of the apparatus.

Nevertheless, for the sake of comparison we show in Figure 10 our typical value given in equation (22) together with the already published values. We see that our value is slightly better than the previous one.

## 4 Conclusions and perspectives

We presented the last advances of our BMV apparatus in terms of the best noise floor of vacuum magnetic birefringence ever realized. Our result validates our experimental method based on pulsed fields. In particular, it proves that the sensitivity obtained in a single pulse compensates the loss of duty cycle. To reach the QED value, the needed improvement is of three orders of magnitude. This is not conceivable with this first-generation experiment. Our strategy is therefore to increase the magnetic field thanks to the pulsed technology. At the moment, we have  $B^2 L_B = 5.8 \text{ T}^2 \text{ m}$  but we conceptualized and tested a pulsed coil that has already reached a  $B^2 L_B$  higher than  $300 \text{ T}^2 \text{ m}$ . Two coils of this type will be inserted in the experiment in the near future. This essential step really makes the vacuum birefringence measurement within our reach.

On the other hand, our analysis has allowed us to identify some systematic effects. Obviously, a special care will be devoted to limit them in order to improve the accuracy. The magnetic field induces an excitation on the setup which resonates at different frequencies. Since it affects the signal  $J_4$ , the resonance at 177 Hz has an odd symmetry with respect to the sign of  $\Gamma$ . This implies that it concerns the mirror mounts. In order to get rid of this effect, a new setup was designed, providing a better magnetic insulation of the mirrors. It will also provide a better acoustic insulation of the mirror mounts, improving the overall sensitivity and decreasing the number of rejected



shots. Moreover in the new version of our setup we will be able to measure the ellipticity both with  $\theta_p$  equal to  $0^\circ$  (no induced ellipticity) and  $45^\circ$  (maximal induced ellipticity). This will allow us to subtract from the raw data the systematic effects that do not depend on the polarization direction, as the sine function at 177 Hz.

We thank all the members of the BMV collaboration, and in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, B. Griffe, J. Mauchain, M. Nardone, J.-P. Nicolin and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We acknowledge the support of the *Fondation pour la recherche IXCORE* and the *ANR-Programme non Thématique* (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

## References

1. C. Rizzo, A. Rizzo, D.M. Bishop, *Int. Rev. Phys. Chem.* **16**, 81 (1997)
2. Z. Bialynicka-Birula, I. Bialynicki-Birula, *Phys. Rev. D* **2**, 2341 (1970)
3. V.I. Ritus, *Sov. Phys. J. Exp. Theor. Phys.* **42**, 774 (1975)
4. R. Battesti, C. Rizzo, *Rep. Prog. Phys.* **76**, 016401 (2013)
5. P.J. Mohr, B.N. Taylor, D.B. Newell, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1527 (2012)
6. R. Cameron, G. Cantatore, A.C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H.J. Halama, D.M. Lazarus, A.G. Prodell, F. Nezrick, C. Rizzo, E. Zavattini, *Phys. Rev. D* **47**, 3707 (1993)
7. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, M. Bregant, *Phys. Rev. D* **77**, 032006 (2008)
8. G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, G. Ruoso, F. Della Valle, E. Milotti, *Int. J. Mod. Phys. A* **27**, 1260017 (2012)
9. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Tréneç, J.-M. Mackowski, G.L.J.A. Rikken, J. Vigué, C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008)
10. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **85**, 013837 (2012)
11. A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **88**, 043815 (2013)
12. R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983)
13. S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, O. Portugall, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **18**, 600 (2008)
14. G. Bialolenker, E. Polacco, C. Rizzo, G. Ruoso, *Appl. Phys. B* **68**, 703 (1999)
15. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, *Appl. Phys. B* **97**, 457 (2009)
16. D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, M. Oger, *Opt. Lett.* **20**, 671 (1995)
17. F. Brandi, F. Della Valle, A.M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, G. Zavattini, *Appl. Phys. B* **65**, 351 (1997)
18. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, C. Rizzo, *Appl. Phys. B* **100**, 803 (2010)



# Bibliographie

- [1] G. Hagel, R. Battesti, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 203001 (2002).
- [2] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 120801 (2008).
- [3] R. Battesti, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, B. Grémaud, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 253001 (2004)
- [4] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez and F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 080801 (2011)
- [5] L. Hilico, N. Billy, B. Grémaud, D. Delande, *J. Phys. B* **34**, 491, (2001)
- [6] Aristotle, *Physics*, book IV, part VI-IX.
- [7] J.D. Jackson, *Classical electrodynamics*, J. Wiley & Sons.
- [8] M. Faraday, *Phil. Mag.* **28**, 294 (1846); *Phil. Trans. R. Soc.* **136**, 1 (1846).
- [9] P.A. Franken, A.E. Hill, C.W. Peters, and G. Weinreich, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961).
- [10] Y.R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, (Oxford university press 2007) 6<sup>th</sup> ed.
- [11] R. Karplus and M. Neuman, *Phys. Rev.* **80** , 380 (1950).
- [12] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
- [13] Landau-Lifschitz, *Quantum Electrodynamics*, Mir Edition.
- [14] A.D. Buckingham, and J.A. Pople, *Proc. Phys. Soc.*, 1133, (1956)
- [15] P.A.M. Dirac, *Rapport du 7<sup>e</sup> Conseil Solvay de Physique, Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques*, 203 (1934).
- [16] J.R. Oppenheimer and M.S. Plesset, *Phys. Rev.* **44**, 53 (1933).
- [17] O. Halpern, *Phys. Rev.* **44**, 855 (1933).
- [18] H. Euler et B. Kochel, *Naturwiss.* **23**, 246 (1935).
- [19] W. Heisenberg and H. Euler, *Z. Phys.* **98**, 714 (1936)



- [20] V. Weisskopf, *Mat.-Fis. Med. Dan. Vidensk. Selsk.* **14**, 6 (1936).
- [21] G. Breit and J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **46**, 1087 (1934).
- [22] F. Moulin, and D. Bernard, *Opt. Com.* **164**, 137 (1999).
- [23] S. Schweber, *QED and the men who made it*, Princeton University Press.
- [24] V.I. Ritus, *Soviet Physics-JETP* **42**, 774 (1975).
- [25] W.H. Furry, *Phys. Rev.* **51**, 125 (1936).
- [26] R. Battesti and C. Rizzo, *Rep. Prog. Phys.* **76** 016401 (2013).
- [27] J. Kerr, *Br. Assoc. Rep.*, 568 (1901)
- [28] A. Cotton and H. Mouton, *Cr. r. hebd. Séanc Acad. Sci., Paris* **141**, 317 and 349 (1905); *Ibid.* **142**, 203 (1906); *Ibid.* **145**, 229 (1907); *Ann. Chem. Phys.* **11**, 145 and 289 (1907).
- [29] T. Roth and G.L.J.A. Rikken, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4478 (2000).
- [30] T. Roth and G.L.J.A. Rikken, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 063001 (2002).
- [31] H.J. Ross, B.S. Sherbone, and G.E. Stedman, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **22**, 459 (1989).
- [32] G.L.J.A. Rikken, C. Strohm and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 133005 (2002).
- [33] D. Bakalov, F. Brandi, G. Cantatore, G. Carugno, S. Carusotto, F. Della Valle, A.M. De Riva, U. Gastaldi, E. Iacopini, P. Micossi, E. Milotti, R. Onofrio, R. Pengo, F. Perrone, G. Petrucci, E. Polacco, C. Rizzo, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini, *Quantum Semiclass. Opt.* **10**, 239 (1998).
- [34] P.J. Mohr and B.N. Taylor, *Reviews of modern physics* **84** (2012) et plus récemment arXiv :1507.07956v1.
- [35] C. Rizzo and G.L.J.A. Rikken, *Physica Scripta* **71**, C5 (2005).
- [36] G.L.J.A. Rikken, and C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **67**, 015801 (2003).
- [37] C. Rizzo, A. Dupays, R. Battesti, M. Fouché, and G.L.J.A. Rikken, *EPL* **90**, 64003 (2010).
- [38] N.G. Kalugin and G. Wagniere, *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.* **3**, S189 (2001).
- [39] S.I. Marmo and V.D. Ovsiannikov, *Phys. Lett. A*, **202**, 201 (1995).
- [40] C. Rizzo, A. Dupays, R. Battesti, M. Fouché, and G.L.J.A. Rikken, *Eur. Phys. Lett.*, **90**, 64003 (2010).
- [41] A. Ben-Amar Baranga, R. Battesti, M. Fouché, C. Rizzo and G. L. J. A. Rikken, *Eur. Phys. Lett.*, **94**, 44005 (2011)

- [42] L. Maiani, R. Petronzio and E. Zavattini, Phys. Lett. B., **175**, 359-363 (1986)
- [43] A. Sakharov, JETP Lett **5**, 24-27 (1967)
- [44] C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D Hoppes, R.P. Hudson, Physical Review, **105**, 1413 (1957)
- [45] T.D. Lee, C.N. Yang, Physical Review, **104**, 254-258 (1956)
- [46] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay, Phys. Rev. Lett., **13**, 138 (1964)
- [47] M. Kobayashi, T. Maskawa, Progress of Theoretical Physics, **49**, Issue 2, 652-657 (1973)
- [48] E. M. Purcell and N. F. Ramsey, Phys. Rev., **78**, 807 (1950)
- [49] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. D, **16**, 1791-1797 (1977) et Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977) .
- [50] F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978)
- [51] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978)
- [52] : [http : //www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2004/wilczek - lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/wilczek-lecture.pdf)
- [53] K. Van Bibber, N.R. Dagdeviren, S.E. Koonin, A.K. Kerman, H.N. Nelson, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987)
- [54] R. Cameron, G. Cantatore, A.C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H.J. Halama, D.M. Lazarus, A.G. Prodell, F. Nezrick, C. Rizzo and E. Zavattini, Phys. Rev. D, **47**, 3707 (1993)
- [55] E. Zavattini et al, Rev. Lett. **96**, 110406 (2006)
- [56] C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and C. Rizzo, Phys. Rev. Lett., **99**, 190403 (2007)
- [57] A. S. Chou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 080402 (2008).
- [58] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008).
- [59] S. J. Asztalos *et al.*, Phys. Rev. D **69**, 011101 (2004) ; L. D. Duffy *et al.* , Phys. Rev. D **74**, 012006 (2006).
- [60] S. DePanfilis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 839 (1987) ; W. U. Wuensch *et al.*, Phys. Rev. D **40**, 3153 (1989).
- [61] C. Hagmann *et al.*, Phys. Rev. D **42**, 1297 (1990)

- [62] S. Andriamonje *et al.* (CAST Collaboration), *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **04**, 010 (2007)
- [63] R. Rabadan, A. Ringwald, and K. Sigurdson, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110407 (2006).
- [64] A.G. Dias and G. Lugones, *Phys.Lett. B* , **673**,101 (2009).
- [65] K. Ehret et al, *Physics Letters B*, **689**, 149-155 (2010)
- [66] E. Arik et al., *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02**, 008 (2009)
- [67] S. J. Asztalos et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 041301 (2010)
- [68] R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G.L.J.A. Rikken and C. Rizzo, *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 250405 (2010)
- [69] E.W. Morley, H.T. Eddy, and D.C. Miller, *Bulletin Western Reserve University*, **1**, 50 (1898).
- [70] W. H. Watson, *Proc. Roy. Soc. London A* **125**, 345 (1929)
- [71] T. Erber, *Nature* **190**, 25 (1961).
- [72] E. Iacopini and E. Zavattini, *Phys. Lett. B* **85**, 151 (1979).
- [73] Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicki-Birula, *Phys. Rev. D*, **2**, 2341 (1970).
- [74] S. Adler, *Ann. Phys. N.Y.* **67** , 599 (1971).
- [75] E. Iacopini, B. Smith, G. Stefanini and E. Zavattini, *Il Nuovo Cimento B* **61**, 21 (1981).
- [76] E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, and M. Bregant, *Phys. Rev. D*, **77**, 032006 (2008).
- [77] W-T Ni, *Chin. J. Phys.* **34**, 962 (1996).
- [78] H-H. Mei, W-T. Ni, S-J Chen, and S-S Pan, *Mod. Phys. Lett. A* **25** , 983 (2010).
- [79] F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, G. Messineo, L. Piemontese, G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, G. Ruoso, *Phys. Rev. D* **90**, 092003 (2014).
- [80] C. Rizzo, *Europhys. Lett.*, **41**, 483-487 (1998)
- [81] S. Askenazy, C. Rizzo, and O. Portugall, *Physica B* **5-9**, 294-295 (2001).
- [82] G. Cantatore, F. Della Valle, E. Milotti, L. Dabrowski and C. Rizzo, *Phys. Lett. B* **265**, 418 (1991).
- [83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. Ward, *Appl. Phys. B*, **31**, 97 (1983).

- 
- [84] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard and C. Rizzo, *Appl. Phys. B* **97**, 457 (2009).
- [85] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain and C. Rizzo, *Appl. Phys. B*, **100**, 803 (2010).
- [86] Thèse de P. Berceau, tel-00766215, version 1
- [87] Thèse d'A. Cadène, tel-01177973, version 1
- [88] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **85**, 013837 (2012).
- [89] A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Phys. Rev. A*, **88**, 043815 (2013).
- [90] A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D*, **68**, 16 (2014).
- [91] G. Zavattini et al, *Int. J. Mod. Phys. A* **27**, 1260017 (2012)
- [92] Albertazzi et al, *Science*, **346**, 325-328 (2014)
- [93] S. Scotto et al, [arxiv.org/abs/1509.06978v1](https://arxiv.org/abs/1509.06978v1)