

Université de Provence

(Aix-Marseille I)



Thèse

pour obtenir le grade de
Docteur de l'université de Provence

Spécialité : **Rayonnement et Plasmas**

Présentée et soutenue publiquement
à l'Observatoire de Haute-Provence
par

Hervé Le Coroller

Le 25 septembre 2002

Effet de la conductivité thermique sur la structure des ondes de choc radiatives

**Étude de la pulsation de deux étoiles super-géantes froides
HD 56126 et HD 179821**

Directeurs de thèse

Denis Gillet

Yuri Fadeyev

JURY

Jean-Pierre Chieze

Rapporteur

Yuri Fadeyev

Directeur de thèse

Rubens Freire Ferrero

Rapporteur

Denis Gillet

Directeur de thèse

Agnès Lèbre

Examineur

Roland Stamm

Président



Université de Provence

(Aix-Marseille I)



Thèse

pour obtenir le grade de
Docteur de l'université de Provence

Spécialité : **Rayonnement et Plasmas**

Présentée et soutenue publiquement
à l'Observatoire de Haute-Provence
par

Hervé Le Coroller

Le 25 septembre 2002

Effet de la conductivité thermique sur la structure des ondes de choc radiatives

**Étude de la pulsation de deux étoiles super-géantes froides
HD 56126 et HD 179821**

Directeurs de thèse

Denis Gillet

Yuri Fadeyev

JURY

Jean-Pierre Chieze

Rapporteur

Yuri Fadeyev

Directeur de thèse

Rubens Freire Ferrero

Rapporteur

Denis Gillet

Directeur de thèse

Agnès Lèbre

Examineur

Roland Stamm

Président



L'un des principes fondamentaux de la recherche scientifique est le suivant : ne pas se raconter d'histoires, ne pas s'abuser soi-même, étant entendu qu'on est soi-même la personne qu'il est le plus facile d'abuser. Dès lors qu'on applique cette règle, dès lors qu'on arrive à ne pas se raconter d'histoires à soi-même, ne pas en raconter aux autres ne présente plus aucune espèce de difficulté : il suffit simplement d'être honnête, au sens habituel du terme.

Vous voulez vérifier telle ou telle théorie, ou bien faire passer telle ou telle idée. Un principe général dans ces cas-là est qu'il faut tout publier, tout, absolument tout, comme ça se présente. En effet, il est toujours possible, en ne publiant que des résultats sélectionnés, de faire passer pour vrai n'importe quel raisonnement.

R.P. Feynman

Résumé

Au passage d'un front de choc, le gaz est très fortement chauffé. Derrière le front, dans le sillage, il se refroidit en rayonnant. On rencontre donc, dans la structure d'un choc, de forts gradients de température et d'ionisation qui sont à l'origine de processus de diffusion et de transport de chaleur tels que la conductivité thermique translationnelle électronique et la conductivité thermique réactionnelle.

Dans ce travail nous avons étudié l'influence de **la conductivité thermique électronique** sur la structure radiative des chocs. Avec un modèle (Fadeyev and Gillet, 2000), nous retrouvons au niveau du front le profil de température électronique prévu qualitativement par Zel'dovich (1966) qui a démontré que les électrons chauffent le gaz devant le front. Pour des chocs rapides ($U_1 > 65 \text{ km s}^{-1}$) la conductivité électronique augmente légèrement le taux d'ionisation et le flux du continuum de Lyman au niveau du front. Il en résulte un accroissement du flux radiatif total sortant du choc pouvant aller jusqu'à 25%.

Par ailleurs, dans un gradient d'ionisation les ions et les électrons diffusent ensemble en transportant de l'énergie d'ionisation. Ce processus est responsable d'un flux appelé **conductivité thermique réactionnelle**. Nous donnons une équation de flux réactionnel et trouvons que ce flux est efficace dans une région étroite derrière le front du choc, là où le gaz se thermalise et s'ionise fortement.

Nous avons également étudié la dynamique atmosphérique de deux étoiles super-géantes froides HD 56126 et HD 179821. Nous observons dans ces étoiles des profils de raies P-Cygni probablement liés à des chocs se propageant dans leur atmosphère très étendue. Ces observations apportent de précieux renseignements sur la nature et les modes de pulsation d'étoiles post-AGB ou super-massives telles que HD 56126 et HD 179821.

Remerciements

Je remercie chaleureusement Jean-Pierre Sivan pour m'avoir permis d'effectuer cette thèse à l'Observatoire de Haute-Provence.

Merci à Denis Gillet pour son soutien et ses précieux conseils.

Merci à Agnès Lebre pour son soutien et toutes les idées qu'elle a pu me donner au cours de la rédaction de ce travail.

Merci à Yuri Fadeyev pour son aide fondamentale dans le domaine de la modélisation.

Merci à André Fokin pour les discussions enrichissantes sur la théorie des ondes de choc.

Merci à Eric Chapellier pour ses conseils sur les méthodes de recherche de périodes de pulsation d'étoile.

Je remercie G. Alecian, M. Casanova, R. Grappin, G. Pineau des Forêts et J.P. Zahn qui par leurs conseils et suggestions m'ont permis de progresser dans ce travail.

Je tiens tout particulièrement à remercier Jean-Pierre Chieze, Rubens Freire Ferrero et Roland Stamm qui ont accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie Marie-José Vin pour son aide dans la mise en forme de ce document.

Un grand merci à Julia Hountou pour ses encouragements et pour son aide dans la mise en forme de ce document.

Je remercie toute les personnes de l'Observatoire de Haute-Provence (cuisinières, techniciens, etc.) pour leur accueil chaleureux et l'amitié qu'ils m'ont accordée pendant ces trois ans de thèse.

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction | 11 |
| 2 | Qu'est-ce qu'une onde de choc ? | 13 |
| 2.1 | Approximation et hypothèse de base | 13 |
| 2.2 | Définition d'une onde de choc radiative | 14 |
| 2.2.1 | Le précurseur d'un choc radiatif | 14 |
| 2.2.2 | Le front d'un choc radiatif | 14 |
| 2.2.3 | La zone de thermalisation | 17 |
| 2.2.4 | La zone de recombinaison | 18 |
| 3 | Le modèle d'ondes de choc | 19 |
| 3.1 | La discrétisation spatiale du choc | 19 |
| 3.2 | Résolution de l'équation de transfert radiatif | 21 |
| 3.3 | Les équations hydrodynamiques | 22 |
| 3.3.1 | Équation de conservation de la masse | 22 |
| 3.3.2 | Équation de conservation de l'impulsion (équation d'Euler) | 22 |
| 3.3.3 | Équation de conservation de l'énergie des électrons | 22 |
| 3.3.4 | Équation de conservation de l'énergie pour les particules lourdes (ions et atomes neutres) | 23 |
| 3.3.5 | Équations de l'évolution statistique des espèces | 23 |
| 3.3.6 | Équations différentielles ordinaires | 24 |
| 3.4 | La procédure d'itération du modèle d'ondes de choc | 25 |
| 3.5 | Les équations de Rankine-Hugoniot au passage du front du choc | 28 |
| 4 | Ondes de choc radiatives et conduction thermique translationnelle | 31 |
| 4.1 | Qu'est-ce que la conductivité thermique translationnelle ? | 31 |
| 4.1.1 | La conductivité thermique translationnelle avec les mains | 32 |
| 4.1.2 | La conductivité thermique électronique avec les mains | 35 |
| 4.1.3 | La conductivité thermique électronique donnée par la théorie cinétique des gaz | 36 |
| 4.1.4 | Le flux de chaleur électronique limite | 36 |
| 4.1.5 | La conductivité thermique translationnelle des atomes neutres | 37 |
| 4.2 | La conductivité thermique électronique et les ondes de choc radiatives | 38 |
| 4.2.1 | Modification des équations du choc avec la conductivité thermique électronique | 40 |

| | | |
|-------------|---|------------|
| 4.2.2 | Modification des équations de Rankine-Hugoniot | 40 |
| 4.2.3 | Les résultats du calcul numérique | 42 |
| Article : | The Structure of radiative shock waves | |
| IV. | Effects of electron thermal conduction | 47 |
| 5 | Ondes de choc et vitesses de diffusion | 55 |
| 5.1 | Modification des équations du modèle | 55 |
| 5.2 | La vitesse de diffusion ambipolaire | 57 |
| 5.3 | La conductivité thermique réactionnelle | 58 |
| Article : | Diffusion velocity and reactive thermal conductivity for shock waves | |
| propagating | in the hydrogen gas | 63 |
| 6 | Observations de deux étoiles super-géantes HD 56126 et HD 179821 | 75 |
| 6.1 | Qu'est-ce qu'une étoile post-AGB? | 76 |
| 6.2 | Le cas de HD 56126 | 78 |
| 6.3 | Le cas de HD 179821 | 81 |
| Article : | Non-linear radiative models of post-AGB stars : Application to HD 56126 | 85 |
| Article : | Observational survey of the puzzling star HD 179821 | 97 |
| 7 | Conclusion | 109 |
| A | Les termes de collisions | 115 |
| A.1 | Terme de collision élastique pour l'échange de chaleur | 115 |
| A.2 | Les taux d'excitation collisionnelle et radiative | 116 |
| B | La résolution de l'équation de transfert radiatif | 119 |
| B.1 | La méthode de Feautrier | 119 |
| B.2 | Calcul des coefficients d'absorption et d'émission | 121 |
| C | Les équations de conservation pour un gaz multi-vitesses | 123 |
| C.1 | Équation de conservation de la masse | 123 |
| C.2 | Équation de conservation de la quantité de mouvement | 124 |
| C.3 | Équations de conservation de l'énergie | 126 |
| C.3.1 | Équation de l'énergie totale | 127 |
| C.3.2 | Équation de l'énergie des électrons | 127 |
| C.3.3 | Équation de l'énergie des particules lourdes | 128 |

Chapitre 1

Introduction

Il peut y avoir apparition d'ondes de choc dès lors qu'un fluide a des mouvements supersoniques, c'est-à-dire que sa vitesse macroscopique est supérieure à la vitesse du son et à celle de l'agitation thermique des particules. Ainsi, le rapport de la vitesse de l'écoulement à la vitesse du son, appelé nombre de Mach, détermine la "force" du choc. **Un choc existe donc uniquement si le nombre de Mach est supérieur à 1.**

Les ondes de choc sont présentes dans de nombreux phénomènes astrophysiques. Elles participent à la formation des étoiles en comprimant le gaz de la proto-étoile. Elles sont responsables des phénomènes de perte de masse des étoiles géantes et super-géantes. Elles sont encore là lors de la mort des étoiles et jouent un rôle important dans la dissipation de l'énergie des supernovae. Nous les trouvons aussi dans divers jets liés à des disques d'accrétion autour de trous noirs ou d'étoiles jeunes en formation. Ce sont encore elles qui sont à l'origine de la lumière émise par l'entrée de poussières (étoiles filantes) ou de météorites dans l'atmosphère, etc. Nous comprenons donc l'importance de l'étude des ondes de choc en astrophysique.

Ici, nous avons limité notre travail à des chocs se propageant dans des atmosphères d'étoiles super-géantes froides et nous avons adopté les conditions physiques de ces objets ($3000\text{ K} < T < 8000\text{ K}$, $\rho \simeq 10^{-10}\text{ gm cm}^{-3}$). De plus, pour simplifier, nous nous plaçons dans un gaz d'hydrogène pur ($\sim 90\%$ des atomes de l'univers sont de l'hydrogène). Toutefois, nous espérons que notre étude pourra être transposée à d'autres problèmes (expérience laser, entrée d'engins ou de météorites dans des atmosphères, etc.).

Le but de cette thèse est d'étudier l'influence de la conductivité thermique sur la structure des ondes de chocs radiatives. En se propageant, les chocs compriment et chauffent le gaz (chapitre 1). Derrière le front du choc (dans le sillage), le gaz se refroidit et rayonne. Nous rencontrons donc, dans la structure d'un choc, de forts gradients de température et d'ionisation à l'origine de la conductivité thermique. **Ce flux de chaleur peut être divisé en deux : "la conductivité thermique translationnelle"** (chapitre 4) **et "réactionnelle"** (chapitre 5).

À l'origine de la conductivité thermique translationnelle, des particules diffusent des

régions chaudes vers les zones plus froides et **transportent ainsi de la chaleur**. Ce phénomène a déjà été largement étudié dans le cas des chocs adiabatiques où l'on ne tient pas compte du rayonnement. Ainsi Zel'dovich & Raizer (1966) ont montré que la conductivité thermique translationnelle des électrons modifie le profil de température en chauffant le gaz d'électrons devant le front du choc. En changeant les quantités thermodynamiques (température, taux d'ionisation, etc.) du gaz en amont du front, va-t-on aussi modifier les profils de température et donc le refroidissement radiatif en aval, dans le sillage ?

Dans la conduction thermique réactionnelle, les ions et les électrons transportent de l'énergie d'ionisation en diffusant par rapport aux atomes neutres. Ce sont les gradients d'ionisation et de température qui créent les forces de diffusion à l'origine du découplage entre la vitesse des ions et des atomes neutres. Ce mécanisme (qualifié de "diffusion ambipolaire") a déjà été étudié et observé dans la région de transition solaire (Fontenla et al., 1990). Les gradients rencontrés dans les chocs sont ils à l'origine d'un flux réactionnel fort, capable de modifier la structure thermodynamique et radiative du sillage du choc ?

Les phénomènes de conductivité thermique sont généralement négligés dans les modèles d'ondes de chocs radiatives. Nous allons voir de quelle manière ils modifient la structure thermodynamique et la signature spectrale des chocs. Est-ce que la prise en compte de ces mécanismes de transport de chaleur modifie le flux radiatif qu'un observateur voit lorsqu'il se trouve loin devant le front ?

Ce travail a été réalisé à partir du modèle d'ondes de chocs développé par Fadeyev & Gillet (1998; 2000). Après avoir décrit une onde de choc radiative au chapitre 1, nous détaillerons le fonctionnement du modèle au chapitre 3. Au chapitre 4, nous modifierons les équations de l'énergie pour prendre en compte la conductivité thermique translationnelle et nous évaluerons l'importance de ce phénomène sur la structure radiative des chocs. Finalement, au chapitre 5, nous réécrivons les équations de l'hydrodynamique pour étudier l'influence sur les chocs du découplage des vitesses entre atomes d'hydrogène neutre et ions (i.e. influence de la conductivité réactionnelle).

Dans la dernière partie de ce mémoire (chapitre 6), nous étudierons les mécanismes de pulsation de deux étoiles supergéantes froides HD 179821 et HD 56126. Nous verrons notamment, l'évolution au cours de la pulsation, des spectres en émission qui sont caractéristiques de la présence d'ondes de choc dans les atmosphères de ces étoiles.

Chapitre 2

Qu'est-ce qu'une onde de choc ?

2.1 Approximation et hypothèse de base

Pour simplifier, nous limitons notre étude aux chocs stationnaires à une dimension se propageant dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé.

L'hypothèse d'un choc à une dimension est acceptable dans des étoiles géantes où l'on peut faire l'approximation d'une atmosphère plane parallèle. Par ailleurs, certaines étoiles (par exemple des post-AGB) ont des spectres avec des raies $H\alpha$ en émission pendant plusieurs jours. Si nous attribuons ce type d'émission à la présence d'un choc, alors l'hypothèse d'écoulement stationnaire semble acceptable (une particule fluide traverse le sillage d'un choc au maximum en quelques heures).

Nous considérons aussi que la température des ions est égale à celle des atomes neutres, tandis que celle des électrons peut être très différente. Cette hypothèse est nécessaire car au passage du front, les électrons sont beaucoup moins chauffés que les particules lourdes à cause de leur faible masse. De plus, des particules de masse égale (telles que les neutres et les ions) échangeront facilement leur énergie cinétique, tandis qu'il faudra beaucoup de collisions élastiques pour que les particules lourdes se thermalisent avec les électrons.

Nous négligeons dans cette étude le champ magnétique et la force gravitationnelle. Dans les étoiles géantes et super-géantes froides, le champ magnétique est généralement inférieur à 1 Gauss (Belvedere et al., 1982). Dans de telles conditions et aux densités typiques des atmosphères de ces étoiles (10^9 à 10^{17} particules cm^{-3}), le rayon gyromagnétique est beaucoup plus grand que le libre parcours moyen des atomes. Un tel gaz est dit collisionnel, c'est-à-dire que les processus d'échanges de chaleur par collision (élastique ou inélastique) dominant largement les processus radiatifs liés au champ magnétique.

Par ailleurs, au faible champ magnétique rencontré dans ces étoiles géantes, la pression magnétique ($\frac{B^2}{8\pi}$) est beaucoup plus faible que la pression du gaz.

Le fait de négliger la gravité est plus discutable notamment si on s'intéresse à des étoiles massives. Toutefois, la gravité de surface dans certaines étoiles super-géantes telles que les AGB est suffisamment faible. Le choc qui remonte vers la surface de l'étoile entraîne d'ailleurs de la matière qui peut échapper totalement à l'astre. Dans de tels cas, nous montrons que la gravité a une action relativement petite sur les mouvements hydrodynamiques du choc. Le temps caractéristique pour qu'une particule fluide traverse le choc est

de

$$\Delta t = \frac{\text{taille caractéristique du choc}}{\text{vitesse d'une particule dans le sillage}} \approx \frac{10^4 \text{ km}}{1 \text{ km s}^{-1}} \approx 10000 \text{ secondes}$$

Or, dans une étoile AGB typique, la particule fluide va subir pendant Δt une variation de vitesse due à la gravité de l'ordre de $\Delta v = g \times \Delta t \approx 0,02 \times 10000 = 0,2 \text{ km s}^{-1}$. Cette vitesse est petite devant la vitesse de l'écoulement engendrée par le passage du front du choc. Vu du centre de l'étoile, le passage du choc met en mouvement la matière à plusieurs dizaines de kilomètres par seconde. Dans certaines étoiles super-géantes de faible masse, il est donc justifié de négliger la gravité pour étudier la structure des chocs qui se propagent.

2.2 Définition d'une onde de choc radiative

Nous étudions des chocs en nous plaçant dans le référentiel du front. Le front est immobile, tandis que le gaz tombe sur celui-ci avec une vitesse supersonique (voir Fig. 2.1).

Une onde de choc a pour effet de comprimer et de chauffer un gaz au passage du front. Si le choc est suffisamment rapide le gaz sera alors excité et ionisé. Une onde de choc est dite radiative lorsque celle-ci est suffisamment forte pour exciter et ioniser les atomes.

Nous décomposons schématiquement un choc radiatif en cinq grandes régions (voir Fig. 2.1) :

- loin devant le front, la zone du gaz non perturbé
- juste devant, la zone du précurseur
- le front du choc
- derrière le front, la région de thermalisation
- loin derrière, la zone de recombinaison.

2.2.1 Le précurseur d'un choc radiatif

Dans cette région, le gaz est chauffé et ionisé par les photons qui proviennent du sillage radiatif. Comme le gaz est pratiquement neutre, les photons du continuum de Lyman sont fortement absorbés. Juste devant le front du choc, le gaz est aussi chauffé par la conduction thermique (Zel'dovich and Raizer, 1966), qui est un processus lié au gradient de température et que nous étudierons au chapitre 4.

2.2.2 Le front d'un choc radiatif

Le front du choc est une zone extrêmement étroite. D'un point de vue mathématique, on parle de discontinuité car les gradients de température et de densité sont pratiquement

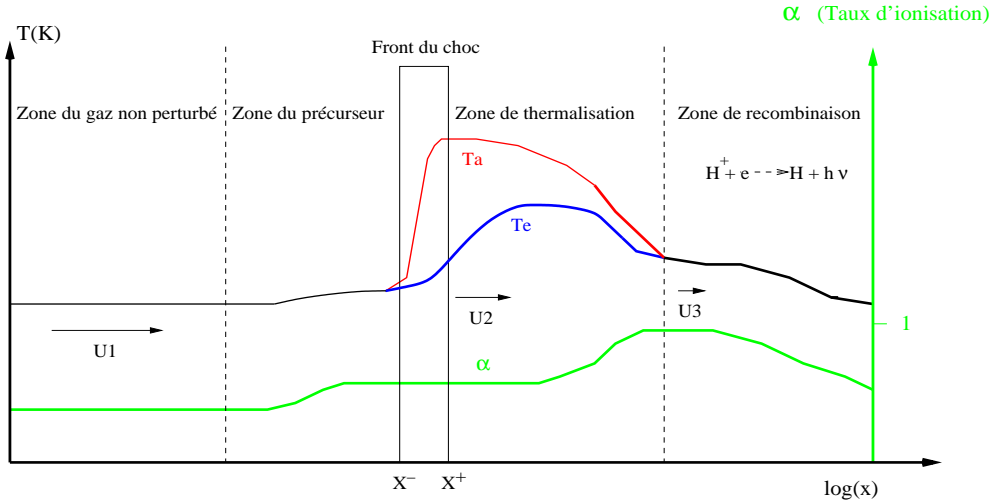


FIG. 2.1 – Schéma représentant les profils de température, d'ionisation et de vitesse le long d'un choc radiatif. L'écoulement est représenté dans le référentiel du front du choc.

infinis. Physiquement, le gaz est fortement ralenti et chauffé sur quelques libres parcours moyens des atomes. En fait, une partie de l'énergie cinétique macroscopique du fluide arrivant sur le front est transformée en énergie d'agitation thermique. La variation de température des particules lourdes au passage du front est donc de l'ordre de l'énergie cinétique macroscopique de ces particules arrivant sur le front

$$\Delta T_a \sim m_a \frac{U_1^2}{k},$$

où a désigne les ions et les atomes neutres, m la masse, k la constante de Boltzmann et U_1 la vitesse du choc.

Évidemment, dans ce processus, la viscosité joue un rôle important. C'est elle qui détermine en partie l'épaisseur du front. Elle est aussi responsable d'une augmentation de l'entropie au passage de la discontinuité et donc un choc est un processus irréversible. Il est impossible d'obtenir un choc de détente dans lequel le gaz serait soudainement accéléré de manière supersonique au passage d'un front.

Par ailleurs, les électrons ne subissent pas le choc de la même manière que les particules lourdes (voir fig. 2.1). Ils sont beaucoup plus légers que les ions et les atomes neutres et donc, à température égale, leur vitesse d'agitation thermique est bien supérieure. Ainsi dans les atmosphères stellaires, la vitesse des chocs est inférieure à la vitesse d'agitation thermique des électrons et donc, par définition, il ne devrait pas y avoir de chocs pour ces particules. En fait, les électrons sont fortement couplés aux ions par les forces d'interaction électrostatique. De ce fait, ils subissent la même variation de vitesse et la même compres-

sion que les particules lourdes. Mais au passage du front, la variation d'énergie cinétique macroscopique des électrons étant faible (à cause de leur faible masse), l'augmentation de température de ces particules est aussi relativement petite ($\Delta T_e \sim m_e \frac{U^2}{k} \ll \Delta T_a$).

En première approximation, nous pouvons déterminer le saut de température des électrons à l'aide de la formule de compression adiabatique d'un gaz parfait (mono-atomique)

$$\frac{T_e^+}{T_e^-} = \left(\frac{\rho^+}{\rho^-}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.1)$$

Les quantités qui ont un exposant “-” sont définies juste devant le front tandis que celles qui ont un exposant “+” sont définies derrière (voir Fig. 2.1).

Nous déterminons le saut de densité ($\frac{\rho^+}{\rho^-}$) grâce aux équations de conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie :

$$\rho^- U^- = \rho^+ U^+ \equiv \dot{m} \quad (2.2)$$

$$\dot{m} U^- + P_g^- + P_R^- = \dot{m} U^+ + P_g^+ + P_R^+, \quad (2.3)$$

$$\dot{m} \left(h^- + \frac{1}{2} (U^-)^2 \right) + F_R^- + U^- (E_R^- + P_R^-) = \dot{m} \left(h^+ + \frac{1}{2} (U^+)^2 \right) + F_R^+ + U^+ (E_R^+ + P_R^+), \quad (2.4)$$

où U est la vitesse de l'écoulement, P_g la pression totale du gaz, tandis que P_R , F_R , et E_R sont respectivement la pression, le flux, et l'énergie radiative. h est l'enthalpie spécifique

$$h = \frac{5}{2} \frac{n_a}{\rho} k T_a + \frac{5}{2} \frac{n_e}{\rho} k T_e + \frac{E_{\text{ex}}}{\rho} + \frac{E_I}{\rho}, \quad (2.5)$$

$n_a = n_H + n_{H^+}$ est le nombre total de particules lourdes par unité de volume, E_{ex} est l'énergie d'excitation par unité de volume

$$E_{\text{ex}} = e_{H^+} \sum_{i=1}^L (1 - i^{-2}) n_i \quad (2.6)$$

et $E_I = e_{H^+} + n_e$ est l'énergie d'ionisation, L est le nombre d'états liés de l'atome d'hydrogène, T_e et T_a sont respectivement les températures des électrons et des particules lourdes (atomes d'hydrogène neutres, excités et ions).

Notons que dans les atmosphères d'étoiles pulsantes où les vitesses de choc sont de l'ordre de 50 km s^{-1} , la pression et l'énergie radiative sont presque négligeables. En fait, ces termes doivent être pris en compte dans des chocs très forts tels qu'on en rencontre lors d'explosion de supernova.

Dans le cas d'un choc ayant un nombre de Mach modéré ($M \lesssim 10$), nous pouvons faire les approximations suivantes : nous négligeons la pression et l'énergie radiative, nous supposons qu'il n'y a pas de phénomènes d'excitation ou d'ionisation dans le front et que celui-ci est complètement transparent au rayonnement ($F_R^- = F_R^+$).

Si les quantités physiques devant le front (en $-$) sont toutes supposées connues, les relations ci-dessus (2.2 – 2.4) forment un système de trois équations à trois inconnues qui sont la vitesse, la densité et la température du gaz derrière le front (en $+$). En introduisant le nombre de Mach nous trouvons

$$\frac{\rho^+}{\rho^-} = \frac{n_a^+}{n_a^-} = \frac{U^-}{U^+} = \frac{4(M^-)^2}{3 + (M^-)^2} \quad (2.7)$$

$$\frac{T_a^+}{T_a^-} = \frac{[5(M^-)^2 - 1][(M^-)^2 + 3]}{16(M^-)^2} + \frac{n_e^-}{n_a^-} \left[\frac{[5(M^-)^2 - 1][(M^-)^2 + 3]}{16(M^-)^2} - \left[\frac{4(M^-)^2}{(M^-)^2 + 3} \right]^{\frac{2}{3}} \right] \quad (2.8)$$

avec

$$M^- \equiv \frac{U^-}{\sqrt{\frac{5}{3} \frac{P_g^-}{\rho^-}}} = \frac{U^-}{\sqrt{\frac{5}{3} \frac{kT^-}{m_H} \frac{n_e^- + n_a^-}{n_a^-}}} \quad (2.9)$$

Dans le cas d'un gaz d'hydrogène neutre ($n_e = 0$), nous trouvons les équations classiques de Rankine-Hugoniot. Ces équations sont par exemple démontrées par Landau & Lifchitz (1971). Le saut de température des particules lourdes a été calculé en supposant $T_e^- = T_a^- = T^-$ (vrai si nous négligeons la conductivité thermique électronique). Nous voyons que plus le choc est fort (plus le nombre de Mach est élevé), plus le gaz sera chauffé au passage du front. Par contre, dans l'équation (2.7) le rapport $\frac{\rho^+}{\rho^-}$ tend asymptotiquement vers 4 lorsque le nombre de Mach devient grand. Ainsi, au passage du front le gaz ne peut être ralenti ou comprimé plus de quatre fois (pour un gaz mono-atomique). Ce n'est que dans le sillage du choc que le gaz se refroidit par émission radiative et se comprime beaucoup plus que d'un facteur 4.

2.2.3 La zone de thermalisation

C'est la région qui se trouve juste derrière le front (voir Fig. 2.1). Le gaz est dans un état hors équilibre thermodynamique local (hors-ETL). D'une part, la température des électrons est différente de celle des particules lourdes et d'autre part la loi de Saha ne peut absolument pas être appliquée. En effet, le front du choc étant très étroit, il n'y a pas eu suffisamment de collisions inélastiques pour ioniser le gaz. Ainsi, aux densités typiques des atmosphères stellaires ($n = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), nous pouvons trouver derrière le front un gaz partiellement ionisé alors que la température de celui-ci est supérieure à 30 000 K!

Dans cette région, les collisions entre électrons et particules lourdes ramènent le gaz vers l'ETL. D'une part, grâce à des collisions élastiques les électrons se thermalisent avec les particules lourdes. À la fin de la zone de thermalisation $T_e = T_a$ (voir Fig. 2.1). D'autre part, lorsque la température et le nombre d'électrons deviennent suffisants, les collisions inélastiques sont plus efficaces et le gaz s'ionise.

La taille caractéristique de la zone de thermalisation est de l'ordre de $\Delta x \sim U_1 \times \tau_{eH^+}$, où U_1 est la vitesse du choc, et τ_{eH^+} le temps caractéristique de collision entre les électrons

et les ions pour l'échange de quantité de mouvement.

Plus la densité du gaz est forte, plus τ_{eH^+} est petit et plus la thermalisation se fait rapidement derrière le front. Aux densités caractéristiques des atmosphères d'étoiles pulsantes, cette région peut mesurer entre quelques centimètres et quelques mètres.

2.2.4 La zone de recombinaison

Dans la zone de recombinaison, le gaz se rapproche des conditions de l'équilibre statistique. Toutefois, il se refroidit doucement grâce à des processus de recombinaison et de rayonnement (voir Fig. 2.1). Selon la densité du gaz et la force du choc, la distance caractéristique de la zone de recombinaison peut aller de quelques kilomètres à plusieurs milliers de kilomètres. La présence de métaux, même en faible quantité, accélère considérablement le refroidissement et raccourcit la zone de recombinaison. À l'extrémité de cette région, l'écoulement retrouve une température proche de celle du gaz non perturbé (loin devant le front) et peut être très fortement comprimé (jusqu'à un facteur cent).

Chapitre 3

Le modèle d'ondes de choc

Pour étudier l'influence de la conduction thermique sur les ondes de choc radiatives, nous avons utilisé et modifié le modèle de Fadeyev & Gillet (1998; 2000).

Il s'agit d'un modèle stationnaire, plan, pour un gaz d'hydrogène pur. Le problème est caractérisé par trois paramètres d'entrée : la température et la densité du gaz non perturbé (loin devant le front) ainsi que la vitesse du choc (voir Fig. 3.1). Ce modèle permet de trouver la structure d'un choc stationnaire, c'est-à-dire les vitesses, les températures, les densités de population (n_e, n_1, \dots, n_L) et les flux radiatif dans n'importe quel endroit des régions pré-choc et post-choc. Pour cela, nous résolvons dans les zones pré-choc et post-choc les équations de la dynamique des fluides, de l'évolution statistique des populations et du transfert radiatif. Au niveau du front nous utilisons les équations de Rankine et Hugoniot. Ces relations de sauts donnent les caractéristiques physiques du gaz (température, densité, et vitesse) juste derrière le front en fonction de celles juste devant. Bien sûr, nous perdons toute l'information sur l'épaisseur du front et sur les caractéristiques physiques du gaz (profil de température et de densité) dans le front. Ceci a peu d'importance puisque le front est très étroit.

3.1 La discrétisation spatiale du choc

Nous prenons un référentiel en mouvement avec le front. Nous plaçons l'origine des coordonnées spatiales ($X_J = 0$) au niveau du front. Les X sont négatifs dans la région pré-choc et positifs dans la zone post-choc (voir fig. 3.1). Loin devant le front (en X_1) le gaz est non perturbé par la présence du choc. Nous introduisons en ce point les paramètres d'entrée du modèle, c'est-à-dire la température et la densité du gaz non perturbé ainsi que la vitesse du choc (T_1, ρ_1 , et U_1). En aval, nous définissons une seconde frontière spatiale en X_N , placée suffisamment loin pour que le gaz ait à peu près retrouvé en ce point la température qu'il avait en X_1 . Entre ces deux frontières (X_1 et X_N), nous discrétisons le choc en plusieurs cellules. La taille des cellules est petite, près du front, là où les quantités physiques varient rapidement, et elle croît dans les deux directions (pré-choc et post-choc) en s'éloignant du front. Il y a entre 500 et 2000 cellules selon les modèles. Plus de détails peuvent être trouvés sur ce type de discrétisation, par exemple, dans Mihalas & Mihalas (1984).

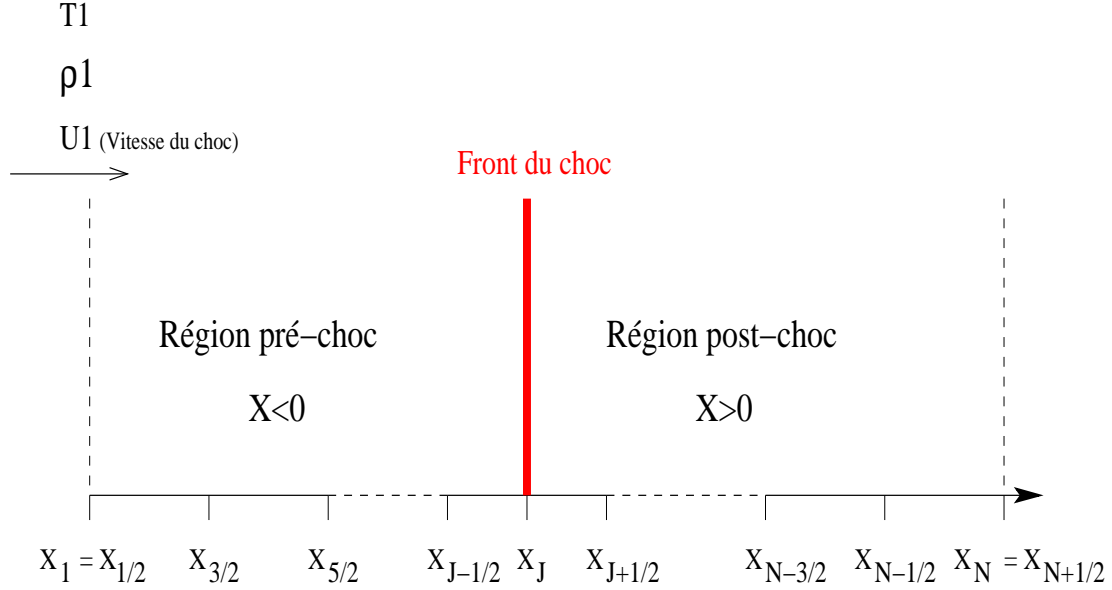


FIG. 3.1 – Discrétisation spatiale du modèle d’ondes de choc. Toutes les quantités physiques sont définies au centre des cellules en $X_{j-1/2}$. La température, la densité du gaz non perturbé et la vitesse du choc sont définies dans la cellule $X_1 = X_{1/2}$.

Toutes les quantités physiques sont définies au milieu des cellules en $X_{j-1/2} = \frac{1}{2}(X_{j-1} + X_j)$ avec j entier. Les quantités physiques, juste devant et derrière le front, sont en $X_{J-1/2}$ et $X_{J+1/2}$. Aux limites externes du précurseur et du sillage, nous adoptons $X_1 = X_{1/2}$ et $X_N = X_{N+1/2}$.

Le modèle résout d’abord l’équation de transfert radiatif afin de connaître les moments du champ radiatif (J_ν , H_ν , et K_ν) et le flux radiatif (F_R) dans toutes les cellules du choc. Ces quantités sont ensuite utilisées dans les équations de l’énergie et de l’évolution statistique des populations afin de résoudre les équations de l’hydrodynamique et de connaître les caractéristiques physiques du gaz (températures, vitesses, et densités de population) dans chaque cellule.

Dans les sections suivantes, nous présentons les équations fondamentales de l’hydrody-

namique et du transfert radiatif. La méthode de résolution globale de ces équations est donnée dans la section 3.4.

3.2 Résolution de l'équation de transfert radiatif

La résolution de l'équation de transfert radiatif pose de gros problèmes. La présence d'opacités très différentes en fonction de la longueur d'onde mène à de fortes instabilités numériques. Toutefois, la résolution de cette équation n'est pas l'objet de la présente étude et a déjà largement été explicitée dans des articles précédents (Fadeyev and Gillet, 1998; Fadeyev and Gillet, 2000). Cependant, les flux de chaleur que nous étudions peuvent modifier les caractéristiques thermiques du gaz et donc éventuellement changer la structure radiative du choc. Étant donnée l'importance du couplage entre l'écoulement hydrodynamique et le rayonnement, nous rappelons ici la méthode de résolution de l'équation de transfert radiatif. Cette équation s'écrit en régime quasi-statique et en géométrie plane

$$\mu \frac{dI_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = I_{\mu\nu} - S_\nu, \quad (3.1)$$

où $\mu = \cos(\theta)$, $I_{\mu\nu}$ est l'intensité spécifique du rayonnement dans la direction θ à la fréquence ν , $S_\nu = \eta_\nu/\kappa_\nu$ est la fonction source monochromatique, tandis que $d\tau_\nu = \chi_\nu dX$ est la variation d'épaisseur optique. Le coefficient d'absorption est constitué d'un terme d'absorption lié-libre, libre-libre, et lié-lié

$$\kappa_\nu = \kappa_{\text{bf}}(\nu) + \kappa_{\text{ff}}(\nu) + \kappa_{\ell}(\nu) \quad (3.2)$$

Le coefficient d'extinction s'écrit

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + n_1\sigma_{\text{R}}(\nu) + n_e\sigma_{\text{T}}, \quad (3.3)$$

$\sigma_{\text{R}}(\nu)$ et σ_{T} sont respectivement les coefficients de diffusion de Rayleigh et Thomson, tandis que n_1 est le nombre d'atomes d'hydrogène (non excité). Les calculs des coefficients d'extinction (χ_ν) et d'émission (η_ν) sont donnés dans l'annexe B.

Comme nous allons le voir (section 3.4), nous résolvons les équations de transfert et de l'hydrodynamique par itérations successives. Nous connaissons au pas de calcul $n - 1$ les températures, densités de population dans toutes les cellules du choc. Nous calculons alors les coefficients d'absorption et d'émission dans toutes les cellules, puis nous résolvons l'équation de transfert au pas de calcul n . Nous en déduisons dans chaque cellule, les nouvelles intensités spécifiques $I_{\mu\nu}$ ainsi que les moments de l'équation de transfert et le flux radiatif qui sert ensuite aux équations hydrodynamiques. La méthode de résolution de l'équation de transfert est renvoyée en annexe B.

3.3 Les équations hydrodynamiques

En régime stationnaire, les équations hydrodynamiques à une dimension conduisent au système décrit dans les sous paragraphes suivants.

3.3.1 Équation de conservation de la masse

$$\frac{d}{dx}(\rho U) = 0 \quad (3.4)$$

Ainsi le produit de la densité du gaz par la vitesse ($\rho U = \dot{m}$) est une constante. La divergence de $\rho \mathbf{U}$ est le flux de masse total entrant ou sortant d'un élément de volume. L'équation (3.4) dit simplement qu'en régime stationnaire, le flux de masse entrant dans un élément de volume doit être égal au flux sortant.

3.3.2 Équation de conservation de l'impulsion (équation d'Euler)

$$\dot{m} \frac{dU}{dx} = -\frac{dP_g}{dx}, \quad (3.5)$$

où $P_g = n_a k T_a + n_e k T_e$ est la pression totale du gaz, n_a est le nombre de particules lourdes (ions et atomes neutres) par unité de volume, et n_e le nombre d'électrons par unité de volume.

Cette équation montre que le gradient de pression crée une force qui accélère le fluide.

3.3.3 Équation de conservation de l'énergie des électrons

$$U \frac{dE'_e}{dx} = -P_e U \frac{dV}{dx} + Q_{elc} + Q_{inc} \quad (3.6)$$

où $E'_e = \frac{3}{2} \frac{n_e k T_e}{\rho}$, $V = \frac{1}{\rho}$ et le taux d'énergie échangée par les électrons dans des collisions inélastiques est :

$$Q_{inc} = -\frac{\nabla \cdot \mathbf{F}_R}{\rho} - \frac{e_{H^+}}{\rho} \frac{d}{dx} [n_{H^+} U] - \sum_{i=1}^L \frac{e_{H^+} (1 - \frac{1}{i^2})}{\rho} \frac{d}{dx} [n_i U] \quad (3.7)$$

avec e_{H^+} l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène (13,6 eV), L le nombre de niveaux excités, et ∇F_R la divergence du flux radiatif total. Q_{elc} est l'énergie échangée par les électrons (par unité de temps et de masse) dans des collisions élastiques avec les particules lourdes.

L'équation (3.6) donne l'évolution de l'énergie thermique des électrons d'un élément de masse pris dans l'écoulement. Ainsi, le terme $-P_e U \frac{dV}{dx}$ de l'équation (3.6) montre que le gaz d'électrons chauffe ou se refroidit selon que l'élément de masse se comprime ou se détend. Le second terme Q_{elc} donne l'énergie thermique gagnée ou perdue par les électrons de cet élément de masse lors des collisions élastiques avec les particules lourdes qui ont une température différente. Le troisième terme Q_{inc} correspond à l'énergie thermique transmise aux électrons lors des collisions inélastiques avec les particules lourdes et le rayonnement. En effet, lorsqu'un électron excite ou ionise un atome d'hydrogène dans une collision inélastique avec celui-ci, il perd de l'énergie cinétique. Par ailleurs, lorsque les photons sont absorbés, soit par un processus libre-libre, soit en ionisant les atomes, de l'énergie du rayonnement va aller dans l'énergie thermique des électrons, etc.

3.3.4 Équation de conservation de l'énergie pour les particules lourdes (ions et atomes neutres)

L'équation de l'énergie des particules lourdes est similaire à celle des électrons

$$U \frac{dE'_a}{dx} = -P_a U \frac{dV}{dx} - Q_{elc} \quad (3.8)$$

où $E'_a = \frac{3}{2} \frac{n_a k T_a}{\rho}$ et le volume spécifique $V = \frac{1}{\rho}$.

Étant donnée la forte masse des particules lourdes, nous faisons l'hypothèse qu'elles ne perdent pas ou ne gagnent pas d'énergie thermique lors des collisions inélastiques (voir l'équation 3.8). Les termes de collisions inélastique sont donc entièrement pris en compte dans l'équation de l'énergie des électrons.

3.3.5 Équations de l'évolution statistique des espèces

$$\frac{d}{dx} [n_{H^+} U] = \sum_{i=1}^L (n_i P_{ik} - n_e P_{ki}) \quad (3.9)$$

$$\frac{d}{dx} [n_i U] = n_e P_{ki} - n_i P_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L (n_j P_{ji} - n_i P_{ij}) \quad (3.10)$$

où P_{ij} et P_{ji} sont les probabilités totales (collisionnelles plus radiatives) de passer d'un état i à un état j ou d'un état j à un état i . De même, P_{ik} et P_{ki} sont les probabilités totales d'ionisation et de recombinaison pour les atomes dans l'état i .

L'équation (3.9) est une simple relation de conservation. Si l'on regarde un élément de volume, fixe dans l'écoulement, des ions vont rentrer par un côté de cet élément et sortir par l'autre. En régime stationnaire, le nombre d'ions sortant moins le nombre d'ions entrant par unité de temps dans l'élément de volume ($\frac{d}{dx} [n_{H^+} U]$) est égal au nombre d'atomes neutres qui se sont ionisés moins le nombre d'ions qui se sont recombinés dans cet élément de volume ($\sum (n_i P_{ik} - n_e P_{ki})$). L'équation (3.10) peut être interprétée de la

même manière.

Pour trouver le système d'équations (3.4 - 3.10) nous avons supposé que toutes les particules (ions, électrons, et neutres) ont la même vitesse. Au chapitre 5 et dans l'annexe C nous étudions la structure des chocs lorsque les particules ont des vitesses différentes. À partir de l'équation de Boltzmann et en prenant la même vitesse pour toutes les espèces, nous démontrons dans l'annexe C le système précédent (équations 3.4 - 3.10).

3.3.6 Équations différentielles ordinaires

Les équations (3.4 - 3.10) forment un système d'équations différentielles ordinaires (EDO). Pour être résolu, ce système doit encore être transformé. Après quelques calculs algébriques, les relations (3.4 - 3.10) s'écrivent (Fadeyev and Gillet, 1998)

$$\frac{dU}{dX} = -\frac{\mathcal{A}}{U} (\mathcal{B}_a + \mathcal{B}_e), \quad (3.11)$$

$$\frac{dE'_a}{dX} = \mathcal{B}_a (1 - \mathcal{C}_e) + \mathcal{B}_e \mathcal{C}_a, \quad (3.12)$$

$$\frac{dE'_e}{dX} = \mathcal{B}_a \mathcal{C}_e + \mathcal{B}_e (1 - \mathcal{C}_a), \quad (3.13)$$

$$\frac{dn'_e}{dX} = \sum_{i=1}^L \frac{n_i P_{i\kappa} - n_e P_{\kappa i}}{\dot{m}}, \quad (3.14)$$

$$\frac{dn'_i}{dX} = \frac{n_e P_{\kappa i} - n_i P_{i\kappa}}{\dot{m}}, \quad (i = 1, \dots, L), \quad (3.15)$$

où

$$\mathcal{A} = \frac{2}{3} \frac{U^2}{U^2 - a_T^2}, \quad (3.16)$$

$$\mathcal{B}_a = -\frac{Q_{\text{elc}}}{U} \frac{1 - \beta^2}{1 - \frac{5}{3}\beta^2}, \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_e = & \left\{ \frac{Q_{\text{elc}}}{U} - e_{H^+} \left[\frac{dn'_e}{dX} + \sum_{i=1}^L \left(1 - \frac{1}{i^2} \right) \frac{dn'_i}{dX} \right] - \right. \\ & \left. - \frac{\nabla \cdot \mathbf{F}_r}{\dot{m}} \right\} \frac{1 - \beta^2}{1 - \frac{5}{3}\beta^2}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\mathcal{C}_a = \frac{\mathcal{A} P_a}{U \dot{m}}, \quad (3.19)$$

$$\mathcal{C}_e = \frac{\mathcal{A} P_e}{U \dot{m}}, \quad (3.20)$$

avec $\beta = a_T/U$, $a_T = \sqrt{P_g/\rho}$, et $e_{H^+} = 13,598$ eV.

Pour résoudre ce système, il est aussi nécessaire de connaître les termes d'échange d'énergie entre les électrons et les particules lourdes dus aux collisions élastiques Q_{elc} , ainsi que les

taux d’excitation et de désexcitation dus aux processus collisionnels et radiatifs P_{ij} et P_{ji} . Ces termes ont déjà été largement explicités dans les articles de Fadeyev & Gillet (1998; 2000). Nous les rappelons dans l’annexe A.

Il existe plusieurs méthodes numériques (explicites ou implicites) pour résoudre ce type de système. La principale difficulté rencontrée ici est liée à la présence de phénomènes physiques qui se déroulent sur des temps caractéristiques très différents (on parle d’un système “stiff”). Afin d’obtenir une solution stable aux EDO (3.11 – 3.15), nous avons utilisé une méthode de Livermore basée sur le package GEAR (Hindmarsh 1979). Pour simplifier, nous décrirons dans la section suivante l’intégration des EDO comme s’il s’agissait d’une simple méthode explicite.

3.4 La procédure d’itération du modèle d’ondes de choc

Si c’est la première fois que nous faisons tourner le code, nous devons d’abord construire un modèle initial. Sa structure n’a pas de sens physique réel, il s’agit juste d’un modèle de départ. Dans la première cellule du précurseur, nous choisissons une température T_1 , une vitesse U_1 et une densité ρ_1 . Ces quantités correspondent à la vitesse du choc et aux caractéristiques du gaz non perturbé. Pour converger vers une solution, ce premier modèle doit avoir un nombre de Mach proche de 1. Dans toutes les cellules du précurseur, nous mettons $T_e = T_a = T_1$, $\rho = \rho_1$, et $U = U_1$. Dans les cellules post-choc, nous prenons $T_e = T_a = T_1$, $\rho = \rho_2$, et $U = U_2$. U_2 et ρ_2 sont obtenus avec les relations classiques de Rankine et Hugoniot (équation 2.7). Les densités de populations atomiques sont déterminées dans toutes les cellules avec l’équation de Saha-Boltzmann (hypothèse ETL) et l’intensité moyenne est connue avec la fonction de Planck $J_\nu = B_\nu(T)$. Nous avons donc construit un modèle de départ approximatif en donnant un vecteur $\mathbf{Y} = \{U, E'_a, E'_e, n'_e, n'_1, \dots, n'_L\}$ dans toutes les cellules du choc.

La procédure d’itération est la suivante :

Le modèle initial est, soit un choc préalablement calculé dont nous avons changé légèrement les valeurs de la première cellule (T_1, ρ_1, U_1), soit un modèle ETL fabriqué comme ci-dessus. Loin devant le front du choc en X_1 , les caractéristiques du gaz non perturbé sont décrites par un vecteur \mathbf{Y}_1 . Les termes de gauche des équations (3.11 – 3.15) donnent la variation de \mathbf{Y} avec X . Si nous connaissons les termes de droite de ces équations nous en déduisons, à partir de \mathbf{Y}_1 , le vecteur $\mathbf{Y}_{3/2}$ de la seconde cellule. Dans une méthode explicite, les termes de droite des équations (3.11 – 3.15) sont pris au pas de calcul précédent (modèle initial si c’est la première itération). De proche en proche, nous intégrons les EDO pour connaître les quantités physiques \mathbf{Y} dans toutes les cellules pré-choc. Au passage du front, nous utilisons les équations de Rankine-Hugoniot modifiées (voir section 3.5). Puis derrière le front, nous intégrons à nouveau (entre $X_{J+1/2}$ et $X_{N+1/2}$) les EDO. Nous avons alors réalisé un pas de calcul et obtenu une nouvelle structure de choc ($\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_{3/2}, \dots, \mathbf{Y}_N$). Les équations que nous utilisons étant stationnaires et les quantités physiques ayant changé dans chaque cellule, la nouvelle solution n’a pour l’instant aucun sens physique. Cette nou-

velle structure de choc va simplement servir pour le pas de calcul suivant. Elle permet de recalculer les coefficients d'absorption et d'émission et de résoudre l'équation de transfert radiatif afin de connaître les nouveaux moments et flux radiatifs dans toutes les cellules. Ces quantités sont utilisées pour intégrer à nouveau les EDO dans les régions pré-choc et post-choc. Nous obtenons alors au deuxième pas de calcul, un nouveau vecteur \mathbf{Y} dans toutes les cellules.

Cette procédure doit être répétée un grand nombre de fois pour converger vers une solution (stationnaire). Après plus d'une centaine d'itérations, les nouvelles quantités physiques \mathbf{Y} calculées dans chaque cellule sont égales aux quantités physiques du pas de calcul d'avant. C'est-à-dire que dans une cellule quelconque $j - 1/2$, le vecteur \mathbf{Y} est le même au pas de calcul $l + 1$ et l : $\mathbf{Y}_{j-1/2}^{l+1} \simeq \mathbf{Y}_{j-1/2}^l$ quelque soit j . Le modèle a alors convergé vers une solution. Les profils de température, de densité de population et de vitesse obtenus le long du choc sont la solution d'un choc stationnaire se propageant dans un gaz ayant les caractéristiques physiques que nous avons introduites dans la cellule X_1 . La figure 3.2 récapitule la procédure d'itération.

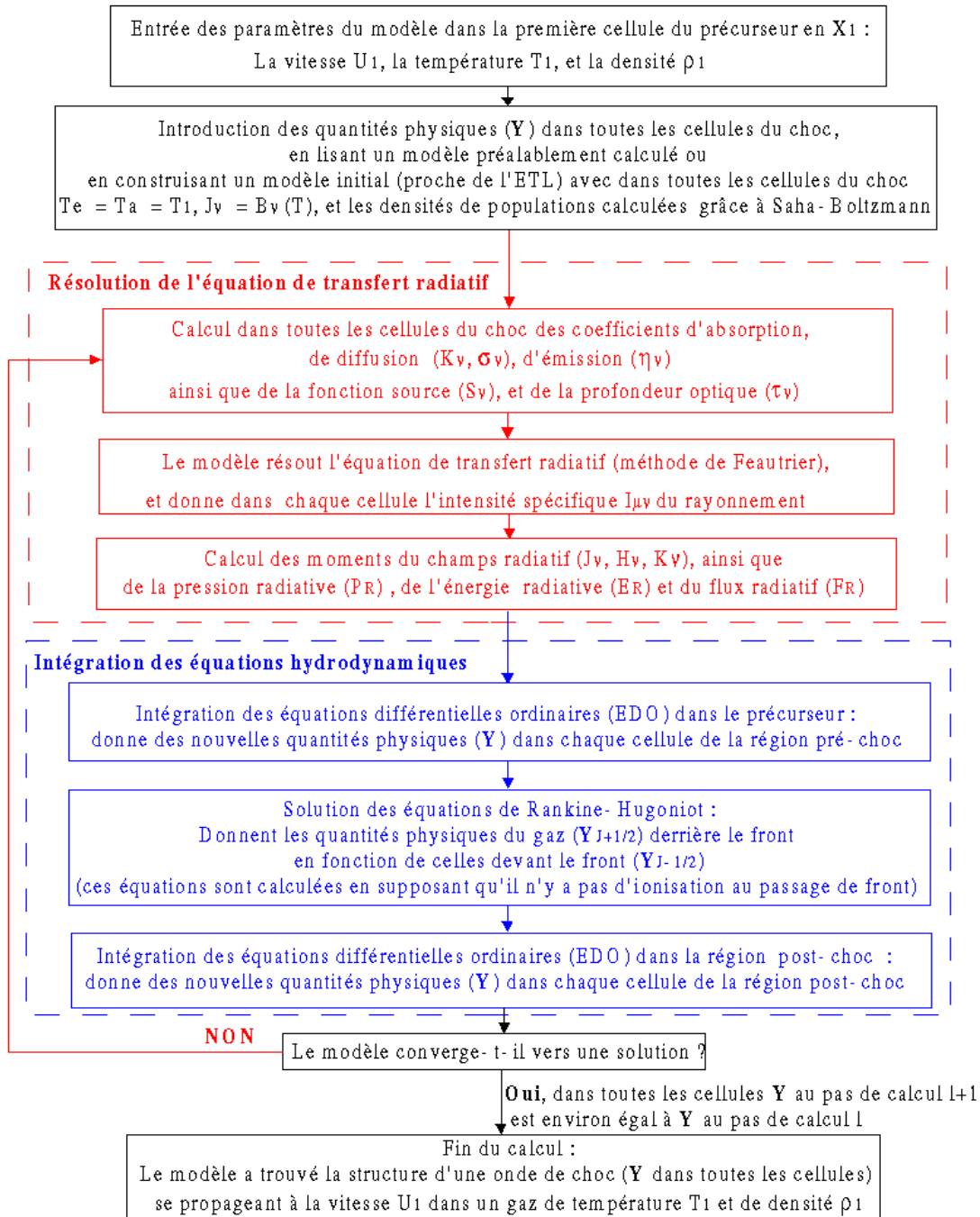


FIG. 3.2 – Schéma récapitulant le fonctionnement du modèle d’ondes de choc. Les boîtes en noir décrivent les entrées et sorties du calcul, celles en rouge donnent la procédure pour résoudre l’équation de transfert radiatif, et celles en bleu montrent les principales étapes pour la résolution des équations de l’hydrodynamique et de l’évolution statistique des espèces (EDO). Ces EDO permettent de calculer dans chaque cellule du choc le vecteur $\mathbf{Y} = \{U, E'_a, E'_e, n'_e, n'_1, \dots, n'_L\}$.

3.5 Les équations de Rankine-Hugoniot au passage du front du choc

L'établissement des équations de Rankine-Hugoniot a déjà été décrit à la section 2.2.2. Nous apportons ici plus de détails pour déterminer ces relations. De plus, pour augmenter la précision des calculs, nous prenons en compte l'énergie et la pression radiative. Nous supposons aussi qu'il peut y avoir quelques phénomènes d'absorption ou d'émission dans le front du choc, c'est-à-dire que $F_R^- \neq F_R^+$. Nous reprenons le système d'équations de conservation (2.2 – 2.4). Les quantités concernant le rayonnement (F_R , P_R , et E_R) sont données par l'équation de transfert radiatif. Les relations de conservation forment toujours un système de trois équations à trois inconnues qui sont la température, la densité, et la vitesse du gaz derrière le front du choc. En introduisant le rapport de compression $\eta = \frac{\rho^+}{\rho^-}$, l'équation (2.2) donne

$$\eta = \frac{\rho^+}{\rho^-} = \frac{U^-}{U^+}, \quad (3.21)$$

Avec les équations (2.2-2.4), nous obtenons

$$A\eta^2 - B\eta + C = 0, \quad (3.22)$$

où

$$A = (a_T^-)^2 + \frac{(U^-)^2}{5} + \frac{2 F_R^- - F_R^+}{5 \dot{m}} + \frac{2 E_R^- + P_R^-}{5 \rho^-}, \quad (3.23)$$

$$B = (a_T^-)^2 + (U^-)^2 + \frac{P_R^- - P_R^+}{\rho^-} + \frac{2 E_R^+ + P_R^+}{5 \rho^-}, \quad (3.24)$$

$$C = \frac{4}{5} (U^-)^2, \quad (3.25)$$

et

$$a_T = (P_g/\rho)^{1/2}$$

En résolvant cette équation (3.22) nous trouvons donc bien la vitesse et la densité du gaz derrière le front en $X_{J+1/2}$, en fonction des caractéristiques physiques du gaz en $X_{J-1/2}$. Notons que si nous négligeons les termes radiatifs, l'équation (3.22) permet de retrouver les équations (2.7 – 2.8).

Avec les termes radiatifs et les équations (2.2 – 2.4), la température post-choc des particules lourdes s'écrit

$$\begin{aligned} T_a^+ &= T_a^- + \frac{n_e^-}{n_a^-} (T_e^- - T_e^+) + \frac{1}{5} \frac{\dot{m} U^-}{n_a^- k} \left(1 - \frac{1}{\eta^2} \right) \\ &+ \frac{2 F_R^- - F_R^+}{5 n_a^- k U^-} - \frac{2 (E_R^+ + P_R^+) \eta^{-1} - (E_R^- + P_R^-)}{5 n_a^- k}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Pour obtenir cette relation, nous avons supposé qu'il n'y a aucune excitation ou ionisation dans le front du choc. Nous avons en particulier pris $n_e^+ = \eta n_e^-$. S'il n'y a aucun processus d'absorption du rayonnement par l'ionisation ou excitation, alors $F_R^- \simeq F_R^+$. Nous avons toutefois gardé le terme de flux radiatif $\frac{2 F_R^- - F_R^+}{5 n_a^- k U^-}$ car nous trouvons bien une valeur

très légèrement différente entre F_{R}^- et F_{R}^+ lorsque nous résolvons l'équation de transfert radiatif. De plus, il peut y avoir des absorptions libre-libre qui ne modifient pas le taux d'atomes ionisés ou excités. Bien sûr, en toute rigueur, il aurait fallu connaître la variation du taux d'excitation ou d'ionisation à travers le front du choc. Malheureusement, nous avons réduit le front du choc à une cellule. Pour connaître la variation d'ionisation dans le front, il faudrait prendre en compte l'épaisseur réelle du front et introduire la viscosité dans les équations hydrodynamiques. Ceci pose d'énormes problèmes numériques et nous supposons cette région suffisamment étroite pour pouvoir négliger les phénomènes d'excitation et pour ne pas avoir à détailler sa structure. Le terme de flux radiatif $\frac{2}{5} \frac{F_{\text{R}}^- - F_{\text{R}}^+}{n_{\text{a}}^- kU^-}$ est de toute façon négligeable.

La température des électrons derrière le front T_{e}^+ est déterminée à partir de l'hypothèse de compression adiabatique :

$$T_{\text{e}}^+ = \eta^{\gamma-1} T_{\text{e}}^-, \quad (3.27)$$

où $\gamma = \frac{5}{3}$ pour un gaz mono-atomique.

Nous avons donc déterminé toutes les quantités physiques derrière le front en $X_{J+1/2}$ en fonction de celles devant le front en $X_{J-1/2}$.

Chapitre 4

Ondes de choc radiatives et conduction thermique translationnelle

4.1 Qu'est-ce que la conductivité thermique translationnelle ?

De manière tout à fait générale, le flux d'énergie cinétique et d'énergie potentielle d'excitation s'écrit

$$\mathbf{Q} = \sum_p \int \left(\frac{1}{2} m_p v_p^2 \right) f_p \mathbf{v}_p d\mathbf{v}_p + \sum_p \int e_p f_p \mathbf{v}_p d\mathbf{v}_p \quad (4.1)$$

où e_p est l'énergie d'excitation, m_p la masse et \mathbf{v}_p la vitesse d'une particule p , tandis que f_p est la fonction de distribution des vitesses de l'espèce p . Au sein d'une même population de particules, nous pouvons distinguer plusieurs espèces en fonction de leur niveau d'excitation. Ainsi dans un gaz d'hydrogène nous aurons une espèce p pour les atomes dans l'état fondamental, une autre pour les atomes sur le premier niveau d'excitation, etc. La première intégrale de cette équation est un flux d'énergie cinétique. En effet, le produit de la fonction de distribution par la vitesse ($f_p \mathbf{v}_p$) est homogène à un flux de particules. Cette quantité multipliée par une énergie cinétique et intégrée sur les vitesses donne bien un flux d'énergie cinétique total. De même la seconde intégrale est un flux d'énergie d'excitation.

Nous pouvons décomposer la vitesse d'une particule p en une vitesse aléatoire \mathbf{v}'_p liée à l'agitation thermique des particules, plus une vitesse moyenne \mathbf{U}_p liée au mouvement macroscopique de l'écoulement. Si nous remplaçons \mathbf{v}_p par $\mathbf{v}_p = \mathbf{v}'_p + \mathbf{U}_p$ dans l'équation (4.1), nous montrons alors que

$$\mathbf{Q} = \sum_p \left[\left(\frac{1}{2} m_p U_p^2 + \frac{5}{2} k T_p \right) n_p \mathbf{U}_p + e_p n_p \mathbf{U}_p + \int \frac{1}{2} m_p v_p'^2 f_p \mathbf{v}'_p d\mathbf{v}'_p \right]. \quad (4.2)$$

Ce flux apparaît naturellement dans l'équation de l'énergie déduite de l'équation de Boltzmann (Appendice C). Les deux premiers termes à droite de l'égalité sont liés au mouvement macroscopique de l'écoulement. Le troisième terme correspond au flux de chaleur

translationnel aussi appelé **conductivité thermique translationnelle**

$$\mathbf{F}_p = \int \frac{1}{2} m_p v_p'^2 f_p \mathbf{v}_p' d\mathbf{v}_p'. \quad (4.3)$$

Dans un référentiel localement co-mobile avec le gaz, ce flux correspond à un transport d'énergie lié au mouvement aléatoire des particules dans le gaz. Remarquons que si la fonction de distribution est maxwellienne, donc paire, alors $\frac{1}{2} m_p v_p'^2 f_p$ est impaire et le flux \mathbf{F}_p est nul. Généralement, pour décrire les flux de chaleur, on divise la fonction de distribution des vitesses en deux parties : une maxwellienne f_p^0 , plus une petite perturbation non-maxwellienne f_p^1 (Braginskii, 1965) :

$$f_p = f_p^0 + f_p^1 = \frac{n_p}{\left(\frac{2\pi k T_p}{m_p}\right)^{3/2}} e^{-\frac{m_p}{2kT_p} v_p'^2} + f_p^1. \quad (4.4)$$

Si nous remplaçons f_p par $f_p^0 + f_p^1$ dans l'équation (4.3) la partie fonction de f_p^0 s'annulera donc, tandis que l'intégrale fonction de f_p^1 donnera la valeur de la conductivité thermique translationnelle pour l'espèce p . Comme nous allons le voir dans la section suivante, ce flux peut s'écrire sous la forme d'une loi de Fourier, en fonction d'un gradient de température. Ainsi dans un gaz, un gradient de température rend la fonction de distribution des vitesses non-maxwelliennes et crée un flux de chaleur.

Au chapitre 5, nous verrons un autre effet de transport de chaleur lié à une perturbation de la fonction de distribution par rapport à la maxwellienne. Ce flux de chaleur, appelé conductivité thermique réactionnelle, est dû à la différence de vitesses macroscopiques \mathbf{U}_p entre des espèces de particules (Hirschfelder et al., 1954) et il est donc lié au premier et second terme de l'équation (4.2). Cette vitesse de diffusion entre les espèces apparaît dans des gradients de température, mais aussi de concentration (ou d'ionisation) et de pression. Notons que la conductivité thermique translationnelle peut exister dans un gaz à une seule espèce de particule et sans mouvement hydrodynamique tandis que la conductivité réactionnelle est liée à des différences de mouvements macroscopiques entre les espèces.

Dans les sections et chapitres suivants, nous allons étudier l'effet de ces phénomènes de transport de chaleur non-maxwellienne sur la structure des ondes de choc.

4.1.1 La conductivité thermique translationnelle avec les mains

Que ce soit dans les liquides ou les gaz, ce flux de chaleur s'écrit en régime stationnaire sous la forme d'une loi de Fourier

$$\mathbf{F} = -K \nabla T. \quad (4.5)$$

Évidemment, le coefficient K de l'équation (4.5) dépend du type de milieu que l'on étudie. Dans le cas d'un gaz d'hydrogène, la théorie cinétique donne ce coefficient avec une très bonne précision (Spitzer, 1959; Nowak and Ulmschneider, 1977). Toutefois, pour comprendre les mécanismes physiques mis en jeu dans ce processus de transport de chaleur, nous rappelons comment obtenir cette loi de Fourier avec une méthode simplifiée (Chapman and Cowling, 1970).

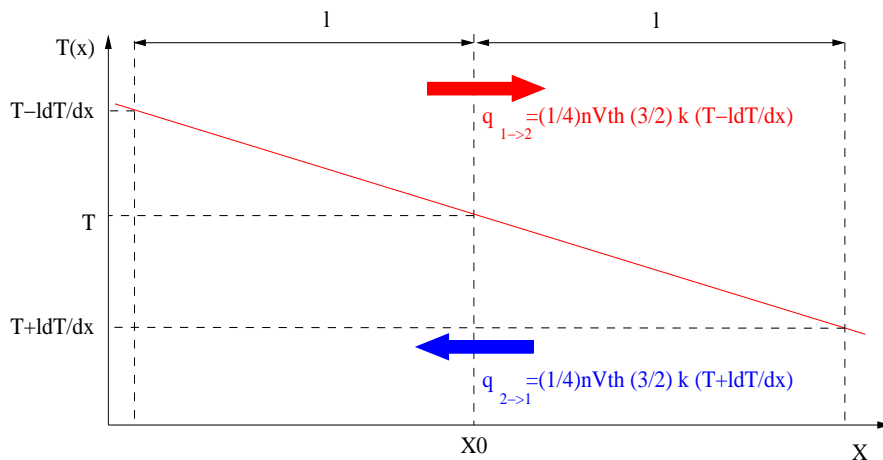


FIG. 4.1 – Schéma représentant dans un gradient de température le flux de chaleur lié à des particules diffusant de la région chaude vers la froide (flèche rouge) ou l'inverse (flèche bleue). l est à peu près égal au libre parcours moyen des particules.

Nous décrivons d'abord ce phénomène en l'absence de mouvement hydrodynamique. Dans un fluide en mouvement, l'équation (4.5) donnera simplement le flux thermique relatif à la vitesse locale du fluide.

Nous plaçons par exemple un gaz dans une boîte fermée, nous chauffons un des côtés tandis qu'on évacue la chaleur en refroidissant le côté opposé. Il y a alors apparition d'un gradient de température stationnaire dans la boîte (voir figure 4.1). Pour simplifier, nous prenons un système de coordonnées tel que le gradient de température soit parallèle à l'axe x . Nous raisonnons donc sur un problème à une dimension. Dans des configurations plus compliquées, les équations de flux que nous allons donner peuvent être réécrites sous une forme vectorielle en remplaçant dT/dx par ∇T .

Supposons que le gaz soit constitué de sphères dures et que le gradient de température soit suffisamment faible pour que la fonction de distribution des vitesses soit proche de la maxwellienne en chaque point de la boîte.

La vitesse moyenne d'agitation thermique des particules s'écrit donc

$$V_{th} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \tag{4.6}$$

Le flux de particules traversant une surface est (Chapman and Cowling, 1970)

$$\Phi = \frac{1}{4}nV_{th} \quad (4.7)$$

où n et m sont respectivement la densité en nombre et la masse des particules.

Les particules qui traversent une surface virtuelle d'une région chaude vers une plus froide ont l'énergie de leur dernière collision, qui a eu lieu à environ un libre parcours moyen de cette surface. Si l'on suppose que localement le gradient de température est linéaire et si la surface considérée se trouve en x_0 , dans une région où la température du gaz est T , alors les particules traversant cette surface porteront l'énergie (voir Fig. 4.1)

$$\frac{3}{2}kT_{x_0-l} = \frac{3}{2}k\left(T - l\frac{dT}{dx}\right)$$

où l est à peu près égal au libre parcours moyen des particules. Le flux d'énergie traversant cette surface de la région chaude vers la froide sera donc

$$q_{1 \rightarrow 2} = \Phi \times \frac{3}{2}k\left(T - l\frac{dT}{dx}\right).$$

De même, le flux d'énergie allant de la région froide vers la chaude sera

$$q_{2 \rightarrow 1} = \Phi \times \frac{3}{2}k\left(T + l\frac{dT}{dx}\right).$$

Finalement, le flux net total s'écrit

$$F \equiv q_{1 \rightarrow 2} - q_{2 \rightarrow 1} = -\frac{3}{4}nkV_{th}l\frac{dT}{dx}. \quad (4.8)$$

Nous retrouvons donc bien une loi de Fourier qui est fonction d'un gradient de température. Notons que nous avons raisonné sur un gaz constitué d'un seul type de particules. Dans un gaz constitué de plusieurs espèces de particules, il y aura un flux de chaleur translationnel pour chaque espèce. Ainsi, dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé, il y aura un flux de conductivité thermique pour les électrons, les ions et les atomes neutres

$$F = F_e + F_{H^+} + F_H. \quad (4.9)$$

Dans l'équation (4.8) la conductivité thermique est proportionnelle à la densité, à la vitesse thermique et au libre parcours moyen des particules. La relation de quasi-neutralité impose $n_e = n_{H^+}$. Comme le libre parcours moyen des ions est du même ordre de grandeur que celui des électrons, et que la vitesse thermique des électrons est $\sqrt{\frac{m_H}{m_e}}$ plus rapide que la vitesse thermique des ions, nous en déduisons que $F_{H^+} \ll F_e$. **Nous pouvons donc négliger la conductivité thermique translationnelle des ions.**

Par contre, les atomes neutres ont une vitesse thermique relativement faible mais un grand libre parcours moyen. Ils ne sont pas rapides mais ils transportent de l'énergie sur de grandes distances. Dans ce travail, nous nous sommes limités à l'étude de F_e sur la structure des chocs. Cependant, nous discutons brièvement de l'importance de la conductivité thermique des atomes neutres dans la section 4.1.5.

4.1.2 La conductivité thermique électronique avec les mains

Nous pouvons connaître l'ordre de grandeur du flux de chaleur transporté par les électrons (F_e) à partir de l'équation (4.8)

$$F_e = -\frac{3}{4}n_e k V_{the} l_e \frac{dT_e}{dx} \quad (4.10)$$

où l_e est environ égal au libre parcours moyen des électrons. Dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé, la section efficace de collision entre électrons et atomes neutres est très faible. Nous pouvons donc négliger la présence des neutres pour calculer l_e

$$l_e \sim \frac{1}{n_e Q_{ee} + n_{H^+} Q_{eH^+}} \quad (4.11)$$

où Q_{ee} et Q_{eH^+} sont respectivement les sections efficaces de collisions électron-électron et électron-ion (Nowak and Ulmschneider, 1977)

$$Q_{ee} = Q_{eH^+} = \frac{2,1933 \cdot 10^{-6}}{T_e^2} \ln \Lambda. \quad (4.12)$$

En remplaçant les équations (4.11) et (4.12) dans (4.10), nous obtenons finalement

$$F_e = -1,5 \cdot 10^{-5} \frac{T_e^{\frac{5}{2}}}{\ln \Lambda} \frac{dT_e}{dx} \quad (4.13)$$

où $\ln \Lambda$ est environ égal à 10 :

$$\ln \Lambda = 9,43 + 1,15 \log \left(\frac{T_e^3}{n_e} \right). \quad (4.14)$$

Remarquons que le flux de chaleur électronique (équation 4.13) ne dépend quasiment pas de la densité en nombre d'électrons (n_e). $\ln \Lambda$ varie très lentement avec n_e . En fait, moins il y a d'électrons, moins il y a de porteurs d'énergie, mais plus leur libre parcours moyen est grand et donc plus ils transportent de l'énergie sur une grande distance. Ces deux effets se compensent et finalement F_e est indépendant de n_e .

Si la démonstration ci-dessus permet de bien comprendre l'origine physique de la conductivité thermique électronique, elle n'en reste pas moins grossière et ne peut donner qu'un ordre de grandeur pour ce phénomène. D'une part, comme la fonction de distribution n'est pas maxwellienne, le flux de particules traversant une surface n'est pas exactement égal à $\frac{1}{4}n_e V_{the}$. D'autre part, nous avons considéré que l_e est le libre parcours moyen des électrons. En fait, ce coefficient sera fortement fonction du type de collisions. Par exemple, pour des collisions de "sphères dures", il est égal à environ $\frac{2}{3}$ du libre parcours moyen des particules (Bird et al., 1960). Pour des collisions mettant en jeu des forces de Coulomb, nous ne pouvons connaître ce coefficient que grâce à la théorie cinétique des gaz en calculant proprement l'écart de la fonction de distribution des vitesses à la maxwellienne. De plus, il faut prendre en compte le couplage entre les électrons et les ions qui interdit l'apparition d'un courant électrique. Le flux de chaleur électronique est diminué par cet effet (Spitzer, 1959). Nous voyons donc la limite de la démonstration ci-dessus.

4.1.3 La conductivité thermique électronique donnée par la théorie cinétique des gaz

À partir de l'équation de Boltzmann et de la théorie de Chapman-Enskog-Burnett, Nowak & Ulmschneider (1977) donnent une équation du flux de chaleur électronique dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé

$$\mathbf{F}_e = - \frac{6,1159 \cdot 10^{-11} T_e^{0,5}}{Q_{ee} + 0,4838 Q_{eH^+} + Q_{eH} \frac{n_H}{n_e}} \nabla T_e \quad (4.15)$$

où Q_{ee} , Q_{eH^+} , Q_{eH} sont respectivement les sections efficaces de collisions électron-électron, électron-ion et électron-neutre (Nowak and Ulmschneider, 1977). **Dans la section suivante et dans l'article de Fadeyev, Le Coroller et Gillet (2002), nous avons utilisé cette équation pour étudier l'influence de la conductivité thermique électronique sur la structure des chocs.** Rappelons que le terme $Q_{eH} \frac{n_H}{n_e}$ est très petit, étant donnée la très faible section efficace entre électrons et atomes neutres. Ce terme devient important uniquement lorsque le taux d'ionisation $\alpha < 0,1$. Or, dans les ondes de choc, le flux de Lyman continuum ionise le gaz devant le front à des taux généralement supérieurs à 0,1. En négligeant Q_{eH} et avec les sections efficaces de Coulomb (équation 4.12), l'équation 4.15 s'écrit

$$\mathbf{F}_e = - \frac{1,88 \cdot 10^{-5}}{\ln \Lambda} T_e^{\frac{5}{2}} \nabla T_e. \quad (4.16)$$

Nous retrouvons (à 2% près) la formule de Spitzer (1959) obtenue pour les gaz complètement ionisés. Notons que cette relation est pratiquement égale à l'équation (4.13) obtenue par un raisonnement d'ordre de grandeur. Comme nous avons effectué un calcul très approximatif, il n'aurait pas été du tout surprenant de trouver un facteur deux ou plus entre les équations (4.13) et (4.16).

4.1.4 Le flux de chaleur électronique limite

Les flux de chaleur électronique donnés par les équations (4.15) et (4.16) tendent vers l'infini lorsque le gradient de température devient très grand. En fait, pour de forts gradients, la fonction de distribution des vitesses s'éloigne beaucoup de la maxwellienne et les équations de flux de chaleur, fonctions de ∇T , deviennent fausses. En effet, ces équations ont été trouvées en supposant une fonction de distribution des vitesses faiblement écartées de la maxwellienne. Comme la vitesse thermique des particules n'est jamais infinie, il existe un flux d'énergie limite. Ce flux est proportionnel au flux maximum de particules multiplié par l'énergie de ces particules. Le flux maximum d'électrons passant à travers une surface est égal à la vitesse thermique de ces électrons multipliée par le nombre d'électrons par unité de volume. Comme l'énergie thermique de ces électrons est proportionnelle à kT_e , le flux électronique limite s'écrit (Cowie and Mckee, 1977)

$$F_{lim} = f \left(\frac{kT_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} n_e kT_e \quad (4.17)$$

où f est une constante qui prend en compte le type de gaz et le champ électrique nécessaire pour maintenir un courant électrique nul. Beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques ont été réalisés pour déterminer la valeur exacte de f . Pour les plasmas astrophysiques la plupart des auteurs choisissent $f \simeq 0,3$ (Cowie and Mckee, 1977; Teyssier et al., 1998; Bedogni and D’Ercole, 1988).

Ainsi, lorsque le gradient de température devient trop fort, les équations classiques de flux de chaleur (fonction de ∇T) deviennent fausses et tendent asymptotiquement (lorsque l’on fait croître ∇T) vers un flux limite (Eq. 4.17). Le rapport du flux classique (Eq. 4.16) sur le flux limite (Eq. 4.17) vaut

$$\frac{F_e}{F_{lim}} \sim 10 \frac{\lambda_e}{L_{Te}} \quad (4.18)$$

où λ_e est le libre parcours moyen des électrons et $L_{Te} = \frac{T_e}{\nabla T_e}$ l’échelle caractéristique du gradient de température électronique. Pour que les flux de chaleur classique du type loi de Fourier s’appliquent, il faut que $F_e \ll F_{lim}$ et donc que l’échelle caractéristique du gradient de température L_{Te} soit beaucoup plus grande que le libre parcours moyen des électrons. **Nous avons vérifié que, dans la structure des ondes de choc de la présente étude, les gradients de température sont toujours suffisamment faibles pour que $F_e < F_{lim}$. Ainsi, la loi classique de flux de chaleur électronique (équation 4.15) peut être appliquée.**

4.1.5 La conductivité thermique translationnelle des atomes neutres

Nowak et Ulmschneider (1977) donnent également une équation de conductivité thermique pour les atomes d’hydrogène neutre

$$\mathbf{F}_H = \frac{2,4107 \cdot 10^{-12} T^{0,5}}{Q_{HH} + (0,85 Q_{HH+} + Q_{He}) \frac{n_e}{n_H}} \nabla T. \quad (4.19)$$

Sur la figure (4.2), nous avons tracé $\frac{F_H}{F_e}$ en fonction de T et pour deux taux d’ionisation ($\alpha = 0,3$ et $\alpha = 0,9$). Pour simplifier, nous traçons ce graphique en prenant la même température pour les électrons et les atomes neutres ($T_e = T_H = T$).

Aux forts taux d’ionisation, F_H est petit devant F_e . Il y a peu d’atomes neutres pour transporter de l’énergie et leur libre parcours moyen est faible à cause des collisions avec les électrons et les ions qui sont très nombreux. **Ainsi, les chocs suffisamment forts pour ioniser le gaz dans le précurseur avec le flux de Lyman continuum ne seront probablement pas affectés par la conductivité thermique des neutres. Pour les chocs de forces intermédiaires, les atomes neutres pourraient être aussi efficaces que les électrons pour transporter la chaleur.** Toutefois, nous laissons ce problème en suspens et nous considérons ici uniquement la conductivité thermique électronique.

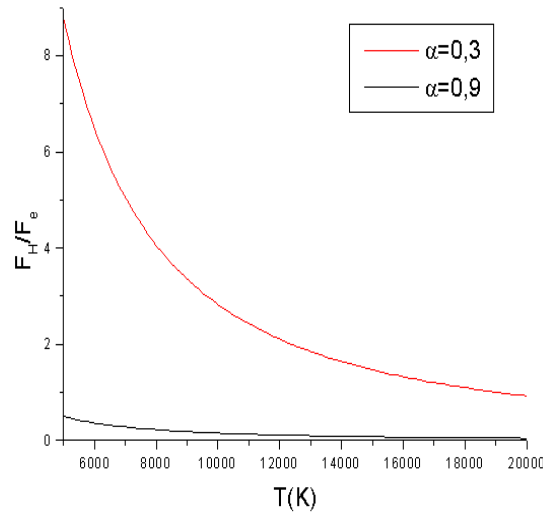


FIG. 4.2 – Rapport de la conductivité thermique des atomes neutres sur la conductivité thermique des électrons pour deux taux d’ionisation α différents

4.2 La conductivité thermique électronique et les ondes de choc radiatives

Dans les chocs que nous étudions, les électrons ont des vitesses thermiques largement supérieures à la vitesse de l’écoulement. À cause de leur faible masse le gaz d’électrons est toujours subsonique. Ainsi, les électrons peuvent remonter devant le front et chauffer le gaz dans cette région (Fig. 4.3). Plus les électrons vont vite et plus leur libre parcours moyen est important, plus ils peuvent remonter devant le front. À l’inverse, plus la vitesse du choc est grande, moins ils arrivent à progresser à contre courant.

La distance caractéristique sur laquelle la conduction thermique électronique chauffe le gaz devant le front est donc proportionnelle au libre parcours moyen et à la vitesse thermique des électrons et inversement proportionnelle à la vitesse du choc (Zel’dovich and Raizer, 1966)

$$L_e \sim \frac{V_{the} \times \lambda_e}{U_{shock}} \sim \left(\frac{m_{H^+}}{m_e} \right)^{1/2} \lambda_e, \quad (4.20)$$

où λ_e est le libre parcours moyen des électrons au niveau du front et U_{shock} la vitesse du choc. Dans cette équation nous avons remplacé la vitesse thermique des électrons par la vitesse thermique des ions grâce à la relation $V_{the} = \left(\frac{m_{H^+}}{m_e} \right)^{1/2} V_{thH^+}$. Nous avons ensuite simplifié l’expression en admettant que la vitesse thermique des ions est de l’ordre de la vitesse du choc U_{choc} .

En fait Zel’dovich & Raizer (1966) ont montré que L_e est environ de la taille de la zone de thermalisation derrière le front (figure 4.3). Pour les chocs typiques dans les atmosphères d’étoiles géantes : $L_e \sim 5$ cm. Le but de ce travail est d’introduire la conductivité ther-

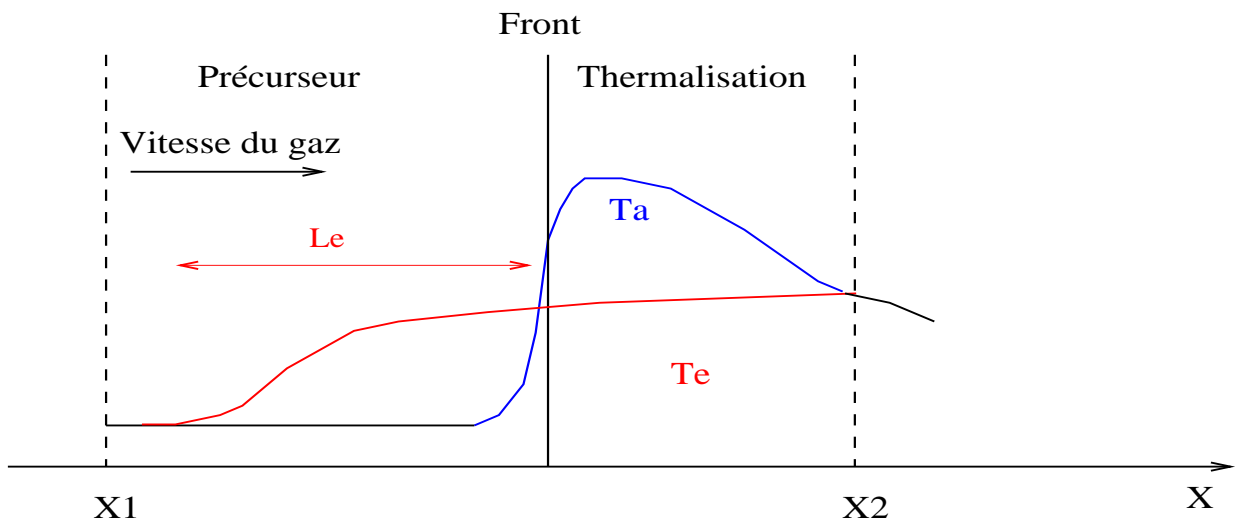
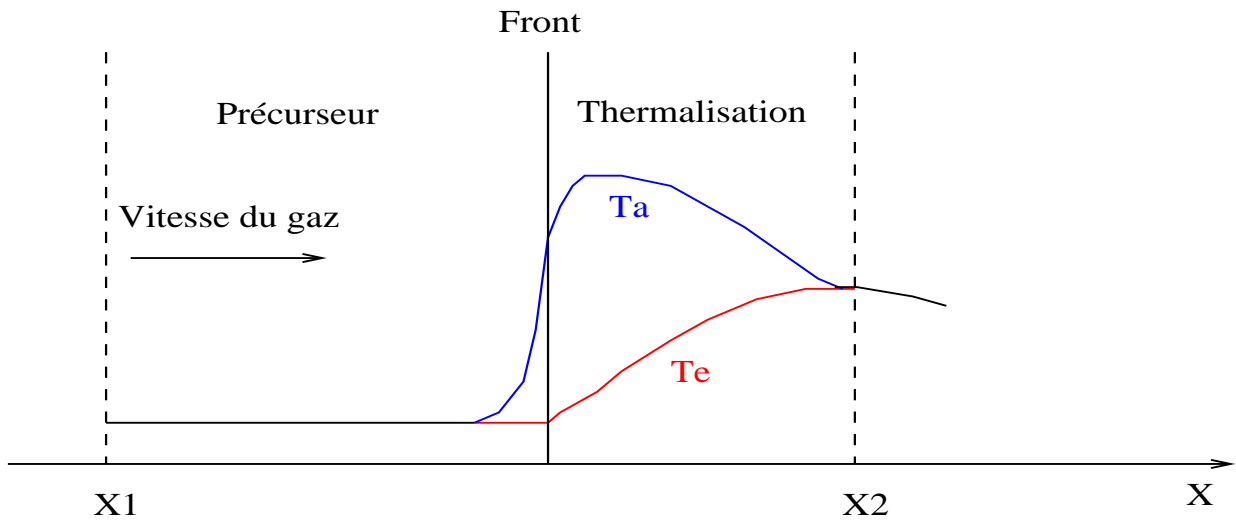


FIG. 4.3 – Profils de températures dans le voisinage du front du choc sans (figure du haut) et avec (figure du bas) conductivité thermique électronique

mique électronique dans le modèle d'ondes de choc. Nous devons d'une part retrouver le profil classique d'augmentation de la température électronique devant le front (Zel'dovich and Raizer, 1966) et d'autre part voir si cette modification des caractéristiques thermodynamiques dans le voisinage du front peut entraîner des changements importants dans la signature spectrale de l'onde de choc et dans la structure radiative du sillage.

4.2.1 Modification des équations du choc avec la conductivité thermique électronique

La conductivité thermique électronique est liée à la diffusion d'électrons allant des régions chaudes vers les régions plus froides ou l'inverse. Il est donc logique que ce terme de flux de chaleur soit présent dans l'équation de l'énergie des électrons. Il apparaît d'ailleurs naturellement dans cette relation lorsque l'on intègre l'équation de Boltzmann. L'équation de conservation de l'énergie des électrons du modèle d'onde de choc (équation 3.6) est donc modifiée et s'écrit avec la conductivité thermique (appendice C)

$$U \frac{dE'_e}{dx} = -P_e U \frac{dV}{dx} + Q_{elc} + Q_{inc} - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_e \quad (4.21)$$

où \mathbf{F}_e est la conductivité thermique électronique donnée par l'équation (4.15).

La divergence de \mathbf{F}_e est fonction de la dérivée seconde de T_e . Ce terme de deuxième ordre rend instables les solutions du système d'équations différentielles ordinaires (qui donne la structure thermodynamique du choc). Pour contourner cette difficulté et pour que l'équation de conservation de l'énergie des électrons reste du premier ordre, nous avons calculé la divergence du flux électronique à chaque itération en même temps que l'équation de transfert radiatif. De plus, nous augmentons fortement le nombre de cellules proches du front pour garder une très bonne résolution spatiale dans cette région. La méthode de calcul numérique prenant en compte le flux de chaleur électronique est décrite dans l'article de Fadeyev, Le Coroller et Gillet (2002) qui se trouve en fin de chapitre .

4.2.2 Modification des équations de Rankine-Hugoniot

Dans les chocs purement radiatifs (sans conduction thermique électronique) nous supposons que le saut de température électronique au passage du front de discontinuité était purement adiabatique (voir équation 3.27) : les ions sont comprimés dans le front du choc et les électrons qui sont liés à ceux-ci par les forces électriques se compriment à leur tour. En l'absence de flux de chaleur électronique, cette compression est quasiment adiabatique. Malheureusement, si nous prenons en compte le flux électronique (\mathbf{F}_e) et que nous suivons un élément de masse traversant le front, alors pendant que celui-ci se comprime des électrons chauds vont diffuser et quitter cet élément pendant que d'autres plus froids vont y pénétrer. **Avec la conductivité thermique translationnelle la compression du gaz d'électrons n'est donc plus adiabatique !** Nous contournerons ce problème en admettant que le gaz d'électrons n'est jamais fortement chauffé au passage du front (Jaffrin, 1965). Nous utilisons donc une équation de continuité en admettant que la conductivité

thermique calculée au niveau du front (en X_J) permet de connaître le saut de température électronique

$$T_e^+ = T_e^- - \frac{F_{eJ}}{K_{eJ}} \Delta X_J. \quad (4.22)$$

Avec cette relation et les équations de conservation (2.2–2.4) modifiées pour prendre en compte la conductivité thermique électronique

$$\rho^- U^- = \rho^+ U^+ = \dot{m} \quad (4.23)$$

$$\dot{m} U^- + P_g^- + P_R^- = \dot{m} U^+ + P_g^+ + P_R^+, \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \dot{m} \left(h^- + \frac{1}{2} (U^-)^2 \right) + F_e^- + F_R^- + U^- (E_R^- + P_R^-) = \\ \dot{m} \left(h^+ + \frac{1}{2} (U^+)^2 \right) + F_e^+ + F_R^+ + U^+ (E_R^+ + P_R^+), \end{aligned} \quad (4.25)$$

on obtient le saut de température

$$\begin{aligned} T_a^+ = T_a^- + \frac{1}{5} \frac{\dot{m} U^-}{n_a^- k} \left(1 - \frac{1}{\eta^2} \right) + \frac{n_e^-}{n_H^-} \frac{F_{ej} \Delta X_j}{K_{ej}} - \\ \frac{2}{5} \frac{F_R^+ - F_R^- + F_e^+ - F_e^-}{n_a^- k U^-} + \frac{2}{5} \frac{(E_R^- + P_R^-) - (E_R^+ + P_R^+) \eta^{-1}}{n_a^- k}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

et le saut de densité avec

$$A\eta^2 - B\eta + C = 0, \quad (4.27)$$

où

$$A = (a_T^-)^2 + \frac{(U^-)^2}{5} + \frac{2}{5} \frac{F_R^- - F_R^+ - F_e^+ + F_e^-}{\dot{m}} + \frac{2}{5} \frac{E_R^- + P_R^-}{\rho^-}, \quad (4.28)$$

$$B = (a_T^-)^2 + (U^-)^2 + \frac{P_R^- - P_R^+}{\rho^-} + \frac{2}{5} \frac{E_R^+ + P_R^+}{\rho^-}, \quad (4.29)$$

$$C = \frac{4}{5} (U^-)^2, \quad (4.30)$$

et $a_T = (P_g/\rho)^{1/2}$.

Enfin, pour trouver la structure d'un choc avec la conductivité thermique électronique on utilise ces nouvelles relations de Rankine-Hugoniot et l'équation de conservation de l'énergie des électrons modifiée (équation 4.21). On calcule la conductivité thermique électronique en même temps que l'on résout l'équation de transfert radiatif. Par ailleurs, on adopte la même procédure d'itération et les mêmes équations du rayonnement, de conservation de la masse, de l'impulsion, de l'énergie des particules lourdes et de l'évolution statistique des espèces qu'au chapitre 3.

4.2.3 Les résultats du calcul numérique

L'effet de la conductivité thermique électronique sur la structure des chocs a été détaillé dans l'article de Fadeyev, Le Coroller et Gillet (2002) placé en fin de chapitre. Nous résumons ici les principaux résultats et nous apportons quelques développements supplémentaires. Toutefois, nous ne répétons pas le contenu de cet article, et nous invitons le lecteur à s'y reporter pour plus de détails.

Les résultats principaux sont les suivants :

Avec la conductivité thermique électronique :

1) Nous retrouvons à peu près la forme du profil de température électronique prévue par Zel'dovich & Raizer (1966). C'est-à-dire que les électrons sont chauffés devant le front (voir dans l'article la Fig. 4).

2) Le taux d'ionisation augmente légèrement ($\sim 5\%$) autour du front lorsque le choc est assez fort. Évidemment, lorsque le choc devient très fort, le gaz étant complètement ionisé par le flux de Lyman continuum, cet effet disparaît.

3) Pour les chocs faibles ou modérés ($U_1 < 65 \text{ km s}^{-1}$), la structure radiative du choc n'est pas modifiée. En effet l'intensité du flux de Lyman autour du front et le flux radiatif total sortant loin devant le front du choc restent les mêmes que nous prenions ou non en compte le flux électronique .

4) Pour les chocs relativement forts ($U_1 > 65 \text{ km s}^{-1}$) il y a une légère modification de la structure radiative du choc. Nous observons un flux de Lyman continuum plus fort au niveau du front et un flux radiatif total sortant du choc augmenté d'environ 10 à 25% par la présence de la conductivité thermique électronique.

Ces résultats sont résumés dans le tableau (4.1).

Comment interpréter ces résultats ?

Nous pouvons appliquer les équations de conservation de part et d'autre de la zone d'efficacité de la conductivité thermique électronique, entre la région se trouvant juste avant l'accroissement de T_e (en X_1 sur la figure 4.3) et derrière le front à la fin de la zone de thermalisation (en X_2 sur la figure 4.3), là où les températures des électrons et des particules lourdes s'égalisent. Nous simplifions en supposant qu'en X_1 et X_2 les gradients de température sont faibles et que donc F_e est nul. Nous obtenons entre X_1 et X_2 un système équivalent aux équations (2.2–2.4)

$$\rho_1 U_1 = \rho_2 U_2 = \dot{m} \quad (4.31)$$

$$\dot{m} U_1 + P_{g1} = \dot{m} U_2 + P_{g2}, \quad (4.32)$$

TAB. 4.1 – Propriété d’une onde de choc radiative calculée avec la conductivité thermique électronique $\rho_1 = 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$.

| U_1 | T_1 | M_1 | x_{H}^- | $\delta(x_{\text{H}}^-)$ | $\varepsilon(\rho^-)$ | $\varepsilon(F_{\text{Ly},\delta})$ | $\varepsilon(F_{\text{R}})$ |
|-------|-------|-------|------------------|--------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| 60 | 3000 | 9,3 | 0,13 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 65 | 8000 | 5,2 | 0,84 | 0,02 | 1,04 | 1,19 | 1,14 |
| 70 | 3000 | 10,9 | 0,47 | 0,01 | 1,02 | 1,08 | 1,03 |
| | 6000 | 7,7 | 0,73 | 0,02 | 1,05 | 1,21 | 1,16 |
| | 8000 | 5,6 | 1 | 0 | 1,08 | 1,30 | 1,28 |
| 75 | 3000 | 11,7 | 0,62 | 0,02 | 1,03 | 1,13 | 1,07 |
| | 6000 | 8,2 | 0,75 | 0,04 | 1,04 | 1,20 | 1,14 |
| | 8000 | 6,0 | 1 | 0 | 1,10 | 1,33 | 1,30 |
| 80 | 3000 | 12,5 | 0,86 | 0,05 | 1,09 | 1,38 | 1,32 |
| | 6000 | 8,8 | 0,98 | 0,01 | 1,06 | 1,25 | 1,20 |
| | 8000 | 6,4 | 1 | 0 | 1,08 | 1,27 | 1,26 |
| 85 | 3000 | 13,2 | 1 | 0 | 1,10 | 1,30 | 1,26 |

$$\dot{m} \left(h_1 + \frac{1}{2} U_1^2 \right) + F_{R1} = \dot{m} \left(h_2 + \frac{1}{2} U_2^2 \right) + F_{R2}, \quad (4.33)$$

avec

$$h = \frac{5 n_a}{2 \rho} k T_a + \frac{5 n_e}{2 \rho} k T_e + \frac{E_{\text{ex}}}{\rho} + \frac{E_I}{\rho}, \quad (4.34)$$

où nous avons négligé la pression et l’énergie radiative.

Si l’on connaît toutes les caractéristiques physiques du gaz en X_1 ($\rho_1, T_1, U_1, E_{\text{ex}1}, E_{I1}, F_{R1}$) ainsi que le flux radiatif et les énergies d’excitation et d’ionisation en X_2 ($E_{\text{ex}2}, E_{I2}, F_{R2}$) alors les équations de conservation ci-dessus donnent un simple système de trois équations à trois inconnues : T_2, ρ_2, U_2 . Or la distance caractéristique sur laquelle la conductivité thermique électronique agit (distance entre X_1 et X_2) est petite devant le libre parcours moyen des photons. Ainsi pratiquement aucun rayonnement n’est absorbé ou émis entre X_1 et X_2 . Nous pouvons donc considérer que $F_{R2} = F_{R1}$. Sur la figure 1 de l’article de Fadeyev, Le Coroller et Gillet (2002), nous voyons qu’effectivement l’intensité du flux radiatif reste presque constante dans toute cette région. À titre indicatif, nous avons tracé sur la figure (4.4) le rapport du libre parcours moyen des photons de Lyman continuum sur l’échelle caractéristique de la conductivité thermique électronique en fonction du taux d’ionisation.

Pour raisonner en ordres de grandeur, nous pouvons négliger les termes $E_{\text{ex}1}$ et $E_{\text{ex}2}$ à cause de la faible quantité d’atomes dans un état excité. De plus, dans les chocs faibles (nombre de Mach proche de 1) l’augmentation du taux d’ionisation par collision entre X_1 et X_2 est petit. Nous pouvons donc considérer que $\frac{E_{I2}}{\rho_2}$ est égal à $\frac{E_{I1}}{\rho_1}$. Le système d’équations de conservation (Eqs. 4.31–4.33) se réduit donc aux relations classiques de Rankine-Hugoniot

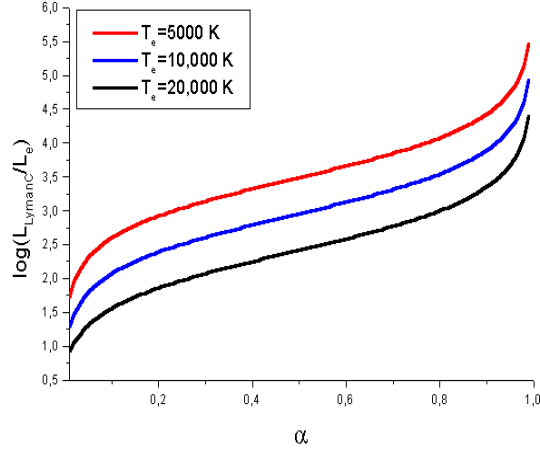


FIG. 4.4 – Libre parcours moyen des photons de Lyman continuum L_{lyman_c} divisé par l'échelle caractéristique de la conductivité thermique électronique L_e

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{4M_1^2}{3 + M_1^2} \quad (4.35)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{4M_1^2}{3 + M_1^2} \quad (4.36)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[1 + \frac{5}{4}(M_1^2 - 1) \right] \left[\frac{3 + M_1^2}{4M_1^2} \right] \quad (4.37)$$

avec

$$M_1 = \frac{U_1}{\sqrt{\frac{5}{3} \frac{kT_1}{m_H} \frac{n_{e1} + n_{a1}}{n_{a1}}}}. \quad (4.38)$$

La température, la densité et la vitesse du gaz en X_2 sont donc uniquement fonction des caractéristiques du gaz en X_1 . Tout ce qui se passe entre X_1 et X_2 n'a aucune importance ! De plus jusqu'à X_1 les gradients de température sont faibles et le gaz n'est pas perturbé par la présence du flux de chaleur électronique. Ainsi, pour un choc donné, nous trouverons la même densité, température, et vitesse du gaz en X_1 et donc en X_2 que l'on tienne compte ou pas de la conductivité thermique électronique. Finalement, l'écoulement partira des mêmes conditions en X_2 que l'on prenne en compte le flux de chaleur électronique ou pas. De plus, les gradients de température sont relativement faibles dans le sillage. Tout ce qui se passera en aval de X_2 devrait donc être indépendant de la présence de la conductivité thermique électronique. Ainsi, pour les chocs faibles ($U_1 < 65 \text{ km s}^{-1}$), le sillage radiatif et la signature spectrale de l'onde de choc sont indépendants de la conductivité thermique électronique (voir Table 4.1).

Pour les chocs plus forts, il y a une variation d'ionisation entre X_1 et X_2 principalement due aux collisions inélastiques entre électrons et atomes neutres. Or :

$$\frac{E_{I2}}{\rho_2} - \frac{E_{I1}}{\rho_1} = \frac{e_{H^+}}{m_{H^+}}(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (4.39)$$

où α est le taux d'ionisation.

Cette relation montre que si la présence du flux de chaleur électronique modifie la variation du taux d'ionisation ($\alpha_2 - \alpha_1$), alors $\frac{E_{I2}}{\rho_2} - \frac{E_{I1}}{\rho_1}$ sera différent avec ou sans conduction thermique électronique. Or les caractéristiques physiques du gaz en X_2 (T_2, ρ_2, U_2), obtenues avec le système d'équations de conservation (4.31–4.33), dépend des caractéristiques physiques du gaz en X_1 et de $\frac{E_{I2}}{\rho_2} - \frac{E_{I1}}{\rho_1}$. Ainsi, si $\alpha_2 - \alpha_1$ est modifié par la présence du flux de chaleur électronique, alors les caractéristiques physiques du gaz en X_2 et tout ce qui se passe en aval de ce point pourront être changés. C'est effectivement ce qui se passe pour les chocs dont la vitesse U_1 est supérieure à 65 km s^{-1} .

De plus, pour les chocs forts, le flux de Lyman augmente en présence de la conductivité thermique. Ce flux est absorbé dans la région du précurseur et change les conditions thermodynamiques en X_1 par rapport au cas sans conduction. La conductivité thermique électronique agit donc sur la structure radiative du choc.

Structure of radiative shock waves
**IV. Effects of electron thermal
conduction**

The structure of radiative shock waves

IV. Effects of electron thermal conduction

Yu. A. Fadeyev¹, H. Le Coroller², and D. Gillet²

¹ Institute for Astronomy of the Russian Academy of Sciences, Pyatnitskaya 48, 109017 Moscow, Russia

² Observatoire de Haute-Provence – CNRS, 04870 Saint-Michel l’Observatoire, France

Received 12 September 2001 / Accepted 11 June 2002

Abstract. We consider the structure of steady–state radiative shock waves propagating in partially ionized hydrogen gas with density $\rho_1 = 10^{-10}$ gm cm⁻³ and temperature $3000 \text{ K} \leq T_1 \leq 8000 \text{ K}$. The radiative shock wave models with electron thermal conduction in the vicinity of the viscous jump are compared with pure radiative models. The threshold shock wave velocity above which effects of electron thermal conduction become perceptible is found to be $U_1^* \approx 70 \text{ km s}^{-1}$ and corresponds to the upstream Mach numbers from $M_1 \approx 6$ at $T_1 = 8000 \text{ K}$ to $M_1 \approx 11$ at $T_1 = 3000 \text{ K}$. In shocks with efficient electron heat conduction more than a half of the hydrogen atoms are ionized in the radiative precursor, whereas behind the viscous jump the hydrogen gas undergoes the full ionization. The existence of the electron heat conduction precursor leads to the enhancement of the Lyman continuum flux trapped in the surroundings of the discontinuous jump. As a result, the partially ionized hydrogen gas of the radiative precursor undergoes an additional ionization ($\delta x_{\text{H}} \leq 5\%$), whereas the total radiative flux emerging from the shock wave increases by $10\% \leq \delta(F_{\text{R}}) \leq 25\%$ for $70 \text{ km s}^{-1} \leq U_1 \leq 85 \text{ km s}^{-1}$.

Key words. shock waves – hydrodynamics – radiative transfer – stellar atmospheres

1. Introduction

In our previous papers (Fadeyev & Gillet 1998, 2000, 2001), hereinafter referred to as Papers I–III, we presented studies of steady–state radiative shock waves propagating in the partially ionized hydrogen gas with properties that are typical of atmospheres of pulsating late–type stars. The models were considered in terms of the self–consistent solution of the equations of fluid dynamics, radiation transfer and rate equations for the hydrogen atom and provide the reliable estimates of radiative energy losses of the shock wave. In these studies we adopted that at the viscous jump, which is treated as an infinitesimally thin discontinuity, the electron gas compresses adiabatically. Such an assumption is justified by the very low rate of energy exchange between protons and electrons within the viscous jump and thereby allows us to determine the postshock electron temperature from the simple adiabatic relation. However, it is known that the characteristic length scale of electron thermal conduction might be comparable with the thickness of the postshock relaxation zone (the length of the temperature equilibration zone) and, therefore, might affect perceptibly the spatial distribution of hydrodynamic variables at least in the vicinity of the viscous jump (see, for discussion, Zel’dovich & Raizer 1967; Mihalas & Weibel Mihalas 1984).

Effects of electron thermal conduction in two–temperature shock waves propagating in partially ionized helium and argon

Send offprint requests to: D. Gillet, e-mail: gillet@obs-hp.fr

with temperatures and densities close to those of stellar atmospheres were investigated using both hydrodynamic and kinetic approaches by Grewal & Talbot (1963), Jaffrin (1965), Lu & Huang (1974). Solution of the more general problem involving the radiation transfer was considered by Vinolo & Clarke (1973). The conspicuous result of these calculations is that the authors demonstrated the existence of the zone of the elevated electron temperature ahead of the viscous jump appearing due to the high thermal conductivity of the electron gas. For the hydrogen gas effects of electron thermal conduction were considered only in the limit of full ionization at Mach numbers as high as $M_1 \approx 8$ (Vidal et al. 1993, 1995). This study, unfortunately, was confined to the problem of inertial confinement fusion for extremely high temperature and number density of electrons ($T = 10^8 \text{ K}$, $n_e = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$).

Now, the scarce studies of astrophysical radiative shock waves with electron thermal conduction in two–temperature gases are confined to the interstellar medium (Borkowski et al. 1989; Borkowski & Shull 1990) and accreting white dwarfs (Imamura et al. 1987). In these works the heat conduction was found to substantially affect the structure of the postshock relaxation zone for shocks with velocities ranging from 70 km s^{-1} to 170 km s^{-1} . In atmospheres of late–type pulsating stars the gas density is many orders of magnitude higher in comparison with that of the interstellar medium, whereas the velocities of shocks do not exceed 100 km s^{-1} , so that the role of electron heat conduction in radiative losses remains highly

uncertain. In this paper we compute the models of steady-state radiative shock waves propagating through the partially ionized hydrogen gas with properties typical for atmospheres of pulsating late-type stars and compare the pure radiative shock wave models with those in which electron thermal conduction is taken into account.

As in our previous papers we assume that the ambient unperturbed medium is homogeneous and effects of magnetic fields are negligible. Indeed, the magnetic field becomes important when the electron mean free path l_e is larger than the gyromagnetic radius r_B . For the gas density considered in our study ($\rho = 10^{-10}$ gm cm $^{-3}$) the condition $l_e \gg r_B$ fulfills for $B \gg 3$ Gauss. Furthermore, the magnetic pressure $B^2/8\pi$ becomes comparable with the gas pressure for $B > 25$ Gauss. On the other hand, the strength of the magnetic field in late-type giants is $B \ll 1$ Gauss (Belvedere et al. 1982). Thus, effects of magnetic fields can be ignored without any loss of accuracy. We expect that results of our calculations can be applied to shock phenomena observed in atmospheres of radially pulsating giants and supergiants such as W Vir, RV Tau and Mira type variables.

In order to specify the model we use three parameters determining the structure of the steady-state radiative shock wave. These are the density ρ_1 and the temperature T_1 of the ambient hydrogen gas and the upstream gas flow velocity U_1 .

2. Equations for thermal conduction

Detailed discussion of the basic equations used for calculation of the structure of radiative shock waves is given in our earlier papers and in this section we only consider the equations involving the terms responsible for electron thermal conduction. Equation (20) of Paper II describes the change of the translational specific energy of the electron gas

$$\tilde{E}_e = \frac{3}{2} \frac{n_e}{\rho} kT_e \quad (1)$$

and is written now as

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_e}{dt} = & - P_e \frac{dV}{dt} + Q_{\text{elc}} - \frac{d\tilde{E}_1}{dt} - \frac{d\tilde{E}_{\text{ex}}}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dE_R}{dt} \\ & - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_R - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_e. \end{aligned} \quad (2)$$

Here n_e is the number density of free electrons, $P_e = n_e kT_e$ is the partial pressure of the electron gas, $V = 1/\rho$ is the specific volume, Q_{elc} is the rate of energy gain by electrons in elastic collisions with neutral hydrogen atoms and hydrogen ions, \tilde{E}_1 and \tilde{E}_{ex} are the ionization energy and the excitation energy per unit mass, E_R and \mathbf{F}_R are the radiation energy density and the total radiation flux, respectively,

$$\mathbf{F}_e = -K_e \nabla T_e \quad (3)$$

is the electron heat conductive flux. The thermal conductivity K_e was calculated using the fitting formulae (Nowak & Ulmschneider 1977) taking into account effects of partial ionization and converging with those given by Spitzer (1962) for the fully ionized hydrogen.

Equation (3) is valid until the mean free path of electrons is smaller than the characteristic temperature scale and for the too steep temperature gradient it becomes inapplicable due to effects of saturation of the heat flux. According to Cowie & McKee (1977) the saturated heat flux q_{sat} is proportional to the product of the thermal energy of electrons and their mean thermal velocity, that is,

$$q_{\text{sat}} = f \left(\frac{2kT_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e kT_e. \quad (4)$$

Unfortunately, the value of the flux limit factor f for the partially ionized hydrogen gas is uncertain. Cowie & McKee (1977) adopted $f = 0.4$, whereas Borkowski et al. (1989) presented arguments in favour of $f \sim 0.1$. According to more recent kinetic calculations (Vidal et al. 1995) the flux limit factor is $f \approx 0.3$ and it is the value that we used in our study.

The presence of the divergence of the conductive flux in Eq. (2) increases the order of this equation and leads to the much stronger sensitivity of the resulting system of ordinary differential equations (see Eqs. (17)–(21) of Paper II) to the rounding-off errors. To keep the first order of Eq. (2) we calculated $\nabla \cdot \mathbf{F}_e$ in each iteration together with the solution of the radiation transfer equation for the given spatial distribution of hydrodynamic variables. For the first iteration we replaced the spatial distribution of the electron temperature T_e obtained from the pure radiative model by the arbitrary function smoothing the run of T_e within ~ 100 cm in both sides of the discontinuous jump. After the series of trial calculations we found that the final solution does not depend on the initial distribution of T_e since the region of the effective energy transfer by electron thermal conduction is by an order of magnitude narrower. The shock wave models were represented by $2000 \leq N \leq 8000$ cells with $\sim 10^3$ cells within the thermal conduction region.

The divergence of the conductive flux was computed using the second-order finite-difference formula

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \mathbf{F}_e)_{j-1/2} = & - \frac{K_{e,j-1}}{\Delta X_{j-1}} \frac{T_{e,j-3/2}}{\Delta X_{j-1/2}} \\ & + \left(\frac{K_{e,j-1}}{\Delta X_{j-1}} + \frac{K_{e,j}}{\Delta X_j} \right) \frac{T_{e,j-1/2}}{\Delta X_{j-1/2}} - \frac{K_{e,j}}{\Delta X_j} \frac{T_{e,j+1/2}}{\Delta X_{j-1/2}}, \end{aligned} \quad (5)$$

where $\Delta X_j = \frac{1}{2} (\Delta X_{j-1/2} + \Delta X_{j+1/2})$ and $\Delta X_{j-1/2} = X_j - X_{j-1}$ are the space intervals. All thermodynamic quantities are defined at cell centers having half-integer subscripts and the conductivity coefficient at cell interfaces is determined as the mass-weighted average:

$$K_{e,j} = \frac{K_{e,j-1/2} \Delta m_{j-1/2} + K_{e,j+1/2} \Delta m_{j+1/2}}{\Delta m_{j-1/2} + \Delta m_{j+1/2}}, \quad (6)$$

where $\Delta m_{j-1/2} = \rho_{j-1/2} \Delta X_{j-1/2}$ is the mass contained in the cell $[X_{j-1}, X_j]$. Thus, the divergence of the conductive flux in Eq. (2) was considered explicitly and during integration of the ordinary differential equations was calculated using the nonlinear interpolation.

The discontinuity is assumed to be located at $X_j = 0$ and coordinates of cell centers just ahead of and just behind the discontinuity are denoted as $X_{j-1/2}$ and $X_{j+1/2}$, respectively.

For the sake of convenience the quantities defined at these cell centers are denoted by superscripts minus and plus, respectively. In all models considered in our study the size of the central cell was set equal to $\Delta X_J = X_{J+1/2} - X_{J-1/2} = 0.1$ cm.

Solution of the preshock initial-value problem is ended at the $(J - 1/2)$ th cell center and in order to obtain the initial conditions for the postshock integration we use the Rankine–Hugoniot equations relating quantities at both sides of the discontinuity at cell centers $X_{J-1/2}$ and $X_{J+1/2}$. For the radiative shock wave with electron heat conduction the Rankine–Hugoniot equations are written as

$$\rho U = C_0 \equiv \dot{m}, \quad (7)$$

$$\dot{m}U + P_g + P_R = C_1, \quad (8)$$

$$\frac{1}{2}\dot{m}U^2 + \dot{m}h + \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_R + U(E_R + P_R) = C_2, \quad (9)$$

where h is the specific enthalpy (see Eq. (7) of Paper II), P_g is the gas pressure, P_R is the radiation pressure, C_0 , C_1 and C_2 are the mass, momentum and energy fluxes. Solution of the Rankine–Hugoniot relations gives the compression ratio across the discontinuous jump $\eta = \rho^+/\rho^-$ as the root of the quadratic equation

$$A\eta^2 - B\eta + C = 0, \quad (10)$$

where

$$A = (a_T^-)^2 + \frac{1}{5}(U^-)^2 - \frac{2}{5} \frac{\mathbf{F}_e^+ + \mathbf{F}_R^+ - \mathbf{F}_e^- - \mathbf{F}_R^-}{\dot{m}} + \frac{2}{5} \frac{E_R^- + P_R^-}{\rho^-}, \quad (11)$$

$$B = (a_T^-)^2 + (U^-)^2 + \frac{2}{5} \frac{E_R^+ + P_R^+}{\rho^-} - \frac{P_R^+ - P_R^-}{\rho^-}, \quad (12)$$

$$C = \frac{4}{5}(U^-)^2, \quad (13)$$

$a_T = (P_g/\rho)^{1/2}$ is the isothermal sound speed.

In contrast to our earlier studies where we assumed that the electron gas compresses at the viscous jump adiabatically in the present paper we employed the jump condition for the electron temperature written as

$$T_c^+ = T_c^- - \frac{\mathbf{F}_{eJ}}{K_{eJ}} \Delta X_J. \quad (14)$$

The postshock temperature of heavy particles is obtained from solution of Eqs. (7)–(9) and is given by

$$T_a^+ = T_a^- - \frac{n_c^-}{n_H^-} (T_c^+ - T_c^-) + \frac{1}{5} \frac{\dot{m}U^- \eta^2 - 1}{n_H^- k} - \frac{2}{5} \frac{\mathbf{F}_e^+ + \mathbf{F}_R^+ - \mathbf{F}_e^- - \mathbf{F}_R^-}{n_H^- k U^-} - \frac{2}{5} \frac{(E_R^+ + P_R^+) \eta^{-1} - (E_R^- + P_R^-)}{n_H^- k}, \quad (15)$$

where n_H is the number density of hydrogen atoms.

3. The structure of shocks with heat conduction

In solution of the initial-value problem for the fluid dynamics and rate equations we considered the system of ordinary differential equations described in Paper II. The only exception is that within the interval $X_{ca} = -100$ cm $\leq X \leq X_{cb} = 100$ cm surrounding the discontinuous jump the equation for E_e (Eq. (20) of Paper II) is replaced by Eq. (2). The large size of the interval with heat conduction taken into account was used in order to diminish the role of boundary conditions $\mathbf{F}_e(X_{ca}) = \mathbf{F}_e(X_{cb}) = 0$ in calculations of the divergence of conductive flux $\nabla \cdot \mathbf{F}_e$.

The vicinity of the discontinuous jump of the shock wave model with $\rho_1 = 10^{-10}$ gm cm $^{-3}$, $T_1 = 3000$ K and $U_1 = 75$ km s $^{-1}$ is shown in Fig. 1 where as a function of X are plotted the electron temperature T_e and the temperature of heavy particles T_a (upper panel), the heat conductive flux \mathbf{F}_e , the Lyman continuum flux F_{Ly} and the saturated heat flux q_{sat} (middle panel), the divergence of the heat conductive flux $\nabla \cdot \mathbf{F}_e$ and the divergence of the total radiative flux $\nabla \cdot \mathbf{F}_R$ (lower panel). It should be noted that in the framework of our model the space coordinate X increases while the gas element passes through the shock wave and in such a notation the upstream and downstream fluxes are negative and positive, respectively.

In the unperturbed hydrogen gas with density $\rho_1 = 10^{-10}$ gm cm $^{-3}$ and the temperature of 3000 K $\leq T_1 \leq 6000$ K the length of the radiative precursor is $\sim 10^4$ cm and at the upstream gas flow velocity $U_1 = 75$ km s $^{-1}$ the temperature growth due to absorption of the Lyman continuum radiation emerging from the postshock region is $(\Delta T)_r \approx 2000$ K. As is seen from Fig. 1 the length of the region of efficient heat conduction surrounding the discontinuous jump is of ~ 10 cm. Within such a narrow interval the divergence of the heat conductive flux exceeds the divergence of radiative flux by almost two orders of magnitude, so that the heating and cooling of gas are due to the electron heat conduction and the role of radiation is negligible.

For the model represented in Fig. 1 the electron temperature growth within the conductive precursor is of $(\Delta T_e)_c \approx 3 \times 10^4$ K. A small fraction of the translational energy of the electron gas is lost in elastic collisions with hydrogen ions and the temperature of heavy particles increases within the conductive precursor by $(\Delta T_a)_c \approx 2000$ K.

The heat conductive flux \mathbf{F}_e does not exceed the total radiative flux and its maximum value is only comparable with the Lyman flux F_{Ly} (see the middle panel of Fig. 1) which is of ≈ 40 percent of the total radiative flux \mathbf{F}_R . As is seen from Fig. 1 effects of saturation can play a perceptible role only in the conductive precursor just ahead of the discontinuous jump, whereas behind the discontinuity $q_{sat} \gg |\mathbf{F}_e|$ because of the higher density and higher temperature of the gas.

The growth of the preshock electron temperature due to conductive heating is accompanied by increasing gas density. For example, in the pure radiative model with $\rho_1 = 10^{-10}$ gm cm $^{-3}$, $T_1 = 3000$ K and $U_1 = 75$ km s $^{-1}$ the preshock compression ratio is $(\rho^-/\rho_1)_r = 1.008$, whereas in the model with heat conduction the preshock compression ratio is $(\rho^-/\rho_1)_c = 1.04$. The difference in compression ratios becomes

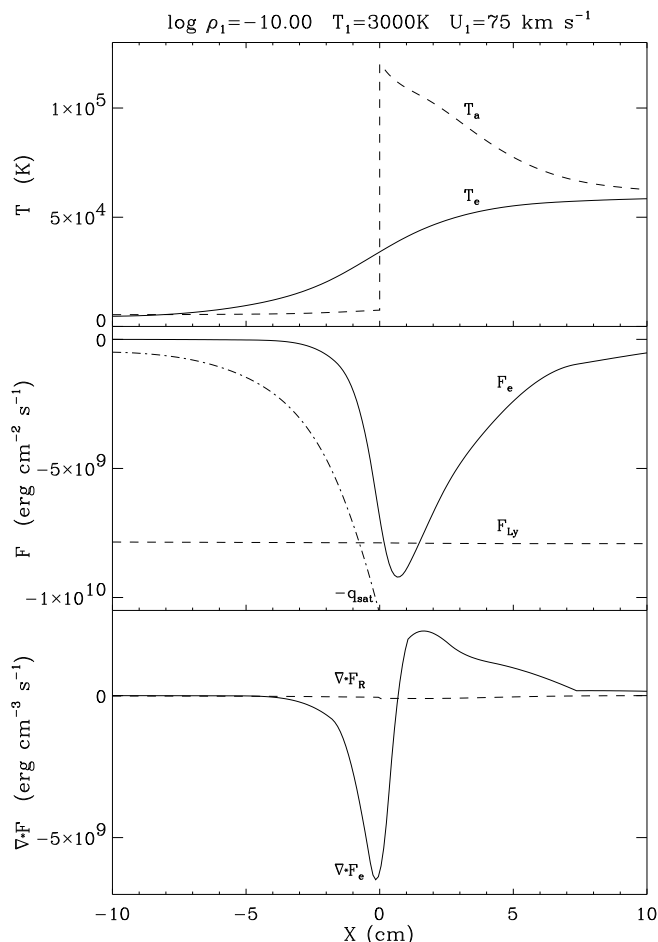


Fig. 1. The vicinity of the discontinuous jump located at $X = 0$ of the shock wave model with $\rho_1 = 10^{-10}$ gm cm $^{-3}$, $T_1 = 3000$ K and $U_1 = 75$ km s $^{-1}$. Upper panel: the electron temperature T_e (solid line) and the temperature of heavy particles T_a (dashed line). Middle panel: the heat conductive flux F_e (solid line), the Lyman continuum flux F_{Ly} (dashed line) and the saturated heat flux q_{sat} (dot-dashed line). Lower panel: the divergence of the heat conductive flux $\nabla \cdot F_e$ (solid line) and the divergence of the total radiative flux $\nabla \cdot F_R$ (dashed line).

more significant in the postshock region and increases with increasing distance from the discontinuous jump. For example, at the boundary of the thermalization zone ($\log X \approx 1$) the ratio of gas densities evaluated for the conductive and pure radiative models is $\rho_c/\rho_r \approx 1.1$, whereas at the boundary of the recombination zone ($\log X \approx 4.5$) this ratio is as high as $\rho_c/\rho_r \approx 1.6$. Two plots of the postshock compression ratios ρ/ρ_1 for the conductive and radiative shock wave models are shown in Fig. 2.

The stronger compression in shock waves with heat conduction implies that relaxation processes are somewhat faster in comparison with those in pure radiative shocks. Such a difference is due to the fact that existence of the preshock conductive precursor leads to the elevation of the radiation energy density within the whole area of the trapped Lyman continuum radiation. This area is confined by the layers of hydrogen ionization in the preshock region (the radiative precursor) and by the layers of hydrogen recombination behind the discontinuous jump. The enhancement of the radiation energy density is

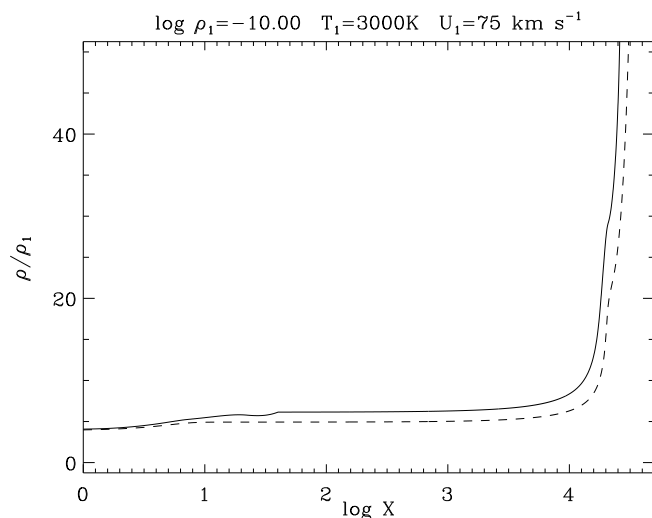


Fig. 2. The postshock compression ratio ρ/ρ_1 in the shock wave model with electron heat conduction (solid line) and in the pure radiative model (dashed line).

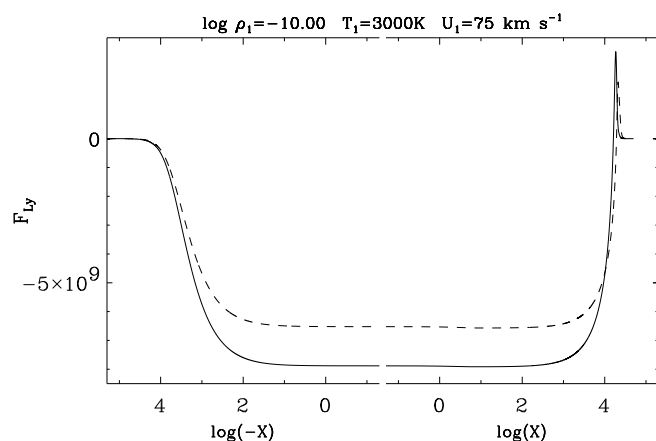


Fig. 3. The Lyman continuum flux in the conductive (solid line) and pure radiative (dashed line) shock waves. The left and the right panels represent the preshock and postshock regions, respectively.

illustrated in Fig. 3 where we plot the Lyman continuum flux as a function of X for pure radiative and for the conductive model. For the sake of convenience we use the logarithmic scales for the both preshock and postshock regions that are represented by the left and by the right panels, respectively.

As was shown in our earlier papers (see, for example, Papers I and II) the populations of atomic levels are governed by radiative transitions because the rates of corresponding collisional transitions are several orders of magnitude smaller throughout the whole shock wave. Thus, elevation of the radiation energy density in the Lyman continuum leads to the larger degree of preshock hydrogen ionization and at the same time to the faster ionization (if the hydrogen gas is still partially ionized in the radiative precursor) in the postshock region. This effect is illustrated in Fig. 4 representing the spatial distributions of the electron temperature T_e and the hydrogen ionization degree x_H for the both conductive and pure radiative shock wave models.

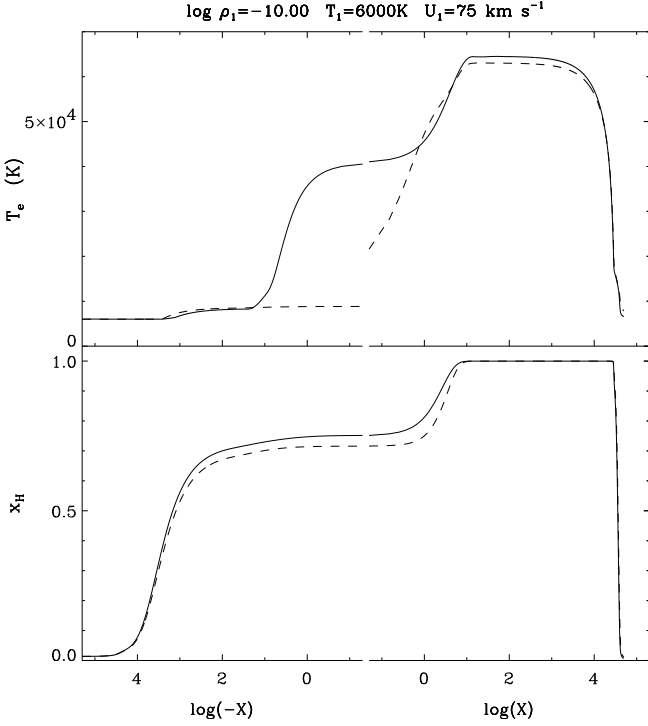


Fig. 4. The electron temperature T_e (upper panel) and the hydrogen ionization degree x_H (lower panel). In solid and dashed lines are represented the conductive and pure radiative models. The meaning of the left and the right panels is the same as in Fig. 3.

The efficiency of electron heat conduction in radiative shock waves depends on the hydrogen ionization degree ahead the discontinuous jump as well as on the electron temperature behind the discontinuous jump. Obviously, both these quantities increase with increasing upstream gas flow velocity U_1 though the preshock hydrogen ionization degree depends also on the temperature T_1 of the unperturbed ambient gas. In order to determine the threshold upstream velocity U_1^* for electron thermal conduction we computed a number of models with different values of T_1 and U_1 but for the fixed value of the unperturbed gas density $\rho_1 = 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$. Results of these computations are summarized in Table 1 where the columns headed by U_1 , T_1 and M_1 give the upstream gas flow velocity in km s^{-1} , the temperature of the unperturbed hydrogen gas and the upstream Mach number. The column headed by x_H^- gives the hydrogen ionization degree just ahead of the discontinuous jump of the shock wave model with electron heat conduction and the column headed by $\delta(x_H^-)$ gives the raise of the preshock hydrogen ionization degree in comparison with the pure radiative model. We found that the preshock raise of the hydrogen ionization degree due to effects of the electron heat conduction is $\delta(x_H^-) \lesssim 0.05$. Obviously, $\delta(x_H^-) = 0$ not only in the weak shocks with negligible heat conduction but also in strong shocks with full ionization of the preshock hydrogen gas. In the latter case the excess of the radiation energy density in the Lyman continuum leads to the stronger radiative heating of the preshock gas.

In order to evaluate the role of electron thermal conduction in the structure of radiative shock waves we compare the

Table 1. Properties of radiative shock waves with electron heat conduction at $\rho_1 = 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$.

| U_1 | T_1 | M_1 | x_H^- | $\delta(x_H^-)$ | $\varepsilon(\rho^-)$ | $\varepsilon(F_{Ly,J})$ | $\varepsilon(F_R)$ |
|-------|-------|-------|---------|-----------------|-----------------------|-------------------------|--------------------|
| 65 | 8000 | 5.2 | 0.84 | 0.02 | 1.04 | 1.19 | 1.14 |
| 70 | 3000 | 10.9 | 0.47 | 0.01 | 1.02 | 1.08 | 1.03 |
| | 6000 | 7.7 | 0.73 | 0.02 | 1.05 | 1.21 | 1.16 |
| | 8000 | 5.6 | 1. | 0. | 1.08 | 1.30 | 1.28 |
| 75 | 3000 | 11.7 | 0.62 | 0.02 | 1.03 | 1.13 | 1.07 |
| | 6000 | 8.2 | 0.75 | 0.04 | 1.04 | 1.20 | 1.14 |
| | 8000 | 6.0 | 1. | 0. | 1.10 | 1.33 | 1.30 |
| 80 | 3000 | 12.5 | 0.86 | 0.05 | 1.09 | 1.38 | 1.32 |
| | 6000 | 8.8 | 0.98 | 0.01 | 1.06 | 1.25 | 1.20 |
| | 8000 | 6.4 | 1. | 0. | 1.08 | 1.27 | 1.26 |
| 85 | 3000 | 13.2 | 1. | 0. | 1.10 | 1.30 | 1.26 |

preshock gas density ρ^- , the Lyman continuum flux at the discontinuous jump $F_{Ly,J}$ and the total radiative flux emerging from the both boundaries of the shock wave model $F_R = \frac{1}{2}(F_{R,I} + F_{R,N})$ with corresponding quantities evaluated for the pure radiative models. To this end in the last three columns of Table 1 we list the ratios $\varepsilon(\rho^-) = (\rho^-)_c/(\rho^-)_r$, $\varepsilon(F_{Ly,J}) = (F_{Ly,J})_c/(F_{Ly,J})_r$ and $\varepsilon(F_R) = (F_R)_c/(F_R)_r$.

As is seen from Table 1, the threshold upstream velocity is $U_1^* \approx 70 \text{ km s}^{-1}$ and effects of electron thermal conduction become perceptible in strong shock waves with fully ionized hydrogen behind the discontinuous jump. At upstream gas flow velocities $U_1 \geq 70 \text{ km s}^{-1}$ the postshock electron temperature is high enough to support the necessary temperature gradient and at the same to ionize more than the half of the hydrogen atoms in the radiative precursor by the strong Lyman continuum flux emerging from the postshock region. Shown in Fig. 5 plots of the electron temperature in the vicinity of the discontinuous jump illustrate the very rapid growth of the conductive precursor with increasing upstream velocity U_1 . Indeed, in the upstream velocity range $70 \text{ km s}^{-1} \leq U_1 \leq 85 \text{ km s}^{-1}$ the additional radiative losses due to effects of electron heat conduction change from almost negligible values up to a quarter of the total radiative flux. Finally, as follows from Table 1, the higher temperature of the ambient gas significantly favours the electron heat conduction due to the higher ionization of the unperturbed ambient gas.

4. Conclusion

In this paper we have shown that in radiative shock waves with upstream velocities of $U_1 \gtrsim 70 \text{ km s}^{-1}$ the physical properties of the gas surrounding the discontinuous jump are sufficient for appearance of efficient electron heat conduction, the conductive flux being comparable with the Lyman continuum flux in the vicinity of the discontinuous jump. The existence of the narrow conductive precursor affects all the region of the Lyman continuum radiation trapped around the discontinuous jump between zones of preshock ionization and postshock recombination of the hydrogen gas. As a consequence, the hydrogen ionization degree increases in the radiative precursor by as much as 5% provided that the preshock hydrogen gas is partially ionized.

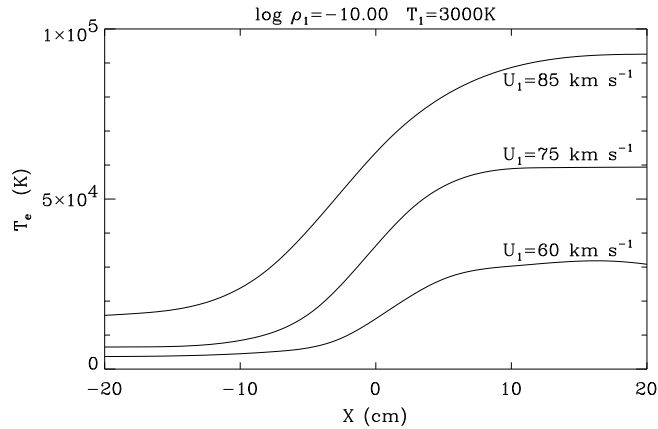


Fig. 5. The electron temperature T_e in the vicinity of the discontinuous jump in radiative shock waves with electron thermal conduction at upstream velocities $U_1 = 60, 75$ and 85 km s^{-1} .

The effect of the saturation of the electron conductive flux can be important only ahead of the discontinuity but for models considered in the present study we obtained $|F_e| \lesssim q_{\text{sat}}$. The main conclusion of our study is that in shocks with velocities exceeding the threshold value $U_1^* \approx 70 \text{ km s}^{-1}$ the electron thermal conduction significantly increases the radiative losses and, therefore, can diminish the efficiency of the shock-driven mass loss. More studies of radiative shock waves with electron heat conduction for wider ranges of ρ_1 , T_1 and U_1 are needed.

Acknowledgements. The work of YAF has been done in part under the auspices of the Ministère de la Recherche Française as well as

was supported in part by the Russian National Program “Astronomy” (item 1102). This paper is a part of the thesis of H. Le Coroller.

References

- Belvedere, G., Chiuderi, C., & Paterno, L. 1982, *A&A*, 105, 133
 Borkowski, K. J., & Shull, J. M. 1990, *ApJ*, 348, 169
 Borkowski, K. J., Shull, J. M., & McKee, C. F. 1989, *ApJ*, 336, 979
 Cowie, L. L., & McKee, C. F. 1977, *ApJ*, 211, 135
 Fadeyev, Y. A. 2001, *Astron. Rep.*, 45, 361
 Fadeyev, Y. A., & Gillet, D. 1998, *A&A*, 333, 687 (Paper I)
 Fadeyev, Y. A., & Gillet, D. 2000, *A&A*, 354, 349 (Paper II)
 Fadeyev, Y. A., & Gillet, D. 2001, *A&A*, 368, 901 (Paper III)
 Grewal, M. S., & Talbot, L. 1963, *J. Fluid Mech.*, 16, 573
 Imamura, J. N., Durisen, R. H., Lamb, D. Q., & Weast, G. J. 1987, *ApJ*, 313, 298
 Jaffrin, M. Y. 1965, *Phys. Fluids*, 8, 606
 Lu, C. S., & Huang, A. B. 1974, *Phys. Fluids*, 17, 1527
 Mihalas, D., & Weibel Mihalas, B. 1984, *Foundations of radiation hydrodynamics* (New York: Oxford University Press)
 Nowak, T., & Ulmschneider, P. 1977, *A&A*, 60, 413
 Spitzer, L. 1962, *Physics of Fully Ionized Gases*, 2nd edition (New York: Interscience)
 Vidal, F., Matte, J. P., Casanova, M., & Larroche, O. 1993, *Phys. Fluids B*, 5, 3182
 Vidal, F., Matte, J. P., Casanova, M., & Larroche, O. 1995, *Phys. Plasmas*, 2, 1412
 Vinolo, A. R., & Clarke, H. 1973, *Phys. Fluids*, 16, 1612
 Zel'dovich, Y. B., & Raizer, Y. P. 1967, *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena* (New York: Academic Press), ed. W. D. Hayes, & R. F. Probstein

Chapitre 5

Ondes de choc et vitesses de diffusion

Les forts gradients de température et d'ionisation sont à l'origine des diffusions entre les espèces d'un gaz (Chapman and Cowling, 1970 ; Hirschfelder et al., 1954). Ce phénomène a notamment été étudié dans la zone de transition solaire et de l'ionosphère terrestre où des ions et des atomes neutres peuvent avoir des vitesses différentes (Schunk, 1977; Conrad and Schunk, 1979; Fontenla et al., 1990). **Ces processus de diffusion sont à l'origine d'un flux de chaleur appelé conductivité thermique réactionnelle. Dans le cas d'un gaz partiellement ionisé, des ions et des électrons diffusent par rapport à des atomes neutres et ainsi transportent de l'énergie d'ionisation. Alors que la conductivité thermique translationnelle peut exister dans un gaz au repos constitué d'un seul type de particules, le flux réactionnel est intimement lié à des mouvements hydrodynamiques différents entre les espèces.**

Dans les ondes de choc, il existe des gradients forts, susceptibles de générer des vitesses de diffusions entre espèces. Dans la première partie de ce chapitre, nous modifions les équations hydrodynamiques du modèle d'ondes de choc de Fadeyev and Gillet (2000) pour prendre en compte les phénomènes de diffusion et la conductivité thermique réactionnelle, puis nous étudions l'importance de ce flux sur la structure des chocs.

5.1 Modification des équations du modèle

Généralement, lorsque chaque espèce possède sa propre vitesse, on écrit des équations de conservation pour chaque type de particules (Conrad and Schunk, 1979). Ainsi, il y aura une équation de l'impulsion pour les ions, une pour les atomes neutres, etc. Il en sera de même pour les équations de l'énergie et de conservation du nombre de particules. Dans ce type de calcul, la conductivité thermique réactionnelle apparaît de manière implicite. Ici, nous avons sommé les équations de conservation sur toutes les espèces. Ainsi, nous avons une seule équation de plasma pour l'impulsion et une pour la conservation de la masse. Par ailleurs, nous avons sommé les équations de l'énergie des ions et atomes neutres afin d'obtenir une équation de l'énergie pour les particules lourdes, et une autre pour les électrons. Ceci permet de faire apparaître la conductivité thermique réactionnelle de manière explicite et d'obtenir un système simplifié qui ressemble aux équations (3.4 - 3.10) de Fadeyev et Gillet (2000).

Pour trouver ce système d'équations, nous avons suivi la méthode de Braginskii (1965). On introduit la vitesse du centre de masse de l'écoulement

$$\mathbf{U} = \frac{\sum_j n_j m_j \mathbf{U}_j}{\rho} \quad (5.1)$$

où \mathbf{U}_j est la vitesse moyenne de l'espèce j .

On définit alors la vitesse de diffusion d'une espèce j par rapport à la vitesse du centre de masse de l'écoulement : $\mathbf{u}_j \equiv \mathbf{U}_j - \mathbf{U}$. En introduisant cette dernière relation dans l'équation (5.1) et en négligeant m_e , on obtient $n_{H^+} \mathbf{u}_{H^+} = -n_H \mathbf{u}_H$. En utilisant cette égalité et en remplaçant \mathbf{U}_j par $\mathbf{u}_j + \mathbf{U}$ dans les équations de plasma pour la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie, nous obtenons finalement dans un écoulement plan stationnaire (voir annexe C) :

- l'équation de conservation de la masse

$$\frac{d}{dx}(\rho U) = 0, \quad (5.2)$$

où $\rho U = \dot{m}$ est une constante.

- l'équation de conservation de l'impulsion

$$\dot{m} \frac{dU}{dx} = -\frac{dP_g}{dx}, \quad (5.3)$$

où $P_g = n_a k T_a + n_e k T_e$ et la pression totale du gaz et n_a le nombre de particules lourdes (ions et atomes neutres) par unité de volume.

- l'équation de conservation de l'énergie des électrons

$$U \frac{dE'_e}{dx} = -P_e U \frac{dV}{dx} + Q_{elc} + Q_{inc} - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_e - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\frac{5}{2} k T_e n_e \mathbf{u}_e \right) + \frac{u_e}{\rho} \frac{dP_e}{dx}. \quad (5.4)$$

où Q_{elc} et Q_{inc} sont les taux d'énergie échangée par les électrons dans les collisions élastiques et inélastiques avec les particules lourdes et le rayonnement (Fadeyev & Gillet 2000). Q_{inc} s'écrit (Murty 1971)

$$Q_{inc} = -\frac{\nabla \cdot \mathbf{F}_R}{\rho} - \frac{e_{H^+}}{\rho} \nabla \cdot [n_{H^+} (\mathbf{u}_{H^+} + \mathbf{U})] - \sum_{i=1}^L \frac{e_{H^+(1-\frac{1}{i^2})}}{\rho} \nabla \cdot [n_i (\mathbf{u}_H + \mathbf{U})]. \quad (5.5)$$

De même, l'équation de l'énergie pour les particules lourdes s'écrit

$$U \frac{dE'_a}{dx} = -P_a U \frac{dV}{dx} - Q_{elc} - \frac{u_{H^+}}{\rho} \frac{dP_e}{dx} \quad (5.6)$$

où $E'_e = \frac{3}{2} \frac{n_e k T_e}{\rho}$, $E'_a = \frac{3}{2} \frac{n_a k T_a}{\rho}$ et le volume spécifique $V \equiv \frac{1}{\rho}$. $e_{H^+} = 13,6$ eV et L est le nombre de niveaux atomiques liés pour l'hydrogène. $\nabla \cdot \mathbf{F}_R$ et $\nabla \cdot \mathbf{F}_e$ sont respectivement les

divergences du flux radiatif et de la conductivité thermique translationnelle électronique.

Comme nous le verrons (section 5.3) les vitesses de diffusion apparaissant dans les équations de l'énergie sont responsables du flux réactionnel. Par ailleurs, le dernier terme des équations de l'énergie est lié au champ électrique qui apparaît à cause de la tendance qu'ont les ions et les électrons à se séparer (Zel'dovich and Raizer, 1966)

$$en_e E = -\frac{dP_e}{dx}. \quad (5.7)$$

Ce champ électrique impose que la vitesse de diffusion des électrons soit environ égale à la vitesse de diffusion des ions. Pour trouver ce système d'équations, nous avons supposé que les vitesses de diffusion u_j sont petites devant la vitesse du centre de masse U et nous avons ainsi négligé les termes de second ordre. Plus de détails sur la manière de trouver ce système d'équations sont donnés à la fin de ce chapitre dans l'article de Le Coroller & Gillet (2002). Dans l'annexe C, nous reprenons la démonstration de l'article avec des explications et des étapes de calculs supplémentaires.

Pour résoudre ce système d'équations (5.2 - 5.6), il est aussi nécessaire de connaître les relations de l'évolution statistique des espèces

$$\nabla [n_{H^+} (\mathbf{u}_{H^+} + \mathbf{U})] = \sum_{i=1}^L (n_i P_{ik} - n_e P_{ki}), \quad (5.8)$$

$$\nabla [n_i (\mathbf{u}_H + \mathbf{U})] = n_e P_{ki} - n_i P_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L (n_j P_{ji} - n_i P_{ij}) \quad (5.9)$$

où \mathbf{u}_H et \mathbf{u}_{H^+} sont respectivement les vitesses de diffusion des atomes d'hydrogène neutres (dans un état fondamental ou excité) et des ions. Les P_{ij} sont données dans Fadeyev & Gillet (2000).

5.2 La vitesse de diffusion ambipolaire

Pour résoudre le système d'équations précédent, nous devons calculer les vitesses de diffusion des ions et des atomes neutres. Ces vitesses dépendent notamment de l'échange de quantité de mouvement entre ces deux espèces et donc des termes de collision de l'équation de Boltzmann. Plusieurs travaux ont été effectués pour calculer les vitesses de diffusion entre espèces dans de forts gradients de concentration et de température. Ainsi Hirschfelder et al. (1954) donnent les vitesses de diffusion moyennes à partir du premier ordre de perturbation de la fonction de distribution, trouvé en résolvant l'équation de Boltzmann par une méthode de séries d'Enskog. Malheureusement ce calcul suppose que toutes les particules aient la même température et ne peut donc pas être appliqué aux problèmes des chocs. Pour étudier l'ionosphère, Conrad & Schunk (1979) ont obtenu à partir des équations de transports (Schunk, 1977) une vitesse de diffusion ambipolaire pour un gaz ayant de fortes différences de température entre les espèces.

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_A = \mathbf{u}_H - \mathbf{u}_{H^+} = D_a \left[\frac{\nabla n_{H^+}}{n_{H^+}} + \frac{\nabla(T_a + T_e)}{T_a + T_e} \right] \\ + 2D_a (w + w^*) \frac{\nabla T_a}{T_a + T_e} \end{aligned} \quad (5.10)$$

où

$$D_a = \frac{k(T_e + T_a)}{m_H \nu_{H+H}} \frac{1}{(1 - \Delta_{H+H})}. \quad (5.11)$$

ν_{H+H} est la fréquence de collision pour l'échange de quantité de mouvement entre les ions et les atomes neutres. Le premier terme à droite de l'égalité de l'équation (5.10) est la vitesse de diffusion due au gradient d'ionisation et de pression. Le second terme est lié à la diffusion thermique. Les calculs de w , w^* , ν_{H+H} et Δ_{H+H} sont donnés dans l'article de Le Coroller et Gillet (2002) reproduit à la fin de ce chapitre. Comme nous supposons la même température pour toutes les particules lourdes ($T_H = T_H^+ = T_a$), nous trouvons $\Delta_{H+H} \simeq 0,01$ (Conrad and Schunk, 1979).

Avec l'équation (5.10) et la relation $n_{H^+}\mathbf{u}_{H^+} = -n_H\mathbf{u}_H$, on obtient finalement les vitesses de diffusion des ions et des atomes neutres

$$\mathbf{u}_{H^+} = \mathbf{u}_e = -\frac{n_H}{(n_H + n_{H^+})} \mathbf{V}_A \quad (5.12)$$

et

$$\mathbf{u}_H = \frac{n_{H^+}}{(n_H + n_{H^+})} \mathbf{V}_A. \quad (5.13)$$

Remarquons que ces vitesses de diffusion sont issues d'un système d'équations de transports où les termes d'accélération non-linéaires $\nabla(m_j n_j U_j^2)$ ont été négligés. Or, ces termes sont pris en compte (voir annexe C) dans nos équations de l'impulsion et de l'énergie (5.3 – 5.6). Toutefois, nous avons vérifié que ces termes sont relativement petits devant les autres membres des équations. Ainsi, dans la zone du choc où les vitesses de diffusion ne sont pas nulles, $\frac{\frac{d}{dx}(m_j n_j U_j^2)}{\frac{d}{dx}(P_j)}$ est toujours plus petit que 0,2 quel que soit j . Cette approximation n'est donc pas parfaite mais elle permet d'utiliser les vitesses de diffusion de Conrad & Schunk (1979) qui restent malgré tout bien adaptées à notre problème. Il faudra vérifier la validité de cette approximation ($\frac{\frac{d}{dx}(m_j n_j U_j^2)}{\frac{d}{dx}(P_j)}$ petit) lorsque les vitesses de diffusion et le flux réactif seront calculés de manière auto-cohérente dans un modèle utilisant le système d'équations (5.2 – 5.6).

5.3 La conductivité thermique réactionnelle

La divergence du flux réactionnel est obtenue en sommant tous les termes de diffusion des équations de l'énergie (équations 5.4 – 5.6). Enfin, si on néglige les atomes excités car ils sont peu nombreux (dernier terme de l'équation 5.5), on obtient alors la conductivité thermique réactionnelle

$$\mathbf{Q}_r = n_e \mathbf{u}_e \Delta h, \quad (5.14)$$

où $\Delta h = h_e + h_{H^+} - h_H = \frac{5}{2}kT_e + e_{H^+}$. En remplaçant la vitesse de diffusion des électrons (équation 5.12) dans cette équation, \mathbf{Q}_r s'écrit après quelques transformations

$$\mathbf{Q}_r = -n_H \Delta h D_a \times \frac{\nabla \alpha}{(1 + \alpha)} - \quad (5.15)$$

$$\alpha n_H \Delta h D_a \times \left[\frac{\nabla n}{n} + \frac{\nabla(T_a + T_e)}{T_a + T_e} \right] - \quad (5.16)$$

$$\alpha n_H \Delta h D_a (w + w^*) \times \frac{2 \nabla T_a}{T_a + T_e}, \quad (5.17)$$

où $\alpha = \frac{n_e}{n_H + n_{H^+}}$.

Le flux réactionnel est donc lié au gradient d'ionisation (premier terme à droite de l'égalité), au gradient de pression (second terme) et au gradient de température (troisième terme). En fait, dans les conditions thermodynamiques du précurseur ou du sillage du choc, les phénomènes de diffusion dus aux gradients de pression ou de température sont relativement faibles. **C'est donc le gradient d'ionisation (premier terme de l'équation 5.15) qui est principalement responsable du flux réactionnel.**

Dans ce travail, nous ne résolvons pas le système d'équations (5.2 - 5.6) et nous ne tenons donc pas compte du flux réactionnel de manière auto-cohérente. Nous prenons des chocs préalablement calculés, sans conductivité thermique, avec les équations (3.4 - 3.8). Nous calculons alors l'intensité du flux réactionnel le long du choc avec l'équation (5.15). **Nous trouvons que la conductivité thermique réactionnelle est efficace dans une région étroite du sillage, à la fin de la zone de thermalisation, là où l'ionisation augmente brutalement (voir la figure 5.1).**

$\log \rho_1 = -9$ $T_1 = 3000 \text{ K}$ $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$

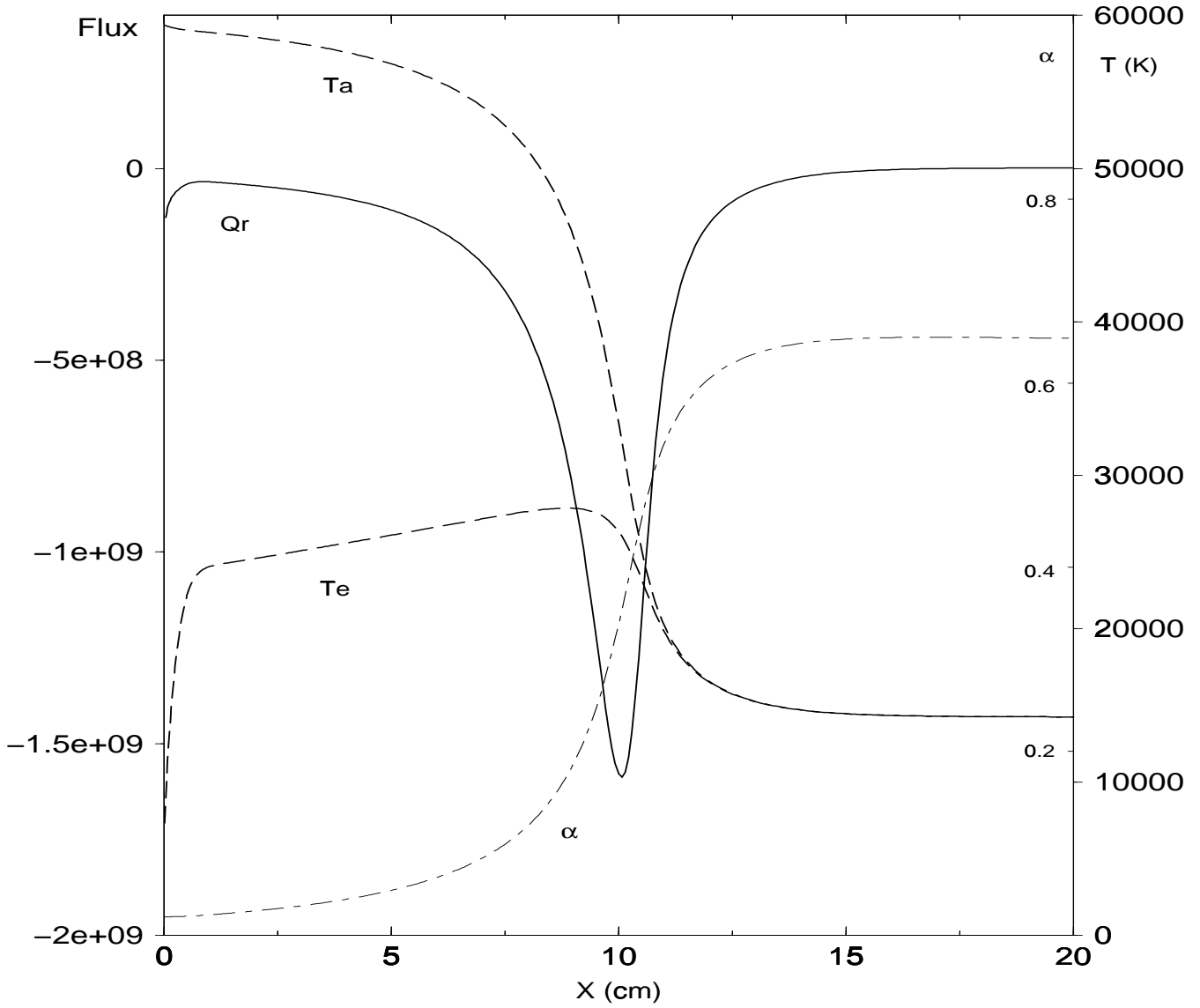


FIG. 5.1 – Structure d’une onde de choc juste derrière le front. Les caractéristiques du gaz non perturbé sont $\rho_1 = 10^{-9} \text{ gm cm}^{-3}$, $T_1 = 3000 \text{ K}$ et $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$. Les courbes en pointillé-tiret, trait plein, et tiret représentent respectivement le taux d’ionisation α , la conductivité réactive Q_r et la température (des électrons T_e et particules lourdes T_a).

Les autres résultats principaux concernant l'effet de la conductivité thermique réactionnelle sur les chocs sont :

1) Une augmentation de l'intensité du flux réactif avec la densité du gaz. En effet, plus le gaz est dense, plus le libre parcours moyen des atomes est petit et donc plus le gradient d'ionisation et le flux réactif seront forts.

2) L'intensité de la conductivité thermique réactionnelle augmente également avec la vitesse du choc. Toutefois, si le choc devient trop fort, le flux de Lyman continuum ionise totalement le gaz devant le front et le gradient d'ionisation et donc le flux réactif devient très faible dans la zone de thermalisation.

Toutes ces conclusions et plus de détails sont donnés dans l'article de Le Coroller & Gillet (2002) en annexe de ce chapitre. Notamment, nous montrons dans cet article que l'équation (5.15) peut être mise sous la forme d'une loi de Fourier en fonction du gradient de température si le gaz est à l'équilibre thermodynamique local et si la loi de Saha est applicable. Nous retrouvons ainsi la relation classique de Devoto (1967) :

$$\mathbf{Q}_r = -\lambda_r \nabla T = -\Delta h \left[\frac{nm_H}{2\rho kT^2} \frac{n_e n_H}{n_e + n_H} \Delta h D_A + \frac{D_A^T}{m_H T} \right] \nabla T. \quad (5.18)$$

Bien sûr, cette équation ne peut pas être appliquée dans la zone de thermalisation des ondes de chocs où le gaz est fortement hors ETL. En effet, dans cette région, la température des électrons est différente de celle des particules lourdes et de plus la loi de Saha est fautive puisque l'ionisation augmente quand la température diminue !

Remarquons que dans le front du choc, il peut y avoir de très forts gradients de température et de pression responsables de phénomènes de diffusion et d'une conductivité thermique réactionnelle importante. Malheureusement, nous utilisons les relations de Rankine et Hugoniot pour sauter cette zone de discontinuité. Nous ne connaissons pas les vrais gradients dans le front du choc et nous n'avons donc pas étudié l'effet du flux réactionnel dans cette zone.

Diffusion velocity and reactive
thermal conductivity for shock waves
propagating in the hydrogen gas

Diffusion velocity and reactive thermal conductivity for shock waves propagating in the hydrogen gas

H. Le Coroller and D. Gillet

Observatoire de Haute-Provence – CNRS, 04870 Saint-Michel l’Observatoire, France

Received 5 June 2002 / Accepted 12 July 2002

Abstract. Large gradients of the temperature and ionization degree in shock waves lead to diffusion of ions with respect to neutral atoms. In order to take into account this phenomenon, we modify the fluid dynamics equations of the shock wave model described by Fadeyev & Gillet (2000). The principal goal of our study was to determine the reactive thermal conductivity. We obtained the non-LTE equation for the reactive thermal conductivity for the nonequilibrium two-temperature gas consisting of heavy particles (ions and neutral atoms) and free electrons. For the single temperature gas in LTE our expressions become the same as those given by Devoto (1967) and Nowak & Ulmschneider (1977). Finally, we discuss the importance of the heat flux induced by the reactive conductivity for shock waves propagating through hydrogen gas with typical properties for atmospheres of pulsating stars ($10^{-7} \text{ gm cm}^{-3} \leq \rho \leq 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$ and $3000 \text{ K} \leq T \leq 8000 \text{ K}$). The reactive conductivity could be efficient behind the shock front, at the end of the thermalization zone when ionization process brutally occurs. When the gas is very dense, the reactive heat flux is of the same order of magnitude as the classical electronic heat flux.

Key words. conduction – shock waves – hydrodynamics – stars: atmospheres

1. Introduction

In our previous paper (Fadeyev et al. 2002) we considered effects of electron thermal conduction in the structure of steady-state radiative shock waves propagating through the partially ionized hydrogen gas. In particular, we have shown that though the electron heat conduction substantially affects the electron temperature in the close vicinity of the viscous jump, the whole structure of the radiative shock wave does not undergo perceptible changes at shock velocities less than $\approx 70 \text{ km s}^{-1}$. It should be noted, however, that in Fadeyev et al. (2002) we took into account effects of the translational electron thermal conduction, whereas the effective heat flux can contain also the reactive component (see, for example, Hirschfelder et al. 1954; Chapman & Cowling 1970). In the partially ionized gas the reactive thermal conduction is due to diffusion velocity of neutral atoms, ions and electrons. The ion velocity is not equal to the neutral atom velocity ($U_{\text{H}^+} \neq U_{\text{H}}$) and at the same time the electron velocity is nearly the same as that of ions ($U_e = U_{\text{H}^+}$).

The difference between diffusion velocities of ions and neutral atoms is due to the existence of the ionization gradient but can be influenced also by the temperature and pressure gradients. Thus, of great importance is to evaluate effects of the both diffusion phenomena and reactive conductivity in regions with steep gradients of radiative shock waves.

Expressions for the reactive thermal conductivity for partially ionized gases in chemical equilibrium were obtained by Devoto (1967). Nowak & Ulmschneider (1977) developed these expressions for the mixture of hydrogen and helium with arbitrary degree of ionization. Unfortunately, the studies of both Devoto (1967) and Nowak & Ulmschneider (1977) were done for the thermally equilibrium gas at constant pressure with ionization obeying the Saha-Boltzmann equation. Furthermore, in his analysis Devoto (1967) followed the approach of Hirschfelder et al. (1954) and assumed that all species are characterized by the same temperature. Thus, the expression for the diffusion velocity given by Hirschfelder et al. (1954) cannot be applied for the post-shock region where the temperature of heavy particles substantially exceeds the electron temperature. Appropriate expressions were obtained by Conrad & Schunk (1979) in their study of the high-latitude topside ionosphere with large temperature differences of interacting species. They obtained the multi-temperature expression for the ambipolar diffusion velocity which follows from the system of transport equations derived by Grad (1949, 1958) and from the collision terms given by Burger (1969).

In Sect. 2 we give the fluid dynamics and statistical equilibrium equations which take into account the difference in diffusion velocity between ions and neutral atoms. Then we compute the reactive conductivity of a hydrogen gas undergoing the nonequilibrium ionization and characterized by different temperatures of heavy particles and electrons. Here we show that in LTE our expressions are transformed to those given

Send offprint requests to: H. Le Coroller,
e-mail: coroller@obs-hp.fr

by Devoto (1967). In Sect. 3 we study the role of the reactive conductive flux in shock waves propagating in cool stellar atmospheres. Final conclusions are given in Sect. 4.

2. Equations of fluid dynamics and reactive thermal conduction

In this study we consider the one-dimensional steady-state gas flow in planar geometry. The system of fluid dynamics and rate equations for the shock wave where all particles have the same hydrodynamic velocity is given in Fadeyev & Gillet (1998, 2000). In general, the multi-velocity behavior of the fluid is described in terms of the continuity, momentum and energy equations for each species. In such an approach the reactive heat conductive flux is considered implicitly and in order to obtain the explicit expression for the reactive thermal conductivity we introduce the mass center velocity

$$\mathbf{U} = \frac{1}{\rho} \sum_j n_j m_j \mathbf{U}_j, \quad (1)$$

where \mathbf{U}_j is the velocity of the j species and ρ is the gas density.

By definition the diffusion velocity is $\mathbf{u}_j \equiv \mathbf{U}_j - \mathbf{U}$. On the other hand, if we neglect the electron inertial velocity, we find that $n_{H^+} \mathbf{u}_{H^+} = -n_H \mathbf{u}_H$, where n_{H^+} is the ion density and $n_H \equiv \sum n_i$ is the total number density of neutral atoms.

In order to obtain the fluid dynamics equations we applied the approach developed by Braginskii (1965) and Fontenla et al. (1990). As well known, the equations of continuity, momentum and energy conservation for one species are found from multiplication of the Boltzmann's equation of this species by 1, $m\mathbf{v}$, and $m\mathbf{v}^2/2$, respectively, and consequent integration of the resulting equations with respect to velocity. Summation of momentum equations for each species (electrons, ions, neutral and excited atoms) gives us the plasma momentum equation. In this equation we replace the velocity of each species \mathbf{U}_j by $\mathbf{U}_j = \mathbf{u}_j + \mathbf{U}$. Here, we neglect the electron inertia and second order terms because \mathbf{u}_j is small in comparison with velocities of other species.

The same procedure is employed in order to obtain the plasma equations for mass and energy conservation. It should be noted, however, that we consider two energy equations because there are two distinct temperatures: the temperature heavy particles (ions and neutral atoms) and the temperature of electrons. We also assume that the heat generated in the gas as a consequence of the change of momentum between electrons and neutral atoms can be neglected due to the smallness of m_e , $u_e - u_H$ and the cross section of collision between electrons and neutral atoms. It should be noted that for each species we neglect the viscosity.

Thus, the equation of mass conservation is

$$\frac{d}{dx}(\rho U) = 0, \quad (2)$$

where $\rho U = \dot{m}$ is constant in a planar geometry. The momentum conservation equation is

$$\dot{m} \frac{dU}{dx} = -\frac{dP_g}{dx}, \quad (3)$$

where $P_g = n_a k T_a + n_e k T_e$ is the total gas pressure and n_a is the number of heavy particles (ions and neutral atoms) per unit volume. The equation of energy conservation of the electron gas is written as

$$U \frac{dE'_e}{dx} = -P_e U \frac{dV}{dx} + Q_{\text{elc}} + Q_{\text{inc}} - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_e - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\frac{5}{2} k T_e n_e \mathbf{u}_e \right) + \frac{u_e}{\rho} \frac{dP_e}{dx}, \quad (4)$$

where Q_{elc} and Q_{inc} are the rates of energy gain by electron gas in elastic and inelastic collisions (Fadeyev & Gillet 2000). The rate of energy gain in inelastic collisions is (Murty 1971)

$$Q_{\text{inc}} = -\frac{\nabla \cdot \mathbf{F}_R}{\rho} - \frac{e_{H^+}}{\rho} \nabla [n_{H^+} (\mathbf{u}_{H^+} + \mathbf{U})] - \sum_{i=1}^L \frac{e_{H^+} (1 - \frac{1}{i})}{\rho} \nabla [n_i (\mathbf{u}_H + \mathbf{U})]. \quad (5)$$

The energy equation for heavy particles is

$$U \frac{dE'_a}{dx} = -P_a U \frac{dV}{dx} - Q_{\text{elc}} - \frac{u_{H^+}}{\rho} \frac{dP_e}{dx} \quad (6)$$

where $E'_e = \frac{3}{2} \frac{n_e k T_e}{\rho}$, $E'_a = \frac{3}{2} \frac{n_a k T_a}{\rho}$ and the specific volume is $V \equiv \frac{1}{\rho}$. $e_{H^+} = 13.6$ eV, L is the number of bound atomic levels, $\nabla \cdot \mathbf{F}_R$ is the divergence of radiative flux and $\nabla \cdot \mathbf{F}_e$ is the divergence of the electron heat conductive flux.

The last terms in energy Eqs. (4) and (6) describe polarization electrostatic field that appears because of the tendency of electrons and ions to separate. The polarization electrostatic field can be expressed in the form (Zel'dovich & Raizer 1967; Conrad & Schunk 1979)

$$\frac{dP_e}{dx} = -en_e E, \quad (7)$$

where we neglect the influence of thermal diffusion. In more detail the system of conservation Eqs. (2–6) is discussed in Appendix A.

Thus, in order to solve this system of equations it is necessary to determine the diffusion velocity and the statistical equilibrium equation. Equations of statistical equilibrium for ions and neutral atoms are

$$\nabla \cdot [n_{H^+} (\mathbf{u}_{H^+} + \mathbf{U})] = \sum_{i=1}^L (n_i P_{ik} - n_e P_{ki}), \quad (8)$$

$$\nabla \cdot [n_i (\mathbf{u}_H + \mathbf{U})] = n_e P_{ki} - n_i P_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^L (n_j P_{ji} - n_i P_{ij}), \quad (9)$$

where u_H is the diffusion velocity of neutral hydrogen atoms, P_{ij} and P_{ji} are the total (collisional plus radiative) rates of bound-bound upward and downward transitions between the i th and j th atomic levels, respectively, and P_{ik} and P_{ki} are the total rates of ionization and recombination for the i th atomic level. These coefficients are described by Fadeyev & Gillet (2000).

The diffusion velocities are determined according to Conrad & Schunk (1979). Indeed, with general system of transport equations derived by Schunk (1975, 1977) the ambipolar diffusion velocity is

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{u}_H - \mathbf{u}_{H^+} = D_a \left[\frac{\nabla n_{H^+}}{n_{H^+}} + \frac{\nabla(T_a + T_e)}{T_a + T_e} \right] + 2D_a (w + w^*) \frac{\nabla T_a}{T_a + T_e}, \quad (10)$$

where

$$D_a = \frac{k(T_e + T_a)}{m_H \nu_{H^+H}} \frac{1}{(1 - \Delta_{H^+H})} \quad (11)$$

and ν_{H^+H} is the frequency of momentum transfer in collisions between ions and neutral atoms. The first term in the right-hand-side of Eq. (10) is the diffusion velocity describing effects of ionization and the pressure gradient. The second term is due to the thermal diffusion. Expressions for w , w^* , ν_{H^+H} and Δ_{H^+H} are given in Appendix A. For $T_H = T_H^+ = T_a$ we have $\Delta_{H^+H} \simeq 0.01$. As was noted above Conrad & Schunk (1979) did not take into account effects of the radiative flux on the diffusion velocity. As is shown below in the next section the ambipolar diffusion velocity is efficient within a small region of the shock structure where the gas is practically transparent to the radiative flux (see Figs. 3 and 4). Thus, we assumed that the radiative flux does not affect perceptibly the diffusion velocity.

The diffusion velocity was computed under assumption that collisions between species are elastic, that is excitation and ionization can be ignored. This assumption is corroborated by the fact that in the shock wave region with steep gradient of ionization the elastic collisions are more important in comparison with inelastic ones. Thus, writing $n_{H^+}\mathbf{u}_{H^+} = -n_H\mathbf{u}_H$ we derive the diffusion velocities of ions and neutral heavy particles as

$$\mathbf{u}_{H^+} = \mathbf{u}_e = -\frac{n_H}{(n_H + n_{H^+})} \mathbf{V}_A \quad (12)$$

and

$$\mathbf{u}_H = \frac{n_{H^+}}{(n_H + n_{H^+})} \mathbf{V}_A, \quad (13)$$

respectively.

Now we can solve the fluid dynamics Eqs. (2)–(9) together with Eqs. (12)–(13). It should be noted that this system of equations is similar to that given by Fadeyev & Gillet (2000) but now the gas flow velocity \mathbf{U} is replaced by the center of mass velocity derived by Eq. (1) and the inelastic collision term \mathcal{Q}_{inc} is modified due to the new equations of statistical equilibrium. Moreover, a new divergence term ($\frac{5}{2}kT_e n_e \mathbf{u}_e$) appears in the right-hand-side of the electron energy Eq. (4). This term represents the electron enthalpy flux which is a part of the reactive thermal conductivity. In fact, there is a similar term in the heavy particles energy equation which is written as $\frac{5}{2}kT_a(n_H\mathbf{u}_H + n_{H^+}\mathbf{u}_{H^+})$. This term, however, vanishes due to the fact that $n_{H^+}\mathbf{u}_{H^+} = -n_H\mathbf{u}_H$. Diffusion of neutral hydrogen atoms and hydrogen ions in the opposite direction leads to cancellation of the enthalpy flux terms and there is no enthalpy flux connected with the diffusion velocity in the heavy particles energy equation (Eq. (6)).

2.1. A non-LTE equation of the reactive thermal conductivity

In this section we obtain the reactive thermal conductivity following formalism developed by Devoto (1967) but without LTE simplifying assumption and using the ambipolar diffusion velocity given by Conrad & Schunk (1979). The divergence of reactive thermal conductivity is obtained from summation of all diffusion terms in the energy equations. If we write this equation in a vector form and if we neglect the small number of excited states of the hydrogen atom (last term in Eq. (5)), the reactive conductivity becomes

$$\mathcal{Q}_r = n_e \mathbf{u}_e \Delta h, \quad (14)$$

where $\Delta h = h_e + h_{H^+} - h_H = \frac{5}{2}kT_e + e_{H^+}$. This equation takes into account diffusion of electrons and ions with respect to neutral atoms as well as the recombination of atoms which leads to the liberation of the ionization energy and electron enthalpy. Substituting Eq. (12) into Eq. (14) we obtain the reactive heat flux

$$\mathcal{Q}_r = -n_H \Delta h D_a \times \frac{\nabla \alpha}{(1 + \alpha)} - \alpha n_H \Delta h D_a \times \left[\frac{\nabla n}{n} + \frac{\nabla(T_a + T_e)}{T_a + T_e} \right] - \alpha n_H \Delta h D_a (w + w^*) \times \frac{2 \nabla T_a}{T_a + T_e}, \quad (15)$$

where

$$\alpha \equiv \frac{n_e}{n_H + n_{H^+}} \quad (16)$$

is the ionization degree. This relation will be used below in Sect. 3 in order to evaluate the intensity of the reactive thermal conductivity in the shock wave.

There are no simplifying assumptions on LTE ionization. The contribution of thermal diffusion into \mathcal{Q}_r (last term in Eq. (15)) is generally small (Devoto 1967). Moreover, in shock wave the pressure gradient (the second term in Eq. (15)) is small enough in comparison with the term of the ionization gradient $\nabla \alpha$ (the first term in Eq. (15)).

Thus, the thermal reactive conductivity can be considered as diffusion of ions and electrons in the presence of the ionization gradient toward the layers with deficiency of these particles, whereas neutral atoms move in the opposite direction. During this motion the particles carry the ionization energy as well as the translational enthalpy. For the zero ionization gradient (e.g. the neutral or fully ionized gas) $\nabla \alpha = 0$ and therefore \mathcal{Q}_r vanishes.

2.2. The temperature dependence of reactive thermal conductivity

Expressions for reactive conductivity in LTE were obtained by Devoto (1967) but, unfortunately, his formalism was not described in detail. First, various authors give different definitions of the ambipolar diffusion coefficient. Comparing the electron diffusion velocity of Eq. (12) with that of Schunk & Walker (1970, Eq. (18)) we find that for the single temperature $D_A = \frac{n_H}{n} D_a$ and $\frac{D_A^T}{m_H} = D_a (w + w^*) \frac{n_H n_e}{n_H + n_e}$ where D_A and D_A^T are

Devoto's (1966) ordinary and thermal ambipolar diffusion coefficients. It should be noted that these coefficients arise from the theory of Hirschfelder et al. (1954), whereas D_a , w and w^* are found from the 13-moment system of transport equations. Nevertheless, the above expressions are only approximate (see Conrad & Schunk 1979). Thus, at constant pressure and single temperature Eq. (15) becomes

$$Q_r = -\frac{n^2 m_H}{\rho} \Delta h D_A \nabla x_e - \Delta h \frac{D_A^T}{m_{H^+}} \nabla \ln T \quad (17)$$

where $n = n_H + 2n_{H^+}$ and $x_e = \frac{n_e}{n}$. Furthermore, considering a quasi-neutral ($n_e = n_{H^+}$) and constant pressure ($P_g = \text{const.}$) gas, we easily find (Meador & Station 1965) that

$$\nabla x_e = \frac{n_e n_H}{2n(n_e + n_H)} \frac{\partial \ln K_P}{\partial T} \nabla T \quad (18)$$

where $K_p \equiv \frac{P_{H^+} P_e}{P_H P_0}$ is the pressure-standardized equilibrium constant. P_{H^+} , P_H and P_e are respectively the ion, neutral hydrogen and electron pressures in local thermal and chemical equilibrium, P_0 is the standard pressure which is independent of space coordinates. Differentiation of $\ln K_P$ relates the enthalpy change due to Van't Hoff's expression:

$$\frac{\partial \ln K_p}{\partial T} = \frac{\Delta h}{kT^2} \quad (19)$$

where $\Delta h = h_e + h_{H^+} - h_H = \frac{5}{2}kT + e_{H^+}$. Here it should be noted that Van't Hoff's relation can be deduced directly from the Saha equation. Finally, substituting Eqs. (18) and (19) into Eq. (17) we obtain the relation similar to that of Devoto (1967, 1968) at constant pressure:

$$Q_r = -\Delta h \left[\frac{nm_H}{2\rho kT^2} \frac{n_e n_H}{n_e + n_H} \Delta h D_A + \frac{D_A^T}{m_{H^+} T} \right] \nabla T \quad (20)$$

where D_A is about equal to $2\mathcal{D}_{H^+H}$ (see Devoto 1966) and \mathcal{D}_{H^+H} is the first approximation of the binary diffusion coefficient computed by Hirschfelder et al. (1954, p. 508) in the case of rigid spheres. For the hydrogen this coefficient is given by (Ulmschneider 1970)

$$\mathcal{D}_{H^+H} = \frac{3}{16n} \left(\frac{4\pi kT}{m_H} \right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{Q_{H^+H}}, \quad (21)$$

where the cross section between ions and neutral atoms was given by (Nowak & Ulmschneider 1977):

$$Q_{H,H^+} = 2.5585 \times 10^{-14} - 2.0315 \times 10^{-15} \ln T + 4.0371 \times 10^{-17} (\ln T)^2. \quad (22)$$

Using $\Delta h = \frac{5}{2}kT + e_{H^+}$ and Eq. (21), we finally return, by neglecting D_A^T , to the relation for pure hydrogen gas given by Nowak & Ulmschneider (1977):

$$Q_r = -\lambda_r \nabla T = -5.208 \times 10^{-12} T^{-\frac{3}{2}} X_H X_{H^+} \frac{(63114 + T)^2}{Q_{H,H^+}} \nabla T, \quad (23)$$

where $X_{H^+} \equiv \frac{n_{H^+}}{n_{H^+} + n_H}$, and $X_H \equiv \frac{n_H}{n_{H^+} + n_H}$.

In our analysis we expressed ∇x_e as a function of ∇T using the Van't Hoff's equation. Thus, the reactive conductivity depends only on the temperature gradient provided that the Saha ionization law is valid. This is not true for the solar transition region (Fontenla et al. 1990) as well as for the shock waves.

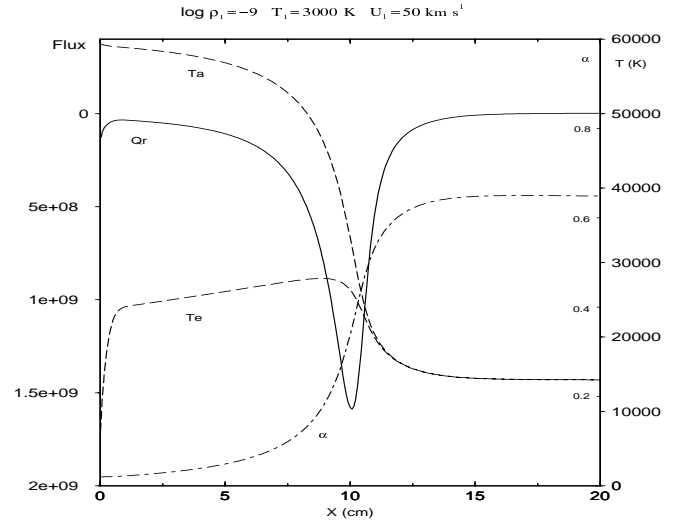


Fig. 1. Shock wake structure behind the discontinuous jump for the case $\rho_1 = 10^{-9} \text{ gm cm}^{-3}$, $T_1 = 3000 \text{ K}$ and $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$. In dot-dashed, solid and dashed lines are represented the ionization rate α , reactive conductivity Q_r and temperatures (electronic T_e and heavy particles T_a), respectively.

3. Reactive conductivity in shock waves

In this section we use Eq. (15) to study the reactive thermal conductivity in steady-state radiative shock waves propagating in the partially ionized hydrogen gas. It should be emphasized that we do not take into account the reactive conductivity self-consistently because this is beyond the scope of our approach. Thus, we determine the reactive conductivity for thermodynamic quantities of the shock wave previously computed without heat conduction (Faddeyev & Gillet 2000). The input parameters for models are the shock velocity, the temperature and the density of the unperturbed gas. We consider the strength of the reactive thermal conductivity as a function of these quantities. Our study is restricted to the range of parameters typical for shocks propagating in atmospheres of pulsating stars ($10^{-10} \text{ gm cm}^{-3} \leq \rho_1 \leq 10^{-7} \text{ gm cm}^{-3}$, $40 \text{ km s}^{-1} \leq U_1 \leq 80 \text{ km s}^{-1}$, and $3000 \text{ K} \leq T_1 \leq 8000 \text{ K}$).

In Fig. 1 we plot the reactive thermal conductivity (Eq. (15)) in the post-shock region for the model with $\rho_1 = 10^{-9} \text{ gm cm}^{-3}$, $T_1 = 6000 \text{ K}$, and $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$. In this figure we give also the plots of the ionization degree α as well as the temperatures of heavy particles and electrons. As is seen, the reactive conductivity is efficient within the narrow interval at the tail of the thermalization region where ionization degree rapidly increases and the temperature of heavy particles becomes nearly equal to that of electrons. Because the ionization degree increases with decreasing temperature, the reactive thermal conductivity, which is a function of the temperature gradient (Eq. (20)), has the opposite sign with respect to the reactive flux of $\nabla \alpha$ (Eq. (15)). Thus, we understand that a reactive heat flux function of a temperature gradient such as Eq. (20) assuming LTE, would not be relevant in the case of a shock wave.

For large enough shock velocities ($U_1 \gtrsim 85 \text{ km s}^{-1}$) the Lyman continuum flux emerging from the postshock region into the radiative precursor completely ionizes the preshock

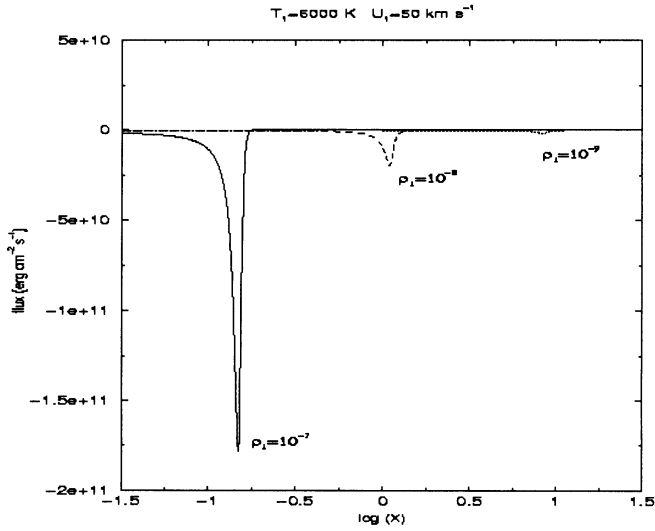


Fig. 2. The postshock reactive conductivity in the vicinity of the discontinuous jump for three densities of the unperturbed gas: $\rho_1 = 10^{-7}$ (solid line), 10^{-8} (dashed line), and 10^{-9} gm cm^{-3} (dotted line).

gas so that $\nabla\alpha$ as well as the reactive conductivity become very small throughout the whole shock wave. Thus, only for the partially ionized radiative precursor the reactive conductivity flux increases with increasing shock velocity. Nevertheless, the reactive flux increase with the velocity about in the same manner than others fluxes. Thus, if the reactive conductivity is smaller or equal (in absolute value) than the Lyman flux and the translational electronic flux, it would stay smaller even with an increasing shock velocity (Fig. 3).

It should be noted that the temperature of the ambient unperturbed gas does not affect perceptibly the reactive conductivity strength and only at high temperatures ($T_1 \gtrsim 10^4$ K) the reactive conductivity becomes negligible because of the full ionization.

In Fig. 2, we give the plots of the reactive thermal conductivity in the post-shock zone for shocks propagating at speed $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$ with $T_1 = 6000$ K and for three densities of the unperturbed gas. The strength of the reactive conductivity strongly increases with density and the higher the density of the ambient gas the faster thermalisation occurs behind the shock front. This is due to the fact that the mean free paths of both electrons and heavy particles decrease with increasing gas density. Changes of the ionization degree and of the reactive conductivity are much stronger at higher densities.

In Fig. 4 are shown the reactive conductivity, the Lyman continuum flux and the translational electronic heat flux for $\rho \simeq 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$ and $\rho \simeq 10^{-7} \text{ gm cm}^{-3}$. At low density ($\rho \simeq 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$) the reactive conductivity flux is small in comparison with other fluxes, whereas at high density ($\rho \simeq 10^{-7} \text{ gm cm}^{-3}$) the reactive conductivity flux is stronger than the Lyman flux and is of the same order of magnitude as the translational electronic heat flux. It should be noted that in the ionization zone the temperature decreases with increasing distance from the discontinuous jump, whereas the ionization degree increases. That is why the electronic heat flux is directed upstream, whereas the reactive thermal conductivity is directed

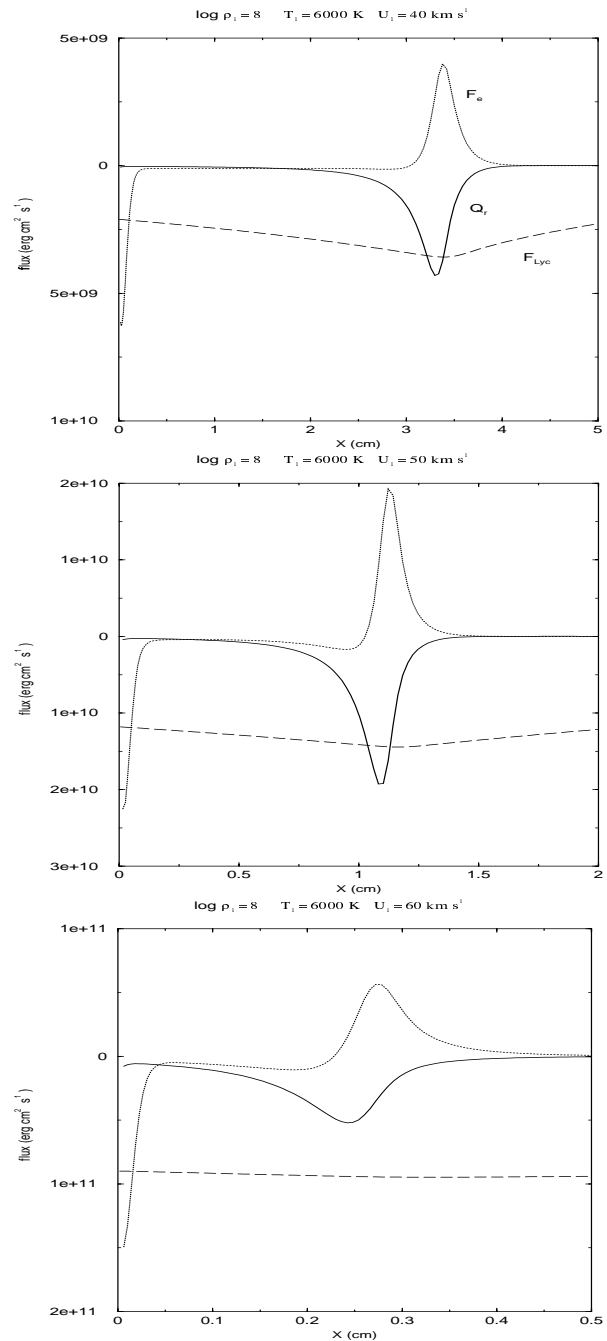


Fig. 3. Flux in the post-shock vicinity of the discontinuous jump of a shock propagating in a gas with $\rho_1 = 10^{-8} \text{ gm cm}^{-3}$, $T_1 = 6000$ K and at three upstream velocities $U_1 = 40$ (upper panel), 50 (middle panel) and 60 km s^{-1} (lower panel). Dotted, solid and dashed lines are respectively for the translational electronic heat flux F_e , the reactive conductivity Q_r and the Lyman continuum flux F_{Lyc} .

downstream (see Fig. 4). Thus, in the hydrogen ionization zone the reactive heat flux tends to diminish the role of the translational electronic conductivity.

Fadeyev et al. (2002) showed that in shock waves with $\rho_1 \simeq 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$ and velocities of $<70 \text{ km s}^{-1}$, the translational electronic heat flux does not affect substantially the structure of the radiative shock wave and, in particular, does not

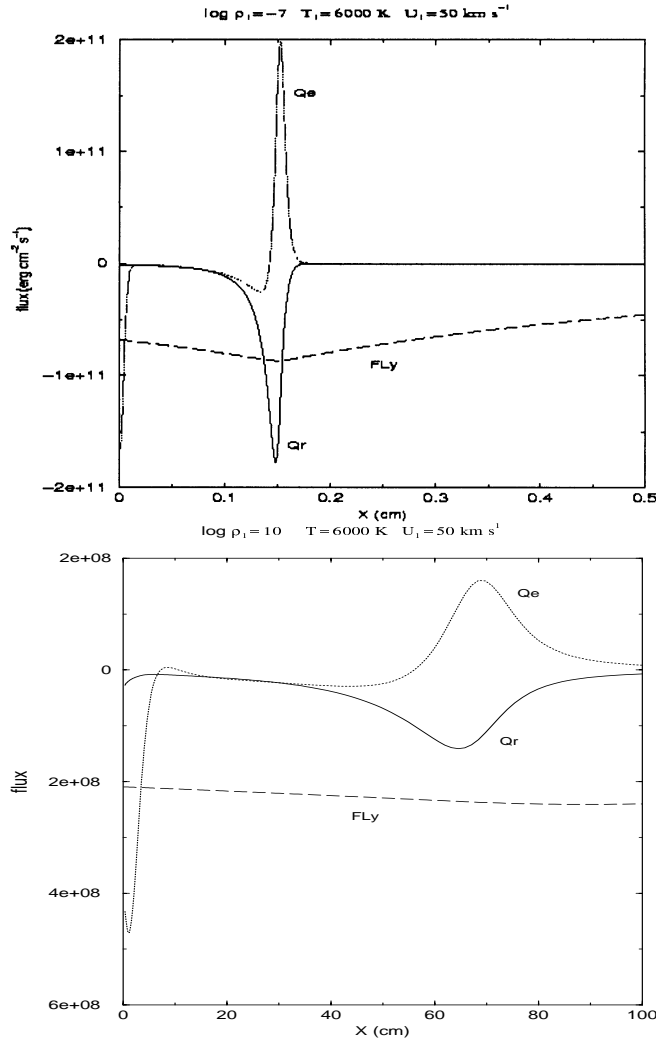


Fig. 4. The postshock flux in the vicinity of the discontinuous jump for an upstream velocities $U_1 = 50 \text{ km s}^{-1}$, a temperature $T_1 = 6000 \text{ K}$ and two density $\rho_1 = 10^{-7}$ (upper panel), and $10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$ (Lower panel). Dotted, solid and dashed line are respectively for the translational electronic heat flux F_e , the reactive conductivity Q_r and the Lyman continuum flux F_{Lyc} .

affect substantially the radiative losses. Because the reactive conductivity flux does not exceed the electronic heat flux, effects of reactive conductivity does not seem efficient enough at the gas density of $\rho \approx 10^{-10} \text{ gm cm}^{-3}$. However, at higher densities ($\rho \gtrsim 10^{-8} \text{ gm cm}^{-3}$), the translational electronic heat flux and the reactive conductivity may become equal or even larger than the electronic heat flux found by Fadéyev et al. (2002) in order to change the structure and the radiative losses of the shock.

4. Conclusion

In this paper, we give a system of fluid equations taking into account the diffusion velocity of ions, electrons and neutrals atoms. The electron energy equation contains a new term of reactive thermal conductivity. With ambipolar diffusion coefficients determined by Conrad & Schunk (1979) we obtained the

expression for the reactive conductivity adapted to the problem of shock where the two-temperature gas (that is, the mixture of free electrons and heavy particles) and for the non-LTE ionization. For the single temperature and LTE ionization our expressions are reduced to the classical reactive thermal conductivity function of the temperature gradient given by Devoto (1967) and Nowak & Ulmschneider (1977).

The reactive thermal conductivity can be relatively strong in the post-shock ionization region but it is negligible in other regions of the shock. Nevertheless, in our shock wave model (Fadéyev & Gillet 2000), the shock front has not been correctly described in terms of fluid dynamics. The physical quantities (the temperature, velocity, density, etc.) behind the shock front are determined using the Rankine-Hugoniot equations. Thus, the temperature gradient, which can be very strong in this very narrow zone, is not well known. Also, it is impossible to evaluate the reactive thermal conductivity in our shock front model. Nevertheless, we should bear in mind that the large temperature and pressure gradients can be responsible for the ion and neutral atom diffusion velocity. Moreover, the shock front structure is complex because the viscosity phenomena have to be considered and the temperature of ions can be enough different than that of neutral atom temperature (Jaffrin 1965).

In this study we found that in the post-shock ionization zone the intensity (in absolute value) of the reactive thermal conductivity increases with both increasing density of the unperturbed gas and increasing velocity of the shock until the pre-shock gas is fully ionized by the Lyman flux. In order to better understand effects of the reactive thermal conductivity the self-consistent approach is needed. Thus, the next step of this work is that to compute the structure of a radiative shock wave with diffusion velocity phenomena (i.e. with reactive thermal conductivity) by using the equation system of Sect. 2.

Acknowledgements. This work has been done at the Haute-Provence Observatory. The authors are grateful to G. Alecian, E. H. Avrett, M. Casanova, Yu. A. Fadéyev, J. M. Fontenla, R. Freire, R. Grappin, G. Pineau des Forêts and J. P. Zahn for helpful discussions. This paper is a part of the Ph.D. Thesis of H. Le Coroller.

Appendix A: Conservation equations

Here we describe the main step in order to derive the system of equations of Sect. 2. We follow the way of Braginskii (1965) and Fontenla et al. (1990). However, in contrast to these previous works, we have in our study two energy equations: one for heavy particles (ions and neutral atoms) and another for electrons. Moreover, we present these equations in a form adapted to our shock wave model. In this appendix we give the approximations that are needed in order to find this system of equations.

The Boltzmann equation describing the evolution of the particle distribution function f_j is written as (Braginskii 1965)

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (v_\beta f_j) + \frac{\partial}{\partial v_\beta} \left(\frac{e_j E_\beta}{m_j} f_j \right) = C_j \quad (\text{A.1})$$

where E_β is the electric field in the β direction and e_j the charge of particles j . C_j is the change per unit time in the distribution

function for particles of species j due to collisions with others particles.

A.1. The mass conservation equation

Integrating Eq. (A.1) over velocity, we find for the species j

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla(n_j U_j) = \int C_j d\mathbf{v}. \quad (\text{A.2})$$

Multiplication of this equation by m_j and adding over all species j for the one-dimensional steady-state gas flow gives

$$\frac{d}{dx}(\rho U) = \sum_j m_j \int C_j d\mathbf{v}. \quad (\text{A.3})$$

Determining this equation we neglected the electron inertia and we replaced U_j by $u_j + U$. These velocities are defined in Sect. 2 and we also used $n_{H^+} u_{H^+} = -n_H u_H$.

$\int C_j d\mathbf{v}$ is the number of particles j that was created or suppressed by unit time and volume with inelastic collisions. Thus, we obtain that the right side of Eq. (A.3) vanish

$$\begin{aligned} \sum_j m_j \int C_j d\mathbf{v} &= m_H \sum_{i=1}^L (P_{ki} n_{H^+} - P_{ik} n_i) \\ &+ m_H \sum_{i=1}^L \sum_{i'=1}^L (P_{li} n_{l'} - P_{li'} n_i) \\ &+ m_{H^+} \sum_{i=1}^L (P_{ik} n_i - P_{ki} n_{H^+}) \\ &+ m_e \sum_{i=1}^L (P_{ik} n_i - P_{ki} n_{H^+}) = 0 \end{aligned}$$

where P_{ji} are defined in Sect. 2. Thus, including this last equation in Eq. (A.3), we have found Eq. (2).

A.2. The momentum conservation equation

The momentum conservation equation is obtained in the same manner as the mass conservation equation. We multiply the Boltzmann Eq. (A.1) by $m_j \mathbf{v}$ and then integrate over velocity. Assuming the one-dimensional steady-state gas flow and neglecting the stress tensor after some transformations given by Braginskii (1965) we find for j species

$$\frac{d}{dx}(m_j n_j U_j^2) + \frac{d}{dx}(P_j) - e_j n_j E = \int m_j v C_j d\mathbf{v} = R_j \quad (\text{A.4})$$

where the pressure of species j is $P_j = n_j k T_j$.

We identify the electric field with that generated by the tendency of electrons and ions to separate. Then, adding Eq. (A.4) on all species j and with $U_j \equiv u_j + U$ we obtain

$$\dot{m} \frac{dU}{dX} = -\frac{dP_g}{dx} + \sum_j R_j \quad (\text{A.5})$$

where we neglect the electron inertia and assume that the diffusion velocity u_j is small in comparison with velocities of other species. u_j/U terms was neglected in front of one.

The velocity v is the same as the mean velocity U_j and the random velocity v' linked with thermal velocity. Thus, the collision terms $\sum_j R_j$ are

$$\sum_j R_j = \sum_j \int m_j v' C_j d\mathbf{v} + \sum_j U_j m_j \int C_j d\mathbf{v}. \quad (\text{A.6})$$

R_j is the mean change in the momentum of particles of a given species due to collisions with all other particles. The last sum at the right of the equality linked with the rate of production of particles writes

$$\sum_j U_j m_j \int C_j d\mathbf{v} = m_H V_A \frac{d(n_H U_H)}{dx} \quad (\text{A.7})$$

where V_A is the ambipolar diffusion velocity given by Eq. (10). We have checked every where in the shock wake that this sum is very small when we compare it with $\frac{dP_g}{dx}$. Thus, we can neglect this term. This shows that even at the tail of the thermalization region where ionization processes occur, inelastic collisions are not efficient enough to affect the momentum equation. Finally, if R_j is dominated by elastic processes then (Braginskii 1965)

$$\sum_j R_j = \sum_j \int m_j v' C_j d\mathbf{v} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Finally, if we include Eq. (A.8) into Eq. (A.5) we return to Eq. (3).

A.3. The energy conservation equations

The energy conservation equation is obtained by multiplication of the Boltzmann Eq. (A.1) by $m_j v^2/2$ and then its integrating over velocity. Assuming an one-dimensional steady-state gas flow, neglecting the stress tensor and using some transformations given by Braginskii (1965), the energy conservation equation writes

$$\nabla \left[\left(\frac{1}{2} m_j n_j U_j^2 + \frac{5}{2} P_j \right) \mathbf{U}_j \right] + \nabla \mathbf{F}_j = e_j n_j E U_j + \int \frac{m_j v^2}{2} C_j d\mathbf{v} \quad (\text{A.9})$$

where \mathbf{F}_j is the translational thermal conductivity of the j species. Replacing the species j by e and U_e by $u_e + U$, after some transformations we find the electron energy equation

$$\begin{aligned} U \frac{dE'_e}{dx} &= -P_e U \frac{dV}{dx} - \frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{F}_e - \frac{1}{\rho} \nabla \left(\frac{5}{2} k T_e n_e u_e \right) \\ &+ \frac{u_e}{\rho} \frac{dP_e}{dx} + \frac{1}{\rho} \int \frac{m_e v^2}{2} C_e d\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

where E'_e is the electron thermal energy by mass unit defined in Sect. 2. To get this relation we have neglected $\frac{1}{2} m_e n_e U_e^2$ in front of $\frac{5}{2} P_e$. We can do this assumption because the small electron mass and because electrons are linked with ions due to electrostatic field, thus U_e is not very large. Moreover, we used the mass conservation equation (Eq. (2)), the specific volume $V \equiv \frac{1}{\rho}$ and the polarization electrostatic field $e n_e E = -\frac{dP_e}{dx}$.

Finally, the collision term can be rewritten

$$\frac{1}{\rho} \int \frac{m_e v^2}{2} C_e dv = \frac{1}{\rho} \int \frac{m_e v'^2}{2} C_e dv + \frac{U_e}{\rho} \int m_e v' C_e dv + \frac{m_e U_e^2}{2\rho} \int C_e dv.$$

We have checked that the last term of this equation can be always neglected. If we consider only elastic collisions, the first and second terms at the right-hand-side of this equation give Q_{elc} the heat generated in the electrons gas as a consequence of collisions with heavy particles (Braginskii 1965).

Even if inelastic collisions are important for energy exchanges, this kind of collisions is less frequent than elastic collisions. Also, we do the assumption that we can compute Q_{elc} as in a gas without inelastic collisions. Finally, with inelastic collisions the collision term writes (Murty 1971; Fontenla et al. 1990)

$$\frac{1}{\rho} \int \frac{m_e v^2}{2} C_e dv = Q_{\text{elc}} + Q_{\text{inc}} \quad (\text{A.11})$$

where Q_{inc} is given by Eq. (5). Thus, including Eq. (A.11) in Eq. (A.10) we have found the Eq. (4).

We followed the same way to find the heavy particle energy. We add the energy equations (Eq. (A.9)) for each heavy particle type (ions and neutral excited atoms), we replace U_j by $U + u_j$ and we neglected second order terms because u_j is small in comparison with velocities of other species. We used again $n_H U_H = -n_{H^+} U_{H^+}$ and the polarization electrostatic field law. For the collision term, we do the same kind of computation that in the electron energy equation. We take into account the exchange of heat linked with elastic collisions between heavy particles and electrons ($-Q_{\text{elc}}$). We used $u_{H^+} = u_e$ and we neglected the heat created by the exchange of momentum between electrons and heavy particles. We also assume that heavy particle mass is high enough and that the inelastic collisions terms are only in the electron energy equation. With all these approximations, we get the heavy particle energy equation (Eq. (6)).

Appendix B: Computation of ambipolar diffusion coefficients

In this appendix, we give all coefficients necessary to compute the ambipolar diffusion velocity (Eq. (10)). These coefficients were given earlier by Conrad & Schunk (1979) but for the oxygen gas. Here, we have computed the ambipolar diffusion velocity for an hydrogen gas and with the assumption that the ions temperature is equal to that of neutral atoms ($T_{H^+} = T_H = T_a$). The ordinary and thermal ambipolar diffusion coefficients can be computed with

$$\Delta_{H^+H} = \frac{Z_{H^+H}}{2n_{H^+}kT_a} \left(R_{H^+H} + \frac{n_{H^+}}{n_H} R_{HH^+} \right) \quad (\text{B.1})$$

$$w = \frac{Z_{H^+H}}{4} \frac{\nu_{H^+H} m_H}{n_{H^+} k^2 T_a} \left(K_{H^+H} - \frac{n_{H^+}}{n_H} K'_{H^+H} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$w^* = \frac{Z_{H^+H}}{4} \frac{\nu_{H^+H} m_H}{n_{H^+} k^2 T_a} \left(K'_{HH^+} - \frac{n_{H^+}}{n_H} K_{HH^+} \right) \quad (\text{B.3})$$

Δ_{H^+H} , w and w^* have to be computed with

$$K_{HH^+} = K_{H^+H} = \frac{C_{H^+H}}{H_{H^+H}} J_H \quad (\text{B.4})$$

$$K'_{H^+H} = -F_{H^+H} \frac{J_H}{H_{H^+H}} \quad (\text{B.5})$$

$$K'_{HH^+} = -F_{HH^+} \frac{J_{H^+}}{H_{HH^+}} \quad (\text{B.6})$$

$$R_{HH^+} = \frac{C_{HH^+} A_{H^+H} + F_{H^+H} A_{HH^+}}{H_{HH^+}} \quad (\text{B.7})$$

$$R_{H^+H} = \frac{C_{H^+H} A_{HH^+} + F_{HH^+} A_{H^+H}}{H_{H^+H}} \quad (\text{B.8})$$

where

$$A_{HH^+} = A_{H^+H} = -\frac{5n_H k T_a \nu_{HH^+}}{4} Z_{HH^+} \quad (\text{B.9})$$

$$F_{HH^+} = -\frac{2}{5} Z''_{HH} \nu_{HH} - \nu_{HH^+} \left[\frac{3}{4} + \frac{Z'_{HH^+}}{4} + \frac{Z''_{HH^+}}{5} \right] \quad (\text{B.10})$$

$$F_{H^+H} = -\frac{2}{5} Z''_{H^+H} \nu_{H^+H} - \nu_{H^+H} \left[\frac{3}{4} + \frac{Z'_{H^+H}}{4} + \frac{1}{5} Z''_{H^+H} \right] \quad (\text{B.11})$$

$$C_{H^+H} = \frac{n_{H^+}}{n_H} C_{HH^+} = \nu_{H^+H} \frac{n_{H^+}}{n_H} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} Z'_{H^+H} - \frac{Z''_{H^+H}}{5} \right] \quad (\text{B.12})$$

$$J_{H^+} = \frac{n_{H^+}}{n_H} J_H = \frac{5}{2} k^2 \frac{n_{H^+} T_a}{m_H} \quad (\text{B.13})$$

$$H_{HH^+} = H_{H^+H} = F_{H^+H} F_{HH^+} - C_{H^+H} C_{HH^+} \quad (\text{B.14})$$

where the momentum transfer collision frequency are given by

$$\nu_{H^+H} = \frac{32}{3} \sqrt{\pi} n_{H^+} \left(\frac{4kT_a}{m_H} \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{e^4}{m_H^2} \ln \Lambda \quad (\text{B.15})$$

$$\nu_{HH^+} = \frac{n_{H^+}}{n_H} \nu_{H^+H} = \frac{8}{3} n_{H^+} \Omega_{HH^+}^{(1,1)} \quad (\text{B.16})$$

$$\nu_{HH} = \frac{8}{3} n_H \sqrt{\frac{kT_a}{\pi m_H}} Q_{HH} \quad (\text{B.17})$$

The average cross sections between neutral hydrogen atoms has been computed by Nowak & Ulmschneider (1977)

$$Q_{HH} = 6.4539 \times 10^{-15} - 8.2913 \times 10^{-16} \ln T_a + 2.3651 \times 10^{-17} \ln^2 T_a \quad (\text{B.18})$$

and where

$$Z_{H^+H} = Z_{HH^+} = 1 - \frac{2}{5} \frac{\Omega_{H^+H}^{(1,2)}}{\Omega_{H^+H}^{(1,1)}} \quad (\text{B.19})$$

$$Z'_{H^+H} = Z'_{HH^+} = \frac{5}{2} + \frac{2}{5} \left[\frac{\Omega_{H^+H}^{(1,3)} - 5\Omega_{H^+H}^{(1,2)}}{\Omega_{H^+H}^{(1,1)}} \right] \quad (\text{B.20})$$

$$Z''_{H^+H} = Z''_{HH^+} = \frac{\Omega_{H^+H}^{(2,2)}}{\Omega_{H^+H}^{(1,1)}} \quad (\text{B.21})$$

$$Z''_{HH} = 2 \quad (\text{B.22})$$

$$Z''_{H^+H^+} = 2. \quad (\text{B.23})$$

Finally, the Hydrogen collision integrals are given by

$$\Omega_{H^+H}^{(1,1)} = \sqrt{\frac{kT_a}{\pi m_H}} \left(39.84B^2 - 17.85AB + 2A^2 + (8.923B^2 - 2AB) \log T_a + \frac{B^2}{2} \log^2 T_a \right) \quad (\text{B.24})$$

$$\Omega_{H^+H}^{(1,2)} = 3 \sqrt{\frac{kT_a}{\pi m_H}} \left(41.14B^2 - 18.13AB + 2A^2 + (9.067B^2 - 2AB) \log T_a + \frac{B^2}{2} \log^2 T_a \right) \quad (\text{B.25})$$

$$\Omega_{H^+H}^{(1,3)} = 12 \sqrt{\frac{kT_a}{\pi m_H}} \left(42.12B^2 - 18.35AB + 2A^2 + (9.176B^2 - 2AB) \log T_a + \frac{B^2}{2} \log^2 T_a \right) \quad (\text{B.26})$$

$$\Omega_{H^+H}^{(2,2)} = 0.8\pi \sqrt{\left(\frac{2\eta e^2}{m_H} \right)}. \quad (\text{B.27})$$

For the hydrogen, $A = 2.1 \times 10^{-7}$ cm, $B = 2.2 \times 10^{-8}$ cm (Biolsi 1978) and the neutral atom polarizability that is approximately the atom's volume $\eta = 6.7 \times 10^{-25}$ cm³ (Martin & Wiese 1996).

References

- Biolsi, L. 1978, *J. Geophys. Res.*, 83, A3, 1125
 Braginskii, S. I. 1965, *Rev. Plasma Phys.*, Leontovich Consultants Bur.
 Burgers, J. M. 1969, *Flow Equations for Composite Gases* (Academic Press)
 Chapman, S., & Cowling, T. G. 1970, *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, 3rd edition (Cambridge University press)
 Conrad, J. R. & Schunk, R. W. 1979, *J. Geophys. Res.*, 84, A3, 811
 Devoto, R. S. 1966, *Phys. fluids*, 9, 1230
 Devoto, R. S. 1967, *Phys. fluids*, 10, 354
 Devoto, R. S., & Li, C. P. 1968, *J. Plasma Phys.*, 2, part 1, 17
 Fadeyev, Yu. A., & Gillet, D. 1998, *A&A*, 333, 687
 Fadeyev, Yu. A., & Gillet, D. 2000, *A&A*, 354, 349
 Fadeyev, Yu. A., Le Coroller, H., & Gillet, D. 2002, *A&A*, 392, 735
 Fontenla, J. M., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1990, *ApJ*, 355, 700
 Grad, H. 1949, *Commun. Pure Appl. Math.*, 2, 331
 Grad, H. 1958, *Hand. Phys.*, XII, 205
 Hirschfelder, J. O., Curtiss, C. F., & Bird, R. B. 1954, *Molecular theory of gases and liquids* (Wiley & Son)
 Jaffrin, M. Y. 1965, *Phys. Fluids*, 8, 606
 Martin, W. C., & Wiese, W. L. 1996, *Atomic Molecular and Optical physics handbook* (AIP press)
 Meador, W. E., & Station, L. D. 1965, *Phys. Fluids*, 8, 1694
 Murty, S. S. R. 1971, *JQSRT*, 11, 1681
 Nowak, T., & Ulmschneider, P. 1977, *A&A*, 60, 413
 Schunk, R. W., & Walker, J. C. G. 1970, *Planet. Space Sci.*, 18, 535
 Schunk, R. W. 1975, *Planet. Space Sci.*, 23, 437
 Schunk, R. W. 1977, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 15, 429
 Ulmschneider, P. 1970, *A&A*, 4, 144
 Zel'dovich, Y. B., & Raizer, Y. P. 1967, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Academic Press; Reprinted: 2002 Dover Publications)

Chapitre 6

Observations de deux étoiles super-géantes HD 56126 et HD 179821

Dans ce travail, nous avons également étudié deux étoiles super-géantes : l'une, HD 56126 est une post-AGB typique, l'autre, HD 179821 est difficile à classer et pourrait être une post-AGB ou une super massive. Nous avons porté notre attention sur ce type d'objets car ils présentent un double intérêt :

- d'une part, ils sont statistiquement rares et leur dynamique atmosphérique est très mal connue.

- d'autre part, nous observons pour ces deux étoiles des profils P-Cygni sur la raie H_α probablement liés à la présence d'ondes de chocs. Ces chocs pourraient se propager, dans leurs atmosphères très étendues, pendant plusieurs jours et à des vitesses pratiquement constantes. Ainsi, ils auraient les caractéristiques de chocs stationnaires plans, proches de ceux étudiés dans la partie théorique de ce travail.

Malheureusement, nous attirons l'attention du lecteur sur le fait qu'il est actuellement impossible d'observer directement dans ces étoiles la structure des chocs et donc de vérifier les résultats théoriques des précédent chapitres. Il n'est par exemple pas possible de comparer le flux radiatif ou même la forme des raies H_α observées avec les prédictions du modèle. En effet :

- actuellement le modèle de choc ne donne pas la forme des raies sortant du précurseur. Pour cela il faut prendre en compte l'effet Doppler qui déforme les raies à cause des différentes vitesses d'écoulement rencontrées dans les chocs. D. Gillet et Yu. Fadeyev travaillent sur ce problème ;

- les observations ne permettent pas de connaître précisément la vitesse des chocs dans les étoiles. Ainsi, même si on reproduit les observations on ne peut pas être sûr d'avoir pris le bon nombre de Mach pour le modèle ;

- il n'est pas évident que les chocs simulés avec le modèle de Yu. Fadeyev et D. Gillet soient exactement identiques à ceux qui se propagent dans les atmosphères d'étoiles. En effet, nous supposons que le sillage et le précurseur sont quasiment infinis, notamment le gaz peut se refroidir dans le sillage sans perturbation extérieure. Dans une étoile pulsante, le sillage du choc pourrait être affecté par le rayonnement propre de l'étoile et les conditions aux limites pour résoudre l'équation de transfert risquent de ne pas être les mêmes que celles adoptées dans nos calculs.

Dans la conclusion, nous discutons des futures méthodes d'observations et de modélisation qui pourraient aider à valider nos travaux théoriques.

6.1 Qu'est-ce qu'une étoile post-AGB ?

Les étoiles post-AGB sont des super-géantes froides ($3000 \text{ K} < T < 8000 \text{ K}$) et assez lumineuses ($L \sim 10^4 L_{\odot}$) arrivant en fin de vie. Elles se situent dans le diagramme HR après la phase AGB et avant l'étape de nébuleuse planétaire (voir la figure 6.1). Elles ont éjecté l'essentiel de leur masse notamment pendant leur évolution le long de la branche asymptotique des géantes (AGB). Ainsi, leur masse se situe entre 0,45 et 1,4 M_{\odot} tandis qu'elle pouvait atteindre jusqu'à huit masses solaires sur la séquence principale (en début de vie). Ces astres sont constitués d'un cœur de carbone-oxygène qui se trouve dans un état dégénéré (De Loore and Doom, 1992). Il n'existe pas de post-AGB de plus de 1,4 M_{\odot} (limite de Chandrasekhar) car juste au-dessus de cette masse critique il y a un flash du cœur de carbone et l'étoile explose (Kippenhahn and Weigert, 1991). Par ailleurs, pendant la phase post-AGB, les réactions nucléaires qui ont lieu dans des coquilles d'hélium et d'hydrogène se situant autour du cœur de C-O ne sont plus assez efficaces pour maintenir l'étoile en équilibre hydrostatique. Ainsi, l'étoile se contracte sous l'influence de la force gravitationnelle. En même temps que son rayon diminue, elle voit sa température augmenter de telle manière que sa luminosité ($L = 4\pi R^2 \sigma T^4$) reste constante. Elle traverse donc une partie du diagramme HR à luminosité constante et dans des temps très courts (entre 1000 et 10 000 ans selon la masse). Les post-AGB sont donc statistiquement rares et encore mal connues.

Ces étoiles possèdent une chimie complexe. Certaines post-AGB présentent un excès en oxygène tandis que d'autres sont riches en carbone. Elles possèdent souvent un excès en éléments *s*. Ces éléments tels que le l'yttrium (Y), le zirconium (Zr), le strontium (Sr) et le barium (Ba) sont synthétisés en profondeur par capture de neutrons grâce à des noyaux de la famille du fer (Alvarez, 1998). Ils sont ensuite ramenés vers la surface de l'étoile par des phénomènes convectifs (troisième "dredge-up") qui ont lieu pendant la phase des pulses thermiques (les couches d'hydrogène et d'hélium qui entourent le noyau de CO brûlent alternativement) en fin de vie AGB. Ainsi, l'étude de la chimie de la surface des post-AGB donne des indications précieuses sur l'évolution des étoiles dans la phase AGB et notamment sur l'efficacité du troisième "dredge-up".

À la fin de leur vie AGB, les étoiles ne peuvent plus être observées dans le visible, elles

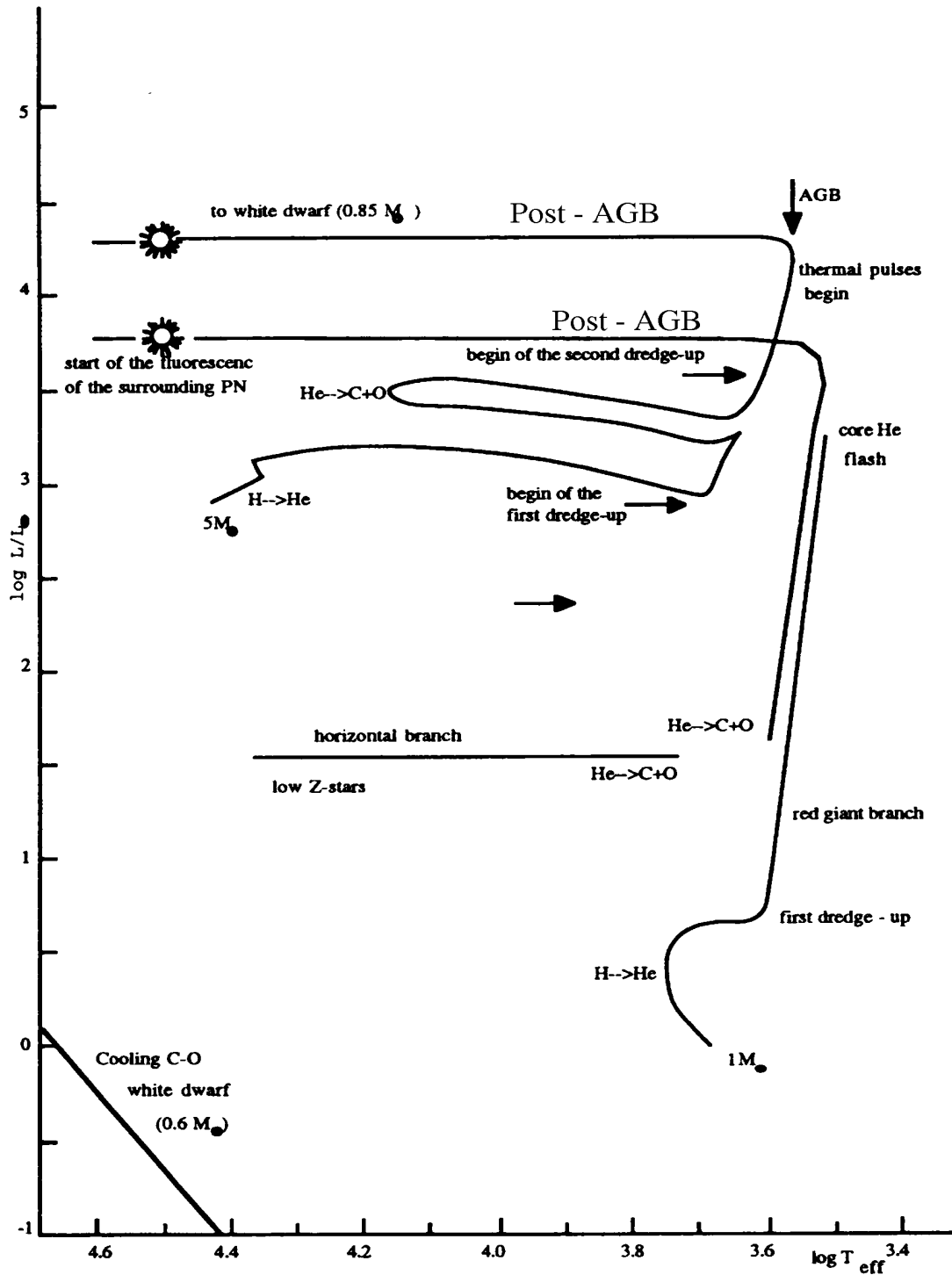


FIG. 6.1 – Diagramme HR montrant l'évolution de deux étoiles ($1 M_{\odot}$ et $5 M_{\odot}$) à partir de la séquence principale jusqu'aux phases post-AGB et nébuleuses planétaires. Diagramme extrait du livre de de Loore et Doom (1992)

sont littéralement cachées derrière une coquille de gaz et de poussière qui a été éjectée de l'étoile (perte de masse). Par la suite cette coquille en expansion se dilue suffisamment pour que l'étoile soit de nouveau visible dans la phase post-AGB. Dans ces coquilles, on trouve des enveloppes carbonées notamment riches en molécules CO, C₂H₂, HCN, CN, et en grains constitués principalement de carbone amorphe ou de carbure de silicium SiC. Les enveloppes oxygénées possèdent des molécules d'H₂O, de CO, de SiO et par exemple des grains de silicate amorphe.

Enfin, ces étoiles sont souvent pulsantes et présentent des raies en émission très probablement liées aux ondes de choc qui se propagent dans leur atmosphère. Aujourd'hui, les mécanismes et les modes de pulsations des post-AGB sont encore très mal connus. Pourtant, comme nous allons le voir pour HD 56126, à l'aide de modèles de pulsation, il est possible de déterminer les paramètres stellaires de ces astres (masse, luminosité, température). En trouvant la luminosité et la masse d'une étoile post-AGB, nous apportons des contraintes pour les modèles d'évolution stellaire qui donnent justement des relations de masse-luminosité.

Par ailleurs, les caractéristiques chimiques ne suffisent pas toujours à classer une étoile dans la catégorie des post-AGB. Ainsi, HD 179821 est depuis plusieurs années un sujet de controverse. Certains auteurs la classent comme une super-massive en train d'évoluer vers le stade de supernova, tandis que d'autres la classent plutôt comme une étoile post-AGB ! L'étude des pulsations et de la dynamique atmosphérique de tels objets pourrait aider à y voir plus clair.

6.2 Le cas de HD 56126

HD 56126 présente toutes les caractéristiques d'une étoile post-AGB typique de population II. Elle est de type spectral F5Iab avec un excès en carbone et éléments *s* (Sr, Y, Zr, Ba). Elle a donc certainement connu un troisième "dredge-up" efficace en fin de vie AGB. De plus, elle possède une enveloppe de poussières responsable d'une forte émission infra-rouge (Meixner et al., 1997; Jura et al., 2000) notamment à 11,8 μm et 9,7 μm . Nous observons aussi une émission à 21 μm (Von Helden et al., 2000) caractéristique de nanocristaux de carbure de titane (TiC).

Dans l'article de Fokin et al. (2001) placé en fin de chapitre, nous avons étudié la dynamique atmosphérique de HD 56126. Nous résumons ici les principales caractéristiques de la pulsation de cet objet :

- comme la plupart des étoiles de ce type, la courbe de lumière ou de vitesse radiale ne semble pas parfaitement périodique. Ainsi, il reste encore beaucoup de mystères autour des modes de pulsation de ces étoiles. Pulsent-elles uniquement de manière radiale ? Sont-elles chaotiques ? Toutefois, indépendamment de ces phénomènes de chaos, il existe généralement un temps caractéristique de pulsation assez clair. Ainsi, pour HD 56126, nous trouvons une période de 36,8 jours sur des données totalement indépendantes (environ huit ans d'observation) de photométrie et de spectroscopie. Avec moins de données, un premier suivi spectroscopique avait révélé une période de 27,3 jours (Lébre et al.,

1996). Nous pouvons donc raisonnablement penser que HD 56126 pulse avec une période caractéristique de l'ordre de 30 jours. D'autre part, les amplitudes de variations photométriques sont environ de 0,15 mag et les variations de vitesse radiale sont de l'ordre de 15 km s^{-1} .

- avec un modèle de pulsation radiatif et non-linéaire (Fokin et al., 2001), nous avons tenté de reproduire les périodes et amplitudes de pulsations (de photométrie et de vitesse radiale) observées sur HD 56126. Les paramètres d'entrée de ce modèle sont la masse, la luminosité, la température et la composition chimique de l'étoile. La meilleure solution pour reproduire les observations a été obtenue avec $M = 0,8 M_{\odot}$, $L = 6000 - 7000 L_{\odot}$, and $T_{\text{eff}} \leq 5850 \text{ K}$. De plus, HD 56126 pulserait sur le deuxième harmonique d'un mode radial.

Malheureusement, une masse de $0,8 M_{\odot}$ avec une luminosité de $6000 - 7000 L_{\odot}$ est en contradiction avec les prédictions de l'évolution stellaire. En effet, la relation de Paczynski (1971) donne une luminosité de $16\,000 L_{\odot}$ pour une masse de $M = 0,8 M_{\odot}$. Avec la loi plus récente de Herwig et al. (1998), nous trouvons une luminosité de $20\,000 L_{\odot}$ pour une masse de $0,8 M_{\odot}$.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ce désaccord entre notre modèle de pulsation et l'évolution stellaire. Nous connaissons encore assez mal la dépendance de la relation masse-luminosité de l'évolution stellaire avec la métallicité. Par ailleurs, cette relation pourrait être faussée par le phénomène de "Hot Bottom Burning" (combustion nucléaire à la base de l'enveloppe convective) qui a lieu en fin de vie AGB.

De plus, notre modèle de pulsation n'est pas parfaitement adapté aux cas des étoiles post-AGB. Il ne peut pas rendre compte des éventuelles pulsations non-radiales. Il ne prend pas en compte la convection qui modifie les périodes et amplitudes de pulsation. Enfin, nous utilisons un code purement lagrangien alors qu'un modèle à grille adaptative serait mieux adapté pour résoudre proprement les zones d'ionisation partielle de l'hydrogène où l'on rencontre de brutales variations thermodynamiques. Pour conclure, ni les modèles de pulsation, ni ceux de l'évolution stellaire ne sont encore capables de décrire parfaitement les étoiles AGB et post-AGB. Toutefois, nous obtenons déjà des résultats intéressants en prédisant le temps caractéristique de pulsation d'étoiles post-AGB avec des modèles de pulsation ou en décrivant certaines propriétés physiques et chimiques de ces étoiles (excès d'éléments s ramenés en surface grâce au troisième "dredge-up") à l'aide des modèles de l'évolution. L'étude des pulsations apporte de fortes contraintes aux relations masse-luminosité de l'évolution stellaire. À terme, les modèles de pulsation et d'évolution stellaire devront trouver la même relation entre la masse et la luminosité.

- enfin, remarquons que HD 56126 connaît de fortes variations spectroscopiques des raies H_{α} et H_{β} au cours d'un cycle de pulsation. Sur la figure 6.2, la raie H_{α} montre alternativement son aile gauche (côté bleu de la raie) puis droite (côté rouge de la raie) en émission. Ce type de profil, dit P-Cygni, ne peut se trouver que dans des étoiles ayant une atmosphère très étendue en expansion ou en contraction. L'émission pourrait être liée à la présence de chocs. L'existence de chocs est bien confirmée par le modèle de pulsation. Pour s'en convaincre, le lecteur peut se reporter à la figure 12 de l'article de Fokin et al. (2001) placé en fin de chapitre.

Notons que cette raie H_{α} évolue doucement et est quasiment identique sur quelques jours.

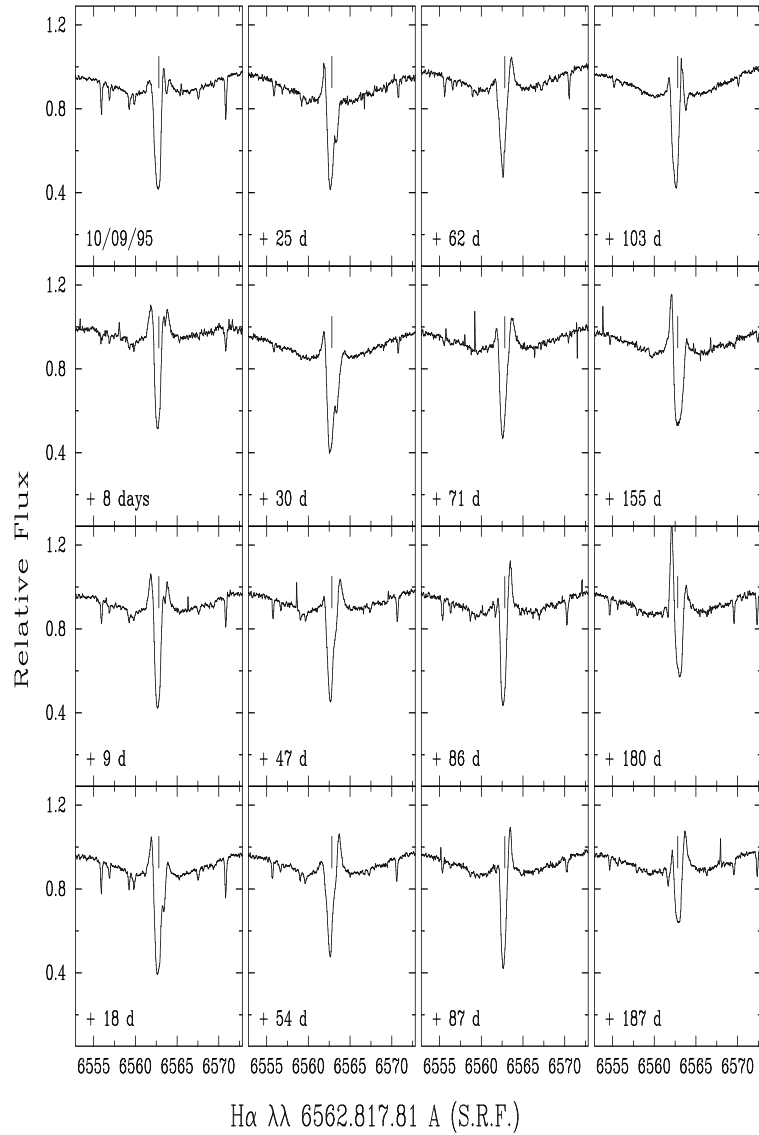


FIG. 6.2 – Observations spectroscopiques de la raie H_α . La longueur d’ondes de la raie H_α dans le référentiel de l’étoile au repos est indiquée par un trait vertical.

Par exemple, sur la figure 6.2 le profil de la raie est presque le même au jour 18 et au jour 25. Ceci est en bon accord avec l’hypothèse de choc stationnaire qui a été faite dans la partie théorique de cette thèse.

6.3 Le cas de HD 179821

HD 179821 est une étoile riche en oxygène. De même que pour HD 56126, cet objet est entouré d'une coquille de gaz et de poussières avec une forte émission infra-rouge notamment à $11,7 \mu\text{m}$. Malgré ces caractéristiques, cet objet est difficile à classer, certains auteurs le décrivent comme une étoile super-massive tandis que d'autres pensent qu'il s'agit plutôt d'une post-AGB. L'excès en éléments *s*, qui est caractéristique d'un troisième "dredge-up" et d'une évolution le long de l'AGB, n'est pas aussi clair que pour HD 56126. Selon la température adoptée (probablement variable avec la pulsation) certains spectres synthétiques, pour s'ajuster au spectre observé, prédisent un excès (Reddy and Hrivnak, 1999) et d'autres une sous-abondance (Thévenin et al., 2000) en éléments *s*.

Les caractéristiques physiques et chimiques de la coquille de poussières et de gaz ne classent pas non plus nécessairement cette étoile parmi les post-AGB. En effet, la vitesse d'expansion de cette coquille est d'environ 35 km s^{-1} alors qu'elle est de 10 à 20 km s^{-1} pour les post-AGB typiques. De plus, la coquille de OH est mieux comprise si HD179821 se trouve à 6 Kpc (Jura and Werner, 1999). À cette distance, l'étoile est très lumineuse et ne peut être qu'une super-massive. Les travaux les plus récents sur la morphologie et la chimie de la coquille de poussières de HD179821 (Molster et al., 2002) semblent aussi être en faveur de l'hypothèse super-massive. Pourtant HD 179821 est excessivement loin du plan galactique pour une étoile super-massive. Cette discussion et d'autres arguments sur la nature de HD 179821 sont donnés dans l'introduction de l'article de Le Coroller et al.(2002) à la fin du chapitre. Dans cet article, nous avons étudié les variations photométriques de HD 179821. Cette analyse de la pulsation pourrait aider à classer cet objet parmi les étoiles super-massives.

Nous résumons les principaux résultats de l'article de Le Coroller et al. (2002) :

- nous avons réalisé une campagne d'observations photométriques sur HD 179821 pendant deux ans (1999 - 2000). Avec ces données, nous trouvons que HD 179821 peut pulser avec une période de 135 jours ou de 200 jours.

Nous observons également un très fort effet de couleur. Ainsi sur un cycle de pulsation, les variations photométriques sont d'environ 0,3 magnitude dans le filtre U et seulement de 0,1 magnitude en I. Est-ce, un effet de variation d'opacité similaire à celui observé dans les Mira (Le Bertre, 1992; Le Bertre, 1993) ? Dans ces étoiles, des bandes de TiO font leur apparition au cours d'un cycle de pulsation. Or, elles n'absorbent pas le rayonnement de la même manière à toutes les longueurs d'ondes et créent ainsi des variations photométriques plus fortes dans le visible que dans l'infra-rouge.

- dans notre campagne d'observations, nous avons un très bon échantillonnage (une observation pour chaque filtre U' , B_c , V_c , R_c , I_c environ tous les cinq jours); par contre nous couvrons à peine une période complète de pulsation. Pour affiner notre recherche de périodes, nous avons réuni nos données avec toutes les autres données photométriques disponibles dans la littérature (Hipparcos; Arkipova et al. 2001; Hrivnak et al. 2001) sur cette étoile. Pour la première fois, nous donnons ainsi pour les filtres U, B et principale-

ment V, une courbe de lumière assez détaillée sur pratiquement dix ans. De même que pour HD 56126, la courbe de lumière de HD 179821 n'est pas parfaitement périodique. Toutefois, quelque soit le filtre ou l'échantillonnage utilisé, nous obtenons, avec une analyse de Fourier, deux périodes principales de pulsation : l'une d'environ 140 jours et l'autre de l'ordre de 200 jours (périodes proches de celles que nous avons obtenues entre 1999 et 2000). Le rapport entre ces deux périodes est pratiquement $\frac{2}{3}$. Ce rapport est typique d'une étoile qui pulse de manière radiale sur le mode fondamental et le second harmonique. Ainsi, la courbe de lumière serait principalement le résultat d'une pulsation bi-modale.

En pulsant de manière bi-modale, HD 179821 pourrait avoir un comportement assez proche d'autres étoiles post-AGB. Elle ressemble par exemple à V887 Her (Arhipova et al., 2000). Cette étoile a des amplitudes de variation photométrique de l'ordre de 0,2 mag sur une période d'environ 150 jours. Toutefois, le type spectral de V887 Her est F3Ib. Elle est donc probablement plus chaude que HD 179821 qui serait plutôt classée comme une étoile de type G5. Pour les étoiles post-AGB de type spectral proche de G5 les variations de magnitude sont généralement plus fortes que celles de HD 179821 (voir Arkipova et al. 2000). Toutefois, avec les fortes incertitudes sur la température de ces objets il est difficile de conclure.

Par ailleurs, avec les faibles masses des étoiles post-AGB ($M < 1,4 M_{\odot}$) le modèle de pulsation non-linéaire semble être incapable de reproduire les longues périodes ($P > 100$ jours) et les petites variations d'amplitude photométrique ($\Delta m < 0,3 mag$) de HD 179821 (communication privée de A. Fokin). Ainsi, nos résultats pourraient être en accord avec l'hypothèse d'une étoile super-massive. Malheureusement, ces étoiles sont particulièrement convectives et le modèle de pulsation utilisé ici est purement radiatif. Il reste donc un travail théorique important à mener et qui consiste à prendre en compte la convection dans les modèles de pulsations non-linéaires.

Sur la figure 6.3, nous montrons l'évolution de la raie H_{α} entre les mois d'août et septembre 2000. Ces observations spectroscopiques ont été réalisées par Agnès Lèbre à l'observatoire de Haute Provence et seront prochainement soumis à la revue A&A. De même que pour HD 56126, nous observons fin septembre 2000 un profil P-Cygni avec une forte émission sur l'aile droite de la raie. Par contre, contrairement au cas de HD 56126, la raie H_{α} ne varie pas sur tout le cycle de pulsation. Ainsi, elle est à peu près stable, pendant tout le mois d'août.

Plus surprenant encore, les raies qui se forment plus proches de la photosphère que H_{α} , telle la raie du baryum, semblent stables (communication privée de A. Lèbre) pendant tout le cycle de pulsation de l'étoile (voir figure 6.4)! Tout se passe comme si la photosphère ne bougeait pas. HD 179821 ne serait-elle pas pulsante? Les variations de luminosité de l'étoile seraient-elles uniquement liées à des variations de température ou à des changements d'opacité? Quel serait alors le mécanisme responsable de ces instabilités thermiques? Comment expliquer le profil P-Cygni sans invoquer des mécanismes de pulsation et d'ondes de choc? S'il est encore bien difficile de répondre à ces questions, il semble que HD 179821 ne pulse pas de la même manière que HD 56126. Ceci pourrait encore l'éloigner de la catégorie des post-AGB.

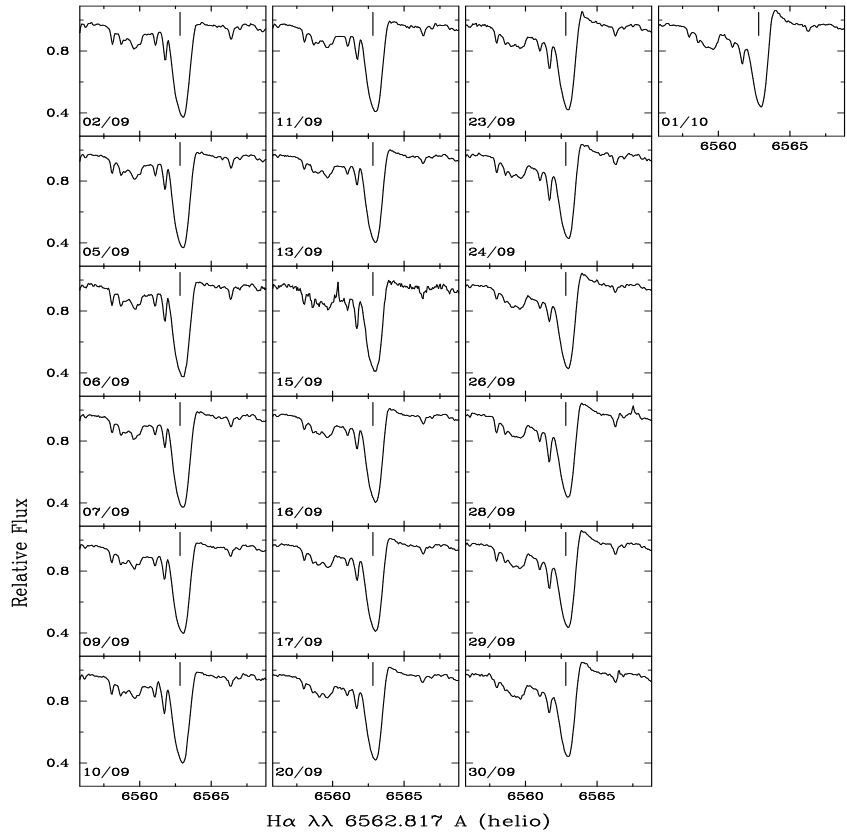
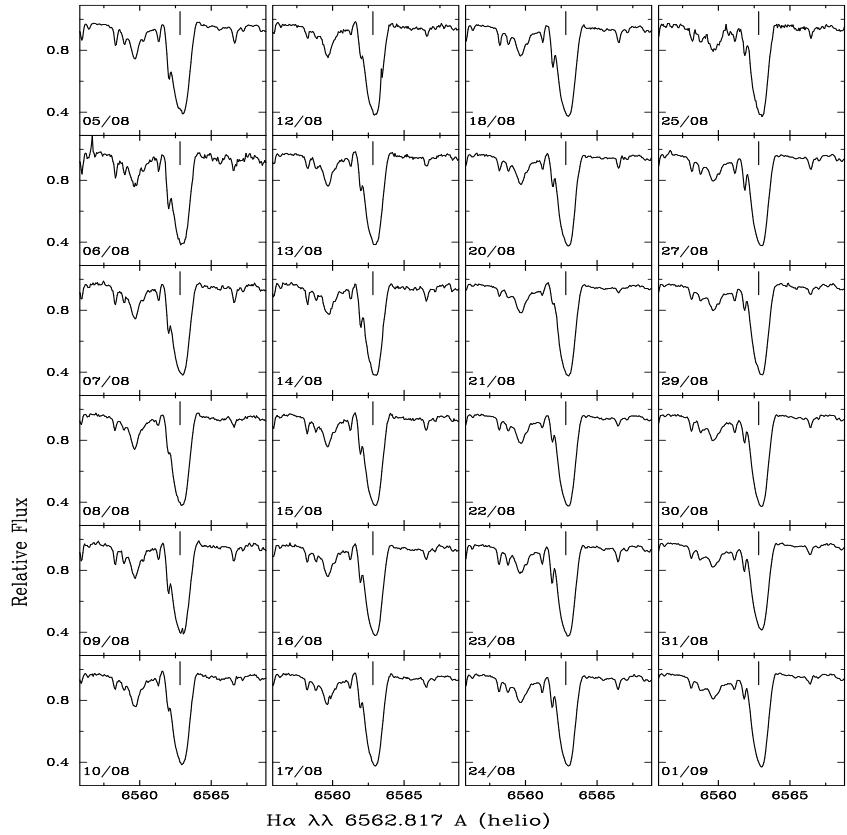


FIG. 6.3 – Observations spectroscopiques de la raie H_{α} . La longueur d’onde de la raie H_{α} dans le référentiel de l’étoile au repos est indiquée par un trait vertical.

HD 179821—observation 2000

BaII

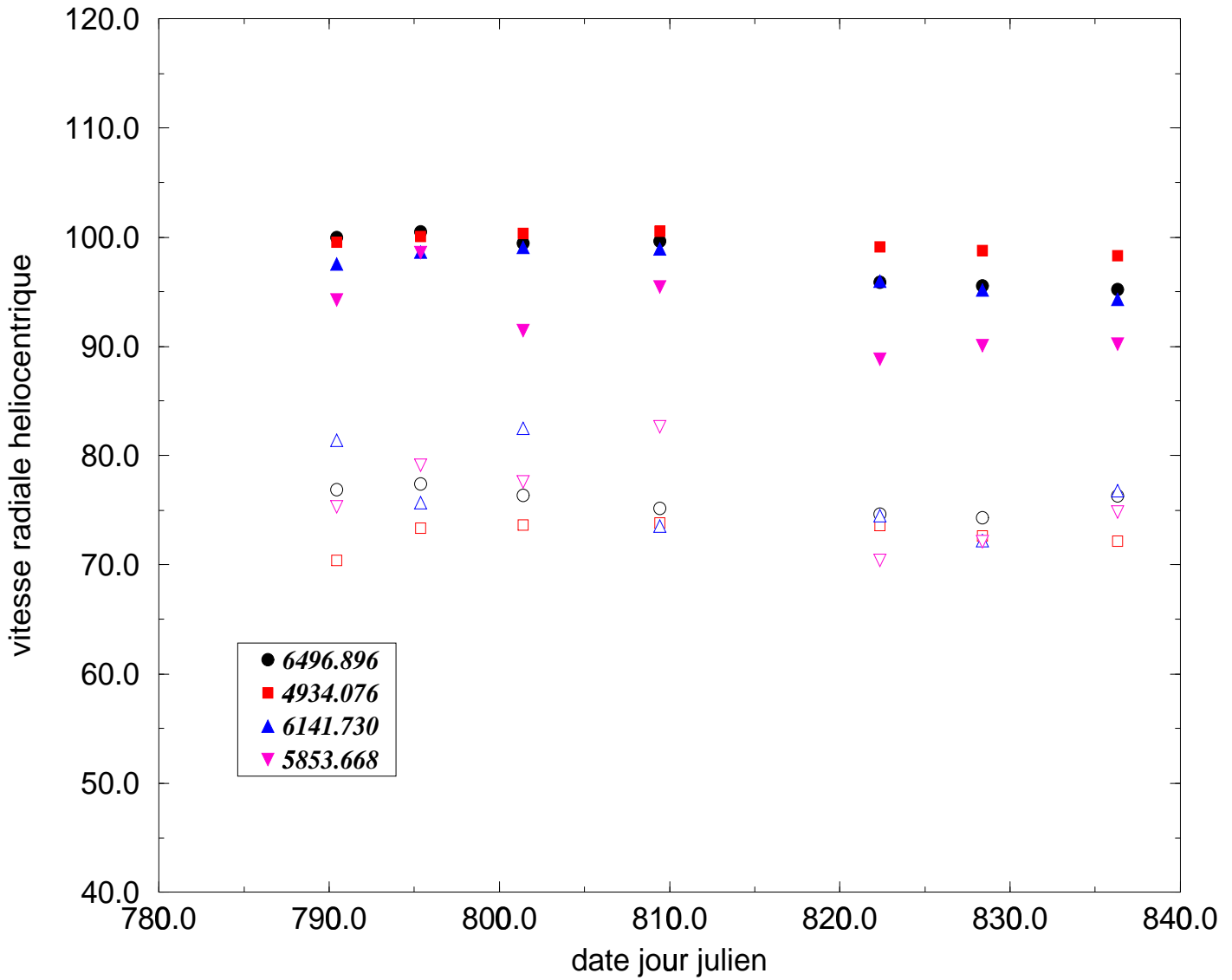


FIG. 6.4 – Sur ce graphique on montre les vitesses radiales en fonction du temps pour quatre raies du barium II. Les raies qui donnent des vitesses d'environ 75 km s^{-1} (symboles blancs) se forment dans la coquille de gaz autour de l'étoile. Les raies de 95 km s^{-1} (symboles noirs) se forment au niveau de la photosphère. On voit que ces raies n'ont pas de fortes variations de vitesses radiales.

**Non-linear radiative models of
post-AGB stars : Application to HD
56126**

Non-linear radiative models of post-AGB stars: Application to HD 56126

A. B. Fokin^{1,2}, A. Lèbre², H. Le Coroller³, and D. Gillet³

¹ Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences, 48 Pjatnitskaya Str., Moscow 109017, Russia

² Groupe de Recherche en Astronomie et Astrophysique du Languedoc–UMR 5024/ISTEEM (CNRS),
Université Montpellier II, Place E. Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 05, France

³ Observatoire de Haute-Provence (CNRS), 04870 Saint-Michel-l’Observatoire, France

Received 19 June 2001 / Accepted 20 August 2001

Abstract. In order to study in a general manner the pulsations of the post-AGB stars we performed a grid of non-linear radiative low-mass, high-luminosity models in a wide range of T_{eff} , L and M . Theoretical bolometric light curves and radial velocity curves were computed as well as their associated power spectra. We have also examined the behaviour of these models according to the stellar mass, the chemical composition and the opacity tables we have used in the code. Concerning the carbon rich post-AGB star HD 56126, the models best found to fit its observational characteristics are $X = 0.7$, $Z = 0.004$, $M = 0.8 M_{\odot}$, $L = 6000\text{--}7000 L_{\odot}$ and $T_{\text{eff}} \leq 5850$ K. Models computed with smaller mass fail to reproduce both the period and the pulsational amplitude of HD 56126, which is quite different from the pulsational amplitude of the RV Tauri stars. The previously analysed spectroscopic and photometric variations of HD 56126 appear to be consistent with a non-regular radial pulsation where the dominant pulsation mode is the first overtone. In the course of the pulsation, moderate shock waves are repeatedly generated and they propagate throughout the stellar atmosphere. They provoke a complex, asynchronous motion of the outer layers.

Key words. stars: atmospheres – stars: AGB and post-AGB – line: profiles – stars: oscillations – stars: fundamental parameters – stars: individual: HD 56126

1. Introduction

Over the past few years, numerous chemical and morphological studies of the circumstellar envelopes of post-AGB stars (see for instance the review by Meixner 2000) have been undertaken in order to understand this brief and peculiar evolutionary stage between the end of the Asymptotic Giant Branch (AGB) and the Planetary Nebulae stage. If mass loss is well known to play an important role in the shaping and the evolution of nebulae, the phenomena of its origin are still insufficiently studied. On the other hand, both linear and non-linear modelling of radial stellar pulsation occurring in AGB stars (like Mira stars) has been undertaken (Ya’ari & Tuchman 1996; Bessel et al. 1996). Models of dynamical atmospheres relevant to Mira stars have also been developed by Höfner & Dorfi (1997), taking into account the well-known shock wave propagation throughout their atmosphere. Surprisingly, nowadays, while long-term observations (photometric and spectroscopic) are becoming

available for a few of the post-AGB stars (e.g., HD 56126, see Barthès et al. 2000), little is known about the theoretical aspects of the pulsational nature of this class of objects.

Aikawa (1991) was the first to study the properties of non-linear pulsations in post-AGB stars. Irregular oscillations with small amplitudes yielded in radial pulsation were established by means of hydrodynamic simulations. Furthermore, Aikawa & Sreenivasan (1998) proposed that the irregular pulsations observed in the post-AGB stars could be driven by strange modes (pulsationally unstable). Non-linear models for low luminosity ($1500 L_{\odot}\text{--}4000 L_{\odot}$) and $M = 0.8 M_{\odot}$ showed that the irregularity of the pulsation increased with the luminosity, even leading to chaotic behaviour (Aikawa 1993).

Because lots of observations are available for HD 56126, a very typical carbon-rich post-AGB star, its fundamental parameters derived from observational analysis have been used to compute pulsational models. For the first time, by the means of linear and non-linear models, Jeannin et al. (1996) could reproduce the main pulsational observed properties (period and radial

Send offprint requests to: A. Lèbre,
e-mail: lebre@graa1.univ-montp2.fr

velocity curve). The development of pulsation-induced shock waves (of relatively high amplitude) was also confirmed and even reconciled with the very small amplitude variations observed in the light curves of post-AGB stars (Kwok 1993). Furthermore, Jeannin et al. (1997) performed a theoretical spectral line analysis on few metallic elements and again compared their findings with data available for HD 56126. Turbulent motions (of 5–8 km s⁻¹) were invoked to explain the observed broadening on Ba II and C I lines. Recently, new complementary and more accurate observational data of HD 56126 (both in photometry and spectroscopy) have become available (Barthès et al. 2000). These new data now provide some relevant constraints to compute non-linear pulsating models. Finally, the pulsational properties of post-AGB stars could help to identify the low-mass post-AGB stars from massive supergiants. Indeed, an analysis based only on the evolutionary status and/or morphological observations cannot make such a distinction without ambiguity. For instance, the case of the oxygen-rich star, HD 179821, is still under debate (Jura & Werner 1999; Josselin & Lèbre 2001; Jura et al. 2001).

In Sect. 2 we present our grids of non-linear models relevant to post-AGB stars and we examine the effects induced by different parameters such as mass or chemical composition. The opacity effect on our models is also investigated. In Sect. 3, we focus on the case of HD 56126. We then present the current observational status of this carbon-rich post-AGB star and we discuss the mass problem. Finally, conclusions are drawn in Sect. 4.

2. Non-linear models

2.1. Model series

One of the peculiarities of post-AGB stars is that they oscillate in a *linearly stable* mode. Indeed, as shown by Jeannin et al. (1996), the pulsational characteristics of HD 56126 correspond to the first overtone with a small amplitude. In the meanwhile, as suggested by the LNA calculations (e.g. Jeannin et al. 1996; Aikawa 1991, 1993; Zalewski 1993; Barthès et al. 2000), the fundamental mode, the first overtone, and sometimes even the second overtone are pulsationally stable in the HR region relevant to the post-AGB stars. Thus, only a nonlinear analysis can be used to study their pulsations and amplitudes. However, we still know little about the origin of such variability, although it is probably provoked by non-linear modal interaction.

We performed new hydrodynamical modelling of the post-AGB stars, improving the work already undertaken by Jeannin et al. (1996). Our goal was two-fold: firstly, to study the systematic dependences of the pulsational characteristics on basic stellar parameters and on different opacities; secondly, to reconcile the presence of shock waves with the very small amplitude detected in HD 56126 (photometric variability with $\Delta V \sim 0.06$ – 0.15 mag) and a dominant dynamical period of about 37 days (Barthès et al. 2000).

We used the same radiative Lagrangian code as in Jeannin et al. (1996), and varied the stellar parameters in the ranges: $M = 0.6$ – $0.8 M_{\odot}$, $L = 4500$ – $8000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5600$ – 6300 K. These ranges correspond to the observational estimations obtained by Barthès et al. (2000).

We also tried OP (Seaton et al. 1994), OPAL92 (Rogers & Iglesias 1992) and OPAL96 (Iglesias & Rogers 1996) opacity tables (the numerical tables were kindly provided by Dr. I. Baraffe) corresponding to various Z (0.001–0.02). The OPAL tables were supplemented with the Alexander & Ferguson (1995) tables for low temperatures.

All models contained 90 to 110 mass zones, about one third of them being in the optically thin region (atmosphere). The initial mass density at the outer boundary was about 10^{-12} g cm⁻³, which allows more detailed study of the atmospheric motions. The inner boundary was chosen at $T \approx 10^6$ K, corresponding approximately to 1–2% of the photospheric radius R_{ph} .

The initial velocity profile corresponds to the F -mode with $v = 1$ km s⁻¹ at the surface, which plays the role of a small disturbance in the strictly equilibrium initial model. The hydrodynamical calculation continues until the model reaches its limiting amplitude (but not always the stable limit cycle), normally after about 1000 pulsational cycles.

In Figs. 1 and 2 we present one of our extended grids of non-linear models for $X = 0.7$, $Z = 0.004$ and $M = 0.8 M_{\odot}$. This series was calculated with the OPAL92 opacity table. Each model is represented for a given set (L , T_{eff}), with these values corresponding to the geometrical center of each diagram. In Fig. 1, we display the computed bolometric light curves, and Fig. 2 shows their corresponding power spectra.

From these figures, systematic changes can be seen in the morphology and amplitude of the light curves, as well as in the power spectra, as L and T_{eff} vary. Indeed, as seen from Fig. 1, along the L sequences, the amplitude increases as T_{eff} decreases. Similarly, the chaotic component decreases for lower L and higher T_{eff} models. In some model series (e.g. for $Z = 0.003$, $M = 0.8 M_{\odot}$ with OP opacities, not shown here), the models with $L = 5000 L_{\odot}$ become pulsationally stable, while the coolest models with $L = 8000 L_{\odot}$ turn out to be dynamically unstable. It can also be seen from Fig. 2 that, as T_{eff} diminishes, the lower modes become more enhanced for all luminosities, whilst the higher overtones diminish or even disappear. The maximum point-to-point velocity amplitude generally varies from about 10 km s⁻¹ to 25 km s⁻¹.

2.2. Mass effect

We have computed several additional grids of models with mass values $M = 0.6 M_{\odot}$ and $M = 0.7 M_{\odot}$, and for different chemical compositions and opacity tables. In Fig. 3 we present bolometric light curves and associated power spectra for two models with masses $0.6 M_{\odot}$ and $0.8 M_{\odot}$, having the same set of stellar parameters ($L = 6000 L_{\odot}$,

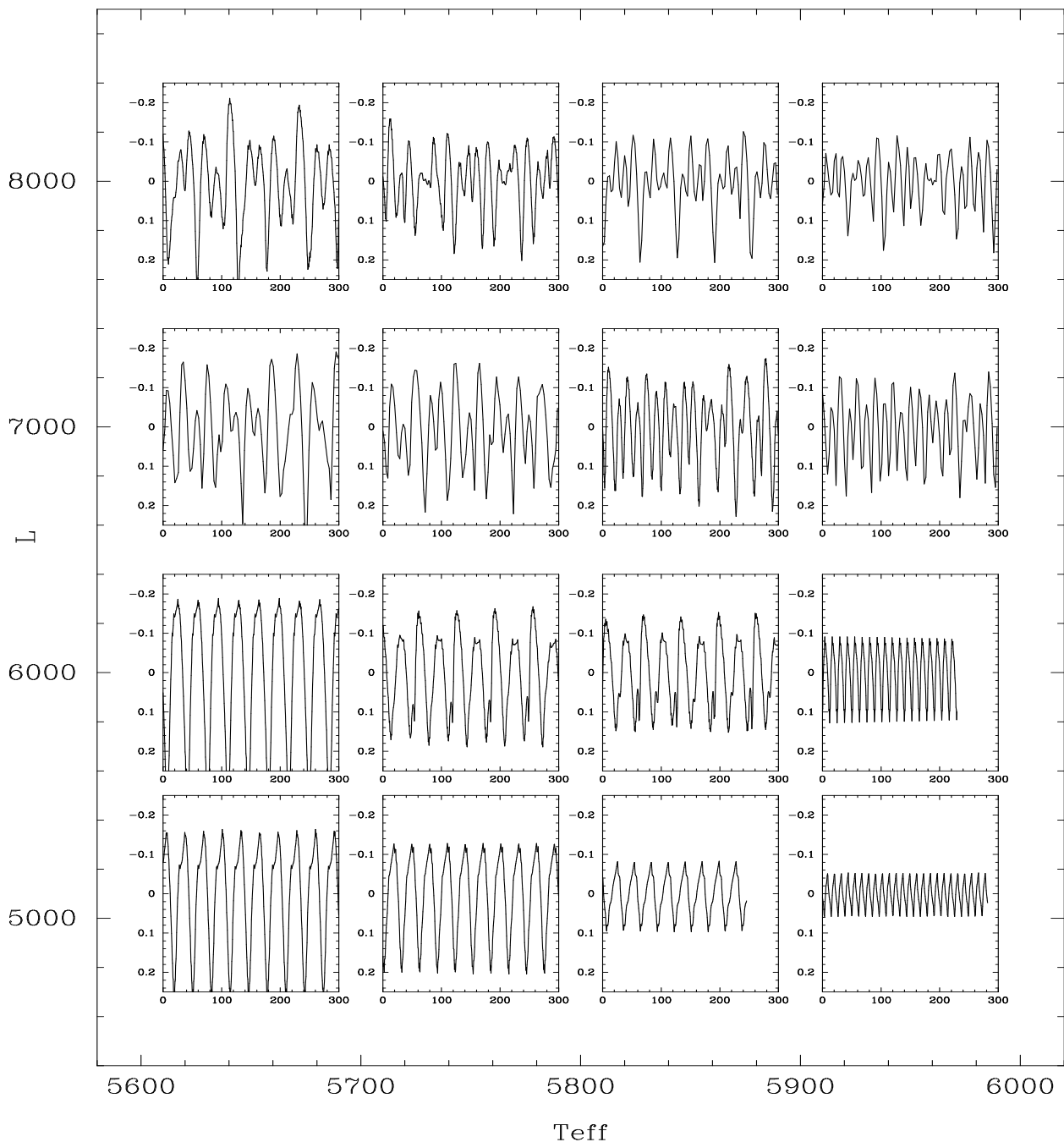


Fig. 1. Grid of computed bolometric light curves ($M=0.8 M_{\odot}$, $X=0.7$, $Z=0.004$ and with the OPAL92 opacity table). Model axes are the time (in days) as abscissa, and Δm_{bol} as ordinates.

$T_{\text{eff}} = 5750$ K, $Z = 0.004$ and OPAL92 opacity table). As can be seen, the amplitude drastically increases as the mass decreases, so that the amplitude of the $0.6 M_{\odot}$ model becomes far higher than observed. In addition, the period of the dominant component increases up to 54 days, which is about twice the stellar acoustic time (i.e. the time required for a sonic signal to get from the stellar surface to the center). This implies that, in the $0.6 M_{\odot}$ model, the dominant component is probably the unstable fundamental mode, which usually has a high amplitude. Similar character of changes is also found for other luminosities

and temperatures. Unfortunately, we were unable to perform a rigorous LNA analysis of the modal stability in our models because of several limitations of our linear code. In the future we plan to perform such a study with one of the up-to-date LNA codes.

Although the observed light amplitudes of the post-AGB stars refer to the visual magnitude and not to the bolometric one, the difference between them is not large (less than 10 per cent) for $T_{\text{eff}} = 6000\text{--}8000$ K. In addition, for this range of T_{eff} , the amplitude ΔV even exceeds Δm_{bol} . Thus, the expected bolometric correction

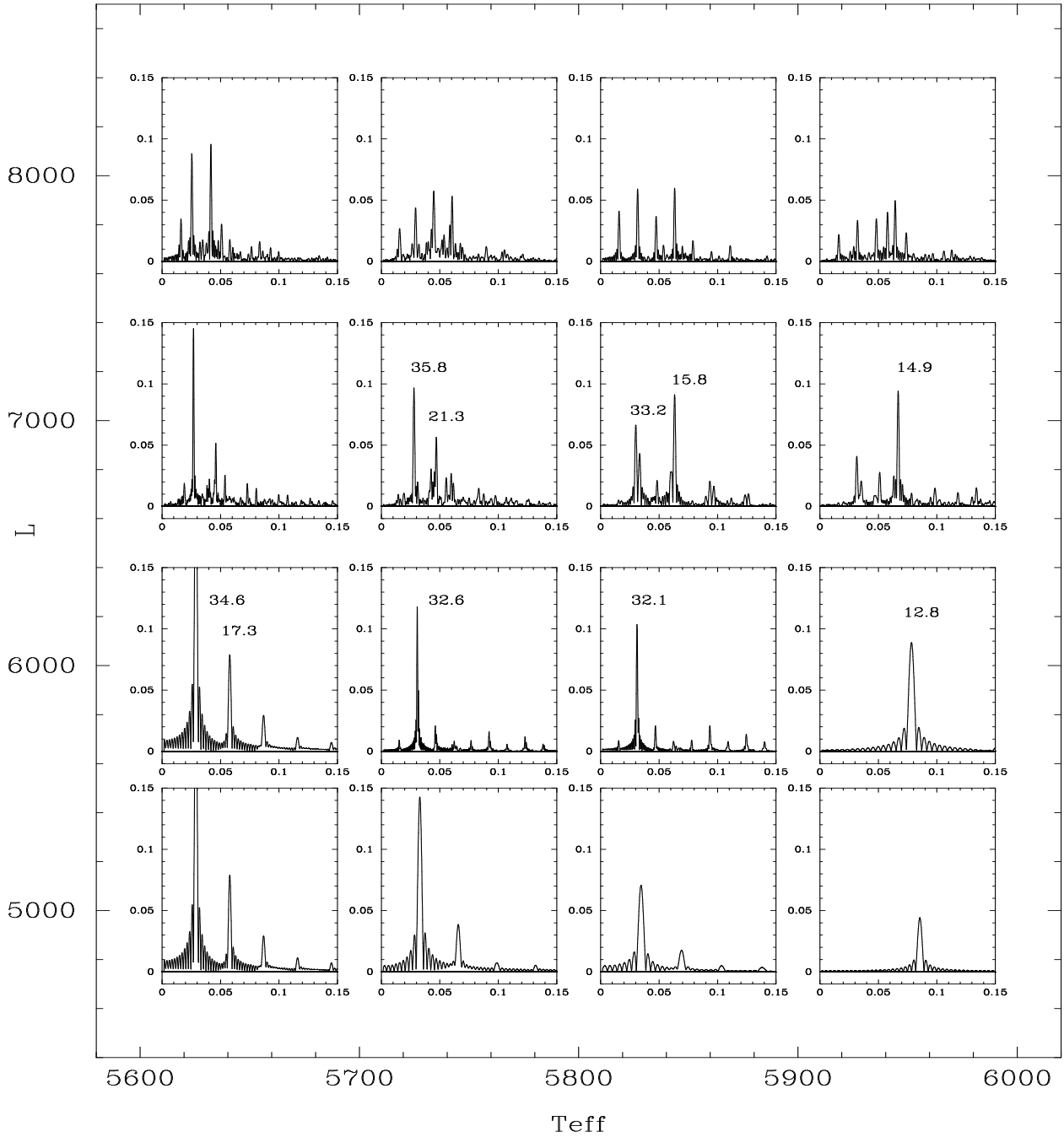


Fig. 2. Power spectra of computed light curves (same parameters as in Fig. 1). The ordinates of the graphs are the amplitude (in mag). Periods (in days) are indicated for the main components.

cannot help to overcome this theory/observation discrepancy for $0.6 M_{\odot}$ models. Also, the convective energy transport, not included in the present models, can actually reduce the instability and, as a consequence, the amplitude. It awaits to be proven by an analysis of the convective models.

So we conclude that:

- the theoretical light amplitudes of the $M = 0.6 M_{\odot}$ models with the dominant periods longer than 30 days

are too high ($\Delta m_{\text{bol}} \sim 0.45\text{--}0.5$ mag) with respect to the observations ($\Delta V \sim 0.06\text{--}0.15$ mag for HD 56126, see next section);

- for $M = 0.7 M_{\odot}$, the reasonable amplitudes can be obtained only for luminosities below or about $5000 L_{\odot}$, which seems too low for the post-AGB stars;
- for $M = 0.8 M_{\odot}$, amplitudes of about $0.2\text{--}0.3$ mag can be obtained for luminosities up to $8000 L_{\odot}$, but light curves become more chaotic and complicated.

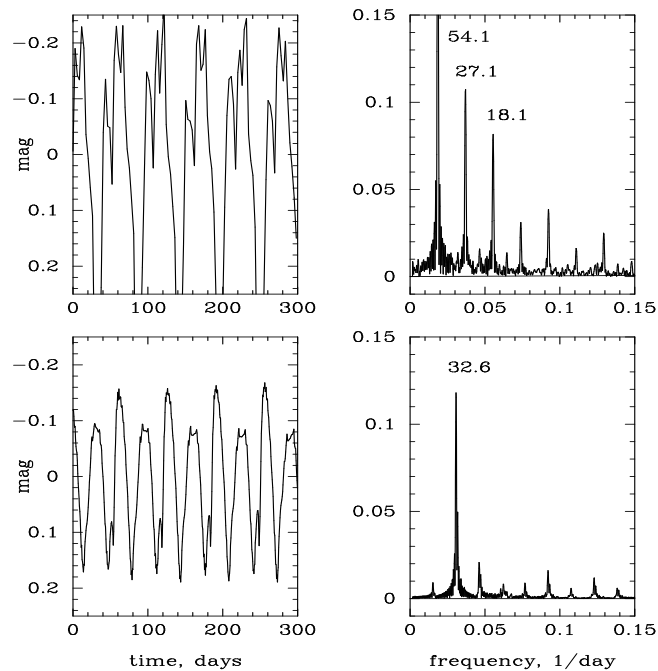


Fig. 3. Effect of stellar mass. Bolometric light curves and associated power spectra for two models computed at $L = 6000 L_{\odot}$ and $T_{\text{eff}} = 5750$ K with $M = 0.6 M_{\odot}$ (upper panels) and $M = 0.8 M_{\odot}$ (lower panels). As in Figs. 1 and 2, the OPAL92 opacity tables were used.

2.3. Opacity sensitivity and composition effect

As mentioned before, a strong effect of the different opacity tables (OP, OPAL92 and OPAL96) was found. Depending on the opacity table we used, the resulting models can be quite different for the same range of parameters. Figures 4 and 5 illustrate the role of opacity for the model with $L = 7000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5750$ K, $M = 0.8 M_{\odot}$ and $Z = 0.001$. In Fig. 4, we compare the density and temperature distributions in the static envelopes calculated with OPAL92 (solid lines) and OP (dashed lines) versus radius. Figure 5 shows the fragments of the light curves and power spectra corresponding to these models. Despite a very small difference between the *static* models, the OPAL92 model has a dominant period of 36.3 days, corresponding to the first overtone, while the OP model pulsates in a higher overtone. Generally, the 36 day peak in the OP models first appears at temperatures about 100 K lower than in the OPAL92 models. To date, unfortunately, such a rigorous comparison is only possible for $Z = 0.001$, due to a different Z -grid of the published tables. We note, however, that the test calculations show that the difference between the results obtained with the OP opacities for $Z = 0.003$, and the OPAL92 opacities for $Z = 0.004$ is larger than that between the $Z = 0.001$ and $Z = 0.004$ OPAL92 results.

This opacity effect poses a problem for the numerical modelling and the interpretation of the observations of individual post-AGB stars. We cannot satisfactorily explain this effect yet, although it is probably associated

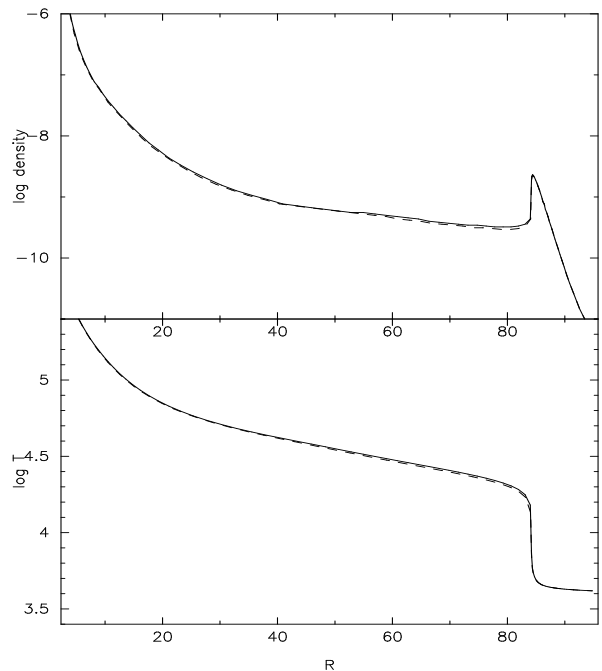


Fig. 4. Comparison of two static models with $L = 7000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5750$ K, $M = 0.8 M_{\odot}$ and $Z = 0.001$, calculated with the OPAL92 (solid lines) and OP (dashed lines) opacity tables.

with slightly different opacity gradients on T or ρ . The LNA analysis of the modal stability could help us understand this opacity sensitivity. For the reasons mentioned above we leave this analysis to the future. However, as shown by Jeannin et al. (1996) in the OPAL92 models with T_{eff} greater than 5650 K, both the F -mode and the first overtone are stable. Thus, the presence of the 36.3 day peak (supposed to correspond to the first overtone) still cannot be explained. It seems that the opacity effect and the presence of the damped first overtone have the same origin, namely the nonlinear interaction between the unstable high overtones and lower stable modes.

The effect of the metal abundance is illustrated in Fig. 6. The model with $L = 7000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5750$ K and $M = 0.8 M_{\odot}$ has been calculated with 3 values of Z (0.001, 0.003 and 0.03) using the relevant OP opacity tables.

Two more examples of the composition effect are shown in Figs. 7 and 8 for a slightly different model: $L = 6100 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5800$ K and OP opacities. Figure 7 represents the results obtained with $X = 0.7$ and $Z = 0.001$ (upper panel) and $Z = 0.003$ (lower panel). Figure 8 is similar to Fig. 7 but for $X = 0.5$.

From these results we may conclude that as Z increases, the amplitude also increases, with enhancement of the lower harmonics. As X decreases, the amplitude somewhat diminishes, but not much.

2.4. Beat models

Among the regular and non-regular non-linear models we found several ones which reveal “beat” oscillation. It is

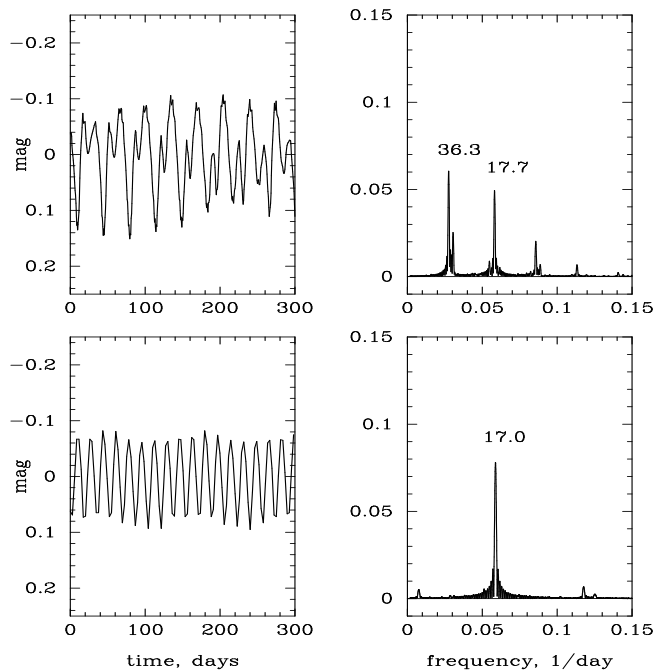


Fig. 5. Opacity sensitivity. Bolometric light curves and associated power spectra for two models computed at $L = 7000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5750$ K, $M = 0.8 M_{\odot}$ and $Z = 0.001$ with the OPAL92 (upper panels) and the OP (lower panels) opacity tables.

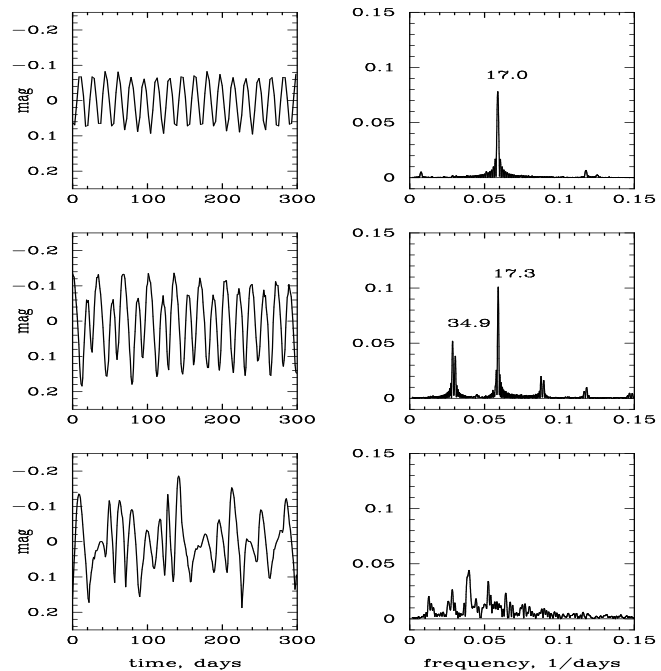


Fig. 6. Metal abundance effect on light curves (and associated power spectra). The same model as the one displayed in the lower panel of Fig. 5 is calculated with $Z = 0.001$, 0.003 and 0.03 (from top to bottom). OP opacities are used.

difficult, however, to determine the range of parameters for this phenomenon, because it depends on Z as well as on the selected opacity table. We leave this point open for further study.

One of these models has been displayed in Fig. 5, upper diagram. Figure 9 shows a longer fragment of its light curve. The periodic modulation of the light curve appears stable, and the power spectrum remains the same over the integration time. A similar phenomenon was also found in the models computed with the OP and OPAL96 opacities.

As can be seen from Fig. 5, the power spectrum of the beat model is very clean and it contains only a few split peaks. It does not contain any components with a complex frequency ratio, corresponding to different pulsational modes. Thus, this effect is quite different from the well-known “beat Cepheids” phenomenon, where two linearly self-excited modes co-exist (Faulkner 1977). We suggest that this beat phenomenon in the post-AGB models has a purely nonlinear origin. In the future, more detailed studies are needed to clarify its physical nature.

3. Application to HD 56126

3.1. Observational status of HD 56126

HD 56126 (= SAO 96709 = IRAS 07134+1005) is a F5Iab carbon-rich post-AGB star. A lot of observations have already been accumulated on this Pop. II object, reporting a chemical composition with a metal deficiency and an excess of s -elements very likely due to an efficient 3rd dredge-up (see Van Winckel & Reyniers 2000, and

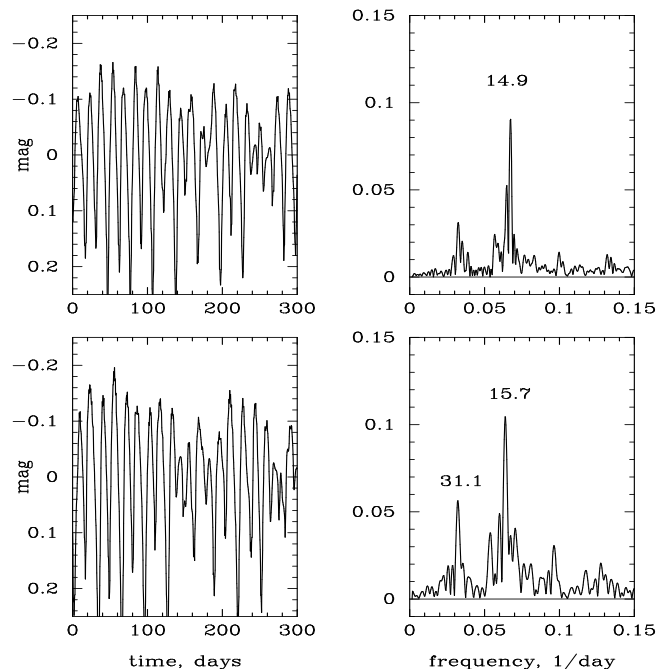


Fig. 7. Metal abundance effect for the model with $L = 6100 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5800$ K, $X = 0.7$ and the OP opacities: $Z = 0.001$ (upper panel) and $Z = 0.003$ (lower panel).

references therein). Concerning its circumstellar features, a strong infra-red excess due to a dust shell (with a torus-like shape of the envelope) and the detection of the famous $21 \mu\text{m}$ and $30 \mu\text{m}$ emission features have been reported. The $21 \mu\text{m}$ emission feature is attributed to

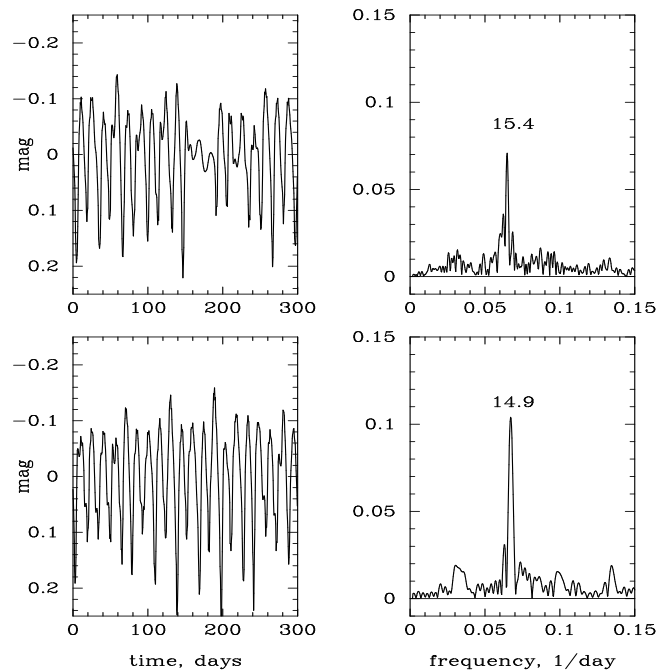


Fig. 8. Same as Fig. 7 but for $X = 0.5$.

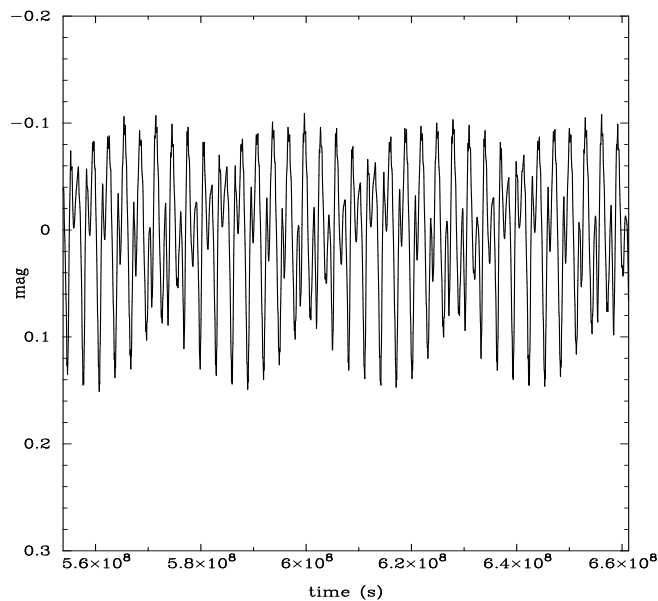


Fig. 9. Long-term light curve for the beat pulsation of the model displayed in the upper panel of Fig. 5.

titanium carbide (TiC) nanocrystals (Von Helden et al. 2000). TiC grain formation requires specific condensation conditions such as high density to provide a high enough collision rate. Because in metal-poor post-AGB stars, Ti abundance is very low (Van Winckel & Reyniers 2000), Von Helden et al. (2000) suggested that TiC grains are formed during a short (~ 100 years) phase of high mass loss rate ($\sim 10^{-3} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$). However mid-IR images of the detached dust shell around HD 56126 (Jura et al. 2000) do not support such a violent episode.

In two previous works (Lèbre et al. 1996; Barthès et al. 2000), the results of two complementary surveys¹ of the photospheric radial velocity (hereafter referred to as RV) have been presented. Important spectroscopic variations of the $H\alpha$ and $H\beta$ line profiles were established and also investigated. These variations could be significant over time intervals as short as ~ 7 days and the $H\alpha$ line profile always exhibited one or two emission wings. For metallic lines, RV variations were reported with an amplitude $\Delta V_r \sim 10\text{--}15 \text{ km s}^{-1}$. These data suggest that strong atmospheric motions occur, possibly with shock wave propagation (amplitude $\sim 40\text{--}47 \text{ km s}^{-1}$). On the other hand, Bogaert (1994) established the photometric variability of HD 56126, from the small and irregular variations (amplitude $\Delta V = 0.06\text{--}0.15 \text{ mag}$) observed in the photometric light curve². A period of ~ 40 days was proposed from the analysis of the light curve.

For this reason and in order to determine the pulsation period(s) of HD 56126, Barthès et al. (2000) have analysed all these long-term photometric and spectroscopic data (spanning ~ 8 years) using spectral and CLEAN-based methods. In spite of irregular sampling and seasonal gaps in both data sets, a clear main period of about 36.8 ± 0.2 days was found. Weaker secondary oscillations, probably related to the irregularity of the pulsation, were also detected. No prominent Fourier component was found at $\sim 2P$ and thus the pulsation of HD 56126 is certainly quite different from that of RV Tauri variables (Tuchman et al. 1993). Barthès et al. (2000) also performed a linear non-adiabatic (LNA) analysis and the only radial linear mode that fits the period of 36.8 days is the first overtone. This LNA analysis also puts constraints on the stellar fundamental parameters of HD 56126, and taking into account the AGB core mass-luminosity relation (Boothroyd & Sackmann 1988), the best range of data appeared to be the following: $L = 5250\text{--}8160 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5700\text{--}6100 \text{ K}$, $M = 0.57\text{--}0.63 M_{\odot}$ and $\log g = 0.38\text{--}0.49$. Owing to its significantly higher temperature, HD 56126 is probably more evolved than post-AGB RV Tauri stars. These new and more accurate observational constraints have been the basis for the input parameters included in the non-linear modelling we have presented in the previous section.

Although such long-term observations are now available for this object, there is still no convincing evidence that this star is a binary like several other post-AGB stars, but binarity cannot be definitely ruled out. Moreover some of the fundamental parameters of HD 56126 still suffer from a relatively large uncertainty (as $\log g$, T_{eff}) partly because they are intrinsically variable. In particular, the luminosity (or the distance), and the mass are not well

¹ Based on spectroscopic data obtained with the 1.52 m/AURELIE and the 1.93 m/ELODIE telescopes/instruments at O.H.P. and with the CAT/CES telescope/instrument at ESO/La Silla.

² Based on photometric data obtained with the 70 cm Swiss Telescope at ESO/La Silla.

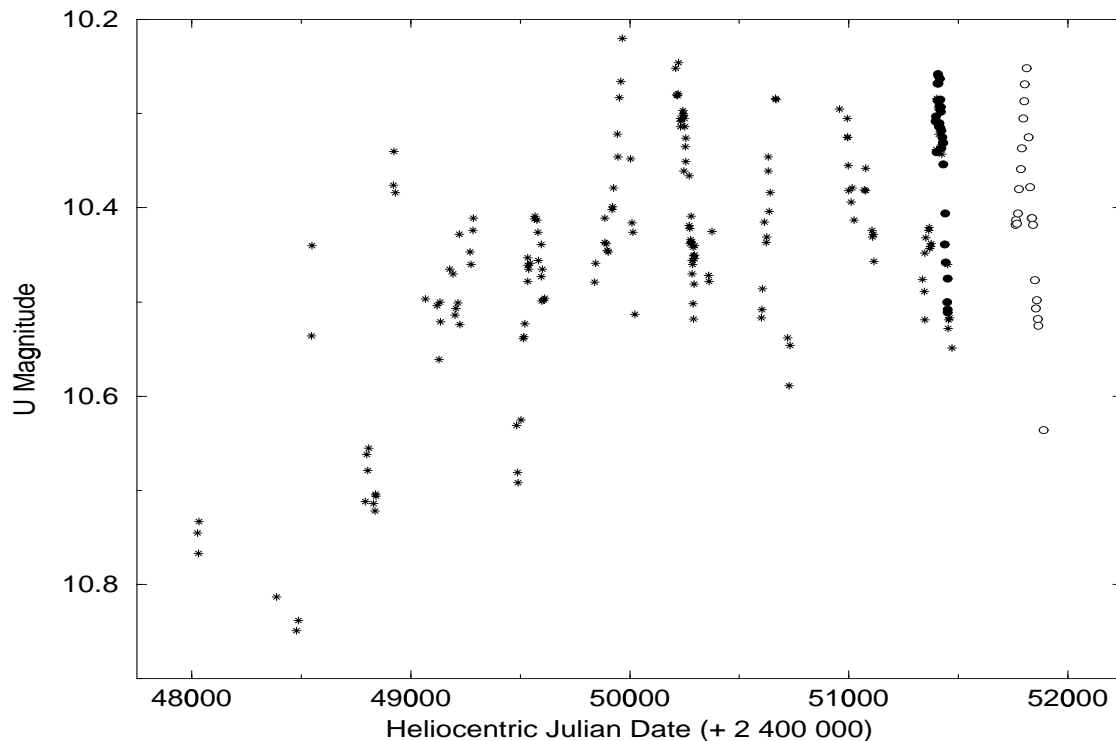


Fig. 7. U-filter light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own measurements collected in 1999 and 2000 (filled and open circles, respectively) together with the measurements of Arkhipova et al. (2001, stars).

From the B and U-filter data, we find about the same frequencies (ν_1 and ν_2) than in the V-filter. Note that in the U-filter, the 0.0075 c/d frequency becomes dominant (see Tab. 1). This phenomenon could be due to the fact that ν_1 and ν_2 may be independent pulsational modes. It could be also a sampling data phenomenon.

In any case, the important variations in the light curves of HD 179821, from one year to another one, cannot be satisfactorily explained by a strictly bimodal pulsation. Moreover, with all detected frequencies, it is impossible to obtain a relevant fit to the light curves. This is probably due to a chaotic behaviour in the pulsation of HD 179821. Furthermore, it is possible that, ten years ago, the V light curve was more chaotic than now. Indeed, the shape of the light curve between the Julian days 2 447 750 and 2 449 250 is really not regular (see Fig. 5). Unfortunately, at this epoch, the number of points is not large enough to confirm this effect.

4. Conclusion

In this work, we have presented photometric observations of an oxygen-rich evolved star HD 179821. From observations collected at the Haute-Provence Observatory during

1999 and 2000, we have found a strong color effect during an almost complete cycle of pulsation with a decreasing photometric amplitude when the filter wavelength is increasing from UV to IR. Typically we have observed a variation of about 0.25 mag in the U-filter, while only a variation of about 0.07 mag was observed in the I-filter. This effect is due to temperature or opacity variations rather than to radius variations. This is also confirmed by spectroscopic observations that we have obtained for HD 179821 and that we will present in a forthcoming paper. Indeed, we have found that photospheric lines in HD 179821, such as Ba II lines, are relatively stable along the time (in shape and radial velocity). This result is not common for pulsating Post-AGB stars. For example, the Post-AGB HD 56126 presents a photospheric velocity variation of about 15 km s^{-1} over few days (Barthès et al. 2000). The small pulsational amplitudes observed for HD 179821 could explain the reason why the frequencies are found with moderately high significance (see Fig. 8 and table 1). If this result is confirmed by future observations, it could help to classify HD 179821 as a massive star.

Considering all the available photometric data for HD 179821 (HIPPARCOS, Arkhipova et al. 2001, Hrivnak

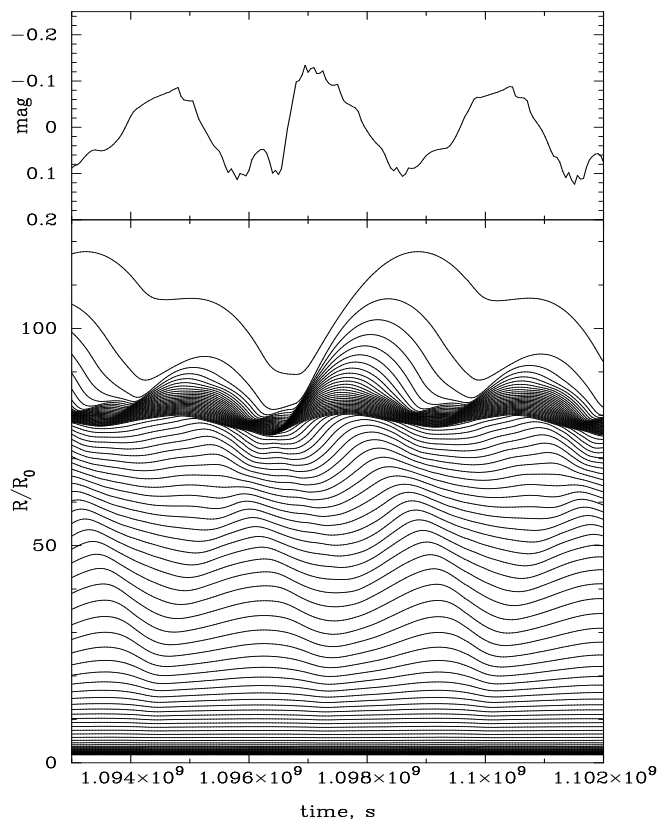


Fig. 11. Theoretical light curve (upper panel) and associated radius variation of different mass zones for a HD 56126 model computed with $L = 6000 L_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 5750$ K, $M = 0.8 M_{\odot}$ and $Z = 0.004$. The OPAL92 opacities were used.

are found for $L = 6000\text{--}7000 L_{\odot}$ and $M = 0.8 M_{\odot}$. Within this narrow range of luminosity and using Paczynski's relation (1971), the mass core would be of the order of $0.6\text{--}0.65 M_{\odot}$, while with $M = 0.8 M_{\odot}$ the luminosity would be very large ($\sim 16\,000 L_{\odot}$). The Boothroyd & Sackmann's relation (1988) which takes into account the chemical composition and the convective mixing length, would lead to similar values. Recently, Herwig et al. (1998) have shown that the mass-luminosity relation could be violated notably by the occurrence of the third dredge-up. These authors showed that during the last thermic interpulse of the AGB-life, the luminosity (for a given mass core) can be even higher than the one deduced from Paczynski's relation. In this case, adopting $M \simeq 0.8 M_{\odot}$ would lead to a luminosity of about $20\,000 L_{\odot}$ (see Fig. 2 from Herwig et al. 1998). Consequently, our results (combination of M and L) seem to be in contradiction to those from the mass-luminosity relations. Note that, in the Paczynski's relation, we replace the mass core, M_{core} , (constituted by a degenerated carbon oxygen core, surrounded by the helium shell source, inert pure helium shell and hydrogen shell sources), by the total stellar mass M_{star} , with $M_{\text{star}} = M_{\text{core}} + M_{\text{envelope}}$. Since $M_{\text{envelope}} \leq 10^{-2} M_{\odot}$ (Paczynski 1971; Blöcker 1995), it is justified to replace M_{core} by M_{star} in the mass-luminosity relation. So, this approximation cannot explain the disagreement

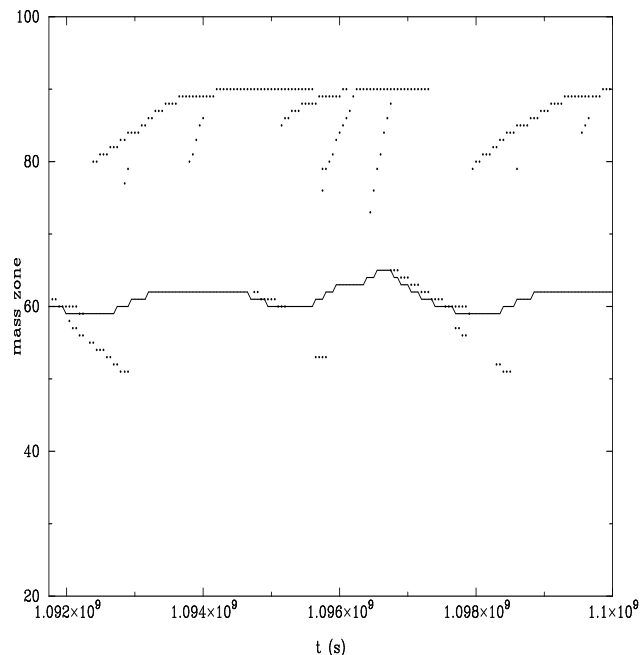


Fig. 12. Propagation of the compression and shock waves in the model shown in Fig. 11. The points indicate the position of the local maxima of compression through the Lagrangian grid.

between our results and those from the $M_{\text{core}}\text{--}L$ relations. Concerning HD 56126, the LNA analysis applied to a long period of observations (Barthès et al. 2000) led to a mass range of $M = 0.57\text{--}0.63 M_{\odot}$. Such low mass values are in better agreement with the $M_{\text{core}}\text{--}L$ relation and with the evolutionary status of this metal-deficient Pop. II star.

How can such a discrepancy be explained? Our preference for the $0.8 M_{\odot}$ models has been dictated by the light amplitude selection. However, even for the best models, this amplitude still remains higher than observed (more than 0.2 mag instead of 0.06–0.15 mag). On the contrary, the velocity amplitudes are in better agreement with observations even for low mass models. Because the velocity calculation is usually more correct than that of the light curve, this can imply that our flux calculation is not precise enough. Indeed, in Lagrangian codes the photospheric zones are not resolved enough, so that the precision of the temperature gradient estimation there is low. New models using an adaptative grid code can certainly avoid this disadvantage. As well, we should keep in mind that our code is a radiative one, whereas the models with $P = 30\text{--}40$ days are located in the red part of the considered T_{eff} range, where convection can be efficient. Convection can equally diminish the light amplitude and, possibly, even change the pulsational behaviour of the model. Because of the very complicated nonlinear nature of oscillations of the post-AGB stars, we must consider the present results cautiously.

4. Conclusion

We have computed grids of non-linear radiative models (theoretical light and radial velocity curves, and respective

associated power spectra) for a wide range of T_{eff} , L and M relevant to the post-AGB stars.

For the pulsational behaviour of these post-AGB models, a strong dependence on the opacities was found. In this study we tested OP, OPAL92 and OPAL96 opacity tables, and we obtained quite different *dynamical* behaviour for the same basic stellar parameters. This suggests that the opacity problem still exists despite the recent obvious progress in the opacity projects. It seems possible that this phenomenon is closely related to the main feature of the post-AGB models, i.e. to the fact that they pulsate predominantly on a linearly dumped first overtone. We hope that future LNA analysis, together with the nonlinear study of the modal interaction, will clarify this point. Several beat models were found in the present survey. Their pulsations reveal very clean power spectra with split peaks, which implies that this phenomenon has a non-linear nature, although it is not well understood as yet.

Concerning the carbon rich post-AGB star HD 56126, we find that, among all the grids we have computed with the OPAL92 opacities, the best radiative models fitting its observational characteristics are found to have $X = 0.7$, $Z = 0.004$, $M = 0.8 M_{\odot}$, $L = 6000\text{--}7000 L_{\odot}$ and $T_{\text{eff}} \leq 5850$ K. The models computed with smaller masses ($0.6\text{--}0.7 M_{\odot}$) reveal much higher bolometric amplitudes (of about $0.45\text{--}0.5$ mag) and clearly fail to reproduce the light curve of HD 56126. On the contrary, the velocity amplitudes ($10\text{--}25 \text{ km s}^{-1}$) are in agreement with the observations, even with the low-mass models.

The mass of $0.8 M_{\odot}$, however, is in contradiction to the current evolutionary theory, which predicts masses smaller than $0.65 M_{\odot}$ for the luminosity range of $4000\text{--}8000 L_{\odot}$. Such a discrepancy may partly be due to the disadvantages of the radiative code we used, or to the unavoidably poor resolution in the hydrogen ionization zone in the Lagrangian zoning. Test calculations with non-radiative code would be helpful to clarify this point.

Another explanation concerns the temperature range we have adopted as input parameters of the models. This temperature range (5600 K to 6300 K) results from the LNA analysis and from the long-term observations of HD 56126 (Barthès et al. 2000). For this star, Jeannin et al. (1996) also obtained an effective temperature of $T_{\text{eff}} = 5750$ K by comparing $H\alpha$ profiles with synthetic spectra. However, higher temperatures have also been reported for HD 56126. By modelling the IR flux distribution, Van der Veen et al. (1989) have found $T_{\text{eff}} = 6600$ K and Van Winckel & Reyniers (2000) derived $T_{\text{eff}} = 7250$ K from the analysis of a large number of Fe lines (in the visible spectrum). Thus, the temperature of HD 56126 may fall outside the range we have adopted for the present work, and it may be possible to find some less massive models with $L = 5000\text{--}8000 L_{\odot}$ and $T_{\text{eff}} > 6500$ K which would be in agreement with the observations and with the stellar evolution as well. We intend to study these “hot” models in a forthcoming paper.

Acknowledgements. The authors are grateful to Dr. I. Baraffe who kindly provided them with the OPAL opacity tables, to Dr. D. Barthès for helpful discussion and to the referee of this paper (Dr. T. Aikawa) for his valuable comments. Jason Canham is thanked for a careful reading of the text. A. B. F. also acknowledges the hospitality of the GRAAL group at the Université of Montpellier and the financial support from the CNRS during his 3-month stay in France.

References

- Aikawa, T. 1991, ApJ, 374, 700
Aikawa, T. 1993, MNRAS, 262, 893
Aikawa, T., & Sreenivasan, Sr. 1998, ASP Conf. Ser. 135, ed. P. A. Bradley, & J. A. Guzik, 234
Alexander, D. R., & Ferguson, J. W. 1995, ApJ, 437, 879
Barthès, D., Lèbre, A., Gillet, D., & Maun, N. 2000, A&A, 359, 168
Bessell, M. S., Scholz, M., & Wood, P. R. 1996, A&A, 307, 481
Blöcker, T. 1995, A&A, 297, 727
Bogaert, E. 1994, Ph.D. Thesis, Leuven University, Belgium
Boothroyd, A. I., & Sackmann, I. J. 1988, ApJ, 328, 641
Fokin, A. B. 1994, A&A, 292, 133
Fokin, A. B., Massacrier, G., & Gillet, D. 2000, A&A, 355, 66
Faulkner, D. J. 1977, PAS Austral., 3, 124
Herwig, F., Schönberner, D., & Blöcker, T. 1998, A&A, 340, L43
Höfner, S., & Dorfi, E. A. 1997, A&A, 319, 648
Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996, ApJ, 464, 943
Jeannin, L., Fokin, A. B., Gillet, D., & Baraffe, I. 1996, A&A, 314, L1
Jeannin, L., Fokin, A. B., Gillet, D., & Baraffe, I. 1997, A&A, 326, 203
Josselin, E., & Lèbre, A. 2001, A&A, 367, 826
Jura, M., Velusamy, T., & Werner, M. W. 2001, ApJ, in press
Jura, M., Chen, C., & Werner, M. W. 2000, ApJ, 544, L141
Jura, M., & Werner, M. W. 1999, ApJ, 525, L113
Klochkova, V. G. 1995, MNRAS, 272, 710
Kwok, S. 1993, ARA&A, 31, 63
Lèbre, A., Maun, N., Gillet, D., & Barthès, D. 1996, A&A, 310, 923
Meixner, M., Skinner, C., Graham, J., et al. 1997, ApJ, 482, 897
Meixner, M. 2000, ASP Conf. Ser. 199, ed. J. H. Kastner, N. Soker, & S. Rappaport, 135
Paczynski, B. 1971, Acta Astron., 21(4), 417
Rogers, F. J., & Iglesias, C. A. 1992, ApJS, 79, 507
Parthasarathy, M., Garcia-Lario, P., & Pottasch, S. R. 1992, A&A, 264, 159
Seaton, M. J., Yan, Y., Mihalas, D., & Pradhan, A. K. 1994, MNRAS, 266, 805
Tuchman, Y., Lèbre, A., Mennessier, M-O., & Ya'ari, A. 1993, A&A, 271, 501
Van der Veen, W. E. C. J., Habing, H. J., & Geballe, T. R. 1989, A&A, 226, 108
Van Winckel, H., & Reyniers, M. 2000, A&A, 354, 135
Von Helden, G., Tielens, A. G. G. M., Van Heijnsberger, D., et al. 2000, Science, 288, 313
Ya'ari, A., & Tuchman, Y. 1996, ApJ, 456, 350
Zalawski, J. 1993, Acta Astron., 43, 431

Observational survey of the puzzling star HD 179821

Observational survey of the puzzling star HD 179821 : photometric variations and period analysis*

H. Le Coroller¹, A. Lèbre², D. Gillet¹ and E. Chapellier³

¹ Observatoire de Haute-Provence (CNRS), F-04870 Saint-Michel-l'Observatoire, France

² Groupe de Recherche en Astronomie et Astrophysique du Languedoc-UMR 5024/ISTEEM (CNRS), Université Montpellier II, Place E. Bataillon, F-34095 Montpellier Cedex 05, France

³ Observatoire de la Côte d'Azur, Département Fresnel, UMR 6528, B.P. 4229, F-06304 Nice Cedex 4, France

Received 10 August 2002 / Accepted 8 October 2002

Abstract. From new photometric observations (UBVRI), we present the characteristic features of the light variations of the evolved star HD 179821 (= SAO 124414 = IRAS 1911+0002). Our data, collected through 1999 and 2000, have been combined together with previous photometric measurements available in the literature. Thus, a long term V-light curve (gathering more than 10 years of observations for HD 179821) has been composed. We have analysed it with Fourier transform method. Two main frequencies are present in the resulting power spectrum, reflecting a dominant bimodal pulsator behavior. A long term phenomenon is also found, but it is not possible to decide whether it is periodic. The Fourier analysis has also been applied on two other filters (U and B) and confirms the detected frequencies. We conclude that the long period of HD 179821 ($P > 130$ days) with a small photometric pulsation amplitude (< 0.25 mag) is not common for Post-AGB stars.

Key words. Stars: atmospheres — Stars: AGB and post-AGB — Shock waves — Stars: oscillations — Stars: fundamental parameters — Stars: individual: HD 179821

1. Introduction

HD 179821 is an oxygen rich evolved star surrounded by an extended envelope of gas and dust. This object is still the subject of debate to know whether it is an intermediate-mass Post-AGB star or a massive supergiant.

One way to classify this kind of object is to study its chemical composition and/or the characteristic features of the shell surrounding the star. Indeed, the abundances of s-elements synthesized during the third dredge-up of the AGB life are good indicators to decide between a Post-AGB or a hyper-giant status (Busso et al. 1995; Van Winckel et al. 1996). In HD 179821 however, the s-element abundances are not known with a very good accuracy. For instance and depending on the adopted effective temperature for HD 179821, Zacs et al. (1996) and Reddy & Hrivnak (1999) have found s-elements in over abundance, while Thèvenin et al. (2000) have obtained a slight deficiency.

On another hand, the expansion velocity of the shell can also help to classify the star. The typical expansion velocity of the shell of Post-AGB stars is about 10–20 km s⁻¹ while the large outflow velocity of HD 179821 (34 ± 2 km s⁻¹) would be rather in favor of the massive hypothesis. However Josselin & Lèbre (2001) have given an example of another post-AGB object (OH 231.8+4.2) with such a large outflow velocity value (30 km s⁻¹). Besides, from radio observations, these authors have also derived a very low value for the ¹²C / ¹³C ratio which is not common for massive stars.

The distance and consequently the luminosity of the star is another argument to help in its classification. If HD 179821 lies at 1 kpc, it is clearly a Post-AGB star while, if it is located at 6 kpc, its luminosity thus being larger, its initial mass is consequently over 20 M_⊙. Nevertheless, the distance of HD 179821 is not well determined by the trigonometric parallax given by Hipparcos. Consequently, an indirect way must be used to estimate this distance. Zuckerman & Dyck (1986) have noted that the high LSR velocity of HD 179821 (105 ± 1 km s⁻¹) would place this star at 6 kpc. Jura & Werner (1999) have also claimed that the OH-maser ring is best understood if HD 179821 lies at 6 kpc. Indeed, at 1 kpc the ultraviolet

Send offprint requests to: coroller@obs-hp.fr

* based on observations carried out at the Observatoire de Haute Provence, France, operated by the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)

let dust opacity deduced from the OH-radius, is too large. Moreover, with a radiative transfer model of the nebula, Hawkins et al. (1995) have predicted well the observed inner and outer radii of the shell with its spectral energy distribution, if HD 179821 lies at a distance of about 6 kpc. But for this distance, the height of HD 179821 above the galactic plane would be around 524 pc (Josselin & Lèbre 2001) which is quite above the scale height for $\geq 20 M_{\odot}$ stars (Miller & Scalo 1979). Anyway, arguments pointing to a large distance and a high mass are still open to criticisms (Josselin & Lèbre 2001). Notably, the distance of 6 kpc, deduced from the $V_{lsr} = 105 \text{ km s}^{-1}$ (Zuckerman & Dyck, 1986) is not obvious because the star is outside the galactic disk.

Very recently Gledhill (Gledhill et al. 2001; Gledhill & Takami 2001) have found few new arguments in favor of the massive status of HD 179821. Notably, these authors show that the OH-shell feature is consistent with a distance estimate to 6 kpc. Moreover, they find that the SiO emission (as the OH-maser emission) arises in a large scale detached shell, rather than from a location close to the star. This effect is also observed in another yellow hypergiant star, IRC +10420. The connection between these two stars is a strong argument in favor of the hyper-giant status for HD 179821. In the same way, Molster et al. (2002) have concluded that the circumstellar dust shell of HD 179821 is comparable to the ones of two other massive stars : AFGL 4106 and IRC +10420. Notably, for HD 179821, the detected $10 \mu\text{m}$ complex is dominated by the red-shifted amorphous silicate feature and its shape and position strongly resemble to the feature detected in AFGL 4106. In another way, for HD 179821, the strength ratio of the $32.8 \mu\text{m}$ to $33.6 \mu\text{m}$ features suggests that this star is massive and likely a post-red supergiant.

In any case HD 179821 is one of these puzzling objects where the distinction between low mass Post-AGB and massive stars is not easy. Furthermore, post-AGB and massive evolved stars are statistically rare and their pulsation are still poorly investigated and not completely understood. So as to better understand this kind of object, we have undertaken long term observational programs in order to study the variability and the dynamics of the atmosphere of HD 179821. Indeed, pulsation phenomena can help to constrain the stellar parameters, such as mass, luminosity, effective temperature and metallicity. The main goal of this work is to present the photometric observations of HD 179821 and to deduce the photometric amplitude and the pulsation period(s) of this star. This paper is organized as follow: observations and data processing are described in Sect. 2, while period searching by folding light curves and by Fourier transform is presented in Sect. 3. Finally, the status of HD 179821 and conclusions are presented in Sect. 4.

2. Description of the observations

From a spectroscopic monitoring with a 2m-class telescope and the combined analysis of photometric data, Barthès et al. (2000) have found a pulsation period of ~ 37 days for the typical Post-AGB star HD 56126. Besides, a previous theoretical work devoted to Post-AGB stars (Zalewski, 1993) has predicted an average of about 50 days for the pulsation period of these objects. Thus, for HD 179821, we have undertaken a first photometric monitoring roughly covering this duration (2 months, from August to October 1999). But contrary to what we have expected, the resulting light curve (Fig. 1) shows that we have not covered a complete period. Consequently, we have performed a second and longer photometric monitoring, from August to December 2000.

For all these photometric observations, we have used the 80 cm and the 1.20 m telescopes at the Observatoire de Haute-Provence (OHP, France), in 1999 and in 2000 respectively. In 1999, we have observed HD 179821 very regularly (every night), while in 2000, we have observed the star once a week only but over four months. In both cases we have performed differential photometry in Cousin filters Bc, Vc, Rc, Ic and in U' . The transmission curves of these filters and the CCD characteristics are given on the OHP WEB server (<http://www.obs-hp.fr>). Note that we did not work in a standard photometric system. Moreover, in order to spread the flux on the CCD, the images were acquired out of focus. Thus, we increased the exposure time to obtain a good signal-to-noise ratio. The tables with all our measurements (data collected in 1999 and in 2000) are available upon request to H. Le Coroller (coroller@obs-hp.fr).

2.1. Photometric observations in 1999

In 1999, we have performed on HD 179821 one or two exposures by night in each filter (UBVRI). With the 80 cm telescope at OHP, the CCD field is $3.6' \times 3.6'$. In such a reduced field, there was only one reference star (HD 179796) and we could not be sure about its stability. Fortunately, for the observations collected in 2000, the CCD field being larger, it was therefore possible to check the stability of this reference star (see next section). Hence, for the 1999 observations, in each filter, we have operated the subtraction of the magnitude of HD 179821 with the one of the reference star (HD 179796).

Fig. 1 shows the light curves of HD 179821 in the five filters we have used in 1999 : U, B, V, R and I (from bottom to top). In order to present these five light curves on the same graphic, we have introduced the following magnitude offsets : $\Delta U = 0$, $\Delta B = 0.97$, $\Delta V = 1.4$, $\Delta R = 1.55$, $\Delta I = 1.77$. For each light curve, a third order polynomial fit is also displayed. The corresponding rms is about $2 \cdot 10^{-2}$ for the U-light curve, while it is about $8 \cdot 10^{-3}$ for B, V, R

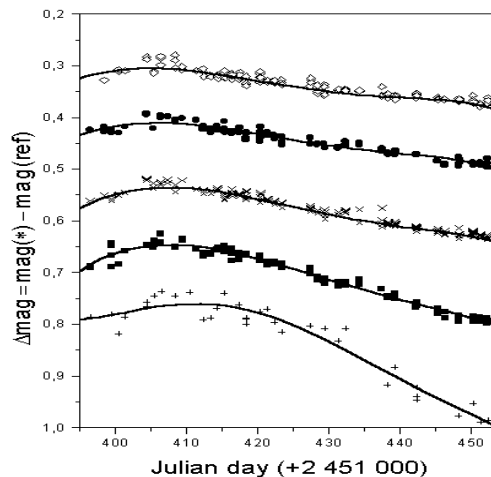


Fig. 1. From bottom to top : U, B, V, R and I magnitude curves of HD 179821 (displayed with magnitude offsets, see text), for the data we have collected from August to October 1999. We have performed differential photometry, using the reference star (HD 179796). For each curve, a third order polynomial fit has been adjusted and its corresponding rms is given in the text.

and I-light curves.

We can point out that the observed maxima of the light curves seem to depend on the filters. Larger the filter wavelength, earlier the corresponding magnitude curve reach its maximum. Consequently, we observe a time shift of about seven days between the U and the I extrema. Moreover, when the filter wavelength is increasing from UV to IR, one can notice a strong color effect with a decreasing photometric amplitude. While in the U filter we observe a variation of about 0.25 mag, the variation is only of about 0.07 mag in the I-filter. This effect can be understood as a strong temperature variation.

Obviously in these data, only a part of the characteristic time scale has been covered. So, we see also in Fig. 1 that the characteristic time scale of the expected oscillation is larger than 60 days, i.e, larger than the length of our first observational survey. In order to find a characteristic period for HD 179821, we have performed a second monitoring from August to December 2000.

2.2. Photometric observations in 2000

In 2000, we have used the 1.20 m telescope at OHP. Because of its large field of view (11.8' x 11.8') it was first possible to verify the stability of the reference star HD 179796 (hereafter noted 2) we have used for the observations we collected in 1999. Indeed three other reference stars, SAO 124421, GSC 00463-03731 and GSC 00463-03582 (hereafter noted 3, 4 and 5, respectively) were also

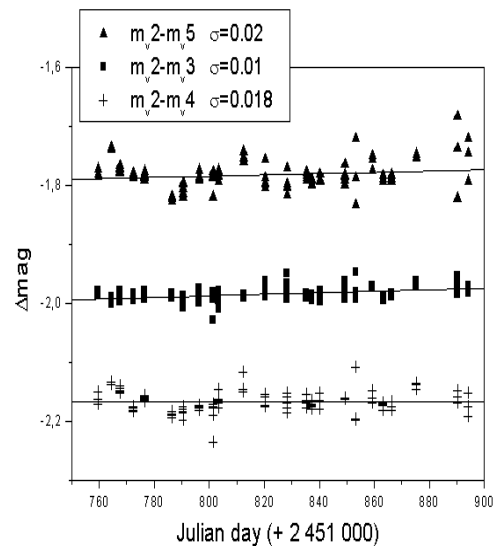


Fig. 2. Subtraction of the V magnitude of the reference star HD 179796 (noted 2) with the V magnitude of three other reference stars observed in 2000 (SAO 124421, GSC 00463-03731, and GSC 00463-03582, noted 3, 4 and 5 respectively). All the four reference stars have not presented any light variation during the 140 days of our monitoring, and the corresponding rms are indicated in the legend frame. For convenience, an offset of -1.1 has been introduced in the ($m_V2 - m_V4$) data.

present in the observed field. Fig. 2 presents, for the V-filter, the stability tests (subtraction of V-magnitude) we made on those four reference stars. It clearly shows that, during the observational monitoring performed in 2000, the V-magnitude of the star HD 179796 remains stable when compared to the V-magnitudes of the three other reference stars (the corresponding rms are indicated in Fig. 2). Outside a signal-to-noise ratio of about two percent, all the four reference stars have not presented any light variation during 140 days. Maybe only a very small slope (under one percent over 140 days) might be present. The same kind of result is obtained for the other filters (not presented here).

In 2000, we have performed differential photometry, comparing the magnitude of HD 179821 with the one of an artificial star resulting from the combination of the four reference stars discussed above. In Fig. 3, we present the light curves of HD 179821 we have obtained through this second monitoring (2000) in the five filters U, B, V, R and I (from bottom to top). Moreover, each single point is the average of five consecutive measurements. For convenience we have also introduced magnitude offsets in order to present those five light curves on the same graphic : $\Delta U = 0.2$, $\Delta B = 0.45$, $\Delta V = 0.8$, $\Delta R = 0.9$, $\Delta I = 1.0$. Finally, for each light curve, a fifth order polynomial fit has been adjusted and the corresponding rms is about $2 \cdot 10^{-2}$, 10^{-2} , $6 \cdot 10^{-3}$, $5 \cdot 10^{-3}$ and $9 \cdot 10^{-3}$, for the U, B, V, R and I light curves

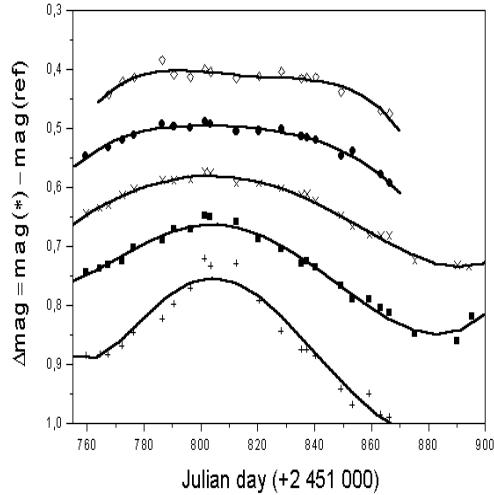


Fig. 3. From bottom to top : U, B, V, R and I magnitude curves of HD 179821 (displayed with magnitude offsets, see text), for the data we have collected from August to December 2000. Note that we have performed differential photometry, comparing the magnitude of HD 179821 with the one of an artificial star composed with four reference stars. A fifth order polynomial fit has been adjusted to each curve, and the corresponding rms are given in the text.

respectively.

For all these light curves, there is about 140 days between the first and the last points (see Fig. 3). Unfortunately, with these observations only, we still cannot be sure that we have covered a whole characteristic time scale. However from these data, we can estimate the amplitude of the light variations for the U, B and V filters (during about 130 days) : $\Delta U = 0.27$, $\Delta B = 0.21$, $\Delta V = 0.20$. For the R and I filters, the light variations we find from a shorter coverage of our observations (during about 100 days), are only rough estimations : $\Delta R = 0.10$ and $\Delta I = 0.07$. In any case, all these light amplitudes can be considered as inferior limits of the real values. It is important to notice that the strong color effect already mentioned in the data collected in 1999, is still very present in the data collected in 2000 (decreasing amplitude with increasing filters from UV to IR).

3. Period searching

3.1. Folding the light curves (1999 & 2000)

In order to derive the characteristic time scale of HD 179821, we have first appended our two independent sets of data. But this operation appeared to be a very delicate task depending on the considered filter. Indeed the two data sets (1999 and 2000) have not been collected with the same instrumentation (although the same filters have been used, and the same method has been applied

with the same reference star HD 179796). Hence for example, the characteristic of the two CCDs we have used are slightly different (see the OHP WEB server). However, it turned out that, for the B and V-light curves, the two data sets were almost at the same level (less than 1% magnitude difference between the maxima observed in 1999 and 2000). At least for these B and V-filters, the photometric systems (1999 and 2000) seem to be in rather good agreement. On the contrary, for the U-filter an offset is present when appending the two data sets. This may be due to the difference between the quantum efficiencies of the two CCDs, especially in the UV region. For the R and I filters however, we have not tried to append the two sets of data (1999 and 2000) because the light curves presented too small variations and the duration of the monitoring in these filters was shorter compared to the one in the other filters (especially in 2000). Thus, it appears quite impossible to append these three sets of data (U, R and I) with a precision as good as the one we obtained for B and V-filters.

Then, once the B and V-data (from 1999 and from 2000) have been appended into global light curves, we have tried to fold our observations. If there are two pulsation cycles between the 1999 and 2000 data, it appears that the best solution in B-filter is found for a period of 201 ± 5 days. Fig. 4 displays the corresponding folded B-light curve. As shown in Fig. 4, the B-filter light curve obtained in 1999, once translated of 2×201 days, is well superimposed to the curve obtained in 2000. The first observed point of the B-light curve in 2000 (corresponding to the heliocentric Julian Date HJD = 2 451 759.502) has been placed at phase 0.0 for convenience. In the same way, if we consider three cycles between the 1999 and 2000 data, the best solution in B-filter is found for a period of 134 ± 5 days.

In the V-filter, we have found almost the same results and the best solution is $P = 204 \pm 5$ days for two cycles and $P = 136 \pm 5$ days for three cycles between 1999 and 2000.

With this method (folding light curves) and the mean of the periods, we found that in B and V-filter, 135 days (± 5 days) and 202 days (± 5 days) seem to be roughly the duration of the photometric variation corresponding to our two years long survey. But, as we can see in Fig. 4, we have not covered a complete cycle with our data. Moreover, the light curve might be the result of several periods as well, and then we cannot be sure about our method when considering only one period to fold our observations. However, with previous and complementary data available in the literature and offering a long term duration (more than 10 years) for the observation of HD 179821, we have also meticulously looked for its pulsation period(s) with a Fourier transform analysis.

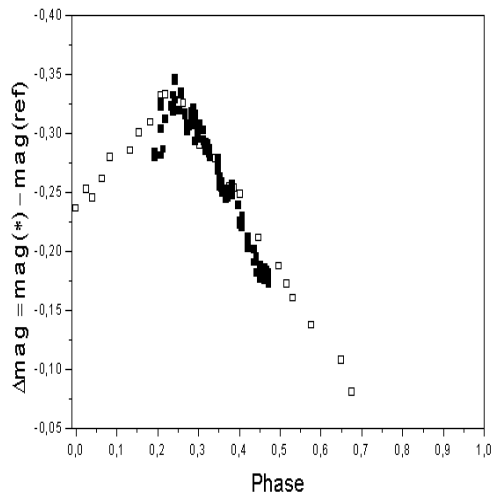


Fig. 4. Folded B-filter magnitude curve. Open squares are data from 2000, while filled symbols are data from 1999 translated of 2×201 days. Phase 0.0 corresponds to $HJD = 2,451,759.502$ i.e. to the position of the first observed point of the B light curve in the data collected in 2000.

3.2. Gathering complementary data

While in 2000 we were collecting the final data for HD 179821, two independent studies became available in the literature, providing for this object new photometric measurements quite complementary to ours.

First, Arkhipova et al. (2001) have published UBV photometric observations of HD 179821, collecting data over about ten years (1990-1999). Their measurements were obtained with a good accuracy (± 0.005 mag) but without precise regularity and only 169 measurements were obtained in each filter. They revealed the semiregular light variations of HD 179821 with the following amplitudes : $\Delta U = 0.25$, $\Delta B = 0.15$ and $\Delta V = 0.10$. Looking for pulsation period(s), they have also performed a Fourier analysis on their observational data in the B-filter. Hence, they have found a double periodicity in HD 179821 ($P_1 = 205 \pm 2$ days and $P_2 = 142 \pm 2$ days). Besides the variability of HD 179821 likely due to bimodal pulsations, they have also detected (from observations covering only 7 years) a trend in its brightness and in its colors indexes. Several possible explanations have been investigated (a rise in the stellar temperature, a variable stellar wind, a decrease in the reddening of the circumstellar dust envelope, a stellar companion), while a phenomenon directly related to stellar evolution was rejected. Finally, from 100 years long photographic observations of HD 179821, they have detected an increasing while fluctuating visual brightness, attributed to a rapid evolutionary phase (like the Post-AGB phase).

On another hand, in a general study devoted to variability for a sample of proto-planetary nebulae, Hrivnak (2001) has published a differential V-light curve of HD 179821 covering almost 7 years (1994-2000). For this star, Hrivnak (2001) reported a very unusual and trigger light curve, apparently periodic over one season, and then becoming strongly aperiodic the next one(s). From this set of data, Hrivnak (2001) has not inferred any period.

The final part of the observations discussed in Arkhipova et al. (2001) has been collected in 1999, while, at the same time, we were observing HD 179821 with the 80 cm telescope at OHP. Hence, our own observations (about 170 measurements between 1999 and 2000, in each filters) appeared to be very complementary (in the UBV filters at least). Moreover, Arkhipova et al. (2001) have also performed differential photometry on HD 179821, using HD 179796 as a reference star. So for U, B and V-filters, both sets of data were consistent. Thus, using the few measurements collected at the same dates as calibrators, we could easily merged these two series of data into larger basetime files. We have also decided to numerically extract Hrivnak's V-data because they were time coincident with V-data from Arkhipova et al. (2001), and also with some of our own V-measurements (collected in 1999 and in 2000). Finally, we have also taken all the available V-HIPPARCOS measurements of HD 179821 that appeared to be prior and/or time coincident to the first V-data from Arkhipova et al. (2001). We have merged all those V-data, in order to compose a V-light curve of HD 179821 covering a very long basetime. Fig. 5 presents the final V-light curve of HD 179821, resulting from the merging of these observational data sets. Note that each point in the HIPPARCOS data is the mean of several measurements obtained over one day. Different symbols (see figure caption) are used to identify the different origins of those data sets.

In Fig. 6 we present the B-light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own B-measurements (collected in 1999 and 2000) together with data from Arkhipova et al. (2001) measurements. In Fig. 7 we present the U-light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own U-measurements (collected in 1999 and 2000) together with data from Arkhipova et al. (2001). Note that we have introduced an offset in our data collected in 2000 so as to get both U light curve maximum (in 1999 and in 2000) at the same level (see sect 3.1).

3.3. Fourier transform analysis

We have performed Fourier transform analysis on these long term (although irregular and rather inhomogenous) observational sets (U, B and V-light curves). We have used the Period98 soft (V1.0.4, 1996-1998) from Sperl (1998) that allows pre-whitening of selected frequencies. First of all, we have applied the Fourier transform analysis on dif-

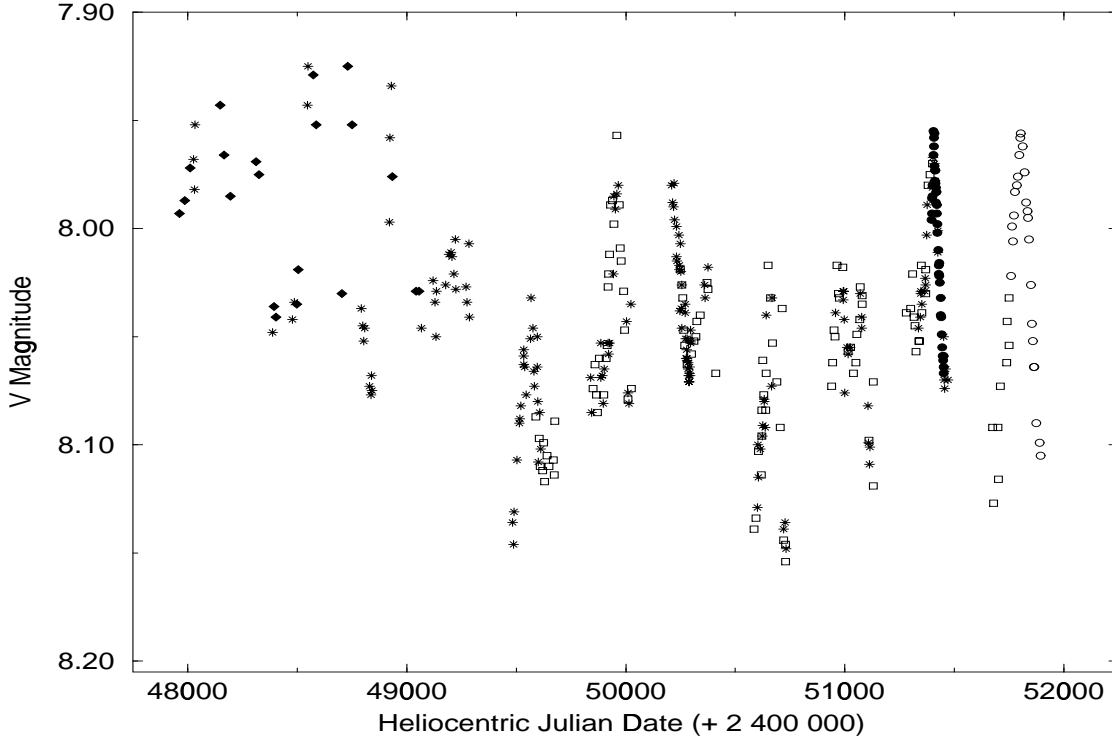


Fig. 5. V-filter light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own measurements collected in 1999 and 2000 (filled and open circles, respectively) together with the measurements of Arkhipova et al. (2001, stars), Hrivnak et al. (2001, open squares) and HIPPARCOS data (diamonds).

ferent cuts in the data of the V-light curve (displayed in Fig. 5), so as to test the consistency of any results we could obtain. Various attempts all lead to the same statement : several periods are present in the resulting Fourier power spectrum whatever the considered sub-sample of data (and whatever the observational origin of these data). Besides, there is absolutely no clear feature corresponding to periods lower than 45 days. These facts (also observed from the analysis of B and U data) reveal that the pulsational behavior of HD 179821 is somewhat different from the one of the typical Post-AGB star, HD 56126 (showing a single dominant period of about 36 days, see Barthès et al. 2000).

We have studied the power spectrum of the V-light curve (displayed in Fig. 5) in the relevant region for frequency investigation (i.e, for ν below 0.025). A main frequency is found at $\nu_1 = 0.00492$ ($P_1 \sim 203$ days). Important peaks are also present in the low frequencies region : from 0.00024 (which is the length of coverage of the analysed V light curve) to 0.00086 (which is the main frequency we obtain after a first pre-withening). Few peaks are also present in the period range 103 - 192 days, and after a second pre-withening, another frequency comes out : $\nu_2 = 0.00716$

($P_2 \sim 140$ days). This result is very close to the value we obtained while folding the 1999 and the 2000 light curves (see Sect. 3.2).

However, merging data from different origins may be a source of error when using the Fourier analysis method. For instance, the introduction of HIPPARCOS data in the V-light curve can be problematic. Indeed it brings some inhomogeneities due to the specific photometric system of the satellite. Moreover the obvious light variation of HD 179821, from one year to the next one (or from one observational season to the next one) may also be a source of error introducing aliases in the resulting Fourier power spectra. Finally, we can not be sure about the consistency of the long term phenomenon ($\nu = 0.00086$) detected in the V-light curve analysis but if real, its periodicity may be very doubtful.

In order to avoid all these problems (merging different data and erratic variations from one year to another one), we have also performed a period searching on a V-light curve slightly modified from Fig. 5. Indeed, for each observational season, we have defined a mean level as $(V_{max} - V_{min})/2$ and we have corrected from this seasonal mean level all the measurements belonging to the con-

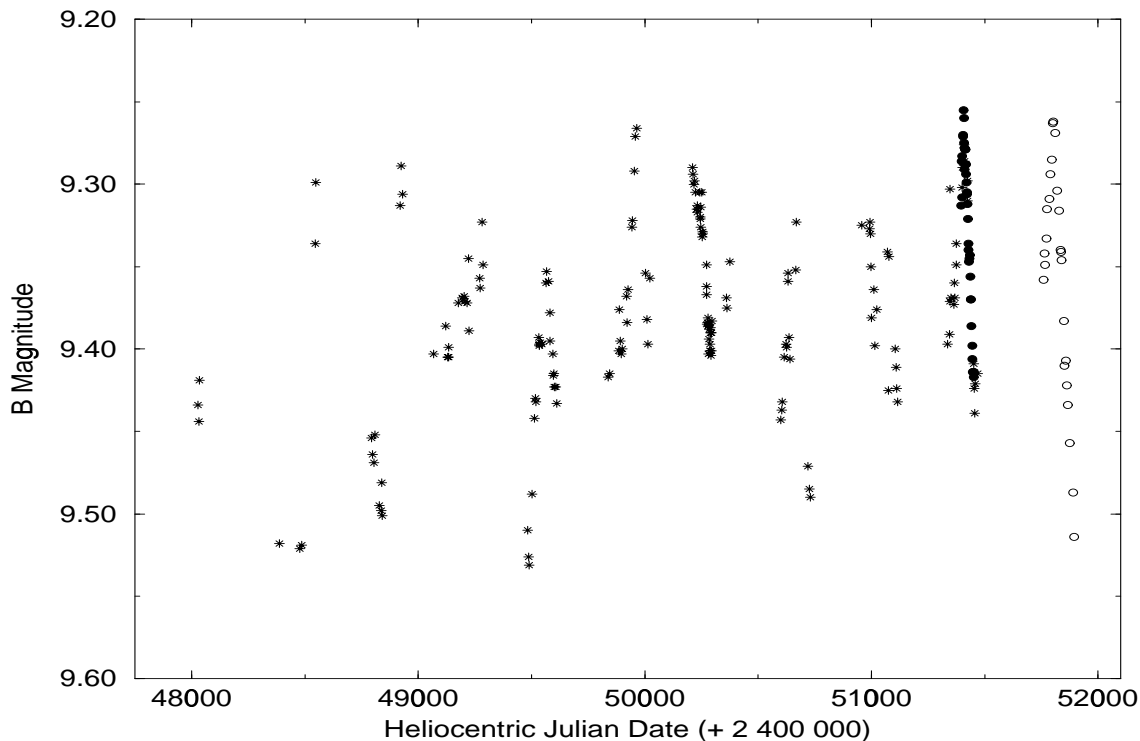


Fig. 6. B-filter light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own measurements collected in 1999 and 2000 (filled and open circles, respectively) together with the measurements of Arkhipova et al. (2001, stars).

sidered season. This method, acting as a powerful filter on very low frequencies, presents the advantage to keep only the features related to intrinsic pulsations. Thus, the long term phenomenon does not appear anymore and does not perturb the frequency analysis. A bimodal pulsation behavior is then found (see Tab. 1) with two frequencies : $\nu_1 = 0.00499$ ($P_1 \sim 200$ days) and $\nu_2 = 0.00719$ ($P_2 \sim 139$ days). Moreover, we can note that $\frac{\nu_2}{\nu_1} \simeq \frac{2}{3}$. In this context, ν_1 might be a radial fundamental mode and ν_2 , its first overtone. This result was already proposed by Arkhipova et al. (2001). Furthermore, $\frac{\nu_2}{\nu_1} \simeq \frac{2}{3}$ could be also linked to some resonance phenomenon. Another frequency $\nu_3 = 0.00952$ (about two times ν_1) could be linked to a light curve asymmetry. It is the result of the Fourier decomposition of a non-sinusoidal curve. Finally, a third (significant) frequency, $\nu_4 = 0.00525$ also seems to be present but it is more disputable. This last frequency could be due to the light curve irregularity and notably to the small variations observed in 1993 around HJD=2449250 (see Fig. 5).

We have also applied the Fourier transform method on the B and U-light curves (displayed in Figs. 6 & 7). In the same way that for V-data, we have defined for each observational season a mean level and corrected from this

Table 1. Frequency found in the U, B, V-filter power spectra (see Fig. 8). Each frequency ν_n is found after prewhitening the data set with the previous frequency ν_{n-1} . We have adjusted these periods and amplitudes with a least square method to better fit to the light curves (in each filter).

| Filter | Frequency (c/d) | Amplitude (mag) |
|--------|---------------------|-----------------|
| V | $\nu_1 = 0.00499$ | $a_1 = 0.031$ |
| | $\nu_2 = 0.00719$ | $a_2 = 0.017$ |
| | $\nu_3 = 0.00952$ | $a_3 = 0.018$ |
| | $\nu_4 = 0.00525$ | $a_4 = 0.012$ |
| B | $\nu_1 = 0.00480$ | $a_1 = 0.051$ |
| | $\nu_2 = 0.00712$ | $a_2 = 0.033$ |
| U | $\nu_1 = 0.00754$ | $a_1 = 0.075$ |
| | $\nu_2 = 0.00449$ | $a_2 = 0.048$ |
| | $\nu_3 = 0.00557$ | $a_3 = 0.044$ |

seasonal mean level all the measurements belonging to the considered season. The U, B and V-power spectra we found with this method are given in Fig. 8. The pulsation frequencies and amplitudes presented in Table 1 are slightly different from the picks found in Fig. 8 because we have adjusted them with a least square method in order to fit to the light curves.

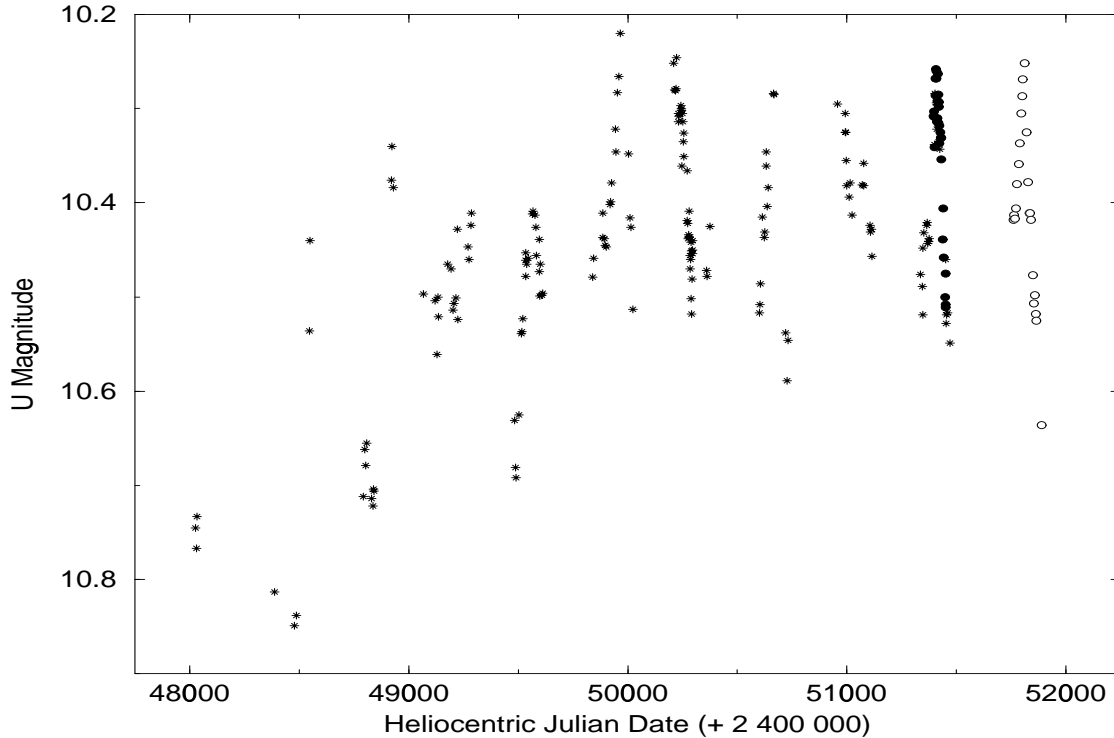


Fig. 7. U-filter light curve of HD 179821, resulting from the merging of our own measurements collected in 1999 and 2000 (filled and open circles, respectively) together with the measurements of Arkhipova et al. (2001, stars).

From the B and U-filter data, we find about the same frequencies (ν_1 and ν_2) than in the V-filter. Note that in the U-filter, the 0.0075 c/d frequency becomes dominant (see Tab. 1). This phenomenon could be due to the fact that ν_1 and ν_2 may be independent pulsational modes. It could be also a sampling data phenomenon.

In any case, the important variations in the light curves of HD 179821, from one year to another one, cannot be satisfactorily explained by a strictly bimodal pulsation. Moreover, with all detected frequencies, it is impossible to obtain a relevant fit to the light curves. This is probably due to a chaotic behaviour in the pulsation of HD 179821. Furthermore, it is possible that, ten years ago, the V light curve was more chaotic than now. Indeed, the shape of the light curve between the Julian days 2 447 750 and 2 449 250 is really not regular (see Fig. 5). Unfortunately, at this epoch, the number of points is not large enough to confirm this effect.

4. Conclusion

In this work, we have presented photometric observations of an oxygen-rich evolved star HD 179821. From observations collected at the Haute-Provence Observatory during

1999 and 2000, we have found a strong color effect during an almost complete cycle of pulsation with a decreasing photometric amplitude when the filter wavelength is increasing from UV to IR. Typically we have observed a variation of about 0.25 mag in the U-filter, while only a variation of about 0.07 mag was observed in the I-filter. This effect is due to temperature or opacity variations rather than to radius variations. This is also confirmed by spectroscopic observations that we have obtained for HD 179821 and that we will present in a forthcoming paper. Indeed, we have found that photospheric lines in HD 179821, such as Ba II lines, are relatively stable along the time (in shape and radial velocity). This result is not common for pulsating Post-AGB stars. For example, the Post-AGB HD 56126 presents a photospheric velocity variation of about 15 km s^{-1} over few days (Barthès et al. 2000). The small pulsational amplitudes observed for HD 179821 could explain the reason why the frequencies are found with moderately high significance (see Fig. 8 and table 1). If this result is confirmed by future observations, it could help to classify HD 179821 as a massive star.

Considering all the available photometric data for HD 179821 (HIPPARCOS, Arkhipova et al. 2001, Hrivnak

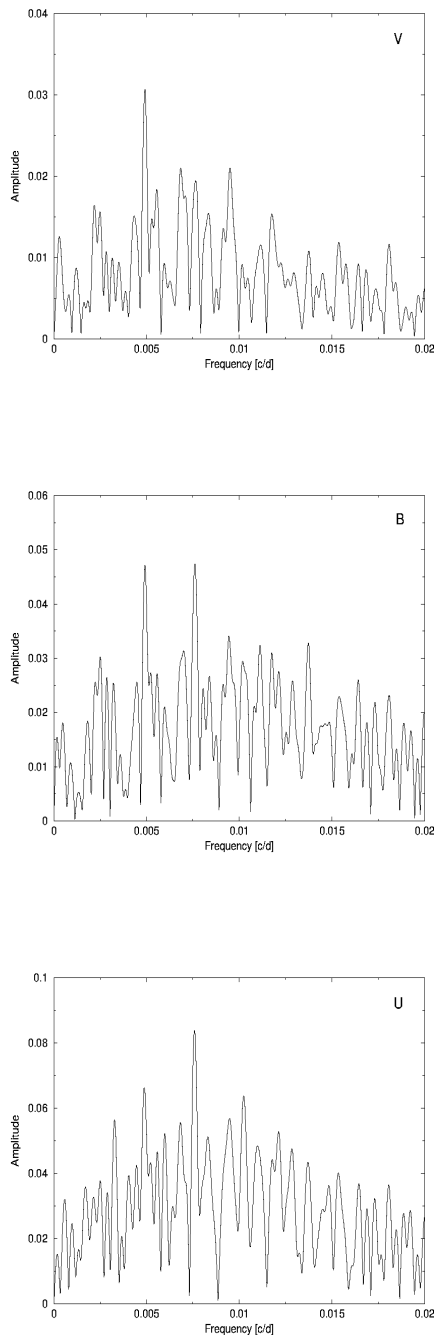


Fig. 8. From bottom to top : U, B, V power spectrum of HD 179821 light curves.

et al 2001), we have constructed long term (over about ten years) relatively complete U, B, V-light curves. With all these data, we have looked for the HD 179821 pulsation period(s) with a Fourier transform analysis. In U, B and V-filters, we have always found two main periods. Because there are more data sets in the V-filter than in the other filters, we have concluded that the periods $P_1 = 200$ days

and $P_2 = 139$ days found in the V-filter are the best accurate results that we can produce. As we found about the same periods (maximum 20 days of difference) with data from the other filters, we can be sure that P_1 and P_2 are real. Note that, if we try to fit the light curve with P_1 and P_2 or with more periods (for example, using the long period $P \simeq 1000$ days), we do not get a definitive result. HD 179821 is probably not strictly periodic and may have a chaotic pulsational behavior.

For Arkipova et al. (2001), HD 179821 is a Post-AGB star because the bimodal pulsation appears to be characteristic of this kind of objects. But, for the long period such as the one found in HD 179821 ($P > 130$ days), the Post-AGB pulsation amplitudes are generally higher than 0.2 mag (see Arkipova et al. 2000). In the Post-AGB stars studied by Arkipova et al. (2000), only V887 Her gets about the same kind of amplitude and period that HD 179821, but this star, with a spectral type F3Ib, is probably hotter than HD 179821. Moreover, for low mass star, non-linear radiative pulsation models are not able to reproduce long periods ($P > 130$ days) with low amplitudes ($\Delta m \simeq 0.2$) such as the ones found for HD 179821 (A. Fokin, private communication). Pulsation models could consider HD 179821 as a massive star, but then convection (of super-massive stars) has to be taken into account. Unfortunately, the best models available up to now do not take into account the convection which can reduce the light amplitude and may possibly change the pulsational behavior of the model. Thus as a next step forward, pulsation models including convection will surely help to know about the status of HD 179821.

Acknowledgements. The authors are grateful to F. Daudé student at University of Montpellier, for his help in reduction of 1999 data. This research has been partially funded by specific financial support from PNPS/INSU. It has made use of the soft Period98 (V1.0.4, 1996-1998) developed by M. Sperl at Institute of Astronomy, University of Vienna, the SIMBAD database, operated at CDS, Strasbourg, France, and the NASA ADS service, USA.

References

- Arkipova V.P., Ikonnikova N.P., Noskova R.I., Sokol G.V., Shugarov S.Yu., 2001, *Astronomy Letters* 27, 156
- Arkipova V.P., Ikonnikova N.P., Noskova R.I., Sokol G.V., 2000, *Astronomy Letters* 26, 609
- Barthès D., Lèbre A., Gillet D., Mauron N., 2000, *A&A* 359, 168
- Busso M., Lambert D.L., Beglio L., et al., 1995, *ApJ* 446, 775
- Gledhill T.M., Yates J.A., Richards A.M.S., 2001, *MNRAS* 328, n1, 301
- Gledhill T.M., Takami M., 2001, *MNRAS* 328, n1, 266
- Hawkins G.W., Skinner C.J., Meixner M.M., et al., 1995, *ApJ* 452, 314
- Hrivnak B.J., 2001, in *Torun Workshop "Post-AGB Objects as a Phase of Stellar Evolution"*, Eds R. Szczerba, S. K. Górný. *ApSS Library Vol. 265*, Kluwer Academic Pub., p 101

- Josselin E., Lèbre A., 2001, *A&A* 367, 826
Jura M., Werner M.W., 1999, *ApJ* 525, L116
Miller G.E., Scalo J.M., 1979, *ApJS*, 41, 513
Molster F.J., Waters L.B.F.M., Tielens A.G.G.M., Barlow
M.J., 2002, *A&A* 382, 184
Reddy B.E., Hrivnak B.J., 1999, *ApJ* 117, 1834
Sperl M., 1998, *Period98* soft V1.0.4, Institute of Astronomy,
University of Vienna
Thèvenin F., Parthasarathy M., Jasiewicz G., 2000, *A&A*
359,138
Van Winckel H., Waelkens C., Waters L.B.F.M., 1996, *A&A*
306, L37
Zacs L., Klochkova V.G., Panchuk V.E., Spelmanis R., 1996,
MNRAS 282, 1171
Zalewski J., 1993, *Acta Astronomica* 43, 431
Zuckerman B., Dyck H.M., 1986, *ApJ*, 311, 345

Chapitre 7

Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié l'effet de la conductivité thermique sur la structure des ondes de choc radiatives se propageant dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé et ayant les caractéristiques physiques des étoiles super-géantes froides. La conductivité thermique peut être divisée en deux, d'une part la conductivité thermique translationnelle et d'autre part la conductivité thermique réactionnelle.

Concernant la conductivité thermique translationnelle, nous obtenons les résultats suivants :

1) Dans un gaz d'hydrogène partiellement ionisé la conductivité thermique translationnelle des ions est négligeable devant la conductivité thermique des électrons (Zel'dovich and Raizer, 1966). Par contre, le flux de chaleur translationnel des atomes neutres pourrait être important dans les chocs de force modérée et qui n'ont pas totalement ionisé le gaz avec le flux de Lyman continuum. En effet, pour transporter de la chaleur les atomes neutres sont moins rapides mais ont un libre parcours moyen plus grand que les électrons. Toutefois, les chocs faibles (nombre de Mach proche de 1) ont de petits gradients de température et il n'est pas évident que la conductivité translationnelle des neutres soit suffisamment intense pour changer beaucoup la structure du choc. Dans ce travail nous avons laissé de côté le flux de chaleur des atomes neutres et étudié le rôle de la conductivité thermique électronique sur la structure des chocs radiatifs. Nous avons donc modifié les équations de conservation de l'énergie et de Rankine-Hugoniot pour prendre en compte le flux de chaleur produit par la conductivité thermique électronique dans le modèle d'onde de choc de Fadeyev & Gillet (2000).

2) Au niveau du front du choc, nous retrouvons le profil de température électronique prévu qualitativement par Zel'dovich (1966). Les électrons étant plus rapides que la vitesse du choc, ils remontent devant le front et chauffent le gaz dans cette région. La conductivité thermique électronique agit sur une distance équivalente à celle de la zone de thermalisation. Pour les chocs typiques des atmosphères d'étoiles pulsantes froides (Miras, post-AGB, etc.), cette région mesure environ dix centimètres.

3) Lorsque des gradients de températures sont très importants le flux classique de conductivité thermique translationnelle (loi de Fourier) devient plus fort (en valeur absolue)

qu'un flux limite q_{sat} et ne s'applique donc plus. Dans les chocs des atmosphères d'étoile géante froide nous avons vérifié que la conductivité thermique électronique classique F_e est toujours plus petite (en valeur absolue) que le flux de chaleur limite (voir Fig. 1 de l'article Fadeyev et al. (2002)). Le flux limite q_{sat} peut devenir pratiquement égal à F_e , uniquement pour les chocs les plus forts et sur une distance très petite juste devant le front. Dans notre étude la conductivité thermique électronique classique est donc toujours applicable.

4) Pour des chocs se propageant à des vitesses inférieures à 65 km s^{-1} , le flux électronique ne modifie pas la structure radiative du choc. Ni le flux de Lyman continuum, ni le flux radiatif total sortant du choc ne sont affectés par la présence de la conductivité thermique électronique. Pour des chocs se propageant à des vitesses supérieures à 65 km s^{-1} , la conductivité thermique translationnelle augmente le taux d'ionisation et le flux Lyman continuum piégé autour du front. De plus, un observateur placé loin devant le front voit un accroissement pouvant aller jusqu'à 25 % du flux radiatif total sortant du choc.

Dans cette thèse, nous avons aussi étudié l'effet de **la conductivité thermique réactionnelle** sur la structure des chocs. Si la conductivité thermique translationnelle est liée uniquement au gaz d'électrons, la conductivité réactionnelle est le résultat d'une diffusion entre les atomes neutres et les ions. Dans des gradients de température, de pression ou d'ionisation, des ions et des électrons (liés par des forces électriques) diffusent par rapport aux atomes neutres en transportant de l'énergie d'ionisation.

Concernant la conductivité réactionnelle, nous obtenons les résultats suivants :

1) Nous avons donné un nouveau système d'équations (5.1 – 5.6) pour un modèle d'onde de choc dans lequel il peut y avoir des vitesses de diffusion entre les différentes espèces (ions, neutres).

2) À partir de ce système d'équations, nous obtenons une formule de conductivité thermique réactionnelle adaptée aux gaz hors-ETL rencontrés dans les chocs.

3) Dans les conditions thermodynamiques des chocs étudiés, ce sont les gradients d'ionisation qui sont principalement responsables des forces de diffusion à l'origine de la conductivité réactionnelle. Ainsi, au sein des chocs radiatifs stellaires la conductivité thermique réactionnelle est seulement efficace dans une région étroite, derrière le front, à la fin de la zone de thermalisation, là où le gaz s'ionise brutalement.

Enfin, nous avons étudié les modes de pulsation et la dynamique atmosphérique de deux étoiles super-géantes froides HD 56126 et HD 179821. HD 56126 est une post-AGB, tandis que HD 179821 est difficile à classer et pourrait être une post-AGB ou une étoile massive.

- Le cas de HD 56126 :

Une analyse de Fourier, basée sur des observations photométriques et spectroscopiques, donne une période d'environ 36 jours. Les amplitudes de variations photométriques (dans le visible) et de vitesses radiales sont respectivement de l'ordre de 0,15 mag et de 15 km s⁻¹. Avec ces observations et le modèle de pulsation non-linéaire, nous trouvons pour cet objet une masse de 0,8M_⊙, une lumineuse de $L = 6000 - 7000 L_{\odot}$ et une température effective inférieure à 5850 K. Ces paramètres sont en contradiction avec l'évolution stellaire qui prévoit une luminosité d'environ 20 000 L_⊙ pour une masse de 0,8 M_⊙.

Toutefois, les modèles d'évolution stellaire doivent mieux comprendre la dépendance de la relation masse-luminosité avec la métallicité de l'étoile et l'importance de la "hot-bottom burning" (combustion nucléaire à la base de l'enveloppe convective) sur cette relation. En outre, notre modèle de pulsation est purement radiatif et ne prend pas en compte la convection qui peut modifier les périodes et amplitudes de pulsation. Enfin, comme la plupart des étoiles de ce type, HD 56126 n'est pas parfaitement périodique. Bien que le comportement chaotique puisse apparaître naturellement dans le modèle de pulsation, il est difficile d'obtenir exactement la même courbe de lumière que celle observée.

Toutefois, nous arrivons à reproduire les amplitudes et la période caractéristique de pulsation de HD 56126. Nous trouvons notamment que cette étoile doit pulser sur le deuxième harmonique. De plus, la masse et la luminosité obtenus apportent des contraintes aux relations de l'évolution stellaire et aux modèles de pulsation.

- Le cas de HD 179821 :

Avec nos observations (photométrie 1999-2000) et les données disponibles dans la littérature (Hipparcos ; Arkipova et al. 2001 ; Hrivnak et al. 2001), nous obtenons, pour la première fois, une courbe de lumière assez complète pour cette étoile (dans les filtres U, B, et V). Une analyse de Fourier sur ces données montre que HD 179821 pulse de manière bi-modale avec une période caractéristique d'environ 140 jours et une autre de 200 jours. Ces deux périodes correspondraient respectivement au mode fondamental et au second harmonique d'une pulsation radiale. Toutefois, la courbe de lumière ne peut pas être reproduite uniquement avec ses deux périodes et semble chaotique.

Les amplitudes de variations photométriques diminuent lorsque la longueur d'onde augmente. Ainsi, nous observons des variations d'environ 0,3 magnitude dans le filtre U pour seulement 0,1 magnitude en I. Un tel effet correspond plus à des variations de température et d'opacité qu'à des changements de rayon de l'étoile. Ceci est confirmé par l'étonnante stabilité des raies photosphériques. Ainsi, HD 179821 pourrait ne pas réellement pulser.

Quoi qu'il en soit, il semble que HD 179821 ait un comportement de pulsation assez différent de celui d'étoiles post-AGB telle que HD 56126. Ces observations permettraient donc de classer HD 179821 parmi les étoiles massives. Pour confirmer ce résultat, il faudrait toutefois étudier les modes de pulsation des étoiles super-géantes grâce à un modèle prenant en compte la convection. Plus d'observations sur HD 179821 et d'autres étoiles post-AGB devraient aider à classer ces objets et leurs modes de pulsation en fonction de leur abondance chimique, de leur température, de leur masse, etc.

- Perspectives

Si le modèle d'onde de choc plan stationnaire nous permet d'évaluer l'importance de la conductivité thermique sur la structure des chocs, il ne simule pas nécessairement des chocs exactement identiques à ceux des étoiles pulsantes.

Dans ces étoiles, sous l'effet de jeux de pression et de la force gravitationnelle, des couches montent pendant que d'autres descendent. De plus, plusieurs chocs peuvent se propager simultanément. Avec ces mouvements hydrodynamiques complexes, les chocs ont-ils un sillage stationnaire qui ressemble à celui de notre modèle? Il est difficile de répondre à cette question. En effet, les modèles de pulsation les plus récents ne résolvent pas la structure fine des chocs, ils sont par exemple incapables de décrire la zone de thermalisation et le précurseur où agit la conductivité thermique. Il serait donc intéressant de discrétiser plus finement la structure des chocs dans ces modèles de pulsation.

Le développement des interféromètres et les projets d'hyper-télescopes devraient prochainement créer une véritable révolution dans le domaine de la physique stellaire et des étoiles pulsantes! En résolvant la surface des étoiles, nous pourrions observer en direct les pertes de masse, vérifier si les étoiles pulsent bien de manière radiale, et voir si les chocs se propagent comme des coquilles sphériques (telles que nous les décrivons dans les modèles de pulsation). Il sera notamment possible de mesurer la vitesse de propagation des chocs et ainsi d'apporter des contraintes aux modèles.

Par exemple, un interféromètre ayant une base d'environ 1 km sera capable de résoudre une étoile telle que HD 179821. En quelques heures d'observations, un tel instrument permettra de connaître le rayon de l'étoile, ses pertes de masse, sa dynamique atmosphérique et donc de classer définitivement HD 179821 dans la catégorie des super-massives ou post-AGB.

En attendant l'arrivée de tels instruments, il est déjà possible d'observer avec le VLTI des étoiles super-géantes froides plus proches de nous que HD 179821. De telles observations nous aideront à comprendre la dynamique atmosphérique de ces objets et apporteront ainsi de fortes contraintes pour les modèles de pulsations et d'ondes de choc.

Bibliographie

- Aggarwal, K., Berrington, K., Burke, P., Kingston, A. E., and Pathak, A., 1991, J. Phys.B. : At. Mol. Opt. Phys. 24, 1385
- Alvarez, R., 1998, C.R. Acad. Sci. Ser. II Paris 326, 519
- Arkhipova, V., Ikonnikova, N., Noskova, R., and Sokol, G., 2000, Astronomy Letters 26, 609
- Bedogni, R. and D'Ercole, A., 1988, A&A 190, 320
- Belvedere, G., Chiuderi, C., and Paterno, L., 1982, A&A 105, 133
- Bird, R., Stewart, W., and Lightfoot, E., 1960, "Transport Phenomena", New York : John Wiley & Sons
- Braginskii, S., 1965, "in Reviews of Plasma Physics", New York : M.A. Leontovich Consultants Bur.
- Burgers, J., 1969, "Flow equations for composite gases", New York : Academic Press
- Callaway, J., 1994, Atomic Data and Nuclear Data Tables 57, 9
- Callaway, J. and Unnikrishan, K., 1993, Phys. Rev. A 48, 4292
- Chapman, S. and Cowling, T., 1970, "The Mathematical theory of non-uniform gases", Cambridge University Press
- Conrad, J. and Schunk, R., 1979, Journal of Geophysical research 84(A3), 811
- Cowie, L. L. and Mckee, C. F., 1977, ApJ 211, 135
- De Loore, C. and Doom, C., 1992, "Structure and evolution of single and binary stars", Kluwer Academic Publishers
- Devoto, 1967, Physics of Fluids 10, 354
- Fadeyev, Y. A., Coroller, H. L., and Gillet, D., 2002, A&A in press
- Fadeyev, Y. A. and Gillet, D., 1998, A&A 333, 687
- Fadeyev, Y. A. and Gillet, D., 2000, A&A 354, 349
- Feautrier, P., 1964, C.R. Acad. Sci. Paris 258 (12), 3189
- Fokin, A., Lèbre, A., Coroller, H. L., and Gillet, D., 2001, A&A 378, 546
- Fontenla, J., Avrett, E., and Loeser, R., 1990, ApJ 355, 700
- Herwig, F., Schönberner, D., and Blöcker, T., 1998, A&A 340, L43
- Hirschfelder, J., Curtiss, C., and Bird, R., 1954, "Molecular Theory of Gases and Liquids", New York : John Wiley & Sons
- Jaffrin, M. Y., 1965, Physics of Fluids 8(4), 606
- Jura, M., Chen, C., and Werner, M., 2000, ApJ 544, L141
- Jura, M. and Werner, M., 1999, ApJ 525, L116
- Kippenhahn, R. and Weigert, A., 1991, "Stellar structure and evolution", Springer-Verlag
- Kurucz, R., 1970, SAO Special Report (309)
- Landau, L. and Lifchitz, E., 1971, "Mécanique des fluides", Moscou : Editions MIR
- Le Bertre, T., 1992, A&AS 94, 377

- Le Bertre, T., 1993, *A&AS* 97, 729
- Le Coroller, H. and Gillet, D., 2002, *A&A* 393, 693
- Le Coroller, H., Lèbre, A., Gillet, D., and Chapellier, E., 2002, *A&A* in press
- Lèbre, A., Mauron, N., Gillet, D., and Barthes, D., 1996, *A&A* 310, 923
- Meixner, M., Skinner, C., Graham, J., Keto, E., Jernigan, J., and Arens, J., 1997, *ApJ* 482, 897
- Mihalas, D., 1967, *ApJ* 149, 169
- Mihalas, D., 1978, “Stellar Atmospheres”, 2nd ed., Freeman, San Francisco
- Mihalas, D. and Mihalas, B., 1984, “Foundations of Radiation Hydrodynamics”, Oxford University Press
- Molster, F., Waters, L., Tielens, A., and Barlow, M., 2002, *A&A* 382, 184
- Murty, S., 1971, *JQSRT* 11, 1681
- Narita, S., 1973, *Progress of Theoretical Physics* 49(6), 1911
- Nowak, T. and Ulmschneider, P., 1977, *A&A* 60, 413
- Paczynski, B., 1971, *Acta Astron.* 21(4), 417
- Reddy, B. and Hrivnak, B., 1999, *ApJ* 117, 1834
- Rybicki, G. and Hummer, D., 1991, *A&A* 245, 171
- Scholz, T. and Walters, H., 1991, *ApJ* 380, 302
- Schunk, R., 1977, *Reviews of Geophysics and Space Physics* 15(4), 429
- Spitzer, L., 1959, “Physique des gaz complètement ionisés”, Paris : Monographies Dunod
- Spitzer, L. and Harm, R., 1953, *Phys. Rev.* 89, 977
- Teyssier, R., Chièze, J. P., and Alimi, J. M., 1998, *ApJ* 509, 62
- Thévenin, F., Parthasarathy, M., and Jasniewicz, G., 2000, *A&A* 359, 138
- Von Helden, G., Tielens, A., Van Heijnsberger, D., and et al., 2000, *Science* 288, 313
- Zel’dovich, Y. B. and Raizer, Y. P., 1966, “Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena”, New York : Academic Press ; Dover 2002

Annexe A

Les termes de collisions

A.1 Terme de collision élastique pour l'échange de chaleur

Le terme de collision élastique pour l'échange de chaleur entre électrons et particules lourdes s'écrit

$$Q_{\text{elc}} = Q_{\text{eH}^+} + Q_{\text{eH}}, \quad (\text{A.1})$$

où le terme d'échange d'énergie entre électrons et ions vaut (Spitzer and Harm, 1953)

$$Q_{\text{eH}^+} = \frac{2}{3} \frac{n_e}{\rho} k \frac{T_a - T_e}{t_{\text{eq}}}, \quad (\text{A.2})$$

où

$$t_{\text{eq}} = \frac{252 T_e^{3/2}}{n_e \ln \Lambda} \quad (\text{A.3})$$

avec le logarithme coulombien

$$\ln \Lambda = 9,43 + 1,15 \log \left(T_e^3 / n_e \right). \quad (\text{A.4})$$

Le terme de transfert d'énergie entre électrons et atomes neutres dû aux collisions élastiques est

$$Q_{\text{eH}} = \frac{n_e m_e}{\rho} n_1 \frac{T_a - T_e}{T_e} \langle \sigma_{\text{ea}} v^3 \rangle, \quad (\text{A.5})$$

où n_1 est le nombre d'atomes d'hydrogène dans l'état fondamental. Pour l'échange de chaleur, nous pouvons négliger les atomes qui sont dans un état excité car ils sont très peu nombreux. La section efficace de collision entre électrons et atomes neutres s'écrit (Narita, 1973)

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\text{ea}} v^3 \rangle &= \int_0^{\infty} \sigma_{\text{ea}} v^3 f(v) dv = \\ &= 4\pi a_0^2 \left(\frac{8}{\pi} \right) \left(\frac{kT_e}{m_e} \right)^{3/2} \left[4 + \frac{24}{(1 + 2 \cdot 10^{-5} T_e)^3} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Les taux d'excitation collisionnelle et radiative

La probabilité pour un atome de passer d'un état i à un état plus excité j par unité de temps est

$$P_{ij} = n_e C_{ij} + R_{ij}. \quad (\text{A.7})$$

De même, le taux de désexcitation par atome dans l'état initial j est

$$P_{ji} = \frac{n_i^*}{n_j^*} (n_e C_{ij} + R_{ij}^\dagger), \quad (\text{A.8})$$

où le rapport $\frac{n_i^*}{n_j^*}$ est donné par la relation de Saha-Boltzmann, bien que le nombre d'électrons libres par unité de volume (n_e) soit hors-équilibre.

Le taux d'excitation collisionnelle est

$$C_{ij} = \frac{h^2}{(2\pi m_e)^{3/2} k^{1/2}} \frac{\sum_{l'} \Gamma_{ilj'l'}}{g_j T_e^{1/2}} \exp\left(\frac{\chi_H}{i^2} - \frac{\chi_H}{j^2}\right), \quad (\text{A.9})$$

où g_j est le poids statistique du niveau j , et $\Gamma_{ilj'l'}$ est la force de collision effective qui peut être évaluée à partir de l'ajustement de Scholz & Walters (1991) pour les transitions $1s - 2$, Callaway & Unnikrishnan (1993) pour les transitions $1s - 3$ et Callaway (1994) pour les transitions $2 - 3$. Pour les autres transitions, la force de collision effective a été calculée en utilisant un fit polynomial de Chebyshev sur les données de Aggarwal et al. (1991). Nous négligeons les atomes dans l'état $1p$, étant données les densités du gaz sur lesquelles nous travaillons.

Le taux de photo-excitation, pour passer de l'état "i" à "j" est

$$R_{ij} = 4\pi \int_0^\infty \frac{\alpha_{ij}(\nu)}{h\nu} J_\nu d\nu, \quad (\text{A.10})$$

où $\alpha_{ij}(\nu)$ est la section efficace d'absorption de la transition $i \rightarrow j$ pour un photon de fréquence ν . J_ν est l'intensité moyenne à la fréquence ν . Le taux de désexcitation radiatif (spontané plus stimulé) pour la transition de $j \rightarrow i$ est

$$R_{ji} = \frac{n_i^*}{n_j^*} R_{ij}^\dagger = \frac{n_i^*}{n_j^*} 4\pi \int_0^\infty \frac{\alpha_{ij}(\nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu\right) \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_e}\right) d\nu. \quad (\text{A.11})$$

Par ailleurs, la probabilité par unité de temps pour un atome dans un état i de passer dans un état ionisé est

$$P_{i\kappa} = n_e C_{i\kappa} + R_{i\kappa}. \quad (\text{A.12})$$

À l'inverse, le taux de recombinaison dans l'état i à partir d'un état ionisé est

$$P_{\kappa i} = \frac{n_i^*}{n_\kappa^*} (n_e C_{i\kappa} + R_{i\kappa}^\dagger), \quad (\text{A.13})$$

où $\frac{n_i^*}{n_\kappa^*}$ est calculé à partir de l'équation de Saha-Boltzmann.

Le taux d'ionisation collisionnelle est

$$C_{i\kappa} = n_e \pi a_0^2 \left(\frac{8k}{m_e \pi}\right)^{1/2} T_e^{1/2} \exp\left(-\frac{\chi_i}{kT_e}\right) \Gamma_i(T_e), \quad (\text{A.14})$$

où χ_i est l'énergie d'ionisation à partir de l'état i , et $\Gamma(T_e)$ est une fonction qui varie lentement avec T_e . Nous pouvons la calculer avec le fit donné par Mihalas (1967). Enfin, les taux de photo-ionisation et photo-recombinaison sont

$$R_{i\kappa} = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{\text{bf}}(i, \nu)}{h\nu} J_\nu d\nu \quad (\text{A.15})$$

et

$$R_{\kappa i} = \frac{n_i^*}{n_\kappa^*} R_{i\kappa}^\dagger = \frac{n_i^*}{n_\kappa^*} 4\pi \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{\text{bf}}(i, \nu)}{h\nu} \left(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_\nu \right) e^{-h\nu/kT_e} d\nu, \quad (\text{A.16})$$

où $\alpha_{\text{bf}}(i, \nu)$ est la section efficace d'absorption pour les transitions entre le niveau i et l'état ionisé à la fréquence ν .

Annexe B

La résolution de l'équation de transfert radiatif

Comme nous l'avons déjà vu, l'équation de transfert radiatif quasi-statique s'écrit, en géométrie plane

$$\mu \frac{dI_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = I_{\mu\nu} - S_\nu. \quad (\text{B.1})$$

Avec $\mu = \cos(\theta)$, l'épaisseur optique $d\tau_\nu = \chi_\nu dX$, et la fonction source $S_\nu = \eta_\nu / \kappa_\nu$. η_ν et κ_ν sont respectivement les coefficients d'émission et d'absorption. Le calcul de ces coefficients est donné dans l'annexe (B.2).

De nombreux phénomènes physiques rendent la solution de l'équation de transfert radiatif instable d'un point de vue numérique. Une des difficultés est la grande variété d'opacité du gaz en fonction de la longueur d'onde. Ainsi, dans les cellules de la région pré-choc, le gaz étant faiblement ionisé, la profondeur optique est très grande pour le continuum de Lyman, tandis qu'elle est petite pour les continuum de Balmer et d'ordre supérieur. Nous pouvons avoir un rapport de profondeur optique du continuum de Lyman sur le continuum de Balmer de l'ordre de 10^6 ! Pour obtenir des solutions stables à toutes les fréquences, nous avons résolu l'équation de transfert par une méthode de Feautrier améliorée, proposée par Rybicki & Hummer (1991).

B.1 La méthode de Feautrier

Cette méthode est notamment bien adaptée aux problèmes où le pas d'incrément de la profondeur optique est très petit. En effet, pour traiter correctement la structure de l'onde de choc, nous devons prendre des cellules extrêmement étroites (notamment près du front) et pour lesquelles l'épaisseur optique est presque nulle. Cette méthode consiste à introduire une variable d'intensité "moyenne" $u_{\mu\nu}$ et une variable de "flux" $v_{\mu\nu}$. Ainsi pour la cellule $j - 1/2$ on a

$$u_{\mu\nu j-1/2} = \frac{1}{2} \left(I_{\mu\nu j-1/2}^+ + I_{\mu\nu j-1/2}^- \right) \quad (\text{B.2})$$

$$v_{\mu\nu j-1/2} = \frac{1}{2} \left(I_{\mu\nu j-1/2}^+ - I_{\mu\nu j-1/2}^- \right). \quad (\text{B.3})$$

où $I_{\mu\nu}^+$ est l'intensité spécifique dirigée dans la direction des x croissant et $I_{\mu\nu}^-$ dans l'autre sens. Avec ces nouvelles notations, nous avons $0 \leq \mu \leq 1$ (Feautrier, 1964).

L'équation (B.1) de transfert radiatif doit être alors réécrite sous la forme

$$\begin{cases} +\mu \frac{dI_{\mu\nu}^+}{d\tau_\nu} = I_{\mu\nu}^+ - S_\nu \\ -\mu \frac{dI_{\mu\nu}^-}{d\tau_\nu} = I_{\mu\nu}^- - S_\nu \end{cases}. \quad (\text{B.4})$$

En sommant et en soustrayant les deux équations du système (B.4) et en faisant un changement de variables, nous obtenons

$$\begin{cases} \mu \frac{dv_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = u_{\mu\nu} - S_\nu \\ \mu \frac{du_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = v_{\mu\nu} \end{cases}. \quad (\text{B.5})$$

Ce système donne finalement

$$\mu^2 \frac{d^2 u_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = u_{\mu\nu} - S_\nu. \quad (\text{B.6})$$

Cette équation peut être résolue grâce à deux conditions aux limites des frontières externes de l'onde de choc. Ainsi, dans la région pré-choc où le gaz n'est pas perturbé (c'est-à-dire loin devant le front en $x_{1/2}$) et à la limite externe du sillage (en $x_{N+1/2}$), nous adoptons les conditions suivantes pour le rayonnement

$$I_{\mu\nu 1/2}^+ = I_{\mu\nu N+1/2}^- = B_\nu(T_1). \quad (\text{B.7})$$

Les exposants “-” et “+” correspondent à $\mu < 0$ et $\mu > 0$ respectivement. En ces deux points ($X_{1/2}$ et $X_{N+1/2}$), nous supposons que le rayonnement allant dans la direction du front est à l'équilibre thermique avec le gaz. $B_\nu(T_1)$ est donc la fonction de Planck, tandis que T_1 est la température du gaz non perturbé (c'est la température que nous rentrons dans le modèle). En fait, nous arrêtons le calcul dans le sillage du choc souvent un peu avant que $T = T_1$, typiquement lorsque la température est environ 5 à 10% supérieure à T_1 . En effet, comme nous ne prenons pas en compte tous les niveaux d'excitation de l'hydrogène (nous nous arrêtons à 4 ou 6 niveaux selon les modèles), le refroidissement (aux basses températures) se fait un peu plus lentement que dans la réalité. Ainsi, il faudrait considérer des sillages de plusieurs milliers de kilomètres pour retrouver la condition $T = T_1$. Ceci rajouterait évidemment un temps de calcul considérable. Aussi, nous nous arrêtons souvent lorsque T tend vers T_1 mais n'est pas encore tout à fait égale à cette température. Toutefois, prendre comme condition aux limites $I_{\mu\nu N+1/2}^- = B_\nu(T_1)$ reste une bonne approximation.

Nous discrétisons le problème en fréquence et en angle. L'équation (B.6) est alors résolue pour chaque fréquence et angle afin de donner au centre de chaque cellule l'intensité moyenne $u_{\mu\nu}$.

Nous en déduisons alors

$$v_{\mu\nu} = -\mu \frac{du_{\mu\nu}}{d\tau_\nu} = \frac{1}{2} (I_{\mu\nu}^+ - I_{\mu\nu}^-) \quad (\text{B.8})$$

ainsi que les différents moments du champ radiatif (pour chaque cellule du choc) dans la notation d'Eddington

$$J_\nu = \int_0^1 u_{\mu\nu} d\mu, \quad (\text{B.9})$$

$$H_\nu = \int_0^1 v_{\mu\nu} \mu d\mu, \quad (\text{B.10})$$

$$K_\nu = \int_0^1 u_{\mu\nu} \mu^2 d\mu. \quad (\text{B.11})$$

Une fois intégrées en fréquence, ces quantités nous donnent la densité d'énergie radiative, le flux radiatif et la pression radiative dans chaque cellule du choc

$$E_R = \sum_{i=1}^{L_c} \frac{4\pi}{c} \int_{\nu_i}^{\nu_{i-1}} J_\nu d\nu + \sum_{i=1}^{L_\ell} \frac{4\pi}{c} \int_{\nu_i - \Delta\nu_i}^{\nu_i + \Delta\nu_i} J_\nu d\nu, \quad (\text{B.12})$$

$$F_R = \sum_{i=1}^{L_c} 4\pi \int_{\nu_i}^{\nu_{i-1}} H_\nu d\nu + \sum_{i=1}^{L_\ell} 4\pi \int_{\nu_i - \Delta\nu_i}^{\nu_i + \Delta\nu_i} H_\nu d\nu, \quad (\text{B.13})$$

$$P_R = \sum_{i=1}^{L_c} \frac{4\pi}{c} \int_{\nu_i}^{\nu_{i-1}} K_\nu d\nu + \sum_{i=1}^{L_\ell} \frac{4\pi}{c} \int_{\nu_i - \Delta\nu_i}^{\nu_i + \Delta\nu_i} K_\nu d\nu, \quad (\text{B.14})$$

où L_c est le nombre d'intervalles de fréquence pour les transitions liées-libres, L_ℓ est le nombre de raies spectrales, et $\Delta\nu_i$ est la moitié de la largeur (en fréquence) de la raie spectrale centrée sur la fréquence ν_i . Plus de détails sur la méthode de résolution de l'équation de transfert radiatif peuvent être trouvés dans les articles de Fadeyev & Gillet (1998; 2000).

B.2 Calcul des coefficients d'absorption et d'émission

Comme nous l'avons vu, pour résoudre l'équation de transfert radiatif, il faut connaître la fonction source ($S_\nu = \eta_\nu / \kappa_\nu$) et l'épaisseur optique ($d\tau_\nu = \chi_\nu dX$) dans chaque cellule du choc.

Les coefficients d'absorption et d'extinction sont respectivement

$$\kappa_\nu = \kappa_{\text{bf}}(\nu) + \kappa_{\text{ff}}(\nu) + \kappa_\ell(\nu) \quad (\text{B.15})$$

et

$$\chi_\nu = \kappa_\nu + n_1 \sigma_R(\nu) + n_e \sigma_T, \quad (\text{B.16})$$

où $\kappa_{\text{bf}}(\nu)$ est le coefficient d'absorption pour les transitions liées – libres, $\kappa_{\text{ff}}(\nu)$ est celui pour les transitions libres – libres, et $\kappa_{\ell}(\nu)$ est le coefficient d'absorption pour les transitions liées – liées (responsables des raies spectrales). $\sigma_{\text{R}}(\nu)$ est la section efficace pour la diffusion Rayleigh due aux atomes d'hydrogène dans l'état fondamental, tandis que $\sigma_{\text{T}} = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ est la section efficace pour la diffusion de Thomson. Les expressions de $\kappa_{\text{bf}}(\nu)$ et $\kappa_{\text{ff}}(\nu)$ peuvent être trouvées dans le livre de Mihalas (1978). Le coefficient d'absorption dû aux transitions liées – liées s'écrit

$$\kappa_{\ell}(\nu) = \frac{n_i B_{ij} h \nu_{ij}}{4\pi} \left(1 - \frac{n_j g_i}{n_i g_j} \right) \phi_{\nu}. \quad (\text{B.17})$$

La section efficace de diffusion de Rayleigh $\sigma_{\text{R}}(\nu)$ a été calculée en utilisant la formule donnée par Kurucz (1970).

Les coefficients d'émission s'écrivent pour le continuum et pour les raies

$$\eta_{\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT_e} \left[\sum_{i=1}^L n_i^* \alpha_{\text{bf}}(i, \nu) + n_e^2 \alpha_{\text{ff}}(\nu, T_e) \right], \quad (\text{B.18})$$

$$\eta_{\ell}(\nu) = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} A_{ji} n_j \phi_{\nu}, \quad (\text{B.19})$$

où la section efficace d'absorption libre – libre vaut pour la fréquence ν

$$\alpha_{\text{ff}}(\nu, T_e) = \frac{4e^6}{3ch} \left(\frac{2\pi}{3kme^3} \right)^{1/2} \frac{g_{\text{ff}}(\nu, T_e)}{\nu^3 \sqrt{T_e}} \quad (\text{B.20})$$

où $g_{\text{ff}}(\nu, T_e)$ est le facteur de ‘‘Gaunt’’ pour les transitions libres – libres. g_i et g_j sont les poids statistiques, A_{ji} et B_{ij} sont les coefficients d'Einstein et ϕ_{ν} est le profil d'absorption pour la raie spectrale.

Annexe C

Les équations de conservation pour un gaz multi-vitesses

Dans cet appendice, nous retrouvons les équations de conservation de la masse, de l'énergie et de l'impulsion pour un gaz d'hydrogène partiellement ionisé et où chaque espèce possède sa propre vitesse moyenne (équations 5.2 - 5.6). Nous allons notamment voir comment apparaît dans ces équations le flux d'énergie totale (équation 4.2). Ce flux d'énergie contient la conductivité thermique translationnelle et réactionnelle. Par ailleurs, si nous considérons que toutes les particules ont la même vitesse moyenne, et donc que les vitesses de diffusion sont nulles, nous retrouvons le système d'équations classiques (3.4 - 3.8) du modèle de choc de Fadeyev & Gillet (2000).

Le système d'équations que nous présentons ici a été trouvé à partir de la méthode de Braginskii (1965). Nous partons de l'équation de Boltzmann qui décrit l'évolution de la fonction de distribution f_j des particules j

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta}(v_\beta f_j) + \frac{\partial}{\partial v_\beta}\left(\frac{e_j E_\beta}{m_j} f_j\right) = C_j \quad (\text{C.1})$$

où E_β est le champ électrique dans la direction β et e_j la charge des particules j . Par ailleurs, C_j est le changement par unité de temps de la fonction de distribution de l'espèce j dû aux collisions avec les autres particules.

C.1 Équation de conservation de la masse

La manière de trouver l'équation de conservation de la masse a été très bien détaillée en fin de chapitre 5 dans l'annexe A de l'article de Le Coroller & Gillet (2002). Nous n'avons donc rien à ajouter à ce calcul. Nous rappelons simplement l'équation obtenue

$$\frac{d}{dx}(\rho U) = 0 \text{ soit } \rho U = \dot{m} = cst. \quad (\text{C.2})$$

Cette équation est identique que l'on soit dans le cas d'un gaz ayant une vitesse moyenne pour chaque type de particules (équation 5.2) ou ayant une seule vitesse pour toutes les espèces (équation 3.4). En multi-vitesses, U est simplement la vitesse du centre

de masse de l'écoulement (équation 5.1), tandis qu'en mono-vitesse U est évidemment la vitesse de la matière.

C.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement est obtenue en multipliant l'équation de Boltzmann (C.1) par $m_j \mathbf{v}_j$ et en intégrant sur les vitesses. Nous trouvons ainsi pour une direction α

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_j n_j U_{j\alpha}) + \frac{\partial}{\partial x_\beta}(m_j n_j \langle v_{j\alpha} v_{j\beta} \rangle) - e_j n_j E_\alpha = \int m_j v_{j\alpha} C_j d\mathbf{v}_j. \quad (\text{C.3})$$

Nous décomposons la vitesse $v_{j\alpha}$ en une vitesse aléatoire (liée à l'agitation thermique) plus une vitesse moyenne : $v_{j\alpha} = v'_{j\alpha} + U_j$. Nous utilisons les relations données par Braginskii (1965) : $m_j n_j \langle v_{j\alpha}^2 \rangle = P_j + \Pi_j$ et $\langle v_{j\alpha}^2 \rangle = \langle v_{j\alpha}^{\prime 2} \rangle + U_j^2$. En négligeant la viscosité (Π_j), nous obtenons en régime stationnaire et pour un écoulement à une dimension

$$\frac{d}{dx}(m_j n_j U_j^2) + \frac{d}{dx}(P_j) - e_j n_j E = \int m_j v_j C_j d\mathbf{v}_j = R_j \quad (\text{C.4})$$

où $P_j = n_j k T_j$ est la pression de l'espèce j , $E = E_\alpha$ et $v_j = v_{j\alpha}$ sont respectivement le champ électrique et la vitesse d'une particule j dans la direction α .

Le champ électrique E naît de la tendance qu'ont les électrons et les ions à se séparer. Ainsi, il oblige les électrons et les ions à rester solidaires et donc $U_e = U_H^+$.

Nous remplaçons U_j par $u_j + U$, et nous éliminons les termes du second ordre avec $\frac{u_j}{U} \ll 1$. Ainsi, nous avons $U_j^2 = U^2 + 2u_j U$. Puis, en sommant l'équation (C.4) sur toutes les espèces j et en négligeant l'inertie des électrons sachant que $n_{H^+} u_{H^+} = -n_H u_H$, nous trouvons

$$\dot{m} \frac{dU}{dX} = -\frac{dP_g}{dx} + \sum_j R_j. \quad (\text{C.5})$$

Avec $v_{j\alpha} = v'_{j\alpha} + U_j$ le terme de collision s'écrit

$$\sum_j R_j = \sum_j \int m_j v'_{j\alpha} C_j d\mathbf{v}_j + \sum_j U_j m_j \int C_j d\mathbf{v}_j. \quad (\text{C.6})$$

Le dernier terme à droite de l'égalité correspond à une somme de taux de production et est donc lié aux collisions inélastiques qui peuvent faire disparaître ou apparaître des ions, des électrons et des atomes neutres. Par exemple, lorsque des atomes neutres apparaissent, ils apportent de la quantité de mouvement dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement des neutres, etc. Nous montrons facilement que ce terme peut être réécrit sous la forme

$$\sum_j U_j m_j \int C_j d\mathbf{v}_j = m_H V_A \frac{d(n_H U_H)}{dx} \quad (\text{C.7})$$

où V_A est la vitesse de diffusion ambipolaire donnée par l'équation (5.10). Nous avons vérifié dans le cas des ondes de choc que cette somme (équation C.7) est toujours beaucoup plus petite que $\frac{dP_a}{dx}$ et nous pouvons donc la négliger. En fait, même dans les régions du sillage où le gradient d'ionisation est fort, les collisions élastiques sont beaucoup plus fréquentes que les inélastiques. En considérant que le terme de collision est essentiellement dominé par des collisions élastiques, alors (Braginskii, 1965)

$$\sum_j R_j = \sum_j \int m_j v'_j \alpha C_j d\mathbf{v}_j = \sum_{i=1}^L R_i + R_e + R_{H^+} \quad (\text{C.8})$$

où L est le nombre de niveaux excités (liés) de l'atome d'hydrogène et R_a est l'échange moyen de quantité de mouvement de l'espèce a dû aux collisions élastiques avec les autres particules (Braginskii, 1965). Nous avons donc

$$R_a = \sum_b R_{ab} \quad (\text{C.9})$$

avec $R_{ab} = -\alpha_{ab}(U_a - U_b)$, si les espèces a et b ont des fonctions de distribution proche de la maxwellienne. α_{ab} dépend de la fréquence de collisions entre les particules a et b et est défini dans le livre de Braginskii (1965).

Avec les équations (C.8) et (C.9) nous obtenons

$$\sum_j R_j = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L R_{ik} + \sum_{i=1}^L R_{ie} + \sum_{i=1}^L R_{iH^+} + R_{eH^+} + \sum_{i=1}^L R_{ei} + R_{H^+e} + \sum_{i=1}^L R_{H^+i}. \quad (\text{C.10})$$

Or, comme la vitesse des électrons est égale à celle des ions, il n'y a évidemment pas d'échange de quantité de mouvement entre ces particules. Nous supposons qu'il en est de même entre les atomes neutres qui sont dans des états excités différents. Nous avons donc $R_{eH^+} = R_{H^+e} = R_{ik} = R_{ki} = 0$. En éliminant ces termes dans l'équation précédente et en utilisant la propriété $R_{ab} = R_{ba}$, nous obtenons finalement

$$\sum_j R_j = \sum_{i=1}^L (R_{ie} + R_{ei}) + \sum_{i=1}^L (R_{iH^+} + R_{H^+i}) = 0. \quad (\text{C.11})$$

Cette équation traduit le principe d'action et de réaction. Les atomes neutres agissent sur les électrons et les ions et réciproquement les ions et les électrons donnent de la quantité de mouvement aux atomes neutres. Le bilan global est nul.

Lorsqu'on prend en compte les flux de chaleur thermique dans l'équation d'énergie, il faut normalement utiliser l'approximation des 13-moments pour trouver le système des équations hydrodynamiques (Schunk, 1977). Avec cette méthode et en utilisant les termes de collisions de Burgers (1969), l'équation de l'impulsion pour chaque particule (équation C.4) devrait contenir, en plus de R_j , un terme de flux de chaleur qui a été ignoré ici. En fait, de la même manière que pour R_j , ce terme s'annule dès qu'on le somme sur toutes les espèces.

Finalement, si nous incluons l'équation (C.11) dans (C.5), nous trouvons l'équation (5.3).

C.3 Équations de conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie pour une espèce j est obtenue en multipliant l'équation de Boltzmann (C.1) par $m_j v_j^2/2$ et en intégrant sur les vitesses. De même que pour la conservation de l'impulsion, nous écrivons cette équation d'une part en négligeant la viscosité et d'autre part en supposant un écoulement stationnaire et à une dimension. Après quelques transformations proposées par Braginskii (1965) on obtient

$$\begin{aligned} \nabla \left[\left(\frac{1}{2} m_j n_j U_j^2 + \frac{5}{2} P_j \right) \mathbf{U}_j \right] + \nabla \mathbf{F}_j = \\ e_j n_j E U_j + \int \frac{m_j v_j^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

où F_j est la conductivité thermique translationnelle de l'espèce j .

Comme pour l'équation de l'impulsion, on réécrit le terme de collision en remplaçant \mathbf{v}_j par $\mathbf{v}'_j + \mathbf{U}_j$

$$\begin{aligned} \int \frac{m_j v_j^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j = \\ \int \frac{m_j v_j'^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j + U_j \int m_j v_j'_{\alpha} C_j d\mathbf{v}_j + \frac{m_j U_j^2}{2} \int C_j d\mathbf{v}_j \end{aligned}$$

À partir des modèles d'ondes de choc préalablement calculés (en mono-vitesse), nous avons vérifié que le dernier terme de cette relation est toujours négligeable devant les autres termes de l'équation.

Si on considère uniquement les collisions élastiques (Braginskii, 1965)

$$\begin{aligned} \int \frac{m_j v_j^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j = \\ \int \frac{m_j v_j'^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j + U_j \int m_j v_j'_{\alpha} C_j d\mathbf{v}_j = Q_j + U_j R_j \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

où Q_j est la chaleur générée dans le gaz de particules j à cause des collisions élastiques avec les autres particules et R_j a été défini à la section précédente (équation C.8).

Les collisions inélastiques sont importantes pour le bilan d'énergie mais elles sont beaucoup moins fréquentes que les collisions élastiques. Ainsi, nous pouvons calculer les échanges de chaleur dus aux collisions élastiques comme s'il n'y avait pas de collisions inélastiques. Toutefois, à cause des collisions inélastiques, il faut rajouter un terme (Murty, 1971; Fontenla et al., 1990) et donc

$$\int \frac{m_j v_j^2}{2} C_j d\mathbf{v}_j = Q_j + U_j R_j + Q_{incj} \quad (\text{C.14})$$

où Q_{incj} prend en compte la chaleur que le gaz de particules j peut gagner ou perdre dans son interaction avec le rayonnement ou encore lorsque des atomes changent d'état ou s'ionisent. Étant donnée la forte masse des particules lourdes, ce sont uniquement les

électrons qui sont susceptibles de gagner ou de perdre de la température dans les collisions inélastiques. Ainsi, $Q_{incj} = 0$ quel que soit j différent de e . Pour l'équation des électrons, on a

$$Q_{inc e} = -\nabla F_R - e_{H^+} \nabla [n_{H^+} (\mathbf{u}_{H^+} + \mathbf{U})] - \sum_{i=1}^L e_{H^+(1-\frac{1}{i^2})} \nabla [n_i (\mathbf{u}_H + \mathbf{U})]. \quad (\text{C.15})$$

C.3.1 Équation de l'énergie totale

Cette relation est obtenue en sommant l'équation (C.12) sur toutes les espèces. Or $\sum_j (Q_j + U_j R_j) = 0$ (Braginskii, 1965) et en conséquence

$$\nabla \mathbf{Q} = -\nabla \mathbf{F}_R \quad (\text{C.16})$$

avec

$$\mathbf{Q} = \sum_p \left[\left(\frac{1}{2} m_p U_p^2 + \frac{5}{2} k T_p \right) n_p \mathbf{U}_p + e_p n_p \mathbf{U}_p + \int \frac{1}{2} m_p v_p'^2 f_p \mathbf{v}_p' d\mathbf{v}_p \right]. \quad (\text{C.17})$$

Q est donc le flux d'énergie totale donné dans l'équation (4.2). Nous n'avons pas utilisé cette équation dans ce travail mais nous l'introduisons formellement afin de faire apparaître le terme de flux d'énergie (équation 4.2) donné au chapitre 4. Le dernier terme de ce flux est la conductivité thermique translationnelle. Les autres membres de ce flux sont liés aux mouvements macroscopiques du gaz et contiennent le flux réactionnel.

C.3.2 Équation de l'énergie des électrons

Pour trouver l'équation de l'énergie des électrons, nous remplaçons j par e dans l'équation de l'énergie (C.12). On néglige alors le terme d'énergie cinétique des électrons $\frac{1}{2} m_e n_e U_e^2$ à cause de la faible masse de ces particules. De plus, en restant liés aux ions, les électrons n'atteignent pas des vitesses trop importantes. Ainsi, nous avons vérifié, dans le cas des chocs, que ce terme est très petit devant l'enthalpie des électrons ($\frac{5}{2} P_e$).

Nous introduisons alors dans cette relation la vitesse du centre de masse de l'écoulement et la vitesse de diffusion des électrons avec $U_e = U + u_e$. En divisant par ρ , nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} \left(\frac{3}{2} n_e k T_e U \right) + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} (n_e k T_e U) + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\frac{5}{2} k T_e n_e \mathbf{u}_e \right) + \frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{F}_e = \\ - \frac{e n_e E U_e}{\rho} + \frac{Q_e}{\rho} + \frac{U_e R_e}{\rho} + \frac{Q_{inc e}}{\rho} \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

où nous avons utilisé l'équation (C.14) pour réécrire le terme de collision. Nous faisons apparaître l'énergie thermique des électrons par unité de masse ($E'_e = \frac{3}{2} \frac{n_e k T_e}{\rho}$), avec l'équation de conservation de la masse (ρU égale à une constante). De même, en utilisant $\rho U = cst$ et en introduisant le volume spécifique $V \equiv \frac{1}{\rho}$ nous montrons que $\frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} (P_e U) = U P_e \frac{dV}{dx} + \frac{U}{\rho} \frac{dP_e}{dx}$.

Nous remplaçons également le terme de champ électrique grâce à l'équation (C.4) de l'impulsion

$$en_e E = -\frac{dP_e}{dx} + R_e. \quad (\text{C.19})$$

En introduisant toutes ces transformations dans l'équation (C.18), on obtient l'équation de l'énergie des électrons

$$U \frac{dE'_e}{dx} = -P_e U \frac{dV}{dx} - \frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{F}_e - \frac{1}{\rho} \nabla \left(\frac{5}{2} k T_e n_e \mathbf{u}_e \right) + \frac{u_e}{\rho} \frac{dP_e}{dx} + \frac{Q_e}{\rho} + Q_{inc} \quad (\text{C.20})$$

où Q_{inc} est simplement égal à $\frac{Q_{inc e}}{\rho}$. Notons que l'équation (C.19) correspond à l'équation (C.4) avec $j = e$, et en négligeant le terme de variation d'énergie cinétique $\frac{d}{dx}(m_e n_e U_e^2)$. Remarquons que, dans le cas des chocs que nous étudions, R_e est généralement petit. Nous l'avons toutefois conservé ici car il s'élimine ensuite naturellement dans l'équation de l'énergie des électrons. Par ailleurs, rappelons que nous avons négligé dans l'équation (C.19) un terme de collision lié aux flux thermiques ($\sum_t \nu_{et} \frac{Z_{et} \mu_{et}}{k T_{et}} [F_e - \frac{\rho_e}{\rho_t} F_t]$) qui provient de la méthode d'approximation des 13-moments (Schunk, 1977). Nous avons vérifié que, dans les conditions thermodynamiques des chocs étudiés dans ce travail, ce terme est inférieur de 2% au gradient de pression électronique. Il est donc bien petit dans l'équation (C.19).

Finalement, le terme de collisions élastiques restant dans l'équation de l'énergie est lié à la différence des températures

$$\frac{Q_e}{\rho} = Q_{elc} = Q_{eH^+} + Q_{eH} \quad (\text{C.21})$$

où Q_{eH^+} et Q_{eH} sont respectivement les termes d'échanges de chaleur électrons-ions et électrons-neutres (Eq. A.2 – A.5).

En remplaçant l'équation (C.21) dans (C.20) nous trouvons l'équation de l'énergie (5.4).

C.3.3 Équation de l'énergie des particules lourdes

Pour l'équation des particules lourdes, nous sommons l'équation de l'énergie (C.12) sur tous les atomes neutres et les ions. Puis, nous suivons la même procédure que pour les électrons. Nous remplaçons U_j par $U + u_j$ et nous négligeons les termes de second ordre (car $u_j \ll U_j$). Nous éliminons des termes avec la relation $n_H U_H = -n_{H^+} U_{H^+}$ et nous remplaçons $en_e E$ grâce à l'équation (C.19).

Pour les termes de collisions, nous prenons en compte l'échange de chaleur dû à la différence de températures entre particules lourdes et électrons. Nous avons donc le même terme que dans l'équation de l'énergie des électrons avec un signe opposé ($-Q_{elc}$). Nous négligeons les termes d'échanges de quantités de mouvements entre électrons et particules

lourdes. En effet, les électrons ont la même vitesse que les ions et la section efficace de collision entre les électrons et les atomes neutres est faible. De plus, il n'y a pas de termes de collisions inélastiques à cause de la forte masse des particules lourdes. Avec ces approximations nous obtenons finalement assez facilement l'équation (5.6).

Effect of the thermal conductivity on the radiative shock waves

Study of the pulsation of two cold super-giant stars
HD 56126 et HD 179821

Summary

In a shock front, the gas is strongly compressed and heated. Behind the front, in the wake, efficient radiative cooling takes place. In such shock waves, strong temperature and ionisation gradients are responsible for diffusion and heat transport phenomena such as electronic and reactive thermal conductivities.

In this work, we have studied the effect of the electronic thermal conductivity on radiative shock structure. With a code developed by Fadeyev & Gillet (2000), we have found again, in the shock front region, the electronic temperature profile predicted qualitatively by Zel'dovich (1966) : the electrons heat the gas in front of the shock front. For strong shock waves ($U_1 > 65 \text{ km s}^{-1}$), the electronic thermal conductivity increases slightly the ionisation rate and the continuum Lyman flux in the vicinity of the front. Then, the total radiative flux lost by the shock is increased by a factor that can reach 25 %.

Moreover, in the presence of an ionisation gradient, ions and electrons, by diffusing together, carry out the ionisation energy and are responsible for a flux called the reactive thermal conductivity. In this work we give the non-LTE equation for the reactive thermal conductivity that is well adapted for shock waves. We find that this flux is efficient in a very narrow region behind the shock front, where the ionisation gradient strongly increases.

In addition, we have studied the atmospheric dynamics of two cold super-giant stars HD 56126 and HD 179821. For these two stars, the H_α line shows a P-Cygni profile which is probably linked with strong shocks in their atmosphere. Our observations impose some new constraints on the pulsational mechanism of post-AGB and super-massive stars such as HD 56126 and HD 179821.

Résumé

Au passage d'un front de choc, le gaz est très fortement chauffé. Derrière le front, dans le sillage, il se refroidit en rayonnant. On rencontre donc, dans la structure d'un choc, de forts gradients de température et d'ionisation qui sont à l'origine de processus de diffusion et de transport de chaleur tels que la conductivité thermique translationnelle électronique et la conductivité thermique réactionnelle.

Dans ce travail nous avons étudié l'influence de **la conductivité thermique électronique** sur la structure radiative des chocs. Avec un modèle (Fadeyev and Gillet, 2000), nous retrouvons au niveau du front le profil de température électronique prévu qualitativement par Zel'dovich (1966) qui a démontré que les électrons chauffent le gaz devant le front. Pour des chocs rapides ($U_1 > 65 \text{ km s}^{-1}$) la conductivité électronique augmente légèrement le taux d'ionisation et le flux du continuum de Lyman au niveau du front. Il en résulte un accroissement du flux radiatif total sortant du choc pouvant aller jusqu'à 25%.

Par ailleurs, dans un gradient d'ionisation les ions et les électrons diffusent ensemble en transportant de l'énergie d'ionisation. Ce processus est responsable d'un flux appelé **conductivité thermique réactionnelle**. Nous donnons une équation de flux réactionnel et trouvons que ce flux est efficace dans une région étroite derrière le front du choc, là où le gaz se thermalise et s'ionise fortement.

Nous avons également étudié la dynamique atmosphérique de deux étoiles super-géantes froides HD 56126 et HD 179821. Nous observons dans ces étoiles des profils de raies P-Cygni probablement liés à des chocs se propageant dans leur atmosphère très étendue. Ces observations apportent de précieux renseignements sur la nature et les modes de pulsation d'étoiles post-AGB ou super-massives telles que HD 56126 et HD 179821.

Spécialité doctorale : rayonnement et plasmas

Mots-clés : Onde de choc ; conductivité thermique ; conductivité thermique réactionnelle ; hydrodynamique ; atmosphère stellaire ; étoile post-AGB ; étoile super-massive ; étoile super-géante froide

Observatoire de Haute-Provence
04870 Saint-Michel l'Observatoire